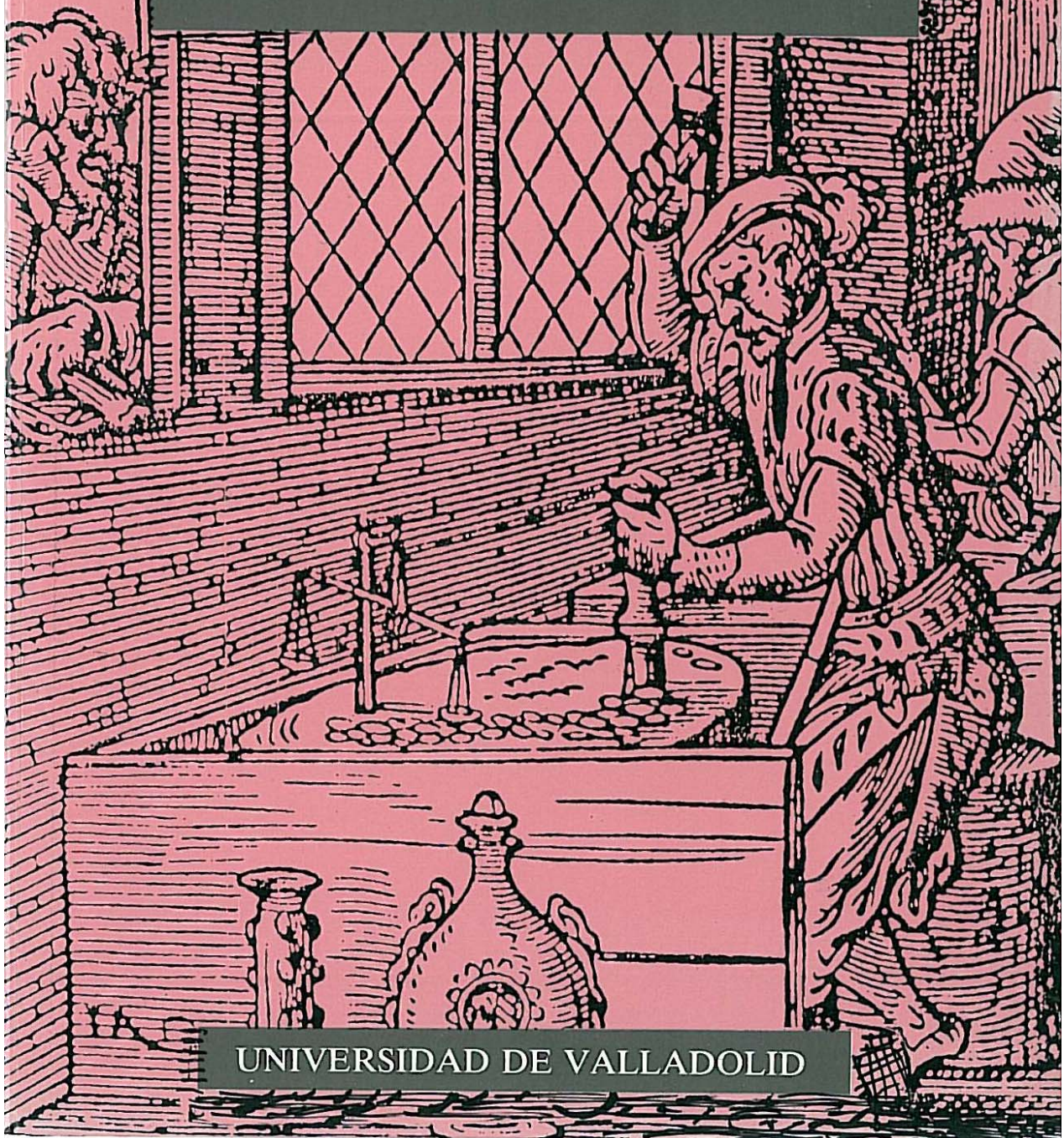


ESTUDIOS DE ECONOMIA APLICADA

SEGUNDA REUNION ANUAL DE
A.S.E.P.E.L.T. - ESPAÑA



UNIVERSIDAD DE VALLADOLID

ESTUDIOS
de
ECONOMIA APLICADA
Segunda Reunión Anual ASEPELT-ESPAÑA

Valladolid, 20-21 de junio de 1988



SECRETARIADO DE PUBLICACIONES
UNIVERSIDAD DE VALLADOLID



CAJA DE AHORROS Y M. P.
DE SALAMANCA

© Los Autores, Valladolid, 1989
SECRETARIADO DE PUBLICACIONES
UNIVERSIDAD DE VALLADOLID
Avda. de Ramón y Cajal, 7
47005 VALLADOLID-ESPAÑA

ISBN: 84-7762-075-X
Depósito legal: S. 544-1989
Imprime: Gráficas Visedo, S.A.
Hortaleza, 1 - Teléfono 26 70 01
37001 SALAMANCA

ESTUDIOS
de
ECONOMIA APLICADA
Segunda Reunión Anual ASEPELT-ESPAÑA

SERIE: ECONOMIA, n.º 10

BIBLIOTECA GENERAL UNIVERSITARIA. Ficha catalográfica recomendada.

UNIVERSIDAD DE VALLADOLID

Segunda Reunión Anual ASEPELT-ESPAÑA. - Valladolid: Secretariado de Publicaciones, Universidad, D. L.: S. 544-1989

574 p.; 24 cm. (Economía, 10)

ISBN: 84-7762-075-X

1. ECONOMIA APLICADA - Congresos-asambleas
330.1: 061.3 (463.1V "1989")

INDICE

	<u>Págs.</u>
Presentación	11
1. «Tablas Input-Output de la energía. Análisis de los contenidos energéticos». Vicente Antón Valero, INE	13
2. «Aproximación axiomática a los índices de desigualdad y pobreza». José Miguel Casas Sánchez y José Javier Núñez Velázquez, Universidad de Alcalá de Henares	31
3. «Función e índice de concentración de algunas distribuciones truncadas». Joan Baró Llinás, Universidad de Barcelona	43
4. «Expresiones alternativas para la varianza de la distribución trapezoidal». R. Herrerías Pleguezuelo y S. Miguel Uceta, Universidad de Zaragoza	55
5. «Modelos de retardos distribuidos hipergeométricamente». Miguel A. Fajardo Caldera, Universidad de Extremadura, y Ramón Gutiérrez Jaimez, Universidad de Granada	61
6. «Criterios de no negatividad en programación lineal multiobjetivo». M. ^a Dolores Soto Torres y R. Fernández Lechón, Universidad de Valladolid	67
7. «Comparación de estimadores de modelos de regresión truncados». Concepción González y Ginés Guirao, Universidad de La Laguna ..	73
8. «Modelos probabilísticos alternativos para el método Pert. Aplicación al análisis de inversiones». Rafael Herrerías Pleguezuelo, Universidad de Zaragoza	89
9. «Ordenación de distribuciones de probabilidad: función de utilidad y aplicación a carteras eficientes». José M. Casas Sánchez, Universidad de Alcalá de Henares	113
10. «Consideraciones en torno a la limitación de las variables dependientes en un STF: una propuesta». Víctor J. Cano y Francisco J. Martín Álvarez, Universidad de La Laguna	127
11. «Modelos generales de regresión de tipo exponencial». José Javier Núñez Velázquez, Universidad de Alcalá de Henares	157
12. «Modelización de los tipos de interés». Pascual Fernández y Antonio Pulido, Universidad Autónoma de Madrid	165

	<u>Págs.</u>
13. «Consumo de electricidad y climatología. Elaboración de la temperatura teórica nacional». José Vicens, Universidad Autónoma de Madrid	201
14. «Estructura del consumo privado en la CEE». Matilde Arranz Pérez, M. ^a Jesús Freire Seoane y M. ^a Carmen Guisan Seijas, Universidad de Santiago de Compostela	215
15. «Una aplicación de los modelos de respuesta cualitativa para determinar el fracaso de las empresas». Jesús Cavero Alvarez y M. ^a Carmen Rodríguez Acebes, Universidad de Valladolid	231
16. «Estudio sobre la diferenciación residencial en el espacio urbano de Sevilla». Jesús Basulto y Carlos Arias, Universidades de Sevilla y Cádiz	259
17. « La función de producción para tres zonas industriales en el marco del Modelo "HERMES-ESPAÑA" ». M. Dones Tacero y J. B. Pena Trapero, Universidades Autónoma de Madrid y Alcalá de Henares .	279
18. «Comparación de la productividad de España y la CEE». María del Carmen Guisan Seijas, María Ramil Díaz y María del Carmen López Andión, Universidad de Santiago de Compostela	295
19. «Federalismo fiscal y planificación económica». Joaquín Romano Velasco, Universidad de Valladolid	314
20. «Algunas reflexiones sobre la información regional». Santiago Fernández Valbuena, Universidad de Murcia.	319
21. Paro, inflación y política regional: aplicación empírica a la economía española». L. Rodríguez Sáiz y J. A. Parejo Gamir, Universidad Autónoma de Madrid	331
22. «Análisis regional del sector de bienes intermedios». M. ^a Victoria Verdugo Matés y Ricardo Luaces Pazos, Universidad de Santiago de Compostela	345
23. «Análisis territorial de la inversión industrial en las distintas regiones españolas». I. O. Ogando Canabal, R. Pedrosa Sanz y J. E. Fernández Arufe, Universidad de Valladolid	371
24. «El sector agroalimentario y la actividad cooperativa en Castilla y León». Angel de los Ríos y Pablo Gordo, Universidad de Valladolid.	395
25. «Infraestructuras y desarrollo regional en Castilla y León». Fernando Repico Ortega, Universidad de Valladolid	411
26. «Rasgos que caracterizan los sistemas de previsión social en la Comunidad de Castilla y León». Francisca Cea D'Ancona, Universidad Autónoma de Madrid	423
27. «Evolución de la producción avícola vallisoletana en el período 1965-1985». Belén Miranda Escolar, Universidad de Valladolid ...	445
28. «Consideraciones sobre la actividad comercial de León». M. C. Mantero García-Lorenzana, Universidad de León	455
29. «Enlace de modelos econométricos regionales». Emilio Fontela, Antonio Pulido y Ana del Sur, Universidad Autónoma de Madrid ..	459
30. «Un modelo econométrico predictivo para Castilla y León. Predicciones básicas y escenarios alternativos». Jesús Cavero, M. ^a Carmen Lo-	

Págs.

renzo, Beatriz Rodríguez y José Luis Rojo, Universidad de Valladolid	473
31. «Modelos de predicción del turismo a corto plazo en la Costa del Sol». José María Otero y Fernández Trujillo, Universidad de Málaga ..	493
32. «Estimación de funciones de oferta laboral». Ginés Guirao Pérez, Universidad de Las Palmas	515
33. «Consideraciones demográficas: análisis de la mortalidad». José Miguel Ponce Núñez, Universidad de Alcalá de Henares	525
34. «Análisis demográfico de la provincia de León». M. ^a Carmen Mantero García-Lorenzana y José Luis Martínez Guerrero, Universidad de León	533
35. «Proyecciones de la población para Castilla y León». Jesús Cavero, M. ^a Carmen Lorenzo, Beatriz Rodríguez y José Luis Rojo, Universidad de Valladolid	553

«Mejor la palabra de Dios: “Creced y multiplicaros”, que las palabras de Malthus: “No crezcáis, no os multipliquéis”.»

Henry Charles Carey

Constituye para mí, como presidente del capítulo español de Asepelt (Asociación Científica Europea de Economía Aplicada), un verdadero placer el presentar aquí los trabajos aportados a la tercera reunión de la Asociación, celebrada en Valladolid en junio del pasado año.

Haciendo un poco de historia, conviene recordar que la Asociación nace como resultado de los deseos de una veintena de economistas dedicados al estudio de la Economía Aplicada que en una reunión celebrada en Madrid, en 1986 en la sede del INE, sintieron la necesidad de crear una Asociación que sirviese de foro para la discusión de los temas de su especialidad, de impulsora de los estudios de estas materias económicas en su faceta teórico-práctica y de instrumento para el mejor conocimiento de las personas e instituciones que se dedican a este tipo de trabajos.

A tal fin se nombró un comité encargado de preparar un borrador de estatutos y de impulsar una nueva reunión nacional a la que se invitaría a diversos especialistas y departamentos de Economía Aplicada, con el máximo carácter abierto.

La segunda reunión nacional tuvo lugar en Barcelona los días 22 y 23 de junio de 1987. En esta ocasión, el profesor Artís y sus colaboradores del Departamento de Econometría, Estadística y Economía Española en la Universidad Central de Barcelona, se encargaron de acoger a un número ya más nutrido que en la reunión anterior, pertenecientes a distintas universidades, y que presentaron interesantes ponencias que se recogen en el libro *Comunicaciones presentadas a las segundas jornadas sobre modelización económica*, editado por el mencionado Departamento.

En dichas jornadas de Barcelona se discutieron y aprobaron los Estatutos de la Asociación por parte de los asistentes reunidos en Asamblea Constituyente. Con posterioridad, los Estatutos siguieron los trámites administrativos pertinentes hasta la aprobación definitiva.

También conviene reseñar que tuvimos el inmenso honor de contar en Barcelona con la presencia de Laurence R. Klein, que, aparte de dar una magistral lección sobre modelización económica, aceptó ser uno de los miembros de honor de la Asociación.

Los trabajos que se presentan ahora en este libro constituyen una manifestación del vigor e impulso que va tomando la Asociación en el cumplimiento de los fines fijados por sus Estatutos.

La lectura del índice nos permite ver la diversidad geográfica de los equipos que han participado en la reunión de Valladolid y de la variedad temática que allí se abordó.

Sería para mí muy pretencioso el intentar hacer un resumen de lo que este libro contiene y prefiero que sea el propio lector el que se ocupe de analizar con detenimiento las valiosas aportaciones presentadas.

Sólo me resta agradecer a todos el esfuerzo realizado, y en especial a los miembros del Departamento de Economía Aplicada de la Universidad de Valladolid, dirigidos por la profesora J. Fernández Arufe, que se encargaron de la organización de la reunión y de la edición del presente volumen.

Quisiera terminar con un pensamiento poético que compense la necesaria aridez de este libro y no nos haga olvidar que debajo de todo tecnicismo económico existe la realidad humana, cuyo bienestar es la meta final de la economía. He escogido para esto el verso de mi paisano Celso Emilio Ferreiro, tomado de su poema «Otoño 1972»:

*E xa que sabes tantas cousas, dime
si un día poderé pór proa ó norde
buscando à patria do solpor, buscando
a terra dos abós, onde quixera
bogar pra sempre, corazón adentro.*

(Y ya que sabes tantas cosas, dime
si un día podré poner proa al norte,
buscando la patria del crepúsculo, buscando
la tierra de los abuelos, donde quisiera
bogar para siempre corazón adentro.)

Madrid, abril 1989

J. B. Pena Trapero
Presidente de Asepelt - España

TABLAS INPUT-OUTPUT DE LA ENERGIA. ANALISIS DE LOS CONTENIDOS ENERGETICOS

**VICENTE ANTON VALERO
I.N.E.**

INDICE

- 0. Introducción.
- 1. Tabla input-output de la energía.
 - 1.1. Definición general.
 - 1.2. Clasificación de los flujos.
 - 1.3. Ramas de la energía.
 - 1.4. Inputs primarios.
 - 1.5. Empleos finales.
 - 1.6. Unidades de medida.
 - 1.7. Matriz de imputaciones.
 - 1.8. Submatriz de la energía.
 - 1.9. Consumo público.
 - 1.10. Funciones.
 - 1.11. Subclasificación de los productos petrolíferos.
 - 1.12. Subdivisión de la rama electricidad.
- 2. Contenidos energéticos.
 - 2.1. La energía primaria.
 - 2.2. La energía derivada.
 - 2.3. El contenido energético.
- 3. Análisis input-output. Cálculo de los contenidos energéticos.
 - 3.1. Contenidos energéticos en valor.
 - 3.2. Contenidos energéticos en cantidad.
- 4. Anexo.
- 5. Bibliografía.

0. INTRODUCCION

Dentro del plan de trabajo del INE para 1988 se encuentra la finalización de la tabla input-output de la energía (TIOEN) de 1980. A primera vista podía parecer que el desfase existente entre los años de la publicación y de referencia de la TIOEN es desproporcionado, sin embargo, el planteamiento realizado desde el INE sobre esta investigación se ha basado en dos razones claras: la primera experimental y la segunda histórica. En efecto, a lo largo de 1988 se han iniciado los trabajos preparativos para el cambio de base en la contabilidad nacional de España (CNE), en el que se incluye una nueva tabla input-output con base 1985 en sus dos versiones: la tabla económica y la tabla energética. Dado que la experiencia en la elaboración de la tabla económica es sobradamente contrastada parecería una medida precautoria realizar una tabla energética para 1980 que permitiera conocer con absoluta precisión los problemas estadísticos-económicos que se presentan en su elaboración.

La segunda razón la consideramos de tipo histórico, puesto que se podrá disponer de una información de tipo energético justamente a la salida de la segunda crisis del petróleo que permitirá el análisis comparativo con la tabla input-output energética de 1985, cuya publicación se prevé a finales de 1989.

La elaboración de las tablas input-output energéticas se encuentra dentro de un marco internacional, más precisamente comunitario, en donde se han desarrollado las metodologías apropiadas dentro de la división de energía perteneciente al EUROS-TAT. Naturalmente, nuestra integración en la CEE ha favorecido la elaboración de este tipo de investigaciones, probablemente no muy divulgadas entre los profesionales de la economía aplicada.

El objetivo de esta ponencia es divulgar la configuración de una TIOEN, así como sus aplicaciones más inmediatas. La inmediata publicación de la TIOEN referida a 1980 permitirá a los usuarios realizar las primeras aplicaciones, una vez sean suficientemente conocidas, tanto las metodológicas como las fuentes estadísticas utilizadas.

Antes de terminar esta introducción es importante señalar la mejora de la acuracidad que se consigue en las estimaciones macroeconómicas cuando se elabora una tabla input-output de la energía. Es bien conocido que la elaboración de una tabla input-output económica (TIOE) ayuda a mejorar las estimaciones de los agregados macroeconómicos, al mismo tiempo que permite presentar las incoherencias de las distintas fuentes estadísticas, que desde distintas ópticas ofrecen diferentes estimaciones sobre un mismo conjunto de variables. La TIOEN ayudaría a mejorar dichas estimaciones, puesto que, al menos, para los productos energéticos se hace necesario contrastar valor, precios y cantidad en cada una de las estimaciones que aparezcan en la tabla de dichos productos energéticos.

Como ya se mencionó anteriormente, la elaboración de la TIOEN de 1980 se ha realizado posteriormente a la terminación de la TIOE DE 1980, con lo que el enriquecimiento que permite el feed-back entre «valor-precios» no ha sido, prácticamente, posible de realizar, objetivo que para la tabla de 1985 se hará absolutamente prioritario.

1. TABLA INPUT-OUTPUT DE LA ENERGÍA

1.1. Definición general

La tabla input-output de la energía es una presentación especializada y adaptada a la energía de la tabla input-output de la contabilidad nacional. En conjunto, tiene la misma articulación y sigue los mismos principios generales, con algunas adaptaciones necesarias para la adecuada presentación de los flujos de la energía. Excepto alguna indicación en contra, se aplican las definiciones del «Sistema Europeo de Cuentas Económicas Integradas (SEC)».

De todo esto resulta una disposición clásica de la tabla en tres grandes partes:

- Las entradas primarias.
- Los consumos intermedios.
- Los empleos finales.

Con el establecimiento de las ecuaciones fundamentales:

- Entradas intermedias + valor añadido + importaciones = recursos.
- Salidas intermedias + empleos finales = empleos.
- Recursos = empleos.

Una particularidad de la TIOEN se refiere a las ramas de la energía cuyos flujos se expresan no sólo en valor, sino también en cantidad.

En cantidades, las ecuaciones fundamentales son las siguientes:

- Producción + importaciones = recursos.
- Salidas intermedias + consumo de los hogares + variación de existencias + exportaciones = empleos.
- Recursos = empleos.

1.2. Clasificación de los flujos

Los flujos se clasifican según las ramas. La rama constituye un agrupamiento de unidades de producción homogénea, descrita con referencia a una nomenclatura de productos. Así, la rama se caracteriza por salidas de productos homogéneos. De forma similar, la rama produce e importa los bienes y servicios descritos en la nomenclatura, todos los productos y nada más que ellos. Por esto, los flujos muestran las relaciones de orden técnico-económico y no se interesan en describir el comportamiento de las empresas u otros organismos donde se realiza la producción.

Los flujos en valor de las tablas comunes a la contabilidad nacional siguen la nomenclatura de base adoptada para la contabilidad nacional para 59 ramas.

Los flujos en cantidad y las tablas suplementarias propias de la energía pueden seguir la nomenclatura simplificada a 43 ramas. Estas nomenclaturas figuran en el anexo, con definiciones referenciadas a la nomenclatura general de las actividades económicas en las Comunidades Europeas (NACE-CLIO).

1.3. Ramas de la energía

Para precisar bien su contenido se definen de manera detalladas en el anexo las 10 ramas relativas a la energía. Estas 10 ramas coinciden con la clasificación utiliza-

da en los balances globales de la energía elaborados de manera armonizada por el EUROSTAT.

De esta forma, las TIOEN proporcionan el nexo indispensable, la contabilidad nacional y las estadísticas cuantitativas de la energía.

1.4. Inputs primarios

Las entradas primarias se presentan en 14 filas (véase el anexo) como una simplificación respecto a la clasificación más detallada de la tablas de la contabilidad nacional. Aquí aparece una final denominada «abastecimientos internacionales», donde deben figurar valores y cantidades referentes a los abastecimientos marítimos, aéreos, etc., tomadas por las unidades residentes fuera del territorio nacional. Estos avituallamientos están comprendidos ya en las rúbricas relativas a las importaciones.

1.5. Empleos finales

Los empleos finales se clasifican en ocho columnas (véase el anexo) como una simplificación con respecto a la clasificación más detallada de la tabla de la contabilidad nacional.

Aparece aquí una columna titulada «avituaillamientos internacionales», donde deben figurar valores y cantidades referentes a los avituallamientos marítimos, aéreos, etcétera, realizados en territorio nacional por unidades no residentes. Estos avituallamientos no están comprendidos dentro de la rúbrica «exportaciones».

1.6. Unidades de medida

Los flujos en cantidades se expresan en terajulios PCI (poder calorífico inferior) (1).

1.7. Matriz de importaciones

Debe elaborarse una matriz de importaciones para los consumos intermedios y los empleos finales. Por diferencia entre la matriz de importaciones y la de flujos de todos los orígenes se obtienen los flujos de origen nacional.

En cuanto a los bienes energéticos, en ausencia de datos estadísticos previos, los flujos se clasificarán en las filas de la tabla de acuerdo con hipótesis simples, por ejemplo, proporcionalmente a la razón producción/importación. Esto es especialmente válido para las energías distribuidas por redes de distribución: gas natural y electricidad.

Hay que precisar que las importaciones no han de considerarse como autoconsumo de la rama importadora (como diagonal), sino clasificarse *en la final* de los empleos.

(1) El poder calorífico de un combustible puede ser «superior» (PCS) o «inferior» (PCI) según se incluya o no el calor latente de vaporización resultante de la existencia de hidrógeno y, en particular, de la existencia de humedad en el combustible. En general, se utiliza el PCI, ya que la pérdida calorífica correspondiente es irreparable.

1.8. Submatriz de energía

En la submatriz 10×10 de la energía (columnas y filas 031 a 110) figuran diferentes empleos:

— Consumo de las ramas energéticas, que representa el consumo de bienes energéticos necesarios para la extracción, preparación y transformación de las fuentes de energía. Evidentemente, el autoconsumo de energía se coloca en la diagonal.

— Entradas para transformación, que representan la carga de bienes energéticos en las instalaciones de transformación (coquerías, refinerías, centrales eléctricas, etcétera) para sufrir una transformación en otra fuente de energía.

— Pérdidas en las redes de distribución (en las casillas diagonales).

1.9. Consumo público

El consumo colectivo de las administraciones públicas se tratará como en el SEC, a saber:

— Los gastos corrientes en bienes y servicios (así como los gastos de capital fijo con fines militares) en consumo intermedio de la rama «servicios no destinados a la venta».

— El valor añadido (salarios, consumo de capital fijo, impuestos) en entradas primarias de la rama «servicios no destinados a la venta».

— El valor de la producción distribuida de servicios no destinados a la venta se coloca globalmente en los empleos finales de la columna 020 y la fila 860.

El consumo militar ha de incluirse en el consumo colectivo de las Administraciones Públicas.

1.10. Funciones

Por función se entiende aquí como el uso de la energía que conviene distinguir en tablas complementarias.

Estas tablas complementarias presentan una subclasificación, por funciones, de cada rama de la energía, solamente según las filas (empleos). Esta subclasificación se refiere a la matriz de consumos intermedios y a los hogares, esto es, 44 casillas (para 10 ramas de la energía).

Las funciones son:

C. Calefacción de locales.

T. Transporte (tracción).

N. Usos no energéticos.

E. Entradas para transformación.

Z. Otros usos (incluidas las pérdidas de distribución por red).

Por calefacción de los hogares se entiende la calefacción y alimentación de las habitaciones, locales, oficinas, almacenes y demás edificios. La calefacción de los invernaderos no se considera como calefacción de locales, sino que se ha de incluir en «otros más».

Por transporte se entiende la energía utilizada como fuerza motriz para mover los vehículos de transporte. Esta función afecta a los vehículos sobre ruedas (por

cuenta propia, por cuenta de terceros y hogares), la energía de tracción de los ferrocarriles, la energía consumida por los barcos de navegación interior y los abastecimientos marítimos y aéreos. La energía consumida por los tractores agrícolas y otras máquinas agrícolas no se contabiliza en la función «transporte», sino en «otros usos». Esta función incluye principalmente productos petrolíferos (carburantes) y electricidad (tracción ferroviaria).

Por usos no energéticos se entiende la utilización de un bien energético para fines no energéticos, como, por ejemplo: carga para síntesis químicas, lubricantes, betún, coque de petróleo, white spirit, aceites disolventes, ceras, parafinas, etc., así como el gas natural utilizado en la síntesis química (por ejemplo, para la síntesis de nitrógeno).

La electrolisis no se considera como un uso de energético, sino hay que clasificarla en «otros usos».

Las entradas en transformación corresponden a la carga de bienes energéticos en las instalaciones de transformación (coquerías, refinerías, centrales eléctricas, etcétera) para sufrir una transformación en otra fuente de energía. Este dato se da en cantidades en las partidas complementarias de los balances energéticos proporcionados por la EUROSTAT. Basta con tomarlos tal cual en la tabla complementaria de las funciones y, eventualmente, añadir las entradas en transformación de las centrales de calefacción, las cuales no están recogidas en los balances energéticos de la OSCE. Esta función no afecta más que a la submatriz energética y a los altos hornos (rama 135).

Los otros recogen el resto, por diferencia entre el flujo total y las funciones vistas anteriormente.

Las pérdidas en las redes de distribución no se refieren más que a algunas casillas de la matriz de consumos intermedios (gas, electricidad, calefacción distribuida).

1.11. Subclasificación de los productos petrolíferos

Por necesidades analíticas, la rama «productos petrolíferos» (código 073), cuyos flujos tienen gran importancia, ha de clasificarse según las filas de la tabla solamente, de manera que se distingan los principales productos:

- 0731. Gas de refinería.
- 0732. GLP (butano, propano).
- 0733. Gasolinas motor.
- 0734. Naftas.
- 0735. Gas-oil para transporte.
- 0736. Gas-oil de calefacción, fuel-oils fluidos.
- 0737. Fuel-oils residuales.
- 0739. Otros (carburreactores y petróleo refinado, betunes, gasolinas especiales y white spirit, lubricantes, coque de petróleo, ceras y parafinas, etcétera).

La suma de 0733 + 0735 da los carburantes, a incluir en la «función transporte».

La subclasificación de los productos petrolíferos no ha de cruzarse con la clasificación por funciones.

2. CONTENIDOS ENERGETICOS

2.1. La energía primaria

De una forma general, la energía primaria equivale a una forma de energía obtenida directamente de la naturaleza.

La ausencia de la naturaleza en la nomenclatura de las ramas de la TIOEN obliga a definir la energía primaria de una manera mucho más restrictiva. En este sentido, dentro del marco de la TIOEN, la energía primaria se refiere a las fuentes de energía que constituyen las producciones distribuidas de las ramas de actividad:

- Hulla.
- Lignito.
- Petróleo bruto.
- Gas natural.
- Electricidad hidráulica y geotérmica.
- Combustibles nucleares.

Como se puede observar, se trata de fuentes energéticas que no han sufrido ningún proceso de transformación en el sistema de producción representado por las TIOEN.

2.2. La energía derivada

De forma complementaria, la energía derivada se define como la energía que resultan de una transformación.

Esta constituye las producciones distribuidas de las demás ramas energéticas:

- Coque.
- Productos petrolíferos.
- Electricidad térmica clásica y nuclear.
- Gases manufacturados.
- Vapor-agua caliente.

La finalidad de esta distinción entre energía primaria y energía derivada es permitir la eliminación de la doble contabilización, es decir, no contabilizar a la vez la energía derivada y la energía primaria consumida para la producción de esta energía derivada.

2.3. El contenido energético

El concepto de contenido energético de un producto (bien o servicio) está relacionado con el de su proceso de producción. Por definición, es la medida del volumen de la fuente energética consumida directa e indirectamente en su producción. Se puede expresar bien en una unidad monetaria, bien en una unidad energética, en nuestro caso, el terajulio.

La valoración del contenido energético de un producto así definido resulta de una doble adición. En la primera, se suman todos los volúmenes de energía de un determinado tipo que entran directa e indirectamente en esta producción; en la segunda, se suman estos resultados para los diferentes tipos de energía. Al hacer esto,

la adición de energías primarias y derivadas entraña dobles contabilizaciones. Así, por ejemplo, si para satisfacer una demanda de electricidad dada es necesario consumir carbón, gas natural y electricidad, la parte de carbón que se consumirá en la producción de electricidad se contabilizará dos veces en la electricidad (suponiendo aquí que se produce electricidad únicamente a partir del carbón) se incluye en la suma. El cálculo lleva a dobles contabilizaciones debido exclusivamente a la existencia de ramas de actividad que transforman una fuente de energía en otra.

La forma de evitar estas dobles contabilizaciones consiste en sumar únicamente más que las fuentes de energía primaria. Sin embargo, hay que señalar que si se contabilizara la electricidad en lugar del carbón consumido para producir esta electricidad, se evitaría igualmente la doble contabilización, pero se excluiría la energía perdida en el momento de la transformación del carbón en electricidad.

Las conclusiones de esta argumentación se basan en una hipótesis implícita de orden geográfico. En efecto, no es indiferente que las fuentes de energía derivadas se produzcan por transformadores ubicados en el territorio económico nacional o en el resto del mundo. Para las energías importadas, las sumas de todas las fuentes de energía no entrañaría dobles contabilizaciones, ya que las fuentes de energía primaria utilizadas para producir las fuentes derivadas de energía importadas no figuran en los flujos de importación contabilizadores en la TIOEN.

El contenido energético resultante de la suma de las fuentes de energía primarias de origen nacional, de las fuentes de energía primaria importadas y de las fuentes de energía derivadas importadas puede calcularse a partir de la información disponible en las TIOEN de los países considerados.

Estos dos últimos elementos del contenido energético de una demanda final dada no pueden calcularse directamente a partir de las TIOEN del país considerado. A falta de los datos necesarios para su cálculo, podrán estimarse, sin embargo, si se acepta la hipótesis de que todas las importaciones de un país se producen y exportan por un país ficticio denominado «resto del mundo».

La introducción del «resto del mundo» cierra el sistema y permite clasificar el contenido energético según el origen de las fuentes de energía primaria utilizadas para las producciones nacionales e importadas:

- a) La energía primaria de origen nacional.
- b) La energía primaria importada.
- c) La energía primaria incorporada en las importaciones.

Lo que da lugar a tres tipos de contenido energético:

Contenido energético interior

El contenido energético interior de un producto entregado a la demanda final es la medida del volumen de origen interior consumido directa e indirectamente para la producción nacional de ese producto.

Contenido energético importado

El contenido energético importado de un producto entregado a la demanda final es la medida del volumen de la energía primaria importada consumida directa e indirectamente para la producción nacional de ese producto. Hay que resaltar que el con-

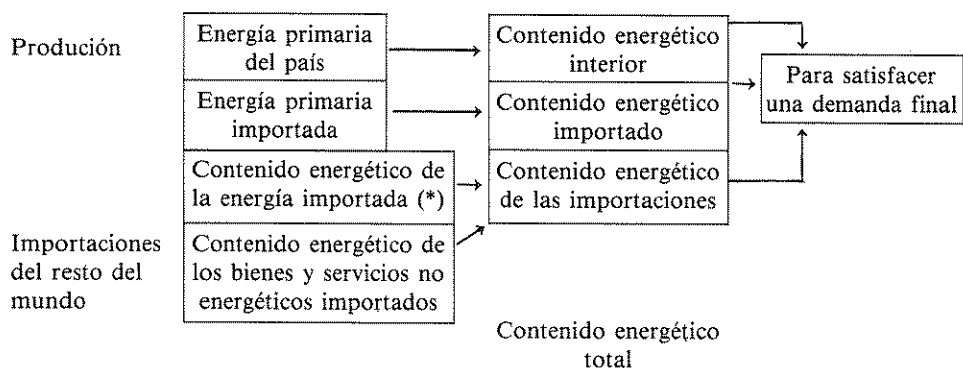
tenido energético e importado no incluye el contenido energético de las fuentes de energía primaria y derivada importadas, en el de las demás importaciones.

Contenido energético de las importaciones

El contenido energético de las importaciones de un producto es la medida del volumen de energía primaria consumida directa e indirectamente fuera del país considerado para producir todas las importaciones (energéticas y no energéticas) necesarias para la producción nacional de ese producto.

El siguiente esquema permite ilustrar estos conceptos:

ESQUEMA DE CONTENIDOS ENERGETICOS



(*) Primaria y derivada.

Poder calorífico

Por definición, el poder calorífico de un bien energético es la medida de la energía que se puede obtener de su utilización (por ejemplo, por su combustión).

En las TIOEN, el poder calorífico de una fuente de energía derivada producida en el país se encuentran como entradas en la rama que la produce (entrada para transformación) y, por otra parte, en la producción efectiva de esta rama (salida para transformación). Por el contrario, para una fuente de energía primaria producida en el país, su poder calorífico no le es facilitado por ninguna otra rama, sino que se obtiene directamente de la naturaleza. Por tanto, el poder calorífico propio de la fuente de energía primaria no se encuentra más que en la producción efectiva de la rama que lo produce. De este diferente tratamiento resulta que el contenido energético no tiene el mismo significado para las fuentes de energía primarias que para las derivadas.

3. ANALISIS INPUT-OUTPUT. CALCULO DE LOS CONTENIDOS ENERGETICOS

El modelo input-output clásico, en forma matricial, se puede escribir:

$W = AW + Y$, o forma equivalente: $W = (I - A)^{-1} Y$, que permite calcular el vector «w» de los bienes y servicios necesarios, directa o indirectamente para el

proceso productivo, representado por la matriz de los coeficientes técnicos «A», para satisfacer un vector de demanda final «y» dado.

La consideración del origen de los flujos (nacional o importado), lleva a una variante del modelo input-output clásico (2). En esta variante los flujos de origen interior son los que se toman para el cálculo de la matriz inversa. Por tanto, el coeficiente vertical utilizado no es el coeficiente técnico de la matriz «A». Este coeficiente no comprende la parte importada del flujo; esta parte deberá introducirse de manera explícita en el modelo.

Utilizaremos la siguiente notación:

A^d : matriz de los coeficientes verticales de los flujos de origen interior expresados por unidad de producción efectiva.

A^m : matriz de los coeficientes de importación de los flujos de origen importado expresados por unidad de producción efectiva.

$A = A^d + A^m$, matriz de coeficientes técnicos.

El modelo, por tanto, se podrá escribir:

$$W = (I - A^d)^{-1} y \quad [2]$$

El contenido energético interior se calcula a partir del conocimiento de las producciones efectivas inducidas por una demanda final dada. En efecto, es posible calcular la proporcionalidad a esta producción por rama, en particular el consumo intermedio de un producto por el conjunto de ramas para cada uno de los productos. Por ejemplo, para el producto «i» este consumo intermedio será igual al i-ésimo elemento del vector C^d , definido:

$C^d_i = A^d_i (I - A^d)^{-1} y$ [3], donde A^d_i es la i-ésima fila de A^d . En consecuencia, C^d_{ij} es el contenido energético interior en el producto energético de tipo «i» por unidad de demanda final del producto «j».

El contenido energético imputado se calcula a partir de las importaciones. Estas constituyen otra variable proporcional a la producción que es posible calcular una vez son conocidas las producciones efectivas inducidas, sea:

$$C^m_i = A^m_i (I - A^d)^{-1} y \quad [4]$$

Por definición, C^m_{ij} , será el contenido energético importado del producto energético del tipo «i» por unidad de demanda final del producto «j».

El cálculo del *contenido energético de las importaciones* requiere conocer para cada país de dónde provienen sus importaciones y también el contenido energético de los productos considerados, según el país de origen. Sin embargo, la información para este tipo de cálculo no está disponible. Puede, no obstante, obtenerse una aproximación utilizando los contenidos energéticos, bien del mismo país, o bien de un grupo de países para los que está disponible dicha información.

(2) Para una exposición más detallada, véase «Metodologie des TES Communataires 1970-1975». Serie specials 1 - 1976, págs. 24-29.

[2] Véase «Metodologie des TES Communataires 1970-1975». Serie specials 1 - 1976.

Este método ha sido adoptado parcialmente, consistiendo en calcular los contenidos energéticos de un país ficticio construido al agregar los flujos de las TIOEN de los países que comercian con el país en cuestión. La matriz de los coeficientes técnicos de ese país ficticio se construye entonces, y la notaremos $A^r = R^d + R^m$, donde R^d y R^m son, respectivamente, las matrices de los coeficientes verticales de origen interior e importado. Es necesario señalar que este país ficticio, al que llamaremos «resto del mundo», es autárquico, es decir, su producción cubre todas sus necesidades: los flujos que intervienen en el cálculo de R^m se suponen entonces producidos por dicho país ficticio.

Para un país dado, el vector de las importaciones energéticas y no energéticas inducidas por una demanda final y viene dado por la expresión $C_1^m = A_1^m (I - A^d)^{-1} y$

Este vector de importaciones constituye una demanda final que se solicita al resto del mundo. Para satisfacerla, este último debe producir:

$$(I - A^r)^{-1} A_1^m (I - A^d)^{-1} y$$

La cantidad de energía del tipo «i» que el resto del mundo debe consumir directa e indirectamente para esta producción vendrá dado entonces por $C_{ij}^R = A_1^R (I - A^d)^{-1} y$ [5], siendo C_{ij}^R el contenido energético de las importaciones de energía del tipo «i» por unidad de demanda final del producto «j».

Hay que precisar que se trata de una demanda final que se dirige al sistema de producción del país considerado. Una demanda final que se dirija directamente al resto del mundo tendrá el contenido energético de las producciones del resto del mundo.

El contenido energético total se obtiene mediante la suma de los tres contenidos energéticos anteriormente calculados:

$$C_{ij} = C_{ij}^d + C_{ij}^m + C_{ij}^R \quad [6]$$

donde para una demanda final unitaria «ej» tendremos:

$$C_{ij}^d = A_1^d (I - A^d)^{-1} e_j \quad [3]$$

$$C_{ij}^m = A_1^m ((I - A^d)^{-1} e_j) \quad [4]$$

$$C_{ij}^R = A_1^R (I - A^r)^{-1} A^m (I - A^d)^{-1} e_j \quad [5]$$

Para el resto del mundo, el contenido energético relativo a las demandas finales de los países que se dirigen directamente a él se calculará mediante las mismas expresiones, sustituyendo las matrices A^d y A^m por R^d y R^m .

3.1. Contenidos energéticos en valor

Para este cálculo se utilizan únicamente las informaciones en valor de las TIO, las matrices A^d , A^m y A^r , sobre las cuales se basan todos los cálculos y se construyen a partir de la TIO en valor.

Las ecuaciones [3], [4] y [5] están, por tanto, resueltas. Los resultados obtenidos sin problemas de dimensionalidad se expresan en la misma unidad monetaria.

3.2. Contenidos energéticos en cantidad

El método utilizado es el denominado *mixto*. Sigue el mismo cálculo que para los contenidos energéticos en valor, esto es, la resolución de las ecuaciones [3], [4] y [6], pero las matrices A^d , A^m y A^r que participan de este cálculo incorporan las informaciones cuantitativas relativas a los flujos de los productos energéticos. Recordemos que en las TIOEN los flujos energéticos se expresan en valor y en cantidad, respectivamente, en unidad monetaria nacional y en terajulios.

Es aquí donde surge el problema de dimensionalidad y, por tanto, se hace necesario elaborar un sistema de normalización que permita soslayar el problema.

En efecto, por construcción, las matrices A^d , A^m y A^r tienen expresados sus elementos en un sistema dimensional que notaremos $[A]$, y que viene representado por la tabla:

$\frac{T_j}{T_j} = s$	$\frac{T_j}{V}$	$T_j = \text{terajulio}$ $V = \text{valor}$ $S = \text{escalar}$
$\frac{V}{T_j}$	$\frac{V}{V} = S$	

Dado el sistema dimensional de los elementos de estas matrices, las dimensiones en las que expresaran los contenidos energéticos calculados mediante este método no son del todo evidentes. Para determinarlas, estableceremos, en primer lugar, la de la matriz inversa $(I - A)^{-1}$, seguidamente, la del producto matricial $A(I - A)^{-1}$. En esta sección, «A» representa a las matrices A^d , A^m y A^r .

Particionando esta matriz representativa «A» según las unidades en las cuales se expresan sus elementos:

$$A = \begin{pmatrix} A_1 & A_2 \\ \cdot & \cdot \\ A_3 & A_4 \end{pmatrix}$$

y:

$$[A] = \begin{pmatrix} [A_1] & [A_2] \\ [A_3] & [A_4] \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} S & \frac{T_j}{V} \\ \frac{V}{T_j} & S \end{pmatrix}$$

Dado que «I» es una matriz de escalas, tendremos $[I - A] = [A]$, de manera que podemos representar $[I - A]$ por $[A]$.

Sea:

$$A^{-1} = K = \begin{pmatrix} K_1 & K_2 \\ K_3 & K_4 \end{pmatrix}$$

donde las submatrices de «K» pueden expresarse en función de las submatrices de «A» y de sus inversas. Señalemos que A_1 y A_4 , que son matrices cuadradas, suponemos que se pueden invertir.

Se puede demostrar que:

$$K_4 = (A_4 - A_3 A_1^{-1} A_2)^{-1}$$

$$K_3 = -K_4 A_3 A_1^{-1}$$

$$K_2 = -A_1^{-1} A_2 K_4$$

$$K_1 = A_1^{-1} (I - A_2 K_3)$$

que son las fórmulas clásicas de la inversión particionada.

Sabiendo que la inversa de una matriz de escalares es también una matriz de escalares, se obtiene:

$$\begin{aligned} [A_1]^{-1} &= [A_1] = S \\ K_4 &= \left(S - \frac{V}{T_j} S \frac{T_j}{V} - 1 \right) = (S)_{-1}^{-1} = S \\ K_3 &= S \frac{V}{T_j} \frac{1}{S} = \frac{V}{T_j} \\ K_2 &= S \frac{T_j}{V} \frac{1}{S} = \frac{T_j}{V} \\ K_1 &= S \left(S - \frac{T_j}{V} \frac{V}{T_j} \right) = S \end{aligned}$$

de forma que:

$$[(I - A)^{-1}] = [A^{-1}] = [k] = \begin{pmatrix} S & \frac{T_j}{V} \\ \frac{V}{T_j} & S \end{pmatrix}$$

y el producto matricial $A (I - A)^{-1}$, cuyos elementos son los contenidos energéticos buscados, se expresarán igualmente en el mismo sistema de unidades. En efecto:

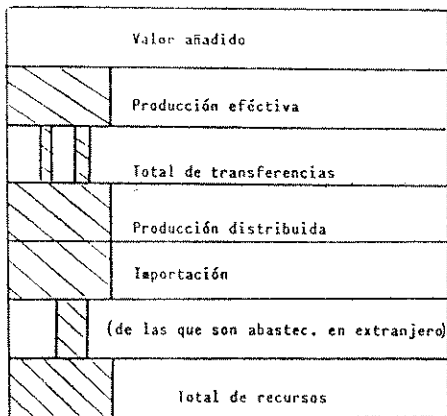
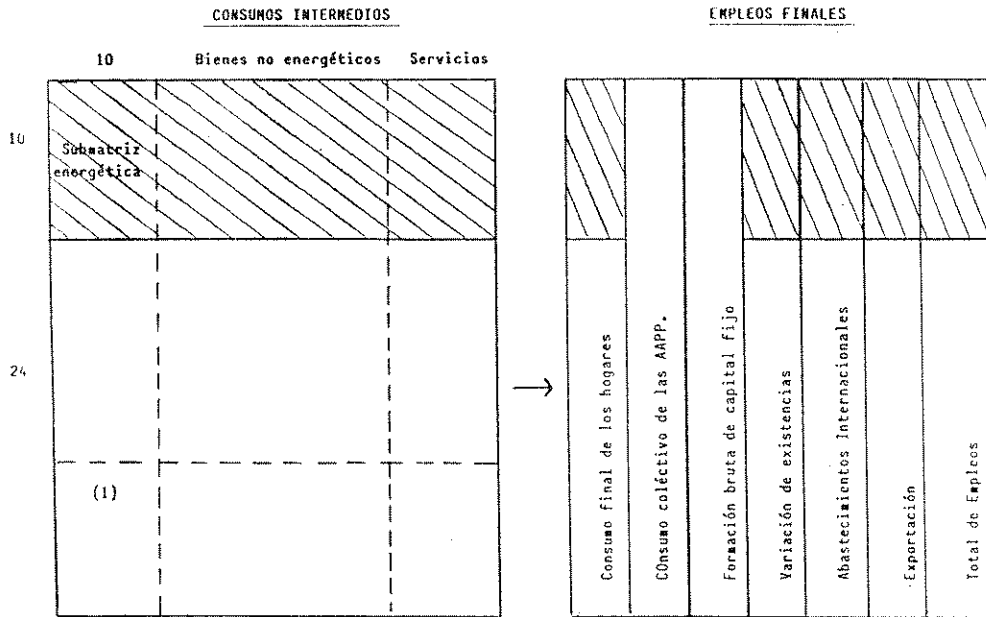
$$[A (I - A)^{-1}] = \begin{pmatrix} S & \frac{T_j}{V} \\ \frac{V}{T_j} & S \end{pmatrix} \begin{pmatrix} S & \frac{T_j}{V} \\ \frac{V}{T_j} & S \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} S & \frac{T_j}{V} \\ \frac{V}{T_j} & S \end{pmatrix}$$

Se comprueba así que la estructura de la matriz simbólica [A] es invariante respecto a las operaciones algebraicas de inversión y de productos materiales. Este resultado es aplicable a las soluciones de las ecuaciones [3] [4] y [5] y evita toda ambigüedad en la interpretación de los contenidos energéticos calculados por este método.

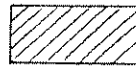
BIBLIOGRAFIA

- SEC. Sistema Europeo de Cuentas Económicas Integradas. INE.
- Metodologie des TES Communitaires (1970-1975. Serie specials 1 - 1976. EUROSTAT.
- Definitions et methodes du tableau entrées-sorties de l'énergie, 1986. EUROSTAT.
- Principes et methodes de Bilans de l'énergie, 1982. Office statistique des communautés européennes. División. Energie.

ANEXO A: ESQUEMA DE LAS TABLAS INPUT-OUTPUT DE LA ENERGIA



ENTRADAS PRIMARIAS



Subrayado: flujos en valor y en julios (energía directa)

(1) Eventualmente, basuras y desperdicios

ANEXO B: TABLAS INPUT-OUTPUT DE LA ENERGIA

Nº	codigos	Monoclasatura de las ramas (= PRODUCTOS)	Definición en términos de los grupos MACE/OLIO	Codigos de la nomenclatura en 59 ramas
1	031	Hulla y aglomerados de hulla	111	031
2	033	Lignito y briquetas de lignito	112	033
3	050	Coque	120	050
4	071	Petróleo bruto	ex130	071
5	073	Productos petrolíferos	140	073
6	075	Gas natural	ex130	075
7	097	Electricidad	161	097
8	098	Gas manufacturado	162*	098
9	099	Vapor, agua caliente aire	163	099
10	110	Combustibles nucleares	151+152	110
11	095	Agua (captación, depuración y distribución)	170	095
12	010	Productos de la agricultura, silvicultura y pesca	011/030	010
13	135	Minerales de hierro y productos siderúrgicos CECA	211+221	135
14	136	Productos siderúrgicos no CECA	222+223	136
15	137	Minerales no férreos, metales no férreos	212+224	137
16	151	Cemento, cal y yeso	242	151
17	153	Vidrio	247	153
18	155	Tierra cocida, productos cerámicos	241+248	155
19	157	Otros minerales y derivados (no metálicos)	231/239+243/246	157
20	170	Productos químicos	252/260	170
21	190	Productos en metales	311/316	190
22	210	Máquinas agrícolas e industriales	321/325	210
23	240	Máquinas diversas y material eléctrico	330/347+371/374	230+250

24	270	Vehículos y motores automóbiles	351/353	270
25	290	Otros medios de transporte	361/365	290
26	360	Productos alimenticios, bebidas y tabaco	411/429	310+330+350+370 +390
27	410	Productos textiles, vestidos	431/439+453/456	410
28	430	Cuero, artículos de piel y cuero, calzado	441/451	430
29	450	Madera y muebles de madera	461/467	450
30	471	Pastas, papel y cartón	471	471
31	473	Artículos en papel, impresión	472/474	473
32	490	Productos en caucho y plástico	481/483	490
33	510	Productos de otras industrias manufactureras	491/495	510
34	530	Edificios y obras de ingeniería civil	505/509	530
35	550	Recuperación y reparación	620+671+672	550
36	580	Comercio, restaurantes y alojamiento	610/660	570+590
37	611	Ferrocarriles	710	611
38	613	Transportes por carretera y urbanos, etc.	721/725	613
39	617	Navegación interior	730	617
40	631	Transporte marítimo y de cabotaje	741+742	631
41	633	Transporte aéreo	750	633
42	720	Otros servicios destinados a la venta	761/850+92c/97c + 981/984	650+670+690+710 +730+750+770+790
43	960	Servicios no destinados a la venta	91+99+92ab/97, a,b	810+850+890+930
	991	Total de empleos intermedios		

ANEXO C: TABLAS INPUT-OUTPUT DE LA ENERGIA

CODIGO	NOMENCLATURA DE LOS EMPLEOS FINALES
015	Consumo final de los hogares en el territorio económico y consumo colectivo de las ipsfl.
020	Consumo colectivo de las administraciones públicas.
190	Formación bruta de capital fijo.
290	Variación de existencias.
491	Suministros (de energía) internacionales.
493	Exportaciones (excluyendo los llamados suministros internacionales)
890	Total de empleos finales.
990	Total de empleos.

CODIGO	NOMENCLATURA DE LAS ENTRADAS PRIMARIAS
015	Remuneración de los asalariados.
030	Excedente neto de explotación.
080	Consumo de capital fijo.
170	Impuestos ligados a la producción netos de subvenciones de explotación.
190	Valor añadido bruto a precios de mercado.
270	IVA no deducible sobre las entradas intermedias de las ramas.
290	Producción efectiva a precios salida de fábrica.
390	Total de transferencias.
490	Producción distribuida a precios salida de fábrica.
590	Importaciones cif
690	Impuestos ligados a la importación.
791	Suministros (de energía) internacionales.
980	Total de recursos

APROXIMACION AXIOMATICA A LOS INDICES DE DESIGUALDAD Y POBREZA

**JOSE MIGUEL CASAS SANCHEZ
JOSE JAVIER NUÑEZ VELAZQUEZ**
Universidad de Alcalá de Henares

1. INTRODUCCION

Es conocido que la renta per cápita y su distribución son de cierta utilidad para el estudio y análisis del bienestar económico. En general, una mayor renta per cápita y una mayor equidistribución implican un mayor bienestar. Este problema, entre otros, puede estudiarse utilizando indicadores contruidos a partir de las distribuciones de ingreso o renta, como lo son los índices de desigualdad y los de pobreza.

Estos índices se vienen utilizando en la literatura estadística bajo una gran variedad de formulaciones, siendo nuestro propósito analizar algunas axiomáticas y proponer una que permite, en cierto modo, sintetizar y estructurar gran parte de la información disponible, obteniendo las respectivas caracterizaciones.

En cuanto a los índices de desigualdad, siguiendo la clasificación que efectúa A. Sen (1973), pueden ser normativos si se construyen a partir de una función de bienestar social, o positivos si se obtienen directamente de la función de ingreso. Estos últimos podrán ser absolutos si su unidad de medida coincide con la del ingreso o relativos si son adimensionales. En este trabajo abordaremos las medidas de desigualdad positivas relativas que, a nuestro juicio, resultan de más utilidad.

2. UNA AXIOMATICA PARA LOS INDICES DE DESIGUALDAD

2.1. Caso descriptivo

A partir de la axiomática desarrollada por Burk & Gehrig (1976), para obtener «índices de ingreso social» que pudieran hacer explícita la fórmula del índice de desi-

gualdad de ingresos de Atkinson (1), tratamos a continuación de desarrollar una axiomática válida para la construcción de índices de desigualdad.

Para tal fin, comencemos el estudio por el caso descriptivo. Así, sea el vector $x = (x_1, x_2, \dots, x_n)$ aquel cuyas componentes constituyen los diferentes niveles de ingreso, y sea R_+^n el espacio de los vectores reales n-dimensionales con componentes no negativas (2). En estas condiciones, definamos los índices de desigualdad y el sistema axiomático que se va a imponer.

Definición

Un índice de desigualdad (en una sociedad con n niveles de ingresos) es una función $I: R_+^n \rightarrow R_+$.

Por otra parte, consideremos el siguiente conjunto de axiomas:

A1. $I(c, c, \dots, c) = 0, \forall c \in R_+$.

A2. $I(\lambda x_1, \lambda x_2, \dots, \lambda x_n) = I(x_1, x_2, \dots, x_n), \forall \lambda \in (0, 1)$ (2')

A3. Si $x \geq y$, siendo $x \neq y \Rightarrow I(x_1, x_2, \dots, x_n) < I(y_1, y_2, \dots, y_n)$

A4. Sea $P(\cdot)$ una permutación cualquiera de orden n, entonces:

$$I[P(x_1, x_2, \dots, x_n)] = I(x_1, x_2, \dots, x_n), \forall x \in R_+^n$$

A5. $\forall x \in R_+^n$, consideremos $x^{(m)} = (x_1, x_2, \dots, x_m)$, con $m < n$, y sea

$$I_m = I^*(x_1, x_2, \dots, x_m)$$

Entonces (3): $I(x_1, x_2, \dots, x_n) = I(I'_m, I'_m, \dots, I'_m, x_{m+1}, \dots, x_n)$, siendo $I'_m = \bar{x}^{(m)} \cdot (1 - I_m)$, y $\bar{x}^{(m)}$ es la media aritmética de $x^{(m)}$.

A6. La función $I(\cdot)$ es continua.

A continuación trataremos de caracterizar los índices que cumplen este sistema de axiomas.

Teorema 1

Una condición necesaria y suficiente para que un índice de desigualdad cumpla los axiomas A1, A2, ..., A6, es que tenga la siguiente forma:

$$I(x_1, x_2, \dots, x_n) = 1 - \frac{1}{x} a_\epsilon^{1/\epsilon}, \text{ para } \epsilon > 0, \quad [1]$$

siendo a_ϵ el momento, respecto al origen, de orden ϵ .

Demostración

1. Condición necesaria

Teniendo en cuenta los resultados de Nagumo (1970), se puede afirmar que A1, A3, A4, A5 y A6 obligan a que $I(\cdot)$ sea necesariamente de la forma:

(1) Puede verse en Atkinson (1970), entre otros.

(2) Evidentemente, cada nivel de ingresos deberá ser no negativo. Excluimos, sin embargo, el punto (0, 0, ..., 0), lo que no supone restricción en la práctica.

(2') Este axioma establece una relación de equivalencia sobre el conjunto de vectores de ingreso, R_+^n . Así pues, en lo que sigue se trabajará con clases de equivalencia en lugar de vectores individuales de ingreso.

(3) I^* se define de modo análogo, tomando $I^*: R_+^m \rightarrow R_+$.

$$I(x_1, x_2, \dots, x_n) = 1 - \frac{1}{\bar{x}} \cdot u^{-1} \left[\sum_{i=1}^n \frac{1}{n} u(x_i) \right]$$

donde $u(\cdot)$ es una función estrictamente monótona y continua en \mathbb{R}_+ .

Por otra parte, para que se verifique A2, la función:

$$u^{-1} \left[\sum_{i=1}^n \frac{1}{n} u(x_i) \right]$$

debe ser homogénea de grado uno, y teniendo en cuenta el resultado de Burk y Gehrig (1976), según el cual:

$$u^{-1} \left[\sum_{i=1}^n \frac{1}{n} u(x_i) \right] = \bar{x} \left[\sum_{i=1}^n \frac{1}{n} \left(\frac{x_i}{\bar{x}} \right)^\epsilon \right]^{1/\epsilon}$$

llegamos a obtener que, efectivamente:

$$\begin{aligned} I(x_1, x_2, \dots, x_n) &= 1 - \frac{1}{\bar{x}} \bar{x} \left[\sum_{i=1}^n \frac{1}{n} \left(\frac{x_i}{\bar{x}} \right)^\epsilon \right]^{1/\epsilon} = \\ &= 1 - \frac{1}{\bar{x}} \left[\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i^\epsilon \right]^{1/\epsilon} = 1 - \frac{1}{\bar{x}} a_\epsilon^{1/\epsilon} \end{aligned}$$

2. Condición suficiente

Demostremos que [I] verifica el sistema de axiomas:

A1. $I(c, c, \dots, c) =$

$$= 1 - \frac{1}{c} \left[\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n c^\epsilon \right]^{1/\epsilon} = 1 - \left[\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \left(\frac{c}{c} \right)^\epsilon \right]^{1/\epsilon} = 0$$

A2. $I(\lambda x_1, \lambda x_2, \dots, \lambda x_n) =$

$$\begin{aligned} &= 1 - \frac{1}{\lambda \bar{x}} \left[\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (\lambda x_i)^\epsilon \right]^{1/\epsilon} = \\ &= 1 - \frac{1}{\bar{x}} \left[\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i^\epsilon \right]^{1/\epsilon} = I(x_1, \dots, x_n) \end{aligned}$$

A3. Si $x \succ y$, $x \neq y \Rightarrow x_i \succ y_i$, $\forall i$ y además existe algún j para el que $x_j \succ y_j \Rightarrow x_j^\epsilon > y_j^\epsilon$, $\forall i$ y existe j : $x_j^\epsilon > y_j^\epsilon$ para $\epsilon > 0 \Rightarrow$

$$\begin{aligned} &\Rightarrow \sum_{i=1}^n x_i^\epsilon > \sum_{i=1}^n y_i^\epsilon \Rightarrow \\ &\Rightarrow \left[\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i^\epsilon \right]^{1/\epsilon} > \left[\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n y_i^\epsilon \right]^{1/\epsilon} \Rightarrow \\ &\Rightarrow - \left[\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i^\epsilon \right]^{1/\epsilon} < - \left[\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n y_i^\epsilon \right]^{1/\epsilon} \Rightarrow \\ &\Rightarrow - \frac{1}{\bar{x}} \left[\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i^\epsilon \right]^{1/\epsilon} < - \frac{1}{y} \left[\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n y_i^\epsilon \right]^{1/\epsilon} \Rightarrow \\ &\Rightarrow I(x_1, x_2, \dots, x_n) < I(y_1, y_2, \dots, y_n) \end{aligned}$$

$$A4. \sum_{i=1}^n x_i^\epsilon = \sum_{i=1}^n P(x_i)^\epsilon \quad (4)$$

y también $\bar{x} = \overline{P(x)}$, y por tanto: $I(x_1, x_2, \dots, x_n) = I[P(x_1, x_2, \dots, x_n)]$

$$A5. I_m^* = \bar{x}^{(m)} \cdot (1 - I_m^*) = \\ = \frac{\bar{x}^{(m)}}{\bar{x}^{(m)}} \left[\frac{1}{m} \sum_{i=1}^m x_i^\epsilon \right]^{1/\epsilon} = \left[\frac{1}{m} \sum_{i=1}^m x_i^\epsilon \right]^{1/\epsilon}$$

Por tanto, en la expresión de $I(I_m^*, I_m^*, \dots, I_m^*, x_{m+1}, \dots, x_n)$, lo que queda bajo el signo de potenciación es:

$$\frac{1}{n} \left[\sum_{i=1}^m I_m^{\epsilon} + \sum_{i=m+1}^n x_i^\epsilon \right] = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i^\epsilon$$

que es el correspondiente a $I(x_1, x_2, \dots, x_n)$.

A6. $I(\cdot)$ es continua si eliminamos, como ya se hizo, el punto $(0, 0, \dots, 0)$, que es el único problemático.

2.2. Caso estocástico

Sea Y la variable aleatoria que modeliza el ingreso de una población. Supongamos que Y es de tipo discreto y que toma un número finito de valores, que constituyen el vector de ingreso $y = (y_1, \dots, y_n)$, donde $y_i \geq 0$ ($i = 1, 2, \dots, n$), y se supone que sus componentes están ordenadas en sentido creciente. Así pues, la distribución de probabilidades será del tipo:

$$P_i = P(Y = y_i), \quad i = 1, 2, \dots, n.$$

Sea $D(y)$ el conjunto de todas las posibles funciones de distribución de tipo discreto para la variable aleatoria Y construida a partir del vector de ingresos « y », que no es más que el conjunto de todas las funciones escalonadas que presentan saltos positivos en los puntos y_1, y_2, \dots, y_n , cuya suma global es la unidad.

En estas condiciones, vamos a definir los índices de desigualdad para Y y el sistema de axiomas que se va a imponer.

Definición

Un índice de desigualdad para Y es una función $I: D(y) \rightarrow \mathbb{R}_+$.

Por otra parte, consideremos el siguiente conjunto de axiomas sobre funciones de este tipo:

B1. Si Y es una variable aleatoria degenerada en el punto y_j , y su función de distribución es $F(\cdot)$, entonces $I(F) = 0$.

B2. Consideremos la variable aleatoria definida por $Z = \lambda Y$, para $\lambda > 0$, y sea $G(\cdot)$ su función de distribución. Entonces:

(4) Por $P(x_i)$ expresamos el valor que $P(x_1, \dots, x_n)$ asigna a x_i .

$$I^*(G) = I(F), \quad \forall \lambda > 0$$

donde $I^*: D(\lambda Y) \rightarrow R_+$, se define análogamente a como se hizo para $I(\cdot)$.

B3. Sean $F, G \in D(y)$ tales que $F(z) \geq G(z)$, $\forall z$, con desigualdad estricta para algún z . Entonces:

$$I(F) < I(G)$$

B4. Si se tienen $\{F_1, F_2, \dots, F_m\}$, $\{G_1, G_2, \dots, G_m\}$, todas funciones de distribución de $D(y)$, tales que:

$$I(F_i) = I(G_i), \quad i = 1, 2, \dots, m$$

entonces:

$$I\left[\sum_{i=1}^m \lambda_i F_i\right] = I\left[\sum_{i=1}^m \lambda_i G_i\right],$$

donde los $\{\lambda_i\}$ son tales que:

$$\lambda_i \geq 0, \quad \forall i \text{ y } \sum_{i=1}^m \lambda_i = 1$$

De la misma forma que en el caso descriptivo, demostramos un teorema de caracterización de los índices de desigualdad que se derivan de esta axiomática.

Teorema 2

Una condición necesaria y suficiente para que un índice de desigualdad, para la variable Y , cumpla los axiomas B1, B2, B3 y B4 es que tenga la siguiente forma:

$$I(F) = 1 - \frac{E[Y^\epsilon]^{1/\epsilon}}{E[Y]}, \quad \text{para } \epsilon > 0 \quad [2]$$

Demostración

1. Condición necesaria

A partir de los resultados de Hardy, Littlewood y Polya (1967), se tiene que, si se cumplen B1, B3 y B4, entonces $I(F)$ es de la forma:

$$I(F) = 1 - \frac{1}{E[Y]} \cdot u^{-1}\{E[u(Y)]\}$$

donde $u(\cdot)$ es una función monótona y continua de R .

Si imponemos B2, esto equivale a que $u^{-1}\{E[u(Y)]\}$ sea una función homogénea de grado uno, y utilizando de nuevo los resultados de Hardy, Littlewood y Polya (1967), se tiene que:

$$u(Y) = Y^\epsilon, \quad \epsilon > 0$$

Por tanto:

$$I(F) = 1 - \frac{1}{E[Y]} [E(Y^\epsilon)]^{1/\epsilon}$$

2. Condición suficiente

Probemos que [2] verifica los axiomas. Para ello, en este caso:

$$I(F) = 1 - \frac{E[Y^\epsilon]^{1/\epsilon}}{E[Y]} = 1 - \frac{1}{E[Y]} \left[\sum_{i=1}^n p_i y_i^\epsilon \right]^{1/\epsilon}$$

B1. Si Y degenera en el punto y_i , entonces:

$$F(y) = \begin{cases} 0, & \text{si } y < y_i \\ 1, & \text{si } y \geq y_i \end{cases}$$

Por tanto, $E[Y^\epsilon] \Rightarrow y_i^\epsilon \Rightarrow E[Y^\epsilon]^{1/\epsilon} = y_i$.

Como $E[Y] = y_i$, se tiene que:

$$I(F) = 1 - \frac{y_i}{y_i} = 0$$

B2. Si $Z = \lambda Y$, se tiene que $G(z) = F(z/\lambda)$. Así:

$$\begin{aligned} E[Z^\epsilon] &= \sum_{i=1}^n p_i (\lambda y_i)^\epsilon = \lambda^\epsilon E[Y^\epsilon] \Rightarrow \\ &\Rightarrow E[Z^\epsilon]^{1/\epsilon} = \lambda E[Y^\epsilon]^{1/\epsilon} \end{aligned}$$

Como $E[Z] = \lambda E[Y]$, se tiene que:

$$I^*(G) = 1 - \frac{\lambda E[Y^\epsilon]^{1/\epsilon}}{\lambda E[Y]} = I(F)$$

B3. Es claro que si $F(z) \geq G(z)$, $\forall z$, se tiene que:

$$E[Y_1^\epsilon] > E[Y_2^\epsilon], \quad \epsilon > 0, \quad (5)$$

de donde:

$$\begin{aligned} E[Y_1^\epsilon]^{1/\epsilon} > E[Y_2^\epsilon]^{1/\epsilon} &\Rightarrow -E[Y_1^\epsilon]^{1/\epsilon} < -E[Y_2^\epsilon]^{1/\epsilon} \Rightarrow \\ &\Rightarrow -\frac{E[Y_1^\epsilon]^{1/\epsilon}}{E[Y_1]} < -\frac{E[Y_2^\epsilon]^{1/\epsilon}}{E[Y_2]} \Rightarrow I(F) < I(G) \end{aligned}$$

B4. Supongamos que las variables aleatorias $Y_{11}, Y_{12}, \dots, Y_{1m}$ son las que dan lugar a las funciones de distribución F_1, F_2, \dots, F_m y las variables aleatorias $Y_{21}, Y_{22}, \dots, Y_{2m}$ dan lugar a G_1, G_2, \dots, G_m , donde todas las variables están construidas sobre el vector «y». Entonces, basta tener en cuenta las variables aleatorias:

$$Y_1 = \sum_{i=1}^m \lambda_i Y_{1i}, \quad Y_2 = \sum_{i=1}^m \lambda_i Y_{2i}$$

(5) Se exige desigualdad estricta para algún z.

siendo $\lambda_i \geq 0$, y tales que su suma vale uno, con lo que estas variables aleatorias son mixturas de las $\{Y_{1i}\}$ y $\{Y_{2i}\}$, respectivamente, y sustituir sus distribuciones de probabilidad en la expresión de $I(\cdot)$.

3. ESTIMACION

El problema de la estimación de índices de desigualdad poblacionales queda reducido, como vemos, al problema de estimar los momentos con respecto al origen de orden 1 y ϵ de la distribución discreta de Y , y, por tanto, queda encuadrado en el marco de los problemas generales de estimación (6).

4. AXIOMATICA PARA LOS INDICES DE POBREZA

Vamos a exponer a continuación una axiomática coherente que dé lugar a índices de pobreza, entendiendo por estos los que tratan de cuantificar el nivel de pobreza de una sociedad. Comenzaremos definiendo el concepto de índice de pobreza. Así pues, sean $x, y \in R_+^n$, dos vectores de ingresos de poblaciones de tamaño n (7), y sea $l \in R_+$, la línea de pobreza. En estas condiciones, definimos $x(1)$ y $y(1)$ como los subvectores de x, y , respectivamente, formados por los ingresos que no llegan a la línea de pobreza; es decir, los ingresos de las personas pobres:

$$\begin{aligned} x(1) &= (x_1, \dots, x_p) \text{ tal que } x_i < l, i = 1, \dots, p \\ y(1) &= (y_1, \dots, y_q) \text{ tal que } y_i < l, i = 1, \dots, q \end{aligned}$$

Así pues, un índice de pobreza deberá ser una función:

$$I_p: R_+^n \times R_+ \rightarrow R$$

tal que, a cada vector de ingresos y nivel de pobreza, asigne un índice. Este índice deberá verificar la siguiente condición: «Si se toman dos vectores de ingresos con iguales subvectores de ingresos en los pobres, los índices deberán coincidir». Es decir:

$\forall n \in N, \forall x, y \in R_+^n$ y dado $l \in R_+$, se tiene que:

$$x(1) = y(1) \Rightarrow I_p(x, l) = I_p(y, l)$$

Exponemos a continuación una axiomática para construir estos índices.

4.1. Axiomática de Kundu-Smith

Se basa en el siguiente conjunto formado por tres axiomas:

K1. Transferencias en sentido creciente

(6) No abordamos explícitamente este problema aquí, por entender que nos desviaría de la idea fundamental que guía este estudio y que consiste en presentar axiomáticas coherentes para caracterizar tanto los índices de desigualdad como para otros aspectos relacionados.

(7) Supondremos, siempre, que las componentes se ordenan en sentido creciente, que es la razón por la que no se impondrán axiomas de simetría.

$\forall 1, A \in \mathbb{R}_+, \forall x = (x_1, \dots, x_n) \in \mathbb{R}_+^n$, sea:

$$x' = (x_1, \dots, x_i - A, \dots, x_j + A, \dots, x_n) \in \mathbb{R}_+^n$$

$$\text{entonces: } x_i < 1 \Rightarrow I_p(x', 1) \geq I_p(x, 1)$$

K2. Crecimiento de la pobreza

$\forall 1 \in \mathbb{R}_+, \forall x \in \mathbb{R}_+^n$, sea $x' = (x_1, \dots, x_i, y, x_{i+1}, \dots, x_n) \in \mathbb{R}_+^{n+1}$, entonces:

$$y < 1 \Rightarrow I_p(x', 1) > I_p(x, 1)$$

K3. Crecimiento de la riqueza

$\forall 1 \in \mathbb{R}_+, \forall x \in \mathbb{R}_+^n$, sea $x' = (x_1, \dots, x_i, y, x_{i+1}, \dots, x_n) \in \mathbb{R}_+^{n+1}$, entonces:

$$y > 1 \Rightarrow I_p(x', 1) < I_p(x, 1)$$

Como vemos, K1, K2 y K3 forman un grupo coherente de axiomas que permiten describir lo que un índice de pobreza debe medir (8). Sin embargo, el siguiente resultado nos hace reconsiderar el problema.

Teorema 3 (de imposibilidad) (9)

No existen índices de pobreza que satisfagan el sistema de axiomas K1, K2 y K3.

4.2. Axiomática de Sen

En vista de que los axiomas de Kundu-Smith no permiten la construcción de índices de pobreza, hemos de plantearnos el debilitar alguno o varios de estos axiomas.

Otro conjunto válido de axiomas es el propuesto por A. Sen, en donde se suponen siempre dos vectores de ingresos $x, y \in \mathbb{R}_+^n$, tales que $\dim [x(1)] = \dim [y(1)]$.

S1. Monotonía (10)

Si $x(1) < y(1)$, y el resto de las componentes de x , y coinciden, entonces $I_p(x, 1) > I_p(y, 1)$.

S2. Transferencia débil

Si $y = (x_1, \dots, x_i - A, \dots, x_j + A, \dots, x_n)$, con $A \in \mathbb{R}_+$, entonces:

$$x_i < 1 \Rightarrow I_p(y, 1) > I_p(x, 1) \quad (11)$$

Así pues, si comparamos el sistema de axiomas K1, K2, K3 y el sistema S1, S2, observamos que si bien K1 supone un pequeño debilitamiento de S2, es claro que

(8) El significado económico de los axiomas es el siguiente:

K1: Cualquier transferencia de ingresos de un individuo pobre a uno más rico debe aumentar el índice de pobreza. K2: Si se incorpora a esta sociedad un individuo pobre, permaneciendo inalterados los demás ingresos, el índice de pobreza debe aumentar. K3: Si se incorpora a esta sociedad un individuo rico y el resto mantienen sus ingresos, el índice de pobreza debe descender.

(9) La demostración puede verse en Kundu & Smith (1983).

10. Se entiende que existe i tal que $x_i < y_i$, pudiendo coincidir el resto de las componentes.

(11) Tradicionalmente, se considera un tercer axioma S3, pero éste coincide con la definición dada anteriormente para describir un índice de pobreza, suele denominarse «axioma focal».

S1 es bastante menos restrictivo que K1, K2. En este caso, sí que existen medidas que verifiquen los axiomas. Por ejemplo, citaremos la medida de Sen.

Sea $x \in \mathbb{R}_+^n$ un vector de ingresos y sea $l \in \mathbb{R}_+$ el nivel de pobreza. Consideremos el subvector de ingresos de la zona de pobreza: $x(l) = (x_1, x_2, \dots, x_p)$, entonces definimos la siguiente función:

$$g_i: \mathbb{R}_+^n \times \mathbb{R}_+ \rightarrow \mathbb{R} \quad g_i(x, l) = 1 - x_i$$

para $i = 1, 2, \dots, p$, que indica el ingreso que falta a cada individuo pobre para alcanzar el umbral de pobreza. Por supuesto, la cantidad global de ingresos necesaria para que todos los pobres alcancen el nivel «1» será otra función:

$$g: \mathbb{R}_+^n \times \mathbb{R}_+ \rightarrow \mathbb{R} \quad g(x, l) = \sum_{i=1}^p g_i(x, l)$$

También definimos la siguiente función:

$$r: \{x_1, \dots, x_p\} \rightarrow \{1, \dots, p\}$$

que establece una ordenación según la cual: «El más rico de los pobres tendrá el valor uno, y el más pobre de todos tendrá el valor p». Con las suposiciones efectuadas, tal función será:

$$r(x_i) = p - i + 1, \quad i = 1, 2, \dots, p$$

Con esta notación, la medida de Sen se puede definir mediante la expresión:

$$\begin{aligned} I_p(x, l) &= \frac{2}{(p+1) \cdot n \cdot l} \sum_{i=1}^p g_i(x, l) \cdot r(x_i) = \\ &= \frac{2}{(p+1) \cdot n \cdot l} \sum_{i=1}^p (1 - x_i) (p - i + 1) \end{aligned} \quad [3]$$

que verifica los axiomas S1 y S2, como puede comprobarse sin mucha dificultad. Si, además, se impone un tercer axioma de normalización:

S3. Si todos los individuos cuyo ingreso está por debajo del nivel de pobreza tienen ingresos idénticos, es decir: $x(l) = (x, x, \dots, x)$, entonces:

$$I_p(x, l) = \frac{g(x, l)}{n \cdot l}$$

En este caso, el sistema de axiomas S1, S2 y S3 determina un único índice de pobreza que puede derivarse, tras algunos desarrollos algebraicos a partir de [3], y vale:

$$I_p(x, l) = \frac{p}{n} \left[\frac{g(x, l)}{l \cdot p} + \left(1 - \frac{g(x, l)}{l \cdot p}\right) \frac{p}{l + p} G^* \right]$$

en el que si llamamos:

$$H = \frac{p}{n} \quad I = \frac{g(x, l)}{l \cdot p}$$

adopta la conocida forma:

$$I_p(x, l) = H \left[I + (1 - I) \cdot \frac{p}{l + p} \cdot G^* \right] \quad [4]$$

donde G^* es el índice de Gini, calculado sólo para los ingresos de los individuos pobres.

Si, además, se toma límite, resulta (12):

$$\lim_{p \rightarrow \infty} I_p(x, 1) = H [I + (1 - I) G^*]$$

5. CONCLUSIONES

En este trabajo se ha diseñado una axiomática que permite obtener índices de desigualdad, tanto en el caso descriptivo como en el estocástico, caracterizando la expresión que deben presentar. Aunque no todo los índices utilizados en la práctica se enmarcan dentro de ella, puede comprobarse que, mediante una transformación preliminar del vector de ingresos, la mayor parte de ellos queda englobada, lo que permite tener una gama válida de estos índices para utilizar en la práctica.

En cuanto a los índices de pobreza, nos hemos inclinado por analizar la axiomática de Sen, por ser, a nuestro juicio, la que presenta unos axiomas más coherentes con lo que se ha de exigir a una medida de estas características. Queda, sin embargo, como línea abierta el estudio de esta axiomática en el caso estocástico a partir de distribuciones truncadas.

Por otra parte, parece evidente que los índices de pobreza y de desigualdad están muy relacionados, aunque aún no parece haber expresiones claras en este sentido. Para un análisis de este tipo, puede consultarse Atkinson (1987), Foster (1984), entre otros.

BIBLIOGRAFIA

- ATKINSON, A. B. (1970): «On the measurement of inequality», *Journal of Econ. Theory*, 2, pp. 244-63.
- ATKINSON, A. B. (1987): «On the measurement of poverty», *Econometrica*, 55, n.º 4, pp. 749-64.
- BURK, R. & GEHRIG, W. (1976): «Indices of income inequality and societal income». En *Theory and applications of economic indices* (W. Eichhorn, R. Henn, O. Opitz, R. W. Shephard, eds.). Physical Verlag, pp. 309-56.
- CASAS, J. M. y NUÑEZ, J. J. (1987): «Algunas consideraciones sobre las medidas de concentración. Aplicaciones», *I Congreso de ASEPELT-ESPAÑA*. Barcelona.
- CLARK, S. R.; HEMMING & ULPH, D. (1981): «On indices for the measurement of poverty», *Economic Journal*, 91 (junio), pp. 515-526.
- DORFMAN, R. (1979): «A formula for the Gini coefficient», *Rev. of Econ. and Stat.*, 61, n.º 1, pp. 146-49.
- FOSTER, J. E. (1984): «On economic poverty: A survey of aggregate measures», en *Advances in Econometrics*, vol. 3, pp. 215-51.
- HARDY, G. H.; LITTLEWOOD, J. E. & POLYA, G. (1967): *Inequalities*. Cambridge Univ. Press.
- KAKWANI, N. (1980): «On a class of poverty measures», *Econometrica*, 48, n.º 2, pp. 437-46.

(12) Véase Casas y Núñez (1987), y Dorfman (1979).

- KUNDU, A. & SMITH, T. E. (1983): «An impossibility theorem on poverty indices», *Int. Econ. Rev.*, 24, n.° 2, pp. 423-34.
- NAGUMO, M. (1930): «Über eine klasse der mittelwerte», *Jap. Journal Math.*, 7, pp. 71-79.
- SEN, A. (1973): *On economic inequality*. Oxford Univ. Press.
- SEN, P. K. (1986): «The Gini coefficient and poverty indexes: Some reconciliations», *JASA*, 81, n.° 396, pp. 1.050-7.
- TAKAYAMA, N. (1979): «Poverty, income inequality, and their measures», *Econometrica*, 47, n.° 3, pp. 749-59.
- THON, D. (1979): «On measuring poverty», *Rev. of Income and Wealth*, 25, pp. 429-440.

FUNCION E INDICE DE CONCENTRACION DE ALGUNAS DISTRIBUCIONES TRUNCADAS

JOAN BARO LLINAS
Universidad de Barcelona

1. INTRODUCCION
2. DISTRIBUCION DE LA VARIABLE TRUNCADA
3. TRUNCAMIENTO PARA ALGUNAS FUNCIONES CONCRETAS
4. CURVAS DE CONCENTRACION TIPO INTEGRAL BETA INCOMPLETA
5. ULTIMAS CONSIDERACIONES
6. REFERENCIAS BIBLIOGRAFICAS

1. INTRODUCCION

A menudo el estadístico debe recurrir a truncamientos en las leyes especificadas para incorporar restricciones en el dominio de la variable; así por ejemplo un modelo como el de Pareto, de por sí utópico como toda ley de probabilidad, presupone un recorrido infinito para los valores de la variable ($X > X_0$) que raramente puede presentarse en la observación real de variables económicas de tamaño como ingresos familiares, dimensión de las empresas, habitantes de los municipios o superficie de las explotaciones, por citar algunos casos a los que acostumbra a adherirse tal distribución.

La práctica habitual es truncar la ley de modo que quede fijado un nuevo dominio, ahora entre cosas más razonables, alterando así la densidad especificada a priori y lógicamente las medidas que lleva asociadas.

En el análisis de la desigualdad de las rentas resulta especialmente indicado un truncamiento por la derecha que ha de permitirnos analizar las características del reparto para determinado porcentaje de las rentas más bajas, en este sentido diver-

Los coeficientes propuestos por A. K. Sen (1976), N. Takayama (1979), N. C. Kakwani (1980) o P. K. Sen (1986) giran en torno a indicadores de pobreza como función directa o indirecta de la razón de concentración aplicada a ingresos inferiores a un dado: el umbral de la pobreza.

Al coeficiente inicialmente presentado por Sen le han de seguir definiciones o modificaciones basadas, en cada caso, en la ley truncada y el índice de Gini que le corresponde. No es nuestra pretensión entrar a debatir las diferentes medidas de pobreza que se proponen, la cuestión ha sido muy bien estudiada por autores como G. Carbonaro (1982) o el ya citado P. K. Sen (1986), sólo nos planteamos la deducción de la función e índice de concentración para algunos modelos concretos que han sido truncados por la derecha.

2. DISTRIBUCION DE LA VARIABLE TRUNCADA

Consideramos la v.a. ξ con función de distribución conocida: $F_\xi(x)$, si restringimos su recorrido a un nuevo dominio $\xi \leq \omega$, donde ω es cualquier cuantil o el umbral de la pobreza o la media o..., la v. a. truncada tendrá cómoda lectura

$$\xi_T = \xi / \xi \leq \omega$$

viniendo determinado sólo el comportamiento de los valores que no superan el límite ω , con funciones de distribución y de densidad

$$F_{\xi_T}(x) = \frac{F_\xi(x)}{F_\xi(\omega)} \quad \text{si } x < \omega \quad \text{y} \quad 1 \quad \text{si } x \geq \omega$$

$$f_{\xi_T}(x) = \frac{f_\xi(x)}{F_\xi(\omega)} \quad \text{si } x < \omega \quad \text{y} \quad 0 \quad \text{si } x \geq \omega$$

Siendo la masa acumulada de la variable

$$q_{\xi_T}(x) = \frac{q_\xi(x)}{q_\xi(\omega)} \quad \text{si } x < \omega \quad \text{y} \quad 1 \quad \text{si } x \geq \omega$$

y la esperanza de la variable truncada

$$E(\xi_T) = E(\xi) \frac{q_\xi(\omega)}{F_\xi(\omega)}$$

que ha sido estudiada por J. Baró y V. Moratal (1984) para deducir algunas medidas de desigualdad con truncamiento en los cuartiles y en la mediana.

Obviamente la curva de Lorenz Φ cambiará con la nueva restricción de dominio y con ella las medidas de desigualdad que lleve asociadas, así de

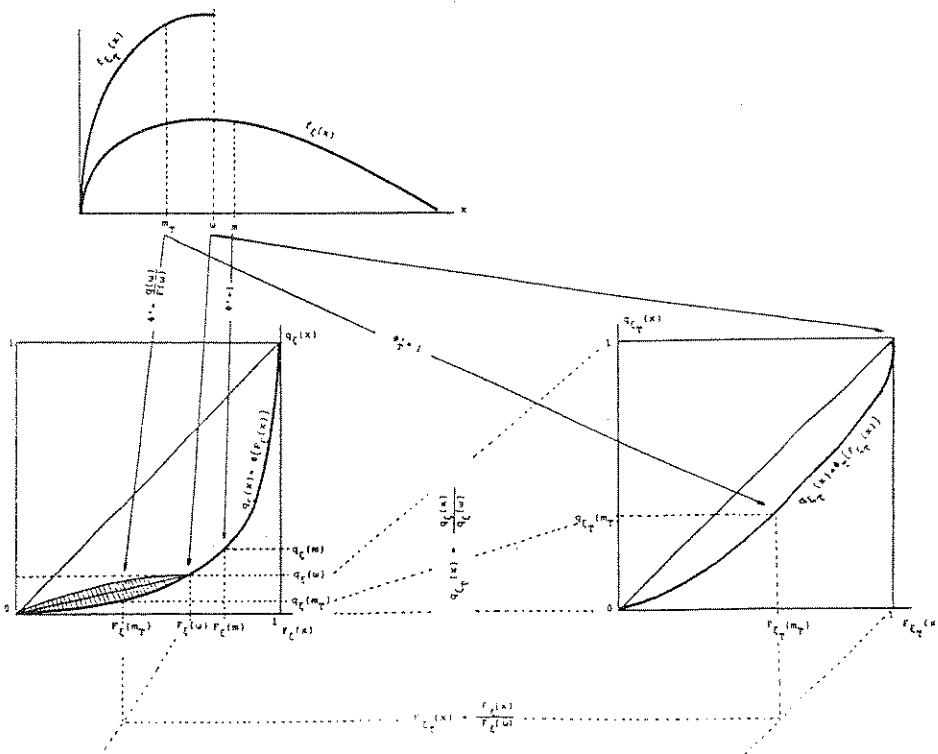
$$q_{\xi_T}(x) = \frac{1}{q_\xi(\omega)} \Phi[F_{\xi_T}(x) \cdot F_\xi(\omega)] = \Phi_T[F_{\xi_T}(x)]$$

obtenemos el índice de Gini

$$g_T = 1 - 2E[q_{\xi_T}(x)] = 1 - \frac{2}{q_{\xi}(\omega) F_{\xi}(\omega)} \int_0^{F_{\xi}(\omega)} q_{\xi}(x) dF_{\xi}(x)$$

expresión que en la figura siguiente coincide con el área sombreada relativa al rectángulo de superficie $F(\omega) \cdot q(\omega)$ y que alternativamente pudo haberse presentado en función del índice primitivo g , cuestión ésta de escasa utilidad

$$g_T = 1 - \frac{1}{q_{\xi}(\omega) F_{\xi}(\omega)} [1 - g + 2 \int_{F_{\xi}(\omega)}^1 q_{\xi}(x) dF_{\xi}(x)]$$



3. TRUNCAMIENTO PARA ALGUNAS FUNCIONES CONCRETAS

En lo que sigue deduciremos las expresiones analíticas de la curva de Lorenz y del índice de Gini para algunas variables sometidas a un truncamiento por la derecha (ω).

Partiremos de la función de concentración inicial Φ , asociada a determinada distribución probabilística

$$f_{\xi}(x) = \frac{d(\Phi')^{-1}(x/m)}{dx} \text{ con } m \cdot \Phi'(0) \leq x \leq m \cdot \Phi'(1)$$

dando referencia de su especificación y principales características.

A continuación, calculamos la curva resultante del truncamiento expresada en función de $F_{\xi}(\omega)$ y el índice de Gini asociada que se presenta en términos de $F_{\xi}(\omega)$ y $q_{\xi}(\omega)$; valores éstos que tienen cualquiera de las lecturas que antes hemos otorgado, valga por ejemplo:

ω : umbral de la pobreza.

$F_{\xi}(\omega)$: proporción de «pobres».

$q_{\xi}(\omega)$: masa relativa de ingresos retenida por los «pobres».

$q_{\xi_T}(x) = \Phi_T[F_{\xi_T}(x)]$: curva de concentración de los ingresos de este colectivo.

g_T : índice de concentración asociado.

Curva n.º 1

$$q_{\xi}(x) = 1 - [1 - F_{\xi}(x)]^{\alpha - 1/\alpha} \text{ con } \alpha > 1$$

Corresponde a una ley de Pareto, siendo α la elasticidad de la f. d. y medida de desigualdad, con índice de Gini

$$g = \frac{1}{2\alpha - 1}$$

siendo con el truncamiento por la derecha en ω , Φ_T y g_T

$$q_{\xi_T}(x) = \frac{1 - [1 - F_{\xi}(\omega) F_{\xi_T}(x)]^{\alpha - 1/\alpha}}{1 - [1 - F_{\xi}(\omega)]^{\alpha - 1/\alpha}}$$

$$g_T = 1 - \frac{2}{q_{\xi}(\omega) F_{\xi}(\omega)} \left[F_{\xi}(\omega) + \alpha \frac{1 - q_{\xi}(\omega)}{1 - F_{\xi}(\omega)} \right]$$

Curva n.º 2

$$q_{\xi}(x) = F_{\xi}(x) \cdot A^{F_{\xi}(x) - 1} \text{ con } A > 1$$

Propuesta por M. R. Gupta (1984) como alternativa a funciones propuestas por otros autores, justificándola por la comodidad de su estimación, siendo el índice de Gini que hemos calculado.

$$g = \frac{A \ln^2 A - 2A \ln A + 2A - 2}{A \ln^2 A}$$

y la función e índice de concentración para la variable truncada

$$q_{\xi_T}(x) = F_{\xi_T}(x) \cdot A^{F_{\xi}(\omega) [F_{\xi_T}(x) - 1]}$$

$$g_T = 1 - \frac{2}{q_{\xi}(\omega) F_{\xi}(\omega)} \left[\frac{F_{\xi}(\omega) A^{F_{\xi}(\omega) - 1}}{\ln A} - \frac{A^{F_{\xi}(\omega) - 1}}{\ln^2 A} + \frac{1}{A \ln^2 A} \right]$$

Curva n.º 3

$$q_{\xi}(x) = a_1 F_{\xi}(x) + a_2 F_{\xi}^2(x) + a_3 F_{\xi}^3(x)$$

$$\text{con } a_i \geq 0 \text{ y } a_1 + a_2 + a_3 = 1$$

Propuesta en J. Baró (1982), correspondiendo a una densidad biparamétrica de tipo potencial, con índice de Gini.

$$g = \frac{1}{6} (3 - 3a_1 - a_2)$$

El truncamiento en una cota superior ω supondrá:

$$q_{\xi_T}(x) = \frac{a_1 F_{\xi}(\omega) F_{\xi_T}(x) + a_2 F_{\xi}^2(\omega) F_{\xi_T}^2(x) + a_3 F_{\xi}^3(\omega) F_{\xi_T}^3(x)}{a_1 F_{\xi}(\omega) + a_2 F_{\xi}^2(\omega) + a_3 F_{\xi}^3(\omega)}$$

$$g_T = \frac{1}{6} [3 - 3a_1 F_{\xi}(\omega) - a_2 F_{\xi}^2(\omega)]$$

Curva n.º 4

$$q_{\xi}(x) = (1 - a) F_{\xi}(x) + (1 - a) a F_{\xi}^2(x) + (1 - a) a^2 F_{\xi}^3(x) + \dots$$

o alternativamente:

$$q_{\xi}(x) = \frac{(1 - a) F_{\xi}(x)}{1 - a F_{\xi}(x)} \text{ con } a \in (0, 1)$$

Propuesta en J. Baró (1982), tiene índice de concentración

$$g = \frac{a^2 - 2(a - 1) [a + \ln(1 - a)]}{a^2}$$

siendo la curva y el índice de la distribución truncada de la misma familia que las anteriores

$$q_{\xi_T}(x) = \frac{[1 - a F_{\xi}(\omega)] F_{\xi_T}(x)}{1 - a F_{\xi}(\omega) F_{\xi_T}(x)}$$

$$g_T = \frac{a^2 F_{\xi}^2(\omega) - 2 [a F_{\xi}(\omega) - 1] \{a F_{\xi}(\omega) + \ln [1 - a F_{\xi}(\omega)]\}}{a^2 F_{\xi}^2(\omega)}$$

Curva n.º 5

$$q_{\xi}(x) = F_{\xi}(x) e^{-\beta[1 - F_{\xi}(x)]} \quad \text{con } \beta \geq 0$$

Ajustada por N. C. Kakwani y N. Podder (1973) a datos australianos, así como la expresión más general.

$$q = F^{\alpha} e^{-\beta(1 - F)}$$

de los mismos autores que ha sido recogida por J. M. Casas y J. J. Núñez (1987), siendo el índice de Gini del modelo uniparamétrico

$$g = \frac{\beta^2 - 2\beta + 2 - 2e^{-\beta}}{\beta^2}$$

y la curva de Lorenz de la distribución truncada e índice de concentración asociado

$$q_{\xi_T}(x) = F_{\xi_T}(x) e^{-\beta F_{\xi}(\omega) [1 - F_{\xi_T}(x)]}$$

$$g_T = \frac{F_{\xi}^2(\omega) \cdot \beta^2 - 2F_{\xi}(\omega) \cdot \beta + 2 - 2e^{-F_{\xi}(\omega)}}{\beta^2 \cdot F_{\xi}^2(\omega)}$$

expresiones ambas que pertenecen a la misma familia que las anteriores.

Curva n.º 6

$$q_{\xi}(x) = \frac{a^{F_{\xi}(x)} - 1}{a - 1} \quad \text{con } a > 1$$

Asociada a una función de densidad hiperbólica, tiene un índice de Gini

$$g = \frac{a + 1}{a - 1} - \frac{2}{\ln a}$$

siendo para el truncamiento en ω

$$q_{\xi_T}(x) = \frac{a^{F_{\xi}(\omega) F_{\xi_T}(x)} - 1}{a^{F_{\xi}(\omega)} - 1}$$

$$g_T = \frac{a^{F_{\xi}(\omega)} + 1}{a^{F_{\xi}(\omega)} - 1} - \frac{2}{F_{\xi}(\omega) \cdot \ln a}$$

Curva n.º 7

$$q_{\xi}(x) = F_{\xi}(x)^K \quad \text{con } K \geq 1$$

Curva de uso extendido a la que corresponde una densidad tipo Beta con:

$$g = \frac{K - 1}{K + 1}$$

y función e índice de concentración para la variable truncada idénticos a los de la variable original, lo que permite sacar como conclusión que para tal tipo de curvas se mantiene el mismo grado de concentración sea cual sea el corte superior que se haga.

$$q_{\xi_T}(x) = F_{\xi_T}(x)^K$$

$$g_T = \frac{K - 1}{K + 1}$$

Curva n.º 8

$$q_{\xi}(x) = kF_{\xi}^2(x) + (1 - k) F_{\xi}(x)$$

siendo $0 \leq k \leq 1$

La función de concentración es la perteneciente a una distribución uniforme y tiene índice de Gini

$$g = \frac{k}{3}$$

siendo en caso de truncamiento:

$$q_{\xi_T}(x) = \frac{kF_{\xi_T}^2(x) F_{\xi}^2(\omega) + (1 - k) F_{\xi_T}(x) F_{\xi}(\omega)}{kF_{\xi}^2(\omega) + (1 - k) F_{\xi}(\omega)}$$

$$g_T = 1 - \frac{2}{q_{\xi}(\omega)} \left[\frac{k}{3} + \frac{1 - k}{2} F_{\xi}(\omega) \right]$$

Curva n.º 9

$$q_{\xi}(x) = F_{\xi}(x) - A F_{\xi}^{\alpha}(x) [1 - F_{\xi}(x)]^{\beta}$$

siendo $A, \alpha, \beta > 0$

Curva propuesta por N.C. Kakwani (1980) y de nuevo referida en N.C. Kakwani (1984), con índice de concentración

$$g = 2A B(\alpha + 1, \beta + 1)$$

y en caso de truncamiento:

$$q_{\xi_T}(x) = \frac{F_{\xi_T}(x) F_{\xi}(\omega) - AF_{\xi_T}^{\alpha}(x) F_{\xi}^{\alpha}(\omega) [1 - F_{\xi_T}(x) F_{\xi}(\omega)]^{\beta}}{F_{\xi}(\omega) - AF_{\xi}^{\alpha}(\omega) [1 - F_{\xi}(\omega)]^{\beta}}$$

$$g_T = 1 - \frac{F_{\xi}(\omega)}{q_{\xi}(\omega)} + \frac{2A}{q_{\xi}(\omega) F_{\xi}(\omega)} B[F_{\xi}(\omega); \alpha + 1, \beta + 1]$$

Curva n.º 10

$$q_{\xi}(x) = \{1 - [1 - F_{\xi}(x)]^a\}^b$$

con $0 \leq a \leq 1$ y $b \geq 1$

Forma sugerida por R. H. Rasche, J. Gaffney, A.Y.C. Koo y N. Obst (1980), siendo el índice de Gini

$$g = 1 - \frac{2}{a} B(1/a, b + 1)$$

y con truncamiento por la derecha

$$q_{\xi_T}(x) = \left\{ \frac{1 - [1 - F_{\xi_T}(x) F_{\xi}(\omega)]^a}{1 - [1 - F_{\xi}(\omega)]^a} \right\}^b$$

$$g_T = 1 - \frac{2}{q_{\xi}(\omega) F_{\xi}(\omega)} \frac{1}{a} B\{[1 - q_{\xi}(\omega)]^a; 1/a, b + 1\}$$

Curva n.º 11

$$q_{\xi}(\omega) = F_{\xi}(\omega) + \frac{[1 - F_{\xi}(x)] \ln [1 - F_{\xi}(x)]}{1 + \lambda a}$$

con $a \geq 0$ y $\lambda > 0$

Corresponde a una ley exponencial negativa con origen en a , siendo el índice de Gini

$$g = \frac{1}{2(1 + \lambda a)}$$

y la función e índice de concentración para la variable truncada por la derecha en ω

$$q_{\xi_T}(x) = \frac{F_{\xi_T}(x) F_{\xi}(\omega) + (1 + \lambda a)^{-1} [1 - F_{\xi_T}(x) F_{\xi}(\omega)] \ln [1 - F_{\xi_T}(x) F_{\xi}(\omega)]}{F_{\xi}(\omega) + (1 + \lambda a)^{-1} [1 - F_{\xi}(\omega)] \ln [1 - F_{\xi}(\omega)]}$$

$$g_T = 1 - \frac{F_\xi(\omega)}{q_\xi(\omega)} - \frac{[1 - F_\xi(\omega)^2 - 2[1 - F_\xi(\omega)]^2 \ln[1 - F_\xi(\omega)] - 1}{2q_\xi(\omega) F_\xi(\omega) (1 + \lambda a)}$$

Curva n.º 12

$$q_\xi(x) = 1 - [1 - F_\xi(x)]^\alpha [\alpha F_\xi(x) + 1] \quad \text{si } 0 \leq \alpha \leq 1$$

Con índice de concentración de Gini

$$g = \frac{2 - \alpha}{2 + \alpha}$$

siendo con truncamiento por la derecha

$$q_T(x) = \frac{\{1 - [1 - F_{\xi_T}(x) F_\xi(\omega)]^\alpha\} [\alpha F_{\xi_T}(x) F_\xi(\omega) + 1]}{1 - [1 - F_\xi(\omega)]^\alpha [\alpha F_\xi(\omega) + 1]}$$

$$g_T = 1 - \frac{2}{q_\xi(\omega) F_\xi(\omega)} \{F_\xi(\omega) - \alpha B[F_\xi(\omega); 2, \alpha + 1] - B[F_\xi(\omega); 1, \alpha + 1]\}$$

4. CURVAS DE CONCENTRACION TIPO INTEGRAL BETA INCOMPLETA (1)

Las características que definen la función de concentración son fácilmente asumidas por expresiones del tipo:

$$\frac{B[F_\xi(x); p, q]}{B(p, q)} = \int_0^{F_\xi(x)} \frac{1}{B(p, q)} U^{p-1} (1 - U)^{q-1} dU$$

donde a las condiciones de la función Beta, $p, q > 0$ deberemos añadir las propias de toda curva de concentración:

$$\Phi(0) = 0$$

$$\Phi(1) = 1$$

$$\Phi' [F_\xi(x)] \geq 0$$

$$\Phi'' [F_\xi(x)] \geq 0$$

derivándose un nuevo dominio $p \geq 1$ y $0 < q \leq 1$, siendo definitivamente:

$$q_\xi(x) = \Phi[F_\xi(x)] = \frac{B[F_\xi(x); p, q]}{B(p, q)} \quad \text{con } p \geq 1 \quad \text{y} \quad 0 < q \leq 1$$

(1) En un trabajo aparte estamos estudiando con detalle este tipo de funciones en el contexto del análisis de la concentración. Aquí sólo se exponen unas breves consideraciones más o menos conocidas.

expresión que sólo será racional para alguno de los siguientes supuestos:

- * $p \geq 1$ y $q = 1$
- * $p \in \mathbb{N}$ y $0 < q \leq 1$
- * $p + q \in \mathbb{N}$ con $p \geq 1$ y $0 < q \leq 1$

Así, para valores puntuales de p y q que cumplan estas restricciones aparecen diferentes curvas de concentración. Sin ánimo de entrar en un detalle más a fondo a continuación presentamos los casos más simples.

P	Q	distribución
1	1	puntual
2	1	uniforme (0, 2m)
—	1	Beta (0, pm)
1	$1 - \alpha$	Zipf
1	$\alpha - 1/\alpha$	Pareto
$1 + \frac{1}{\delta}$	$1 - \frac{1}{\delta}$	log logística

a los que podríamos añadir algunas de las curvas propuestas en el epígrafe anterior y que no corresponden a ninguna distribución con nombre propio.

De forma genérica el índice de concentración vendrá determinado por la expresión:

$$g = 1 - \frac{2}{B(p, q)} \int_0^1 B[F_\xi(x); p, q] dF_\xi(x)$$

Un truncamiento por la derecha en ω , nos hará replantear la función de concentración:

$$q_{\xi_T}(x) = \frac{1}{q_{\xi}(\omega)} \int_0^{F_{\xi_T}(x) \cdot F_{\xi}(\omega)} \frac{1}{B(p, q)} U^{p-1} (1 - U)^{q-1} dU =$$

$$= \frac{B[F_{\xi_T}(x) \cdot F_{\xi}(\omega); p, q]}{B[F_{\xi}(\omega); p, q]}$$

y el índice de concentración asociado a la variable truncada

$$g_T = 1 - \frac{2}{F_{\xi}(\omega) \cdot B[F_{\xi}(\omega); p, q]} \int_0^{F_{\xi}(\omega)} B[F_{\xi}(x); p, q] dF_{\xi}(x)$$

Ambas expresiones permiten singularizar funciones e índices para valores concretos de p y q y fácilmente serían deducibles para los casos presentados en la página anterior, cuestión que aquí omitiremos.

5. ULTIMAS CONSIDERACIONES

A pesar de habernos limitado al análisis de la concentración de funciones truncadas por la derecha, en la línea de los actuales estudios sobre índices de pobreza, conviene advertir de la posibilidad de abordar truncamientos con cota inferior o, con mayor generalidad, truncamientos dobles utilizado para ello la misma metodología que aquí hemos desarrollado.

Finalmente indiquemos que en ningún momento se ha pretendido exhaustividad, son muchas las funciones que hemos omitido e incluso algunas de ellas con aplicación económica clara.

6. REFERENCIAS BIBLIOGRAFICAS

- BARO, J. (1982): «Distribución personal de la renta. Medidas y leyes de desigualdad». Tesis Doctoral. Fac. Económicas de la Universidad de Barcelona.
- BARO, J., y MORATAL, V. (1984): «Concentración y distribuciones truncadas». *Qüestió*, 8, pp. 127-132.
- CASAS, J. M., y NUÑEZ, J. J. (1987): «Algunas consideraciones sobre las medidas de concentración. Aplicaciones». Comunicación. I Congreso ASEPELT-ESPAÑA. Barcelona.
- CARBONARO, G. (1982): «Sulla misura della povertà mediante indici sintetici». *Saggi di Statistica Economica*, Instituto di Statistica, Università di Roma, 15. pp. 26-56.
- GUPTA, M. R. (1984): «Notes and comments. Functional Form for Estimating the Lorenz Curve». *Econometrica*, 52. pp. 1.313-1.314.
- KAKWANI, N. C., y PODDER, N. (1973): «On the Estimation of Lorenz Curves from Grouped Observations». *International Economic Review*, 14. pp. 278-292.
- KAKWANI, N. C. (1980): «ON a Class of Poverty Measures». *Advances in Econometrics*, 3, pp. 253-292.
- KAKWANI, N. C. (1984): «Issues in Measuring Poverty». *Advances in Econometrics*, 3, pp. 253-282.
- RASCHE, R. H.; GAFFNEY, J.; KOO, A.Y.C., y OBST, N. (1980): «Functional Forms of Estimating the Lorenz Curve». *Econometrica*, 48. pp. 1.061-1.062.
- SEN, A. K. (1976): «The Measurement of Poverty: An Axiomatic Approach Reconsidered». *Econometrica*, 44. pp. 219-232.
- SEN, P. K. (1986): «The Gini Coefficient and Poverty Indexes: Some Reconciliations». *J.A.S.A.*, 81. pp. 1.050-1.057.
- TAKAYAMA, N. (1979): «Poverty, Income Inequality and Their Measures: Professor Sen's Axiomatic Approach Reconsidered». *Econometrica*, 47, pp. 437-446.

EXPRESIONES ALTERNATIVAS PARA LA VARIANZA DE LA DISTRIBUCION TRAPEZOIDAL

R. HERRERIAS PLEGUEZUELO
S. MIGUEL UCETA
Universidad de Zaragoza

1. INTRODUCCION

Entre los modelos más utilizados en la resolución de problemas de selección de inversiones mediante el criterio de la esperanza del valor actual neto (VAN) y empleando metodología PERT, se encuentran las distribuciones de probabilidad continuas beta simplificada, triangular y uniforme, si la estimación del valor más probable es puntual (véase, por ejemplo, [5], cap. 12). Si tal estimación se realiza mediante un intervalo, Herrerías y Calvete [1] proponen la distribución trapezoidal, que aparece como una distribución híbrida de las distribuciones triangular y uniforme. Las ventajas de realizar la estimación del valor modal mediante un intervalo en vez de por un punto son múltiples, y quizá se deriven y queden resumidas en la frase de J. M. Keynes: «Más vale acertar aproximadamente, que equivocarse exactamente».

En cierta forma, esta manera de actuar está estrechamente relacionada con los números triangulares borrosos, cuando se aplican a la determinación de los tipos de interés de un proyecto de inversión (véase, por ejemplo, [3], cap. 4).

Si se analizan las varianzas de las mencionadas distribuciones, se observa que en las correspondientes a la estimación puntual (modelos probabilísticos beta simplificada, uniforme y triangular), todos los sumandos que aparecen en ellas son diferencias de los valores estimados de los flujos de caja pesimista (Q_i^p), más probable (Q_i^m) y optimista (Q_i^o). Este hecho también lo cumplen las varianzas de los modelos alternativos propuestos por Hererías en [2]. Tal característica no se verifica en la expresión obtenida en [1] para el caso de la estimación por intervalo (modelo trapezoidal), con respecto a los extremos del intervalo más probable (Q_i^{m1}) y (Q_i^{m2}).

Esta característica común a las mencionadas distribuciones que, en principio, pa-

rece irrelevante, no lo es tanto si consideramos que el cambio de variable utilizado en la práctica para normalizar el recorrido de la variable flujo es:

$$x = \frac{Q_t^r - Q_t^p}{Q_t^o - Q_t^p} \quad (I)$$

que viene expresado en función de las mencionadas diferencias.

Por otra parte, en el ratio

$$r = \frac{Q_t^o - Q_t^p}{\sigma}$$

utilizado por Moder y Rodgers [4] para comparar la bondad de unos modelos probabilísticos sobre otros, al estudiar la estimación de los momentos, es conveniente, al objeto de simplificar las expresiones de la desviación típica y, por tanto, la varianza venga expresada en función de las diferencias entre los valores estimados de los mencionados flujos de caja.

Por todo lo anterior, parece interesante expresar la varianza de la distribución trapezoidal en función de las diferencias de los valores estimados de los flujos de caja pesimista, optimista y de los extremos del intervalo más probable. En lo sucesivo, los denotaremos por (p), (o), (m1) y (m2), respectivamente, para facilitar la notación.

2. EXPRESIONES ALTERNATIVAS

Teorema 1

La varianza de la distribución trapezoidal puede expresarse como:

$$V(Q_t^r) = \frac{1}{18} \left\{ (o - m1)^2 + (m2 - p)^2 + (o - m2) \cdot (m1 - p) - \frac{2(o - p) \cdot (m2 - m1) \cdot (m2 - p) \cdot (o - m1)}{[(o - m1) + (m2 - p)]^2} \right\} \quad (II)$$

Demostración

En efecto, la expresión de la varianza del modelo trapezoidal obtenida por Herrerías y Calvete en [1] es la siguiente:

$$V(Q_t^r) = \frac{1}{18} \left\{ (o + m2)^2 + (p + m1)^2 - (o + m2) \cdot (p - m1) - 3 \cdot (o \cdot m2 + p \cdot m1) + \frac{(o \cdot m2 - p \cdot m1) \cdot (o^2 + m2^2 - p^2 - m1^2)}{[(o + m2) - (p - m1)]^2} \right\} \quad (III)$$

Desarrollando los productos, agrupando convenientemente los términos que resultan y sumando y restando ($o \cdot m1 + p \cdot m2$), se llega a:

$$V = \frac{1}{18} \{ (o - m1)^2 + (m2 - p)^2 + (o - m2) \cdot (m1 - p) + \\ + C - o \cdot m2 - p \cdot m1 \}$$

En donde por C representamos el cociente que aparece en la expresión (III).

Por otra parte, sea $D = C - o \cdot m2 - p \cdot m1$, reduciendo a común denominador y operando de forma adecuada, se obtiene lo siguiente:

$$D = \frac{-2 \cdot (o - p) \cdot (m2 - m1) \cdot (m2 - p) \cdot (o - m1)}{[(o - m1) + (m2 - p)]^2}$$

y sustituyendo en el desarrollo de V se llega a la expresión (II).

Teorema 2

Si se normaliza el recorrido de la variable Q_i^r al intervalo $[0, 1]$, mediante el cambio de variable (I), la varianza de la distribución trapezoidal queda de la siguiente forma:

$$V = \frac{(o - p)^2}{18} \left\{ (1 - y)^2 + z^2 + (1 - z) \cdot y - \frac{2 \cdot (1 - y) \cdot z \cdot (z - y)}{(1 - y + z)^2} \right\} \quad (IV)$$

$$\text{donde } y = \frac{m1 - p}{o - p}; \quad z = \frac{m2 - p}{o - p}$$

Demostración

Es consecuencia de extraer factor común $(o - p)^2$ en (II) y de que $(1 - y) = (o - m1) / (o - p)$; $(1 - z) = (o - m2) / (o - p)$.

Corolario 1

Si la distribución trapezoidal es simétrica, la varianza se puede expresar como:

$$V = \frac{(o - p)^2}{18} [(1 - y)^2 + z^2] \quad (V)$$

En efecto, si la distribución es simétrica se cumple que $(o - m1) = (m2 - p)$, por tanto, $(1 - y) = z$, que sustituido en (IV) queda:

$$V = \frac{(o - p)^2}{18} \left\{ (1 - y)^2 + (1 - y)^2 + y^2 - \frac{2 \cdot (1 - y)^2 \cdot (1 - 2y)}{4 \cdot (1 - y)^2} \right\}$$

y operando se llega a (V).

Obviamente, a este resultado también se llega partiendo de (III) y haciendo el conveniente cambio de variable.

3. RELACION CON LA VARIANZA DE LAS DISTRIBUCIONES TRIANGULAR Y UNIFORME

Corolario 2

La expresión (II) engloba las correspondientes a las varianzas de las distribuciones triangular y uniforme.

Demostración

A) Si $m_1 = m_2 = m$, entonces $x = y = z$, que sustituido en (IV) queda:

$$V = \frac{(o - p)^2}{18} [1 - y + y^2]$$

o lo que es lo mismo:

$$V = \frac{(o - p)^2}{18} \left[1 - \frac{m - p}{o - p} + \frac{(m - p)^2}{(o - p)^2} \right] =$$

$$= (1/18) \cdot [(o - p)^2 - (o - p) \cdot (m - p) + (o - p)^2]$$

y haciendo operaciones:

$$V = (1/18) \cdot [(o - p)^2 - (m - p) \cdot (o - m)]$$

que es la expresión de la varianza de la distribución triangular.

B) Si $m_1 = p$; $m_2 = o$, entonces, sustituyendo en (II) queda:

$$V = \frac{(o - p)^2}{12}$$

que es la varianza de a distribución uniforme.

Este corolario, unido al hecho de que la varianza de la distribución trapezoidal simétrica se encuentra siempre comprendida entre las varianzas de las distribuciones triangular y uniforme (véase [1]), hace pensar, en un principio, que esta propiedad de acotación se mantiene en el caso de una distribución trapezoidal no simétrica. No obstante, esto no es cierto, en general, como se puede comprobar mediante el siguiente contraejemplo:

Suponer que los valores estimados de los flujos de caja de una inversión son: $p = 0$; $m_1 = 5$; $m = 5.9$; $m_2 = 6$; $o = 8$; para estos valores estimados se obtienen los siguientes valores calculados de las varianzas:

Distribución	Varianza
Triangular	2.86722222
Trapezoidal	2.85802469
Uniforme	5.33333333

Podemos observar que, en este caso, la varianza de la distribución trapezoidal es ligeramente menor que la de la distribución triangular. Por tanto, no siempre la varianza de la distribución triangular es cota inferior de la varianza de la distribución trapezoidal. No obstante, sí que se puede observar cómo la varianza de la distribución uniforme es la cota superior.

Esto corrobora el hecho de que la distribución uniforme es la que presenta mayor varianza, entre aquellas distribuciones comúnmente utilizadas en el análisis de inversiones (véase, por ejemplo [2]).

4. BIBLIOGRAFIA

- [1] HERRERIAS, R., y CALVETE, H. (1987): «Una ley de probabilidad para el estudio de los flujos de caja de una inversión», *Libro homenaje al profesor Gonzalo Arnáiz*, I.N.E., pp. 279-296.
- [2] HERRERIAS, R. (1988): «Modelos probabilísticos alternativos para el método PERT. Aplicación al análisis de inversiones», *Comunicación Reunión Anual ASEPELT*, Valladolid.
- [3] KAUFMANN, A., y GIL ARUJA, J. (1986): *Introducción de la teoría de los subconjuntos borrosos a la gestión de las empresas*, Editorial Milladoiro.
- [4] MODER, J. J., y RODGERS, E. G. (1968): «Judgment estimates of the moments of PERT type distributions», *Management Science*, vol. 15, núm. 2, pp. B-76 a B-83.
- [5] SUAREZ SUAREZ, A. (1980): «Decisiones óptimas de inversión y financiación en la empresa», tercera edición. Editorial Pirámide.

MODELOS DE RETARDOS DISTRIBUIDOS HIPERGEOMETRICAMENTE

MIGUEL A. FAJARDO CALDERA
Universidad de Extremadura

RAMON GUTIERREZ JAIMEZ
Universidad de Granada

RESUMEN

Sea el modelo general de retardos distribuidos:

$$Y_t = v + \sum_{r=0}^{\infty} \omega_r X_{t-r} + U_t$$

donde X_t es una variable exógena, U_t es una variable aleatoria independiente de X_t , y W_r son constantes desconocidas que verifican la siguiente ecuación en diferencias:

$$(\gamma + r)(r + 1)W_{r+1} - (\alpha + r)(\beta + r)\lambda\omega_r = 0 \quad (r \in Z^+)$$

con α , β , γ y λ reales no nulos y γ no entero negativo.

Tratamos en este trabajo de examinar las condiciones que han de verificar los parámetros de dicha ecuación en diferencias para obtener una estructura de retardos probabilística.

1. INTRODUCCION

El modelo general de retardos distribuidos puede formularse por medio de la ecuación:

$$Y_t = \mu + \sum_{r=0}^{\infty} \omega_r^* X_{t-r} + U_t \quad [1]$$

donde los ω_r^* son constantes desconocidas, no todas cero, X_t es una variable exógena, y U_t es una variable aleatoria independiente de X_t , teniendo media cero y varianza constante.

Sin pérdida de generalidad, suele suponerse que:

$$\omega_r^* \geq 0, \sum_{r=0}^{\infty} \omega_r^* = \omega, r = 0, 1, 2, \dots \quad [2]$$

es decir, todos los ω_r^* son del mismo signo y su suma es un número real finito con el fin de que la esperanza condicionada de Y_t , dada X_t sea no explosiva.

A los coeficientes ω_r^* , $r = 0, 1, 2, \dots$, se les llama *coeficientes retardados* del modelo y a la sucesión:

$$\omega^* = \{\omega_r^* : \omega_r^* \geq 0, \sum_{r=0}^{\infty} \omega_r^* = \omega, r = 0, 1, 2, \dots\} \quad [3]$$

se le denomina una *estructura de retardos*.

Si definimos:

$$\omega_r = \frac{\omega_r^*}{\omega} \quad [4]$$

se tiene, teniendo en cuenta [2] que:

$$\omega_r \in [0, 1], \sum_{r=0}^{\infty} \omega_r = 1, r = 0, 1, 2, \dots \quad [5]$$

A los coeficientes ω_r ; $r = 0, 1, 2, \dots$, se les llama *coeficientes retardados normalizados* y a la sucesión:

$$\omega = \{\omega_r : \omega_r \in [0, 1], \sum_{r=0}^{\infty} \omega_r = 1; r = 0, 1, 2, \dots\} \quad [6]$$

se le denomina *estructura de retardos normalizados*.

Puesto que a una estructura de retardos normalizados constituye un conjunto de probabilidades, entonces la función generatriz de retardos:

$$g(t) = \sum_{r=0}^{\infty} \omega_r t^r \quad [7]$$

asociada con la estructura de retardos normalizados [6] puede ser interpretada como la función generatriz de una variable aleatoria, llamesmola Z , cuya estructura probabilística es:

$$P_r \{Z = r\} = \omega_r, r = 0, 1, 2, \dots \quad [8]$$

De esta forma se tiene que:

$$\omega_r = \frac{g^{(r)}(0)}{r!} \quad r = 0, 1, 2, \dots \quad [9]$$

y, por tanto, la función generatriz de retardos caracteriza la estructura de retardos normalizados y viceversa.

Más aún, el retardo medio asociado con la estructura de retardos puede definirse como:

$$m(\omega) = g'(1) = \sum_{r=1}^{\infty} r \omega_r \quad [10]$$

De forma análoga, la variabilidad de la estructura puede definirse como:

$$V(\omega) = g''(1) + g'(1) - [g'(1)]^2 \quad [11]$$

siempre que dichas derivadas existan en el punto $t = 1$.

Es suficientemente conocido que la forma más utilizada de los retardos destruidos es, sin duda, la distribución de retardos geométricos (Koyck | 5 |), la cual tiene la propiedad de que los coeficientes retardados del modelo forman una sucesión monótona decreciente. En muchas situaciones económicas, esta estructura de retardos geométricos puede ser inapropiada, por lo que diversos autores han sugerido el uso de otras estructuras, citando por ejemplo a Solow | 6 |, el cual utiliza la distribución de Pascal.

En este trabajo se contempla una familia de estructuras generadas por una ecuación en diferencias finita que contiene como casos particulares muchas de las distribuciones discretas más usuales que pueden ser utilizadas en los trabajos econométricos sobre este tema.

II. GENERACION DE UNA ESTRUCTURA DE RETARDOS

Consideremos que los retardos del modelo [1] vienen definidos por una ecuación en diferencias dada por:

$$(\gamma + r) (r + 1) \omega_{r+1} - (\alpha + r) (\beta + r) \lambda \omega_r = 0 \quad (r \in Z^+) \quad [12]$$

con $\alpha, \beta, \gamma, \lambda$ reales no nulos y γ no entero negativo.

La solución de esta ecuación en diferencias viene dada por:

$$\omega_r = \omega_0 \frac{[\alpha]_r [\beta]_r}{[\gamma]_r r!} \lambda^r \quad [13]$$

donde $[x]_r = x(x+1)\dots(x+r-1)$, $[x]_0 = 1$, $x \in \mathbb{R}$

Según los valores de los parámetros es posible obtener estructuras probabilísticas de retardos, las cuales pueden ser clasificadas en tipos y subtipos para aquellas que sean similares, basándonos en el siguiente teorema (FAJARDO | 4 |):

La condición necesaria y suficiente para que la función $f: Z^+ \rightarrow R$, solución de la ecuación en diferencias:

$$G(r) f_{r+1} - L(r) f_r = 0 \quad (r \in Z^+) \quad [14]$$

tal que:

$$L: Z^+ \rightarrow R, G: Z^+ \rightarrow R - \{0\} \quad [15]$$

son funciones dadas, sea una función de probabilidad discreta, es que verifique las siguientes condiciones:

1.ª Condición de positividad:

$$L(r) G(r) \geq 0, \quad \forall r \in Z^+, \quad \text{si } H = \emptyset, \quad H = \{r \in Z^+ / L(r) = 0\}$$

$$\text{ó} \quad [16]$$

$$L(r) G(r) \geq 0, \quad r = 0, 1, \dots, m, \quad \text{si } H = \emptyset, \quad m = \min H$$

2.ª Condición convergencial:

$$\sum_{r=1}^{\infty} \prod_{t=0}^{r-1} \frac{L(t)}{G(t)} < +\infty \quad [17]$$

3.ª Condición de normalización:

$$I_0 = \frac{1}{1 + \sum_{r=1}^{\infty} \prod_{t=0}^{r-1} \frac{L(t)}{G(t)}} \quad [18]$$

llamada constante normalizadora.

Esta clasificación viene dada en la siguiente tabla:

$\gamma > 0$	$0 < \lambda \leq 1$	$a > 0, B > 0$	$\gamma > a - B$ si $\lambda = 1$	$r \in [0, \infty)$	I
		$a < 0, B < 0, a$ y B no enteros	$\{ a \} = \{ B \}$	$r \in [0, \infty)$	II
$\gamma > 0$	$0 < \lambda$	$a < 0, B < 0, a$ y B enteros		$r \in [0, \min\{ a , B \}]$	III
		$a < 0, B < 0, a$ entero, B no entero	$ B > a - 1$	$r \in [0, a]$	III(A)
		$a < 0, B < 0, a$ no entero, B entero	$ a > B - 1$	$r \in [0, B]$	III(B)
$\lambda < 0$		$a < 0, B > 0, a$ entero		$r \in [0, a]$	IV(A)
		$a > 0, B < 0, B$ entero		$r \in [0, B]$	IV(B)

$\gamma < 0$	$0 < \lambda \leq 1$	$a < 0, B > 0, a$ no entero	$E\{a\} = E\{\gamma\}$ si $\lambda < 1$ $\gamma > a - B$ si $\lambda = 1$	$\gamma \in (0, \infty)$	$V(A)$
		$a > 0, B < 0, B$ no entero	$E\{B\} = E\{\gamma\}$ si $\lambda < 1$ $\gamma > a - B$ si $\lambda = 1$	$\gamma \in [0, \infty)$	$V(B)$
		$a < 0, B > 0, a$ entero	$ \gamma > a - 1$	$\gamma \in [0, a]$	$V1(A)$
		$a > 0, B < 0, B$ entero	$ \gamma > B - 1$	$\gamma \in [0, B]$	$V1(B)$
	$\lambda < 0$	$a < 0, B < 0$ a y B enteros	$ \gamma > \min\{ a , B \} - 1$	$\gamma \in [0, \min\{ a , B \}]$	$V11$
		$a < 0, B < 0$ a entero, B no entero	$ B > a - 1, \gamma > a - 1$	$\gamma \in [0, a]$	$V11(A)$
$a < 0, B < 0$ a no entero, B entero		$ a > B - 1, \gamma > B - 1$	$\gamma \in [0, B]$	$V11(B)$	

donde:

a) En la primera y segunda columna se dan los posibles valores y condiciones que han de verificar los parámetros para que la estructura de retardos sea probabilística.

b) En la tercera columna, el rango de la variable asociada a dicha función de probabilidad, con lo que tendríamos modelos de retardos distribuidos finitos o infinitos.

c) En la cuarta columna, se dan las distintas estructuras de retardos obtenidas, haciendo una subclasificación para aquellas estructuras similares.

NOTA: Con el símbolo $E[x]$ derrotamos la parte entera de X

III. FUNCION GENERATRIZ DE RETARDOS Y PROPIEDADES

Asociada a estas estructuras de retardos probabilísticos, se tiene la función generatriz de retardos, la cual viene definida por:

$$g(t) = \frac{{}_2F_1(\alpha, \beta, \gamma; \lambda t)}{{}_2F_1(\alpha, \beta, \gamma; \lambda)} \quad [19]$$

que converge al menos para $|t| \leq 1$, en todos los tipos anteriormente clasificados.

Por ${}_2F_2(\alpha, \beta, \gamma; \lambda t)$ designamos la serie hipergeométrica (ERDELYI [3]), de la cual toman el nombre estas estructuras de retardos.

Una estructura especialmente interesante en la subfamilia generada cuando $\lambda = 1$. En este caso particular el retardo medio y la variabilidad de estas estructuras vienen dadas por:

$$m(\omega) = \frac{\alpha \beta}{e} \quad [20]$$

$$v(\omega) = \frac{\alpha \beta (\alpha + e) (\beta + e)}{e^2 (e - 1)} \quad [21]$$

con $e = \gamma - \alpha - \beta - 1$, siempre que se verifique, al menos que $\gamma > \alpha + \beta + 3$, en las estructuras de retardos infinitos (FAJARDO [4]).

La constante normalizadora ω_0 viene dada por:

$$\omega_0 = \Gamma(\gamma - \alpha) \Gamma(\gamma - \beta) / \Gamma(\gamma) \Gamma(\gamma - \alpha - \beta) \quad [22]$$

Véase (ERDELY [3], CARLSON [1]).

IV. CASOS PARTICULARES DE ESTRUCTURAS

Para los valores particulares de los parámetros, se obtienen diversas estructuras de retardos distribuidos que pertenecen a esta familia entre las que señalamos las más conocidas:

ESTRUCTURA	α	β	γ	λ	
Geométrica	1	1	1	$1 - P$	$0 < p < 1$
Binomial	$-n$	1	1	$-P / 1 - P$	$0 < p < 1$
Binomial Negativa ...	K	1	1	$1 - p$	$0 < p < 1$
Hipergeométrica	$-n$	$-Np$	N_{q-n+1}	1	
Hipergeométrica Generalizada	$-n$	$-a$	$b - n + 1$	1	$a, b \in R$
Waring	K	1	$e + 1$	1	$e > 0$

Una clasificación más exhaustiva puede obtenerse en DACEY [2].

V. BIBLIOGRAFIA

- [1] CARLSON, B. C. (1977): Special functions of applied mathematics. Academic Press, New York.
- [2] DACEY, M. F. (1971): A family of discrete probability distributions defined by the generalized hypergeometric series. Sankhya, serie B, 243-250.
- [3] ERDELY, A. (1953): Higher transcendental functions, vol. I, II, III. Mc Graw Hill, New York.
- [4] FAJARDO, M. A. (1985): Generalizaciones de los sistemas pearsonianos discretos. (Tesis Doctoral). Publi. Sección de matemáticas. F. C. Extremadura.
- [5] KOYCK, L. M. (1954): Distributed Lags and Investment Analysis. North-Holland Publishing Company. Amsterdam.
- [6] SOLOW, R. M. (1960): On a Family of Lag Distributions. Econométrica, 28, pp. 393-406.

CRITERIOS DE NO NEGATIVIDAD EN PROGRAMACION LINEAL MULTI OBJETIVO

M.^a DOLORES SOTO TORRES

R. FERNANDEZ LECHON

Universidad de Valladolid

1. INTRODUCCION

Es frecuente en la realidad económica encontrarse con problemas donde el decisor no utiliza una sola función objetivo para la elección de las variables que optimizan el modelo; en particular, si se pretende optimizar simultáneamente, sobre un poliedro convexo, dos o más funciones lineales no comparables, tendríamos un programa lineal multiobjetivo (PLMO).

Estos programas pueden plantearse como:

$$\text{máx. } C \cdot x \quad \text{sujeto a: } A \cdot x = b, \quad x \geq 0 \quad [1]$$

donde C es una matriz pxn , A es una matriz mxn y b es un vector de R^m .

Designemos por F el conjunto de soluciones posibles de este programa lineal que, puesto que es un poliedro convexo, tendrá un número finito de puntos extremos.

Para cualquier solución posible, el valor de la función objetivo es un vector columna, y puesto que el orden establecido es un orden parcial, es por lo que en PLMO no se buscan soluciones óptimas, sino que es preciso establecer un concepto de optimalidad más débil. Este concepto será el de Pareto, que nos permite definir las soluciones eficientes y débilmente eficientes.

Definición 1.—Una solución posible x_0 es eficiente si no existe otra solución posible x , tal que $C \cdot x \geq C \cdot x_0$ con $C \cdot x \neq C \cdot x_0$.

Definición 2.—Una solución posible x_0 es débilmente eficiente si no existe otra solución posible x , tal que $C \cdot x > C \cdot x_0$.

En particular, si $C = I_n$ tendremos el concepto de solución admisible y débilmente admisible.

Denotemos por $EF(C)$ y por $\overline{EF}(C)$ los conjuntos de soluciones eficientes y débilmente eficientes del programa [1].

Para la búsqueda de las soluciones eficientes y débilmente eficientes se han propuesto distintos algoritmos, en general, partiendo de una primera solución extrema eficiente (débilmente eficiente) se consideran sus puntos extremos adyacentes, en los que se realiza un determinado test de eficiencia o débilmente eficiencia que consiste, en general, en resolver un programa lineal, véase Yu y Zeleny (1975), Ecker y Kouada (1978), Franklin (1980) y Gal (1981).

Por otro lado, si la matriz C verifica determinadas condiciones de no negatividad, pueden obtenerse otros criterios alternativos que permitan encontrar las soluciones eficientes y débilmente eficientes de estos programas lineales multiobjetivos. Criterios que se basan en procesos de comparación.

La finalidad de este trabajo es disminuir el número de comparaciones que es necesario realizar cuando se consideran matrices de estas características.

2. CARACTERIZACION DE LOS CONJUNTOS DE SOLUCIONES EFICIENTES Y DÉBILMENTE EFICIENTES EN MATRICES NO NEGATIVAS

Cuando la matriz C de la función objetivo es de elementos arbitrarios, la determinación de las soluciones eficientes y débilmente eficientes se reduce a la búsqueda de óptimos de PL, de acuerdo con los teoremas siguientes (véase Kranklin, *op. cit.*).

Teorema 1.—Una solución posible x_0 es una solución eficiente del programa [1] si, y sólo si, existe un vector w positivo tal que x_0 es la solución óptima del programa lineal uniobjetivo:

$$\text{máx. } w^t \cdot C \cdot x \quad \text{sujeto a: } A \cdot x = b, \quad x \geq 0 \quad [2]$$

Teorema 2.—Una solución posible x_0 es débilmente eficiente del programa [1] si, y sólo si, existe un vector w no negativo ni nulo tal que x_0 es la solución óptima del programa lineal uniobjetivo:

$$\text{máx. } w^t \cdot C \cdot x \quad \text{sujeto a: } A \cdot x = b, \quad x \geq 0 \quad [3]$$

Existen otros teoremas alternativos para caracterizar las soluciones eficientes y débilmente eficientes; sin embargo, de estos teoremas se obtiene que el conjunto de soluciones eficientes y débilmente eficientes no tienen por qué ser convexos y que el conjunto de soluciones eficientes es un subconjunto del conjunto de soluciones débilmente eficientes. Además, estos conjuntos son cerrados y conectados (véase Benson, 1985), siendo esta última propiedad la que guía la mayoría de los algoritmos de búsqueda de soluciones eficientes y débilmente eficientes.

A partir de ahora consideramos que la matriz C de la función objetivo es no negativa, con ninguna columna de ceros, entonces, a partir del teorema 1, podemos establecer el siguiente corolario:

Corolario 1.—Toda solución eficiente del PLMO [1] es admisible.

Basta observar que si x_0 es eficiente, es el óptimo del programa lineal uniobjetivo:

$$\text{máx. } w^t \cdot C \cdot x \quad \text{sujeto a: } A \cdot x = b, \quad x \geq 0$$

con w positivo, definiendo $w^t \cdot C = w'^t$, tenemos que w' es un vector positivo, siendo, por tanto, x_0 el óptimo del programa:

$$\text{máx. } w'^t \cdot I_n \cdot x \quad \text{sujeto a: } A \cdot x = b, \quad x \geq 0$$

Las mismas consideraciones podemos hacer para las soluciones débilmente eficientes. Así pues, podemos establecer las siguientes relaciones:

$$\begin{aligned} EF(C) &\subset EF(I_n) \subset \overline{EF}(I_n) \\ EF(C) &\subset \overline{EF}(I_n) \subset \overline{EF}(I_n) \end{aligned}$$

Caractericemos ahora las soluciones admisibles (débilmente admisibles) que no son eficientes (débilmente eficientes).

Proposición 1.—Si x_0 es admisible y no es eficiente del PLMO [1] existe otra solución admisible z tal que $C \cdot z \geq C \cdot x_0$.

La demostración de esta proposición (Bitran, 1980) está basada en la resolución del programa lineal uniobjetivo:

$$\text{máx. } e^t \cdot C \cdot x \quad \text{sujeto a: } C \cdot x \geq C \cdot x_0, \quad A \cdot x = b, \quad x \geq 0$$

donde e es el vector de unos. Este programa tiene un conjunto de oportunidades no vacío y solución finita, siendo precisamente su óptimo el que es posible comparar con x_0 .

Esta proposición puede establecerse también para soluciones débilmente eficientes:

Proposición 2.—Si x_0 es débilmente admisible y no es débilmente eficiente del PLMO [1] existe otra solución débilmente admisible z tal que $C \cdot z > C \cdot x_0$.

Para demostrar esta proposición podemos seguir un razonamiento análogo al anterior, considerando un nuevo programa lineal uniobjetivo:

$$\text{máx. } e^t \cdot C \cdot x \quad \text{sujeto a: } C(x - x_0) + s \geq 0 \quad A \cdot x = b, \quad x \geq 0, \quad s \geq 0$$

Así pues, para determinar las soluciones eficientes o débilmente eficientes de programas lineales multiobjetivos con matrices en la función objetivo no negativas y con ninguna columna de ceros, bastará determinar las soluciones admisibles y, en su caso, las débilmente admisibles y luego realizar entre ellas un proceso de compa-

ración en base a la matriz C , proceso más sencillo que el de resolver subsiguientes programas lineales.

Las siguientes proposiciones nos permiten reducir el número de posibles comparaciones que sería necesario realizar entre las admisibles (débilmente admisibles) para determinar las soluciones eficientes (débilmente eficientes).

Proposición 3.—Si x_0 es el único punto extremo del conjunto de soluciones posibles que es admisible (débilmente admisible), entonces x_0 es la única solución eficiente (débilmente eficiente).

Esta proposición resulta inmediata y puede ser considerada como un corolario de las proposiciones anteriores.

Proposición 4.—Si x_0 es un punto extremo de F admisible y no único, entonces x_0 es eficiente si, y sólo si, para toda solución admisible x de una cara cualquiera en la que está x_0 no se verifica $C \cdot x \geq C \cdot x_0$.

La condición necesaria resulta inmediata. Para demostrar la condición suficiente razonemos por reducción al absurdo y supongamos que x_0 no es eficiente del PLMO [1], entonces según la proposición 1 existirá otra solución admisible y tal que $C \cdot y \geq C \cdot x_0$, luego la solución admisible y no pertenece a ninguna de las caras a las que pertenece x_0 .

Sea $z = a \cdot y + (1 - a) \cdot x_0$, a perteneciendo al intervalo $(0, 1)$. La solución posible z es del interior de F y converge a x_0 cuando a tiende hacia cero; además, se verifican las siguientes relaciones $C \cdot y \geq C \cdot z \geq C \cdot x_0$.

Consideremos una bola $B_r(x_0)$ tal que verifique:

- a) Que z pertenezca a la bola, lo que siempre es posible, ya que la distancia de z a x_0 tiende a cero.
- b) Los únicos puntos frontera de F que están en la bola sean de las caras a las que pertenece x_0 .

Ahora consideremos el conjunto convexo H intersección de la bola de centro x_0 y de F , la solución posible z es del interior del conjunto H : en esta bola hay una región de soluciones posibles mejores que z , la prolongación de esta región hasta alcanzar la frontera de H tendrá todas las soluciones posibles mejores que z , todas ellas pertenecientes a H ; luego, en particular, estarán las soluciones admisibles mejores que z ; sea x_1 una de estas soluciones admisibles, entonces se verificará $C \cdot x_1 \geq C \cdot x_0$, lo que es contradictorio con la hipótesis.

En particular, si $n = 2$, la proposición podría enunciarse de forma más restrictiva.

Proposición 5.—Sea x_0 un punto extremo de F admisible y no único, entonces x_0 es una solución eficiente del PLMO [1] si, y sólo si, para todo extremo admisible adyacente a x_0 no se verifica $C \cdot y \geq C \cdot x_0$.

Esta proposición enunciada por Benson (*op. cit.*) es una consecuencia de la proposición 4, ya que cuando n es igual a dos las caras del poliedro convexo son aristas y un punto extremo sólo puede tener, a lo sumo, dos puntos extremos adyacentes y, por tanto, a lo sumo dos aristas, entonces, si z es una solución no extrema admi-

ble de una arista que sale de x_0 , no puede verificar $C \cdot z \geq C \cdot x_0$, ya que si lo verificase el extremo adyacente a x_0 , que es admisible, también lo verificaría, por consiguiente, si x_1 es un extremo admisible y adyacente a x_0 que verifica la condición propuesta, ningún punto interior de la arista puede dejar de verificarla.

Como afirma Benson (*op. cit.*), esta proposición no puede generalizarse a \mathbb{R}^3 , basta considerar el PLMO

$$\text{máx. } C \cdot x \text{ sujeta a: } x \in F$$

donde C es la matriz

$$\begin{pmatrix} 2 & 3 & 5 \\ 7 & 5 & 2 \end{pmatrix}$$

y el conjunto de oportunidades es:

$$F = (x \in \mathbb{R}^3 / x_1 + x_2 + x_3 \leq 1, x \geq 0)$$

Las únicas soluciones admisibles son las que verifican la restricción en igualdad. Los puntos extremos de esta cara son los vectores unitarios; $C \cdot e_1, C \cdot e_2, C \cdot e_3$ no son comparables, luego el extremo admisible e_3 tiene en su cara otros dos extremos admisibles adyacentes no comparables y, sin embargo, no es eficiente, ya que la solución admisible del interior relativo $x = (0.5, 0.2, 0.3)^t$ verifica $C \cdot x > C \cdot e_3$.

Las proposiciones 4 y 5 pueden también enunciarse para soluciones débilmente eficientes, considerando el concepto de débilmente admisible.

La resolución de programas lineales multiobjetivos en los que la matriz C varía dentro de una familia de matrices lleva consigo, en general, la resolución para cada punto extremo de F , de un programa no lineal donde se suelen aplicar técnicas de relajación para su resolución. Este hecho se debe a que en estos programas lineales multiobjetivos se definen los conjuntos de soluciones eficientes y débilmente eficientes como la intersección de todos los de la familia, lo que da lugar, en muchos casos, a la pérdida de conexión de estos conjuntos.

En particular, cuando las matrices de la familia son no negativas y con ninguna columna de ceros, los procedimientos anteriormente descritos pueden aplicarse sin necesidad de utilizar otras técnicas.

BIBLIOGRAFIA

- BENSON, H. P.: «Multiple Objective Linear Programming with Parametric Criteria Coefficients». *Management Science*, vol. XXXI, n.º 4, April (1985), pp. 461-474.
- BITRAN, G. R.: «Linear Multiple Objective Problems with Interval Coefficients». *Management Science*, vol. XXVI, n.º 7, July (1980), pp. 694-706.
- ECKER, J. G., and KOUADA, I. A.: «Finding All Efficient Extreme Points for Multiple Objective Linear Programs». *Mathematical Programming*, vol. XIV, n.º 2, March (1978), pp. 249-261.
- FRANKLIN, J.: *Methods of Mathematical Economics*. Springer-Verlag. New York (1980).

- GAL, T.: «Postefficient Sensitivity Analysis in Linear Vector Maximum Problems». *Multiple Criteria Analysis* (P. Nijkamp and J. Spronk, Eds.). Gower, England (1981), pp. 259-271.
- YU, P. L., and ZELENY, M.: «The Set of All Nondominated Solutions in Linear Cases and a Multicriteria Simplex Method». *Journal of Mathematical Analysis and Applications*, vol. IL (1975), pp. 430-468.

COMPARACION DE ESTIMADORES EN MODELOS DE REGRESION TRUNCADOS

CONCEPCION GONZALEZ

GINES GUIRAO

Universidad de La Laguna

1. INTRODUCCION

Dentro de los últimos avances importantes en la metodología econométrica, una gran parte de ellos, se han desarrollado en el estudio de modelos con variable dependiente limitada, esto es, modelos de regresión para los cuales el rango de la variable dependiente está restringido a algún subconjunto de la recta real. Tales restricciones «a priori» se encuentran con bastante frecuencia en estudios de corte transversal relativo a la conducta de los agentes económicos.

En Economía la utilización de tales modelos fue sugerida en un trabajo pionero por Tobin (1958). El analizó el gasto familiar en bienes duraderos usando un modelo de regresión que específicamente tenía en cuenta el hecho de que el gasto (la variable dependiente de su modelo de regresión) no puede ser negativo. Tobin llamó a su modelo de variables dependientes limitadas. Este, y sus muchas generalizaciones, son popularmente conocidas entre los economistas como modelos «Tobit». También son conocidos, en la literatura estadística, como modelos de regresión censurados o truncados. El modelo se llama truncado si las observaciones que caen fuera de un rango específico son totalmente descartados y, por tanto, la variable dependiente tendrá una densidad continua sobre su soporte. Y censurado, si al menos se dispone de observaciones sobre las variables exógenas, en este caso la variable dependiente tendrá una masa de probabilidad concentrada en algún punto.

Entre 1958, cuando apareció el artículo de Tobin, y 1970, los modelos Tobit tuvieron escasa relevancia en aplicaciones econométricas, así como fueron nulas las contribuciones teóricas. Es a partir de 1970 cuando empiezan a surgir numerosas aplicaciones que cubren una amplia área de la Economía.

Este fenómeno se ha debido principalmente, por un lado, al reciente incremento en la disponibilidad de paneles de datos muestrales a nivel micro, y por otro lado,

al creciente avance en la tecnología computacional que ha permitido que la estimación a gran escala de los modelos Tobit sea factible.

Al mismo tiempo, se ha propuesto muchas generalizaciones del modelo original de Tobin, así como varios métodos de estimación para estos modelos.

De hecho modelos y métodos de estimación, son ahora tan numerosos y diversos que es difícil para los econométricos mantenerse al día de todos ellos y mantener una clara noción de sus méritos relativos.

En este sentido, es preciso destacar el trabajo realizado por Amemiya (1984, 1985) que ha clasificado los diversos modelos Tobit en cinco tipos básicos, de tal forma que, tal y como él indica: «Aproximadamente el 95 por 100 de las aplicaciones econométricas de los modelos Tobit caen dentro de algunos de estos cinco tipos.

En lo relativo a la estimación consistente de los parámetros de la función de regresión, hay que destacar, que ha sido investigada esencialmente por Amemiya (1973) Heckman (1967, 1979) y Powell (1984, 1986).

El objetivo de este trabajo es revisar los distintos métodos de estimación para modelos de regresión truncados, comparándolos en términos de la complejidad computacional y las propiedades estadísticas de los estimadores, así como hacer una simulación que nos permita comparar el comportamiento de estos estimadores con muestras de tamaño pequeño y mediano, con diversas distribuciones para el término de error y con distintos grados de censura, tal y como hizo Paarche (1984) para el modelo regresión censurado.

2. EL MODELO Y ESTIMADORES

Este tipo de modelos puede especificarse estadísticamente del siguiente modo, sea:

$$(2 - 1) \quad Y_t^* = X_t' \beta + \mu_t, \quad t = 1, 2, \dots; T$$

donde Y_t^* es una v. a. no observable, X_t' es el vector de variables exógenas, β es el vector de parámetros desconocido y las μ_t son las perturbaciones aleatorias que supondremos que se distribuyen idéntica e independientemente con densidad simétrica en cero.

Es el esquema muestral investigado por Tobin, son los valores que se observan de la variable dependiente son:

$$Y_t = \max \{ 0, X_t' \beta + \mu_t \}$$

El esquema muestral investigado en este trabajo descarta las observaciones para las cuales $Y_t = 0$, es decir, la muestra sólo contiene observaciones positivas de la variable dependiente.

El primer método de estimación que se aplicó a modelos de regresión utilizando muestras truncadas fue el de mínimos cuadrados ordinarios. Supongamos que apliquemos M.C.O en (2 - 1) para las observaciones positivas. El modelo es ahora:

$$(2 - 2) \quad Y_t = X_t' \beta + \mu_t, \quad Y_t > 0 \quad t = 1, 2, \dots M$$

Pero entonces tenemos lo siguiente:

$$(2 - 3) \quad E (\mu_t/Y_t > 0) = E (\mu_t/U_t > -X_t' \beta) \neq 0$$

que es distinto de cero si la distribución de μ es simétrica alrededor del origen [por ejemplo, $\mu \approx N(0, \sigma)$]. Por tanto, si aplicamos M.C.O. en una regresión truncada las estimaciones serán sesgadas, ya que no se cumple un supuesto básico, necesario para la insesgadez de las M.C.O., y que es el supuesto de que la media de los errores sea cero (o al menos constante).

Una alternativa inmediata propuesta por Heckman (1976) es obtener el sesgo de (2-3) para incorporarlo a la ecuación. Puede demostrarse por integración directa que:

$$(2 - 4) \quad E (U_t/Y_t > 0) = \sigma m(X_t' \beta/\sigma)$$

$$U_t \approx N(0, \sigma)$$

$$m(.) = \phi(.)/\Phi(.)$$

siendo $\phi()$ y $\Phi()$ las funciones de densidad y distribución de una normal estandar, respectivamente.

Es claro entonces que podemos escribir:

$$(2 - 5) \quad Y_t = X_t' \beta + \sigma m(X_t' \beta/\sigma) + \epsilon_t$$

$$E(\epsilon_t/X_t) = E(\epsilon_t) = 0$$

$$\text{Var}(\epsilon_t) = \sigma^2 [1 - X_t' \beta/\sigma m(X_t' \beta/\sigma) - m^2(X_t' \beta/\sigma)]$$

Por tanto, la relación dada en (2 — 5) define un modelo de regresión no lineal heteroscedástico y se pueden obtener estimaciones consistentes de los parámetros β y σ de la función de regresión poblacional, aplicando Mínimos Cuadrados No Lineales (M.C.N.L.) a la ecuación (2 — 5) (1). Es decir, en este método β y σ se eligen de tal forma que minimicen.

$$(2 - 6) \quad \Sigma [Y_t - X_t' \beta - \sigma m(X_t' \beta/\sigma)]^2$$

Como los errores del modelo son heteroscedásticos se pueden obtener estimadores asintóticamente más eficientes así como estimadores consistentes de la matriz de covarianzas utilizando Mínimos Cuadrados No Lineales Ponderados (M.C.N.L.P.). Para construir el peso de la ponderación puede utilizarse la corrección de White (1980).

Amemiya (1973) ha propuesto un método para obtener estimadores consistentes de la ecuación (2 — 5). El utiliza una técnica de variables instrumentales en una ecuación que obtiene ingeniosamente de (2 — 5), la cual no solamente es lineal en los parámetros a estimar (β, σ^2) sino que además no contiene la expresión de la inversa de la razón de Mills $m()$. Específicamente, él eleva la ecuación (2 — 5) al cuadrado y toma valores esperados, obteniendo:

$$E(Y_t^2/X_t, Y_t > 0) = X_t' \beta E[Y_t/X_t, Y_t > 0] + \sigma^2$$

(1) Hartely (1976) y Stapleton y Young (1984)

por tanto:

$$(2 - 7) \quad Y_t^2 = X_t' \beta Y_t + \sigma^2 + \delta_t$$

donde:

$$\delta_t = X_t' \beta [E(Y_t/X_t, Y_t > 0) - Y_t] + Y_t^2 - E(Y_t^2/Y_t > 0)$$

Como puede observarse la ecuación (2 - 7) es lineal en los parámetros a estimar y además no contienen el término $m()$, sin embargo, presenta el inconveniente de estar la variable endógena Y_t en el lado derecho de la ecuación. Esta complicación puede solventarse por una técnica de variables instrumentales. Especificando la ecuación (2 - 7) se puede estimar por M.C.O. después de reemplazar Y_t en el lado derecho por su predicción obtenida de regresar Y_t sobre X_t obteniéndose así, el estimador propuesto por Amemiya.

$$(2 - 8) \quad \hat{\theta}_1 = \begin{bmatrix} \hat{\beta} \\ \hat{\sigma}^2 \end{bmatrix} = \left\{ \Sigma \begin{bmatrix} X_t' Y_t \\ 1 \end{bmatrix} (X_t' \hat{Y}_t, 1) \right\}^{-1} \Sigma \begin{bmatrix} X_t' Y_t \\ 1 \end{bmatrix} Y_t^2$$

que es débilmente consistente y asintóticamente normal.

El siguiente método a considerar es el de máxima verosimilitud. Para simplificar, vamos a hacer el supuesto usual de que $U_t \approx N(0, \sigma)$. Entonces la densidad de Y_t condicionada a que $Y_t > 0$, está dada por:

$$(2 - 9) \quad \frac{1}{\Phi(X_t' \beta / \sigma)} \frac{1}{2\pi\sigma^2} e^{-\frac{1}{2\sigma^2} (Y_t - X_t' \beta)^2}$$

Por tanto, la función logaritmo verosímil basada en las M observaciones positivas será:

$$(2 - 10) \quad \ln L = - \sum_{i=1}^M \ln \Phi(X_i' \beta / \sigma) - M \ln(2n\sigma) - \frac{1}{2\sigma^2} \sum_{i=1}^M (Y_i - X_i' \beta)^2$$

Y los estimadores de máxima verosimilitud de los parámetros β y σ se obtienen maximizando la función:

$$(2 - 11) \quad - \Sigma \left[\ln \sigma + \frac{1}{2\sigma^2} (Y_t - X_t' \beta)^2 + \ln \Phi(X_t' \beta / \sigma) \right]$$

Amemiya (1973) ha demostrado que dicho estimador es consistente y asintóticamente normal y eficiente. Por tanto, se pueden construir test de hipótesis tipo Wald y razón de verosimilitud relativos a los coeficientes desconocidos de la regresión, utilizando la estimación de la matriz asintótica de covarianzas que se puede obtener como la inversa de la matriz hessiana negativa.

Una observación importante respecto al estimador M.V. es su falta de robustez frente a cambios en determinados supuestos. En el caso lineal clásico, es bien sabido que la distribución asintótica de este estimador no se ve afectada por la no normalidad. También los estimadores siguen siendo consistentes en presencia de heteroscedasticidad. No es así, sin embargo, en el caso de los Tobits.

Powell (1984) ha propuesto un estimador que es robusto al incumplimiento de dichos supuestos distribucionales, dicho estimador es una generalización del estimador que se obtiene mediante la minimización de la suma de las desviaciones absolutas en el modelo lineal standard, es consistente y asintóticamente normal para una clase amplia de distribuciones del término de error. Además de ser robusto para la heteroscedasticidad.

Los supuestos necesarios para la demostración de dichas propiedades así como estimadores consistentes de la matriz de covarianzas asintótica pueden verse en Powell (1984) y Guirao y Murillo (1986).

La idea básica de este estimador es obtener la función mediana de Y_i , en función de los parámetros desconocidos y utilizar la propiedad de la mediana de minimizar la suma de las desviaciones absolutas a los valores de la variable. En el modelo de regresión truncado, la función mediana de Y_i viene dada por:

$$\text{md}(\beta, X_i) = \max \{1/2 Y_i, X_i' \beta\}$$

Así pues, el estimador D.A.M. truncado de β se define como el vector β que minimiza.

$$\Sigma [Y_i - \max \{1/2 Y_i, X_i' \beta\}]$$

Un problema práctico importante para la aplicación de todos estos métodos de estimación es la disponibilidad de programas informáticos que los lleven a cabo, así como al coste computacional de su ejecución.

Para las estimaciones M.C.O. y V.I.A., hemos utilizado los programas que se encuentran disponibles en S.P.S.S. Para los otros tres estimadores hemos utilizado los programas E04 de la biblioteca Nag.

Un inconveniente que presenta el estimador máximo verosímil y el mínimos cuadrático no lineal es que en ellos aparece la inversa de la razón de Mill's la cual no tiene una expresión analítica cerrada.

Varios autores han propuesto distintas expresiones para aproximar la función de distribución de la normal standard, entre ellos Mauleón (1987) ha propuesto aproximar la serie

$$F(x) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^x e^{-t^2/2} dt = 1/2 + \frac{1}{2\pi} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{2^n n! (2n+1)} X^{2n+1}$$

truncándola en el término 11. Lo cual presenta serios inconvenientes desde el punto de vista numérico, puesto que sólo es válida para $|x| < 3$

En nuestras estimaciones hemos utilizado una representación racional tipo Padé en 6 puntos (0, 0.5, 1, 2, 3, + ∞) (2), que es válida para todo valor de x , esto es:

$$f(x) \approx 1/2 + \frac{1}{2\pi} \frac{x + q_1 X^2 + (-1/6 + q_2) X^3 + \pi/2 q_4 X^4}{1 + q_1 X + q_2 X^2 + q_3 X^3 + q_4 X^4}$$

(2) La aproximación tipo Padé ha demostrado poseer importantes propiedades de estabilidad y convergencia. Fue introducida por Brezinski (1979).

donde:

$$\begin{aligned}q_1 &= 0.18859. \\q_2 &= 0.23499. \\q_3 &= 0.05771. \\q_4 &= 0.02605.\end{aligned}$$

3. EL EXPERIMENTO Y LOS RESULTADOS EXPERIMENTALES

Considerando una función de regresión simple, hemos realizado un experimento de simulación que nos permitiese investigar el efecto que sobre estos cinco estimadores tienen:

- a) Diferentes distribuciones del término de error (Cauchy y normal).
- b) El tamaño muestral, considerando muestras de tamaño pequeño y mediano ($T = 100$ y $T = 200$).
- c) El grado de censura, es decir, la cantidad de valores descartados en la muestra (el 25 % y el 50 %).

Por tanto, el experimento envolvió ocho comparaciones, las que resultaron de los cuatro tamaños muestrales ($M = 50, 75, 100, 150$) con los dos supuestos distribucionales de las perturbaciones.

En cada caso se obtuvieron estimaciones de los parámetros a y b con cada uno de los distintos métodos, el Máximo Verosímil (M.V.), el Desviación Absoluta Mínima (D.A.M.), el de Variables Instrumentales de Amemiya (V.I.A.), el Mínimo Cuadrático no Lineal (M.C.N.L.) y el Mínimo Cuadrático Ordinario (M.C.O.). Se hicieron 100 replicaciones para cada estimador y cada caso, los resultados se presentan en las tablas 1 a 8.

TABLA 1
NORMAL - TAMAÑO MUESTRAL = 50

		VERDADERO	MEDIA	DESV. ST.	MINIMO	MAXIMO
M. V.	a	-10	-10.03	9.50	-57.3	3.8
	b	1	1.01	0.52	0.1	3.1
D. A. M.	a	-10	-11.16	7.15	-45.8	5.1
	b	1	0.99	0.45	-0.1	2.7
M. C. N. L.	a	-10	3.76	2.26	-2.2	9.2
	b	1	0.43	0.18	0.6	0.9
V. I. A.	a	-10	32.86	505.16	-1226.0	4356.0
	b	1	0.43	4.18	-27.9	11.2
M. C. O.	a	-10	4.18	2.23	-1.4	9.3
	b	1	0.42	0.18	0.1	0.8

TABLA 2
NORMAL - TAMAÑO MUESTRAL = 75

		VERDADERO	MEDIA	DESV. ST.	MINIMO	MAXIMO
M. V.	a	-2.09	-3.43	5.53	-22.8	10.9
	b	1	1.07	0.33	0.1	1.9
D. A. M.	a	-2.09	-10.20	22.28	-212.6	11.0
	b	1	1.40	1.23	0.3	12.1
M. C. N. L.	a	-2.09	5.62	2.03	0.6	12.2
	b	1	0.61	0.17	0.1	1.0
V. I. A.	a	-2.09	25.16	246.80	-194.3	2246.3
	b	1	0.79	2.61	-16.5	5.3
M. C. O.	a	-2.09	6.04	2.03	1.0	13.0
	b	1	0.60	0.16	0.1	0.9

TABLA 3
NORMAL - TAMAÑO MUESTRAL = 100

		VERDADERO	MEDIA	DESV. ST.	MINIMO	MAXIMO
M. V.	a	-10	-9.11	7.40	-37.7	6.0
	b	1	0.97	0.42	0.1	2.6
D. A. M.	a	-10	-10.85	7.78	-68.3	0.5
	b	1	1.00	0.50	0.1	4.6
M. C. N. L.	a	-10	3.96	1.80	-0.8	8.7
	b	1	0.41	0.15	0.1	0.7
V. I. A.	a	-10	-12.63	106.61	-776.9	413.4
	b	1	1.09	1.66	-3.7	6.7
M. C. O.	a	-10	4.40	1.77	-0.1	9.1
	b	1	0.40	0.14	0.1	0.7

TABLA 4
NORMAL - TAMAÑO MUESTRAL = 150

		VERDADERO	MEDIA	DESV. ST.	MINIMO	MAXIMO
M. V.	a	-2.09	-2.31	4.06	-13.8	4.4
	b	1	1.02	0.26	0.5	1.6
D. A. M.	a	-2.09	-6.54	8.22	-43.0	5.5
	b	1	1.26	0.49	0.4	3.3
M. C. N. L.	a	-2.09	5.81	1.45	2.1	8.8
	b	1	0.61	0.13	0.3	0.9
V. I. A.	a	-2.09	-11.79	36.47	-131.8	104.0
	b	1	1.34	1.10	-1.8	3.9
M. C. O.	a	-2.09	6.16	1.43	2.5	9.0
	b	1	0.60	0.12	0.3	0.8

TABLA 5
NORMAL - TAMAÑO MUESTRAL = 50

		VERDADERO	MEDIA	DESV. ST.	MINIMO	MAXIMO
M. V.	a	-10	-20.10	506.36	-1552.0	2.0
	b	1	-40.15	57.39	-299.0	9.2
D. A. M.	a	-10	-9.75	5.84	-35.5	5.6
	b	1	0.94	0.43	-0.1	2.4
M. C. N. L.	a	-10	151.00	896.54	-120.0	8892.0
	b	1	-6.93	58.94	-580.0	32.2
V. I. A.	a	-10	13124.73	86855.30	-280814.0	681868.0
	b	1	4278.35	34539.80	-85112.8	225062.0
M. C. O.	a	-10	148.69	887.60	-116.0	8891.8
	b	1	-6.78	58.35	-579.9	32.0

TABLA 6
NORMAL - TAMAÑO MUESTRAL = 75

		VERDADERO	MEDIA	DESV. ST.	MINIMO	MAXIMO
M. V.	a	1.60	-98.90	101.38	-244.3	-19.2
	b	1	-25.47	23.42	-59.7	7.7
D. A. M.	a	1.60	0.68	4.83	-8.9	10.5
	b	1	1.06	0.37	-0.0	1.6
M. C. N. L.	a	1.60	28.35	25.93	-14.4	98.0
	b	1	0.67	2.86	-3.9	10.5
V. I. A.	a	1.60	-578.21	5895.90	-23357.2	3224.2
	b	1	-98.27	457.63	-1891.3	347.9
M. C. O.	a	1.60	28.55	25.63	-11.3	98.0
	b	1	0.66	2.82	-3.9	10.3

TABLA 7
NORMAL - TAMAÑO MUESTRAL = 100

		VERDADERO	MEDIA	DESV. ST.	MINIMO	MAXIMO
M. V.	a	-10	461.93	2357.37	-1504.0	11280.0
	b	1	-71.25	184.62	-974.9	-2.6
D. A. M.	a	-10	-10.85	7.78	-68.3	0.5
	b	1	1.00	0.50	0.1	4.6
M. C. N. L.	a	-10	122.29	439.23	-72.2	4285.0
	b	1	-5.03	27.22	-261.9	12.0
V. I. A.	a	-10	34470.90	123046.50	-110773.2	587379.0
	b	1	657.81	2935.89	-2306.9	19660.6
M. C. O.	a	-10	123.54	437.15	-68.8	4285.2
	b	1	-5.13	27.09	-261.8	11.8

TABLA 8
NORMAL - TAMAÑO MUESTRAL = 150

		VERDADERO	MEDIA	DESV. ST.	MINIMO	MAXIMO
M. V.	a	1.60	-402.98	614.16	-1906.0	-50.8
	b	1	-376.16	730.60	-1802.0	2.3
D. A. M.	a	1.60	0.69	4.80	-21.3	6.8
	b	1	1.06	0.29	0.3	2.2
M. C. N. L.	a	1.60	59.67	73.11	16.1	288.5
	b	1	-1.17	5.06	-18.2	2.4
V. I. A.	a	1.60	18302.23	31181.19	-2344.7	87959.3
	b	1	240.53	1450.74	-1564.4	4117.0
M. C. O.	a	1.60	230.06	678.05	16.1	2380.8
	b	1	-11.8	41.4	-143.2	2.2

4. REFERENCIAS BIBLIOGRAFICAS

- AMEMIYA, T. (1973): «Regression analysis when the dependent variable is truncated normal». *Econometrica* 41, 997-1016.
- (1984): «Tobit models: A survey». *Journal of Econometrics* 24, 3-61.
- DREZINSKI, C. (1980): «Padé-type approximations and general orthogonal polynomials». Birkhäuser.
- GUIRAO, G., y MURILLO, C. (1986): «Estimación desviación absoluta mínima en modelos de regresión truncados». Publicación homenaje al Prof. Dr. Cándido Muñoz. Universidad de La Laguna.
- HARTLEY, M. J. (1976): «Estimation of the Tobit model by nonlinear least squares methods». Discussion paper n.º 373 (SUNY Buffalo, NT).
- HECKMAN, J. J. (1976 a): «The common structure of statistical models of truncation, sample selection and limited dependent variables and a simple estimator for such models». *Annals of Economic and Social Measurement* 5, 475-492.
- (1979): «Sample selection bias as a specification error». *Econometrica* 47, 153-161.
- MAULEON, I (1987): «Problemas prácticos en el tratamiento econométrico de datos cross-section». *Investigaciones Económicas XI*, 41-94.
- PAARSCH, H. J. (1984): «A Montecarlo comparison of estimators for censored regression models». *Journal of Econometrics*, 24, 197-213.
- POWELL, J. L. (1984): «Least absolute deviations estimation for the censored regression model». *Journal of Econometrics* 25, 303-325.
- (1986): «Censored regression quantiles». *Journal of Econometrics* 32.
- STAPLETON, G. G., and JOURG, D. J. (1984): «Censored normal regression with measurement error on the dependent variable». *Econometrica* 52, 737-760.
- TOBIN, J. (1958): «Estimation of relationships for limited dependent variables». *Econometrica* 26, 24-36.
- WHITE, H. (1980): «A heterocedasticity-consistent covariance matrix estimator and a direct test for heterocedasticity». *Econometrica* 48, 817-838.

MODELOS PROBABILISTICOS ALTERNATIVOS PARA EL METODO PERT. APLICACION AL ANALISIS DE INVERSIONES

RAFAEL HERRERIAS PLEGUEZUELO
Universidad de Zaragoza

1. INTRODUCCION

Los objetivos principales de este trabajo son: 1.º poner de relieve algunas cuestiones relativas a los modelos probabilísticos, utilizados tradicionalmente en el análisis de inversiones, cuando se utiliza como criterio de selección el del valor capital; 2.º obtener unos modelos alternativos para el estudio del comportamiento aleatorio de los flujos de caja de una inversión, generados a partir del sistema de distribuciones de probabilidad continuas univariantes de tipo Pearson; 3.º seleccionar aquellas distribuciones del sistema de Pearson que tengan igual medida que los modelos clásicos, pero que sus varianzas sean mayores, por lo que conducirán a resultados más conservadores; 4.º realizar un estudio comparativo de los modelos obtenidos; 5.º hacer posible la valoración de la bondad de la estimación del valor más probable, en la proporción que se desee; 6.º señalar algunas de las posibles vías de investigación que pueden ampliar los resultados obtenidos en este trabajo.

2. CONSIDERACIONES SOBRE EL MODELO PROBABILISTICO CLASICO DEL PERT

El uso de la metodología Pert tiene gran aceptación en la práctica, por la forma tan simple que tiene de calcular la duración de una actividad, basándose en tres posibles fechas de duración de la misma: i) la más probable, ii) la pesimista e iii) la optimista. El modelo probabilístico básico lo constituye una forma muy particular de distribución beta:

$$f(x) = \frac{(x - a)^{p-1} (b - x)^{q-1}}{(b - a)^{p+q-1} \beta(p, q)} \quad \text{si } a < x < b \quad \text{y } p > 1, q > 1 \quad [1]$$

que corresponde al primer caso de las distribuciones beta de tipo uno (1), caracterizado porque los valores de «p» y «q» tienen que ser ambos mayores que la unidad; en tal caso, la gráfica de la distribución tiene una forma acampanada asimétrica y, en general, la media no coincide con la moda o valor más probable, cortando al eje de abscisas en dos puntos: «a» y «b». El modelo para Pert se concreta aún más y se elige, entre otras razones (3), por motivos de facilidad de cálculo de las características estocásticas, que los exponentes «p» y «q» sean $3 + \sqrt{2}$ y $3 - \sqrt{2}$, respectivamente, si la moda, «m», de la distribución es mayor que el punto medio del intervalo de definición, o bien que sean $p = 3 - \sqrt{2}$ y $q = 3 + \sqrt{2}$ si $m < \frac{a + b}{2}$ (3).

Esta es la razón de que la distribución no esté totalmente identificada cuando se conoce el intervalo de variación (a, b), ya que hay que dilucidar si $p = 3 + \sqrt{2}$ y $q = 3 - \sqrt{2}$ o $p = 3 - \sqrt{2}$ y $q = 3 + \sqrt{2}$, según sea «m» mayor o menor que $\frac{a + b}{2}$. En el caso de que $m = \frac{a + b}{2}$, la distribución es simétrica.

A esta misma conclusión, de casi completa identificación de la distribución beta empleada, se llega utilizando las relaciones simplificadoras de la página 148 de Suárez [14], pues del sistema:

$$\alpha + \gamma = 4 \quad \text{y} \quad \frac{(\alpha + 1)(\gamma + 1)}{\alpha + \gamma + 3} = 1$$

se deduce una ecuación de segundo grado, que tiene por soluciones:

$$\alpha = 2 + \sqrt{2} \quad \text{y} \quad \gamma = 2 - \sqrt{2} \quad \text{o} \quad \alpha = 2 - \sqrt{2} \quad \text{y} \quad \gamma = 2 + \sqrt{2}$$

que coincide con lo anteriormente expuesto, teniendo en cuenta que $\alpha = p - 1$ y $\gamma = q - 1$, basta comparar la expresión dada por Suárez [14] en la página 147 y la expresión [1] anterior.

Dentro de la filosofía del Pert (4), la media estimada o tiempo medio calculado indica la fecha de terminación de cierta actividad con la mayor aproximación de acertar, siendo la varianza la que indica el riesgo de no acertar en la duración media calculada para la actividad a desarrollar, es decir, es la medida adecuada de expresar la incertidumbre y no interesa, por ello, minorizarla, pues si se hace, se concluye con resultados finales optimistas. Por lo expuesto, es práctica común en la utilización del Pert que si dos o más rutas tienen la misma media, se elige la que tienen mayor varianza, pues refleja mayor incertidumbre y conduce, por tanto, a resultados más conservadores.

(1) Véase, por ejemplo, en Dumas de Raully [3], pp. 57-59, las tres formas de distribución beta del tipo uno, y en la p. 67 la distribución beta de tipos dos.

(2) Véase en Hillier-Lieberman [6], pp. 247-248, razones «lógicas» para las estimaciones de la media y varianza del modelo básico. Y en el Apéndice I de Miller [7], una versión simplificada del desarrollo matemático contenido en el informe de la Fase I del Pert original.

(3) Véase el Apéndice I de Yu Chuen-Tao [17].

(4) Véase Taha [15], p. 374.

Por otra parte, de [1] se tiene, haciendo el cambio de variable:

$$z = \frac{x - a}{b - a} \quad [2]$$

que

$$f(z) = \frac{z^{p-1} (1-z)^{q-1}}{\beta(p, q)} \quad \text{si } 0 < z < 1 \quad \text{y } p > 1, q > 1$$

y es sobradamente conocido (véase, por ejemplo, página 60 de Dumas de Rau-ly) [3] que la media y varianza de la distribución de la variable aleatoria «z» son:

$$E[z] = \frac{p}{p+q} \quad \text{y} \quad V[z] = \frac{pq}{(p+q+1)(p+q)^2}$$

por lo que las correspondientes características estocásticas de la variable «x» serán:

$$E[x] = \frac{pb + qa}{p+q} \quad \text{y} \quad V[x] = \frac{(b-a)^2 pq}{(p+q+1)(p+q)^2}$$

como puede apreciarse, sólo en el numerador de la expresión de la media hay que saber si $p = 3 + \sqrt{2}$ o $p = 3 - \sqrt{2}$; para obviar esto y teniendo en cuenta que [1] presenta la moda en el punto:

$$m = \frac{b(p-1) + a(q-1)}{p+q-2}$$

se tiene que la expresión de $E[x]$ puede escribirse así:

$$E[x] = \frac{a + (p+q-2)m + b}{p+q}$$

por lo que al considerar los valores de «p» y «q»: $\begin{cases} p = 3 + \sqrt{2} \\ q = 3 - \sqrt{2} \end{cases}$ o $\begin{cases} p = 3 - \sqrt{2} \\ q = 3 + \sqrt{2} \end{cases}$

se obtienen las expresiones clásicas:

$$E[x] = \frac{a + 4m + b}{6} \quad \text{y} \quad V[x] = \frac{(b-a)^2}{36} \quad [3]$$

que evitan el anterior punto de incertidumbre.

Obsérvese que las expresiones [3] se han obtenido sin utilizar: a) simplificaciones en las relaciones paramétricas, tal como hace, por ejemplo, Suárez [14] en la página 148, y que él mismo apunta que han sido fuertemente criticadas por Gilles Thomas, al no existir fundamento teórico alguno para su uso (véase Suárez [14], pág. 149);

b) ni razones lógicas, tal como hacen Hillier y Lieberman [6], sino que se han obtenido determinando casi completamente una distribución beta del tipo uno.

Es sorprendente que la misma distribución beta, con los mismos valores para los parámetros «p» y «q»: $\beta(3 + \sqrt{2}; 3 - \sqrt{2})$ o $\beta(3 - \sqrt{2}; 3 + \sqrt{2})$ se aplique como modelo a todos los problemas en los que se usa el método Pert, variando solamente: 1.º el recorrido (a, b), que, por otra parte, puede normalizarse a (0,1) con el cambio de variable [2], con lo que dejaría de influir, y 2.º la posición relativa de la moda respecto al punto $\frac{a+b}{2}$, que en la mayoría de las aplicaciones concretas puede presumirse que se conoce, *a priori*, su situación, si el técnico que realiza las estimaciones es un buen profesional. Así, por ejemplo, en análisis de inversiones la estimación del flujo de caja más probable en un período «t»: $Q_t^m = m$, está más próximo de la estimación del flujo de caja más optimista para ese período: $Q_t^o = b$, que la estimación del flujo de caja más pesimista: $Q_t^p = a$. Por tanto, «m» estará a la derecha de $\frac{a+b}{2}$, con lo que $p = 3 + \sqrt{2}$ y $q = 3 - \sqrt{2}$, y «m» estará totalmente determinada por:

$$m = \frac{b(p-1) + a(q-1)}{p+q-2} = \frac{b(2+\sqrt{2}) + a(2-\sqrt{2})}{4} = \frac{a+b}{2} + \frac{\sqrt{2}}{4} (b-a) \quad (5),$$

valor éste que muy posiblemente no coincidirá con la estimación dada para él.

Análogamente, puede razonarse para la duración de una actividad donde, por la pericia del técnico, la estimación del tiempo más probable estará más cercana al punto «a» que al valor «b», con lo cual «m» estará a la izquierda del punto medio

(5) En tales casos, $8(b-m)(m-a) = (b-a)^2$, ya que

$$\begin{aligned} (b-m)(m-a) &= \left[b - \frac{a+b}{2} - \frac{\sqrt{2}}{4}(b-a) \right] \left[\frac{a+b}{2} + \frac{\sqrt{2}}{4}(b-a) - a \right] = \\ &= \left[\frac{b-a}{2} - \frac{\sqrt{2}}{4}(b-a) \right] \left[\frac{(b-a)}{2} + \frac{\sqrt{2}}{4}(b-a) \right] = \\ &= \frac{(b-a)^2}{4} - \frac{2}{16}(b-a)^2 = \frac{1}{8}(b-a)^2 \end{aligned}$$

y simétricamente:

$$\begin{aligned} &\left[b - \frac{a+b}{2} + \frac{\sqrt{2}}{4}(b-a) \right] \left[\frac{a+b}{2} - \frac{\sqrt{2}}{4}(b-a) - a \right] = \\ &= \left[\frac{b-a}{2} + \frac{\sqrt{2}}{4}(b-a) \right] \left[\frac{(b-a)}{2} - \frac{\sqrt{2}}{4}(b-a) \right] = \frac{1}{8}(b-a)^2 \end{aligned}$$

del intervalo de definición y quedará determinada por el valor $m = \frac{a + b}{2} - \frac{\sqrt{2}}{4} (b - a)$ (6).

Todas estas consideraciones y las críticas (7) a las que se ve sometida la metodología Pert en la actualidad, nos han llevado a plantearnos unos modelos probabilísticos alternativos al modelo clásico, generados por una subfamilia de distribuciones del sistema de Pearson continuo univariante que puedan usarse en el método Pert: 1.º que no tengan los inconvenientes apuntados para la distribución beta; 2.º que contengan a ésta como caso muy particular, y 3.º que el cálculo de sus características estocásticas sea simple, para que puedan utilizarse en la práctica con una comodidad semejante al modelo clásico.

3. ALGUNAS RELACIONES ENTRE LAS CARACTERISTICAS ESTOCASTICAS DE LOS MODELOS PROBABILISTICOS MAS USADOS EN ANALISIS DE INVERSIONES

Es suficientemente conocido que las medidas y varianzas de tres distribuciones de probabilidad utilizadas en análisis de inversiones: beta, triangular y uniforme, son:

$$E[B] = \frac{Q_i^o + 4Q_i^m + Q_i^p}{6} \quad V[B] = \frac{(Q_i^o - Q_i^p)^2}{36}$$

$$E[T] = \frac{Q_i^o + Q_i^m + Q_i^p}{3} \quad V[T] = \frac{(Q_i^o - Q_i^p)^2 - (Q_i^m - Q_i^p)(Q_i^o - Q_i^m)}{18}$$

$$E[U] = \frac{Q_i^o + Q_i^p}{2} \quad V[U] = \frac{(Q_i^o - Q_i^p)^2}{12}$$

En general, se tiene que:

$$V(B) < V(T) < V(U)$$

ya que como $(Q_i^o - Q_i^p)^2 - 2(Q_i^m - Q_i^p)(Q_i^o - Q_i^m) > 0$, se deduce primero que $V(T) > V(B)$ y segundo que $V(U) > V(T)$, por simple diferencia de estas expresiones.

En el caso particular de que $Q_i^m = \frac{Q_i^o + Q_i^p}{2}$ se verifica:

$$E[B] = E[T] = E[U] \quad y \quad V[B] = \frac{1}{2} V[T] = \frac{1}{3} V[U]$$

(6) Véase el pie de página de la hoja anterior.

(7) Puede verse, al respecto, el trabajo de Vazsonyi [16].

La utilización práctica de uno u otro modelo depende del nivel de información que se disponga, para estimar los dos o tres flujos de caja precisos y de la acuracidad que se suponga tiene la estimación del flujo de caja más probable.

4. LAS CURVAS DE PEARSON PARA LOS FLUJOS DE CAJA DE UNA INVERSION

Se parte del conocido sistema de distribuciones de probabilidad continuas univariantes de tipo Pearson, particularizado en la variable Q_t^I , que representa el flujo de caja de una inversión para un período de tiempo «t», donde $e \in I \subset \mathbb{R}$:

$$\frac{f'(Q_t^I)}{f(Q_t^I)} = \frac{Q_t^R - a_0}{b_0 + b_1 Q_t^I + b_2(Q_t^I)^2} \quad [4]$$

y se imponen las dos condiciones básicas, que cumple el modelo probabilístico que se utiliza en la metodología Pert, a saber:

- i) La distribución tiene un máximo relativo, es decir, es unimodal.
- ii) La distribución se anula en los extremos del recorrido, es decir, $f(Q_t^I) = 0$.

Tiene dos raíces reales diferentes y finitas. Más aún, por la naturaleza de los fenómenos a los que se aplica la metodología Pert, dichas raíces deben ser positivas en la mayoría de los casos, pues no tienen sentido hablar de tiempos negativos. Aunque no ocurre lo mismo cuando se trata de flujos de caja, ya que al ser Q_t el flujo neto de caja o cash-flow del período «t», será igual a la diferencia entre los cobros, C_t , y los pagos, P_t , de ese mismo período de tiempo, por lo que el flujo puede ser negativo, basta con que $P_t > C_t$.

Las distribuciones de probabilidad que pertenecen al sistema de Pearson pueden clasificarse atendiendo a distintos criterios, así Elderton y Johnson [4] las clasifican, siguiendo a Pearson, atendiendo a la naturaleza de las raíces del denominador del segundo miembro de [4] y su posición respecto de la medida de la distribución. Posteriormente, Cansado [1] logra una clasificación más reducida, considerando los valores que pueden presentar las raíces, pero también pueden clasificarse las distribuciones continuas univariantes utilizando los coeficientes de asimetría y curtosis de Fisher: $\gamma_1 = \frac{\mu_3}{\sigma^3}$ y $\gamma_2 = \frac{\mu_4}{\sigma^4} - 3$ o de Pearson: $\beta_1 = \gamma_1^2$ y $\beta_2 = \gamma_2 + 3$, en tres grandes tipos: de forma acampanada, de forma en jota y de forma en U(8).

Nuestro interés claramente se centra en las distribuciones con gráfica del primer tipo, que son las que pueden utilizarse en la metodología Pert. Si la distribución es simétrica, los coeficientes de asimetría son nulos; por el contrario, si es asimétrica, el signo de γ_1 es el mismo que el de $(\mu - m)$. En este caso la distribución puede clasificarse en función del valor del coeficiente K de Pearson:

$$K = \frac{\beta_1 (\beta_2 + 3)^2}{4 (4 \beta_2 - 3 \beta_1) (2 \beta_2 - 3 \beta_1 - 6)}$$

(8) Véase p. 53 del tomo I del texto del Comisariado francés de la Energía Atómica [2].

en la forma siguiente (9);

- 1.º Si $K < 0$, el recorrido de la distribución está acotado por los dos lados.
- 2.º Si $0 < K < 1$, el recorrido de la distribución no está limitado por ningún lado.
- 3.º Si $K \geq 1$, el recorrido de la distribución está acotado por un solo lado, estando la cola en el lado que marca el signo de la asimetría estimada por el coeficiente de Fisher.

Volviendo a la ecuación diferencial [4] y a las dos condiciones que se deben imponer a los modelos para utilizar en el Pert, resulta que de i) se deduce que $\exists_1 Q_t^{r_0} / f'(Q_t^{r_0}) = 0 \Rightarrow Q_t^{r_0} = a_0 = \text{moda de la distribución} \Rightarrow a_0 = Q_t^m = \text{flujo de caja más probable}$.

De ii) se tiene que $b_0 + b_1 Q_t^r + b_2 (Q_t^r)^2 = b_2 (Q_t^r - Q_t^{r_1}) (Q_t^r - Q_t^{r_2})$, donde $Q_t^{r_1}$ y $Q_t^{r_2}$ son tales que $f(Q_t^{r_1}) = f(Q_t^{r_2}) = 0$, luego $Q_t^{r_1} = Q_t^p$ y $Q_t^{r_2} = Q_t^o$.

Utilizando estas relaciones, [4] puede escribirse en la forma siguiente:

$$\frac{f'(Q_t^r)}{f(Q_t^r)} = \frac{Q_t^r - Q_t^m}{b_2(Q_t^r - Q_t^p)(Q_t^r - Q_t^o)} \quad [5]$$

de donde:

$$f'(Q_t^r) b_2 (Q_t^r - Q_t^p) (Q_t^r - Q_t^o) = f(Q_t^r) (Q_t^r - Q_t^m)$$

y multiplicando por $(Q_t^r)^n$ e integrando en el recorrido de Q_t^r : (Q_t^p, Q_t^o) , se tiene, llamando α_K a los momentos de orden K respecto del origen:

$$\begin{aligned} -b_2 [(n+2) \alpha_{n+1} - (n+1) (Q_t^o + Q_t^p) \alpha_n + n Q_t^o Q_t^p \alpha_{n-1}] = \\ = \alpha_{n+1} - Q_t^m \alpha_n \end{aligned}$$

obteniéndose para $n = 0$ y $n = 1$ las relaciones de recurrencia siguientes:

$$\begin{aligned} -b_2 &= [2\alpha_1 - (Q_t^o + Q_t^p)] = \alpha_1 - Q_t^m \\ -b_2 &= [3\alpha_2 - 2(Q_t^o + Q_t^p) \alpha_1 + Q_t^o Q_t^p] = \alpha_2 - Q_t^m \alpha_1 \end{aligned}$$

De la primera expresión se tiene que:

$$\alpha_1 = \frac{b_2(Q_t^o + Q_t^p) + Q_t^m}{2b_2 + 1} \quad [6]$$

(9) Véase p. 58 del tomo I del texto del Comisariado francés de la Energía Atómica [2]. Evidentemente, si $K = 0$, la distribución es simétrica y nuestros modelos deben estar encuadrados en el caso 1.º.

y de la segunda:

$$\alpha_2 = \frac{Q_t^m \alpha_1 + 2b_2 \alpha_1 (Q_t^o + Q_t^p) - b_2 Q_t^o Q_t^p}{3b_2 + 1} \quad [7]$$

sustituyendo en [7] el valor de α_1 , en función de b_2 , dado por [6], obtenemos:

$$\alpha_2 = \frac{1}{(2b_2 + 1)(3b_2 + 1)} \{ 2b_2^2 [(Q_t^p)^2 + (Q_t^o)^2 + Q_t^p Q_t^o] + b_2 [3Q_t^m (Q_t^o + Q_t^p) - Q_t^o Q_t^p] + (Q_t^m)^2 \}$$

por lo que la varianza, en función de b_2 , será:

$$\sigma^2 = \alpha_2 - \alpha_1^2 = \frac{b_2 [(b_2^2 + b_2) (Q_t^o - Q_t^p)^2 + (Q_t^m - Q_t^p) (Q_t^o - Q_t^m)]}{(2b_2 + 1)^2 (3b_2 + 1)} \quad [8]$$

5. OBTENCION Y COMPARACION DE LOS DISTINTOS MODELOS GENERADOS POR EL SISTEMA DE PEARSON

Los diferentes modelos se obtienen particularizando el coeficiente b_2 del denominador de la expresión [4]. En primer lugar, en el apartado A, vamos a centrar nuestra atención en los modelos más parecidos a los utilizados en el análisis de inversiones, reservando el apartado B para otros modelos de interés, que surgen cuando se considera $b_2 \in Q^+$.

A) Modelos usuales en el análisis de inversiones

1. Modelo límite

Como su nombre indica, se obtiene para $b_2 \uparrow \infty$, y en tal caso las expresiones [6] y [8] quedan reducidas a:

$$\alpha_1 = \frac{Q_t^o + Q_t^p}{2} \quad \text{y} \quad \sigma^2 = \frac{(Q_t^o - Q_t^p)^2}{12}$$

que son las características estocásticas de la distribución uniforme.

Este resultado concuerda con que, en este caso, la expresión [4] queda reducida a:

$$f(Q_t^r) = 0 \quad \text{para} \quad Q_t^p < Q_t^r < Q_t^o$$

luego $f(Q_t^r) = \text{constante} = K$ y como la $\int_{Q_t^p}^{Q_t^o} K dQ_t^r = 1 \Rightarrow K = \frac{1}{Q_t^o - Q_t^p}$,

por lo que se obtiene la densidad de la distribución rectangular, en el intervalo (Q_t^p, Q_t^o) .

2. Modelo simple

Llamamos así al que se genera para $b_2 = 1$. Resultando que las expresiones [6] y [8] valdrán:

$$\alpha_1 = \frac{Q_t^o + Q_t^m + Q_t^p}{3} \text{ y } \sigma^2 = \frac{(Q_t^o - Q_t^p)^2}{18} + \frac{(Q_t^m - Q_t^p)(Q_t^o - Q_t^m)}{36}$$

que corresponden a una distribución de Pearson de tipo I, de igual media que la distribución triangular, pero con una varianza mayor, en $\frac{(Q_t^m - Q_t^p)(Q_t^o - Q_t^m)}{12}$,

que dicha distribución. Por lo que, mediante su utilización, se consiguen resultados más conservadores que los obtenidos usando la distribución triangular y pensando que cuando se utiliza como modelo esta última es porque no se confía demasiado en la acuracidad de la estimación de Q_t^m , parece conveniente dar un mayor grado de incertidumbre, esto es, considerar el modelo de mayor varianza, que en este caso es el generado por el sistema de Pearson.

3. Modelos alternativos al modelo clásico

Cuando se considera $b_2 = 1/4$, las expresiones [6] y [8] pasan a ser:

$$\alpha_1 = \frac{Q_t^p + 4Q_t^m + Q_t^o}{6} \text{ y } \sigma^2 = \frac{5}{7} \frac{(Q_t^o - Q_t^p)^2}{36} + \frac{16}{7} \frac{(Q_t^o - Q_t^m)(Q_t^m - Q_t^p)}{36} \quad [9]$$

que son las características estocásticas de una distribución de Pearson de tipo I, que tiene igual media que la distribución beta y cuya varianza vamos a estudiar, comparándola con la varianza del modelo clásico.

Surgen así tres casos, que corresponden a que:

$$(Q_t^o - Q_t^p)^2 \underset{>}{\leq} 8(Q_t^o - Q_t^m)(Q_t^m - Q_t^p) \Rightarrow V(B) \underset{>}{\leq} V(P_{1/4}) \quad [10]$$

evidentemente, los modelos de mayor interés serán aquellos que su varianza sea mayor que la correspondiente a la distribución beta, que se caracterizan porque:

$$(Q_t^o - Q_t^m)^2 + (Q_t^m - Q_t^p)^2 - 6(Q_t^o - Q_t^m)(Q_t^m - Q_t^p) < 0$$

luego, representando la parábola, en la variable $Q = \frac{Q_t^o - Q_t^m}{Q_t^m - Q_t^p}$ o en su recíproca

$$\frac{Q_t^m - Q_t^p}{Q_t^o - Q_t^m}, \text{ y } y = Q^2 - 6Q + 1$$

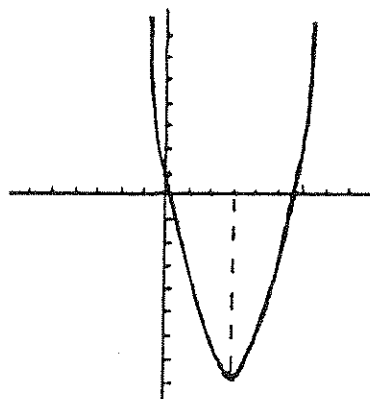


Figura 1.

se tiene el siguiente resultado general:

«Si el valor de Q (o su recíproco) está dentro del intervalo $(3 - 2\sqrt{2}, 3 + 2\sqrt{2})$, la varianza que suministra la distribución obtenida del sistema de Pearson $b_2 = \frac{1}{4}$, es mayor que la varianza de distribución beta.»

Como corolario de este resultado se tiene la siguiente regla práctica de actuación: se construye una fracción con los valores de Q_t^m , Q_t^o y Q_t^p , de la forma siguiente, se sitúa la mayor de las dos diferencias $Q_t^m - Q_t^p$ o $Q_t^o - Q_t^m$ en el numerador y la menor en el denominador, si el valor de la misma es inferior a $3 + 2\sqrt{2} \approx 5,8284 \approx 6$, se concluye que el modelo construido en base al sistema de Pearson

para $b_2 = \frac{1}{4}$ tiene una varianza que es mayor que la correspondiente a la distribución beta, y en el caso de que se quiera huir de resultados finales excesivamente optimistas, debe utilizarse el modelo pearsoniano. También puede utilizarse como regla práctica la propia desigualdad [10].

Nótese que es bastante improbable en la práctica que el valor de la fracción anterior supere a $3 + 2\sqrt{2}$. En caso de que esto ocurra debe usarse la distribución beta, ya que tendrá mayor varianza que la distribución de Pearson correspondiente.

En el caso de que $(Q_t^o - Q_t^p)^2 = 8(Q_t^o - Q_t^m)(Q_t^m - Q_t^p) \rightarrow V(B) = V(P_{1/4})$

y despejando Q_t^m en función de Q_t^o y Q_t^p se tiene que $Q_t^m = \frac{Q_t^o + Q_t^p}{2} \pm \frac{\sqrt{2}}{4}$

$(Q_t^o - Q_t^p)$ y recíprocamente, si se estima Q_t^m por alguno de los dos valores señalados, se tiene que $(Q_t^o - Q_t^p)^2 = 8(Q_t^o - Q_t^m)(Q_t^m - Q_t^p)$, como se puso en evidencia en la nota de pie de página de la hoja 5. Esto ocurre así porque la distribución generada del sistema de Pearson, en este caso, es la propia distribución beta.

B) Otros modelos de interés

De la infinidad de modelos que se obtienen de [4] para los diferentes valores de b_2 , vamos a considerar aquellos en los que b_2 es un número racional positivo, y en

particular los que surgen para $b_2 = \frac{1}{s}$ con $s \in Z^+$, pues son éstos los que ponderan, en forma entera, la confianza en la exactitud de la estimación del flujo de caja más probable.

Las expresiones [6] y [8] cuando $b_2 = \frac{r}{s}$ se convierten en:

$$\alpha_1 = \frac{rQ_t^o + sQ_t^m + rQ_t^p}{2r + s} \quad [11]$$

$$\sigma^2 = \frac{r^3(Q_t^o - Q_t^p)^2 + r^2s(Q_t^o - Q_t^p)^2 + rs^2(Q_t^m - Q_t^p)(Q_t^o - Q_t^m)}{(2r + s)^2(3r + s)} \quad [12]$$

obteniéndose de aquí los casos particulares importantes $b_2 = \frac{r}{s} = \frac{1}{s}$ y $b_2 = \frac{r}{s} = r$, al hacer $r = 1$ o $s = 1$. Como casos mucho más singulares se han destacado anteriormente: $r \neq 0$ y $s \downarrow 0$, $r = s$ y $r = 1$ con $s = 4$.

Para el caso $b_2 = \frac{1}{s}$ con $s \in Z^+$ se tiene:

$$\alpha_1 = \frac{Q_t^o + sQ_t^m + Q_t^p}{s + 2} \quad y \quad [13]$$

$$\sigma^2 = \frac{(1 + s)(Q_t^o - Q_t^p)^2 + s^2(Q_t^m - Q_t^p)(Q_t^o - Q_t^m)}{(s + 2)^2(s + 3)}$$

que como se aprecia en α_1 permiten ponderar la estimación de Q_t^m en la proporción entera que se desee. Los comentarios sobre la varianza se posponen al apartado siguiente.

6. ESTUDIO DE LA VARIANZA EN FUNCION DE LOS POSIBLES VALORES DE b_2

Independientemente de las consideraciones hasta ahora realizadas, puede estudiarse la expresión de la varianza de los modelos de Pearson [8], en función de los posibles valores reales de b_2 . Para ello, y con objeto de simplificar notaciones, llamamos a:

$$(Q_t^o - Q_t^p)^2 = A^2; \quad Q_t^o - Q_t^m = B; \quad Q_t^m - Q_t^p = C \quad y \quad b_2 = x$$

Con lo que tenemos que la varianza $\sigma^2 = y$ es una función de $b_2 = x$, que puede escribirse así:

$$y = \frac{A^2 x^3 + A^2 x^2 + BCx}{12x^3 + 16x^2 + 7x + 1}$$

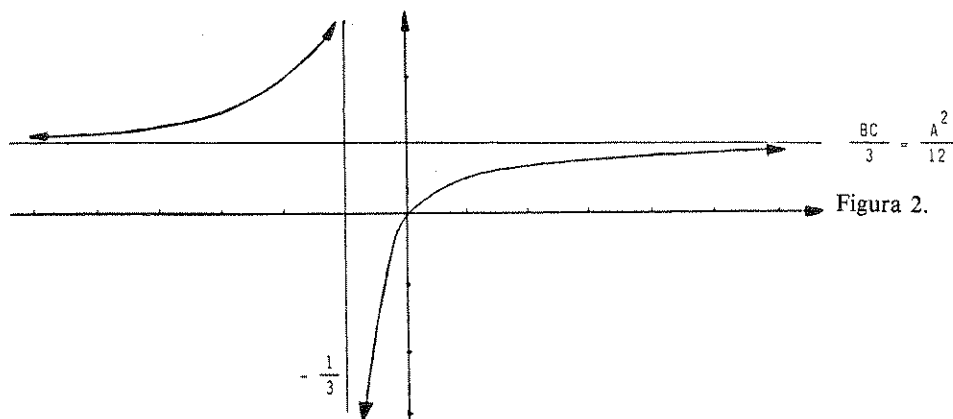
con las restricciones $A^2 - 4BC > 0$, $B > 0$, $C > 0$ y $A = B + C$

A) Caso particular

En el caso particular de que $A^2 = 4BC$ (cuestión que ocurre cuando $Q_i^m = \frac{Q_i^o + Q_i^p}{2}$), la función anterior se reduce a la expresión siguiente:

$$y = \frac{BCx}{3x + 1}$$

que tiene una representación gráfica



de la que pueden hacerse las siguientes observaciones:

- 1.^a Debe eliminarse las partes correspondientes al tercer y cuarto cuadrante, por el propio significado de la función.
- 2.^a Si se consideran sólo valores positivos para $b_2 = x$, cuestión que no resta generalidad, la representación quedaría reducida al trazo del primer cuadrante, en el que se aprecia que la función es monótona creciente, comenzando en el origen y teniendo como cota $\frac{BC}{3} = \frac{A^2}{12}$ en este caso, que corresponde a la varianza de la distribución uniforme.

B) Caso general

Al representar la curva general se representa problemas de interpretación, al no estar explicitadas las constantes. Así, por ejemplo, cuando se quiere determinar los cortes con los ejes se obtienen los puntos siguientes:

$$x_1 = 0; \quad x_2 = -\frac{1}{2} + \sqrt{\frac{1}{4} - \frac{BC}{A^2}}$$

$$y \text{ y } x_3 = -\frac{1}{2} - \sqrt{\frac{1}{4} - \frac{BC}{A^2}}$$

Como la cantidad subradical es positiva, porque $A^2 > 4BC$ se tiene que el radical es menor que $\frac{1}{2}$, por tanto, las raíces $x_2 < 0$ y $x_3 < -\frac{1}{2}$. el que las raíces fuesen negativas estaba determinado por la existencia de dos permanencias en los signos de los coeficientes de la ecuación $A^2 x^2 + A^2 x + BC = 0$, pero por lo anterior podemos precisar más, una de las raíces es mayor que $-\frac{1}{2}$, luego $-\frac{1}{2} < x_2 < 0$, y la otra es menor que $-\frac{1}{2}$, pero mayor que -1 , luego $-1 < x_3 < -\frac{1}{2}$. No pudiéndose precisar con mayor exactitud los cortes con los ejes, hasta que no estén determinadas las constantes.

Las asíntotas son:

$$\text{verticales: } x = -\frac{1}{2} \text{ (asíntota doble) y } x = -\frac{1}{3}$$

$$\text{horizontales: } y = \frac{A^2}{12}$$

Al necesitarse la comparación de la raíz x_2 con la asíntota $x = -\frac{1}{3}$, los signos de la función en los entornos de los puntos $x = -\frac{1}{2}$ y $x = -\frac{1}{3}$, las intersecciones con la asíntota horizontal, la determinación exacta de las regiones de existencia y la obtención de los puntos singulares de la curva, se optó por realizar el estudio para diferentes valores numéricos de A, B y C, ya que por la forma de la función, este hecho afectará poco su representación. Así, por ejemplo, si $A = 4$, $B = 3$ y $C = 1$, se tiene la función:

$$y = \frac{16x^3 + 16x^2 + 3x}{12x^3 + 16x^2 + 7x + 1} \quad [14]$$

que corta a los ejes en los puntos $x_1 = 0$, $x_2 = -\frac{1}{4}$ y $x_3 = -\frac{3}{4}$, que tiene una asíntota horizontal $y = \frac{16}{12} = \frac{4}{3}$ y las mismas asíntotas verticales anteriores del caso general, pero que ahora determinan precisamente la aparición de la curva respecto de las asíntotas verticales:

$$y\left(-\frac{1^+}{2}\right) = y\left(-\frac{1^-}{2}\right) = -\infty = y\left(-\frac{1^-}{3}\right) \text{ e } y\left(-\frac{1^+}{3}\right) = +\infty$$

Las regiones de posible existencia se obtienen de la igualdad:

$$12 y\left(x + \frac{1}{3}\right) \left(x + \frac{1}{2}\right)^2 = 16x\left(x + \frac{1}{4}\right) \left(x + \frac{3}{4}\right)$$

y son las regiones no sombreadas de la figura 3.

La intersección de la curva [14] con la asíntota horizontal se produce en los puntos $x_1 = \frac{-19 + \sqrt{105}}{32} \approx -0,2735$ y $x_2 = \frac{-19 - \sqrt{105}}{32} \approx -0,914$.

Los extremos relativos se obtienen al resolver la ecuación cúbica (10):

$$32x^3 + 60x^2 + 26x + 3 = 0$$

obteniéndose que las soluciones están en los intervalos:

$$x_1 \in (-0,191, -0,190); \quad x_2 \in (-0,375, -0,374) \quad \text{y} \quad x_3 \in (-1,3091, -1,3090)$$

$$(-) \quad (+) \quad (+) \quad (-) \quad (-) \quad (+)$$

y del estudio del signo de la primera derivada de la función [14]:

$$y' = \frac{32x^3 + 60x^2 + 26x + 3}{(2x + 1)^3 (3x + 1)^2}$$

se tiene que en x_1 hay un mínimo relativo y que en x_2 y x_3 existe un máximo relativo, siendo sus ordenadas las siguientes:

$$y(-0,375) \approx -36,057; \quad y(-0,190) \approx -0,6179 \quad \text{e} \quad y(-1,309) \approx 1,618$$

Además, $y'(x) > 0, \forall x > 0$, luego la curva será creciente en el intervalo $(0, +\infty)$.

Para el estudio complementario de concavidad y convexidad de la curva, así como la determinación de los puntos de inflexión, se requiere la segunda derivada de la función [14]:

$$y'' = \frac{384x^4 + 984x^3 + 648x^2 + 152x + 10}{(2x + 1)^4 (3x + 1)^3}$$

y en particular la resolución de la ecuación cuártica (11):

$$192x^4 + 492x^3 + 324x^2 + 76x + 5 = 0$$

cuyas raíces reales, si existen, son negativas. En efecto, se determina que en los intervalos: $(-0,107, -0,106)$ y $(-1,71, -1,70)$ existen sendos puntos de inflexión.

Con los valores y signos por intervalos de y'' se corrobora lo ya conocido, pudiéndose trazar la gráfica de la curva.

(10) Véase pp. 259-261 y párrafo 41 del capítulo X del tomo I de Rey Pastor [11].

(11) Véase pp. 262-264 y párrafo 41 del capítulo X del tomo I de Rey Pastor [11].

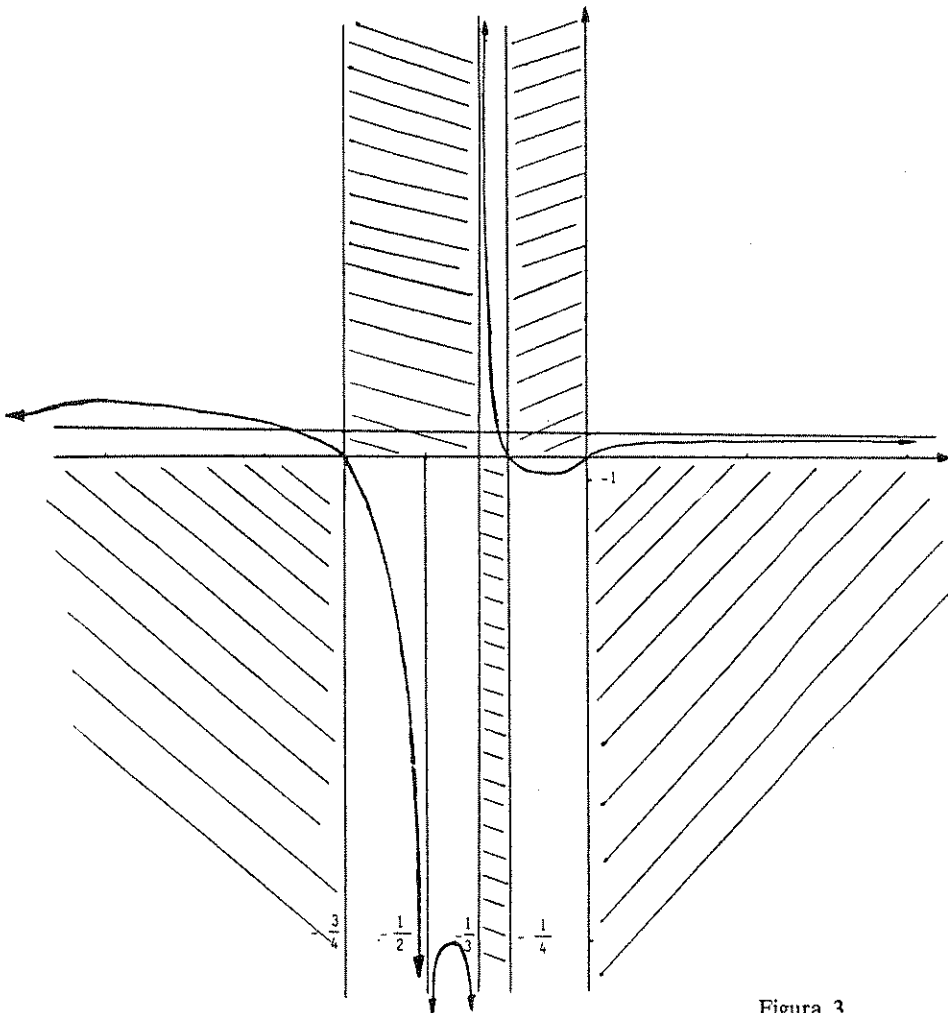


Figura 3.

Las consecuencias inmediatas que se obtienen del gráfico son:

- 1.^a Por la naturaleza del problema, en donde la función «y» representa una varianza, no tiene sentido considerar la gráfica correspondiente al tercer y cuarto cuadrante.
- 2.^a Si $b_2 > 0$, a medida que aumenta b_2 crece la varianza del modelo pearsoniano hasta su mayor valor, que corresponde a $\frac{A^2}{12}$ que es la varianza de la distribución rectangular, que se utiliza cuando el nivel de información que se dispone para realizar las estimaciones es mínimo.

Como se observa, son conclusiones análogas a las obtenidas para el caso particular.

Por otra parte, este procedimiento permite seleccionar, *a priori*, una varianza determinada entre 0 y $\frac{A^2}{12}$ y obtener el valor de b_2 correspondiente, bien gráfica o analíticamente. Y en el caso de que liberemos a b_2 de la restricción de positividad, se pueden determinar modelos con mayor varianza que $\frac{A^2}{12}$, pero que desde el punto de vista práctico no tienen interés alguno.

Considerando todo lo expuesto en este apartado, se está en condiciones de abordar los comentarios sobre la varianza que se determinó en [13] y que allí se postpusieron. Cuando b_2 es de la forma $\frac{1}{s}$, significa que cuanto menor sea «s», mayor será b_2 y, por la condición 2.^a, mayor su varianza, y como el caso $s = 4$ ha sido suficientemente estudiado, sólo quedan para ponderaciones enteras los casos correspondientes a $s = 2$ y $s = 3$, que dan unas varianzas:

$$s = 2 \Rightarrow \sigma^2 = \frac{3(Q_t^o - Q_t^p)^2 + 4(Q_t^m - Q_t^p)(Q_t^o - Q_t^m)}{80}$$

$$s = 3 \Rightarrow \sigma^2 = \frac{4(Q_t^o - Q_t^p)^2 + 9(Q_t^m - Q_t^p)(Q_t^o - Q_t^m)}{150}$$

que son mayores que la correspondiente a los modelos análogos al modelo clásico, que se obtiene para $s = 4$. Aunque estos modelos tienen la contrapartida de que ponderan en menor grado la estimación del flujo de caja más probable. Igual condición, pero en sentido opuesto, debe decirse para los modelos de $s > 4$. En esta línea se tiene el siguiente resultado: «A medida que la presunción de exactitud sobre la estimación de Q_t^m se fortalece, por lo que su coeficiente de ponderación aumenta, la varianza de Q_t^i disminuye, y recíprocamente cuando la ponderación disminuye la varianza aumenta».

7. FUTURAS VIAS DE INVESTIGACION

Varias son las vías por las que se puede ampliar el presente trabajo, entre las que destacamos las siguientes:

- 1.^a Si se considera en vez del sistema de Pearson como sistema generador de modelos, el sistema de Roy [12], la cantidad de modelos se incrementaría notablemente.
- 2.^a Tanto estos últimos modelos como los que se han obtenido deducidos del sistema de Pearson en este trabajo, pueden reforzarse en la línea de los trabajos de Perry y Creig [10] y Moder y Rodgers [8] con estimaciones de las características estocásticas basadas, no en los extremos del recorrido, sino en los percentiles. Así, por ejemplo, $\mu_\alpha = (a_\alpha + 4m + b_{100-\alpha}) / 6$.
- 3.^a En cierta forma los resultados correspondientes al modelo clásico puestos de manifiesto en este trabajo, en particular el valor de Q_t^m en función de Q_t^o

y Q_t^p pueden servir para establecer: 1.º un test de adecuación del modelo clásico, y 2.º un test de valoración de la pericia del técnico que realizó las estimaciones.

- 4.ª La mayoría de las aplicaciones donde se utiliza la distribución beta como modelo pueden estudiarse bajo el prisma de los modelos análogos aquí introducidos, véase, por ejemplo, Stewart [13].
- 5.ª La adecuación de la teoría del Pert a estos modelos alternativos y su comparación empírica con el modelo clásico constituye, sin duda, el campo más amplio de extensión de estos resultados.

8. REPRESENTACION DE LA FUNCION VARIANZA MEDIANTE ORDENADOR

La varianza del sistema de Pearson puede expresarse, con la notación abreviada empleada en el apartado 6, mediante:

$$y = \frac{A^2x^3 + A^2x^2 + BCx}{12x^3 + 16x^2 + 7x + 1}$$

verificándose las siguientes condiciones entre los parámetros:

$$A^2 - 4BC > 0, \quad B > 0, \quad C > 0 \quad \text{y} \quad A = B + C$$

De ello pueden deducirse los siguientes hechos:

- a) Normalizando la función para $A = 1$, resulta que para $B = 0,3$ y $C = 0,7$, por ejemplo, se obtiene la misma función que para $B = 0,7$ y $C = 0,3$.
- b) Para los valores de A diferentes de uno, las representaciones serían análogas al caso normalizado, ya que sólo se modificarían proporcionalmente las unidades de los ejes coordenados.
- c) Para $B = C$ se obtiene el caso particular A) del apartado 6, que corresponde al modelo simétrico de la distribución de probabilidad.

Por consiguiente, y para disponer de una apropiada visión del funcionamiento de la varianza, para los distintos valores de los parámetros A , B y C , basta con representar la función normalizada para los valores de $B = 0,1$, $B = 0,2$, $B = 0,3$ y $B = 0,4$. Esto es lo que se ha realizado en un microordenador Olivetti y cuyos resultados, que no difieren de los obtenidos manualmente en el apartado 6 anterior, se sintetizan en las cuatro páginas siguientes.

Valores de los parámetros: $A = 1$, $B = 0,1$ y $C = 0,9$.

Asíntotas: $y = 0,0833$, $x = -0,5$ y $x = -0,33$.

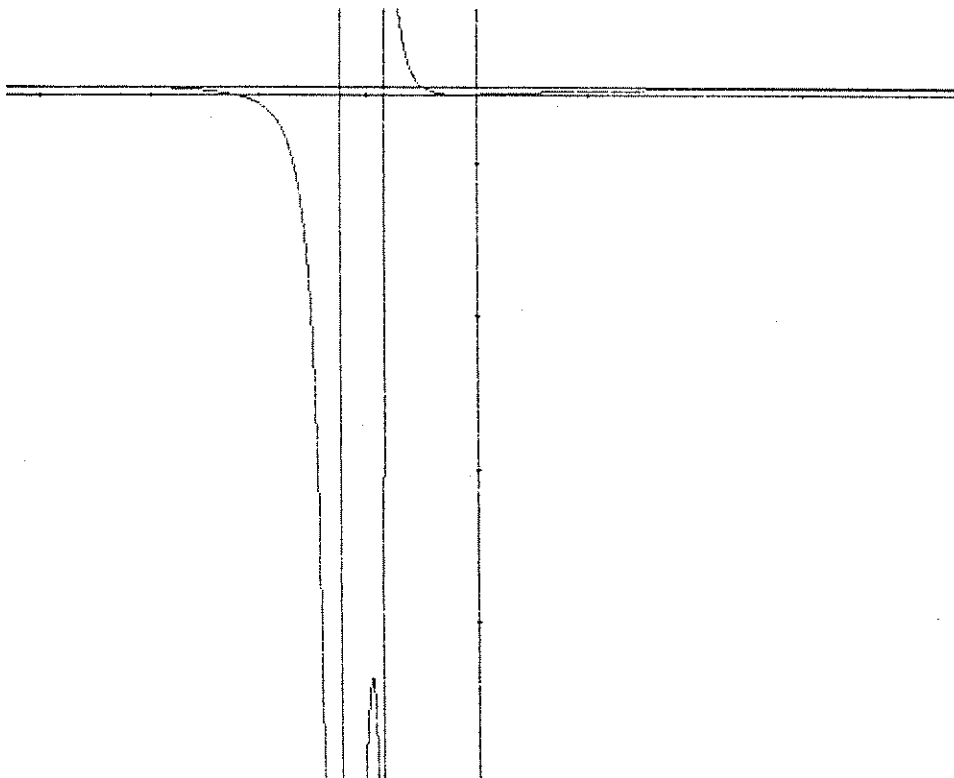
Cortes asíntota: $x = -1,285$ y $x = -0,19$.

Puntos de corte: $(-0,9, 0)$; $(-0,1, 0)$ y $(0, 0)$.

Máximo: $(-0,381, -6,8598)$.

Mínimo: $(-0,058, -0,0032)$.

Inflexión: $(0,076, 0,008)$.



Valores de los parámetros: $A = 1$, $B = 0,2$ y $C = 0,8$.

Asíntotas: $y = 0,0833$, $x = -0,5$ y $x = -0,33$.

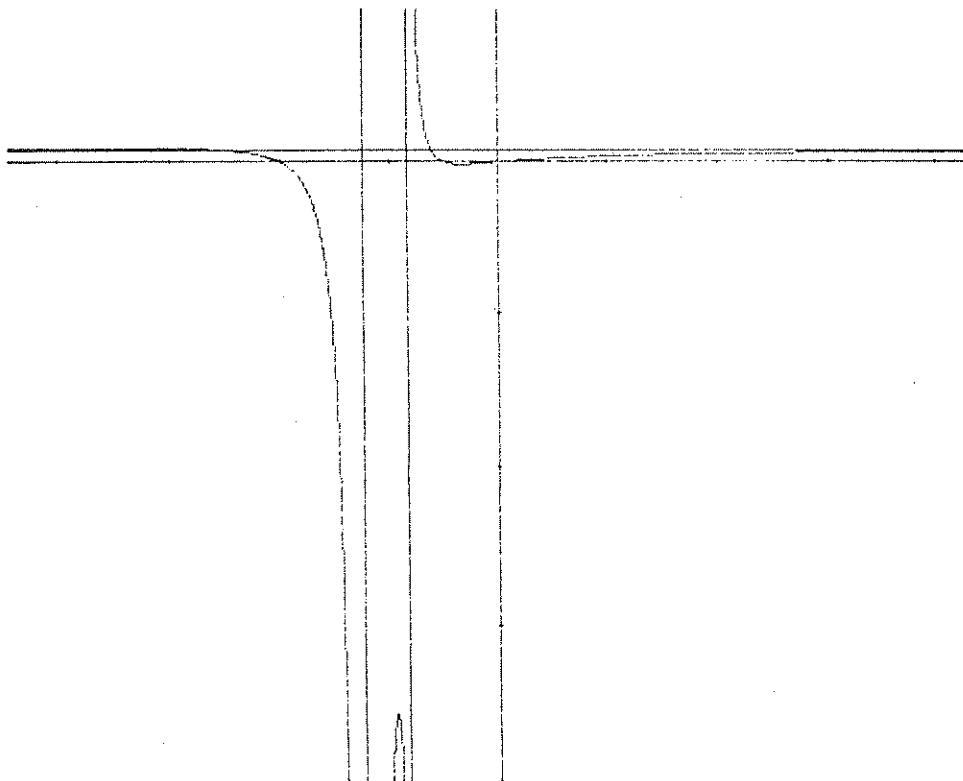
Cortes asíntota: $x = -1,03$ y $x = -0,24$.

Puntos de corte: $(-0,8, 0)$; $(-0,2, 0)$ y $(0, 0)$.

Máximo: $(-0,378, -3,5591)$.

Mínimo: $(-0,139, -0,0184)$.

Inflexión: $(-0,035, -0,006)$.



Valores de los parámetros: $A = 1$, $B = 0,3$ y $C = 0,7$.

Asíntotas: $y = 0,0833$, $x = -0,5$ y $x = -0,33$.

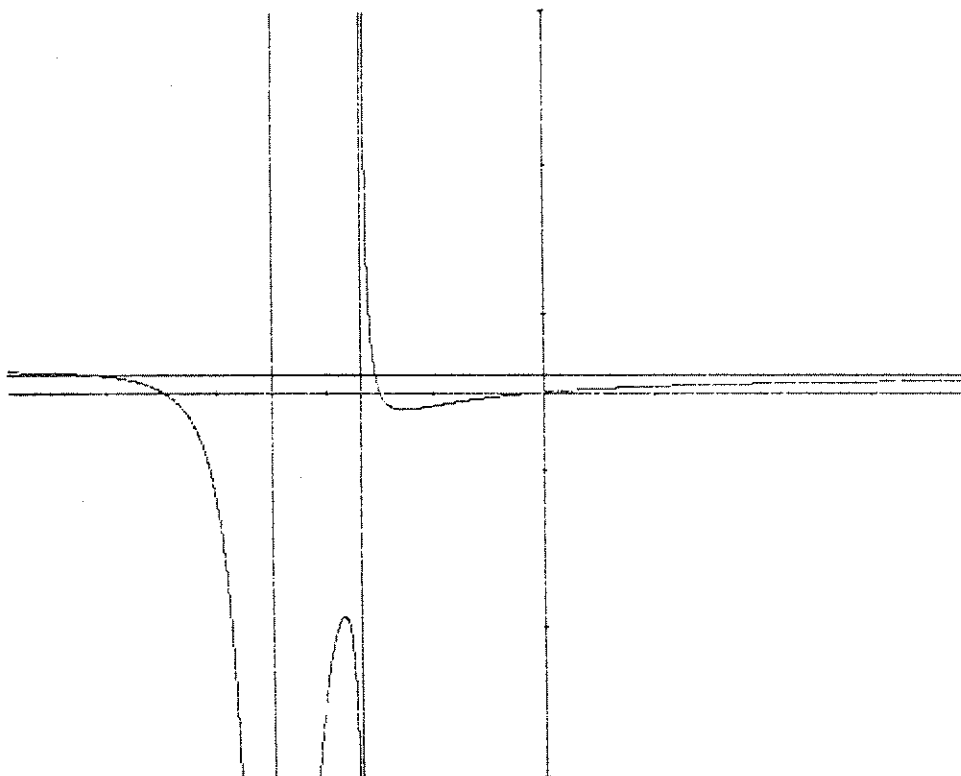
Cortes asíntota: $x = -0,812$ y $x = -0,31$.

Puntos de corte: $(-0,7, 0)$; $(-0,3, 0)$ y $(0, 0)$.

Máximo: $(-0,367, -1,1458)$.

Mínimo: $(-0,256, -0,09052)$.

Inflexión: $(-0,201, -0,007)$.



Valores de los parámetros: $A = 1$, $B = 0,4$ y $C = 0,6$.

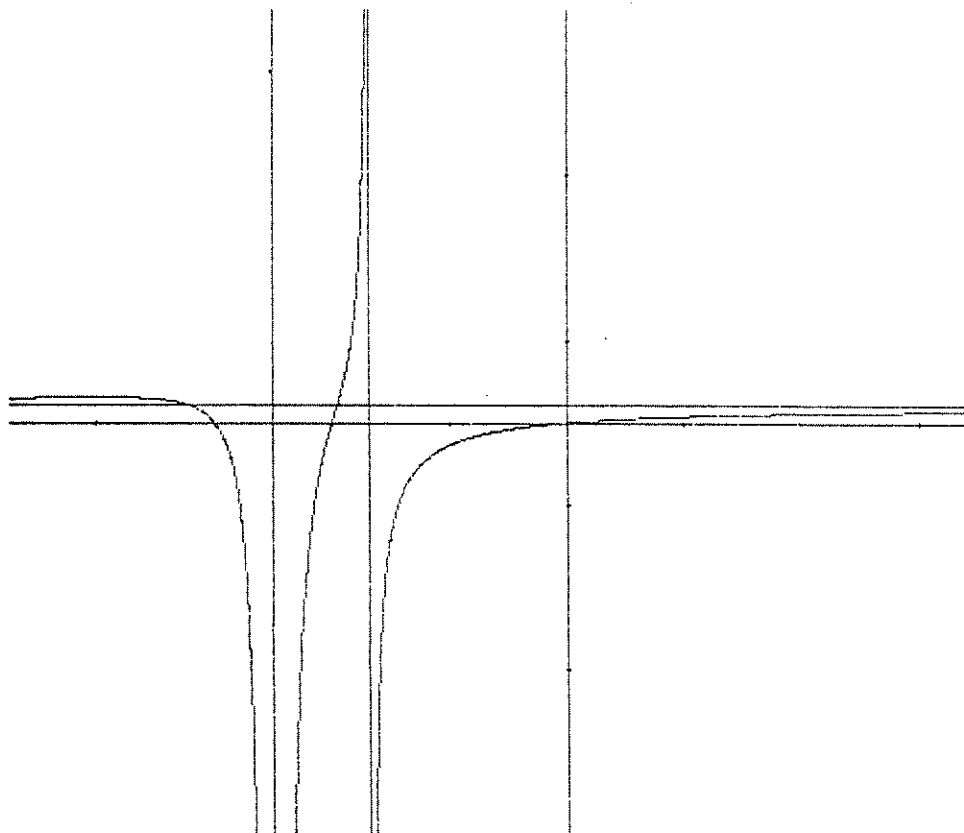
Asíntotas: $y = 0,0833$, $x = -0,5$ y $x = -0,33$.

Cortes asíntota: $x = -0,64$ y $x = -0,39$.

Puntos de corte: $(-0,6, 0)$; $(-0,4, 0)$ y $(0, 0)$.

Máximo: $(-0,791, 0,127)$.

Inflexión: $(-0,396, 0,040)$.



9. COMPARACION EXPERIMENTAL DE ALGUNOS MODELOS ESTUDIADOS

Finalmente, queremos proponer una fórmula aproximada para la varianza de los modelos análogos al modelo clásico, aprovechando el hecho de que, en general, $Q_t^o - Q_t^p \geq 4(Q_t^o - Q_t^m)(Q_t^m - Q_t^p)$ (la igualdad se da cuando $Q_t^m = \frac{Q_t^o - Q_t^p}{2}$) por lo que puede sustituirse la expresión de la varianza [9] por una mayor, tal como:

$$\sigma_A^2 = \frac{5}{7} \frac{(Q_t^o - Q_t^p)}{36} + \frac{4}{7} \frac{(Q_t^o - Q_t^p)^2}{36} = \frac{(Q_t^o - Q_t^p)^2}{28} \quad [15]$$

expresión que tiene la misma sencillez que la del modelo clásico, pero que asegura una varianza mayor en todos los casos, salvo en aquellos que $Q_t^m = \frac{Q_t^o - Q_t^p}{2}$, en los que ambas varianzas coinciden. Efectivamente, en tal caso, basta comprobar que $16(Q_t^o - Q_t^m)(Q_t^m - Q_t^p) = 4(Q_t^o - Q_t^p)^2$ y se obtiene de la expresión [9] la [15].

Veamos cómo se comportan en la práctica algunos de los modelos estudiados, para lo cual vamos a utilizar el ejemplo recogido en la tabla 2 del trabajo de Herrerías-Calvete [5], aumentándolo con las varianzas correspondientes al modelo de Pearson análogo al clásico, el modelo simple análogo a la distribución triangular y la fórmula aproximada para la varianza [15]. Los resultados se dan en la tabla del final del trabajo y de su observación se pone de manifiesto lo siguiente:

- 1.º Al contrario de lo que ocurre con la varianza de la distribución beta, que es insensible al valor de Q_t^m , el modelo pearsoniano es sensible a dicho valor. Considérense las columnas correspondientes a los años 1 y 7, 2 y 3, 8 y 9, no ocurriendo esto con las 5 y 6, por motivos obvios.
- 2.º La varianza del modelo simple es sensiblemente mayor que la de la distribución triangular, tal como se puso en evidencia en el apartado 5, A) 2.
- 3.º La varianza que suministra la fórmula aproximada está muy cercana a la varianza exacta del modelo pearsoniano. Coincidiendo con ella, cuando la distribución es simétrica, tal como ocurre en la columna correspondiente al año 8.
- 4.º Aunque en este ejemplo las varianzas van aumentando a medida que se desciende en las filas, hay que tener en cuenta que $\sigma_B^2 \leq \sigma_P^2$ siempre que se verifique [10] o su regla equivalente $Q \leq 3 + 2\sqrt{2}$, que en este caso se cumple en los diez años; pero, además, la tabla sugiere demostrar que $\sigma_T^2 \geq \sigma_A^2$. Efectivamente, comparando ambas varianzas se tiene:

$$5(Q_t^o - Q_t^p)^2 - 14(Q_t^m - Q_t^p)(Q_t^o - Q_t^m) \geq 0$$

y esto se cumple siempre, ya que $(Q_t^o - Q_t^p)^2 \geq 4(Q_t^m - Q_t^p)(Q_t^o - Q_t^m)$.

Por tanto, puede establecerse la siguiente cadena de desigualdades entre las varianzas en general:

$$\sigma_P^2 \leq \sigma_A^2 \leq \sigma_T^2 \leq \sigma_S^2 \leq \sigma_U^2$$

y en el caso de que la fracción Q sea inferior o igual a $3 + 2\sqrt{2}$, la casena se amplía por la izquierda con la distribución beta, resultando:

$$\sigma_B^2 \leq \sigma_P^2 \leq \sigma_A^2 \leq \sigma_T^2 \leq \sigma_S^2 \leq \sigma_U^2$$

10. BIBLIOGRAFIA

- [1] CANSADO, E. (1950): «Exposición sistemática de las distribuciones de Pearson». *Trabajos de Estadística*, vol. I, cuad. III, pp. 279-287.
- [2] COMMISSARIAT A L'ENERGIE ATOMIQUE (1978): *Statistique appliquée a l'exploitation des mesures*, tomo I. Masson.
- [3] DUMAS DE RAULY, D. (1968): *L'estimation statistique*. Gauthier-Villars.
- [4] ELBERTON, W. P., y JOHNSON, N. L. (1969): *Systems of frequency curves*. Cambridge. University Press.
- [5] HERRERIAS, R., y CALVETE, H. (1987): «Una ley de probabilidad para el estudio de los flujos de caja de una inversión». INE. Libro homenaje al profesor Arnáiz, pp. 279-296.
- [6] HILLIER, I., Y LIEBERMAN, G. J. (1982): *Introducción a la investigación de operaciones*. McGraw-Hill.
- [7] MILLER, R. W. (1970): *Aplicación al Método PERT*. Ediciones del Castillo.
- [8] MODER, J. J., y RODGERS, E. G. (1968): «Judgement estimates of the moments of PERT type distributions». *Management Science*, vol. XV, n.º 2, pp. B-76 a B-83.
- [9] PEARSON, E. S., y TUKEY, J. W. (1965): «Aproximate means and standard desviations based on distances between percentage points of frequency curves». *Biometrika*, n.º 52, pp. 533-546.
- [10] PERRY, C., y CREIG, D. (1975): «Estimating themean and variance of subjective distributions in PERT and Decision Analysis». *Management Science*, vol. XXI, n.º 12, pp. 1477-1480.
- [11] REY PASTOR, J.; PI CALLEJA, P., y TREJO, C. A. (1969): *Análisis Matemático*, tomo I, 8.ª edición. Kapelusz.
- [12] ROY, L. K. (1971): «An extension of the Pearson systems of frequency curves». *Trabajos de Estadística e I.O.*, vol. XXII, cuads. 1 y 2, pp. 113-123..
- [13] STEWART, J. F. (1979): «The beta distribution as a model of behavior in consumer goods markets». *Management Science*, vol. XXV, n.º 9, pp. 813-821.
- [14] SUAREZ SUAREZ, A. (1980): *Decisiones óptimas de inversión y financiación en la empresa*. Pirámide.
- [15] TAHA, H. A. (1981): *Investigación de Operaciones*. Representaciones y Servicios de Ingeniería, S.A. México.
- [16] VAZSONYI, A. (1970): «L'Histoire de Grandeur et de la Décadence de la Méthode PERT». *Management Science*, vol. XVI, n.º 8, pp. B-449 a B-455.
- [17] YO CHUEN-TAO, L. (1980): *Aplicaciones prácticas del PERT y CPM*. Gestión-Deusto.

$\frac{Q_t^r}{Q_t^f}$ Año	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Q_t^p	2	3	3	2	3	3	2	1	1	1
Q_t^m	4	6	6,5	5,5	7	6	3,5	3,5	3	2
Q_t^o	8	8	8	8	10	10	8	6	6	5
σ_{BETA}^2	1	0,69	0,69	1	1,36	1,36	1	0,69	0,69	0,44
$\sigma_{\text{PEARSON}}^2$	1,22	0,87	0,82	1,26	1,73	1,73	1,14	0,89	0,87	0,50
$\sigma_{\text{APROX.}}^2$	1,28	0,89	0,89	1,28	1,75	1,75	1,28	0,89	0,89	0,57
σ_{TRIAN}^2	1,56	1,06	1,10	1,51	2,06	2,06	1,63	1,04	1,06	0,72
σ_{SIMPLE}^2	2,22	1,55	1,53	2,24	3,05	3,05	2,18	1,56	1,55	0,97
$\sigma_{\text{UNIF.}}^2$	3	2,08	2,08	3	4,08	4,08	3	2,08	2,08	1,33

Tabla de varianzas

ORDENACION DE DISTRIBUCIONES DE PROBABILIDAD: FUNCION DE UTILIDAD Y APLICACION A CARTERAS EFICIENTES

JOSE M. CASAS SANCHEZ
Universidad de Alcalá de Henares

INTRODUCCION

Admitimos un sistema de axiomas análogo al de Herstein y Milnor, pero construido sobre una familia, $P = \{P, Q, R, \dots\}$, de distribuciones de probabilidad sobre renta (beneficio).

A.I En P tenemos establecida una relación de orden completo.

A.II Si $P \succeq Q$, entonces $\forall R \in P$ y $\alpha \in (0,1)$
 $\alpha P + (1 - \alpha) R \succeq Q + (1 - \alpha) R$

A.III Si $P \succ Q \succ R$, entonces existe un $\alpha \in (0,1)$ tal que
 $Q \sim \alpha P + (1 - \alpha) R$

Examinando algunas axiomáticas de la teoría de la utilidad, como la de Von Neuman, la de Marschak, la de Hersteins y Milnor, la de Savage, la de Debreu, la de Blacwell-Girshic, etc., se observa que los axiomas de las diferentes teorías están relacionados con las características de las ordenaciones de preferencias sobre conjuntos arbitrarios de alternativas.

Aplicando la teoría de la utilidad medible al problema de elección entre distribuciones de probabilidad de renta, es lógico exigir que las ordenaciones de preferencias satisfagan la relación: «más renta (con seguridad) preferido a menos renta (con seguridad)». Y admitiendo esta hipótesis «más renta preferido a menos renta», veremos que, si consideramos dos criterios diferentes de ordenación de un conjunto de distribuciones de probabilidad sobre renta, ambos criterios ordenan un conjunto de distribuciones de probabilidad exactamente de la misma manera; y como consecuencia se proporcionan, *a priori*, fundamentos para excluir algunas distribuciones de probabilidad del proceso de maximización de la utilidad esperada.

Los dos criterios diferentes de ordenación son: el de dominancia admisible y el de dominación estocástica.

DOMINANCIA ADMISIBLE

Designamos por $Eu(P)$ la utilidad esperada asociada a un elemento (o distribución de probabilidad) $P \in P$.

Diremos que una función de utilidad medible «u» es *monótona* si, y solamente si, para todos los niveles de renta X_1, X_2 , se verifica:

$$U(X_1) > U(X_2) \Leftrightarrow X_1 > X_2$$

El criterio de dominancia admisible lo establecemos mediante la relación del orden parcial $>$, que se lee (...domina admisiblemente a...), definido sobre P como sigue:

$$a) \quad \forall P, Q \in P, \quad P > Q \Leftrightarrow Eu(P) \geq Eu(Q) \quad [1]$$

para toda función monótona «u».
 $P > Q$ (P domina admisiblemente a Q).

$$b) \quad \forall P, Q \in P, \quad P \overset{\circ}{>} Q \Leftrightarrow P \not> Q \text{ y } Q \not> P \quad [2]$$

$P \overset{\circ}{>} Q$ (P no es comparable en sentido admisible a Q)
 $P \not> Q$ (P no domina admisiblemente a Q)

Cuando para cualquier $Q \in P$, existe un $P \in P$ tal que $P > Q$ y $Q \not> P$, entonces se dice que Q es una distribución de probabilidad *inadmisible*. Por otro lado, diremos que una distribución de probabilidad es *admisibile* si, y solamente si, no es inadmisibile.

DOMINANCIA ESTOCASTICA

El segundo criterio de ordenación se establece mediante la relación de orden parcial $\overset{\circ}{>}_*$, que se lee (...domina estocásticamente a...) definida sobre P como sigue:

$$a) \quad \forall P, Q \in P, \quad P \overset{\circ}{>}_* Q \text{ si, y solamente si, las correspondientes funciones de distribución } F_p \text{ y } F_q \text{ verifican la siguiente relación:}$$

$$F_p(x) \leq F_q(x) \quad \forall x \quad [3]$$

$P \overset{\circ}{>}_* Q$ (P domina estocásticamente a Q).

$$b) \quad \forall P, Q \in P, \quad P \overset{\circ}{\not>}_* Q \Leftrightarrow P \not\overset{\circ}{>}_* Q \text{ y } Q \not\overset{\circ}{>}_* P; \quad [4]$$

$P \overset{\circ}{\not>}_* Q$ (P no es comparable estocásticamente a Q)
 $P \not\overset{\circ}{>}_* Q$ (P no domina estocásticamente a Q)

Cuando para $\forall Q \in P$, existe un $P \in P$ tal que $P \overset{\circ}{>}_* Q$ y $Q \not\overset{\circ}{>}_* P$, entonces se dice que la distribución de probabilidad P *domina estocásticamente* a Q. Por otro

lado, una distribución de probabilidad *se dice no dominada estocásticamente* si, y solamente si, no es dominada estocásticamente (1).

Se ve claramente que las dos relaciones de orden $>$ y $\overset{*}{>}$ verifican la propiedad transitiva.

Ahora vamos a tratar de probar que los criterios de ordenación dados anteriormente conducen a una misma ordenación sobre el conjunto de distribuciones de probabilidad. Primero lo haremos para distribuciones de probabilidad de tipo discreto.

TEOREMA I

Dado cualquier conjunto P de distribuciones de probabilidad discretas sobre un conjunto finito de niveles de renta y las relaciones de orden $>$ y $\overset{*}{>}$, entonces se verifica para $\forall P, Q \in P$ y toda función monótona «u»:

- I. $P > Q$ y $Q > P \iff P \equiv Q$
- II. $P \overset{*}{>} Q$ y $Q \overset{*}{>} P \iff P \equiv Q$
- III. $P > Q \iff P \overset{**}{>} Q$
- IV. $P \overset{\circ}{>} Q \iff P \overset{*}{>} Q$

Demostración:

- I. $P > Q$ y $Q > P \iff P \equiv Q$
 Por [I]: $P > Q \implies Eu(P) \geq Eu(Q) \implies$
 $\implies Q > P \implies Eu(Q) \geq Eu(P) \implies$

y por la linealidad del operador utilidad esperada

$$\begin{aligned} \implies Eu(P) - Eu(Q) \geq 0 &\implies Eu(P - Q) \geq 0 \implies \\ \implies Eu(Q) - Eu(P) \geq 0 &\implies Eu(Q - P) \geq 0 \end{aligned}$$

pero como podemos escribir:

$$0 = Eu(P) - Eu(Q) + Eu(Q) - Eu(P) = Eu(P - Q) + Eu(Q - P)$$

y como $Eu(P - Q) \geq 0$ y $Eu(Q - P) \geq 0$, entonces resulta que $P \equiv Q$.

Pero, por otro lado, si $P \equiv Q$, entonces para toda función monótona «u»:

- $$Eu(P) \equiv Eu(Q) \begin{cases} Eu(P) \geq Eu(Q) &\implies P > Q \\ Eu(Q) \geq Eu(P) &\implies Q > P \quad \text{c.q.d.} \end{cases}$$
- II. $P \overset{*}{>} Q$ y $Q \overset{*}{>} P \iff P \equiv Q$

(1) Este concepto de *dominancia estocástica* es análogo al que utiliza Fraser en su obra *Nonparametric Methods in Statistics*, p. 160, para el test de Mann-Whitney. Si tenemos dos variables aleatorias ζ y η que pueden tomar los valores x_1, \dots, x_{n_1} y $x_{n_1+1}, \dots, x_{n_1+n_2}$, cuyas funciones de distribución son $F(x)$ y $G(x)$, respectivamente, entonces se dice que la variable aleatoria ζ es *estocásticamente mayor* que la variable aleatoria η si $F(x) = P(\zeta \leq x) \leq P(\eta \leq x) = G(x)$, o bien $P(\zeta > x) \geq P(\eta > x)$.

Por [3]:

$$\left. \begin{array}{l} P \underset{*}{>} Q \Rightarrow F_p(x) \leq F_q(x) \\ Q \underset{*}{>} P \Rightarrow F_q(x) \leq F_p(x) \end{array} \right\} \Rightarrow F_p(x) = F_q(x)$$

y, por tanto, $P(x) = Q(x)$ para $\forall x$; luego $P \equiv Q$.

Por otro lado, si $P(x) = Q(x)$ para $\forall x$, evidentemente se tiene

$$F_p(x) = F_q(x) \text{ para } \forall x \quad \left\{ \begin{array}{l} F_p(x) \leq F_q(x) \Rightarrow P \underset{*}{>} Q \\ F_q(x) \leq F_p(x) \Rightarrow Q \underset{*}{>} P \text{ c.q.d.} \end{array} \right.$$

III. $P > Q \Leftrightarrow P \underset{*}{>} Q$

Primero vamos a probar que si $P \underset{*}{>} Q \Rightarrow P > Q$.

En efecto, sea la sucesión de niveles de renta x_1, \dots, x_n elegidos de tal manera que $x_1 > x_2 > \dots > x_n$ y x_1 es el mayor valor de renta, para el cual $P(x_i) > 0$. Entonces teniendo en cuenta la definición $P \underset{*}{>} Q$, resulta:

$$P(x_i) - Q(x_i) \geq 0$$

Además:

$$\sum_{i=1}^n P(x_i) \geq \sum_{i=1}^m Q(x_i) \text{ para } \forall m \geq 1$$

$$\text{y } \sum_{i=1}^n P(x_i) = \sum_{i=1}^n Q(x_i) = 1$$

Pero pretendemos probar que $P > Q$, o lo que es equivalente que $Eu(P) \geq Eu(Q)$, para ello podemos escribir:

$$Eu(P) = \sum_i u(x_i) P(x_i) \geq \sum_i u(x_i) Q(x_i) = Eu(Q)$$

para toda función monótona «u»; también se puede escribir:

$$\sum_i u(x_i) [P(x_i) - Q(x_i)] \geq 0$$

Vamos a empezar admitiendo $u(x_i) > 0$ para $\forall i$, y probaremos la desigualdad anterior mediante inducción:

para $i = 1$ tenemos:

$$u(x_1) [P(x_1) - Q(x_1)] \geq 0, \text{ ya que } u(x_1) > 0 \text{ y } P(x_1) - Q(x_1) \geq 0$$

lo admitiremos para $i = m - 1$

$$\sum_{i=1}^{m-1} u(x_i) [P(x_i) - Q(x_i)] \geq 0$$

y lo demostraremos para $i = m$

$$\sum_{i=1}^m u(x_i) [P(x_i) - Q(x_i)] = \sum_{i=1}^{m-1} u(x_i) [P(x_i) - Q(x_i)] + u(x_m) [P(x_m) - Q(x_m)]$$

y puesto que $P \succ_* Q$, $\sum_{i=1}^m P(x_i) \geq \sum_{i=1}^m Q(x_i)$

y de aquí que

$$P(x_m) - Q(x_m) \geq - \sum_{i=1}^{m-1} [P(x_i) - Q(x_i)]$$

Por tanto, tendremos

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^m u(x_i) [P(x_i) - Q(x_i)] &= \sum_{i=1}^{m-1} u(x_i) [P(x_i) - Q(x_i)] + u(x_m) [P(x_m) - Q(x_m)] \geq \\ &\geq \sum_{i=1}^{m-1} u(x_i) [P(x_i) - Q(x_i)] - u(x_m) \sum_{i=1}^{m-1} [P(x_i) - Q(x_i)] = \\ &= \sum_{i=1}^{m-1} [u(x_i) - u(x_m)] [P(x_i) - Q(x_i)] \geq 0 \end{aligned}$$

ya que si llamamos $v(x_i) = u(x_i) - u(x_m)$, entonces $v(x_i) > 0$ para $i = 1, \dots, m-1$, pues « u » es monótona y « v » resulta, por tanto monótona.

Así pues:

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^{m-1} u(x_i) [P(x_i) - Q(x_i)] \geq 0 &\Rightarrow \sum_{i=1}^{m-1} v(x_i) [P(x_i) - Q(x_i)] \geq 0 \Rightarrow \\ &\Rightarrow \sum_{i=1}^m u(x_i) [P(x_i) - Q(x_i)] \geq 0 \end{aligned}$$

Pero lo anterior era cierto para todo « m », en particular si $m = n$ también sigue verificándose; luego:

$$\sum_{i=1}^n u(x_i) [P(x_i) - Q(x_i)] \geq 0 \Rightarrow Eu(P) \geq Eu(Q) \Rightarrow P > Q \quad \text{c.q.d.}$$

Veamos ahora que $P > Q \Rightarrow P \succ_* Q$.

Para ello suponemos que $P > Q \not\Rightarrow P \succ_* Q$, pero entonces deben existir $P, Q \in \mathcal{P}$, tales que se verifique una de las dos proposiciones siguientes:

$$\begin{aligned} P > Q &\Rightarrow P \overset{\circ}{\succ}_* Q \\ P > Q &\Rightarrow Q \overset{\circ}{\succ}_* P \end{aligned}$$

Por la parte IV de este teorema sabemos que

$$P \succ_*^o Q \Rightarrow P \succ^o Q \quad \forall P, Q \in P$$

de manera que

$$P > Q \not\Rightarrow P \succ_*^o Q$$

Por la primera parte (2), ya demostrada, sabemos que

$$Q \succ_* P \Rightarrow Q > P \quad \forall P, Q \in P$$

resultando que si

$$P > Q \Rightarrow Q \succ_* P; Q \equiv P$$

entonces

$P > Q \Rightarrow P \succ_* Q$ es cierto, lo cual contradice la hipótesis. Por tanto, tendremos

$$P > Q \Rightarrow P \succ_* Q \quad \text{c.q.d.}$$

$$\text{IV. } P \succ^o Q \Leftrightarrow P \succ_*^o Q$$

Empezaremos probando que si $P \succ_*^o Q \Rightarrow P \succ^o Q$. Para ello definimos

$$P'(x) = \sum_i \left(\frac{1}{2}\right)^i P(x_i)$$

$$Q'(x) = \sum_i \left(\frac{1}{2}\right)^i Q(x_i)$$

entonces o $P'(x) < Q'(x)$ o bien $P'(x) \geq Q'(x)$ se verifica.

Supongamos primero que $P'(x) < Q'(x)$ y pretendemos ver que existen dos funciones monótonas de utilidad, u^* y u^{**} , tales que:

$$Eu^*(P) > Eu^*(Q) \text{ y}$$

$$Eu^{**}(P) < Eu^{**}(Q)$$

puesto que, P no es comparable estocásticamente con Q , $P \succ_*^o Q$.

1.º u^* es elegida de manera que

$$Eu^*(P) - Eu^*(Q) = \sum_i u^*(x_i) [P(x_i) - Q(x_i)] > 0$$

$$\text{ya que } P'(x) < Q'(x) \text{ y } \sum_i P(x_i) = \sum_i Q(x_i) = 1$$

$$\begin{array}{l} (2) P \succ_* Q \Rightarrow P > Q, \text{ o lo que es igual} \\ Q \succ_* P \Rightarrow Q > P. \end{array}$$

podemos escribir

$$P'(x) - Q'(x) = \sum_i \left(-\frac{1}{2}\right)^i [P(x_i) - Q(x_i)] < 0$$

$$\sum_i [P(x_i) - Q(x_i)] = 0$$

Pero como partimos de la hipótesis de que $P \stackrel{\circ}{\succ} Q$, entonces existen un «s» y un «t» tales que:

$$\sum_{i=1}^s P(x_i) > \sum_{i=1}^s Q(x_i) \quad \Rightarrow \quad \sum_{i=1}^s [P(x_i) - Q(x_i)] > 0$$

$$\sum_{i=1}^t P(x_i) < \sum_{i=1}^t Q(x_i) \quad \Rightarrow \quad \sum_{i=1}^t [P(x_i) - Q(x_i)] < 0$$

y también podemos escribir que:

$$Eu^*(P) - Eu^*(Q) = \sum_{i=1}^s u^*(x_i) [P(x_i) - Q(x_i)] +$$

$$+ \sum_{i>s} u^*(x_i) [P(x_i) - Q(x_i)];$$

Definimos $u^*(x_i)$ como

$$u^*(x_i) = \begin{cases} \frac{Q'(x) - P'(x) + \epsilon}{\sum_{i=1}^s [P(x_i) - Q(x_i)]} + \left(-\frac{1}{2}\right)^i & \text{para } x_i \geq x_s, \text{ o sea } i \leq s \\ \left(-\frac{1}{2}\right)^i & \text{para } x_i < x_s, \text{ o sea, } i > s \end{cases}$$

donde ϵ es un número arbitrario positivo.

Entonces:

$$Eu^*(P) - Eu^*(Q) = Q'(x) - P'(x) + \epsilon +$$

$$+ \left(-\frac{1}{2}\right)^i \sum_{i=1}^s [P(x_i) - Q(x_i)] + \sum_{i>s} \left(-\frac{1}{2}\right)^i [P(x_i) - Q(x_i)] =$$

$$= Q'(x) - P'(x) + \epsilon + \sum_i \left(-\frac{1}{2}\right)^i [P(x_i) - Q(x_i)] =$$

$$= - \sum_i \left(-\frac{1}{2}\right)^i [P(x_i) - Q(x_i)] + \epsilon + \sum_i \left(-\frac{1}{2}\right)^i [P(x_i) - Q(x_i)] = \epsilon > 0$$

2.º Definimos $u^{**}(x_i) = \left(-\frac{1}{2}\right)^i$, entonces

$$Eu^{**}(P) = \sum_i \left(\frac{1}{2}\right)^i P(x_i) = P'(x) < Q'(x) = \sum_i \left(\frac{1}{2}\right)^i Q(x_i) = Eu^{**}(Q)$$

Y nos falta por ver que:

$$P \overset{\circ}{>} Q \Rightarrow P \overset{\circ}{>_*} Q \quad (3)$$

Admitimos que existen $P, Q \in P$ tales que

$$P \overset{\circ}{>} Q \not\Rightarrow P \overset{\circ}{>_*} Q$$

pero entonces se verificará una u otra (o ambas) de las proposiciones

$$\begin{aligned} P \overset{\circ}{>} Q &\Rightarrow P \overset{\circ}{>_*} Q && \text{o} \\ P \overset{\circ}{>} Q &\Rightarrow Q \overset{\circ}{>_*} P \end{aligned}$$

Ahora bien, por el apartado III de este teorema, para $\forall P, Q \in P$, tenemos

$$\begin{aligned} P \overset{\circ}{>_*} Q &\Rightarrow P > Q \\ Q \overset{\circ}{>_*} P &\Rightarrow Q > P \end{aligned}$$

resultando que

$$P \overset{\circ}{>} Q \Rightarrow P \overset{\circ}{>_*} Q \quad \text{c.q.d.}$$

Ahora tendríamos que hacer otra demostración para el caso en que $P'(x) > Q'(x)$. Se haría de manera análoga a la anterior, bastaría intercambiar P y Q , y seguir el mismo proceso.

Y, por último, tendríamos que ver cómo se procede cuando $P'(x) = Q'(x)$; en este caso se elige un « r » tal que $0 < r < 1$, $\sum_i r^i P(x_i) \neq \sum_i r^i Q(x_i)$ y procederíamos como en los dos casos anteriores, pues aquí volveríamos a dividir la demostración en dos partes según que

$$\sum_i r^i P(x_i) \cong \sum_i r^i Q(x_i).$$

Luego, hemos visto que los criterios de ordenación, ordenan idénticamente cualquier conjunto de distribuciones de probabilidad discretas sobre un conjunto finito de niveles de renta (recompensa o beneficio).

Análogamente, se puede hacer en el caso continuo:

Notaremos por $F = \{f_1(x), f_2(x), \dots\}$ el conjunto de funciones de densidad de renta y por $Eu(f_k)$ la utilidad esperada asociada a una función de densidad $f_k \in F$.

(3) Se hace de manera análoga a como hemos hecho en la segunda parte de III para probar que $P > Q \Rightarrow P \overset{\circ}{>_*} Q$.

Se definen de la misma forma que en el caso discreto los dos criterios de ordenación: dominancia admisible y dominancia estocástica, y basta sustituir las distribuciones de probabilidad por funciones de densidad para llegar a los conceptos de función de densidad *admisibile* y al de *dominancia estocástica*.

Continuando un estudio paralelo tendríamos que probar que los dos criterios de ordenación dados anteriormente conducen a una misma ordenación sobre el conjunto de funciones de densidad, para ello enunciamos e indicamos la demostración del siguiente teorema:

TEOREMA II

Dado cualquier conjunto F , de funciones de densidad sobre niveles de renta y las relaciones de orden $>$ y $\overset{*}{>}$, entonces se verifica para $\forall f_k, f_l \in F$ y toda función $u(x)$ monótona, diferenciable y acotada:

$$\text{I. } f_k > f_l \text{ y } f_l > f_k \iff f_k \equiv f_l$$

$$\text{II. } f_k \overset{*}{>} f_l \text{ y } f_l \overset{*}{>} f_k \iff f_k \equiv f_l$$

$$\text{III. } f_k > f_l \iff f_k \overset{*}{>} f_l$$

$$\text{VI. } f_k \overset{\circ}{>} f_l \iff f_k \overset{\circ}{>} f_l$$

Demostración:

La demostración de I, II y III es la misma que en el caso discreto, la única variación sería en los valores esperados, y en las funciones de distribución, al desarrollarlos, nos aparecerían integrales en lugar de sumatorias.

En la demostración de IV ya se introduce alguna modificación, como ahora veremos.

Pretendemos ver que

$$f_k \overset{\circ}{>} f_l \iff f_k \overset{\circ}{>} f_l$$

Vamos a empezar viendo que si

$$f_k \overset{\circ}{>} f_l \implies f_k \overset{\circ}{>} f_l$$

para ello definimos

$$f_k^1(x) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(x) f_k(x) dx$$

$$f_l^1(x) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(x) f_l(x) dx$$

donde $f(x)$ es monótona y tal que las dos integrales anteriores existen para $\forall f_k, f_l \in F$.

Entonces se verifica una de las dos relaciones siguientes:

$$f_k'(x) < f_1'(x) \quad \text{o bien}$$

$$f_k'(x) \geq f_1'(x)$$

Supongamos primero que $f_k'(x) < f_1'(x)$ y pretendemos ver que existen dos funciones monótonas, diferenciables y acotadas de utilidad, u^* y u^{**} tales que:

$$Eu^*(f_k) > Eu^*(f_1) \text{ y}$$

$$Eu^{**}(f_k) < Eu^{**}(f_1)$$

puesto que, f_k no es comparable estocásticamente con f_1 , $f_k \not\stackrel{0}{*} f_1$.

1. u^* lo elegimos de manera que

$$Eu^*(f_k) - Eu^*(f_1) = \int_{-\infty}^{+\infty} u^*(x) [f_k(x) - f_1(x)] dx > 0$$

Ya que $f_k'(x) < f_1'(x)$ y $\int_{-\infty}^{+\infty} f_k(x) dx = \int_{-\infty}^{+\infty} f_1(x) dx = 1$

podemos escribir

$$f_k'(x) - f_1'(x) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(x) [f_k(x) - f_1(x)] dx < 0$$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} [f_k(x) - f_1(x)] dx = 0$$

Pero como partimos de la hipótesis de que $f_k \stackrel{0}{*} f_1$, entonces existe dos subconjuntos de R , $(-\infty, s)$ y $(-\infty, t)$ tales que:

$$\int_{-\infty}^s f_k(x) dx > \int_{-\infty}^s f_1(x) dx \Rightarrow \int_{-\infty}^s [f_k(x) - f_1(x)] dx > 0$$

$$\int_{-\infty}^t f_k(x) dx < \int_{-\infty}^t f_1(x) dx \Rightarrow \int_{-\infty}^t [f_k(x) - f_1(x)] dx < 0$$

y también podemos escribir que

$$Eu^*(f_k) - Eu^*(f_1) = \int_{-\infty}^s u^*(x) [f_k(x) - f_1(x)] dx + \int_s^{+\infty} u^*(x) [f_k(x) - f_1(x)] dx$$

Definios $u^*(x)$ como:

$$u^*(x) = \begin{cases} \frac{f_1(x) - f_k(x) + \epsilon}{\int_{-\infty}^s [f_k(x) - f_1(x)] dx} + f(x) & \text{para } x \leq s \\ f(x) & \text{para } x > s \end{cases}$$

donde ϵ es un número arbitrario positivo.

Entonces:

$$\begin{aligned} Eu^*(f_k) - Eu^*(f_1) &= f_1'(x) - f_k'(x) + \epsilon + \int_{-\infty}^s f(x) [f_k(x) - f_1(x)] dx + \\ &+ \int_s^{+\infty} f(x) [f_k(x) - f_1(x)] dx = \\ &= f_1'(x) - f_k'(x) + \epsilon + \int_{-\infty}^{+\infty} f(x) [f_k(x) - f_1(x)] dx = \\ &= f_1'(x) - f_k'(x) + \epsilon + f_k'(x) - f_1'(x) = \epsilon > 0 \end{aligned}$$

2.º Definimos $u^{**}(x) = f(x)$, entonces tendremos

$$Eu^{**}(f_k) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(x) f_k(x) dx = f_k'(x) < f_1'(x) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(x) f_1(x) dx = Eu^{**}(f_1)$$

Y el resto de la demostración es análoga al caso discreto, con la única modificación de sustituir $(\frac{1}{2})^i$ por $f(x)$.

Se podría hacer una demostración única del teorema para el caso discreto y continuo, tratando la probabilidad como una medida de Lebesgue.

COROLARIO

Si designamos P' un conjunto de distribuciones de probabilidad admisibles contenido en P y por P'' otro conjunto de distribuciones no dominadas estocásticamente también contenido en P . Entonces $P' = P''$.

La hipótesis de que más renta (con seguridad) es preferido a menos renta (con seguridad) implica que las distribuciones dominadas estocásticamente se excluyen de la clase de distribuciones de donde se extraen las elecciones óptimas. Es también evidente que cuando no se utiliza la especificación de que la función de utilidad es monótona, entonces esta restricción sobre admisibilidad de distribuciones es la más fuerte que se podía hacer.

APLICACION A CARTERAS EFICIENTES

Una simple aplicación del teorema anterior al problema de decisión bajo riesgo se tiene considerando la «clase de carteras eficientes».

El llamado problema de selección de la cartera, tal como fue planteado por Markowitz (5), se refiere a un inversor que trata de lograr una renta óptima en un período fijado de tiempo.

(4) Véase Markowitz: «Portfolio Selection», 1959.

Supongamos que el inversor trata de diversificar su cartera entre distintos valores mobiliarios (acciones, obligaciones, bonos...) A_1, \dots, A_n , cuyas rentas aleatorias x_1, \dots, x_n , tienen leyes de distribución conocidas, o al menos cuyas

$$\text{esperanzas } \mu_i = E[x_i]$$

$$\text{varianzas } \sigma_i^2 = D^2 x_i = E[(x_i - \mu_i)^2] \text{ y}$$

$$\text{covarianzas } \sigma_{ij} = E[(x_i - \mu_i)(x_j - \mu_j)] \text{ se conocen.}$$

El problema consiste en repartir una unidad monetaria entre los diferentes valores, de modo que la renta esperada sea óptima.

Si llamamos t_i la proporción de capital invertido en A_i , una cartera será una n-upla (t_1, \dots, t_n) , con las condiciones:

$$\text{I. } t_i \geq 0$$

$$\text{II. } \sum_{i=1}^n t_i = 1$$

La renta aleatoria de la unidad invertida será:

$$x = \sum_{i=1}^n t_i x_i$$

y la *renta esperada* será:

$$\mu = E[x] = \sum_{i=1}^n t_i \mu_i$$

y la *varianza*

$$\sigma^2 = D^2[x] = \sum_{i=1}^n \sigma_i^2 t_i^2 + 2 \sum_{i < j} \sigma_{ij} t_i t_j$$

Todo se reduce a obtener la cartera definida por el vector (t_1, \dots, t_n) , que hace máxima la utilidad esperada del inversor.

La solución mediante el criterio de la esperanza matemática consistirá en invertir íntegramente la unidad monetaria en el valor que produjese la mayor renta. Este criterio, según algunos autores, no parece plausible, pues no tiene en cuenta las posibles variaciones de tal valor. En esencia, sería la decisión de una persona optimista y aficionada al riesgo.

También se plantea este problema, teniendo en cuenta la variabilidad de las rentas, e introduciendo como medida del riesgo que corre el inversor, la *varianza de la cartera* (5).

(5) Dentro del marco de la teoría de la utilidad se puede plantear el problema de otra forma, como hace el profesor S. Ríos en su trabajo «El problema de selección de la cartera en diferentes contextos de utilidad». Ponencia presentada en el VII Congreso de Investigación Operativa, 1973.

Teniendo en cuenta las dos características de una cartera: la renta esperada y la desviación típica (o varianza) de la renta, éstas pueden clasificarse en *eficientes e ineficientes*.

Una cartera se dice que es *eficiente* si se verifica:

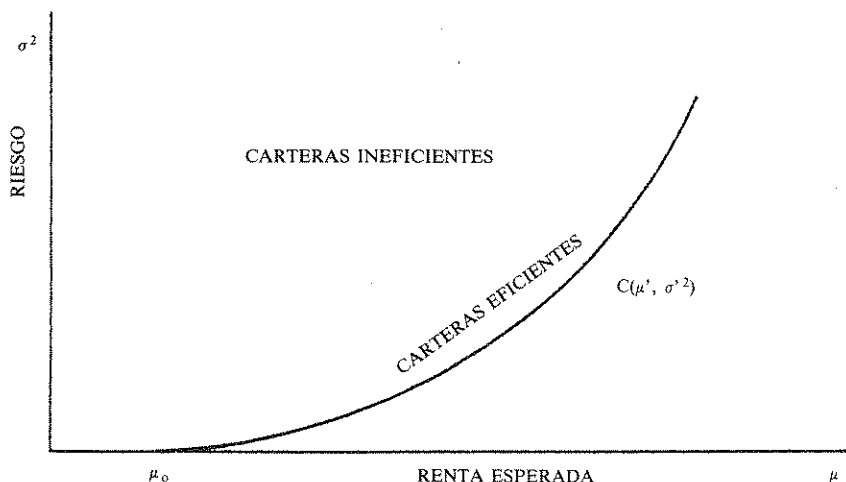
- 1.º Que de todas las carteras que tengan la misma renta esperada que la dada, ésta sea la de varianza mínima.
- 2.º Que de todas las carteras que tengan la misma varianza que la dada, ésta sea la que dé una renta máxima.

A toda cartera que no sea eficiente se la denomina *ineficiente*.

La determinación del conjunto de las carteras eficientes se reduce a resolver un problema de programación cuadrática.

Resolviendo este problema de programación cuadrática para una serie de valores prefijados de μ se obtienen las correspondientes varianzas mínimas, y viceversa, llegando así a tener el conjunto de *carteras eficientes*, teniendo, por tanto, varianza mínima (riesgo mínimo) dentro de las de igual rentabilidad, y rentabilidad máxima dentro de las de igual varianza (igual riesgo).

Si representamos sobre un sistema de ejes cartesianos los puntos correspondientes a los pares de renta esperada y riesgo que nos determinan el conjunto de carteras eficientes, tendríamos una línea como la que aparece en la figura:



Luego el conjunto de las carteras eficientes está representado por puntos de esta línea. El punto $(\mu_0, 0)$ representa la cartera eficiente de renta esperada μ_0 que se obtendría invirtiendo en obligaciones sin riesgo, y el punto $C(\mu', \sigma'^2)$ representa la cartera eficiente de renta esperada μ' que se obtendría invirtiendo en acciones con riesgo σ'^2 .

Los puntos por encima de esta línea corresponden a carteras *ineficientes*. Si partimos de una cartera ineficiente, siempre existe una cartera con mayor renta esperada y menor o igual riesgo o una cartera con menor riesgo y mayor o igual renta espera-

da. En el caso de carteras muy ineficientes existirán carteras que tienen, al mismo tiempo, más renta esperada y menor riesgo. Pero si tenemos una cartera eficiente es imposible obtener una mayor renta sin aumentar el riesgo y tener menor riesgo sin disminuir la renta esperada.

Los puntos situados por debajo de la línea representan carteras cuya composición no es *factible* dentro del conjunto considerado.

Una vez que se tiene determinada la clase de carteras eficientes (representada por una línea), el inversor debería examinar varias combinaciones eficientes de renta esperada y riesgo, y después decidirse por aquella combinación (cartera) que más que ninguna otra satisfaga sus necesidades y preferencias en lo referente al riesgo y beneficios. Esta elección la puede tener según una regla, como, por ejemplo, la regla «Primera Seguridad» de Roy.

BIBLIOGRAFIA

- AUMANN, R. J. (1964): «Utility theory without the completeness axiom». *Econometrika*, vols. XX y XXXII.
- BAWA, V. (1976): «Admissible Portfolios for all Individuals». *Journal of Finance*, vol. XXXI, número 3.
- BUSER, S. (1987): «A simplified Expression for the Efficient Frontier in Mean-variance Portfolio Analysis». *Management Science*, vol. XXIII.
- BLACKWELL-GIRSHICK (1954): «Theory of games and statistical Decision». J. Wiley.
- ELTON and GRUBER (1985): «Modern Portfolio Theory and Investment Analysis». J. Wiley.
- HERSTEIN and MILNOR (1965): «An axiomatic approach to measurable utility». *Econometrika*, vol. XXI.
- KWAK and DELURGIO (1980): «Quantitative Models for Business Decisions». Duxbury Press.
- MARKOWITZ, J. (1959): «Portfolio Selection». J. Wiley.
- MENGER, G. (1969): «Economic Decision Making. Basic Concepts and Models». Logman Group Limited.
- RIOS, S. (1973): «Análisis de Decisiones». ICE.

CONSIDERACIONES EN TORNO A LA LIMITACION DE LAS VARIABLES DEPENDIENTES EN UN SFT: UNA PROPUESTA

**VICTOR J. CANO FERNANDEZ
FRANCISCO J. MARTIN ALVAREZ**
Universidad de La Laguna

1. INTRODUCCION

A lo largo de esta década se han realizado esfuerzos considerables, desde el enfoque de series temporales, para abordar la especificación de sistemas dinámicos interdependientes. Una de las propuestas que en cierta forma, trata de articular conocimiento apriorístico sobre un sistema y el enfoque de series temporales, se debe a Hanssens, D. y Liu, L. (1983) y Liu, L y Hudak, G. B. (1984), en lo que denominan *Modelos Simultáneos o de Sistemas de Funciones de Transferencia (SFT)*. Es en este marco metodológico donde se desenvuelve la propuesta que realizamos seguidamente. Por las características de esta metodología, es posible hacerla extensiva a los modelos de función de transferencia propuestos por Box, G.E.P. y Jenkins, G. M. (1976).

En el siguiente apartado, repasamos muy sucintamente la especificación y elaboración de los modelos de SFT, dando paso a la propuesta que realizamos para la determinación de las estructuras dinámicas de ecuaciones donde la variable dependiente está sometida a alguna cota de variación. En el tercero, planteamos el modelo empírico para el cual aplicamos la propuesta, cuyos resultados se presentan en el último apartado.

Conviene destacar, que este trabajo está dentro de una investigación más amplia que se está realizando sobre las características dinámicas de algunos mercados agrícolas.

2. DETERMINACION DE LAS ESTRUCTURAS DINAMICAS DE UN SFT EN EL CASO DE LIMITACION EN LA VARIABLE DEPENDIENTE

Los denominados modelos de SFT, pueden considerarse como intermedio entre la modelización «pura» econométrica. Como mencionamos en la introducción, esta propuesta fue desarrollada por Hanssens, D. y Liu, L. (1983) y Liu, L. y Hudak, G. (1984) y en ella se intenta conjugar un cierto conocimiento apriorístico de la realidad con los modelos de función de transferencia propuestos por Box y Jenkins, donde el énfasis se sitúa en la información contenida en los datos.

La propuesta concreta de esta metodología, consiste en facilitar un marco general para la integración de modelos econométricos y de series temporales, que se traduce en la construcción de sistemas dinámicos simultáneos. Para ello, se sigue un proceso iterativo de identificación, estimación, comprobación-diagnóstico y aplicación.

En el estudio de los modelos de SFT, se asume, en principio, un nivel de conocimiento que pasa por distinguir, a priori, entre el carácter endógeno y exógeno de las variables que intervienen en cada ecuación, estando sometido el conocimiento de las estructuras dinámicas y el comportamiento de las perturbaciones al proceso iterativo mencionado arriba.

No entraremos en detalles sobre el desarrollo formal de estos modelos, simplemente presentaremos su formulación, así como, aquellos aspectos de interés para nuestra propuesta (*).

La formulación del modelo de SFT puede encontrarse también en la denominada «forma estructural de retardos distribuidos racionales», dada por Wall, K. D. (1976). El modelo puede escribirse de la siguiente manera:

$$\underline{B(L)} \underline{Y}_t = \underline{\Gamma(L)} \underline{X}_t + \underline{N}_t \quad t = 1, 2, \dots, T \quad [2.1]$$

donde

$$N_{it} = \frac{\theta_i(L) \Theta_i(L^S)}{\phi_i(L) \Phi_i(L^S)} a_{it} \quad i = 1, 2, \dots, k$$

siendo Y_t y X_t , los vectores de variables endógenas y exógenas, y a_{it} un vector de procesos estocásticos ruido blanco. $B(L)$ y $\Gamma(L)$ son matrices polinómicas, cuyos elementos representativos son polinomios de retardos racionales, de la forma $w_{ij}(L)/\delta_{ij}(L)$. Una representación alternativa a los mismos viene dada por la Función de Respuesta al Impulso (FRI) de cada variable. Esta función es una combinación lineal de los efectos desplazados de las mismas.

El modelo descrito, es un sistema de k ecuaciones que puede ser adecuado para representar casos de causalidad bidireccional o de retroalimentación entre las variables, lo que resulta de gran utilidad en la especificación formal de muchos problemas económicos. Cada ecuación del sistema es similar al modelo de función de trans-

(*) Para algunos detalles, véase Hanssens, D. y Liu L. (1983) Liu, L. y Hudak, G. B. (1984), Murillo, C. y Cano, V. (1987) y Cano, V. (1987).

ferencia con múltiples inputs. Sin embargo, en el SFT las variables endógenas pueden estar relacionadas contemporaneamente.

La elaboración de estos modelos sigue el proceso que se presenta en la figura 1.

La fase de indentificación de las estructuras dinámicas se aborda considerando separadamente cada una de las ecuaciones que integran el sistema, siguiendo el procedimiento desarrollado, por Liu, L. y Hanssens, D. (1982) para la identificación de los órdenes de los polinomios de una función de transferencia con múltiples inputs.

Es precisamente en esta fase donde se enmarca nuestra propuesta, para el caso en que la variable dependiente esté sometida a algún tipo de limitación. Aunque este hecho puede afectar a todo el sistema, desde el punto de vista de los modelos de «desequilibrio», nosotros únicamente nos centraremos en un tipo particular de limitación y en la forma en que puede ser incorporada como información para determinar las estructuras dinámicas de la ecuación en que se produzca.

Así pues, consideremos una ecuación genérica del sistema escrita como sigue:

$$Y_{rt} = \sum_{i=1}^f \sum_{j=0}^{\lambda} v''_{ij} X_{i,t-j} + \sum_{i=1}^f \sum_{j=0}^l v''_{ij} \hat{Y}_{i,t-j} + N''_{rt} \quad [2.2]$$

donde $f \leq k$ y l indica el número finito de términos para el cual aproximamos los polinomios racionales, que suponemos el mismo y suficientemente grande para todas las variables que intervienen.

El método de estimación para la obtención de las ponderaciones de la FRI de esta ecuación, dependerá de la presencia o no de relaciones contemporáneas entre las variables endógenas. En este sentido, Liu y Hudak, para el caso en que dicha relación se dé, proponen un método de variables instrumentales (VI). La obtención de la variable instrumental para cada una de las endógenas y sus retardos, se lleva a cabo mediante una regresión dinámica sobre el conjunto de variables endógenas que intervienen en el sistema (*). Formalmente:

$$Y_t = \tau(L) X_t + U_t \quad [2.3]$$

donde $\tau(L)$ es una matriz de polinomios de retardos de dimensión apropiada en función de X_t . De aquí se obtienen los valores ajustados de Y_t que se incluirán como inputs en la ecuación (2.2).

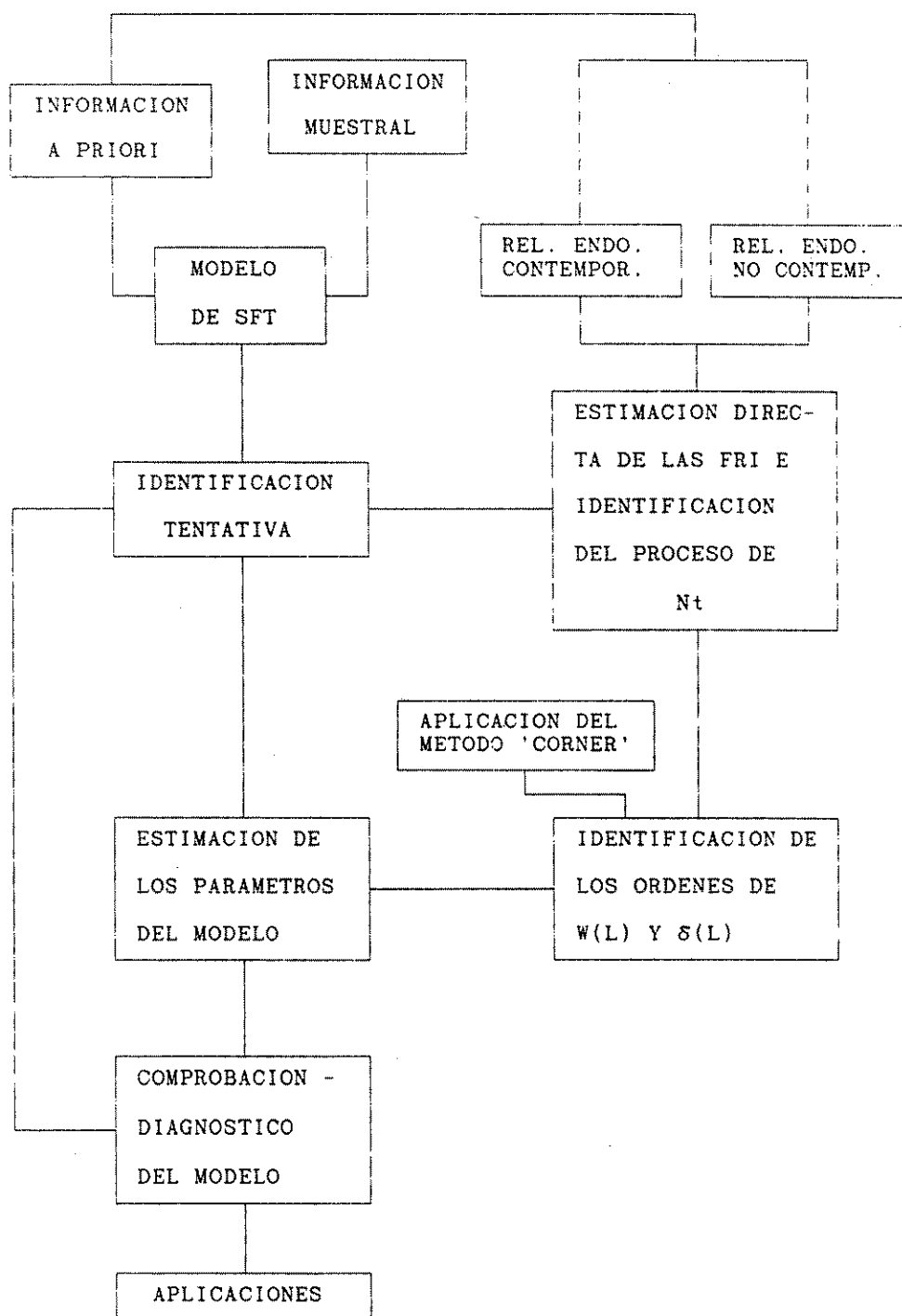
En caso contrario, puede aplicarse directamente el proceso de identificación mínimo-cuadrático propuesto por Liu y Hanssens (1982).

La justificación del método de VI radica en que no puede garantizarse la insesguez y consistencia de los estimadores mínimo-cuadráticos de los parámetros de la FRI, por la presencia de variables endógenas que intervienen como inputs en la ecuación (2.2). Este hecho puede distorsionar una obtención más precisa de las estructuras dinámicas, ya que es sobre la estimación de las ponderaciones de la FRI en las que se basa el método «corner», propuesto para la determinación de los órdenes de los polinomios racionales.

Un aspecto importante relacionado con el método adecuado para la estimación

(*) Palm, F. y Zellner, A. (1980) consideran que es posible utilizar como instrumentos, además, las variables endógenas retardadas.

FIGURA 1



de la FRI, se encuentra en la posibilidad de que el rango de valores de la variable dependiente esté sometido a limitación, lo que implicaría que los métodos propuestos no sean adecuados para la estimación de la ecuación (2.2). Además, es lícito pensar que un factor que podría provocar variaciones en las respuestas dinámicas de los agentes económicos sería, precisamente, el conocimiento «a priori» de las cotas mínimas o máximas de variación sobre alguna variable que juegue un papel relevante en la toma de decisiones. En este sentido, el propio proceso de construcción de los modelos de SFP, nos dará la posibilidad de incorporar dicha información. Así, este aspecto nos llevaría a considerar dos formas de actuación:

a) En primer lugar, la especificación del modelo teniendo en cuenta dicha información como relevante, y recogiendo las implicaciones de la misma sobre los estimadores utilizados, como forma de modificación del proceso de inferencia seguido para la determinación de las estructuras dinámicas. En este planteamiento, nos encontraríamos en presencia de un modelo censurado uniecuacional tipo Tobit.

b) En segundo lugar, se trataría de la estimación del sistema simultáneo bajo estas consideraciones.

Nos centramos en el primer aspecto, que puede considerarse como una propuesta más general, tanto para funciones de transferencia, como para SFT donde el rango de valores de alguna variable dependiente esté limitado. El segundo aspecto, que no trataremos, estaría referido a las características particulares de los mercados donde opera dicha limitación.

En este sentido, nuestra propuesta va dirigida hacia la obtención de estimadores consistentes de la FRI, incorporando la información que suministra el comportamiento limitado de la variable dependiente.

Reespecificando la ecuación (2.2) tal como proponen Liu y Hanssens, tenemos:

$$Y_t = X_t \beta + \epsilon_t \quad [2.4]$$

donde cada una de las matrices y vectores representan de forma condensada la estructura de (2.2). Así, suponiendo que ϵ_t es ruido blanco, las ponderaciones de las FRI podrían obtenerse a partir de la expresión conocida,

$$\hat{\beta} = (X' X)^{-1} X' Y \quad [2.5]$$

Sin embargo, si consideramos que Y_t está sometida a algún tipo de limitación, por ejemplo inferior, que denotaremos por Y_t^* (exógena) entonces el modelo que genera la variable observada vendrá dado por:

$$\begin{aligned} Y_t &= X_t \beta + \epsilon_t & \text{si } X_t \beta + \epsilon_t &\geq Y_t^* \\ Y_t &= Y_t^* & \text{si } X_t \beta + \epsilon_t &< Y_t^* \end{aligned} \quad [2.6]$$

Como puede observarse, esta especificación encierra un planteamiento tipo Tobit, denominado, generalmente, modelo de regresión censurado estándar. Así, la aplicación del método MCO a este modelo, implicaría la obtención de estimadores ses-

gados e inconsistentes de los parámetros (*). Bajo el supuesto de que ϵ_t , sea normal, la distribución de Y_t está truncada en Y_t^* .

De la misma forma que lo planteábamos en el caso de VI, la aplicación de métodos MCO puede provocar distorsiones en la determinación de los órdenes de los polinomios racionales de dicha ecuación, ya que éstos se basan en las estimaciones de la FRI.

De (2.6) y bajo el supuesto de normalidad de ϵ_t , tenemos que,

$$P(X_t \beta + \epsilon_t > Y_t^*) = \Phi(\epsilon_t > Y_t^* - X_t \beta) = 1 - \Phi(Y_t^* - X_t \beta / \sigma) \quad [2.7]$$

donde $\Phi(\cdot)$ es la función de distribución para una normal estándar y σ^2 es la varianza de ϵ_t . Así,

$$E(\dot{Y}_t / Y_t = Y_t^*) = Y_t^* \quad [2.8]$$

y

$$E(Y_t / Y_t > Y_t^*) = X_t \beta + \sigma [\phi(Y_t^* - X_t \beta) / 1 - \Phi(Y_t^* - X_t \beta)] \quad [2.9]$$

donde $\phi(\cdot)$ es la función de densidad de una normal estándar. Esta expresión se corresponde con la media de una distribución normal truncada (*). Así, la función de verosimilitud para la obtención de los estimadores de los parámetros vendrá dada por:

$$L = \prod_{\psi_1} \sigma^{-1} \phi(Y_t - X_t \beta / \sigma) \prod_{\psi_2} [1 - \Phi(Y_t^* - X_t \beta / \sigma)] \quad [2.10]$$

donde ψ_1 representa el conjunto de observaciones para las cuales $Y_t > Y_t^*$ y ψ_2 , para aquellas en que $Y_t \leq Y_t^*$. Una forma alternativa de expresar la función de verosimilitud para el conjunto de observaciones, viene dada por (*)

$$\log L = \sum_t \log f(\dot{Y}_t) + \sum_t \log [1 - \Phi(\dot{Y}_t)] \quad [2.11]$$

donde

$$f(\dot{Y}_t) = \begin{cases} g(\dot{Y}_t) & \text{si } Y_t > Y_t^* \\ 0 & \text{si } Y_t \leq Y_t^* \end{cases}$$

y

$$g(\dot{Y}_t) = f^*(\dot{Y}_t) / 1 - \Phi(\dot{Y}_t) \quad \dot{Y}_t^* = Y_t^* - X_t \beta / \sigma$$

El estimador tobit de MV para un β_i particular está definido como una solución de las ecuaciones que resultan al igualar las derivadas parciales de la función de ve-

(*) Consúltense, entre otros, Amemiya, T. (1973, 1984) y Maddala, G. S. (1983 b).

(*) Véase, por ejemplo, Cramer, H. (1970) y Johnson, N. L. y Kotz, S. (1970)

(*) Esta representación es utilizada por Russer, G. C. y Riboud, C (1982).

rosimilitud (2.11) a cero. Las ecuaciones son no lineales en los parámetros, y por tanto, deben resolverse iterativamente a partir de la utilización de algún algoritmo de resolución numérica que garantice la convergencia. Amemiya, T. (1973), demuestra que el estimador tobit MV, es fuertemente consistente y asintóticamente normal.

Por tanto, nuestra propuesta inmersa en los modelos de SFT, implica:

1. La estimación de la FRI a través de un proceso como el descrito arriba, que al menos garantiza la consistencia de los estimadores y permite la incorporación de este conocimiento económico apriorístico en el sistema.

2. Previamente, podría utilizarse un método de VI si alguna variable input en (2.2) es endógena.

3. Obtención de las tablas «corner», a partir de las estimaciones de los pesos de la FRI en 1.

4. Determinación de los órdenes de los polinomios racionales implicados en la relación.

Al margen de las consideraciones anteriores, surgen algunos problemas de diversa índole para el modelo aquí planteado.

Por un lado, existen problemas de implementación a la hora de obtener las estimaciones de la FRI. En general, los programas estadísticos disponibles que resuelven la estimación de los parámetros de un modelo de regresión censurado, están restringidos al caso en que el punto de censuración es cero o una constante conocida. Este aspecto imposibilita su utilización directa para el caso más general aquí expuesto, donde la cota o punto de censuración es Y_i^* que se considera conocida pero que varía con t . Este hecho, ha provocado la elaboración por nuestra parte de algunos programas para poder estimar los parámetros de la FRI del modelo que plantearemos en el apartado siguiente (*).

Por otra parte, como mencionamos, vamos a considerar un tipo de limitación inferior, que concretaremos a través de los precios de garantía en un determinado mercado. Sin embargo, muchas veces, los controles a través de las políticas de precios se realizan de forma indirecta, esto es, mediante el uso de indicadores. A través de estos, es posible detectar la existencia de «desequilibrio», entendido como violación de la cota mínima, es decir, cuando $Y_t \leq Y_i^*$ en nuestro modelo, lo que conlleva algunos problemas adicionales.

Además, en los SFT se admite la posibilidad de que los términos de error estuviesen autocorrelacionados. Sin embargo, en palabras de Maddala, «la estimación de los parámetros por el método de la máxima verosimilitud es computacionalmente intratable» [Maddala, G.S. (1983b), p. 185] para modelos de regresión censurados. En este sentido, los estimadores aquí derivados no serán necesariamente eficientes. Robinson (1982) relajando el supuesto de independencia de las perturbaciones, prueba que, suponiendo el esquema más general, los estimadores tobit MV siguen siendo consistentes y asintóticamente normales.

(*) La elaboración de dichos programas ha sido realizada por la profesora Concepción González, a la cual estamos muy agradecidos, así, como a los profesores Carlos Murillo y Ginés Guirao, por los comentarios realizados sobre algunas partes de este trabajo.

Así, podemos asegurar que la parte sistemática para aquellas ecuaciones que contengan las características aquí apuntadas, pueden estimarse consistentemente a través del estimador tobit MV, y por tanto, la estructura dinámica subyacente revelará dichas características.

De cualquier forma, esta propuesta requerirá una mayor conformación a través de algún estudio de simulación para diferentes situaciones, en cuanto a la limitación en la variable dependiente. Adicionalmente, podrían realizarse comparaciones con otros estimadores, con el fin de medir la pérdida en eficiencia que conlleva el método aquí planteado.

Finalmente, de manera similar a como se presenta en la fase de construcción de los SFT, es posible identificar la estructura de la perturbación a partir del análisis de los residuos resultantes de la estimación tobit MV.

3. MODO EMPIRICO

En este apartado, describiremos el modelo sobre el cual se han realizado las estimaciones que se presentan en el último epígrafe. Un aspecto importante que nos interesa recoger, es si la incorporación del conocimiento sobre la limitación en alguna variable dependiente en el modelo, repercute en la determinación de la estructura dinámica del mismo. En algunos trabajos empíricos, se ha puesto en evidencia que este hecho afecta a las estimaciones de los parámetros estructurales, pero en ningún caso se ha establecido cómo situarlo en la esfera de captación de las características dinámicas de un sistema.

Consideramos una ecuación determinada de un sistema, para el mercado de carne de ganado bovino, en la variedad añojo, que está sometido a regulación por parte de la Administración.

Siguiendo a Rausser, G.C. y Riboud, C. (1982), supondremos que el nivel de demanda en el mercado puede representarse por el precio como variable relevante*. En este sentido, vamos a suponer que el efecto de la limitación (control) viene recogido a través de la ecuación de demanda en la forma,

$$\begin{aligned} P_t^* &= f(Q_t, P_t^{\text{CER}}, P_t^{\text{POL}}) && \text{si } P_t^* > P_t^G \\ P_t^* &= P_t^G && \text{si } P_t^* \leq P_t^G \end{aligned} \quad [3.1]$$

donde Q_t es la cantidad, P_t^{CER} y P_t^{POL} el precio de los sustitutivos como son el cerdo y el pollo, y P_t^G es la cota mínima a la que se ve limitada la variación de P_t^* . Así pues, nos encontramos en presencia de un tipo de modelo como el especificado en el apartado anterior. La forma funcional la suponemos como la de una ecuación de un SFT.

En el contexto del modelo planteado para determinar las características dinámicas, debemos tener en cuenta la información servida por el P_t^G , que en nuestro caso

(*) En el contexto de un sistema de ecuaciones, la variable normalizada para la ecuación de demanda es el precio percibido por los agricultores, P_t^* en la ecuación (3.1.).

es el *Precio de Garantía*, con el fin de desarrollar la propuesta realizada en el apartado anterior.

En los escasos trabajos que hacen uso de esta información para estimar los parámetros estructurales de un sistema, el proceso de regulación por parte de la Administración podría considerarse directo. Esto es, la comparación entre los precios percibidos y los de garantía discriminan las situaciones de equilibrio y desequilibrio, según sea positiva o negativa la diferencia entre estos tipos de precios. Sin embargo, el problema es algo más complejo en el caso de los mecanismos que se utilizan en España, y en concreto, en el caso de la variedad añojo de ganado bovino. Aquí, el proceso de regulación puede considerarse indirecto, y pivota, principalmente sobre dos indicadores: *Precio de Intervención* y *Precio Testigo*.

El primero de ellos ha sido el eje sobre el cual se estructuraban la mayoría de las regulaciones agrarias y, conceptualmente, es el precio mínimo garantizado al productor para un bien determinado (*).

En el caso que nos interesa, adopta la forma dominada *Precio de Garantía en sentido estricto*. Adicionalmente, para diversos productos se establecen niveles máximos o mínimos que, al rebasarse o no alcanzarse, ponen en funcionamiento de forma más o menos automática los mecanismos correctores precisos. A esta categoría corresponden, por ejemplo, los *Precios de Intervención Inferior*. Finalmente, para poder controlar las variaciones de los precios, se utilizan como indicadores auxiliares los denominados precios testigo. De forma que, la conjunción del comportamiento del precio testigo y el de intervención inferior, pone en marcha los mecanismos de intervención necesarios por parte de la Administración.

Este tipo de regulación plantea, a efectos de operatividad en el modelo, dos problemas: Por un lado, la información de los precios testigo procede de mercados con plena transparencia sobre las transacciones realizadas en lo relativo a precios y cantidades, y provienen normalmente del primer escalón mayorista. Podría pensarse que estos precios son equiparables a los Precios Percibidos, como se pone de manifiesto en el trabajo realizado por el FORPPA (1986). Sin embargo, si bien es cierto que siguen un fuerte paralelismo, no es menos cierto que no están muy próximos a los Precios Testigo, situándose siempre por debajo de éstos, e incluso, del de intervención inferior.

Si para la puesta en marcha de las intervenciones, se empleasen los precios percibidos como referencia respecto al precio de intervención inferior, nos encontraríamos que, para el período objeto de estudio, siempre el mercado estaría en desequilibrio. De esta forma, una alternativa para la ecuación (3.1) consistiría en utilizar los precios testigo y de intervención como variable endógena y cota de limitación respectivamente.

Por otro lado, un segundo problema derivado del anterior, lo encontramos en que, si queremos mantener el variable precio percibido como endógena en (3.1), como ocurre habitualmente en los trabajos empíricos para mercados agrícolas, nos veremos ante la imposibilidad de implementar directamente el modelo. Así, reformulando (3.1) tendríamos:

(*) Estos adquieren diversas formas según los productos de que se trate. Véase FORPPA (1986).

$$\begin{aligned}
 P_t^* &= f(Q_t, P_t^{\text{CER}}, P_t^{\text{POL}}) & \text{si } PTES > PI \\
 &= P_t^* & \text{si } PTES \leq PI
 \end{aligned}
 \tag{3.2}$$

donde PTES y PI representan al precio testigo y precio de intervención inferior, respectivamente.

Para ambas alternativas, hemos estimado las FRI y derivado la estructura dinámica a través de las tablas «corner», como se presenta en el último apartado.

Finalmente, el período muestras de referencia para este análisis va de enero de 1976 a diciembre de 1985, para el cual se dispone de información sobre el conjunto de indicadores necesarios. En términos de las observaciones efectivas, 106 en este caso, el porcentaje de intervenciones se sitúa alrededor del 30 por 100. Este aspecto es importante, ya que la estimación de los parámetros de la FRI va a depender del número de veces en que se viola la cota mínima. No podemos calibrar la magnitud en que esta proporción en términos comparativos con otros métodos de estimación, incide sobre los resultados. Esto requerirá, como mencionamos antes, de algunos ejercicios de simulación, con el fin de comprobar el efecto que tiene sobre las estimaciones, tanto la incorporación de dicho conocimiento, como la magnitud de la proporción en que la cota mínima es violada.

Realizadas estas consideraciones, en el siguiente apartado presentaremos los resultados obtenidos para estos modelos, como una primera aproximación a la propuesta realizada.

4. RESULTADOS Y CONSIDERACIONES

En este apartado presentamos los resultados obtenidos para las FRI y tablar «cornes» del modelo especificado en 3 (*). Como puede observarse en los cuadros que siguen, hemos dividido en cuatro tipos de modelos según se trate del tipo de variable endógena empleada, Precio Percibido o Precio Testigo, así como del tipo de método aplicado, teniendo en cuenta o no la posible simultaneidad respecto a Q_t . De esta forma, resultan:

MODELO I: Utilización de los precios percibidos, considerando Q_t predeterminada.

MODELO II: Utilización de los precios percibidos, considerando Q_t endógena.

MODELO III: Utilización de los precios testigo, considerando Q_t predeterminada.

MODELO IV: Utilización de los precios testigo, considerando Q_t endógena.

Secuencialmente, para cada tipo de modelo y método, tobit MV y MCO, se han estimado la FRI y las tablas «corner» respecto a las variables especificadas, las cuales han sido transformadas mediante logaritmos. Adicionalmente, en cada tabla se presentan los resultados de $R(i)$, mediante los cuales se derivaron las tablas «corner»

(*) Las tablas «corner» han sido obtenidas también con un programa de elaboración propia.

correspondiente (*). Todos estos resultados se exponen al final de este apartado, los cuales pasamos a comentar sucintamente.

En general, la estructura más compleja de determinar es la de Q_t , ésta presenta algunas distorsiones, siendo la más destacable la correspondiente al retardo séptimo de la FRI. Este resultado se reproduce para todos los modelos especificados, no exhibiendo excesivas diferencias entre los métodos utilizados.

Por otro lado, se evidencia de forma más o menos clara una estructura racional para esta variable, aunque es difícil determinar los órdenes de los polinomios.

En los otros componentes de la función, los resultados son más clarificadores acerca de las pautas de comportamiento dinámico. Observándose, en general, estructuras sin demora y con órdenes bajos en los polinomios que las determinan ($w = 0,1$ y $r = 1$).

No obstante, surge un resultado sorprendente para las variables en el modelo II, que distorsiona en gran medida su interpretación. Este resultado se confirma observando el cuadro de diferencias entre las estimaciones, para P_t^{CER} , cuando se emplean VI (*).

Para analizar las diferencias entre las estimaciones de las FRI, y debido a la complejidad que supondría realizarlo a través de éstas, hemos incluido algunos indicadores que tratan de resumir dichas diferencias.

En la obtención de estos indicadores, distinguimos entre las diferencias en las estimaciones debidas a los métodos tobit MV y MCO, y aquellas otras debidas a la utilización o no de VI.

En general, parecen no existir amplias diferencias entre los métodos utilizados para la obtención de las estimaciones de los parámetros. Sin embargo, un resultado destacable se encuentra en la diferencia media obtenida entre el método tobit y el MCO en el caso de utilización de VI para Q_t , dicha diferencia implica una infravaloración del segundo respecto al primero. Adicionalmente, se observa que el método tobit parece ser más sensible a la utilización de VI que el MCO.

Si bien, los resultados no discriminan claramente, en general, la utilización del método tobit implicaría una mayor precisión en las estimaciones de las FRI. Sin embargo, esta precisión está íntimamente relacionada con un aspecto mencionado en el apartado anterior, como es la magnitud de la censura a la que puede estar sometida la variable dependiente.

El cualquier caso, la propuesta aquí establecida nos confirma la flexibilidad de los modelos de SFT como marco donde articular determinados conocimientos a priori con la información muestral disponible en el análisis de un sistema determinado.

Para la ecuación analizada, en general, destaca la noexistencia de relaciones estáticas entre las variables, aunque sí contemporáneas, recogidas a través de las tablas «cornes» que parecen caracterizar bastante bien algunas de las estructuras dinámicas (*).

Por otra parte, el método tobit puede dar una aproximación más conformada

(*) Definiendo $v_{\max} = \max |v(i)|$, $R(i) = v(i)/v_{\max}$.

(*) Consideramos que esto puede ser debido a un error de transcripción motivado por el propio proceso de obtención de los resultados.

(*) Véase, Arcarons, J. y Murillo, C. (1987).

en términos de utilizar la mayor información posible, de las relaciones dinámicas en un modelo como el aquí especificado.

De cualquier forma, como subrayamos anteriormente, este modelo está inserto en un SFT, y es ahí donde la estimación del mismo, inmersa en los modelos de «de-sequilibrio», puede darnos una mayor información sobre las relaciones dinámicas subyacentes.

Ahondar en este último aspecto, así como en la idea de incorporación de conocimiento apriorístico en la determinación de las estructuras dinámicas de un sistema, los consideramos retos importantes en el análisis dinámico a través de la metodología de series temporales.

ESTIMACION DE LA FRI. MODELO I

ESTIMACION TOBIT

V(1): -0.1024D+00
 V(2): -0.7167D-01
 V(3): -0.2265D-01
 V(4): -0.8318D-02
 V(5): -0.7232D-01
 V(6): -0.8261D-01
 V(7): -0.6319D-01
 V(8): -0.1233D+00
 V(9): -0.7406D-01
 V(10): 0.1596D-02
 V(11): -0.4470D-01
 V(12): 0.1180D-03
 V(13): -0.6554D-01
 V(14): -0.5723D-02
 V(15): -0.3674D-01
 R(1): -0.8305D+00
 R(2): -0.5813D+00
 R(3): -0.1837D+00
 R(4): -0.6746D-01
 R(5): -0.5865D+00
 R(6): -0.5078D+00
 R(7): -0.5125D+00
 R(8): -0.1000D+01
 R(9): -0.6006D+00
 R(10): 0.1284D-01
 R(11): -0.3625D+00
 R(12): 0.9570D-03
 R(13): -0.5315D+00
 R(14): 0.4642D-01
 R(15): -0.2980D+00

ESTIMACION MCO

V(1): -0.9099D-01
 V(2): -0.5750D-01
 V(3): 0.1220D-01
 V(4): 0.3290D-02
 V(5): -0.6361D-01
 V(6): -0.4760D-01
 V(7): 0.5316D-01
 V(8): -0.1139D+00
 V(9): -0.6400D-01
 V(10): 0.1900D-01
 V(11): -0.3400D-01
 V(12): 0.2300D-01
 V(13): -0.5400D-01
 V(14): 0.1100D-01
 V(15): 0.1500D-01
 R(1): -0.7972D+00
 R(2): -0.5048D+00
 R(3): 0.1071D+00
 R(4): 0.2809D-01
 R(5): -0.5585D+00
 R(6): -0.4179D+00
 R(7): -0.4662D+00
 R(8): -0.1000D+01
 R(9): -0.5619D+00
 R(10): 0.1658D+00
 R(11): -0.2985D+00
 R(12): 0.2919D+00
 R(13): -0.4741D+00
 R(14): 0.9858D-01
 R(15): -0.1317D+00

TABLA CORNER

	1	2	3	4	5	6	7
0	-0.83	0.69	-0.57	0.48	-0.40	0.33	-0.27
1	-0.58	0.19	-0.07	-0.30	0.13	-0.15	-0.15
2	-0.18	-0.01	-0.10	0.21	0.07	0.13	-0.20
3	-0.07	-0.10	-0.18	-0.17	-0.17	-0.21	-0.11
4	-0.59	0.31	0.16	-0.01	-0.10	0.19	-0.21
5	-0.51	-0.04	-0.15	0.09	-0.07	-0.08	0.06
6	-0.51	-0.25	-0.17	0.23	-0.13	0.06	0.09
7	-1.00	0.69	-0.57	0.35	-0.04	-0.19	0.02

TABLA CORNER

	1	2	3	4	5	6	7
0	-0.80	0.64	-0.51	0.40	-0.32	0.26	-0.20
1	-0.50	0.17	-0.02	-0.29	0.13	-0.15	-0.14
2	-0.11	0.03	-0.10	0.22	0.09	0.16	-0.22
3	0.03	-0.06	-0.17	-0.20	-0.22	-0.30	-0.17
4	-0.56	0.32	-0.18	0.01	-0.13	0.32	-0.30
5	-0.42	-0.09	-0.17	0.11	-0.06	-0.22	0.22
6	-0.47	-0.20	-0.22	0.31	-0.23	0.20	0.33
7	-1.00	0.74	-0.64	0.38	0.11	-0.52	0.29

V(1)= 0.61800+00
 V(2)= -0.23700-01
 V(3)= -0.57910-01
 V(4)= -0.13840+00
 V(5)= 0.14580+00
 V(6)= -0.21940-01
 V(7)= -0.19120-01
 V(8)= -0.19890+00
 V(9)= 0.12570+00
 V(10)= -0.89890-01
 V(11)= -0.70420-01
 V(12)= -0.12010+00
 V(13)= -0.18950+00
 V(14)= 0.11640+00
 V(15)= 0.17690+00
 R(1)= 0.10000+01
 R(2)= -0.38350-01
 R(3)= -0.93710-01
 R(4)= -0.22390+00
 R(5)= 0.23590+00
 R(6)= -0.35500-01
 R(7)= -0.30940-01
 R(8)= -0.30570+00
 R(9)= 0.20340+00
 R(10)= -0.14550+00
 R(11)= -0.11390+00
 R(12)= -0.19430+00
 R(13)= -0.30660+00
 R(14)= 0.18830+00
 R(15)= 0.28620+00

V(1)= 0.64000+00
 V(2)= -0.65300-02
 V(3)= -0.40000-01
 V(4)= -0.11300+00
 V(5)= 0.17100+00
 V(6)= -0.28000-02
 V(7)= 0.81700-02
 V(8)= -0.16380+00
 V(9)= 0.14800+00
 V(10)= -0.70000-01
 V(11)= -0.46000-01
 V(12)= -0.10300+00
 V(13)= -0.17100+00
 V(14)= 0.13880+00
 V(15)= 0.20290+00
 R(1)= 0.10000+01
 R(2)= -0.10200-01
 R(3)= -0.62500-01
 R(4)= -0.18590+00
 R(5)= 0.26840+00
 R(6)= -0.45310-02
 R(7)= 0.96410-03
 R(8)= -0.26370+00
 R(9)= 0.23130+00
 R(10)= -0.10940+00
 R(11)= -0.71870-01
 R(12)= -0.16090+00
 R(13)= -0.26720+00
 R(14)= 0.21690+00
 R(15)= 0.31700+00

TABLA CORNER

	1	2	3	4	5	6	7
0	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00
1	-0.04	0.10	-0.23	-0.21	-0.06	0.04	-0.22
2	-0.09	0.00	0.07	0.03	0.01	-0.01	0.05
3	-0.22	0.07	-0.02	0.00	-0.01	-0.01	-0.01
4	0.24	0.05	0.01	-0.01	0.01	-0.01	0.01
5	-0.04	0.01	-0.02	0.01	0.00	0.00	0.00
6	-0.03	-0.01	0.02	-0.01	0.00	0.00	0.00
7	-0.31	0.10	-0.03	0.02	0.00	0.00	0.00

TABLA CORNER

	1	2	3	4	5	6	7
0	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00
1	-0.01	0.08	-0.19	-0.26	-0.02	0.00	-0.17
2	-0.08	0.00	0.05	0.06	0.00	0.00	0.03
3	-0.19	0.05	-0.01	-0.02	-0.01	-0.01	0.00
4	0.27	0.07	0.02	0.00	0.00	0.00	0.00
5	0.00	0.00	-0.02	0.00	0.00	0.00	0.00
6	0.00	0.00	0.02	0.00	0.00	0.00	0.00
7	-0.26	0.07	-0.02	0.01	0.00	0.00	0.00

V(1)= 0.20630+00
 V(2)= 0.12770+00
 V(3)= -0.21500-01
 V(4)= 0.38380-01
 V(5)= -0.48660-01
 V(6)= -0.47020-01
 V(7)= -0.10260-01
 V(8)= -0.26050-01
 V(9)= -0.47540-01
 V(10)= -0.45440-01
 V(11)= -0.57190-01
 V(12)= -0.14480+00
 V(13)= 0.19790-01
 V(14)= 0.91700-01
 V(15)= 0.50770-01
 R(1)= 0.10000+01
 R(2)= 0.61900+00
 R(3)= -0.10420+00
 R(4)= 0.18600+00
 R(5)= -0.23590+00
 R(6)= -0.22790+00
 R(7)= -0.49730-01
 R(8)= -0.12630+00
 R(9)= -0.23040+00
 R(10)= -0.22030+00
 R(11)= -0.27720+00
 R(12)= -0.76190+00
 R(13)= 0.95930-01
 R(14)= 0.44450+00
 R(15)= 0.24610+00

V(1)= 0.22770+00
 V(2)= 0.15050+00
 V(3)= -0.25200-02
 V(4)= 0.57000-01
 V(5)= 0.29000-01
 V(6)= 0.29000-01
 V(7)= 0.78400-02
 V(8)= -0.11000-01
 V(9)= -0.29000-01
 V(10)= -0.35000-01
 V(11)= -0.41000-01
 V(12)= -0.13210+00
 V(13)= 0.40000-01
 V(14)= 0.11100+00
 V(15)= 0.70000-01
 R(1)= 0.10000+01
 R(2)= 0.66100+00
 R(3)= -0.11070-01
 R(4)= 0.25030+00
 R(5)= -0.12740+00
 R(6)= -0.12740+00
 R(7)= 0.34430-01
 R(8)= -0.48310-01
 R(9)= -0.12740+00
 R(10)= -0.15370+00
 R(11)= -0.18010+00
 R(12)= -0.58010+00
 R(13)= 0.17570+00
 R(14)= 0.48750+00
 R(15)= 0.30740+00

TABLA CORNER

	1	2	3	4	5	6	7
0	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00
1	0.62	0.49	0.55	0.74	0.53	0.53	0.44
2	-0.10	-0.10	-0.06	0.26	-0.12	0.05	-0.15
3	0.19	0.01	0.06	0.08	0.00	-0.03	0.02
4	-0.24	0.10	-0.04	0.03	-0.02	0.02	-0.01
5	-0.23	0.04	-0.02	0.00	0.00	0.00	-0.01
6	-0.05	-0.03	-0.01	0.00	0.00	0.00	0.00
7	-0.13	0.00	-0.01	0.00	0.00	0.00	0.00

TABLA CORNER

	1	2	3	4	5	6	7
0	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00
1	0.66	0.45	0.55	0.66	0.51	0.42	0.39
2	-0.01	-0.17	0.01	0.16	-0.02	-0.02	-0.05
3	0.25	0.00	0.05	0.04	0.01	0.00	0.01
4	-0.13	0.05	-0.01	0.01	-0.01	0.00	0.00
5	-0.13	0.02	-0.01	0.00	0.00	0.00	0.00
6	0.03	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
7	-0.05	0.01	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00

ESTIMACION DE LA FRI. MODELO II

ESTIMACION TOBIT

V(1):- -0.8695D-01
 V(2):- -0.8273D-01
 V(3):- -0.7216D-01
 V(4):- -0.2668D+00
 V(5):- 0.1205D-01
 V(6):- 0.1952D-01
 V(7):- 0.2201D+00
 V(8):- -0.5396D-01
 V(9):- 0.1762D+00
 V(10):- 0.2608D+00
 V(11):- 0.2300D+00
 V(12):- 0.2232D+00
 V(13):- 0.1576D+00
 V(14):- 0.3767D+00
 V(15):- -0.8160D-01
 R(1):- -0.2306D+00
 R(2):- -0.2223D+00
 R(3):- -0.1916D+00
 R(4):- -0.7083D+00
 R(5):- 0.3199D-01
 R(6):- 0.5182D-01
 R(7):- 0.5843D+00
 R(8):- -0.1432D+00
 R(9):- 0.4677D+00
 R(10):- 0.6923D+00
 R(11):- 0.6106D+00
 R(12):- 0.5925D+00
 R(13):- 0.4184D+00
 R(14):- 0.1000D+01
 R(15):- -0.2166D+00

ESTIMACION MCO

V(1):- -0.8500D-01
 V(2):- 0.5900D-01
 V(3):- -0.8630D-01
 V(4):- -0.1100D-01
 V(5):- -0.1238D+00
 V(6):- 0.8000D-01
 V(7):- -0.8400D-01
 V(8):- -0.7600D-01
 V(9):- -0.2040D+00
 V(10):- -0.1200D-01
 V(11):- -0.2100D-01
 V(12):- -0.1900D-01
 V(13):- -0.5000D-01
 V(14):- 0.1690D+00
 V(15):- -0.6700D-01
 R(1):- -0.4167D+00
 R(2):- 0.2745D+00
 R(3):- -0.4216D+00
 R(4):- -0.5392D-01
 R(5):- -0.6069D+00
 R(6):- 0.3922D+00
 R(7):- -0.4118D+00
 R(8):- -0.3725D+00
 R(9):- -0.1000D+01
 R(10):- -0.5882D-01
 R(11):- -0.1029D+00
 R(12):- -0.9314D-01
 R(13):- -0.2451D+00
 R(14):- 0.9284D+00
 R(15):- -0.3284D+00

TABLA CORNER

	1	2	3	4	5	6	7
0	-0.23	0.05	-0.01	0.00	0.00	0.00	0.00
1	-0.22	0.01	-0.03	0.01	0.00	0.00	0.00
2	-0.19	-0.12	-0.06	0.06	0.02	0.00	-0.01
3	-0.71	0.51	-0.37	0.31	-0.27	0.22	-0.19
4	0.03	0.04	0.30	-0.08	0.14	0.30	0.07
5	0.05	-0.02	-0.25	-0.12	-0.17	0.37	0.36
6	0.58	0.35	0.20	0.35	0.51	0.65	0.47
7	-0.14	-0.25	0.33	-0.17	-0.18	0.51	-0.09

TABLA CORNER

	1	2	3	4	5	6	7
0	-0.42	0.17	-0.07	0.00	-0.01	0.01	0.00
1	0.27	-0.10	-0.09	-0.05	0.00	0.01	0.00
2	-0.42	0.19	-0.03	0.09	-0.05	0.03	0.02
3	-0.05	-0.25	0.20	-0.14	-0.02	0.00	0.02
4	-0.61	0.39	-0.21	0.25	-0.01	0.02	0.03
5	0.39	-0.10	-0.23	-0.49	-0.13	-0.07	-0.04
6	-0.41	0.32	-0.18	0.68	-0.29	0.18	-0.14
7	-0.37	-0.27	0.63	-0.84	0.11	0.24	-0.17

V(1)= 0.48150+00
 V(2)= 0.25720-01
 V(3)= -0.13090+00
 V(4)= -0.43470+00
 V(5)= 0.18670+00
 V(6)= 0.38030+00
 V(7)= 0.67040+00
 V(8)= 0.56240+00
 V(9)= 0.10050+01
 V(10)= -0.06590+01
 V(11)= 0.11220+01
 V(12)= 0.77220+00
 V(13)= 0.41410+00
 V(14)= 0.23240+00
 V(15)= 0.78970+00
 R(1)= 0.49850-01
 R(2)= 0.26830-02
 R(3)= -0.13550-01
 R(4)= -0.45000-01
 R(5)= 0.19330-01
 R(6)= 0.39370-01
 R(7)= 0.69410-01
 R(8)= 0.58230-01
 R(9)= 0.10400+00
 R(10)= -0.10000+01
 R(11)= 0.11620+00
 R(12)= 0.79950-01
 R(13)= 0.42870-01
 R(14)= 0.24060-01
 R(15)= 0.81760-01

V(1)= 0.48540+00
 V(2)= 0.15520+00
 V(3)= -0.96300-01
 V(4)= -0.21260+00
 V(5)= 0.18270-00
 V(6)= -0.24000-02
 V(7)= 0.15200+00
 V(8)= -0.33300+00
 V(9)= 0.27600+00
 V(10)= -0.11600+00
 V(11)= -0.06000-01
 V(12)= -0.36800+00
 V(13)= -0.02000-01
 V(14)= -0.19700+00
 V(15)= 0.35190+00
 R(1)= 0.10000+01
 R(2)= 0.31970+00
 R(3)= -0.19780+00
 R(4)= -0.43800+00
 R(5)= 0.37640+00
 R(6)= -0.49440-01
 R(7)= 0.31310+00
 R(8)= -0.68600-00
 R(9)= 0.56860+00
 R(10)= -0.23900+00
 R(11)= -0.74170-01
 R(12)= -0.75810+00
 R(13)= -0.12770+00
 R(14)= -0.40590+00
 R(15)= 0.72500+00

TABLA CORNER

	1	2	3	4	5	6	7
0	0.05	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
1	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
2	-0.01	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
3	-0.05	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
4	0.02	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
5	0.04	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
6	0.07	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
7	0.06	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00

TABLA CORNER

	1	2	3	4	5	6	7
0	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00
1	0.32	0.30	-0.28	-0.55	-0.53	-0.60	-0.75
2	-0.20	0.18	0.24	0.15	-0.04	-0.04	0.10
3	-0.44	0.27	-0.11	-0.06	-0.02	-0.01	-0.03
4	0.38	0.12	0.12	0.01	0.01	0.01	0.00
5	-0.05	-0.12	-0.11	0.01	0.00	0.30	-0.01
6	0.31	0.06	0.12	0.03	0.00	0.00	0.03
7	-0.69	0.29	-0.11	0.04	-0.05	0.05	-0.25

V(1)= 0.2367D+00
 V(2)= 0.1699D+00
 V(3)= 0.8208D-01
 V(4)= 0.2362D+00
 V(5)= 0.1377D-01
 V(6)= 0.2974D+00
 V(7)= 0.1558D+00
 V(8)= 0.2916D+00
 V(9)= 0.8792D-01
 V(10)= 0.2381D+00
 V(11)= 0.9474D-01
 V(12)= -0.1531D+00
 V(13)= -0.8099D-01
 V(14)= -0.2542D+00
 V(15)= -0.3032D-02
 R(1)= 0.7950D+00
 R(2)= 0.5713D+00
 R(3)= 0.2760D+00
 R(4)= 0.7942D+00
 R(5)= -0.4630D-01
 R(6)= 0.1000D+01
 R(7)= 0.5239D+00
 R(8)= 0.9805D+00
 R(9)= 0.2956D+00
 R(10)= 0.8006D+00
 R(11)= 0.3186D+00
 R(12)= -0.5148D+00
 R(13)= -0.2723D+00
 R(14)= -0.8547D+00
 R(15)= -0.1320D-01

V(1)= 0.3714D+00
 V(2)= 0.1433D+00
 V(3)= 0.1133D+00
 V(4)= 0.1132D+00
 V(5)= 0.1200D-01
 V(6)= 0.3600D-01
 V(7)= -0.1930D-01
 V(8)= -0.4000D-01
 V(9)= -0.4400D-01
 V(10)= -0.5600D-01
 V(11)= -0.1300D-01
 V(12)= -0.8300D-01
 V(13)= 0.4000D-01
 V(14)= 0.6100D-01
 V(15)= 0.2160D+00
 R(1)= 0.1000D+01
 R(2)= 0.3850D+00
 R(3)= 0.3051D+00
 R(4)= 0.3048D+00
 R(5)= -0.1400D+00
 R(6)= 0.9693D-01
 R(7)= -0.5116D-01
 R(8)= 0.1077D+00
 R(9)= -0.1185D+00
 R(10)= -0.1508D+00
 R(11)= -0.3500D-01
 R(12)= -0.2235D+00
 R(13)= 0.1077D+00
 R(14)= 0.1642D+00
 R(15)= 0.5816D+00

TABLA CORNER

	1	2	3	4	5	6	7
0	0.80	0.63	0.50	0.40	0.32	0.25	0.20
1	0.57	0.11	0.44	0.54	0.68	0.55	0.65
2	0.28	0.38	0.27	0.02	0.51	-0.51	-0.25
3	0.79	0.64	0.14	-0.25	0.37	0.70	0.73
4	-0.05	-0.79	0.69	-0.51	0.61	-0.44	-0.15
5	1.00	1.02	0.49	0.65	0.42	0.41	0.91
6	0.52	-0.71	-0.63	-0.44	-0.15	0.48	1.49
7	0.98	0.81	0.16	0.15	0.57	1.13	1.41

TABLA CORNER

	1	2	3	4	5	6	7
0	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00
1	0.39	-0.16	0.13	0.35	0.20	0.07	0.21
2	0.31	-0.02	0.07	0.10	0.01	-0.04	0.02
3	0.30	0.14	0.06	0.03	0.02	0.01	0.02
4	-0.14	-0.01	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
5	0.10	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
6	-0.05	-0.01	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
7	0.11	0.01	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00

ESTIMACION DE LA FRI. MODELO III

ESTIMACION TOBIT

V(1)= -0.13640+00
 V(2)= 0.77730-01
 V(3)= 0.12050+00
 V(4)= -0.11780-01
 V(5)= 0.45470-01
 V(6)= -0.15190-01
 V(7)= 0.12990+00
 V(8)= -0.12880+00
 V(9)= -0.51810-01
 V(10)= 0.14540+00
 V(11)= -0.15910+00
 V(12)= 0.95380-02
 V(13)= -0.13570+00
 V(14)= -0.12740+00
 V(15)= 0.23480-01
 R(1)= -0.85730+00
 R(2)= 0.48860+00
 R(3)= 0.75740+00
 R(4)= -0.74040-01
 R(5)= 0.28580+00
 R(6)= -0.95470-01
 R(7)= 0.81650+00
 R(8)= -0.80960+00
 R(9)= -0.32560+00
 R(10)= 0.91390+00
 R(11)= -0.10000+01
 R(12)= 0.59950-01
 R(13)= -0.85290+00
 R(14)= -0.80080+00
 R(15)= 0.14760+00

ESTIMACION MCO

V(1)= -0.31550+00
 V(2)= -0.91900-01
 V(3)= -0.35700-01
 V(4)= -0.15640+00
 V(5)= -0.66700-01
 V(6)= -0.13140+00
 V(7)= 0.33300-01
 V(8)= -0.21620+00
 V(9)= -0.13160+00
 V(10)= 0.87700-01
 V(11)= -0.18310+00
 V(12)= 0.10200 01
 V(13)= 0.10760+00
 V(14)= -0.86900-01
 V(15)= 0.88100-01
 R(1)= -0.10000+01
 R(2)= -0.29130+00
 R(3)= -0.11320+00
 R(4)= -0.49570+00
 R(5)= -0.29700+00
 R(6)= -0.41650+00
 R(7)= 0.10550+00
 R(8)= -0.68530+00
 R(9)= -0.41710+00
 R(10)= 0.27800+00
 R(11)= -0.58030+00
 R(12)= 0.32330-01
 R(13)= -0.34100+00
 R(14)= -0.27540+00
 R(15)= 0.27920+00

TABLA CORNER

	1	2	3	4	5	6	7
0	-0.86	0.74	-0.63	0.54	-0.46	0.40	-0.34
1	0.49	0.89	0.70	1.07	0.96	1.64	1.31
2	0.76	0.61	0.74	0.88	1.79	3.60	4.00
3	-0.07	-0.21	0.01	-0.51	0.04	3.53	3.55
4	0.29	0.07	-0.15	0.30	1.01	3.42	1.63
5	-0.10	-0.22	-0.07	-0.46	0.08	2.85	-1.47
6	0.82	0.59	0.68	0.73	1.31	2.41	-2.50
7	-0.81	0.92	-0.43	0.76	-0.70	3.18	-5.36

TABLA CORNER

	1	2	3	4	5	6	7
0	-1.00	1.00	-1.00	1.00	-1.00	1.00	-1.00
1	-0.29	-0.03	-0.45	-0.02	-0.26	0.54	-0.69
2	-0.11	-0.13	-0.21	-0.12	-0.08	0.11	-0.34
3	-0.50	0.21	-0.06	0.11	-0.07	-0.03	-0.14
4	-0.30	-0.12	0.10	-0.07	-0.11	-0.09	-0.06
5	-0.42	0.20	-0.02	0.14	-0.07	-0.03	-0.06
6	0.11	-0.27	-0.28	-0.25	-0.09	0.04	-0.07
7	-0.69	0.51	-0.53	0.26	-0.25	0.15	-0.08

V(1)= 0.85090+00
 V(2)= -0.63440-01
 V(3)= -0.17150+00
 V(4)= -0.14630+00
 V(5)= -0.14150+00
 V(6)= 0.32940-01
 V(7)= -0.21200+00
 V(8)= -0.29160+00
 V(9)= -0.36150+00
 V(10)= 0.35390+00
 V(11)= -0.49130-01
 V(12)= 0.10700+00
 V(13)= -0.68390+00
 V(14)= 0.78070-01
 V(15)= 0.41990+00
 R(1)= 0.10000+01
 R(2)= -0.74570-01
 R(3)= -0.20160+00
 R(4)= -0.17200+00
 R(5)= -0.16630+00
 R(6)= -0.38720-01
 R(7)= -0.24920+00
 R(8)= -0.34270+00
 R(9)= -0.42490+00
 R(10)= 0.41600+00
 R(11)= -0.57750-01
 R(12)= 0.12580+00
 R(13)= -0.80380+00
 R(14)= 0.91760-01
 R(15)= 0.49350+00

V(1)= 0.93320+00
 V(2)= 0.98970 02
 V(3)= -7.90000-01
 V(4)= -0.81300-01
 V(5)= -0.69600-01
 V(6)= 0.28700-01
 V(7)= -0.15230+00
 V(8)= -0.23150+00
 V(9)= -0.28880+00
 V(10)= 0.46450+00
 V(11)= 0.45300-01
 V(12)= 0.21250+00
 V(13)= -0.58730+00
 V(14)= 0.18170+00
 V(15)= 0.51030+00
 R(1)= 0.10000+01
 R(2)= 0.10610-01
 R(3)= -0.96440-01
 R(4)= -0.86800-01
 R(5)= -0.74580-01
 R(6)= 0.30750-01
 R(7)= -0.16320+00
 R(8)= -0.24810+00
 R(9)= -0.30950+00
 R(10)= 0.49770+00
 R(11)= 0.52830-01
 R(12)= 0.22770+00
 R(13)= -0.62930+00
 R(14)= 0.19470+00
 R(15)= 0.54680+00

TABLA CORNER

	1	2	3	4	5	6	7
0	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00
1	-0.07	0.21	-0.20	0.24	-0.15	0.38	-0.50
2	-0.20	0.03	-0.01	0.03	-0.07	0.07	-0.01
3	-0.17	0.00	0.00	0.00	-0.02	0.01	0.07
4	-0.17	0.02	0.00	0.00	-0.01	0.02	-0.08
5	-0.04	-0.04	-0.01	0.00	0.00	0.00	0.02
6	-0.25	0.05	-0.01	0.02	0.03	0.00	-0.01
7	-0.34	0.01	0.05	-0.06	0.01	-0.01	0.01

TABLA CORNER

	1	2	3	4	5	6	7
0	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00
1	0.01	0.10	-0.08	0.08	0.02	0.19	0.25
2	-0.10	0.01	0.00	0.01	-0.02	0.04	0.00
3	-0.09	0.00	0.00	0.00	-0.01	0.01	0.03
4	-0.07	0.01	0.00	0.00	0.00	0.01	-0.03
5	0.03	-0.01	-0.01	0.00	0.00	0.00	0.01
6	-0.16	0.03	-0.01	0.01	0.00	0.00	0.00
7	-0.25	0.01	0.03	-0.02	0.01	0.00	0.00

V(1)= -0.11770+00
 V(2)= 0.13630+00
 V(3)= -0.26020+00
 V(4)= -0.82780-01
 V(5)= 0.68340-01
 V(6)= 0.10230+00
 V(7)= 0.56620-01
 V(8)= -0.82310-01
 V(9)= -0.26110-01
 V(10)= -0.25000-01
 V(11)= -0.16510-01
 V(12)= -0.14590+00
 V(13)= 0.14590-01
 V(14)= 0.31420+00
 V(15)= -0.42410-02
 R(1)= -0.37460+00
 R(2)= 0.43380+00
 R(3)= -0.82810+00
 R(4)= -0.26350+00
 R(5)= 0.21750+00
 R(6)= -0.32560+00
 R(7)= 0.18020+00
 R(8)= -0.26200+00
 R(9)= -0.83100-01
 R(10)= -0.79570-01
 R(11)= -0.52550-01
 R(12)= -0.46440+00
 R(13)= 0.46440-01
 R(14)= 0.10000+01
 R(15)= -0.13500-01

V(1)= -0.62300-01
 V(2)= 0.16150+00
 V(3)= -0.25810-00
 V(4)= -0.11310+00
 V(5)= 0.31900-01
 V(6)= -0.17400+00
 V(7)= -0.10900-01
 V(8)= -0.17530+00
 V(9)= -0.13440+00
 V(10)= -0.11910+00
 V(11)= -0.11300+00
 V(12)= -0.25150+00
 V(13)= -0.90000-01
 V(14)= 0.20510+00
 V(15)= -0.11770+00
 R(1)= -0.24140+00
 R(2)= 0.62570+00
 R(3)= -0.10000+01
 R(4)= -0.43820+00
 R(5)= 0.12360+00
 R(6)= -0.67760+00
 R(7)= -0.42230-01
 R(8)= -0.67920+00
 R(9)= -0.40450+00
 R(10)= -0.46140+00
 R(11)= -0.43780+00
 R(12)= -0.97440+00
 R(13)= -0.34870+00
 R(14)= 0.79470+00
 R(15)= -0.45600+00

TABLA CORNER

	1	2	3	4	5	6	7
0	-0.37	0.14	-0.05	0.02	-0.01	0.00	0.00
1	0.43	-0.12	-0.22	-0.06	0.04	0.04	0.01
2	-0.83	0.80	-0.81	0.72	-0.66	0.63	-0.59
3	-0.26	0.25	-0.35	0.27	-0.33	0.14	-0.20
4	0.22	-0.04	-0.07	-0.06	-0.11	-0.08	-0.03
5	-0.33	0.07	-0.01	-0.02	-0.02	0.02	0.03
6	0.18	-0.05	-0.02	0.00	-0.01	-0.01	-0.02
7	-0.26	0.08	-0.02	0.01	0.00	0.00	-0.01

TABLA CORNER

	1	2	3	4	5	6	7
0	-0.24	0.06	-0.01	0.00	0.00	0.00	0.00
1	0.63	0.15	-0.08	-0.10	-0.05	-0.01	0.01
2	-1.00	1.27	-1.58	1.88	-2.30	2.76	-3.32
3	-0.44	0.32	-1.05	0.75	-1.58	1.14	-1.42
4	0.12	-0.28	-0.54	-0.58	-0.71	-0.34	0.15
5	-0.68	0.46	-0.13	-0.07	-0.20	0.19	0.03
6	-0.04	-0.46	-0.09	0.03	-0.07	-0.13	-0.08
7	-0.68	0.44	-0.19	0.08	-0.05	0.05	-0.22

ESTIMACION DE LA FRI. MODELO IV

ESTIMACION TOBIT

V(1):- 0.11890+00
 V(2):- 0.10330+00
 V(3):- 0.24730+00
 V(4):- -0.31040-01
 V(5):- -0.69690-02
 V(6):- 0.20860+00
 V(7):- 0.46390-01
 V(8):- -0.32640+00
 V(9):- -0.16490-01
 V(10):- -0.53520-01
 V(11):- -0.17510+00
 V(12):- 0.14630+00
 V(13):- 0.86050-02
 V(14):- -0.16940+00
 V(15):- -0.18210+00
 R(1):- -0.36430+00
 R(2):- 0.31650+00
 R(3):- 0.75770+00
 R(4):- -0.95100-01
 R(5):- -0.21350-01
 R(6):- 0.63910+00
 R(7):- 0.14210+00
 R(8):- -0.10000+01
 R(9):- -0.50520-01
 R(10):- -0.16400+00
 R(11):- -0.53650+00
 R(12):- 0.44820+00
 R(13):- 0.26360-01
 R(14):- -0.51900+00
 R(15):- -0.55790+00

ESTIMACION MCO

V(1):- -0.29520+00
 V(2):- -0.61400-01
 V(3):- 0.87100-01
 V(4):- -0.19230+00
 V(5):- 0.16490+00
 V(6):- 0.67000-01
 V(7):- -0.94000-01
 V(8):- -0.45780+00
 V(9):- -0.13120+00
 V(10):- -0.15450+00
 V(11):- -0.22880+00
 V(12):- 0.11880+00
 V(13):- 0.35400-01
 V(14):- -0.12620+00
 V(15):- -0.11460+00
 R(1):- -0.64480+00
 R(2):- -0.13410+00
 R(3):- 0.19030+00
 R(4):- -0.42010+00
 R(5):- -0.36020+00
 R(6):- 0.14640+00
 R(7):- -0.20530+00
 R(8):- -0.10000+01
 R(9):- -0.28660+00
 R(10):- -0.33750+00
 R(11):- -0.49980+00
 R(12):- 0.25950+00
 R(13):- 0.77330-01
 R(14):- -0.27570+00
 R(15):- -0.25030+00

TABLA CORNER

	1	2	3	4	5	6	7
0	-0.36	0.13	0.05	0.02	-0.01	0.00	0.00
1	0.32	0.38	0.19	0.18	0.11	0.08	0.06
2	0.76	0.60	0.47	0.24	0.12	0.15	0.13
3	-0.10	0.03	0.38	0.02	-0.20	0.08	-0.06
4	-0.02	0.06	0.31	0.31	0.32	-0.04	0.03
5	0.64	0.41	0.20	-0.01	-0.58	-0.09	-0.09
6	0.14	0.66	0.14	0.37	1.06	1.00	1.05
7	-1.00	1.01	-1.12	1.32	-1.29	1.44	-1.87

TABLA CORNER

	1	2	3	4	5	6	7
0	-0.64	0.42	-0.27	0.17	-0.11	0.07	-0.05
1	-0.13	0.14	-0.21	-0.03	-0.01	-0.01	-0.34
2	0.19	-0.02	-0.18	-0.01	0.00	0.00	-0.01
3	-0.42	0.24	-0.15	-0.01	0.00	-0.01	-0.03
4	-0.36	0.19	-0.14	-0.08	-0.05	-0.03	-0.03
5	0.15	-0.05	-0.23	0.10	0.04	0.05	-0.07
6	-0.21	0.19	-0.41	-0.22	0.07	-0.16	-0.25
7	-1.00	0.94	-0.93	0.78	-0.78	0.79	-0.76

V(1)= 0.71800+00
 V(2)= 0.35370-01
 V(3)= 0.22910-01
 V(4)= -0.15760+00
 V(5)= -0.31340+00
 V(6)= -0.74360-01
 V(7)= -0.24210+00
 V(8)= -0.57170+00
 V(9)= -0.26480+00
 V(10)= 0.27560+00
 V(11)= -0.25420+00
 V(12)= -0.98440-01
 V(13)= 0.17230+00
 V(14)= 0.69600-01
 V(15)= 0.22460+00
 R(1)= 0.10000+01
 R(2)= 0.49260-01
 R(3)= -0.31910-01
 R(4)= -0.21950+00
 R(5)= -0.43650+00
 R(6)= -0.10360+00
 R(7)= -0.33720+00
 R(8)= -0.79620+00
 R(9)= -0.36880+00
 R(10)= 0.38380+00
 R(11)= -0.35400+00
 R(12)= -0.13710+00
 R(13)= 0.24000+00
 R(14)= 0.96940-01
 R(15)= 0.31280+00

V(1)= 0.80640+00
 V(2)= 0.12890+00
 V(3)= 0.79700 01
 V(4)= -0.72700-01
 V(5)= -0.22320+00
 V(6)= 0.10500-01
 V(7)= -0.16320+00
 V(8)= -0.48590+00
 V(9)= -0.15680+00
 V(10)= 0.40540+00
 V(11)= -0.27560+00
 V(12)= -0.50100-01
 V(13)= -0.33150+00
 V(14)= 0.23300+00
 V(15)= 0.36640+00
 R(1)= 0.10000+01
 R(2)= 0.15980+00
 R(3)= -0.97590-01
 R(4)= -0.90150-01
 R(5)= -0.27680+00
 R(6)= 0.13020-01
 R(7)= -0.20240+00
 R(8)= -0.60260+00
 R(9)= -0.19440+00
 R(10)= 0.50270+00
 R(11)= -0.34100+00
 R(12)= -0.62130-01
 R(13)= -0.41110+00
 R(14)= 0.28890+00
 R(15)= 0.45440+00

TABLA CORNER

	1	2	3	4	5	6	7
0	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00
1	0.05	0.03	-0.22	0.42	-0.08	0.40	-0.95
2	-0.03	0.01	0.03	0.16	-0.16	0.09	0.69
3	-0.22	0.03	0.00	0.07	-0.16	0.30	-0.46
4	-0.44	0.17	-0.08	0.04	-0.02	0.17	-0.14
5	-0.10	-0.14	-0.13	-0.01	0.03	0.08	0.22
6	-0.34	0.03	-0.21	0.12	-0.07	-0.01	-0.16
7	-0.80	0.51	-0.31	-0.02	0.17	-0.14	0.13

TABLA CORNER

	1	2	3	4	5	6	7
0	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00
1	0.16	-0.07	-0.12	0.25	0.12	0.19	-0.61
2	0.10	0.02	0.03	0.08	-0.03	0.11	0.36
3	-0.09	0.04	0.01	0.03	-0.06	0.12	-0.15
4	-0.28	0.08	0.03	0.02	0.00	0.06	-0.06
5	0.01	-0.06	-0.05	0.00	0.02	0.03	0.08
6	-0.20	0.05	-0.10	0.05	0.03	0.01	-0.07
7	-0.60	0.32	-0.15	-0.02	0.08	-0.07	0.07

V(1)= 0.07850-01
 V(2)= 0.31020-01
 V(3)= -0.10520+00
 V(4)= -0.92110-01
 V(5)= 0.86120-02
 V(6)= -0.89790-01
 V(7)= 0.51850-02
 V(8)= 0.32390-02
 V(9)= -0.19080+00
 V(10)= -0.18270+00
 V(11)= -0.15930+00
 V(12)= -0.15200+00
 V(13)= -0.12950+00
 V(14)= 0.21820+00
 V(15)= 0.24980+00
 R(1)= 0.15150+00
 R(2)= 0.12420+00
 R(3)= -0.42110+00
 R(4)= -0.36870+00
 R(5)= 0.34480-01
 R(6)= -0.35940+00
 R(7)= 0.20760-01
 R(8)= 0.12970-01
 R(9)= -0.76380+00
 R(10)= -0.73140+00
 R(11)= -0.63770+00
 R(12)= -0.60850+00
 R(13)= -0.51840+00
 R(14)= 0.87350+00
 R(15)= 0.10000+01

V(1)= 0.15400+00
 V(2)= 0.11690+00
 V(3)= -0.27700-01
 V(4)= -0.61630-01
 V(5)= 0.27050-01
 V(6)= -0.11010+00
 V(7)= -0.22300-01
 V(8)= -0.39700-01
 V(9)= -0.23930+00
 V(10)= -0.26540+00
 V(11)= -0.24370+00
 V(12)= -0.24460+00
 V(13)= -0.21800+00
 V(14)= 0.12390+00
 V(15)= 0.14470+00
 R(1)= 0.61790+00
 R(2)= 0.44050+00
 R(3)= -0.10440+00
 R(4)= -0.23210+00
 R(5)= 0.10510+00
 R(6)= -0.41480+00
 R(7)= -0.84020-01
 R(8)= -0.14960+00
 R(9)= -0.80170+00
 R(10)= -0.10900+01
 R(11)= -0.91820+00
 R(12)= -0.92160+00
 R(13)= -0.92140+00
 R(14)= 0.46680+00
 R(15)= 0.54520+00

TABLA CORNER

	1	2	3	4	5	6	7
0	0.15	0.02	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
1	0.12	0.08	0.01	0.01	0.00	0.00	0.00
2	-0.42	0.22	-0.09	0.04	-0.01	0.01	0.00
3	-0.37	0.15	-0.14	0.10	-0.06	0.03	-0.02
4	0.03	-0.13	-0.06	0.02	-0.05	-0.06	-0.02
5	-0.36	0.13	-0.05	-0.03	-0.07	0.08	-0.05
6	0.02	0.01	-0.10	-0.12	-0.14	-0.06	-0.04
7	0.01	0.02	-0.21	-0.03	-0.19	-0.03	-0.14

TABLA CORNER

	1	2	3	4	5	6	7
0	0.62	0.38	0.24	0.15	0.09	0.06	0.03
1	0.44	0.26	0.05	-0.02	-0.10	-0.08	-0.06
2	-0.10	0.11	0.04	0.04	0.09	0.00	0.11
3	-0.23	0.06	-0.06	0.08	-0.09	0.14	-0.22
4	0.11	-0.09	-0.04	0.03	-0.04	-0.08	0.16
5	-0.41	0.18	-0.07	-0.01	-0.34	0.08	-0.24
6	-0.08	-0.05	-0.15	-0.09	-0.06	0.02	0.16
7	-0.15	-0.05	-0.26	0.11	-0.17	0.13	-0.05

DIFERENCIA ENTRE LAS ESTIMACIONES DE LAS FRI TOBIT Y MCO

Q

		MEDIA	D.E.	MINIMO	MAXIMO
NO VI	PP	-0.013	0.004	-0.023	-8.71D-03
	PTES	0.074	0.080	-0.065	0.179
VI	PP	0.104	0.182	-0.256	0.380
	PTES	0.093	0.083	-0.068	0.176

Pcer

		MEDIA	D.E.	MINIMO	MAXIMO
NO VI	PP	-0.021	0.003	-0.026	-0.017
	PTES	-0.082	0.018	-0.111	-0.060
VI	PP	-0.249	2.608	-9.543	1.158
	PTES	-0.052	0.159	-0.163	0.504

Pp01

		MEDIA	D.E.	MINIMO	MAXIMO
NO VI	PP	-0.018	0.003	-0.023	-0.010
	PTES	0.061	0.053	-0.055	0.113
VI	PP	0.035	0.182	-0.315	0.294
	PTES	0.023	0.075	-0.126	0.105

**DIFERENCIA ENTRE LAS ESTIMACIONES DE LAS FRI
DEBIDAS A LA UTILIZACION DE VI**

Q

		MEDIA	D.E.	MINIMO	MAXIMO
TOBIT	PP	-0.119	0.171	-0.382	0.258
	PTES	0.007	0.131	-0.224	0.206
MCO	PP	-0.001	0.081	-0.158	0.140
	PTES	0.025	0.137	-0.198	0.242

Pcer

		MEDIA	D.E.	MINIMO	MAXIMO
TOBIT	PP	0.256	2.614	-1.192	9.569
	PTES	0.011	0.271	-0.856	0.280
MCO	PP	0.028	0.155	-0.162	0.336
	PTES	0.041	0.170	-0.256	0.324

Ppol

		MEDIA	D.E.	MINIMO	MAXIMO
TOBIT	PP	0.087	0.178	-0.344	0.346
	PTES	0.018	0.130	-0.254	0.165
MCO	PP	-0.034	0.063	-0.146	0.050
	PTES	-0.020	0.140	-0.262	0.146

REFERENCIAS BIBLIOGRAFICAS

- AMEMIYA, T. (1973) «Regression analysis when the dependent variable is truncated normal». *Econometrica* 41, 997-1016.
- (1984) «Tobit models: A survey». *Journal of Econometrics* 24, 3-61.
- ARCARONS, J. y MURILLO, C. (1986) *Especificación dinámica I. Análisis del modelo de función de transferencia*. Servicios Editoriales, EDISER.
- (1987) «Especificación dinámica: comparación en tres distintas estrategias». *Qüestió* 11, 49-59.
- BEGUIN, J.; GOURIEROUX, M. C., y MONFORT, A. (1980) «Identification of a mixed autoregressive-moving average process: the corner method», en O. D. Anderson (ed.): *Time Series Analysis: Theory and Practice* 2. North-Holland.
- BOX, G. E. P., y JENKINS, G. M. (1976) *Time series analysis, forecasting and control*. Holden Day.
- CANO, V. (1987) «Especificación dinámica: Los Sistemas de Funciones de Transferencia. Una aplicación». II Jornadas de Modelización Económica. Barcelona.
- CRAMER, H. (1970) *Métodos matemáticos de estadística*. Ed. Aguilar.
- FORPPA (1986) *Los precios de los principales productos agrarios regulados 1976-1985*. Madrid.
- HANSSSENS, D. y LIU, L. (1983) «Lag especification in rational distributed lag structure model». *Journal of Business and Economic Statistics* JOHNSON, N. L. y KOTZ, S. (1970) *Continuous univariate distributions I*. Houghton Mifflin.
- LIU, L. y HANSSSENS, D. (1982) «Identificación de multiple input transfer function models». *Communications in Statistics A* 11, 297-314.
- LIU, L. y HUDAK, G. B. (1984) «Unified econometric model building using simultaneous transfer function equations». en O. D. Anderson (ed.): *Time Series Analysis: Theory and Practice* 5. North-Holland.
- MADDALA, G. S. (1983a) «Methods of estimation form models of markets with bounded price variation». *International Economic Review* 24, 361-378.
- (1983b) *Limited-dependent and qualitative variables in econometrics*. Cambridge University Press.
- MINISTERIO DE AGRICULTURA (S.G.T.) *Boletines Mensuales de Estadística Agraria*. Madrid.
- MURILLO, C., y CANO, V. (1987) «Especificaciones dinámica: Los Sistemas de Funciones de Transferencia». Sin publicar.
- PALM, F., y ZELLNER, A. (1980) «Large sample estimation and testing procedures for equation systems». *Journal of Econometrics* 12, 252-283.
- RAUSSER, G. C., y RIBOUD, C. (1982) «Supports and demand in commodity market modeling», en Rausser, G. C. (ed.): *New Directions in Econometric Modeling and Forecasting in U.S. Agriculture*. North-Holland.
- ROBINSON, P. M. (1982) «On the asymptotic properties of estimators of model containing limited dependent variables». *Econometrica* 50, 27-41.
- WALL, K. D. (1976) «FIML estimation of rational distributed lag structure form models». *Annals of Economic and Social Measurement*, 5, 53-64.

MODELOS GENERALES DE REGRESION DE TIPO EXPONENCIAL

JOSE JAVIER NUÑEZ VELAZQUEZ
Universidad de Alcalá de Henares

1. INTRODUCCION

Los modelos lineales de regresión exponencial (1), introducidos en Nelder & Wedderburn (1972), han permitido englobar, en una clase bastante general, gran parte de los modelos lineales que, tradicionalmente, se han venido investigando y aplicando de manera aislada. Tal sistematización surgió con la idea de una función que sirviera de enlace entre las características distribucionales de la variable dependiente y el carácter lineal del modelo. En efecto, esto permite separar tres componentes fundamentales en un modelo de regresión, que son:

1. La componente aleatoria, que delimita la distribución de la variable endógena y que se supone incluida en la familia exponencial.
2. La componente determinística, que especifica la forma lineal del predictor.
3. La función de enlace, que relaciona las dos componentes anteriores, especificando la forma final del modelo.

La importancia de esta clase de modelos se puede encuadrar en una doble vertiente. Por una parte, en cuanto a su aportación práctica, ha permitido poner a punto un paquete de programas informáticos, denominado GLIM, para el tratamiento de este tipo de modelos. En cuanto a su interés teórico, este resulta innegable, al permitir el tratamiento conjunto de una gama amplísima de modelos de regresión, ya que admite cualquier forma distribucional comprendida en la familia exponencial, sin más que elegir las otras componentes de modo adecuado.

En este trabajo se plantea la extensión de esta clase de modelos ampliando la com-

(1) Adoptamos esta denominación en lugar de la original de «modelos lineales generalizados», por entender que esta clase puede extenderse aún más, usando formas distribucionales más generales, por ejemplo, lo que provocaría problemas para denominar estas clases más amplias.

ponente determinística al caso no lineal. Desde este punto de vista, estudiaremos si los modelos no lineales más habituales están integrados en esta nueva formulación, así como los modelos generales de regresión cualitativa, que tanto interés suscitan en la actualidad. Por otra parte, se estudiarán también algunos aspectos referentes a la estimación de esta nueva clase de modelos.

2. EL MODELO LINEAL DE REGRESION EXPONENCIAL

Sean y_1, y_2, \dots, y_n , las observaciones de que disponemos de la variable Y que se desea estudiar. Tal variable tiene una distribución cuya función de densidad o cuantía es, en general, $f(y; \theta)$, de la que suponemos que existe $E(Y)$. En estas condiciones, un modelo de este tipo queda especificado en atención a las siguientes componentes:

2.1. Componente aleatoria

$$f(y; \phi, \theta) = \exp \{ \alpha(\phi) [y\theta - b(\theta) + c(y)] + d(\phi, y) \}, \text{ con } \alpha(\phi) > 0, \quad [1]$$

donde el parámetro θ puede ser uno o multidimensional. Las diferentes observaciones y_i de Y son independientes. Obsérvese que esta familia engloba a la exponencial, ya que para cada ϕ fijado, se obtiene una familia exponencial. Este nuevo parámetro ϕ suele denominarse «parámetro de escala».

2.2. Componente sistemática

Esta componente es la que confiere el carácter de linealidad al modelo. Por tanto, el predictor será de la forma:

$$\eta = \sum_{i=1}^p \beta_i x_i,$$

siendo $\{\beta_i, i = 1, 2, \dots, p\}$, parámetros para estimar.

2.3. Función de enlace

$$E[y] = h(\eta)$$

donde $h(\cdot)$ será la transformación que lleve al modelo hacia la linealidad.

Como casos particulares de esta clase, pueden citarse el modelo habitual de regresión normal, los modelos logit y probit binarios, y otros, sin más que especificar las componentes adecuadas.

En cuanto al método de estimación, se emplea fundamentalmente el de la máxima verosimilitud. Este método da lugar a un sistema de ecuaciones no lineales en los parámetros, que se resuelve aplicando un método adecuado que, habitualmente, es el algoritmo de Newton-Raphson o el algoritmo de puntuación de Fisher. No obstante, puede demostrarse que la solución de las ecuaciones de máxima verosimilitud es equivalente a un proceso iterativo mínimo-cuadrático ponderado que actuaría sobre una variable dependiente modificada convenientemente.

3. MODELOS GENERALES DE REGRESION EXPONENCIAL

3.1. Definición

Efectuamos, a continuación, una generalización de los modelos anteriormente analizados, que permita eliminar el carácter de linealidad. Para tal fin, la componente aleatoria no sufre modificaciones y continúa siendo la especificada en [1]; sin embargo, la componente determinística pasa ahora a ser de la forma:

$$\eta = \zeta(x_i, \beta) \quad [2]$$

donde la función ζ es tal que:

$$\zeta : \mathbb{R}^{m \times \theta} \rightarrow \mathbb{R}^q,$$

siendo m la dimensión de x_i , $q < k$, y θ el espacio paramétrico (2).

Evidentemente, la función ζ puede ser lineal o no, con lo que este planteamiento engloba al analizado con anterioridad.

En cuanto a la función de enlace, siempre suele definirse en función de la esperanza matemática de la variable dependiente. Ahora bien, teniendo en cuenta la forma de la componente aleatoria, si existe $E(Y)$, será una función del parámetro θ , y la función de enlace se puede expresar:

$$\theta = g(\eta) \quad [3]$$

siendo $g(\cdot)$ una transformación monótona.

3.2. Estimación

En cuanto al problema de la estimación, sigue siendo perfectamente válido el análisis efectuado para los modelos de tipo lineal, en torno al método de la máxima verosimilitud. En lo que respecta a la equivalencia con los métodos mínimo-cuadráticos ponderados, comprobaremos, a continuación, que se mantiene también.

Teorema 1

La solución de las ecuaciones de máxima verosimilitud es equivalente a la utilización de un procedimiento mínimo-cuadrático ponderado generalizado.

Demostración

Utilizaremos el método de puntuación de Fisher para resolver las ecuaciones obtenidas del método de la máxima verosimilitud. Así pues, supongamos que el modelo viene determinado por la componente aleatoria [1], la componente determinística [2] y la función de enlace [3]. En estas condiciones, se tiene:

$$\ln L = \alpha(\phi) [y\theta - b(\theta) + c(y)] + d(\phi, y)$$

y, por tanto:

$$\frac{\partial \ln L}{\partial \beta} = \alpha(\phi) [y - b'(\theta)] \cdot \frac{\partial g}{\partial \eta} \cdot \frac{\partial \eta}{\partial \beta}$$

(2) Para la estimación, deberá ser diferenciable respecto a β .

con lo que las ecuaciones de máxima verosimilitud resultan ser las siguientes, teniendo en cuenta que $\alpha(\phi) > 0$:

$$[y - b'(\theta)] \frac{\partial g}{\partial \eta} \cdot \frac{\partial \eta}{\partial \beta} = 0$$

Ahora bien, se sabe que (3):

$$E \left[\frac{\partial L}{\partial \theta} \right] = 0$$

$$E \left[\frac{\partial^2 L}{\partial \theta' \partial \theta} \right] = -i(\theta)$$

donde $i(\theta)$ es la matriz de información de Fisher y, por tanto:

$$E_{\theta}(y) = b'(\theta)$$

con lo que:

$$[y - E_{\theta}(y)] \frac{\partial \theta}{\partial \beta} = 0$$

Tomando $\xi = E_{\theta}(y)$ como parámetro, la expresión pasa a ser:

$$\frac{\partial \xi}{\partial \beta} i(\xi) \cdot (y - \xi) = 0$$

De este modo, tomando la aproximación:

$$\xi(\beta) \approx \xi(\beta_0) + \left. \frac{\partial \xi}{\partial \beta} \right|_{\beta_0} (\beta - \beta_0)$$

se obtiene la ecuación mínimo-cuadrática ponderada generalizada siguiente:

$$\left. \frac{\partial \xi}{\partial \beta} \right|_{\beta_0} \cdot i[\xi(\beta_0)] \cdot [y - \xi(\beta_0) - \left. \frac{\partial \xi}{\partial \beta} \right|_{\beta_0} \cdot (\beta - \beta_0)] = 0,$$

donde β_0 es el valor inicial para β . Esta ecuación se resolvería utilizando la siguiente expresión recurrente, hasta alcanzar la convergencia:

$$\beta_{l+1} = \beta_l + \left\{ \left. \frac{\partial \xi}{\partial \beta} \right|_{\beta_l} \cdot i[\xi(\beta_l)] \cdot \left[\left. \frac{\partial \xi}{\partial \beta} \right|_{\beta_l} \right]^{-1} \cdot \left. \frac{\partial \xi}{\partial \beta} \right|_{\beta_l} \right\} \cdot \left. \frac{\partial \xi}{\partial \beta} \right|_{\beta_l} \cdot i[\xi(\beta_l)] \cdot [y - \xi(\beta_l)]$$

que es el método de Gauss-Newton generalizado para resolver la ecuación mínimo-cuadrática planteada.

c.q.d.

(3) Esto puede verse, por ejemplo, en Kendall & Stuart (1967), vol. 2, pp. 8-9.

3.3. Relación con los modelos de regresión cualitativa

Es claro que la nueva formulación admite como casos particulares todos los modelos cuya variable dependiente sea discreta o continua, con tal de que su distribución esté englobada en [1]. Pasemos a estudiar si también engloba a los modelos cuya variable dependiente es de tipo cualitativo. Para ello, utilizaremos la siguiente formulación general para los modelos de respuesta cualitativa múltiple.

Supongamos que la variable dependiente Y , de tipo cualitativo nominal, puede tomar k valores o respuestas. Además, sean $\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_q$, vectores paramétricos con dimensiones respectivas s_1, s_2, \dots, s_q , el modelo queda planteado entonces de la siguiente forma:

$$P_{ij} = P(y_i = j) = F_j[G_1(x_{i1}, \beta_1), \dots, G_q(x_{iq}, \beta_q)], \quad j = 1, 2, \dots, k-1$$

$$P_{ik} = P(y_i = k) = 1 - \sum_{h=1}^{k-1} P(y_i = h),$$

para $i = 1, 2, \dots, n$, donde F_1, F_2, \dots, F_{k-1} son funciones de distribución q -dimensionales correspondientes a variables aleatorias de tipo continuo, con la restricción:

$$\sum_{j=1}^{k-1} F_j(G_1, G_2, \dots, G_q) \leq 1,$$

y donde las funciones G_1, G_2, \dots, G_q toman valores reales y son conocidas, salvo el vector paramétrico correspondiente (4).

En estas condiciones se verifica el siguiente resultado:

Teorema 2

Los modelos generales de regresión cualitativa múltiple están englobado en la clase de modelos generales de regresión exponencial.

Demostración

Sea la variable aleatoria $Y = (y_1, y_2, \dots, y_k)$, definida por:

$$y_l = \begin{cases} 1, & \text{si } z = b_l \\ 0, & \text{si } z \neq b_l \end{cases} \quad l = 1, 2, \dots, k,$$

siendo

$$\sum_{l=1}^k y_l = 1,$$

donde Z es la variable dependiente cualitativa que toma los valores del conjunto de elección $B = (b_1, b_2, \dots, b_k)$. Entonces, es claro que las variables Z e Y son equivalentes y, además:

(4) La formulación general expuesta aquí es, incluso, más general que la propuesta en Amemiya (1976), que se obtiene de ésta, tomando todos los vectores paramétricos de igual dimensión y funciones G_l lineales.

$$Y \sim M_k(1; p_1, p_2, \dots, p_k)$$

La función de verosimilitud de y será:

$$L = \prod_{j=1}^k p_j^{y_j}$$

Ahora bien:

$$\sum_{j=1}^k p_j = 1 \quad \sum_{j=1}^k y_j = 1$$

y, por tanto:

$$\begin{aligned} L &= p_k^{y_k} \prod_{j=1}^{k-1} p_j^{y_j} = (1 - \sum_{h=1}^{k-1} p_h) \cdot \prod_{j=1}^{k-1} \left(\frac{p_j}{1 - \sum_{h=1}^{k-1} p_h} \right)^{y_j} = \\ &= \exp \left[\ln \left(1 - \sum_{h=1}^{k-1} p_h \right) + \sum_{j=1}^{k-1} y_j \ln \left(\frac{p_j}{1 - \sum_{h=1}^{k-1} p_h} \right) \right] \end{aligned}$$

$$\text{Sea } \theta_j = \ln \left(\frac{p_j}{1 - \sum_{h=1}^{k-1} p_h} \right), \quad j = 1, 2, \dots, k-1$$

entonces queda:

$$\begin{aligned} L &= \exp \left[\left(1 + \sum_{h=1}^{k-1} e^{\theta_h} \right)^{-1} + \sum_{j=1}^{k-1} y_j \cdot \theta_j \right] = \\ &= \exp \left[y\theta + \left(1 + \sum_{h=1}^{k-1} e^{\theta_h} \right)^{-1} \right], \end{aligned}$$

$$\text{donde } \theta = (\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_{k-1}, 0)'$$

Por tanto, la componente aleatoria es del tipo [1], con:

$$a(\phi) = 1$$

$$b(\theta) = \left(1 + \sum_{h=1}^{k-1} e^{\theta_h} \right)^{-1}$$

$$c(y) = 0$$

$$d(\phi, y) = 0.$$

La componente determinística viene dada por $\eta = G(x, \beta)$, siendo:

$$G(x, \beta) = [G_1(x_1, \beta), G_2(x_2, \beta), \dots, G_q(x_q, \beta)]$$

Además, puesto que:

$$\theta = h(p_1, p_2, \dots, p_{k-1}) = h[F_1(\eta), \dots, F_{k-1}(\eta)] = g(\eta)$$

se tiene la función de enlace, que es monótona, donde:

$$g: R^q \rightarrow R^{k-1}$$

c.q.d.

4. CONCLUSION

A lo largo de este trabajo se ha propuesto una clase de modelos que engloba a la de los modelos lineales de regresión exponencial, que fue analizada en la primera parte del trabajo. Esta nueva clase, que se ha denominado «modelo general de regresión exponencial», tiene la ventaja de incluir modelos de carácter no lineal y, además, mantiene gran parte de las propiedades que tenía la anterior.

Además, se ha probado que esta nueva clase incluye, también, a la de los modelos generales de regresión cualitativa, con lo que se ha conseguido una formulación que unifique todos los modelos más utilizados en la práctica.

BIBLIOGRAFIA

- ANEMIYA, T. (1976): «The maximum likelihood, the minimum chi square and the nonlinear weighted least-squares estimator in the general qualitative response model», *J.A.S.A.*, 71, n.º 354, pp. 347-51.
- HABERMAN, S. J. (1977): «Maximum likelihood estimates in exponential response models», *Annals of Statistics*, 5, n.º 5, pp. 815-41.
- HOUGAARD, P. (1982): «Parametrizations of non-linear models», *Journal of the Royal Stat. Soc. B.*, 44, n.º 2, pp. 244-52.
- JORGENSEN, B. (1983): «Maximum likelihood estimation and largesample inference for generalized linear and nonlinear regression models», *Biometrika*, 70, n.º 1, pp. 19-28.
- KENDALL, M. & STUART, A. (1967): «The advanced theory of Statistics», vol. 2, 3.ª ed., Griffin & co. Ltd.
- McCULLAGH, P. & NELDER, J. A. (1983): «Generalized linear models», Chapman & Hall.
- NELDER, J. A. & WEDDERBURN, R. W. M. (1972): «Generalized linear models», *Journal Royal Stat. Soc. A*, 135, n.º 3, pp. 370-84.
- PREGIBON, D. (1980): «Goodness of link tests for generalized linear models», *Applied Statistics*, 29, n.º 1, pp. 15-24.
- THOMPSON, R. & BAKER, R. (1981): «Composite link functions in generalized linear models», *Appl. Stat.*, 30, n.º 2, pp. 125-31.

MODELIZACION DE TIPOS DE INTERES

PASCUAL FERNANDEZ

ANTONIO PULIDO

Universidad Autónoma de Madrid

La realización de este documento se ha efectuado por un equipo de estudio Ceprede-UNESA, bajo el patrocinio de esta última, y en base a los análisis realizados durante el año 1987 y primeros meses de 1988 por un grupo de trabajo en el que también ha participado Iberduero, el Banco Exterior de España, el Banco de Santander de Negocios, el Banco de Vizcaya y el Chase Manhattan Bank. En este sentido, el documento recoge y profundiza las ideas desarrolladas inicialmente en los tres documentos internos de trabajo realizados al efecto:

Modelización de Tipos de Interés I.

Documento Interno Ceprede 87/4 Julio 1987.

Modelización de Tipos de Interés II.

Documento Interno Ceprede 87/5 Octubre 1987.

Modelización de Tipos de Interés III.

Documento Interno Ceprede 88/1 Febrero 1988,

pudiendo considerarse como el resumen y conclusiones de todo el trabajo desarrollado.

El objetivo básico del trabajo ha sido elaborar un modelo de predicción de tipos de interés, a corto y largo plazo, con referencia tanto a tipos interiores como internacionales.

El trabajo se encuentra en cuatro capítulos y un apéndice de gráficos. El primer capítulo introduce la predicción de los tipos de interés, analizando qué son y cómo se pueden medir los tipos de interés. El segundo capítulo estudia, desde un punto de vista eminentemente teórico, los métodos de predicción alternativos y las variables explicativas adecuadas para su modelización. El tercer capítulo, desarrolla un modelo de predicción de tipos de interés a corto plazo, utilizando tanto datos de periodicidad anual como trimestral. Este mismo proceso se desarrolla en el capítulo cinco para los tipos de interés a largo plazo. Por último, se recoge un apéndice de gráficos y la bibliografía utilizada.

TABLA DE MATERIAS

1. INTRODUCCION
2. PLANTEAMIENTOS ALTERNATIVOS EN LA MODELIZACION DE INTERES
 - 2.1 Teoría del Interés de Fisher.
 - 2.2. Predicción de los tipos de interés.
 - 2.3. Relación entre tipos de interés a corto y a largo plazo.
 - 2.4. Articulación de la política en España.
 - 2.5. Relación entre tipos de interés y tipos de cambio.
3. MODELIZACION DE TIPOS DE INTERES A CORTO PLAZO
 - 3.1. Definición estadística de las series utilizadas.
 - 3.2. Modelo a medio y largo plazo.
 - 3.3. Modelo trimestral de tipos de interés a corto plazo.
4. MODELIZACION DE LOS TIPOS DE INTERES A LARGO PLAZO
 - 4.1. Modelo a medio y largo plazo.
5. APENDICE DE GRAFICOS
6. BIBLIOGRAFIA

1. INTRODUCCION

Sin querer entrar en la descripción de cual es el papel que juegan los tipos de interés en la economía, sí es interesante analizar el concepto teórico de este instrumento financiero, dado que presenta algunas matizaciones interesantes a considerar. Para Espasa (1982) son *los precios que se forman en los mercados de dinero, asumiendo que dichos mercados son eficientes o casi-eficientes*. Para Samuelson (1951) es *el precio pagado por rentabilizar el dinero o el precio del uso del dinero*. Finalmente, Urrutia (1983) y Canals (1987) lo definen como *el precio del crédito*, contradiciendo en cierta forma la definición anterior, ya que introducen una cualidad importante de los tipos de interés: su *dimensión temporal*.

En el concepto puro del tipo de interés se introducen diversos componentes que hacen que podamos encontrar tipos muy diferentes en los mercados financieros:

- Un tipo de interés nominal, el único directamente observable.
- Un tipo de interés real.
- La tasa esperada de inflación.
- Una prima por la liquidez, mayor cuanto más largo sea el plazo de crédito correspondiente.
- Unos impuestos sobre las rentas de capital.
- Una prima de riesgo, en función de la solvencia del prestatario.

A todo ello hay que añadir la consideración de la dimensión temporal, atendiendo al plazo al que se cierra cada operación. Así es habitual referirse a tipos de interés a muy corto plazo (en operaciones realizadas entre un día y una semana), a corto plazo (entre 15 días y 3 meses), a medio plazo (entre 6 meses y 2 años) y a largo

plazo (para operaciones de plazo superior, que normalmente no suelen superar los 20 años de vigencia).

Todo ello resalta el concepto antes introducido de que no hay un tipo de interés único y representativo de los mercados financieros. Existe un amplio abanico de tipos de interés porque las condiciones de las operaciones realizadas en estos mercados varían de forma absoluta en cuanto a los plazos, las garantías ofrecidas, las condiciones de los prestamistas y prestatarios o de la actividad económica general.

En los estudios realizados sobre tipos de interés, a nivel internacional, se suelen utilizar, como representativos de los tipos de interés a corto, los rendimientos de los activos de dos a tres meses de duración (Bonos del Tesoro a tres meses en EE.UU., o tipo de interés del Mercado Interbancario a tres meses en España) y como representativos de los tipos de interés a largo los rendimientos computables de la Deuda Pública con duración de siete a veinte años. Blanchard y Summers (1984) añaden a este grupo los tipos de interés a medio plazo, entre cinco y siete años de duración, aunque finalmente acaban agrupando los tipos a medio y largo como representativos de los tipos de interés a largo plazo.

Es necesario indicar que, dadas las interrelaciones cambiantes de los mercados a los que se refieren y la alta volatilidad de los tipos de interés, su predicción, tanto a corto como a medio y largo plazo, requiere un diseño de trabajo complejo que, a menudo, tiene que incorporar nuevos factores explicativos. En este sentido, el premio Nobel de economía Paul Samuelson (1951) define los tipos de interés como *la parte más difícil de explicar de la economía*.

2. PLANTEAMIENTOS ALTERNATIVOS EN LA MODELIZACION DE TIPOS DE INTERES

Este capítulo intenta recoger las principales aportaciones teóricas de la macroeconomía a la modelización de los tipos de interés. Partiendo del modelo teórico más antiguo, y también más utilizado (la Teoría del Interés de Fisher), analizaremos las posteriores explicaciones dadas al funcionamiento de estos instrumentos financieros, los métodos alternativos que se pueden utilizar para su modelización, el análisis teórico de las variables explicativas y las interrelaciones temporales en los tipos de interés a corto y a largo plazo. Asimismo, analizaremos cómo se instrumenta y cuáles son los objetivos de la política monetaria seguida en España en los últimos años y las relaciones entre los tipos de interés y el tipo de cambio.

2.1. Teoría del Interés de Fisher

Los postulados de esta teoría se fundamentan en que los tipos de interés, en términos reales, son aproximadamente constantes en el tiempo, con movimientos en los tipos de interés nominales en el mismo sentido y de la misma cuantía que en la tasa esperada de inflación. Entonces:

$$r_t = i_t - P_t^* \quad [1]$$

donde:

- i_t = Tipo de interés nominal.
- P_t^* = Tasa de inflación esperada.
- r_t = Tipo de interés real esperado (constante en el tiempo).

La teoría también se puede formular en términos de tasas de retorno esperadas reales, descontando los aspectos impositivos:

$$r_{Nt} = (1 - u) r_t = r_t - u (i_t + P_t^*) \quad [2]$$

La fórmula anterior define la tasa de retorno real después de impuestos (r_{Nt}), donde «u» es el tipo impositivo (todo activo financiero tendrá que pagar, como mínimo, un impuesto sobre la renta), y el resto de las variables son conocidas.

Pero, ¿porqué no se cumple de forma estricta la Teoría del Interés de Fisher? Ya el propio Fisher (1930) comprobó empíricamente que los tipos de interés reales no se comportan de forma constante, y atribuyó este fenómeno a la ilusión monetaria. Posteriormente se han encontrado nuevos razonamientos que explican estas diferencias. Tobin señala, como causa más importante, el impago de interés en las balanzas monetarias. Para Carmichael y Stebbing (1983) hay que considerar, especialmente:

- a. Las preferencias en el tiempo.
- b. Los problemas de la regulación.
- c. Los aspectos impositivos.

Para otros autores, la razón fundamental que se ha aducido para explicar este fenómeno es que la teoría se cumplirá siempre que las nuevas expectativas no modifiquen los deseos de prestar y tomar prestado dinero a ese tipo de interés real. Además, los agentes económicos no reaccionan de forma eficiente, en el sentido de producirse un ajuste automático entre los tipos de interés nominales y la tasa de inflación. De hecho (Fried y Howitt, 1983), la inflación esperada no aumenta en igual medida que los tipos de interés nominales, y por tanto, reduce los tipos de interés reales. Este ajuste se produce con un cierto retraso en el tiempo, más rápido cuando los tipos de interés nominales se mueven al alza y más lento cuando lo hacen a la baja.

Para poder apreciar de forma adecuada el comportamiento de los tipos de interés reales tenemos que diferenciar sus formas alternativas de medición. Un tema de especial trascendencia en otro este proceso es cómo calculamos la *tasa esperada de inflación*. Hay que recordar que en la ecuación [1] sólo el tipo de interés nominal es directamente observable. También es directamente observable la tasa de inflación actual (que permite calcular el tipo de interés real «ex-post») pero no lo es la tasa de inflación esperada (que permite calcular el tipo de interés real «ex-ante»).

Podemos utilizar, al menos, cinco métodos de cálculo (Hosek, 1983) de la *tasa de inflación esperada*:

1. *Las expectativas de inflación se forman adaptativamente.* Asume que los participantes en el mercado proyectan la inflación futura de tendencias y otros movimientos en la inflación pasada. Para ello, lo habitual es utilizar un modelo de series temporales, asumiendo un proceso autorregresivo, de medias móviles o un modelo ARIMA, algo más complicado, utilizando la metodología de Box y Jenkins.

Este es el procedimiento más antiguo y uno de los más utilizados en los trabajos empíricos, asumiéndose todo tipo de distribuciones de retardos.

2. *Las expectativas sobre la inflación futura se forman racionalmente.* Los participantes en el mercado están perfectamente informados de la estructura económica actual que determina la tasa de inflación, dado que el comportamiento esperado de ésta es racional y eficiente. Pero el modelo «real» contiene información de tipo estocástico que ellos no pueden conocer e incorporar a sus predicciones y, por tanto, esperan que la tasa de inflación esperada y la efectiva o actual difieran, aunque el error de predicción cometido tendrá todas las características de un proceso de *ruido blanco* o camino aleatorio. Entonces, la tasa de inflación actual se utiliza como un *estimador insesgado* de la tasa de inflación esperada, dada la hipótesis de las expectativas racionales.

Este método constituye la antítesis del anterior, dado que asume que no se puede utilizar ninguna información útil del pasado para extrapolar el comportamiento de la inflación futura.

3. *La inflación es un proceso monetario.* Este método constituye una variación del modelo de expectativas racionales anterior, al partir de las mismas premisas y, adicionalmente, considerar un proceso específico de generación de la inflación.

Desde la ecuación básica de la Teoría Monetaria obtenemos:

$$m_t + v_t = P_t + Y_t$$

donde m_t , v_t y Y_t son las tasas de crecimiento de la oferta monetaria, la velocidad de circulación del dinero y la producción (output total), y P_t es la tasa de inflación. Entonces:

$$P_t = v_t - Y_t + m_t$$

Asumiendo que v_t y Y_t se determinan por factores institucionales y tecnológicos, y que su diferencia se puede igualar a un término constante más un término de error, que sigue una distribución aleatoria:

$$P_t^* = a + m_t + c_t$$

De esta forma podemos calcular en todo momento la inflación esperada, a través de una función lineal de la tasa de crecimiento de la oferta monetaria.

4. *La inflación es un proceso generado por el crecimiento de los costes.* Este método se opone al modelo monetarista anterior en el proceso específico de generación de la inflación. Su derivación se realiza partiendo de la premisa de que la tasa de crecimiento de los salarios reales debe, en el equilibrio, igualarse a la tasa de crecimiento de la productividad:

$$\pi_t = w_t - P_t$$

donde w_t es la tasa de crecimiento de los salarios nominales por hora trabajada, P_t es la tasa de inflación y π_t la tasa de crecimiento de la productividad, o producción total por hora trabajada. Entonces:

$$P_t = w_t - \pi_t$$

donde $w_t = \pi_t(wq_t)$ se define como la tasa de cambio de los costes salariales (1) por unidad de producto. Entonces podemos aproximar la ecuación anterior por:

$$P_t^* = a + b wq_t + \mu_t$$

Al igual que en el caso anterior, esta ecuación se puede utilizar para obtener el valor esperado de la inflación, estimando a y b y conociendo el verdadero valor de wq_t .

5. Medir la inflación esperada mediante la *opinión cualificada de los expertos*. Este método intenta captar las ventajas de las expectativas racionales sin la necesidad de identificar cual es el verdadero modelo que determina la inflación.

En su instrumentalización se suelen utilizar técnicas de información subjetiva, como el método Delphi o el método de los impactos cruzados.

Hosek (1983) contrastó cada uno de estos métodos y concluyó su análisis indicando que las estimaciones obtenidas por cada uno de ellos pueden diferir de forma significativa. Estas diferencias se suelen presentar, especialmente, en las comparaciones entre las mediciones de los tipos de interés reales «ex-ante» y «ex-post» (Atkinson y Chouraqui, 1986). Aunque Hosek no emitió un juicio de valor acerca de qué método es el más adecuado, lo cierto es que el tipo de interés real que más utiliza como variable de análisis económico es el «ex-post», es decir, el que se calcula sus- trayendo de los tipos de interés nominales la tasa de inflación actual, utilizando el modelo puro de expectativas racionales.

2.2. Predicción de los tipos de interés

A efectos de predicción podemos distinguir cuatro enfoques fundamentales en la modelización de los tipos de interés:

a) *Los modelos econométricos*, que permiten descomponer y explicar las relaciones económicas entre las variables relevantes.

b) *El análisis técnico*. Consiste en la aplicación de métodos gráficos (el «chartismo») que nos permitan identificar, con la mayor anticipación posible, los puntos de cambio de tendencia en las series de tipos de interés.

c) *Las técnicas de análisis de mercado*. Se refieren a los aspectos relativos de la curva de tipos de interés y a los mercados de futuros (2).

d) *La descomposición de series temporales*. Para Pring (1981) los movimientos en los tipos de interés se pueden descomponer en cuatro factores:

- *Movimientos tendenciales o seculares*. Son movimientos a muy largo plazo (entre 10 y 40 años), fundamentalmente determinados por los flujos de dinero en la economía real.

(1) Hosek es consciente de que se están ignorando los costes asociados al resto de los inputs y, especialmente, los del factor capital. Sin embargo, argumenta, el trabajo es el factor dominante en la producción, representando entre un 75 por 100 y un 80 por 100 del valor de la producción total.

(2) Un contrato en el mercado de futuros representa el acuerdo entre un comprador y un vendedor para transferirse un determinado bien a un precio y una fecha pactados con anterioridad.

- Movimientos *cíclicos*. Referidos a períodos entre 3 y 5 años, están íntimamente ligados al desarrollo del ciclo de los negocios. Son los cambios en los niveles de la actividad económica los que, por tanto, mejor se pueden utilizar para predecir el componente cíclico en los tipos de interés.

- Movimientos de carácter *estacional*, con periodicidad inferior al año. Por ejemplo, los bancos americanos tienen un fuerte aumento de la demanda de préstamos comerciales e industriales a fin de año. Este efecto también se puede comprobar en los tipos de interés del mercado interbancario español. Asimismo Espasa (1982), identifica un leve efecto estacional en la evolución de los tipos de interés de los depósitos bancarios a un año.

- Movimientos *aleatorios*. Se producen por factores inesperados tales como un cambio en la política del Gobierno, una crisis inesperada, una guerra, etcétera.

Lo habitual, indica Espasa (1982), es que estos métodos no se utilicen aisladamente. Lo lógico es integrarlos conjuntamente en un proceso de predicción completo, de tal forma que seamos capaces de interpretar y determinar con exactitud los puntos de cambio de tendencia en las series analizadas.

Sobre las *variables explicativas* que afectan a los tipos de interés, se han identificado varios componentes en los distintos trabajos realizados sobre el tema, que no son siempre coincidentes:

- En un sistema financiero agregado *el nivel y los cambios en los activos líquidos*, o flujos de dinero en la economía real tienen una incidencia muy especial sobre el crecimiento económico, la tasa de inflación y los tipos de interés.

En esta vía, es fundamental la elaboración de *indicadores de liquidez*. Estos indicadores miden la relación existente en el mercado entre la oferta y la demanda de dinero. Hay que recordar que la definición más adecuada de los tipos de interés indica que éstos son *el precio del crédito o el precio del dinero* y, como todo precio de mercado, se puede determinar por las interrelaciones entre la oferta y la demanda, de tal forma que un exceso de oferta (de demanda) se traduce en una disminución (un incremento) en los tipos de interés.

Pero el tema no está tan claro cuando lo que se postula es cual debe ser el signo de esta relación, apuntándose dos explicaciones teóricas contrapuestas.

1. La *Teoría Keynesiana* pone énfasis en mostrar una relación negativa entre ambas variables, en ausencia de la trampa por la liquidez. Su argumento gira en torno a que un aumento en el dinero total tiende —no variando las demás circunstancias— a reducir los tipos de interés, hasta que, finalmente, el rendimiento de los activos financieros es tan bajo que dejen de ser rivales del dinero líquido lo suficientemente atractivos como forma de inversión. Esto es lo que se conoce como *Teoría de la Preferencia por la Liquidez* y se pudo comprobar de forma evidente en la economía de los Estados Unidos de los años 30.

2. La *Teoría Aceleracionista de Friedman* indica, sin embargo, una correlación positiva entre el crecimiento de la oferta monetaria y los tipos de interés.

El tema es muy complejo, encontrándose evidencias empíricas que sostienen ambas posturas o, incluso, ningún tipo de correlación entre estas variables. Por ejemplo, Roley y Walsh (1984) no encuentran ningún tipo de correlación en EE.UU. en el período de septiembre de 1977 a octubre de 1979 y una fuerte correlación positiva, como Friedman predice, para el período posterior a octubre de 1979.

Posiblemente el punto central del debate se fundamenta en la premisa establecida en los planteamientos de Keynes de *si no varían las demás circunstancias*. Pero es que las demás circunstancias pueden variar de forma muy significativa: las modificaciones en la oferta monetaria pueden inducir cambios en la inflación esperada, por ejemplo.

En este contexto es fundamental conocer como se instrumenta y cuales son los objetivos de la autoridad monetaria, tema al que le dedicaremos el último epígrafe de este capítulo (epígrafe 3.4), analizándola con detalle para la economía española.

El nivel absoluto de liquidez parece ser la fuerza dominante que determina el nivel y la evolución tendencial de los tipos de interés, mientras que la tasa de cambio de la liquidez permite discernir sus movimientos de carácter cíclico.

- Tipos de interés nominales y *tasa de inflación* se suelen mover en la misma dirección. La relación a largo plazo es clara, dado que si el dinero tiene expectativas de depreciarse, en términos de poder adquisitivo, los prestamistas solicitarán más renta para poder compensar sus pérdidas.

La relación a corto plazo es más imprecisa, determinándose en función de las relaciones de mercado que afectan a ambas variables, en cada momento del tiempo. En primer lugar, es la tasa de inflación esperada o, *expectativas de inflación*, la que tiene un efecto directo sobre los tipos de interés nominales, con todos los problemas a los que ya nos hemos referido respecto a su cálculo. Un segundo efecto se manifiesta a través de la *incertidumbre* de la inflación, en la medida en que pueda cuantificar el grado de confianza que pueda atribuirse a esta expectativa. En tercer lugar, *la reacción* a un movimiento de cualquier signo en la tasa de inflación esperada no es del mismo tipo, ni siquiera en su consideración temporal. Movimientos ascendentes en los precios provocan una reacción del mismo signo casi inmediata en los tipos de interés nominales, pero con un cierto retraso que se amplía de forma importante cuando lo que se espera, o efectivamente se produce, son reducciones en el nivel de precios.

Otro tema de especial transcendencia, al que ya nos hemos referido al analizar las implicaciones de la Teoría del Interés Fisher, es el de la relación existente entre inflación y tipos de interés reales.

- *La actividad económica en general*. Es fácil comprobar empíricamente las relaciones en movimientos paralelos (con un cierto retardo temporal) en la evolución de la actividad económica y los tipos de interés. Por ejemplo, esto ha podido ser observado en EE.UU. para determinados años, y con un retardo de diferencia de un período.

Sin embargo, esta característica de los tipos de interés no puede ser fácilmente generalizada. Kaña y Lanselink (1986) no pudieron contrastarla empíricamente, para la economía holandesa.

Más que la actividad económica en general, la variable que muestra una correlación más directa con el ciclo de los tipos de interés es el *ciclo de los negocios* y, en especial, *las mejoras en el rendimiento de las inversiones*, que pueden elevar las demandas de fondos de ahorro.

- *Los impuestos*. Mayores tipos impositivos sobre la renta y sobre el capital reducen la tasa de retorno esperada, o tipo de interés real después de impuestos.

El tema del tratamiento final de los cobros y pagos de intereses es muy difícil

de evaluar. Atkinson y Chouraqui (1986) lo señalan como uno de los causantes de los altos tipos de interés internacionales de estos últimos años, aunque no consiguen demostrarlo empíricamente más que para el caso de Estados Unidos.

Tal y como mostraba la ecuación [2] del epígrafe anterior, los tipos impositivos tienen una influencia importante no sólo sobre los tipos nominales, sino también sobre los tipos reales, a través del efecto sobre la inflación. Feldstein y Summers (1987) señalan que los estudios macroeconómicos que analizan el impacto inflacionista sobre los tipos de interés habitualmente se olvidan o ignoran que los impuestos también se deprecian en el tiempo. La conclusión de la Teoría del Interés de Fisher de que los crecimientos en los tipos de interés nominales, por aumentos de la tasa de inflación esperada, dejan sin modificar los tipos de interés reales no es cierta, dado que los deudores pueden tratar el tipo de interés como un gasto deducible, y pagar sus impuestos sobre los beneficios netos.

• *Los déficits presupuestario.* Los déficits de las Administraciones Públicas, efecto directo de las expansiones fiscales de los últimos años, pueden reflejar una tendencia, cuando son de carácter estructural, que provoca expectativas de que se mantendrán a lo largo del tiempo. Y ello contribuye a elevar los tipos de interés nominales y reales, al menos, por tres vías distintas (Atkinson y Chouraqui, 1986):

1. El *aumento del gasto* contribuye a elevar los tipos de interés, si no se corresponde con crecimientos monetarios en la misma cuantía.

2. En la medida en que se espere que los déficits persistan, pueden *anticiparse tipos de interés reales en el futuro.*

3. *Aumentan el tamaño de la deuda y el pago de intereses.*

El mantenimiento de tipos reales de interés elevados supone una pesada carga sobre los presupuestos anuales, especialmente cuando se alcanza la situación límite en que los tipos reales de interés superan las tasas de crecimiento real del Producto Interior Bruto (Papeles de Economía Española, 1985).

Este último punto se puede conectar con el desplazamiento del sector privado por el sector público en los mercados financieros. El «crowding out» se refiere a la competencia en la demanda de fondos para prestar entre el sector público y el sector privado, cuando hay un ahorro global en la economía insuficiente para satisfacer a ambos. Dado que el sector público es relativamente menos sensible al tipo de interés que tenga que pagar, los demandantes de fondos del sector privado se ven desplazados del mercado.

El fenómeno «crowding-out» se produce generalmente en períodos de reajuste económico, en los que tanto las empresas como las familias se encuentran en dificultades financieras. Puede ser salvado fácilmente si las autoridades monetarias pueden permitirse incrementar la base monetaria, aumentando las magnitudes fiduciarias.

No es especialmente raro que se produzca este desplazamiento, como posteriormente comprobaremos cuando analicemos el comportamiento de los tipos de interés en España. Baste señalar, como nota indicativa de la importancia de este fenómeno que, en alguno de los trabajos desarrollados en el Servicio de Estudios del Banco de España, se señala el crecimiento de la deuda pública como el *factor condicionante en la evolución de los tipos de interés a largo plazo en la economía española.*

• *La liberalización de los mercados financieros.* Cualquier somera liberalización de los mercados financieros domésticos, especialmente cuando están altamente

regulados y/o intervenidos, acelera de forma importante sus procesos innovadores. Este proceso puede incrementar los costes de los fondos para los intermediarios financieros de estos mercados.

• *Las influencias externas.* Este es, para muchos autores, el determinante más importante en la evolución de los tipos de interés en los últimos años.

Los tipos de interés se determinan en un contexto internacional más que doméstico que (Blanchard y Summers, 1984) afecta también a las pequeñas economías abiertas. Sólo en el caso de considerar una economía cerrada, con regulaciones totales y absolutas en los mercados de capitales, los tipos de interés se determinarán totalmente por factores internos.

Las influencias externas se producen por varias alternativas y, en algunos casos, también concurrentes:

1. A través de los *flujos internacionales de capitales* y, especialmente, desde la instauración del sistema de tipos de cambio flotantes.

Todos los países se encuentran ligados en los movimientos a largo plazo en los tipos de interés nominales y reales. Si un país tiene unos tipos de interés comparativamente altos, en ausencia de otros factores, provocará fuertes entradas de flujos de capital («hot money»), al ofrecer atractivas tasas de retorno. Con ello drenará liquidez en aquellos otros países con bajos tipos de interés, y los modificará al alza.

Un factor importante a tener en cuenta en este contexto es el de las *restricciones a los movimientos internacionales de capitales*. Cuanto más alto sea el grado de liberalización de las transferencias de capitales, mayores serán las influencias internacionales en la determinación de los tipos de interés domésticos.

2. A través de los *tipos de cambio*. Toda moneda fuerte provocará un comportamiento depresivo en su tasa de inflación (entre otras causas, por reducir los precios de los bienes y servicios importados) y, por consiguiente, flujos de entrada de capitales exteriores y tipos de interés bajos.

Por contra, una moneda débil, sujeta a procesos de devaluación permanente, provocará tensiones alcistas en su tasa de inflación esperada y en los tipos de interés. Si esta situación se mantiene, sus inversores obtendrán mayores tasas de retorno colocando sus capitales en países con monedas fuertes y estables. En este contexto, no sólo es importante referirse a las paridades entre las monedas en momentos del tiempo concretos, sino también a las *expectativas en los movimientos futuros de los tipos de cambio*.

Estas relaciones entre monedas fuertes y tipos de interés bajos han podido ser comprobadas en los años 1984 y 1985 en EE. UU. o, actualmente, en la República Federal Alemana, Japón o Suiza, que muestran y muestran tipos de interés comparativamente menores que el resto de los países.

Sin embargo, la premisa de que bajo un sistema de tipos de cambio flexibles, los rendimientos esperados por activos financieros serán todos iguales, expresados en una divisa común, no se puede comprobar de forma clara y concluyente en los mercados internacionales actuales.

3. El *déficit presupuestario de los Estados Unidos*. La importancia explicativa de esta variable no es, por supuesto, generalizable a cualquier momento en el tiempo, pero sí al momento actual. En los estudios realizados por Blanchard y Summers (1984) y posteriormente por Atkinson y Chouraki (1986), se analizan cuáles son

las causas de los elevados tipos de interés internacionales, contemplándose muchas de las variables aquí indicadas, y mostrando en ambos estudios el déficit de EE.UU. como el causante más directo e importante de éstos. Ello implica que, en muchos países, se perciban sus altos tipos de interés como un fenómeno importado.

Como resumen general a todo lo expuesto, Canals (1986) utiliza el siguiente cuadro de comparación de variables que explican el comportamiento de los tipos de interés, según diferentes autores:

FACTORES EXPLICATIVOS DE LA EVOLUCION RECIENTE DE LOS TIPOS REALES DE INTERES

	Blanchard-Summers (1984)	World Economic Outlook-F.M.I. (1985)	Atkinson-Chouraqui (1985)	Perspectives Economiques OCDE (1985)
I. Factores internos:				
1. Políticas presupuestarias expansivas (Déficits Públicos)	X	X	X	X
2. Políticas monetarias restrictivas	X	X	X	
3. Expectativas de inflación				
4. Incertidumbre sobre la inflación futura		X	X	
5. Mejora rentabilidad inversiones	X	X	X	X
6. Fiscalidad		X	X	X
7. Procesos desregulación financiera		X	X	
8. Prima al riesgo en las inversiones financieras	X			X
II. Factores externos:				
1. Déficits balanza por cuenta corriente			X	
2. Políticas de mantenimiento de la estabilidad de los tipos de cambio			X	

2.3. Relación entre tipos de interés a corto y largo plazo

La relación entre los tipos de interés a corto plazo y los tipos de interés a largo plazo es lo que se ha denominado en la literatura especializada *la estructura temporal de los tipos de interés*. El conocimiento de esta estructura es de una importancia crítica a la hora de poder evaluar los efectos de las políticas macroeconómicas alternativas. Hay que recordar que los bancos centrales pueden ejercer mucho mejor su control sobre los tipos de interés a corto plazo que a largo plazo, pero el tipo de interés que condiciona de forma crucial la mayoría de las decisiones de inversión es el de largo.

La estructura temporal de los tipos de interés es el epicentro en torno al cual se efectúa el mecanismo de transmisión de la política monetaria. Desgraciadamente y, como veremos enseguida, las relaciones que condicionan y determinan esta estructura no son del todo conocidas.

En todo momento es fácilmente observable que los tipos de interés a corto plazo fluctúan sobre la tendencia de los tipos de interés a largo plazo, por lo que podemos utilizar esta característica a efectos de elaborar un modelo de predicción. Lo que está menos claro es en base a que se producen estas fluctuaciones, en cuales son los condicionantes del mercado que explican de forma clara y terminante porqué en ocasiones los tipos de interés a corto son más elevados que los de largo plazo, y viceversa.

La mayoría de los trabajos realizados en esta línea se han basado en alguna variante de la *Teoría de las Expectativas*. Esta teoría parte de la hipótesis fundamental de que el tipo de interés a largo plazo es una media ponderada de los valores presentes y futuros del tipo de interés a corto plazo. Alternativamente se puede formular diciendo que (Chiller, Campbell y Schoenholtz, 1983) los tipos de interés «forward» —tipos de interés de futuro implícitos en la estructura temporal— igualan las expectativas de los tipos de interés de futuro o, por último, que el rendimiento esperado a corto plazo de un bono a largo plazo se iguala al tipo de interés a corto plazo actual.

En base a estas premisas, Modigliani y Sutch (Campbell y Schiller, 1984) muestran como la relación entre los tipos de interés a corto y a largo plazo, en la economía americana, se puede describir expresando el tipo a largo plazo como una relación del tipo a corto actual y una distribución polinomial de cinco valores de futuro esperados, también del tipo a corto, asumiendo la restricción en la distribución polinomial de que los parámetros de esta sumaran la unidad. Otros autores también han comprobado esta relación para determinados períodos temporales, pero asumiendo distribuciones más cortas (entre uno y tres períodos) y calculando un parámetro de valor similar, pero de signo opuesto, entre el tipo a corto del período y la suma de los parámetros de la distribución polinomial.

Sin embargo, el tema no está tan claro, dado que otros muchos autores también han rechazado la hipótesis fundamental de la Teoría de las Expectativas, y utilizando todo tipo de datos. Shiller y otros (1983) sostienen que la teoría de las expectativas tiene que tener algo de verdad, dado que todo el mundo la critica pero, finalmente, acaba utilizándola. Por ello la comparan con otra teoría alternativa que, denominan «tail-wags-dog» (3), y que postula que los movimientos en los tipos a largo se fundamentan en que los mercados sobre-reaccionan frente a movimientos no esperados en la oferta o en la demanda monetaria. La teoría de las expectativas muestra mejores propiedades predictivas que esta otra, pero no acaba de explicar de forma absoluta la estructura temporal de los tipos de interés.

Estos mismos autores indican que la teoría se cae por su propia base, planteando problemas muy serios a los constructores de modelos. Su problema fundamental es que toman expectativas matemáticas para poder representar las expectativas de mercado, pero en los mercados de tipos de interés hay incertidumbre con respecto al futuro, con lo que se contradicen a sí mismos.

(3) Literalmente «perro que mene la cola», juego de palabras, sin duda, difícil de traducir.

1. Las ponderaciones utilizadas en las distribuciones polinomiales pueden modificarse en el tiempo.

2. El riesgo o prima por liquidez, que separa los tipos forward de los spots esperados, puede modificarse en el tiempo.

3. Se producen considerables errores de medida en las estimaciones de los tipos de interés a corto plazo esperados, utilizados en las distribuciones polinomiales.

Diversos autores han propuesto modificaciones en la teoría, introduciendo nuevas variables. Mankiw y Summers (1984) utilizan la prima por la liquidez, enunciando su comportamiento como el de un ruido blanco, es decir, asumiendo que sus movimientos son aleatorios. Comprueban entonces, y para datos de EE.UU., que las relaciones entre los bonos del tesoro a 3 y 6 meses sólo se puede explicar en un 25 por 100 en base a la teoría de las expectativas. Estos mismos autores apuntan la posibilidad de que los tipos de interés a largo plazo actúen con un «exceso de sensibilidad» a los movimientos de los tipos de interés a corto, en base a la alta volatilidad de estos. En esta misma línea, Pesando (1981) argumenta que la evolución de los tipos de interés a largo plazo, contemplados desde la perspectiva del corto plazo, tiene muchas de las características de un camino aleatorio. Entonces, analiza las predicciones realizadas por un conjunto de instituciones para la economía canadiense, y comprueba que sólo una de estas instituciones (D.R.I.) se acerca más a la realidad en sus predicciones a corto plazo que las que se podrían obtener emulando el comportamiento de un sendero aleatorio, para los tipos de interés a largo plazo. Cuando compara estas mismas predicciones en un horizonte temporal de previsión más amplio, comprueba que todas las instituciones obtienen mejores resultados con sus modelos que las calculadas mediante un modelo de sendero aleatorio.

Para Laurence Wiess (en Shiller y otros, 1983: Comments and Discussion) la variable ideal para explicar esa parte que la teoría de las expectativas no consigue, es *algún tipo de indicador de la distribución de los activos líquidos entre las empresas y las familias*.

Lo que sí se ha comprobado empíricamente en varios trabajos (Mankiw, 1986) es que la separación entre los tipos de interés a corto y a largo plazo es mayor cuando se predice para un futuro no muy distante un incremento en los tipos de interés a corto plazo, y menor cuando lo que se predice es una disminución de éstos.

Todos estos trabajos ponen de manifiesto que, desde luego, existe algún tipo de relación temporal entre los tipos de interés a corto y a largo plazo, pero que estas relaciones no son generalizables, dependiendo en cada momento de las circunstancias concretas de los mercados en los que se desenvuelven.

2.4. Articulación de la política monetaria en España

La política monetaria española actual tiene como finalidad controlar la tasa de crecimiento de la inflación, posibilitar el crecimiento económico real de la economía y vigilar la evolución de los tipos de interés a corto y a largo plazo, en la medida que las circunstancias económicas concretas de cada momento lo permitan.

En términos más generales, los Bancos Centrales de cada país articulan sus políticas monetarias e instrumentan las medidas tendentes a la conservación de sus objetivos en un proceso de control, que se puede describir en dos niveles (Friedman, 1975):

- En el primer nivel tratan de controlar una variable monetaria (*variable objetivo intermedio*, que puede ser la cantidad de dinero, los tipos de interés o los activos de caja) que le permita alcanzar los objetivos últimos de la política macroeconómica (crecimiento real de la economía, nivel de empleo, crecimiento de la inflación, o simplemente, el nivel de gasto monetario), de tal forma que se mantenga una relación entre ambos lo suficientemente estable que permita actuar a una sobre el otro, independientemente de los retrasos que se produzcan en la información.

- En el segundo nivel se regula el comportamiento de la variable «objetivo intermedio» a través del control de alguna *variable operativa* (base monetaria, liquidez bancaria, tipos de interés a corto plazo, etcétera) (Rojo y Pérez, 1977).

Para el caso concreto de la economía española, las autoridades monetarias tratan de alcanzar sus objetivos finales utilizando como «variable objetivo intermedio» la *tasa de crecimiento de la cantidad de dinero*, medida a través de los Activos Líquidos en manos del Público (ALP), y como variable operativa los *activos de caja del sistema bancario*. Anualmente, y de acuerdo con el Presupuesto, se establece la tasa de crecimiento de la variable objetivo intermedio (ALP), que el Banco de España controlará en su evolución a lo largo de una senda comprendida dentro de una banda de fluctuación, y que ha variado históricamente entre ± 2.5 puntos hasta los ± 1.5 puntos de diferencia de los años más recientes.

La elección de la variable APL como objetivo intermedio frente a otras alternativas, como podrían ser los tipos de interés nominales o reales, el crédito interno o los tipos de cambio, se fundamenta (Rojo y Pérez, 1977) en que la primera posibilita una regulación eficaz y relativamente más precisa (aunque su evolución durante 1987 parezca indicar lo contrario), en que está sujeta a elementos de inestabilidad relativamente menores que las otras variables, y en la confianza de las autoridades monetarias de la relación entre esta variable y el objetivo último perseguido. Esta decisión se tomó en el año 1983, cuando la relación entre la variable anteriormente utilizada, la M3 (efectivo más depósitos de ahorro y a plazo de bancos y cajas de ahorro), y el nivel del gasto monetario perdía estabilidad.

La política realizada en el mercado de dinero por el Banco de España se basa en tres instrumentos (Jiménez, 1986):

- El *coeficiente de caja*. Constituye una parte proporcional de los recursos de las entidades financieras sobre sus depósitos, que se exige se mantengan en un volumen determinado, aparte del coeficiente excedente que los bancos estipulan libremente.

- Los *préstamos de regulación monetaria*, mediante los cuales la autoridad monetaria satisface la demanda de dinero de las entidades financieras. Inicialmente se concedían proporcionalmente a los recursos de cada banco, y a tipos de interés menores que los del mercado. Posteriormente, evolucionaron hacia su concesión por medio de la subasta, que se complementan con otros préstamos a lo largo del día, para resolver los problemas de liquidez imprevista, que se conocen con el nombre de «segunda ventanilla».

- Operaciones realizadas con el objetivo de drenar liquidez al sistema a corto y medio plazo, captando el ahorro del sector privado. Han recibido distintas denominaciones en el tiempo, destacando los *Pagarés del Tesoro* y las *Letras del Tesoro* actuales (mediante subasta competitiva y a vencimiento no superior a 18 meses), los

Certificados de Regulación Monetaria (CRM) del Banco de España, los Bonos del Tesoro (con vencimiento no superior a cinco años) etcétera.

El Banco de España (Gil, 1986), aunque no se fija un objetivo de interés, sigue su evolución tanto en los mercados nacionales como internacionales, e influye de forma decisiva en alguno de ellos, como el tipo de interés del mercado interbancario, y con sus posteriores repercusiones sobre el resto.

2.5. Relación entre tipos de interés y tipos de cambio

Desde el punto de vista teórico la relación entre tipos de interés y tipos de cambio es clara: la teoría de la paridad de intereses no cubierta nos indica que dada una movilidad perfecta de capitales, el tipo de interés doméstico se determina por los tipos de interés internacionales y por la evolución de las expectativas de apreciación o depreciación del tipo de cambio (Fernández, 1985).

Pero también existe una relación en sentido contrario: el premio que supone para una moneda que el diferencial de tipo de interés sea a su favor y mayor que su margen a futuros produce una entrada de capitales exteriores que la mueven hacia posiciones de revaluación.

Este segundo tipo de relación se ha podido apreciar con toda crudeza para la economía española en el último año y continúa poniéndose de manifiesto. No existen demasiadas evidencias empíricas de que este tipo de relaciones se hayan producido de forma significativa en años anteriores, condicionando la evolución de los tipos de interés españoles al tipo de cambio de la peseta y/o viceversa, y fundamentalmente por la escasa liberalización de los mercados financieros españoles (especialmente de cara al exterior) y por la obsesión de nuestra legislación sobre el control de cambios para evitar movimientos especulativos de las divisas.

Por supuesto, éste es un factor a tener muy en cuenta de forma creciente para España según se internacionalice nuestro mercado de capitales a corto y a largo plazo, pero no se puede incluir en la modelización de los tipos de interés españoles en el contexto de un modelo econométrico que, necesariamente, ha de referirse a un período muestral relativamente amplio, en el cual estas influencias no han sido palpables.

Desde el punto de vista actual y de futuro, el tema es de una trascendencia notable, especialmente con miras a la integración de la peseta en el Sistema Monetario Europeo (SME).

España podría entrar en el SME en septiembre de 1989, fecha en que corresponde revisar la composición de ECU por monedas (que se realiza cada cinco años) y además bajo presidencia española.

En ese momento la peseta pasaría a formar parte de la cesta de monedas que constituyen el ECU. Sin embargo, puede o no integrarse en 1989, retrasar la entrada hasta el 1 de enero de 1992 o incluso podría mantenerse al margen como actualmente están Gran Bretaña y Grecia.

A su vez, el ingreso de España puede realizarse en una banda de fluctuación respecto a una «paridad-pivote» o tipo de cambio central del ± 6 por 100 (caso de Italia) o del $\pm 2,25$ por 100 (resto de países). Incluso podría ser que el momento de la integración, no existiera ya más que una banda única al $\pm 2,25$ por 100.

El ingreso en el SME, conlleva una pérdida de independencia en política cambia-

ria, política monetaria y, en último término, en toda la política económica. Por ello, una decisión de integración tiene que ir necesariamente acompañada de un plan previo que permita al país entrar en la mejor posición posible.

Si España fuese a ingresar en septiembre de 1989, como se ha comentado en algunos niveles políticos y técnicos, en ese momento convendría partir de una peseta relativamente depreciada, es decir de una posición de competitividad comercial favorable. Por tanto, habría que esperar un período de *reducción de tipos de interés* y acercamiento a los de otros países de la CEE, a fin de no facilitar la entrada de capitales extranjeros que impulsasen al alza a la peseta. Pero tipos de interés más bajos aconsejan no sólo una inflación contenida, sino una política fiscal restrictiva (con limitadas exigencias de financiación del sector público) y una política monetaria relativamente expansiva.

Precisamente el panorama cambia radicalmente una vez incorporados al SME. En ese momento España deberá mantenerse dentro de una estrecha banda de fluctuación y la tendencia natural será a depreciarse, aunque sólo sea por una inflación diferencial que no creemos sea preciso justificar.

Para evitar esta depreciación (que es, sin embargo, la forma natural de mantener la competitividad de los productos españoles) se harán obligatorias las intervenciones del Banco de España en el mercado de cambios, vendiendo moneda extranjera para apreciar la peseta. Naturalmente, si la presión se hace excesiva, termina produciéndose un realineamiento de las monedas europeas, pero por acuerdo de todos los países y no como ahora por decisión unilateral. Como punto de referencia, Italia en los últimos ocho años ha ajustado su tipo de cambio respecto al ECU con una depreciación total del 22,6 por 100 (dos devaluaciones del 6 por 100 y tres de alrededor del 3 por 100) (Elías y Pes, 1988).

La consecuencia en términos de política monetaria de la nueva situación es que se pasa de objetivos en términos de cantidades (ALP) a control de precios (tipos de interés y tipos de cambio). Una peseta con tendencia natural a la depreciación, deberá corregirse con *tipos de interés relativamente altos* que estimulen la entrada de capitales. Pero tipos de interés altos son signos de política restrictiva y aquí puede entrar en conflicto con una política de crecimiento.

El tema es, por tanto, complejo y en cierta medida contradictorio pudiendo recogerse a efectos de predicción de los tipos de interés españoles únicamente a través del empleo de variables ficticias cualitativas.

3. MODELIZACION DE TIPOS DE INTERES A CORTO PLAZO

El tipo de interés a corto plazo habitualmente utilizado en los diversos estudios realizados sobre el tema en España ha sido el del mercado interbancario de depósitos, a diferentes plazos. Este mercado presenta unas características especiales, que es preciso analizar.

Comenzó a funcionar en el año 1964, cuando los tipos de interés dejaron de estar sujetos a control, con el propósito de permitir a los bancos rentabilizar y minimizar sus excedentes de caja temporales. Hasta el año 1973, sus actividades se realizan sólo de forma ocasional (Martínez, 1981) y entre bancos ligados por participaciones de capital. Las operaciones del mercado interbancario se miraban en estos primeros años

con desconfianza, al considerar los prestamistas que ayudaban a la competencia y los prestatarios que perdían prestigio al pedir ayuda a sus competidores.

Posteriormente, el mercado se desarrolla de forma paulatina, constituyéndose en prácticamente el único mercado monetario español hasta principios de los 80, aunque actuaba fuertemente condicionado por los grandes bancos. En este sentido, y dado que la evolución de sus tipos de interés ha sido puntualmente muy volátil (aunque con tendencia a operar con tipos similares a los del Banco de España) se le ha prestado mucha atención como indicador de la actividad monetaria general, y afectando de forma esporádica la política monetaria del Banco de España, que ha intentado reducir sus tensiones.

Anteriormente a 1980, su relación con los restantes tipos aplicados por la banca ha sido más bien tenue, dado que sus operaciones han sido puntuales y de menor cuantía que las de los préstamos de regulación monetaria, reflejando, en ocasiones tensiones inexistentes en el mercado financiero agregado.

A partir de estos años, su funcionamiento es menos estrecho, al incorporarse la banca extranjera y los bancos españoles de menor tamaño, y mostrando relaciones claramente identificables con el mercado interbancario de Londres (tipo de interés de los eurodólares, o London Interbank Offer Rate, LIBOR), con la política monetaria de los Estados Unidos respecto al dólar, y con la actuación puntual de las autoridades monetarias españolas (Tornabell, 1983).

El mercado interbancario realiza dos tipos de operaciones (operaciones «puras» y «dobles», o con pacto de recompra) y a diferentes plazos (a un día, a una semana, a una quincena, a un mes —de 27 a 33 días—, a tres meses —de 88 a 94 días— y a 6 meses —de 172 a 192 días—), disponiéndose de series estadísticas mensuales, para todos los plazos, desde enero de 1977 a octubre de 1988, en el momento de cerrar este trabajo. El tipo de interés a corto plazo utilizado en los estudios españoles e internacionales suele ser el de vencimiento a tres meses, dado que los tipos a menor plazo pueden reflejar tensiones mucho más del día a día, y que a 6 meses los tipos de interés pueden estar más influenciados por condicionamientos a largo plazo.

La elección de cuál debe ser el tipo de interés específico que se muestre como representativo de los de corto plazo es compleja, dadas las interrelaciones y el extraño comportamiento del mercado interbancario, especialmente antes de los 80, y mostrándose por algunos autores que el tipo de referencia de la estructura de los tipos de interés del sistema financiero español es el rendimiento interno de los Pagarés del Tesoro. El tipo de interés de los Pagarés, independientemente de su plazo de vencimiento (a un mes, tres meses, etcétera) reflejan también una evolución muy coyuntural, al negociarse día a día en los mercados financieros, y dependiendo mucho de los nominales negociados. Otra variable que también se podría utilizar es el tipo variable de referencia de los créditos bancarios, serie estadística de la cual sólo disponemos de datos desde enero de 1980.

En función de esto hemos decidido utilizar como tipo de interés a corto plazo de referencia el del interbancario de depósitos a tres meses, en función del cual se modelizarán los otros dos indicadores a corto plazo elegidos: el tipo variable de referencia de los créditos bancarios y el tipo de interés de intervención con pagarés del tesoro a 3 meses (4).

(4) La fuente estadística de estas tres series es el Banco de España.

3.1. Definición estadística de las series utilizadas

Tal y como se describió en el epígrafe anterior, la disponibilidad de series estadísticas de tipos de interés en España, independientemente del plazo considerado, es un grave problema a la hora de elaborar un modelo econométrico. Los mercados se han liberalizado hace relativamente pocos años y su funcionamiento no ha sido adecuado hasta finales de la década de los 70.

Indica Pulido (1983) que *la existencia de muestras pequeñas, inferiores a quince datos, produce estimaciones con varianzas comparativamente elevadas respecto a las que se obtendrían con tamaños muestrales superiores*, lo que afectará a los diferentes contrastes estadísticos.

Teniendo en cuenta que sólo disponemos de ocho datos de periodicidad anual (1980-1987), calculamos como media de los tipos de interés mensuales, tenemos que buscar algún procedimiento que nos permita enlazar con algún otro tipo de interés a corto plazo, para poder disponer, como mínimo, de 15 datos (período 1973-1987).

Para ello hemos utilizado la relación existente (Bergés y Ontiveros, 1984) entre el tipo de cambio de la peseta al contado y el tipo de cambio a plazo (a tres meses) en función del *arbitraje del interés en cobertura*. Este arbitraje implica que los recursos financieros se desplazarán hacia aquella moneda para la cual, en idénticos niveles de riesgo, se obtenga una remuneración más elevada en términos de tasa de retorno. Para ello se establece un *descuento o prima* porcentual del tipo de cambio en el mercado de futuros sobre el tipo de cambio al contado, que debe igualarse al diferencial de tipos de interés, para las dos monedas comparadas.

La prima o descuento a futuros vendrá dada por:

$$\text{PRIMA} = (\text{XRATFUT} - \text{XRAT})/\text{XRAT}$$

donde:

- XRAT = Tipo de cambio al contado peseta/dólar EE.UU. Media anual.
- XRATFUT = Precio de la peseta en el mercado de futuros, a un determinado plazo de vencimiento.

Dependiendo de que la prima sea positiva o negativa, se dirá que la peseta cotiza con premio o con descuento, con respecto al dólar.

Se puede demostrar (Bergés y Ontiveros, 1984) que para movimientos no muy pronunciados de los tipos de interés y de cambio:

$$\text{TINT3} - \text{TCUS} \cong (\text{XRATFUT} - \text{XRAT})/\text{XRAT} = \text{PRIMA}$$

donde

- TINT3 = Tipo de interés nominal del mercado interbancario de depósitos a 3 meses.
- TCUS = Tipo de interés nominal de los bonos del Tesoro a 3 meses en EE.UU. (Tipo a Corto plazo USA).

Dado que disponemos de la información estadística de la prima de cotización de la peseta con respecto al dólar a 3 meses (5) desde el año 1973, podemos calcular el *tipo de interés implícito*, que se deduce del mercado de futuros.

Como puede observarse (Gráfico 1, Apéndice), la relación entre el tipo de interés implícito así calculado y el tipo de interés del mercado interbancario a tres meses es muy estrecha, especialmente a partir del año 1981. Podemos, entonces, elaborar una nueva serie, TCSP (Tipo a Corto plazo España), enlazando las dos anteriores a partir del año 1980. Esta serie refleja la evolución del tipo de interés implícito desde 1973 hasta 1979, y la del tipo del mercado interbancario de depósitos a 3 meses, a partir de este año.

Frente a la alternativa de modelizar los tipos de interés en términos nominales o en términos reales, hemos tomado la decisión de modelizar estos últimos, dado que la alta correlación entre tipos de interés nominales y tasa de inflación produce elevados ajustes estadísticos, pero no nos dan la seguridad de poder explicar plenamente su comportamiento. Como hemos visto en anteriores capítulos, el tipo de interés real se puede calcular de formas alternativas, dependiendo de si lo que se descuenta es la tasa de inflación esperada (tipo de interés real «ex-ante», calculada a su vez de varias formas), o la tasa de inflación efectiva (tipo de interés real «ex-post»), que se pueden conjugar en un procedimiento teórico de cálculo también enunciado: asumir que las tasas de inflación esperadas se forman racionalmente, de tal forma que los participantes en el mercado conocen toda la información disponible sobre la inflación futura, que coincide con la efectiva del período. Al fin y al cabo, el tipo de interés real calculado de esta forma es al que se refieren todas las noticias económicas o sobre el que las autoridades monetarias elaboran sus políticas macroeconómicas. Es también el utilizado en la mayoría de los trabajos empíricos sobre tipos de interés reales.

Otro punto importante es definir cómo vamos a medir la tasa de inflación, es decir, cuál va a ser el índice de precios o el deflactor utilizado para descontar los efectos de la inflación sobre los tipos de interés nominales. Alternativamente, podría utilizarse:

- El Índice de Precios al Consumo.
- El Deflactor del Consumo Privado Nacional.
- El Deflactor de la Demanda Interior.

En la mayoría de los trabajos internacionales se suele utilizar el Deflactor del Consumo Privado, en la medida de que las estadísticas son más fiables y las discrepancias entre éste y el índice de precios al consumo, son mínimas. En España podríamos utilizar el Índice de Precios al Consumo, dado que su información puntual es más amplia (el Deflactor del Consumo Privado sólo se conoce cuando el Instituto Nacional de Estadística, en febrero de cada año, publica sus estimaciones —normalmente, posteriormente corregidas—) y que las expectativas de inflación se forman en torno a la evolución de este indicador. Por otra parte, su relación con el deflactor del consumo privado es inmediata y tiene la ventaja, por nuestra parte, que este indicador se calcula ya en el modelo Wharton-UAM.

(5) Boletín Estadístico del Banco de España.

Por tanto, vamos a calcular los tipos de interés reales nacionales restando al tipo de interés nominal que se considere en cada caso la tasa de crecimiento del deflactor del consumo privado (6) :

$$TCSP80 = TCSP - PCPIERAT$$

donde:

- TCSP80 = Tipo de interés a corto plazo, en términos reales.
- TCSP = Tipo de interés a corto plazo, en términos nominales.
- PCPIERAT = Tasa de crecimiento del deflactor del consumo privado interior, base 1980 = 100 (Precios Consumo Privado Interior —tasa—).

Respecto a las variables elegidas como exógenas en la modelización de los tipos de interés a corto, se han utilizado las siguientes:

- *La velocidad de circulación del dinero*, definida como la proporción de los activos líquidos en manos de público (ALP) (7) sobre el producto interior bruto, en términos nominales (GDPM) (8).

$$VCIR = (GDPM/ALP)$$

Esta variable mostraba una correlación muy alta con algunas otras variables exógenas de mayor capacidad explicativa, por lo que se decidió no utilizarla.

- *El déficit del sector público de cada año*, en términos de contabilidad nacional (9) y, alternativamente, como proporción del producto interior bruto nominal. También mostraba fuerte correlación con otras variables explicativas, especialmente con la deuda viva de las Administraciones Públicas. Fue desechada.

- *La desviación en la tasa de crecimiento de los ALP* (DESVALP), calculada como la tasa de crecimiento de los ALP (o de la variable utilizada anteriormente a 1983 como «objetivo intermedio», en la política monetaria española), prevista por el Gobierno en sus presupuestos de cada año (ALPREV), y la efectivamente acaecida (ALPERAT). Esta variable se muestra como altamente significativa, aunque incorpora el problema de recoger muy bien la evolución general de la serie y no los crecimientos puntuales.

- *La deuda viva de las Administraciones Públicas*. (DEUDAVIV), calculada como suma de los Títulos del Mercado Monetario (P5), los Títulos de Renta Fija Negociables y no Negociables (P6 + P8) y la Apelación al Banco de España (P91) (10), o bien deflactada por el deflactor del producto interior bruto (DEUDA80). Alternativamente, también se ha utilizado esta variable como proporción del ahorro

(6) Fuente: Instituto Nacional de Estadística, I.N.E.

(7) Fuente: Boletín Estadístico del Banco de España.

(8) Fuente: I.N.E.

(9) Fuente: I.N.E.

(10) Fuente: Cuentas Financieras de la Economía Española e Informe Anual. Banco de España.

de las familias (SH) y empresas (SCP) (11) (variable DEUDAHOR), y tasa de crecimiento de la variable anterior (DEUDA).

$$DEUDAHOR = DEUDAVIV / (SH + SCP)$$

- *La tasa de crecimiento del índice de precios al consumo (PCPIERAT).* Inicialmente podría parecer que esta variable no se debe incluir, dado que modelizamos el tipo de interés real, ya descontado de la inflación. Sin embargo, y como hemos indicado, la relación entre el tipo de interés real y la inflación hay que considerarla también en su vertiente de expectativas, de incertidumbre y de desfases temporales.

En nuestro modelo la tasa de crecimiento de la inflación es una de las variables más significativas, mostrando una relación de signo opuesto con el tipo de interés real a corto plazo.

- *El tipo de interés real a corto plazo internacional.* Esta es la variable cuyo cálculo ha resultado más complicado, dado que los tipos de interés internacionales se pueden calcular ponderando distintos países y utilizando distintos pesos. La forma teóricamente correcta de elaborarlos sería ponderando el peso de las monedas de cada país en nuestro comercio exterior, procedimiento muy complicado ya que habría que utilizar prácticamente todas las monedas mundiales y determinar su peso —algunas, evidentemente, tendrían un peso ínfimo—. Incluso utilizando sólo las monedas más importantes en nuestro comercio exterior (países europeos, EE.UU. y Japón), este cálculo nunca se ha realizado, por no disponerse de la información necesaria.

Alternativamente, podemos utilizar el peso de las monedas en nuestra deuda exterior (Criterio I) (12), o las ponderaciones de los mismos países utilizados en el Criterio I, pero en nuestro comercio exterior, como suma de importaciones más exportaciones totales de bienes (Criterio II) (13).

CUADRO 1

Ponderaciones de la cesta de tipos de interés para el cálculo del tipo de interés internacional de España

	Criterio I	Criterio II
Estados Unidos	52.52	41.155
República Federal Alemana	13.21	16.900
Francia	1.18	21.305
Reino Unido	3.68	11.600
Suiza	15.10	3.835
Japón	14.31	5.205

(11) Fuente: I.N.E.

(12) Fuente: Banco de España.

(13) El período considerado es 1984-1986. Posteriormente se han recalculado para que sumen 100.

Como puede observarse, las ponderaciones son muy similares, en ambos criterios, para EE.UU. y la R.F.A., pero también muy dispares para el resto de los países, destacando especialmente el caso de Francia y el Reino Unido (con un peso muy importante en el comercio exterior y pequeño en la deuda exterior española) y, en sentido contrario, el caso de Suiza o de Japón.

También podríamos utilizar directamente el tipo de interés del eurodólar en Londres (LIBOR), en términos reales, pero teniendo en cuenta las relaciones antes apuntadas entre este tipo de interés y el del mercado interbancario de Madrid (MIBOR), si incluimos esta variable como exógena estaríamos explicando, como diferencia, la prima o descuento a futuros de la peseta con respecto al dólar, y no el tipo de interés real.

El cálculo de los tipos de interés reales internacionales se puede realizar de dos formas alternativas, que conducen al mismo resultado:

1. Calcularlo como la diferencia entre el tipo de interés a corto nominal internacional y el índice de precios internacional, ponderando en las dos variables cada país de acuerdo a los criterios I y II.
2. Calcular primero los tipos de interés reales a corto plazo de cada país (como diferencia entre el tipo nominal y la tasa de crecimiento de la inflación) y, posteriormente ponderarlos, de acuerdo a los dos criterios.

En nuestro caso, y teniendo en cuenta que nuestro objetivo es elaborar un modelo que permita la prescripción en política económica, hemos utilizado las dos formas de cálculo, con objeto no sólo de poder explicar adecuadamente la variable endógena sino, también, proporcionar la mayor cantidad de información de los mercados internacionales.

En todo caso y, como puede observarse en el Gráfico 2 (Apéndice) la evolución de los tipos reales a corto internacionales, calculados con los criterios I y II, son muy similares; la evolución del LIBOR real es algo más errática.

En la modelización se ha mostrado más adecuado el tipo de interés real internacional calculado con las ponderaciones de la *deuda exterior española* aunque, como apuntaban los trabajos del Servicio de Estudios del Banco de España, la relación entre los tipos de interés reales internacionales y los nacionales, al menos a corto plazo, no parece ser muy importante, recogiéndose mejor su evolución utilizando variables domésticas.

3.2. Modelo a medio y largo plazo

La modelización con datos de periodicidad anual de interés a corto plazo real (TCSP80) se puede realizar, en su mayor parte, utilizando únicamente dos variables explicativas: la tasa de crecimiento de la proporción de la deuda viva de las Administraciones Públicas sobre el ahorro total de familias y empresas (DEUDA), y tasa de crecimiento de la inflación (PCPIERAT). Tal y como muestra la ecuación 1, el tipo de interés real muestra una correlación positiva con el crecimiento de la deuda y negativa con el crecimiento de la inflación.

Ecuación 1. Tipo de interés a corto plazo

DEP.	VARIABLE	TCSP80	0				
	EST. COEF.	LABEL	LG	TRANSFOR- MATIONS	ST. DEV.	T	BC %
1	.108127	DEUDA	0		.3396D-01	3.18	31.5
2	— .858956	PCPIERAT	0		.1242	6.92	68.5
3	11.5196	CONST			1.874	6.15	
SE	2.23380	MAPE	57.40	73 — 87	DW 2.36	R2 0.829	R2C 0.801

Esta ecuación podría utilizarse de predicción mostrando un ajuste muy adecuado, teniendo en cuenta la evolución de la serie (Gráfico 2, Apéndice), pero no permite recoger los puntos críticos en los que ésta se sale de su evolución tendencial.

Con objeto de poder simular políticas alternativas sería adecuado introducir el crecimiento de la oferta monetaria y los tipos de interés reales internacionales, aunque la significación estadística de la ecuación no mejora de forma importante. Ello no implica que estas variables no afecten a la evolución de los tipos de interés reales a corto plazo. El gráfico 2 muestra una elevada relación entre los tipos internacionales (TCINTE80) y nacionales, y después de cada separación entre ambas series (años 1977, 1983 y 1987, especialmente) se produce un ajuste inmediato en su evolución en los años posteriores, lo que prueba su relación. De forma similar, la desviación en el crecimiento de los ALP previstos por el Gobierno y efectivos (DESVALP), en los años 1877, 1983 y 1987, podría ser suficiente para explicar estos cambios. Sin embargo, en un modelo econométrico todos los datos tienen igual importancia, y la relación entre estas dos variables en el período estudiado cambia frecuentemente de signo (recordemos la controversia teórica acerca de cuál debe ser la relación entre oferta monetaria y tipos de interés reales, descrita en el epígrafe 3.2).

Un mecanismo de corrección del ajuste podría realizarse asumiendo que no es lo mismo una desviación de dos puntos de crecimiento entre la oferta monetaria prevista y la real, que si la desviación alcanza los seis puntos de diferencia. Para ello podríamos utilizar variables ficticias, cuya explicación teórica sería que los tipos de interés reales a corto plazo tendrán la evolución futura que determinen conjuntamente la deuda pública en proporción del ahorro, la tasa de crecimiento de la inflación, la desviación en el crecimiento previsto por el Gobierno en la oferta monetaria y el tipo de interés real a corto plazo internacional, siempre que no efectúen medidas de política interior ajenas a la crisis internacional (FIC74), que no crezca la deuda pública de forma significativa, desplazando al sector privado de los mercados financieros (efecto «crowding out») (FIC83) o que la desviación en el crecimiento de los ALP, respecto a la previsión gubernamental, supere los cuatro puntos de diferencia (FIC87).

Ecuación 2. Tipo de interés real a corto plazo. Serie anual

DEP	VARIABLE	TCSP80	0				
	EST. COEF.	LABEL	LG	TRANSFOR- MATIONS	ST. DEV.	T	BC %
1	.592234D-01	DEUDA	0		.2567D-01	2.29	10.8
2	.421316	TCINTE80	0		.2222	1.93	11.7
3	— .290262	DESVALP	0		.1914	1.51	7.3
4	— .591362	PCPIERAT	0		.1205	4.92	29.4
5	4.52094	FIC83	0		1.471	3.05	12.1
6	7.12896	FIC87	0		1.478	4.83	19.0
7	3.62218	FIC74	0		1.436	2.51	9.7
8	7.15503	CONST			2.186	3.27	
SE	1.08605	MAPE 74.66	73 — 87	DW 2.33	R2 0.976	R2C 0.953	

La ecuación 2 se muestra, por tanto, como la más adecuada para modelizar los tipos de interés a corto plazo en España. Todas las variables (excepto DESVALP) son estadísticamente significativas y con los signos de los parámetros adecuados.

Respecto al enlace entre el tipo de interés real a corto utilizado (TCSP) y el tipo variable de referencia de los créditos bancarios (TCBANC = Tipo a Corto plazo BANCA) y el tipo de interés de intervención con Pagarés del Tesoro (TCPGA = Tipo a Corto Pagarés del tesoro), dada la elevada correlación entre las variables (Gráfico 3, Apéndice) se ha decidido realizar en términos nominales, obteniéndose ajustes muy elevados (ecuaciones 3 y 4).

Ecuación 3. Relación entre el tipo de referencia de los créditos bancarios y el interbancario de depósitos a tres meses. Series anuales

DEP	VARIABLE	TCBANC	0				
	EST. COEF.	LABEL	LG	TRANSFOR- MATIONS	ST. DEV.	T	BC %
1	1.04789	TCSP	0		.7620D-01	13.75	100.0
2	.295437	CONST			1.195	0.25	
SE	0.53330	MAPE 2.56	80 — 87	DW 0.73	R2 0.969	R2C 0.964	

**Ecuación 5. Tipo de interés real del interbancario de depósitos a tres meses.
Serie trimestral**

DEP	VARIABLE	TCSP80Q	0				
	EST. COEF.	LABEL	LG	TRANSFOR- MATIONS	ST. DEV.	T	BC %
1	- 1.31289	PCPQERAN	0		.1471	8.93	31.2
2	.798270	DESVALPQ	0		.2673	2.99	8.8
3	1.06123	DEUDAQ	0		.1270	8.35	26.5
4	1.98789	TCINT80Q	0		.9180	2.17	7.4
5	- 5.56074	FIC831	0		1.421	3.91	9.5
6	5.01136	FIC841	0		1.283	3.91	8.5
7	4.76586	FIC872	0		1.380	3.45	8.1
8	4.86712	CONST			3.530	1.38	
SE	1.18911	MAPE 23.40	82.1 — 87.3	DW 2.00	R2 0.925	R2C 0.890	

La ecuación final estimada (ecuación 5) incluye también tres variables ficticias (83.1, 84.1 y 87.2), para recoger los crecimientos no esperados en la deuda viva de las Administraciones Públicas serie que, recordemos, no ha podido ser trimestralizada.

Incorporando el tipo de interés real trimestral de EE.UU. (TCUS80Q), en lugar del tipo de interés internacional real (TCINT80Q), la ecuación no mejora de forma significativa.

DEP	VARIABLE	TCSP80Q	0				
	EST. COEF.	LABEL	LG	TRANSFOR- MATIONS	ST. DEV.	T	BC %
1	- 1.19677	PCPQERAN	0		.1414	8.46	32.3
2	.612333	DESVALPQ	0		.2643	2.32	7.7
3	.974664	DEUDAQ	0		.1458	6.68	27.6
4	.428681	TCUS80Q	0		.3352	1.28	4.7
5	- 4.61539	FIC831	0		1.496	3.08	8.9
6	5.20642	FIC841	0		1.390	3.75	10.1
7	4.47124	FIC872	0		1.505	2.97	8.7
8	10.6531	CONST			1.744	6.11	
SE	1.29367	MAPE 27.97	82.1 — 87.3	DW 1.78	R2 0.912	R2C 0.870	

(15) Por ejemplo, a una tasa de crecimiento del 30 por 100 anual le corresponde el 6,78 por 100 de crecimiento trimestral acumulativo, mediante la fórmula:

$$(1 + i_{\text{trimestral}})^4 = (1 + i_{\text{anual}})$$

Respecto al enlace trimestral del tipo de interés del interbancario con otros tipos de interés a corto plazo, se ha procedido en la misma vía utilizada para el enlace anual, es decir, expresando el rendimiento interno de los Pagarés del Tesoro a tres meses (Ecuación 6) y el tipo de referencia de los créditos bancarios (Ecuación 7), ambos en términos nominales, en función del interbancario a tres meses, también en términos nominales.

Ecuación 6. Relación entre el rendimiento interno de los pagarés del tesoro a tres meses y el interbancario de depósito a tres meses. Series trimestrales

DEP	VARIABLE	TCPAGQ	0				
	EST. COEF.	LABEL	LG	TRANSFOR- MATIONS	ST. DEV.	T	BC %
1	1.07940	TCSPQ	0		.4659D-01	23.17	100.0
2	- 2.03940	CONST			.7330	2.78	
SE	0.74555	MAPE 3.80	80.1 — 87.3	DW 1.51	R2 0.949	R2C 0.947	

Ecuación 7. Relación entre el tipo de referencia de los créditos bancarios y el interbancario de depósitos a tres meses. Series trimestrales

DEP	VARIABLE	TCBANCQ	0				
	EST. COEF.	LABEL	LG	TRANSFOR- MATIONS	ST. DEV.	T	BC %
1	1.05165	TCSPQ	0		.3609D-01	29.14	100.0
2	.260661	CONST			.5679	0.46	
SE	0.57757	MAPE 2.71	80.1 — 87.3	DW 0.87	R2 0.967	R2C 0.966	

4. MODELIZACION DE LOS TIPOS DE INTERES A LARGO PLAZO

4.1. Modelo a medio y largo plazo

La variable habitualmente utilizada a nivel internacional, en la modelización de los tipos de interés a largo plazo, es el rendimiento interno de la deuda pública entre 5 y 20 años, y en España el rendimiento interno de algún instrumento de renta fija pública a largo plazo.

La instrumentalización de la política de emisión de renta fija pública en España se ha llevado a cabo a través de los Bonos del Estado (con vencimiento alrededor de cinco años), la Deuda Desgravable (en torno a tres años), las Obligaciones del

Estado (hasta 10 años) y los Pagarés del Tesoro (menos de 18 meses). Sus tipos de interés no han reflejado las tensiones de los mercados financieros más que a partir de 1977, cubriéndose con tan distintos períodos de vencimiento prácticamente todos los segmentos del mercado. Ello posibilita que en momentos de tensión, como los registrados a mediados de 1987, se puedan realizar emisiones al plazo de vencimiento conveniente, evitándose los endeudamientos a largo plazo del Estado a altos tipos de interés.

La serie elegida como tipo de interés representativo del largo plazo en España ha sido el rendimiento interno de la deuda pública con vencimiento mayor a dos años, calculado como media ponderada del rendimiento bruto de las emisiones de deuda pública para inversores sujetos al régimen general del IRPF y del IS (16) (TLSP).

Su modelización se realiza, en términos reales, en función del tipo de interés a corto plazo del período y desplazado un año (TCSP80), de tasa de crecimiento de la proporción de la deuda viva de las Administraciones Públicas sobre el ahorro de las familias y empresas (DEUDA), y de la tasa de crecimiento del deflactor del consumo privado interior (PCPIERAT) (Ecuación 8).

Ecuación 8. Tipo de interés a largo plazo. Serie anual

DEP	VARIABLE	TLSP80	0				
	EST. COEF.	LABEL	LG	TRANSFORMATIONS	ST. DEV.	T	BC %
1	-.194744	PCPIERAT	0		.1586	1.23	16.4
2	.437532	TCSP80	0		.1319	3.32	38.9
3	.433039	TCSP80	1		.7577D-01	5.72	36.9
4	.245989D-01	DEUDA	0		.1962D-01	1.25	7.8
5	2.30115	CONST			2.122	1.08	
SE	0.63314	MAPE 15.18	78 - 87	DW 2.71	R2 0.989	R2C 0.980	

El enlace entre el rendimiento de la deuda pública y otros tipos de interés a largo plazo se realizará en términos reales. Las otras series elegidas como representativas de los tipos de interés a largo son el rendimiento interno de las obligaciones del Sector Eléctrico (serie TLUNES) (17) y el tipo de interés de los créditos bancarios a tres años y más (serie TLBANC) (18), y se modelizan, también en términos reales (la relación en los tipos nominales a largo plazo no es tan estrecha como entre los tipos nominales a corto plazo, Gráfico 4, Apéndice) en función del tipo de interés de la deuda pública y de la tasa de crecimiento del deflactor del consumo privado interior (Ecuaciones 9 y 10).

(16) Fuente: Banco de España.

(17) Tipo a largo plazo UNESA.

(18) Tipo a largo Créditos Bancarios.

Ecuación 9. Relación entre el rendimiento interno de las obligaciones del sector eléctrico y el rendimiento interno de la deuda pública. Series anuales

DEP	VARIABLE	TLUNES80	0				
	EST. COEF.	LABEL	LG	TRANSFOR- MATIONS	ST. DEV.	T	BC %
1	.527976	TLSP80	0		.9901D-01	5.33	58.5
2	.424191	PCPIERAT	0		.1123	3.78	41.5
3	5.66633	CONST			1.624	3.49	
SE	0.58228	MAPE 34.84	78 — 86	DW 2.76	R2 0.981	R2C 0.975	

Ecuación 10. Relación entre el tipo de interés de los créditos bancarios a tres años y más y el rendimiento interno de la deuda pública. Series anuales

DEP	VARIABLE	TLBANC80	0				
	EST. COEF.	LABEL	LG	TRANSFOR- MATIONS	ST. DEV.	T	BC %
1	.423938	TLSP80	0		.4359D-01	9.72	40.4
2	— .633002	PCPIERAT	0		.4420D-01	14.32	59.6
3	.11.1557	CONST			.6337	17.61	
SE	0.26283	MAPE 8.42	78 — 87	DW 2.26	R2 0.997	R2C 0.997	

Las tablas de predicción a largo plazo del modelo de tipos de interés, para el período 1987-1990, serían las siguientes:

PREVISION. SOLUCION MODELO WUAM 1987-1992
PRE-JUNTA SOLUCION BASICA

Mayo 1988. Tabla 35.1 Tipos de intereses a corto plazo

LABEL		1987	1988	1989	1990	1991	1992
TCUS	T. I. NOM. CORTO PLAZO EE.UU.	6.800	6.900	8.500	7.500	7.400	7.300
TCSZ	T. I. NOM. CORTO PLAZO SUIZA	3.200	3.400	3.900	3.900	3.900	3.700
TCJA	T. I. NOM. CORTO PLAZO JAPON	3.500	3.400	3.700	4.200	4.500	4.700
TCGF	T. I. NOM. CORTO PLAZO R.F.A.	3.700	4.600	6.000	5.000	5.600	5.700
TCUK	T. I. NOM. CORTO PLAZO REINO UNIDI	9.300	8.700	9.000	9.700	9.100	9.200
TCFR	T. I. NOM. CORTO PLAZO FRANCIA	8.000	7.500	7.400	7.100	6.300	6.100
TCINTE	T. I. NOM. CORTO PLAZO INTERNACIOI	5.481	5.640	6.794	6.230	6.268	6.229
LIBOR	LONDON INTERBANK OFFER RATE	7.200	7.700	8.800	8.100	8.000	8.000
TCSP	T. I. NOM. C.P. ESPAÑA INTERBANCARI	15.783	10.228	9.729	9.414	9.870	9.625
TCPAGA	T. I. NOM. C.P. ESPAÑA PAGARES	14.610	8.766	8.203	7.847	8.362	8.085
TCBANC	T. I. NOM. C.P. ESPAÑA PREF. BANCAI	16.321	11.009	10.482	10.148	10.631	10.371
TCUS80	T. I. REAL CORTO PLAZO EE.UU.	3.100	2.900	3.700	3.400	3.600	3.000
TCSZ80	T. I. REAL CORTO PLAZO SUIZA	1.800	1.200	2.200	1.400	1.200	0.800
TCJA80	T. I. REAL CORTO PLAZO JAPON	3.400	2.200	1.600	1.200	1.800	2.200
TCGF80	T. I. REAL CORTO PLAZO R.F.A.	3.400	3.300	3.700	2.800	3.100	2.100
TCUK80	T. I. REAL CORTO PLAZO REINO UNIDI	5.200	4.500	4.500	4.700	4.900	5.200
TCFR80	T. I. REAL CORTO PLAZO FRANCIA	4.700	5.100	4.500	3.600	2.600	2.600
TCINTE80	T. I. REAL CORTO PLAZO INTERNACIOI	3.082	2.681	3.212	2.754	2.950	2.511
TCSP80	T. I. REAL C.P. ESPAÑA INTERBANCARI	10.571	6.017	4.974	4.661	4.180	4.116
TCPAGA80	T. I. REAL C.P. ESPAÑA PAGARES	9.399	4.555	3.447	3.093	2.672	2.575
TCBANC80	T. I. REAL C.P. ESPAÑA PREF. BANCA	11.110	6.798	5.726	5.395	4.941	4.862

MODELO WHARTOM-UAM: IAS-SYSTEM UNIVER. BONN
CENTRO «LAWRENCE R. KLEIN»

FCCEE. Universidad Autónoma de Madrid. Teléfono 397 48 74

PREVISION. SOLUCION MODELO WUAM 1987-1992
PRE-JUNTA SOLUCION BASICA

Mayo 1988. Tabla 35.2 Tipos de intereses a largo plazo

LABEL		1987	1988	1989	1990	1991	1992
TLUS	T. I. NOM. LARGO PLAZO EE.UU.	9.900	10.400	12.800	11.700	9.600	10.100
TLSZ	T. I. NOM. LARGO PLAZO SUIZA	4.100	4.100	4.200	4.400	4.600	4.600
TLJA	T. I. NOM. LARGO PLAZO JAPON	4.200	4.400	4.500	4.800	4.600	5.100
TLGF	T. I. NOM. LARGO PLAZO R.F.A.	5.900	6.600	7.300	6.800	7.300	7.600
TLUK	T. I. NOM. LARGO PLAZO REINO UNIDO	9.400	9.500	9.600	10.000	9.700	9.700
TLFR	T. I. NOM. LARGO PLAZO FRANCIA	10.200	10.300	9.800	9.400	8.800	8.200
TLINTE	T. I. NOM. LARGO PLAZO INTERNACIONAL	7.665	8.054	9.434	8.873	7.820	8.187
TLSP	T. I. NOM. L.P. ESPAÑA DEUDA PUBL.	12.703	12.734	10.835	10.218	10.569	10.227
TLBANC	T. I. NOM. L.P. ESPAÑA BANCA PRIV.	16.822	16.680	15.863	15.613	15.673	15.550
TLUNES	T. I. NOM. L.P. ESPAÑA OBL. ELECTR.	16.055	14.275	13.680	13.497	13.548	13.457
TLUS80	T. I. REAL LARGO PLAZO EE.UU.	6.200	6.400	8.000	7.600	5.800	5.800
TLSZ80	T. I. REAL LARGO PLAZO SUIZA	2.700	1.900	2.500	1.900	1.900	1.700
TLJA80	T. I. REAL LARGO PLAZO JAPON	4.100	3.200	2.400	1.800	1.900	2.600
TLGF80	T. I. REAL LARGO PLAZO R.F.A.	5.600	5.300	5.000	4.600	4.800	4.000
TLUK80	T. I. REAL LARGO PLAZO REINO UNIDO	5.300	5.300	5.100	5.000	5.500	5.700
TLFR80	T. I. REAL LARGO PLAZO FRANCIA	6.900	7.900	6.900	5.900	5.100	4.700
TLINTE80	T. I. REAL LARGO PLAZO INTERNACIONAL	5.267	5.094	5.852	5.397	4.502	4.469
TLSP80	T. I. REAL L.P. ESPAÑA DEUDA PUBL.	7.492	8.523	6.079	5.465	4.879	4.718
TLBANC80	T. I. REAL L.P. ESPAÑA BANCA PRIV.	11.611	12.470	11.108	10.860	9.984	10.041
TLUNES80	T. I. REAL L.P. ESPAÑA OBL. ELECTR.	10.844	10.064	8.925	8.744	7.858	7.947

MODELO WHARTOM-UAM: IAS-SYSTEM UNIVER. BONN
CENTRO «LAWRENCE R. KLEIN»

FCCEE. Universidad Autónoma de Madrid. Teléfono 397 48 74

PREVISION. SOLUCION MODELO WUAM 1987-1992
PRE-JUNTA SOLUCION BASICA

Mayo 1988. Tabla 35.3 Tipos de intereses (Exógenas)

LABEL	1987	1988	1989	1990	1991	1992
PCPUS	3.700	4.000	4.800	4.100	3.800	4.300
PCPSZ	1.400	2.200	1.700	2.500	2.700	2.900
PCRJA	0.100	1.200	2.100	3.000	2.700	2.500
PCPGF	0.300	1.300	2.300	2.200	2.500	3.600
PCPUK	4.100	4.200	4.500	5.000	4.200	4.000
PCPFR	3.300	2.400	2.900	3.500	3.700	3.500
PCPIERAT	5.211	4.211	4.755	4.753	5.690	5.509
DEUDAVIVI	17000.00019090.00021300.00023600.00025900.00028500.000					
	20.3%	12.3%	11.6%	10.8%	9.7%	10.0%
SCP	4600.000	5200.000	5850.000	6550.000	7300.000	8100.000
	12.2%	13.0%	12.5%	12.0%	11.5%	11.0%
SH	3290.000	3600.000	3900.000	4300.000	4750.000	5250.000
	13.4%	9.4%	8.3%	10.3%	10.5%	10.5%
DEUDAHOR	2.155	2.169	2.185	2.175	2.149	2.135
DEUDA	6.704	0.682	0.705	-0.435	-1.183	-0.677
ALPERATE	14.300	9.500	9.000	8.700	9.200	10.000
ALPREV	8.000	9.500	9.000	8.700	9.200	10.000
DESVALP	6.300	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0

MODELO WHARTOM-UAM: IAS-SYSTEM UNIVER. BONN

CENTRO «LAWRENCE R. KLEIN»

FCCEE. Universidad Autónoma de Madrid. Teléfono 397 48 74

5. APENDICE DE GRAFICOS

GRAFICO 1

Relación entre el tipo de interés interbancario a tres meses y el tipo de interés implícito cotización peseta a futuros

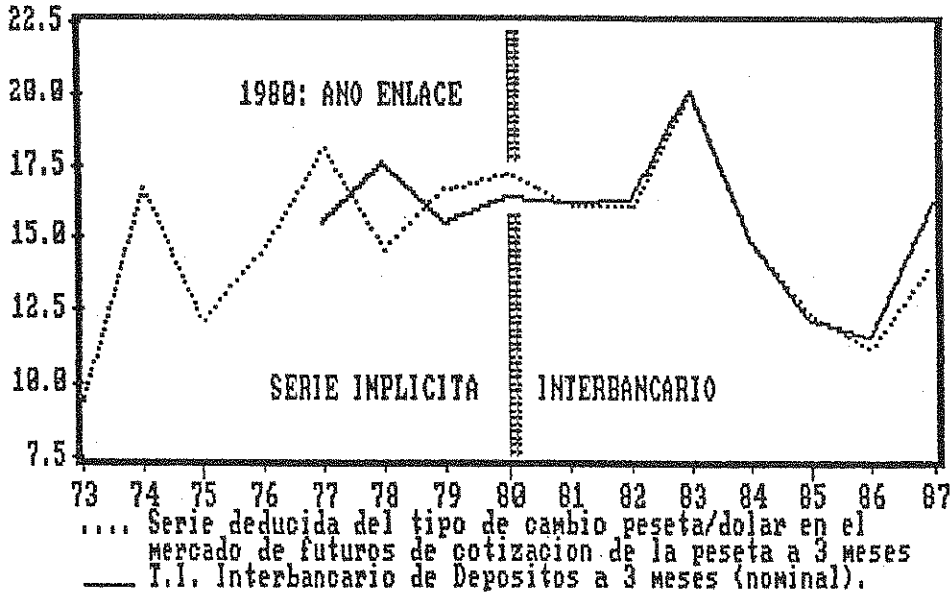


GRAFICO 2

Evolución de los tipos de interés reales a corto plazo nacionales e internacionales (series anuales)

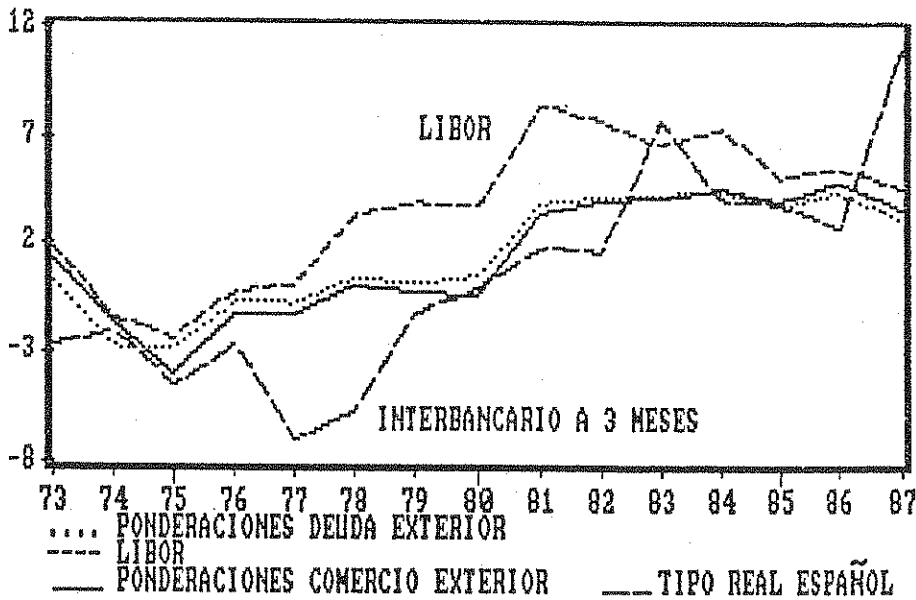


GRAFICO 3

Tipos de interés a corto plazo nominales evolución de las series mensuales

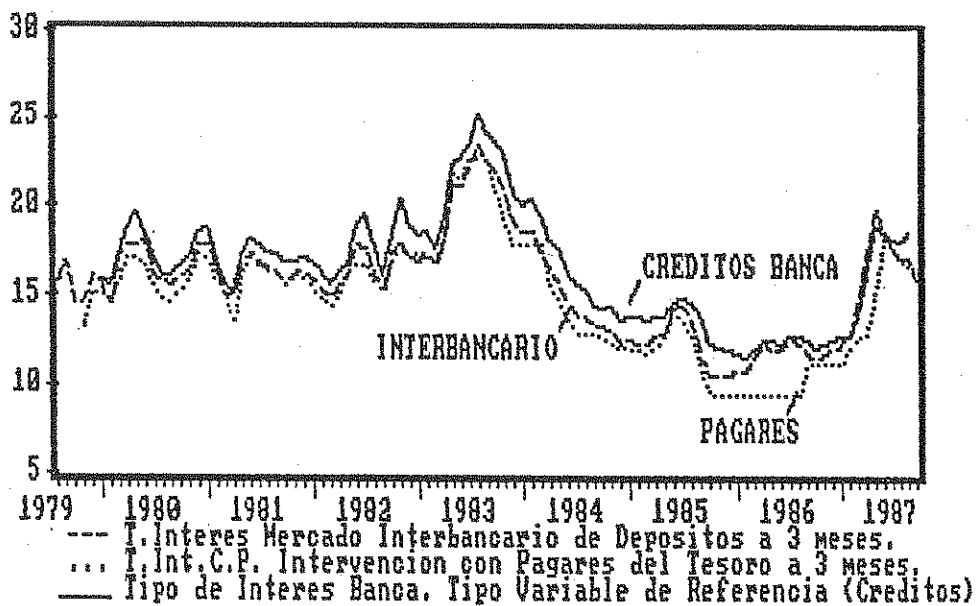
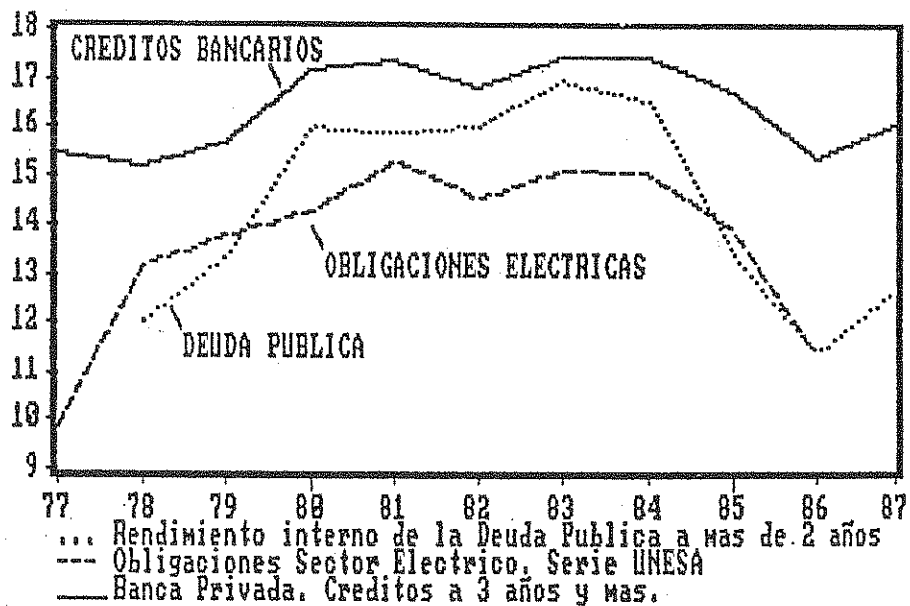


GRAFICO 4

Tipos de interés a largo plazo en España. Series anuales (nominales)



6. BIBLIOGRAFIA

- ATKINSON, P.; y CHOURAQUI, J. C. (1986): *Los Orígenes de los Altos Tipos de Interés Reales*. ICE, julio.
- BANCO DE ESPAÑA: *Boletines Estadísticos y Económicos e Informe Anual*. Varios meses y años.
- BERGES, A., y ONTIVEROS, E. (1984): *Mercados de Futuros en Instrumentos Financieros*. Editorial Pirámide. Madrid.
- BLANCHARD D. J., y SUMMERS, L. LL. (1984): *Perspectives of High World Real Interest Rates*. Brookings Papers on Economic Activity, II.
- CAMPBELL, J. Y., y SILLER, R. J. (1984): *A Simple Account of the Behavior of Long-Term Interest Rates*. American Economic Review. AEA Papers and Proceedings, vol. 74, núm. 2. Mayo.
- CANALS, J. (1987): *La Evolución de los Tipos de Interés en la Década de los 80*. «Caja de Pensiones La Caixa». Servicio de Estudios. Documento de Trabajo núm. 13.
- CARMICHAEL, J., y STEBBING, P. W. (1983): *Pisher's Paradox and the Theory of Interest*. American Economic Review, vol. 73, núm. 4. September.
- ELIAS, J., y PES, A. (1988): *El Sistema Monetario Europeo y el ECU*. «Caja de Pensiones La Caixa». Servicio de Estudios. Documento de Trabajo núm. 15. Enero.
- ESPASA, A. (1982): *Poblemas y Enfoques en la Predicción de los Tipos de Interés*. Banco de España. Servicio de Estudios. Documento de Trabajo núm. 8214.
- FELDSTEIN, M., y SUMMERS, L. (1978): *Inflation, Tax Rules, and the Long-Term Interest Rate*. Brookings Papers on Economic Activity, I.
- FERNANDEZ, V. (1985): *Economía y Política de la Peseta: 1974-1984*. ICE, enero/febrero.
- FISHER, I. (1930): *The Theory of Interest*. MacMillan. New York.
- FRIED J., y HOWITT, P. (1983): *The Effects of Inflation on Real Interest Rates*. American Economic Review, vol. 73, núm. 5. Diciembre.
- FIEDMAN B. M. (1975): *Targets, Instruments, and Indicators of Monetary Policy*. Journal of Monetary Economics. October.
- GIL G. (1986): *Sistema Financiero Español*. Banco de España. Servicio de Estudios. Estudios Económicos, núm. 29. Cuarta edición actualizada.
- HOSEK, W. R. (1983): *Stochastic Properties of the Real Rate*. Applied Economics, núm. 15.
- JIMENEZ, J. J. (1986): *Préstamos Sindicados en Pesetas: 1980-1985*. Memoria de Licenciatura. UAM. Febrero.
- KAÑA I., y LANSELINK, R. (1986): *The Level of Long-Term Interest Rates in the Netherlands*. Alegemene Bank. ABN Economic Review, núm. 118. December.
- MANKINW, N. G., y SUMMERS, L. H. (1984): *Do Long-Term Interest Rates React to Short-Term Interest Rates? Datos Overreact to Short-Term Interest Rates?* Brookings Papers on Economic Activity, I.
- MANKIW, N. G. (1986): *The Term Structure of Interest Rates Revisited*. Brookings Papers on Economic Activity, I.
- MARTINEZ, P. (1981): *El Control Monetario a Través de la Base Monetaria*. Banco de España. Servicio de Estudios Económicos, núm. 20.
- PAPELES DE ECONOMIA ESPAÑOLA (1985): *El Problema de la Elevación de los Tipos de Reales de Interés y el Déficit Público*. Núm. 24.
- PESANDO J. E. (1981): *On Forecasting Interest Rates. An efficient Markets Perspective*. Journal of Monetary Economics, núm. 8.
- PULIDO SAN ROMAN, A. (1983): *Modelos Económicos*. Ediciones Pirámide. Madrid.
- PRING, M. J. (1981): *How to Forecast Interest Rates*. McGraw-Hill. New York.
- ROJO, L. A., y PEREZ, J. (1977): *La Política Monetaria en España: Objetivos e Instrumentos*. Journal of Monetary Economics. October.

- ROLEY, V. V., y WALSH, C. E. (1984): *Unanticipated Money and Interest Rates*. American Economic Review. AEA Papers and Preceedings, vol. 74, núm. 2. May.
- SAMUELSON, P. A. (1951): *Curso de Economía Moderna*. Aguilar. Madrid.
- SHILLER, R. J.; CAMPBELL, J. I., y SCHOENHOLTZ, K. L. (1983): *Forward Rates and Future Policy: Interpreting the Term Structure of Interest Rates*. Brookings Papers on Economic Activity, I.
- TORNABELL, R. (1983): *El Mercado Interbancario Español y el Euromercado de Londres. Relaciones y Perspectivas*. Caja de Pensiones «la Caixa». Secretaría General. Departamento de Estudios. Documento de Trabajo núm. 1. (Fecha imprecisa: 1983 ó 1984).
- URRUTIA, M. (1983): *Tipos de Interés*. Enciclopedia Práctica de Economía, núm. 25. Ediciones Urbis.

CONSUMO DE ELECTRICIDAD Y CLIMATOLOGIA. ELABORACION DE LA TEMPERATURA TEORICA NACIONAL

JOSE VICENS

Universidad Autónoma de Madrid

El estudio del consumo de energía eléctrica ha generado en los principales países industrializados gran cantidad de trabajos y enfoques alternativos. Independientemente del método de análisis, que abarca desde modelos de regresión hasta modelos de optimización, la inmensa mayoría de los trabajos admite, como variables explicativas de la demanda de electricidad, el nivel de actividad económica, los precios relativos respecto a otras fuentes de energía y la climatología. Resulta evidente que, dependiendo del nivel de desagregación y de la unidad temporal utilizada, tales variables jugarán un papel más o menos importante o incluso pueden aparecer variables alternativas. En lo que se refiere al nivel de desagregación, un primer nivel básico es diferenciar tres sectores:

- Residencial.
- Industrial.
- Servicios.

Esta desagregación, que puede ser mayor dentro de cada grupo, es la seguida en la mayoría de los trabajos, tal y como es el caso del modelo francés de Leloup, Heraud y Grassi (1985), o el modelo SHAPES-PC desarrollado por Battelle (1976). De esta forma la climatología juega un papel primordial a nivel residencial, importante en el sector servicios y nulo en el sector industrial.

En lo que se refiere a la dimensión temporal, la climatología se hace más patente a corto plazo, mientras que a largo plazo sus efectos son poco relevantes. Asimismo, y a corto plazo, aparece un nuevo efecto o variable atribuible a la laboralidad y que hace que, por ejemplo, los consumos de un mes se diferencien de los de otro por el número de domingos o festivos que tiene cada mes.

El presente trabajo pretende obtener una temperatura teórica nacional y forma parte de un estudio más general, que tiene por objetivo analizar el consumo de elec-

tricidad mensual en España. El problema de partida es la imposibilidad que existe en nuestro país para diferenciar el consumo de electricidad en los sectores anteriormente enunciados, residencial, industrial y servicios, lo que nos lleva a un análisis conjunto de todas las variables y a utilizar el dato conocido del consumo nacional en electricidad.

Dada la dimensión temporal y la ausencia de desagregación sectorial, una variable clave de nuestro análisis es la climatología, medida en este caso por la influencia de la temperatura sobre el consumo de electricidad. El Instituto Nacional de Climatología proporciona información hasta un total de 76 observatorios distribuidos por el territorio peninsular e insular, lo que permitiría relacionar geográficamente consumos y temperaturas. Sin embargo, esto no es posible dada la ausencia de datos de demanda de electricidad con un nivel de desagregación geográfica aceptable. Red Eléctrica publica periódicamente datos de las denominadas «zonas eléctricas» (Catalana, Centro-Levante, Centro-Norte, Noroeste, Aragonesa, Andaluza), pero estas zonas obedecen a criterios sobre distribución y competencia de las compañías y no a criterios económicos o geográficos, existiendo zonas geográficamente mezcladas. Ello nos lleva a la necesidad de utilizar una temperatura única nacional, enfoque que incluso ha sido seguido por su sencillez y resultados en Francia por Ernoult, Matatia, Meslier y Rabut (1983), país en donde el sector es de importancia capital y existe una gran disponibilidad de información. En el presente informe se presenta el esquema seguido para la determinación de un indicador de la temperatura nacional y los resultados obtenidos. La metodología seguida ha consistido en un análisis de grupos, partiendo de datos mensuales de temperaturas. La obtención de una temperatura única nacional representativa del conjunto del territorio, posibilitará la explicación de la parte del consumo de energía eléctrica agregada sensible a cambios climáticos. Asimismo, esta temperatura puede ser aplicada en todos aquellos casos que intervenga la climatología y se disponga de datos mensuales, como es el caso de otros consumos energéticos. Algunas de las pruebas efectuadas hasta el momento demuestran que la temperatura teórica aquí obtenida tiene una capacidad explicativa sobre la demanda de electricidad muy superior a otras alternativas, tales como temperatura media nacional componentes principales de observatorios climáticos.

SELECCION DE OBSERVATORIOS CLIMATICOS

La práctica totalidad de los trabajos realizados sobre demanda de energía y climatología utilizan la temperatura como variable más relevante. Una temperatura nacional podría obtenerse por la simple media aritmética de los observatorios ponderados por alguna variable del tipo capacidad de consumo de la zona, parque de aparatos, etcétera. El problema que se plantea es la complejidad de seguir 76 observatorios con datos diarios, máxime cuando es lógico suponer la existencia de zonas climáticas similares para las que existiría información redundante. Por tanto, un objetivo que permita hacer el modelo final operativo, sería la selección de un grupo reducido de observatorios que representasen convenientemente la población total.

El método elegido para la selección de observatorios ha sido un análisis de grupos (Cluster), de tipo jerárquico aglomerativo mediante la técnica de Ward (1963). Se ha utilizado un análisis de grupos y no una aproximación mediante análisis discri-

minadamente, debido al desconocimiento existente *a priori* sobre la existencia de estructuras entre observatorios y el número de elementos que engloban. La selección de la técnica de Ward se debe a que consideramos, para el caso que estamos analizando, la mejor de las alternativas disponibles. En efecto, la técnica de Ward es superior a otros procedimientos jerárquicos, tales como distancia mínima o máxima (single linkage, complete linkage), distancia entre centros (Centroid), distancia promedio (group average), etc., dado que la unión de grupos la efectúa minimizando la suma de cuadrados del error o intragrupo, es decir, dispone de un criterio o función objetiva que en los otros casos no se da.

En la técnica de Ward, si el grupo «p» con n_p elementos se une al «k» con n_k elementos, formándose un nuevo grupo «q» con n_q elementos, tendremos que el incremento de la suma de cuadrados de error será:

$$\Delta S C E_{pk} = S C E_q - S C E_p - S C E_k$$

es decir, la correspondiente al nuevo grupo menos la de los dos grupos previos. Pero dado que la suma de cuadrados del error para cualquier grupo «k» es:

$$S C E_k = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^{n_k} (X_{ijk} - \bar{X}_{ik})^2$$

donde:

X_{ijk} = valor de la variable «i» para el elemento «j» del grupo «k»,

tendremos que:

$$\begin{aligned} \Delta S C E_{pk} &= \left(\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^{n_q} X_{ijq}^2 - n_q \sum_{i=1}^m \bar{X}_{iq}^2 \right) - \\ &- \left(\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^{n_p} X_{ijp}^2 - n_p \sum_{i=1}^m \bar{X}_{ip}^2 \right) - \\ &- \left(\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^{n_k} X_{ijk}^2 - n_k \sum_{i=1}^m \bar{X}_{ik}^2 \right) \end{aligned}$$

expresión que, operando y sustituyendo los valores del grupo «q» por los correspondientes a los grupos previos que lo constituyen (p, k) queda:

$$\Delta S C E_{pk} = \frac{n_p n_k}{n_p + n_k} \sum_{i=1}^m (\bar{X}_{ip} - \bar{X}_{ik})^2$$

con lo que el incremento en la suma de cuadrados del error por la fusión de dos grupos es proporcional a la distancia entre los centros de los mismos.

A efectos de cálculo, partiendo de la matriz total de datos, debe calcularse la matriz de $\Delta S C E$ entre los grupos y seleccionar la mínima para proceder a la siguiente

fusión y repetir el proceso. Esto implica tener que calcular siempre desde la matriz total de datos $\Delta S C E$ para los grupos que se unen. Existe un procedimiento más utilizado, consistente en poder utilizar la anterior matriz $\Delta S C E$ al realizar una nueva. Desarrollando la anterior expresión y considerando ahora el incremento en la suma de cuadrados del error por la fusión del nuevo grupo «q» a otro «j», tendremos:

$$\Delta S C E_{qj} = \frac{1}{n_q + n_j} [(n_p + n_j) \Delta S C E_{pj} + (n_k + n_j) \Delta S C E_{kj} \Delta S C E_{pk}]$$

Otro procedimiento muy utilizado es trabajar con la matriz de distancias euclidianas y seleccionar mediante distancias, la fusión que menos incrementa la suma de cuadrados (1).

En nuestra aplicación hemos partido de los datos de temperaturas medias mensuales para el período de 1980-1987. Es decir, se han considerado cada mes del período como una variable, de la cual se han deducido las distancias entre observatorios y los incrementos de la suma de cuadrados del error en cada fusión.

El cuadro 1 presenta los datos de partida para el total de observatorios, mientras que el cuadro 2 recoge los resultados del análisis de grupos efectuado. Dado que el análisis de grupos realizado es de tipo jerárquico aglomerativo, el punto de partida es considerar a cada elemento como un grupo y finalizar con todos los elementos en un único grupo.

La inspección del dendograma del cuadro 2 nos permite identificar seis zonas climáticas. Estas zonas quedan recogidas en la figura 1 y en el mismo pueden identificarse las provincias que las componen. Como puede observarse, existen dos observatorios (Lérida y Huesca) para los que se ha considerado la continuidad geográfica como variable adicional de clasificación.

El problema que se plantea es la bondad de la partición elegida, ya que son varias las alternativas, incluyendo la existencia de un único grupo. Mientras el uso del análisis de grupo se ha extendido ampliamente en las dos últimas décadas, no se ha investigado en la misma proporción sobre test de validación de las particiones encontradas. Milligan y Mahajan (1980), y Milligan (1981), revisan diferentes procedimientos para comprobar la calidad de las particiones y encuentran su dependencia del número de dimensiones o variables utilizadas. Arnold (1979), sin embargo, había resuelto previamente este problema mediante un test basado en un planteamiento de Friedman y Rubin (1967).

La hipótesis nula es que los datos se distribuyen uniformemente o unimodalmente. En el caso de una distribución uniforme de todas las observaciones, nos encontraremos con la no existencia de grupos, o cada elemento es un grupo diferente, y en el caso de una distribución unimodal, la población tiende a concentrarse en un punto y, por tanto, existe un solo grupo. Arnold selecciona para comprobar esta hipótesis, el estadístico de Friedman y Rubin:

(1) Una descripción más detallada de los distintos algoritmos de Cluster y los desarrollos matemáticos de la técnica de Ward puede encontrarse en Vicens, J.: «Análisis de datos multivariantes». Facultad de Económicas. Universidad Autónoma, 1987.

CUADRO 1

TEMPERATURAS MENSUALES NORMALES, PERIODO 00-01

Mes	DEPARTAMENTOS																							
	Cría	La	San	San	San	San	San	San	San	San	San	San	San	San	San	San	San	San	San	San	San	San	San	
ene	14.7	14.5	14.4	14.3	14.2	14.1	14.0	13.9	13.8	13.7	13.6	13.5	13.4	13.3	13.2	13.1	13.0	12.9	12.8	12.7	12.6	12.5	12.4	12.3
feb	14.8	14.6	14.5	14.4	14.3	14.2	14.1	14.0	13.9	13.8	13.7	13.6	13.5	13.4	13.3	13.2	13.1	13.0	12.9	12.8	12.7	12.6	12.5	12.4
mar	14.9	14.7	14.6	14.5	14.4	14.3	14.2	14.1	14.0	13.9	13.8	13.7	13.6	13.5	13.4	13.3	13.2	13.1	13.0	12.9	12.8	12.7	12.6	12.5
abr	15.0	14.8	14.7	14.6	14.5	14.4	14.3	14.2	14.1	14.0	13.9	13.8	13.7	13.6	13.5	13.4	13.3	13.2	13.1	13.0	12.9	12.8	12.7	12.6
may	15.1	14.9	14.8	14.7	14.6	14.5	14.4	14.3	14.2	14.1	14.0	13.9	13.8	13.7	13.6	13.5	13.4	13.3	13.2	13.1	13.0	12.9	12.8	12.7
jun	15.2	15.0	14.9	14.8	14.7	14.6	14.5	14.4	14.3	14.2	14.1	14.0	13.9	13.8	13.7	13.6	13.5	13.4	13.3	13.2	13.1	13.0	12.9	12.8
jul	15.3	15.1	15.0	14.9	14.8	14.7	14.6	14.5	14.4	14.3	14.2	14.1	14.0	13.9	13.8	13.7	13.6	13.5	13.4	13.3	13.2	13.1	13.0	12.9
ago	15.4	15.2	15.1	15.0	14.9	14.8	14.7	14.6	14.5	14.4	14.3	14.2	14.1	14.0	13.9	13.8	13.7	13.6	13.5	13.4	13.3	13.2	13.1	13.0
sep	15.5	15.3	15.2	15.1	15.0	14.9	14.8	14.7	14.6	14.5	14.4	14.3	14.2	14.1	14.0	13.9	13.8	13.7	13.6	13.5	13.4	13.3	13.2	13.1
oct	15.6	15.4	15.3	15.2	15.1	15.0	14.9	14.8	14.7	14.6	14.5	14.4	14.3	14.2	14.1	14.0	13.9	13.8	13.7	13.6	13.5	13.4	13.3	13.2
nov	15.7	15.5	15.4	15.3	15.2	15.1	15.0	14.9	14.8	14.7	14.6	14.5	14.4	14.3	14.2	14.1	14.0	13.9	13.8	13.7	13.6	13.5	13.4	13.3
dic	15.8	15.6	15.5	15.4	15.3	15.2	15.1	15.0	14.9	14.8	14.7	14.6	14.5	14.4	14.3	14.2	14.1	14.0	13.9	13.8	13.7	13.6	13.5	13.4

Fuente: Instituto Nacional de Meteorología.

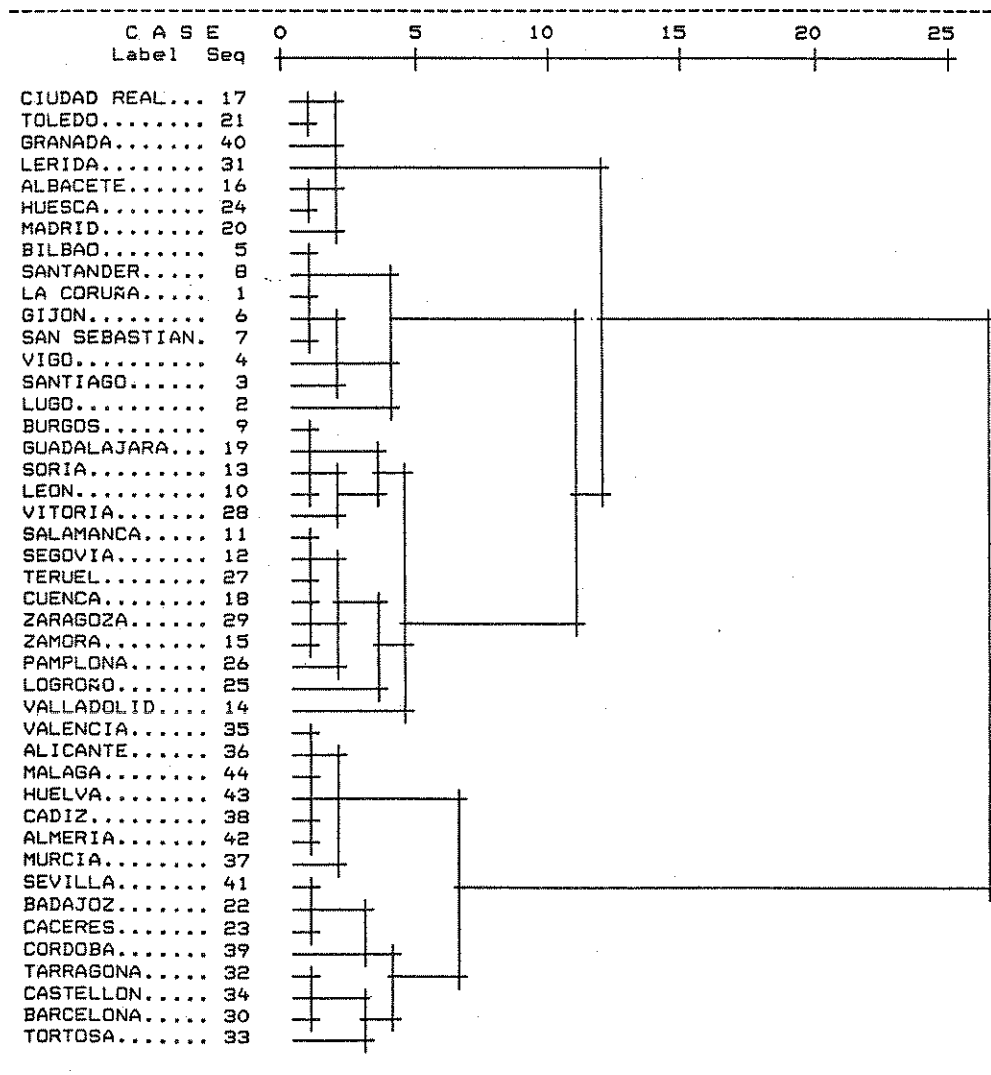
CUADRO 2

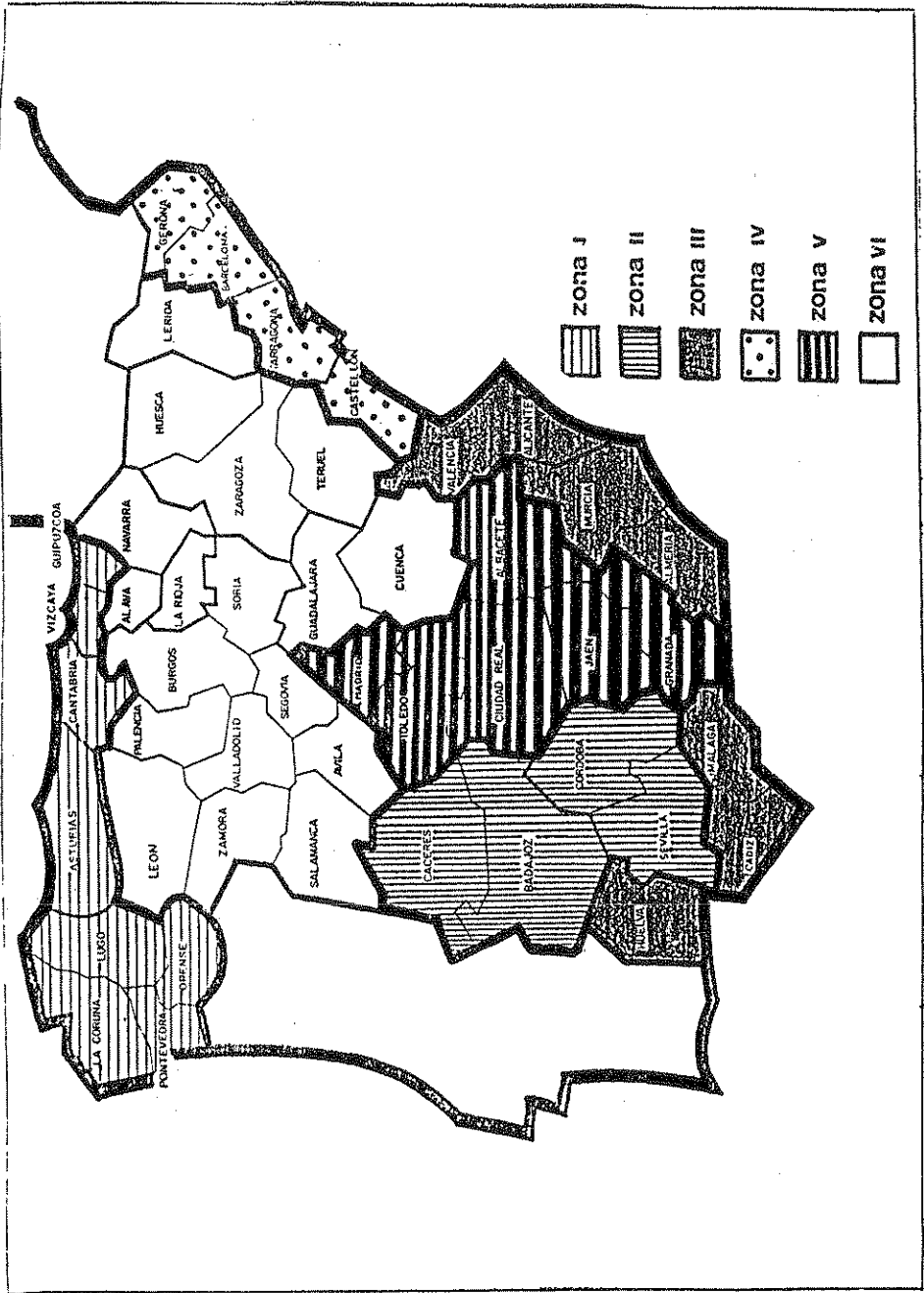
CLUSTER DE 44 OBSERVATORIOS CON TEMPERATURAS MEDIAS MENSUALES

(Período 1980-1987)

Dendrogram using Ward Method

Rescaled Distance Cluster Combine





$$C = \log [\text{máx} (|T| / |W|)]$$

siendo:

$$T = X' X$$

con «X» matriz de «n» objetos, «n» observaciones y «p» variables, en desviaciones a la media y, por tanto, |T| el determinante de la suma de cuadrados o variación total, y

$$W = \sum_{k=1}^g W_k$$

con

$$W_k = \sum_{j=1}^{n_k} (X_{jk} - \bar{X}_k)' (X_{jk} - \bar{X}_k)$$

$$X_{jk} = (X_{jk1} \ X_{jk2} \ \dots \ X_{jkp})$$

$$\bar{X}_k = (\bar{X}_{k1} \ \bar{X}_{k2} \ \dots \ \bar{X}_{kp})$$

N_k , número de observaciones del grupo k

g , número de grupos

con lo que W_k es la matriz de suma de cuadrados intra o variación intragrupo, y |W| el determinante de la matriz agregada de dispersión intragrupo. Por tanto, supone el test que el objetivo del análisis de grupos será minimizar la variación intragrupos y maximizar la variación entre grupos, objetivo común en este tipo de aplicaciones y en la técnica de Ward anteriormente utilizada.

Mediante generación de números aleatorios, determina valores de C para continuaciones de $N = 10, 20, 50, 100, 200, 500$ y 1.000; $g = 2, 4$ y 8 grupos, y $p = 5, 10$ y 20 variables y bajo la hipótesis de distribuciones unimodal y uniforme. Sus conclusiones son que en el caso de una distribución unimodal,

$$C \text{ (unimodal)} = \frac{e^{0,06239} g^{0,95242} p^{0,21011} a^{0,13389}}{N^{0,29723}}$$

y para el caso uniforme

$$C \text{ (uniforme)} = \frac{e^{0,03664} g^{0,89510} p^{0,13896} a^{0,16356}}{N^{0,23672}}$$

Tales desviaciones empíricas de C pueden utilizarse para contrastar, en primer lugar, si son unimodales las observaciones y, en segundo lugar, para rechazar la hipótesis nula de no existencia de grupos. El cuadro 3 obtiene los valores de C derivados de la expresión de Arnold y obtenidos en la experimentación llevada a cabo

CUADRO 3

$C_a = \text{LOG}(\text{MAX}(|T|/|W|))$ UNDER THE NULL
HYPOTHESIS OF UNIFORM DATA ($\alpha = 0.95$)

Entities	Attributes								
	2 Groups			4 Groups			8 Groups		
	5	10	20	5	10	20	5	10	20
10	1.46	n.a.	n.a.	2.71	n.a.	n.a.	n.a.	n.a.	n.a.
20	1.24	1.36	n.a.	2.30	2.53	n.a.	4.28	4.71	n.a.
50	1.00	1.10	1.21	1.85	2.04	2.25	3.45	3.79	4.18
100	.85	.93	1.03	1.57	1.73	1.91	2.92	3.22	3.55
200	.72	.79	.87	1.33	1.47	1.62	2.48	2.73	3.01
500	.58	.64	.70	1.07	1.18	1.30	2.00	2.20	2.42
1000	.49	.54	.59	.91	1.00	1.11	1.70	1.87	2.06

$C_a = \text{LOG}(\text{MAX}(|T|/|W|))$ UNDER THE NULL
HYPOTHESIS OF UNIMODAL DATA ($\alpha = 0.95$)

Entities	Attributes								
	2 groups			4 groups			8 groups		
	5	10	20	5	10	20	5	10	20
10	1.45	n.a.	n.a.	2.80	n.a.	n.a.	n.a.	n.a.	n.a.
20	1.18	1.36	n.a.	2.28	2.64	n.a.	4.41	5.10	n.a.
50	0.90	1.04	1.20	1.74	2.01	2.32	3.36	3.89	4.49
100	0.73	0.84	0.98	1.41	1.63	1.89	2.73	3.16	3.66
200	0.59	0.69	0.80	1.15	1.33	1.54	2.22	2.57	2.98
500	0.45	0.52	0.61	0.88	1.01	1.17	1.69	1.96	2.27
1000	0.37	0.43	.49	0.71	.82	.95	1.38	1.60	1.85

por este autor. En nuestro caso se ha trabajado con los datos del último año 1987 por simples razones operativas, y en nuestro caso los parámetros iniciales y valores del test de Arnold son:

Número de observaciones (N) = 44.
Número de variables (p) = 12.
Número de grupos (g) = 6.
C (unimodal) = 3,19.
C (uniforme) = 3,10.

Por otra parte, la C calculada mediante la agrupación realizada y por el cálculo de $\log(|T| / |W|)$ ha sido C = 11,2, pudiéndose rechazar las hipótesis nulas de que los datos provienen de una población unimodal o uniformemente distribuida.

Asimismo, comprobaciones sobre un nivel de agrupamiento inferior (g = 7) separando en dos grupos la zona 6, o un nivel de agrupamiento superior (g = 5) uniendo las zonas II y III, no implican mejores resultados del test.

Seleccionadas las zonas climáticas, el paso siguiente consiste en seleccionar observatorios representativos de cada zona. Para ello, y en base a las distancias euclidianas cuadráticas entre observatorios, se seleccionaron aquellos que presentaban una menor distancia sobre los elementos del grupo a que pertenecía,

$$O_k = \text{Min}_k \left(\sum_{j=1}^{N_k} d_{kj}^2 \right)$$

CUADRO 4

DISTANCIAS ENTRE OBSERVATORIOS Y NUMERO DE FAMILIAS POR PROVINCIA Y ZONA

(Ponderaciones a aplicar)

DISTANCIAS	Nº DE FAMILIAS	DISTANCIAS	Nº DE FAMILIAS
La Coruña.... 2346	297.859	Albacete..... 892	94.779
Lugo..... 4508	112.369	Ciudad Real.. 486	131.943
Santiago..... 2297	(1)	Madrid..... 826	1.347.497
Vigo..... 1718	222.543	Toledo..... 637	138.387
Bilbao..... 2216	330.306	Granada..... 777	208.400
Gijón..... 1347	330.676		
San Sebastián 1605	184.075	TOTAL ZONA 5(0.208)	2.095.156
Santander.... 2285	141.152		
TOTAL ZONA 1(0.173)	1.741.435	Burgos..... 9847	105.506
		León..... 5854	156.551
Badajoz..... 938	177.434	Salamanca... 4209	109.139
Cáceres..... 1052	122.305	Segovia..... 4199	44.540
Córdoba..... 640	189.445	Soria..... 6639	31.339
Sevilla..... 1138	379.860	Valladolid... 9292	134.891
TOTAL ZONA 2(0.086)	869.044	Zamora..... 5067	70.297
		Cuenca..... 5072	65.636
Valencia..... 1021	603.808	Guadalajara.. 8944	43.090
Alicante..... 903	331.238	Huesca..... 9050	61.886
Murcia..... 1351	257.702	Logroño..... 8917	75.466
Cádiz..... 1104	248.966	Pamplona.... 4572	139.301
Almería..... 882	111.687	Teruel..... 5110	48.966
Huelva..... 906	114.036	Vitoria..... 7019	69.952
Málaga..... 743	277.536	Zaragoza.... 4868	252.916
TOTAL ZONA 3(0.193)	1.944.973	Lérida.....17481	101.213
		TOTAL ZONA 6(0.161)	1.620.169
Barcelona.... 543	1.389.050		
Tarragona.... 487	149.226	TOTAL PENINSULAR...	10.077.770
Tortosa..... 821	(2)		
Castellón.... 395	131.043		
TOTAL ZONA 4(0.179)	1.806.993		

(1) Provincia de La Coruña
(2) Provincia de Tarragona

Fuente: Elaboración propia y Anuario Estadístico del INE.

BIBLIOGRAFIA

- ARNOLD, S.: «A test for Cluster». *Journal of Marketing Research*, 16, 1979.
- BATTELLE: «SHAPES-PC. An end use load forecasting model for electric utilities». Battelle. Columbus Division 1976.
- CARRER, B.; VICENS, J.: «Una aplicación del análisis de grupos a la Regionalización del País Valenciano». *Económicas y Empresariales*, vols. XI-XII, 1981.
- ERNOULT, M.; MATTATIA, R.; MESLIER, F.; RABUT, P.: «Estimation of the sensitivity of the electrical energy demand to variations in meteorological conditions». *EOF*, julio 1983.
- FRIEDMAN, H.; RUBIN, J.: «On some invariant criteria for grouping data». *Journal of the American Statistical Association*, 62, 1967.
- LELOUP, R.; HERAUD, M.; GRASSI, R.: «Long term French electricity forecast, the analytic method used by Electricite de France». Fifth International Symposium on forecasting. Montreal 9-12, June of 1985.
- MILLIGAN, G.: «A Monte Carlo Study of thirty internal criterion measures for clusters analysis». *Psychometrika*, 46, 1981.
- MILLIGAN, G.; MAHAJAN, V.: «A note on procedures for testing the quality of a clustering of a set of objects». *Pattern Recognition*, 12, 1981.
- WARD, J.: «Hierarchical grouping to optimize an objective function». *Journal of the American Statistical Association*, 53, 1963.
- WARD, J.; HOOK, M.: «Application of an hierarchical grouping procedure to a problem of grouping profiles». *Educ. and Psychology Measurement*, 23, n.º 1, 1963.

COMENTARIOS FINALES

Hemos intentado presentar el esquema seguido para la obtención de una serie de temperaturas representativas del total nacional, que sea operativo en su utilización para la modelización del consumo de energía eléctrica. La necesidad de un procedimiento sencillo para la actualización de esta variable se debe al hecho del elevado número de observatorios climáticos existentes y a que los datos se generan diariamente, siendo éstos los que se utilizan si se precisa de una actualización más rápida a nivel mensual.

A la vista de los resultados obtenidos, la partición realizada es por lo menos aceptable, si bien no es la única posible. Algunos procedimientos darían agrupamientos diferentes y, si bien no nos atrevemos a afirmar que el aquí presentado sea el mejor, puede considerarse como correcto al relacionarlo con el consumo de electricidad.

Quizá habrá extrañado el hecho de no haber ortogonalizado las variables originales (datos mensuales) y no haber reducido la dimensionalidad del ejercicio. En algún trabajo previo así lo hemos hecho (Cabrer, Vicens, 1981), pero en este caso el uso de componentes principales no era recomendable. Ello se debe a que no interesan las correlaciones entre las variables, y ni siquiera entre observatorios, tales correlaciones existen y son altas, pero en este trabajo interesan las diferencias de nivel y, además, de todos los meses. Normalmente las temperaturas de todos los observatorios suben y bajan al mismo tiempo, pero lo que afecta al consumo de electricidad es cuántos grados por debajo de 15° C se producen en invierno y qué observatorios o zonas climáticas.

En base al test utilizado puede concluirse en que las zonas climáticas existen y no sería correcto plantearse el total peninsular como un único grupo. Adicionalmente estas zonas tienen una distribución geográfica continua (con las dos excepciones ya señaladas), lo que añade un cierto grado de sentido común a los resultados.

ESTRUCTURA DEL CONSUMO PRIVADO EN LA CEE

MATILDE ARRANZ PEREZ

M.^a JESUS FREIRE SEOANE

M.^a DEL CARMEN GUISAN SEIJAS

Universidad de Santiago

Esta comunicación trata de poner de manifiesto cuál ha sido la evolución en la estructura del consumo real de los países de la Comunidad Económica Europea en los últimos años, y poder así comparar la situación de España con el resto de los países comunitarios.

Los datos primeros se han tomado de las tablas de gastos de consumo privado de la OCDE según los ocho sectores que corresponden a la clasificación por funciones:

1. Alimentos, bebida y tabaco.
6. Vestido y calzado.
7. Alquileres, combustible y energía.
10. Muebles y equipamiento de hogar.
13. Cuidados médicos y salud.
14. Transportes y comunicaciones.
17. Diversiones, educación y cultura.
20. Otros bienes y servicios.

En el caso de España, los datos son de la Contabilidad Nacional. Hemos rectificado la serie de datos de Consumo Nacional convirtiéndola en Consumo Interior.

Por carecer, total o parcialmente de datos, no hemos incluido en el estudio a Portugal ni a Luxemburgo.

Para obtener los datos de consumo real con base en el año 80 tuvimos que utilizar, en algunos casos, Índices de Precios intermedios que nos permitiesen homogeneizar las series de gasto a precios constantes de años diferentes.

Todas las cifras de consumo (que hemos denominado C_i $i = 1,6,\dots,20$) están en millones de unidades de la moneda de los respectivos países, salvo el caso de Italia y España que lo están en billones de unidades (miles de millones de liras y pesetas).

ALEMANIA

obs	C1	C6	C7	C10	C13	C14	C17	C20	POA
1962	129476.4	43939.25	75463.61	45085.87	15249.32	42500.09	26974.44	35540.97	56937.00
1970	166245.3	66247.93	104453.8	67375.16	16927.30	87367.10	40872.20	43723.47	60651.00
1984	199830.0	74870.00	171850.0	79230.00	25550.00	122490.0	33560.00	63930.00	61181.00

BELGICA

obs	C1	C6	C7	C10	C13	C14	C17	C20	POB
1962	348742.3	78075.71	211270.1	129375.7	70258.61	104672.1	45629.30	111574.4	9215.000
1970	441134.4	100435.2	266721.2	189925.6	98735.77	177577.7	62881.14	174811.1	7633.000
1984	542195.0	146118.0	381650.0	295237.0	211270.0	276566.0	111747.0	269488.0	9852.000

DINAMARCA

obs	C1	C6	C7	C10	C13	C14	C17	C20	POB
1966	42494.47	10405.03	30259.20	15742.20	3090.653	22559.97	10392.79	14723.45	4797.000
1970	47451.45	11542.64	40858.30	16114.68	3211.495	28500.23	12248.65	17840.14	4929.000
1984	54151.00	12822.00	54524.00	14872.00	4077.000	35506.00	21152.00	20422.00	5111.000

ESPAÑA

obs	C1	C6	C7	C10	C13	C14	C17	C20	POE
1964	1836.453	554.8911	877.2880	471.9805	95.20575	292.7544	312.4152	650.9429	31723.00
1970	2352.631	677.3042	1194.756	645.3240	210.2784	744.8291	452.6496	1247.057	33375.00
1984	2911.525	767.2000	1697.600	763.6000	301.6000	1443.200	755.6000	1420.700	35387.00

FRANCIA

obs	C1	C6	C7	C10	C13	C14	C17	C20	POF
1962	239255.2	69591.91	101884.0	73446.34	55635.31	82005.81	37730.91	105843.0	46993.00
1970	307702.3	97360.53	177470.4	107627.4	105042.2	146822.1	60605.84	149477.7	50772.00
1984	387710.0	117399.2	331095.8	161065.7	273666.2	253747.3	125783.8	216403.5	54947.00

GRECIA

obs	C1	C6	C7	C10	C13	C14	C17	C20	PO6
1962	232460.6	37030.98	46049.81	32055.44	7634.842	28074.44	21676.30	27737.39	9445.000
1970	339816.4	84316.98	78405.31	51692.39	33147.58	61015.09	37999.08	57225.95	8793.000
1984	514433.2	87495.01	166412.3	84181.98	41796.10	174633.3	50455.66	100651.8	9900.000

HOLANDA

obs	C1	C6	C7	C10	C13	C14	C17	C20	POH
1969	30022.88	14240.53	22931.46	14145.55	16684.73	11182.90	8832.356	16936.76	12873.00
1970	31012.32	15224.35	23736.35	16357.89	17403.37	12917.00	10186.58	18069.26	12039.00
1984	39060.00	13750.00	34010.00	14960.00	26060.00	20990.00	19020.00	26910.00	14420.00

ITALIA

obs	C1	C6	C7	C10	C13	C14	C17	C20	POI
1970	53324.22	15723.46	20602.25	10453.51	4490.100	18019.73	10049.55	22508.48	23661.00
1984	67826.77	17314.55	29711.37	14725.65	7282.182	28762.34	16294.22	33023.68	26783.00

IRLANDA

obs	C1	C6	C7	C10	C13	C14	C17	C20	POIR
1962	1677.566	276.0798	356.0416	286.5523	47.30743	293.6993	145.7759	311.7048	2230.000
1970	2039.490	454.5313	483.1436	392.2311	78.08022	496.1363	358.1134	340.3462	2950.000
1983	2462.000	440.0000	712.0000	409.0000	125.0000	585.0000	551.0000	393.0000	2508.000

REINO UNIDO

obs	C1	C6	C7	C10	C13	C14	C17	C20	PORU
1962	25309.32	5995.466	18574.46	7257.159	949.9719	9774.459	7065.004	15576.91	53414.00
1970	27109.59	7439.769	22206.64	8298.783	945.2961	15464.99	8086.906	19117.64	55522.00
1984	28354.00	11416.00	26112.00	10970.00	1531.000	24246.00	14229.00	24922.00	56428.00

Los valores de las variables P_i $i = 1, 6 \dots 20$ representan el porcentaje del consumo real en el sector i con respecto al total del gasto de consumo (C_i/CG).

Para ver el cambio sufrido en la estructura del consumo, así como la posible tendencia en la evolución hemos utilizado datos de tres años para cada país. Al primero, año inicial, corresponden los datos del primer año de la serie disponible para cada país y que es el indicado entre paréntesis en la tabla correspondiente al porcentaje de alimentos, bebida y tabaco. En la mayoría de los países, ese año es 1962. Hay una notable excepción con Italia cuya serie comienza en 1970. Hemos de hacer constar también, que los porcentajes expresados para Irlanda en el año 84 no corresponden a ese año, sino al año 83. Esperamos poder disponer en breve de los valores correspondientes al primero de los años mencionados.

De la observación de los cuadros de porcentajes de gasto en cada sector, puede concluirse que la estructura del gasto en consumo es bastante homogénea en general dentro de la CEE, si bien se notan diferencias significativas en algunos sectores y entre los países más y menos desarrollados. A nivel de España, la estructura de gasto que presenta en 1984 es similar a la que los países con mayor nivel de gasto presentaban en el año 70 e incluso con anterioridad.

Además de obtener la estructura real del consumo, hemos querido relacionar los porcentajes de gasto de cada sector con el nivel de consumo per cápita en cada país y estudiar posibles relaciones.

Para ello, transformamos previamente el consumo real global de cada país a dólares utilizando las Paridades de Poder de Compra (PPP). Posteriormente dividimos por la población (en miles de dólares por habitante en cada año (el consumo per cápita de Italia y España lo convertimos a millones de dólares previamente).

Hemos encontrado, como cabía esperar, que el sector más correlacionado (en sentido inverso) con el nivel de consumo per cápita es el de alimentos, bebida y tabaco. Según puede verse en el gráfico, muestra una clara tendencia decreciente del peso del sector al aumentar el consumo per cápita.

La correlación para los otros sectores no es tan fuerte pero, exceptuando los sectores 10 y 20 en que el coeficiente es muy pequeño, oscila en torno al valor 0,5, valor éste nada despreciable si se tiene en cuenta que hay otras variables importantes, como los precios, que influyen poderosamente en el consumo de cada sector.

El coeficiente de correlación más llamativo entre los sectores distintos del 1, es el correspondiente al sector 6 (vestido y calzado) que tiene signo negativo. Al no ser bienes de primera necesidad, la explicación puede encontrarse observando la tabla P6 que muestra una tendencia decreciente en el tiempo, de la parte porcentual en el gasto global de este sector.

PORCENTAJE DE ALIMENTOS, BEBIDA Y TABACO (F1).

	Año Inicial	1970	1984
ALEMANIA	0.312496 (62)	0.280217	0.243603
BELGICA	0.317154 (62)	0.291906	0.242672
DINAMARCA	0.288663 (66)	0.266930	0.248826
ESPAÑA	0.358129 (64)	0.318647	0.273213
FRANCIA	0.311375 (62)	0.267078	0.207680
GRECIA	0.537208 (62)	0.456977	0.421646
HOLANDA	0.222347 (69)	0.213165	0.200555
ITALIA	---	0.343194	0.311760
IRLANDA	0.494168 (62)	0.439349	0.426173
REINO UNIDO	0.279962 (62)	0.248325	0.202797

PORCENTAJE DE VESTIDO Y CALZADO (F6).

	Año Inicial	1970	1984
ALEMANIA	0.106049	0.111665	0.091270
BELGICA	0.071004	0.066458	0.065398
DINAMARCA	0.069056	0.064931	0.058918
ESPAÑA	0.108210	0.094526	0.072049
FRANCIA	0.090556	0.084506	0.062886
GRECIA	0.085577	0.113387	0.071714
HOLANDA	0.105464	0.108749	0.070600
ITALIA	---	0.101228	0.081883
IRLANDA	0.081326	0.097916	0.076164
REINO UNIDO	0.066320	0.068149	0.080236

PORCENTAJE DE ALQUILERES, COMBUSTIBLE Y ENERGIA (P7).

	Año Inicial	1970	1984
ALEMANIA	0.1821341	0.176064	0.209494
BELGICA	0.192134	0.176494	0.170816
DINAMARCA	0.202823	0.229841	0.250999
ESPAÑA	0.171081	0.161821	0.169622
FRANCIA	0.132595	0.154040	0.177349
GRECIA	0.106420	0.105438	0.136397
HOLANDA	0.169829	0.163122	0.174625
ITALIA	---	0.132596	0.136566
IRLANDA	0.104881	0.104079	0.123247
REINO UNIDO	0.205463	0.203414	0.183525

PORCENTAJE DE MUEBLES Y EQUIPAMIENTO DE HOGAR (P10).

	Año Inicial	1970	1984
ALEMANIA	0.108816	0.113565	0.095366
BELGICA	0.117657	0.125015	0.132140
DINAMARCA	0.104477	0.090650	0.068337
ESPAÑA	0.092041	0.087472	0.071599
FRANCIA	0.095586	0.093418	0.086276
GRECIA	0.074079	0.069515	0.068998
HOLANDA	0.104761	0.112415	0.076812
ITALIA	---	0.068566	0.067685
IRLANDA	0.084411	0.084495	0.070798
REINO UNIDO	0.080276	0.076017	0.077101

FORCENTAJE DE CUIDADOS MEDICOS Y DE SALUD (P13).

	Año Inicial	1970	1984
ALEMANIA	0.036805	0.028522	0.031147
BELGICA	0.063895	0.065336	0.094559
DINAMARCA	0.020512	0.018066	0.018734
ESPAÑA	0.018566	0.028481	0.035209
FRANCIA	0.072406	0.091174	0.146591
GRECIA	0.017644	0.044576	0.034257
HOLANDA	0.123566	0.119600	0.133806
ITALIA	---	0.028898	0.042297
IRLANDA	0.013936	0.016820	0.021638
REINO UNIDO	0.009402	0.008659	0.010740

FORCENTAJE DE TRANSPORTES Y COMUNICACIONES (P14).

	Año Inicial	1970	1984
ALEMANIA	0.102576	0.147263	0.149322
BELGICA	0.095121	0.117506	0.123793
DINAMARCA	0.149719	0.160323	0.163152
ESPAÑA	0.057084	0.100782	0.135953
FRANCIA	0.106725	0.127436	0.135922
GRECIA	0.064679	0.082052	0.143135
HOLANDA	0.082620	0.088769	0.107774
ITALIA	---	0.115975	0.133125
IRLANDA	0.086516	0.106878	0.118374
REINO UNIDO	0.108121	0.141660	0.170410

PORCENTAJE DE DIVERSIONES, EDUCACION Y CULTURA (F17).

	Año Inicial	1970	1984
ALEMANIA	0.065124	0.068893	0.101864
BELGICA	0.041496	0.041609	0.050015
DINAMARCA	0.068975	0.068903	0.097194
ESPAÑA	0.062095	0.066184	0.070904
FRANCIA	0.049104	0.052604	0.067377
GRECIA	0.050093	0.051100	0.041355
HOLANDA	0.065782	0.070005	0.097659
ITALIA	---	0.064679	0.074895
IRLANDA	0.042942	0.077145	0.095378
REINO UNIDO	0.078150	0.074077	0.100007

PORCENTAJE DE OTROS BIENES Y SERVICIOS (F20).

	Año Inicial	1970	1984
ALEMANIA	0.086021	0.073800	0.077934
BELGICA	0.101468	0.115675	0.120616
DINAMARCA	0.097776	0.100356	0.093840
ESPAÑA	0.132791	0.142087	0.170851
FRANCIA	0.141652	0.129743	0.115916
GRECIA	0.064100	0.076956	0.082497
HOLANDA	0.125432	0.124176	0.138170
ITALIA	---	0.144864	0.151790
IRLANDA	0.091820	0.073318	0.068028
REINO UNIDO	0.172306	0.179699	0.175162

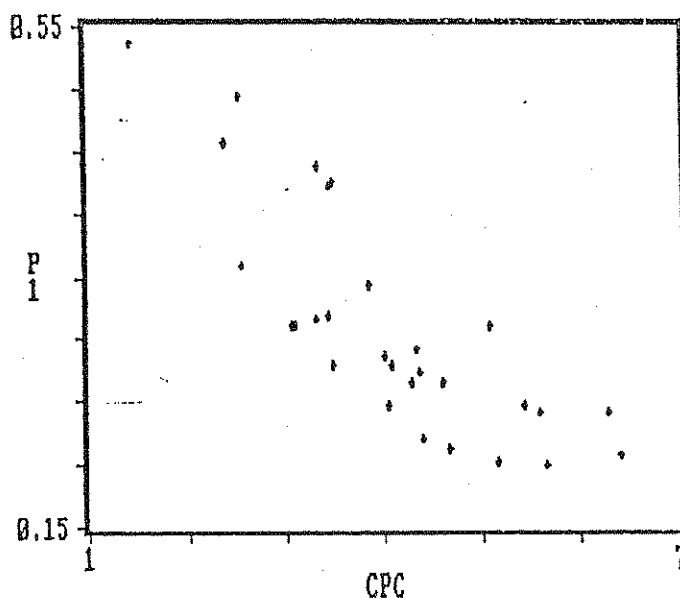
CONSUMO REAL PER CAPITA.

	Año Inicial	1970	1984
ALEMANIA	3.037414	4.075727	5.0586633
BELGICA	3.295252	4.331442	6.264740
DINAMARCA	4.0064311	4.600211	5.431113
ESPAÑA	2.541612	3.426848	4.364944
FRANCIA	3.073169	4.265379	6.386407
GRECIA	1.430771	2.362274	3.442410
HOLANDA	4.387074	4.669387	5.651147
ITALIA	---	3.845307	5.070388
IRLANDA	2.525369	3.312808	3.466964
REINO UNIDO	3.468220	4.029182	5.161404

SMPL 1 - 29
 29 Observations

Series	Mean	S.D.	Maximum	Minimum
P1	0.3112488	0.0903281	0.5372081	0.2005545
CPC	4.0520699	1.1859179	6.3854070	1.4307710

	Covariance	Correlation
P1,P1	0.0078778	1.0000000
P1,CPC	-0.0840174	-0.8123297
CPC,CPC	1.3579047	1.0000000



SMPL 1 - 29
 29 Observations

LS // Dependent Variable is P1

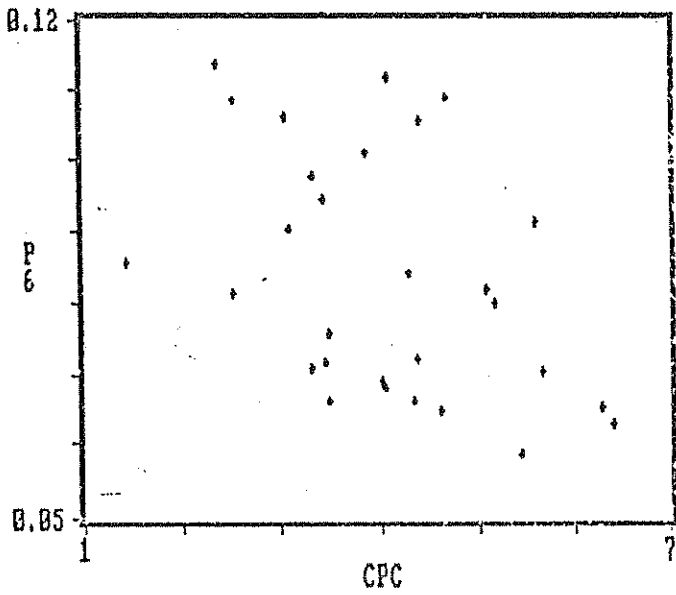
VARIABLE	COEFFICIENT	STD. ERROR	T-STAT.	2-TAIL SIG.
C	0.5619617	0.0350442	15.590922	0.000
CPC	-0.0618728	0.0085488	-7.2376281	0.000

R-squared	0.659878	Mean of dependent var	0.311249
Adjusted R-squared	0.647281	S.D. of dependent var	0.090328
S.E. of regression	0.053546	Sum of squared resid	0.077703
Durbin-Watson stat	1.136413	F-statistic	52.39326
Log likelihood	44.72205		

SMPL 1 - 29
 29 Observations

```

=====
Series      Mean      S.D.      Maximum    Minimum
=====
P6          0.0836619  0.0169873  0.1133873  0.0589176
CPC         4.0520699  1.1859179  6.3864070  1.4307710
=====
Covariance      Correlation
=====
P6,P6           0.0002786      1.0000000
P6,CPC          -0.0082662     -0.4249809
CPC,CPC         1.3579047      1.0000000
=====
  
```



SMPL 1 - 29
 29 Observations
 LS // Dependent Variable is P6

```

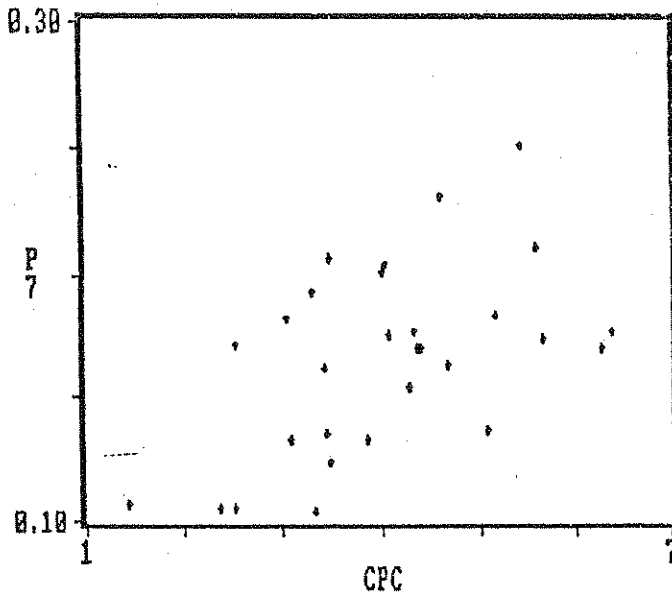
=====
VARIABLE      COEFFICIENT   STD. ERROR   T-STAT.   2-TAIL SIG.
=====
C              0.1083289    0.0105212   10.296258  0.000
CPC           -0.0060875    0.0024956   -2.4395269  0.022
=====
R-squared      0.180809      Mean of dependent var  0.083662
Adjusted R-squared  0.150261      S.D. of dependent var  0.016987
S.E. of regression  0.015659      Sum of squared resid  0.006621
Durbin-Watson stat  1.569859      F-statistic      5.951291
Log likelihood   80.43130
=====
  
```

SMPL 1 - 29
 29 Observations

```

=====
Series      Mean      S.D.      Maximum    Minimum
=====
P7          0.1656865  0.0377300  0.2509994  0.1040793
CPC         4.0520699  1.1859179  6.3864070  1.4307710
=====

Covariance      Correlation
=====
P7,P7           0.0013745      1.0000000
P7,CPC          0.0232482      0.5981303
CPC,CPC         1.3579047      1.0000000
=====
  
```



SMPL 1 - 29
 29 Observations

LS // Dependent Variable is P7

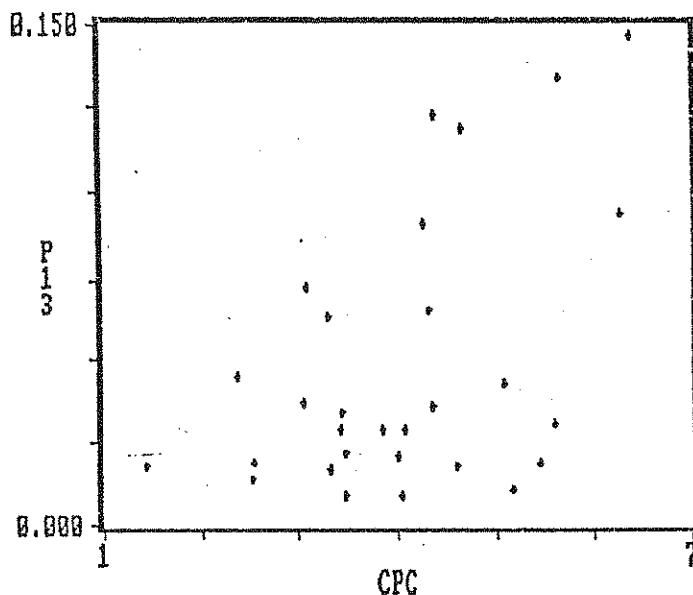
```

=====
VARIABLE      COEFFICIENT  STD. ERROR  T-STAT.  2-TAIL SIG.
=====
C              0.0963125   0.0217590   4.4263385  0.000
CPC            0.0171206   0.0051607   3.3175162  0.003
=====
R-squared          0.269584    Mean of dependent var  0.165687
Adjusted R-squared 0.263273    S.D. of dependent var  0.037730
S.E. of regression 0.032385    Sum of squared resid   0.028317
Durbin-Watson stat 0.755212    F-statistic            11.00591
Log likelihood     59.35891
=====
  
```


SMPL 1 - 29
 29 Observations

Series	Mean	S.D.	Maximum	Minimum
P13	0.0481541	0.0407796	0.1485915	0.0086796
CPC	4.0520699	1.1859179	6.3864070	1.4307710

	Covariance	Correlation
P13,P13	0.0016056	1.0000000
P13,CPC	0.0229268	0.4910054
CPC,CPC	1.3579047	1.0000000



SMPL 1 - 29
 29 Observations

LS // Dependent Variable is P13

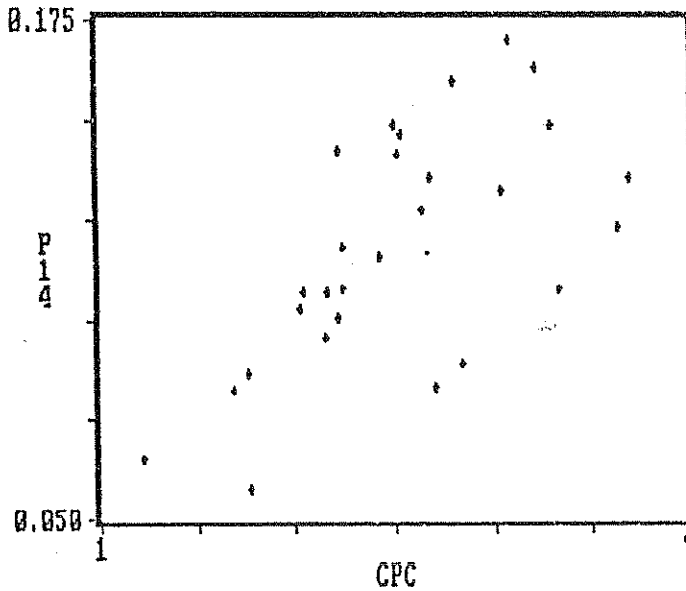
VARIABLE	COEFFICIENT	STD. ERROR	T-STAT.	2-TAIL SIG.
C	-0.0202609	0.0243071	-0.8335366	0.412
CPC	0.0168840	0.0057650	2.9286905	0.007

R-squared	0.241086	Mean of dependent var	0.048154
Adjusted R-squared	0.212978	S.D. of dependent var	0.040780
S.E. of regression	0.036177	Sum of squared resid	0.095338
Durbin-Watson stat	0.830901	F-statistic	8.577169
Log likelihood	56.14732		

SMPL 1 - 29
 29 Observations

Series	Mean	S.D.	Maximum	Minimum
P14	0.1180492	0.0292933	0.1704105	0.0570865
CPC	4.0520699	1.1859179	6.3864070	1.4307710

	Covariance	Correlation
P14,P14	0.0008285	1.0000000
P14,CPC	0.0212154	0.6325108
CPC,CPC	1.3579047	1.0000000



SMPL 1 - 29
 29 Observations
 LS // Dependent Variable is P14

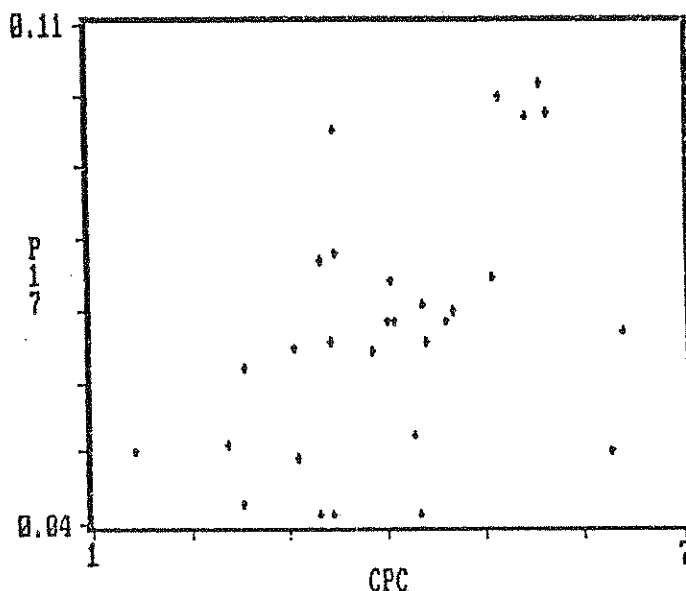
VARIABLE	COEFFICIENT	STD. ERROR	T-STAT.	2-TAIL SIG.
C	0.0547413	0.0155243	3.5261555	0.002
CPC	0.0156236	0.0036820	4.2432589	0.000

R-squared	0.400070	Mean of dependent var	0.118049
Adjusted R-squared	0.377850	S.D. of dependent var	0.029293
S.E. of regression	0.023106	Sum of squared resid	0.014414
Durbin-Watson stat	1.513699	F-statistic	18.00525
Log likelihood	69.14978		

SMPL 1 - 29
29 Observations

Series	Mean	S.D.	Maximum	Minimum
P17	0.0674341	0.0181787	0.1018639	0.0413551
CPC	4.0520699	1.1859179	6.3864070	1.4307710

	Covariance	Correlation
P17,P17	0.0003191	1.0000000
P17,CPC	0.0098461	0.4730280
CPC,CPC	1.3579047	1.0000000



SMPL 1 - 29
29 Observations
LS // Dependent Variable is P17

VARIABLE	COEFFICIENT	STD. ERROR	T-STAT.	2-TAIL SIG.
C	0.0380527	0.0109587	3.4723895	0.002
CPC	0.0072510	0.0025991	2.7897766	0.010

R-squared	0.223755	Mean of dependent var	0.067434
Adjusted R-squared	0.195006	S.D. of dependent var	0.018179
S.E. of regression	0.016310	Sum of squared resid	0.007183
Durbin-Watson stat	1.175191	F-statistic	7.782854
Log likelihood	79.24991		

UNA APLICACION DE LOS MODELOS DE RESPUESTA CUALITATIVA PARA DETERMINAR EL FRACASO DE LAS EMPRESAS

JESUS CAVERO ALVAREZ

MARIA DEL CARMEN RODRIGUEZ ACEBES

Universidad de Valladolid

Para cualquier empresa es de suma importancia poder detectar una situación de crisis en su seno, antes de que la misma se manifieste abiertamente; así, habría lugar a la adopción de medidas oportunas para salir del paso de aquella previsible situación.

En el trabajo que presentamos se trata de estudiar la utilidad de una serie de modelos para predecir el fracaso de una empresa dentro del sector seguros; modelos que, en la terminología econométrica, se conocen como de respuesta cualitativa (o modelos logit y probit).

Estos modelos econométricos, de un auge reciente debido, fundamentalmente, al desarrollo de las técnicas y programas de ordenador, tratan de explicar el comportamiento de una variable (endógena) que solamente puede tomar una serie de valores discretos, en función de algunas variables explicativas (exógenas).

En nuestro caso, tratamos de predecir una variable dicotómica en el sentido de que sólo puede tomar dos valores: el valor «1» cuando la empresa fracasa y el valor «0» cuando la empresa no fracasa. Las variables explicativas se seleccionan entre un conjunto de ratios obtenidos para las empresas (que componen la muestra), en función de la diferente significación estadística de cada uno.

No obstante, en los modelos predictivos, como se sabe, la inclusión o no de una variable exógena dependerá más de los resultados obtenidos en la simulación, que proporciona su capacidad predictiva, que de su significación estadística, ya que ésta puede venir afectada por problemas serios de multicolinealidad.

Como antecedente de la aplicación de un modelo econométrico al caso de la predicción del fracaso de una empresa, podemos citar el estudio realizado por Meyer

y Pifer (1970) (1), en el que se estimó un modelo de regresión lineal para prever las crisis de los Bancos en función de determinadas medidas financieras. Pero la estimación del modelo de regresión lineal en estas situaciones presenta algunos inconvenientes, como estudiaremos más adelante.

Antes de describir los modelos, hemos de hacer referencia a los datos utilizados.

Entendemos por empresas que fracasan aquellas que atraviesan dificultades graves, con desequilibrios patrimoniales y financieros que comprometen su continuidad. Concretamente, en este estudio nos referimos a empresas de seguros que se encontraban en proceso de liquidación en el período 1974-86, situación que resulta conocida, dado que aparece publicada mediante orden en el *Boletín Oficial del Estado*, según resolución de la Dirección General de Seguros del Ministerio de Economía y Hacienda. Por empresas que no fracasan entendemos aquellas que permanecían en perfecta actividad el 31 de diciembre de 1987.

Para lograr nuestro objetivo hemos tomado una muestra, por parejas, de 50 empresas, de forma que para cada una que fracasa elegimos otra que no fracasa, de características similares. Los criterios seguidos para emparejar las empresas han sido la antigüedad, cifra de capital en la constitución y rama de actividad.

Una vez seleccionada la muestra, se ha comprobado que el volumen medio de negocio está comprendido entre 100 y 900 millones de pesetas. Esto significa que las entidades de referencia se pueden clasificar dentro del grupo medio-bajo, respecto a su participación en la cuota de mercado. Por tanto, los resultados que presentamos sólo pueden considerarse como válidos para las empresas de ese grupo; pero es precisamente en esas entidades donde se pueden plantear mayores dificultades y donde nuestra información puede resultar más valiosa.

Una vez obtenida la relación de las entidades seleccionadas, sus balances se han recogido de los anuarios *Balances y Cuentas* de la Dirección General de Seguros, ya que para este sector es preceptiva su publicación según el artículo 9 de la Ley de 16 de diciembre de 1954, y el artículo 44 del Reglamento de Ordenación del Seguro Privado, de 11 de agosto de 1985.

Para las empresas en crisis buscamos los últimos tres balances publicados y para las «sanas» los correspondientes a los anteriores.

Hemos de señalar que en las empresas con problemas existe un desfase; generalmente, de dos o tres años entre el último balance publicado y el año oficial de la liquidación recogido en el *Boletín Oficial del Estado*. Esto representa una limitación respecto a la representatividad de los datos manejados para esas entidades en el año que llamamos base, o último año en que se tiene conocimiento público del funcionamiento de las empresas que fracasan.

Como en 1983 el Ministerio de Hacienda hace obligatoria la adaptación al Plan General Contable, se produce en los elementos patrimoniales del balance una agrupación diferente a la anterior, lo que nos ha obligado a homogeneizar la información disponible en las masas patrimoniales que presentamos.

Entre paréntesis figura la denominación utilizada para cada variable.

(1) Meyer y Pifer, «Prediction of Bank Failures», *The Journal of Finance*, septiembre de 1970, pp. 853-68.

ACTIVO

- Tesorería o disponible (TESOR)
- Realizable (REALI)
- Activo fijo (AFIJ)
- Inversiones (INVER)
- Activo ficticio..... (FICTI)

PASIVO

- Capital propio (CAPRO)
- Exigible a corto plazo..... (EXCOR)
- Exigible a largo plazo..... (EXLAR)

También hemos considerado, para nuestro estudio, las variables:

- Resultados positivos o negativos (RESUL)
- Negocio retenido (NEGO)
(Primas de seguro directo + reaseguro aceptado
— reaseguro cedido).

Con esta información se han generado un conjunto de ratios, hasta un total de 20, entre los cuales hemos seleccionado las variables explicativas de los modelos.

Un ratio es el cociente de dos masas patrimoniales homogéneas, mediante el que se trata de buscar algún significado para la empresa.

Aunque es el método más utilizado en el análisis de balances, no existe una teoría formalizada sobre su interpretación, así como de los valores óptimos de los mismos y su valoración dependerá de las condiciones propias de la sociedad en cuestión.

Los ratios más utilizados, comúnmente, son aquellos que permiten valorar la liquidez de una empresa, su solvencia, rendimiento y autonomía financiera. Entre el gran número de indicadores susceptibles de análisis, describimos únicamente los cuatro que hemos incluido en los modelos:

Ratio de liquidez o disponibilidad ordinaria

Tesorería/Exigible a corto plazo. Su valor mínimo se estima que no deberá ser inferior a 0,10, aunque realmente dependerá de las necesidades de cada empresa.

$$\text{LICOR} = \text{TESOR} / \text{EXCOR}$$

De los ratios considerados, es el que ha mostrado una capacidad predictiva mayor para distinguir empresas sanas y con problemas. Para el año base, de las 25 empresas que fracasan, nueve no llegan al límite de 0,10.

Ratio de solvencia a corto

Tesorería + Realizable / Exigible a corto. Nos indica la cobertura de las deudas a corto plazo por aquellos activos disponibles o susceptibles de convertirse en efectivo en el mismo período de tiempo. Aproximadamente, se considera que debería estar comprendido entre 1,5 y 2 para evitar problemas de liquidez. Si descendiera por debajo de la unidad, la empresa estaría en suspensión de pagos.

$$\text{SOLVC} = \text{TESOR} + \text{REALI} / \text{EXCOR}$$

Observando los valores de este ratio, en el año base, de las empresas fracasadas, encontramos que en 15 casos el valor está bien por debajo de la unidad o próximo

a ella. Sin embargo, también detectamos cinco empresas «sanas» que están por debajo de la unidad, lo que, sin duda, es reflejo de un difícil momento para ellas, aunque no las conduce, necesariamente, al fracaso en esos años.

Ratio de estabilidad de inversiones

Inversiones / Capital propio + Exigible a largo plazo. Su valor debe ser menor a uno para evitar problemas de insolvencia.

$$\text{FIVER} = \text{INVER} / \text{CAPRO} + \text{EXLAR}$$

Los valores muestrales del ratio se encuentran en unos límites aceptables prácticamente en todos los casos, sin marcadas diferencias entre los dos tipos de empresas.

Ratio de rotación del activo

Cifra de negocio retenido / Activo real. Cuanto mayor sea, en principio, el valor del ratio, mayores rentas se generan con el activo.

$$\text{ROTR} = \text{NEGO} / \text{TESOR} + \text{REALI} + \text{AFIJ}$$

Este ratio también ha demostrado gran capacidad predictiva. En los datos muestrales detectamos algunos valores atípicos, en el caso de algunas entidades con problemas.

A continuación, antes de presentar los resultados obtenidos, realizaremos una breve descripción de los modelos con los que trabajamos, así como de los criterios utilizados para seleccionar entre modelos alternativos.

MODELO LINEAL DE PROBABILIDAD

Por motivos de simplicidad, podemos formular el modelo como:

$$Y_i = a + bx_i + e_i$$

con $i = 1, 2, 3, \dots, n$, conjunto de valores muestrales donde Y_i es la variable que se pretende explicar, en la que:

$Y_i = 1$, si la empresa i -ésima fracasa.

$Y_i = 0$, si la empresa i -ésima no fracasa.

x_i = representa el valor, para la empresa i -ésima, de la variable explicativa del fracaso.

e_i = es la perturbación aleatoria, con media nula y que proporciona al modelo su carácter estocástico.

a y b = son los parámetros que se han de estimar en función de los valores muestrales.

La interpretación de la ecuación anterior, como un modelo lineal de *probabilidad*, se pone de manifiesto cuando hallamos la esperanza matemática de cada una de las observaciones de la variable dependiente.

$$E(Y_i) = a + bx_i$$

pero, puesto que Y_i sólo puede tomar dos valores, su distribución de probabilidad la podemos escribir como:

Valores de la variable	Probabilidades
1	P_i
0	$1 - P_i$

y, por tanto, la esperanza matemática de Y_i también la encontramos como:

$$E(Y_i) = 1 \cdot P_i + 0(1 - P_i) = P_i$$

Esto hace que la ecuación de regresión pueda observarse como la *probabilidad* de que ocurra el suceso estudiado (fracaso de una empresa), para un valor determinado de la variable x_i , y, como tal probabilidad, $a + bx_i$ sólo debería tomar valores comprendidos entre cero y uno.

Cuando se trata de estimar este modelo, nos encontramos con los siguientes problemas:

— El supuesto, generalmente admitido de normalidad de las perturbaciones ya no es válido, puesto que al estar e_i relacionado linealmente con Y_i , también tomará sólo dos valores, por lo que tendrá una distribución de probabilidad discreta y no continua. Como consecuencia, los estimadores dejarían de ser eficientes y todos los test basados en la normalidad de las perturbaciones estarían mal contruidos.

— Las varianzas de las perturbaciones no serían constantes, apareciendo los conocidos problemas de heteroscedasticidad.

— Una vez estimado el modelo, es decir, obtenidos los valores \hat{a} y \hat{b} , no tenemos la seguridad de que los valores estimados de Y se encuentren comprendidos en el intervalo $(0,1)$, por lo que nuestras predicciones pueden, asimismo, no cumplir esta condición, lo que obliga a tomar criterios subjetivos de interpretación para los resultados en que, bien por defecto o exceso, no se encuentren en dicho intervalo.

Este inconveniente suele aparecer con bastante frecuencia en las aplicaciones prácticas, como podemos comprobar en las diferentes estimaciones realizadas de este modelo y hemos de aceptar, para estos casos, que:

$$\begin{aligned} \hat{Y}_i &= 1 \text{ si } \hat{Y}_i = \hat{a} + \hat{b}x_i \geq 1 \\ \hat{Y}_i &= 0 \text{ si } \hat{Y}_i = \hat{a} + \hat{b}x_i \leq 0 \end{aligned}$$

este criterio hace que tengamos que admitir resultados, para el suceso, como totalmente ciertos o imposibles, cuando no lo son (2).

Para evitar estos problemas, y especialmente el último descrito, se propone transformar este modelo inicial de tal forma que, para todos los posibles valores de x , se cumpla que los valores estimados del regresando se encuentren siempre comprendidos entre cero y uno. La solución está en considerar funciones de distribución en la especificación de los modelos.

(2) Una descripción más detallada de los problemas, así como de los modelos descritos puede encontrarse en: Amemiya, «Qualitative Response Models: A. Survey», *Journal of Economic Literature*, december 1981, pp. (1.183-1.536).

MODELO «PROBIT»

En el modelo «probit» la función de distribución elegida es una normal, es decir:

$$F(\omega) = \int_{-\infty}^{\omega} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \cdot e^{-t^2/2} \cdot dt$$

donde ω recoge los efectos de las $(1 + K)$ posibles variables explicativas introducidas, $\omega = a_0 + a_1 x_1 + a_2 x_2 + \dots + a_k x_k$.

MODELO «LOGIT»

En este caso, la función de distribución que se considera es la logística:

$$F(\omega) = \frac{e^{\omega}}{1 + e^{\omega}}$$

La estimación de los modelos probit y logit se suele realizar por máxima-verosimilitud, que proporciona estimaciones consistentes de los parámetros. Esto conduce a que se tengan que aplicar, en el proceso de estimación, técnicas de optimización no lineal, en general, métodos iterativos como el de Newton-Raphson.

Los resultados que se obtienen de las estimaciones de estos dos últimos modelos son muy similares, puesto que las funciones que representan no tienen diferencias notables.

Actualmente, los paquetes econométricos más conocidos, en sus últimas versiones, permiten realizar la estimación directa de los modelos logit y probit. Nosotros hemos utilizado el paquete TSP (Time Series Processor).

CRITERIOS DE SELECCION

Para seleccionar entre modelos alternativos de respuesta cualitativa, ya sea por la diferente especificación funcional o por las variables explicativas introducidas, hemos de aclarar previamente algunos conceptos.

En primer lugar, en los modelos de regresión clásicos el R^2 (coeficiente de determinación), y más concretamente el \bar{R}^2 (coeficiente de determinación corregido) ayudan, no sólo a escoger entre modelos, sino que también se convierten en una pieza importante de información; pero su utilización en modelos de regresión heteroscedásticos es cuestionable. Los valores que toman en los modelos de respuesta cualitativa son muy bajos y pueden considerarse aceptables valores entre 0,28 y 0,54, según modelos y autores, aunque este último argumento ha sido contestado por otros autores.

Hemos de acudir, por tanto, a otros criterios de selección aunque, por lo general, éstos ya no están normalizados, es decir, sus valores no se encuentran limitados al intervalo (0,1), como sucedía con el R^2 .

Entre los criterios que se han propuesto, hemos atendido a tres fundamentalmente:

Número de fallos en las predicciones

Se considera un fallo en la predicción cuando el modelo proporciona un valor superior a 0,5 y la empresa no fracasa, o cuando la empresa fracasa y el modelo estima un valor del regresando (probabilidad de fracaso) inferior a 0,5.

Si llamamos FY el valor que predecimos y si asignamos a \hat{Y}_i un valor igual a uno cuando $FY_i \geq 1/2$, y un valor igual a cero cuando $FY_i < 1/2$, el número de fallos vendría dado, en este caso, por:

$$\sum_{i=1}^n (Y_i - \hat{Y}_i)^2, \text{ y que } (Y_i - \hat{Y}_i)^2 = 1, \text{ si y sólo si } Y_i \neq \hat{Y}_i$$

Este criterio es utilizado frecuentemente por su sencillez, pero podemos ponerle dos objeciones; por un lado, no tiene en cuenta los diferentes grados de libertad de los modelos y, por otro, penaliza, por ejemplo, de la misma forma el caso de estimar una probabilidad de 0,49 o de 0,01 cuando $Y_i = 1$.

Criterio de Información de Akaike (estadísticos AIC)

Está definido por $AIC = -2 \ln l + 2K$, donde:

$$l = \prod_{i=1}^n [Y_i \cdot \log FY_i + (1 - Y_i) \log (1 - FY_i)],$$

es el logaritmo de la función de verosimilitud y K es el número de parámetros estimados.

Esta medida trata de recoger, de alguna forma, la pérdida que se experimenta en el modelo al pasar de los parámetros a sus valores máximo-verosímiles estimados. Asimismo, tiene en cuenta los grados de libertad del modelo.

Según este criterio, se escogería el modelo para el que el estadístico AIC fuese más pequeño.

Tiene la ventaja, adicionalmente, de que el valor de l viene dado en los resultados de la estimación del programa TSP.

Gráficos de los errores

Como criterio gráfico hemos seleccionado el que representa a las diferencias entre los valores observados de Y y sus valores estimados FY , es decir, los errores.

Los modelos que mejor predican serán, en este caso, aquellos en los que la línea que representa a los errores esté más próxima al eje de abscisas (línea de predicción perfecta).

A continuación pasamos a presentar los resultados que se han obtenidos para el año que llamamos base (últimos años en que aparecen publicados los balances de las empresas que fracasan) y los dos anteriores, con los modelos lineal de probabilidad [1], probit [2] y logit [3], descritos anteriormente.

En este sentido, hemos de señalar que los resultados obtenidos son la consecuencia de un largo proceso, en el que se han realizado múltiples estimaciones para seleccionar las variables explicativas entre la veintena de ratios considerados. En todo este proceso, no sólo se ha tenido en cuenta la significación estadística de las variables, sino que también se ha considerado la finalidad predictiva de los modelos.

Las variables explicativas (ratios) aparecen terminados en cero, uno y dos, según correspondan a observaciones del año base, un año antes del base, o dos años antes del base, respectivamente.

ECUACION 1.0.
MODELO LINEAL DE PROBABILIDAD
 (Año base)

```

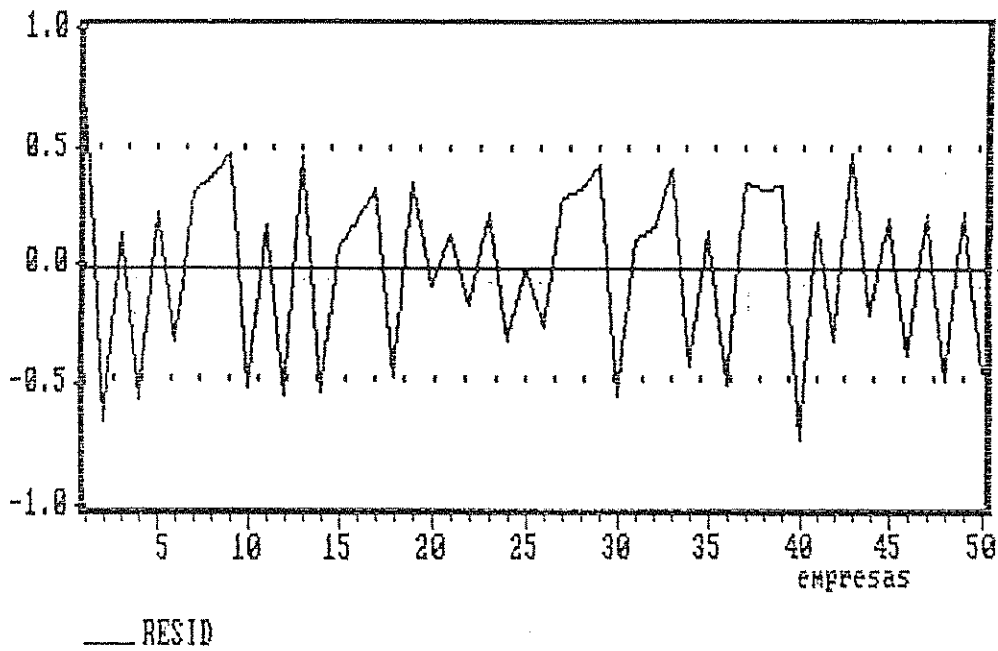
SMPL      1 -      50
50 Observations
LS // Dependent Variable is Y
=====
VARIABLE      COEFFICIENT      STD. ERROR      T-STAT.      2-TAIL SIG.
=====
          C          0.9639922          0.1475796          6.5320149          0.000
        LICORO         -0.3784889          0.0637438         -5.9376618          0.000
        FIVERO         -0.4146299          0.1889592         -2.1942827          0.033
        ROTRO          0.0138763          0.0231515          0.5993259          0.552
=====
R-squared              0.438483      Mean of dependent var      0.500000
Adjusted R-squared     0.401862      S.D. of dependent var      0.505076
S.E. of regression     0.390623      Sum of squared resid       7.018963
Durbin-Watson stat     2.907029      F-statistic                  11.97365
Log likelihood          -21.86174
=====
  
```

Estadístico AIC = 25,86

Nº de fallos = 8.

obs	Y	FY10	RESID
1	1.000000	0.338648	0.661353
2	0.000000	0.651003	-0.651003
3	1.000000	0.865100	0.134900
4	0.000000	0.564071	-0.564071
5	1.000000	0.776135	0.223865
6	0.000000	0.325144	-0.325144
7	1.000000	0.682799	0.317201
8	0.000000	-0.373584	0.373584
9	1.000000	0.512156	0.487844
10	0.000000	0.510456	-0.510456
11	1.000000	0.819030	0.180970
12	0.000000	0.538104	-0.538104
13	1.000000	0.530511	0.469489
14	0.000000	0.527768	-0.527768
15	1.000000	0.931534	0.068466
16	0.000000	-0.188769	0.188769
17	1.000000	0.677832	0.322168
18	0.000000	0.468666	-0.468666
19	1.000000	0.647274	0.352726
20	0.000000	0.079228	-0.079228
21	1.000000	0.864372	0.135628
22	0.000000	0.153885	-0.153885
23	1.000000	0.782814	0.217186
24	0.000000	0.314378	-0.314378
25	1.000000	1.011571	-0.011571
26	0.000000	0.251478	-0.251478
27	1.000000	0.695834	0.304166
28	0.000000	-0.322470	0.322470
29	1.000000	0.571949	0.428051
30	0.000000	0.538318	-0.538318
31	1.000000	0.882231	0.117769
32	0.000000	-0.167933	0.167933
33	1.000000	0.577619	0.422381
34	0.000000	0.424644	-0.424644
35	1.000000	0.848190	0.151810
36	0.000000	0.488860	-0.488860
37	1.000000	0.639221	0.360779
38	0.000000	-0.332722	0.332722
39	1.000000	0.653196	0.346804
40	0.000000	0.728976	-0.728976
41	1.000000	0.813127	0.186873
42	0.000000	0.319716	-0.319716
43	1.000000	0.520850	0.479150
44	0.000000	0.210305	-0.210305
45	1.000000	0.801482	0.198518
46	0.000000	0.375973	-0.375973
47	1.000000	0.773601	0.226399
48	0.000000	0.480702	-0.480702
49	1.000000	0.763962	0.236038
50	0.000000	0.452767	-0.452767

ERRORES DEL MODELO LINEAL DE PROBABILIDAD
(Año base)



ECUACION 2.0.
MODELO PROBIT
 (Año base)

SMIL 1 - 50

50 Observations

PROBIT // Dependent Variable is Y

Convergence achieved after 9 iterations

```

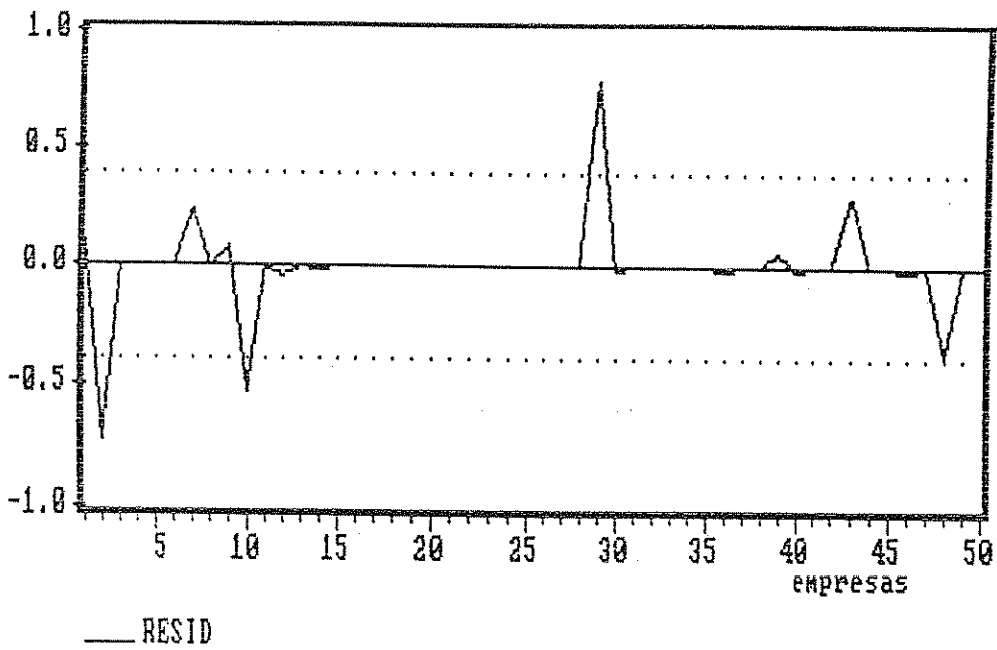
=====
      VARIABLE      COEFFICIENT      STD. ERROR      T-STAT.      2-TAIL SIG.
=====
          C          11.032216          5.4503994          2.0241115          0.049
        LICORO       -28.196741          13.708975         -2.0568088          0.045
        FIVERO       -7.0044634          3.7864083         -1.8498965          0.071
        ROTRO         2.5581107           1.6296134          1.5697654          0.123
=====
Log likelihood          -4.9413547
Cases with Y = 1                25
Cases with Y = 0                25
=====
  
```

Estadístico AIC = 8,94

Nº de fallos = 3.

obs	Y	FY20	RESID
1	1.000000	0.907952	0.092048
2	0.000000	0.719861	-0.719861
3	1.000000	1.000000	0.000000
4	0.000000	4.530-10	-4.530-10
5	1.000000	0.999997	2.680-06
6	0.000000	1.000-17	-1.000-17
7	1.000000	0.759933	0.240067
8	0.000000	1.000-17	-1.000-17
9	1.000000	0.912915	0.087085
10	0.000000	0.523120	-0.523120
11	1.000000	1.000000	0.000000
12	0.000000	0.037309	-0.037309
13	1.000000	0.999996	4.290-06
14	0.000000	6.000-05	-6.000-05
15	1.000000	1.000000	0.000000
16	0.000000	1.000-17	-1.000-17
17	1.000000	0.999998	2.090-06
18	0.000000	1.000-17	-1.000-17
19	1.000000	1.000000	0.000000
20	0.000000	1.000-17	-1.000-17
21	1.000000	1.000000	0.000000
22	0.000000	1.000-17	-1.000-17
23	1.000000	0.994862	0.005138
24	0.000000	1.000-17	-1.000-17
25	1.000000	1.000000	0.000000
26	0.000000	1.000-17	-1.000-17
27	1.000000	1.000000	0.000000
28	0.000000	1.000-17	-1.000-17
29	1.000000	0.219443	0.780557
30	0.000000	0.012634	-0.012634
31	1.000000	1.000000	0.000000
32	0.000000	1.000-17	-1.000-17
33	1.000000	0.995555	0.004445
34	0.000000	8.190-10	-8.190-10
35	1.000000	1.000000	0.000000
36	0.000000	0.003786	-0.003786
37	1.000000	1.000000	0.000000
38	0.000000	1.000-17	-1.000-17
39	1.000000	0.928732	0.071268
40	0.000000	5.410-05	-5.410-05
41	1.000000	1.000000	0.000000
42	0.000000	1.000-17	-1.000-17
43	1.000000	0.707188	0.292812
44	0.000000	1.000-17	-1.000-17
45	1.000000	1.000000	0.000000
46	0.000000	0.001882	-0.001882
47	1.000000	1.000000	0.000000
48	0.000000	0.370595	-0.370595
49	1.000000	1.000000	0.000000
50	0.000000	1.000-17	-1.000-17

ERRORES DEL MODELO PROBIT
(Año base)



ECUACION 3.0.
MODELO LOGIT
(Año base)

SMPL 1 - 50

50 Observations

LOGIT // Dependent Variable is Y

Convergence achieved after 8 iterations

```

=====
VARIABLE      COEFFICIENT   STD. ERROR   T-STAT.   2-TAIL SIG.
=====
      C          18.760523    8.7906476   2.1341458   0.038
    LICORO     -48.003312   22.280035  -2.1545438   0.036
    FIVERO     -11.979035    6.0924753  -1.9662016   0.055
    ROTRO       4.3400822    2.5778846   1.6835828   0.099
=====
Log likelihood          -5.0359936
Cases with Y = 1              25
Cases with Y = 0              25
=====

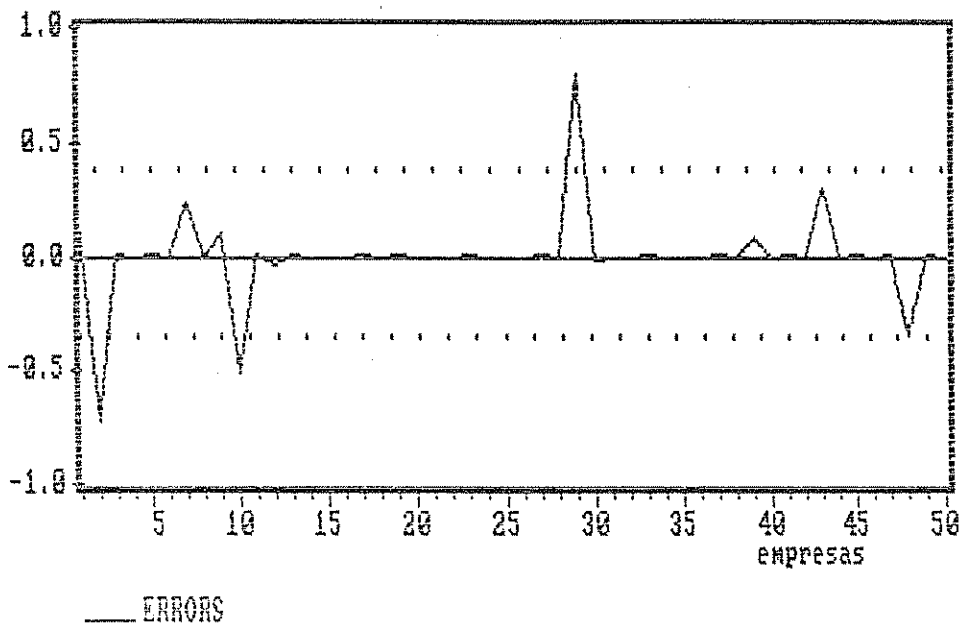
```

Estadístico AIC = 9,03

Nº de fallos = 3.

obs	Y	FY30	RESID
1	1.000000	0.895659	0.104341
2	0.000000	0.718454	-0.718454
3	1.000000	0.999988	1.230-05
4	0.000000	2.790-05	-2.790-05
5	1.000000	0.999551	0.000449
6	0.000000	5.310-13	-5.310-13
7	1.000000	0.760500	0.239500
8	0.000000	0.000000	0.000000
9	1.000000	0.902796	0.097204
10	0.000000	0.504112	-0.504112
11	1.000000	1.000000	4.170-07
12	0.000000	0.042924	-0.042924
13	1.000000	0.999437	0.000563
14	0.000000	0.001333	-0.001333
15	1.000000	1.000000	0.000000
16	0.000000	0.000000	0.000000
17	1.000000	0.999580	0.000420
18	0.000000	1.970-13	-1.970-13
19	1.000000	0.999999	5.960-07
20	0.000000	2.340-34	-2.340-34
21	1.000000	1.000000	0.000000
22	0.000000	7.940-23	-7.940-23
23	1.000000	0.986595	0.013405
24	0.000000	1.140-21	-1.140-21
25	1.000000	1.000000	0.000000
26	0.000000	1.150-19	-1.150-19
27	1.000000	0.999981	1.930-05
28	0.000000	0.000000	0.000000
29	1.000000	0.200353	0.799647
30	0.000000	0.020241	-0.020241
31	1.000000	1.000000	0.000000
32	0.000000	0.000000	0.000000
33	1.000000	0.987630	0.012370
34	0.000000	3.210-05	-3.210-05
35	1.000000	1.000000	0.000000
36	0.000000	0.009346	-0.009346
37	1.000000	0.999959	4.070-05
38	0.000000	0.000000	0.000000
39	1.000000	0.919991	0.080009
40	0.000000	0.001328	-0.001328
41	1.000000	1.000000	2.980-07
42	0.000000	2.030-13	-2.030-13
43	1.000000	0.700354	0.299646
44	0.000000	3.550-24	-3.550-24
45	1.000000	1.000000	1.190-07
46	0.000000	0.006522	-0.006522
47	1.000000	0.999948	5.170-05
48	0.000000	0.345042	-0.345042
49	1.000000	0.999999	7.150-07
50	0.000000	5.230-09	-5.230-09

ERRORES DEL MODELO LOGIT
(Año base)



ECUACION 1.1.
MODELO LINEAL DE PROBABILIDAD
(Un año antes del base)

SMPL 1 - 48

48 Observations

LS // Dependent Variable is Y

VARIABLE	COEFFICIENT	STO. ERROR	T-STAT.	2-TAIL SIG.
C	0.5205854	0.0906873	5.7404442	0.000
LICOR1	-0.3315895	0.0821039	-4.0386561	0.000
SOLVC1	0.0583404	0.0326874	1.7647981	0.081
ROTR1	0.0598642	0.0261816	2.2865016	0.027
R-squared	0.279739	Mean of dependent var	0.500000	
Adjusted R-squared	0.230631	S.D. of dependent var	0.505291	
S.E. of regression	0.443210	Sum of squared resid	8.643126	
Durbin-Watson stat	3.247606	F-statistic	5.696335	
Log likelihood	-26.96257			

Estadístico AIC = 30,96

Nº de fallos = 9.

ECUACION 2.1.
MODELO PROBIT
 (Un año antes del base)

SMPL 1 - 48

48 Observations

PROBIT // Dependent Variable is Y

Convergence achieved after 4 iterations

VARIABLE	COEFFICIENT	STD. ERROR	T-STAT.	2-TAIL SIG.
C	0.1833806	0.6747577	0.2717725	0.787
LICOR1	-2.9750475	0.9932758	-2.9951877	0.004
SOLVC1	0.4231244	0.6526080	0.6483592	0.520
ROTR1	0.4499553	0.1530915	2.9391263	0.005
Log likelihood -20.698650				
Cases with Y = 1		24		
Cases with Y = 0		24		

Estadístico AIC = 24,69

Nº de fallos = 9.

ECUACION 3.1.
MODELO LOGIT
 (Un año antes del base)

SMPL 1 - 48

48 Observations

LOGIT // Dependent Variable is Y

Convergence achieved after 4 iterations

```

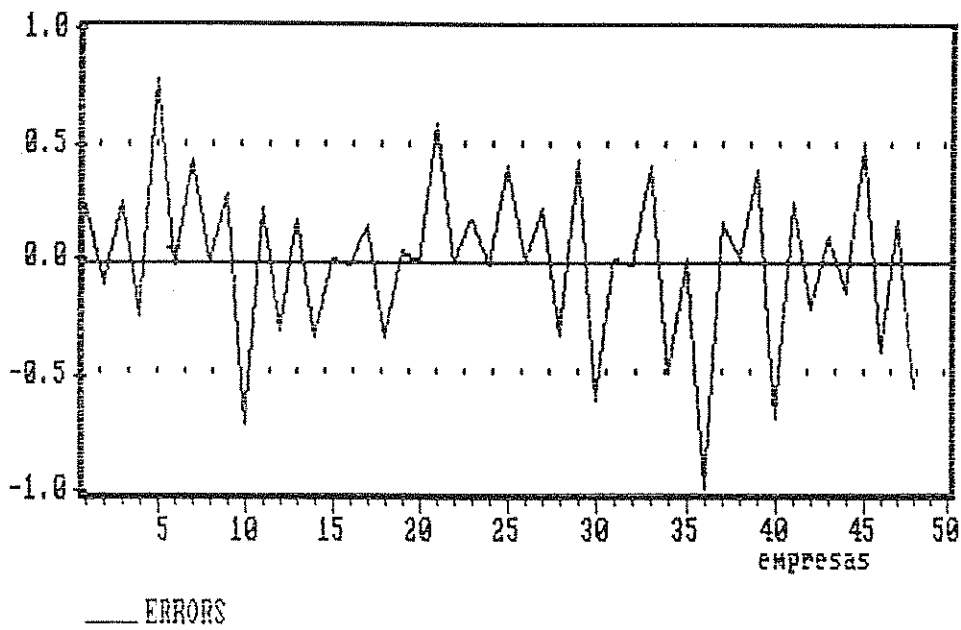
=====
      VARIABLE      COEFFICIENT      STD. ERROR      T-STAT.      2-TAIL SIG.
=====
          C          0.2720540          1.1041198          0.2463990          0.807
        LICOR1       -5.8011836          2.0163738         -2.8784654          0.006
        SOLVC1         0.8634061          1.0906697          0.7916293          0.433
        ROTR1         0.9346063          0.3365474          2.7770420          0.008
=====
Log likelihood          -20.177607
Cases with Y = 1                24
Cases with Y = 0                24
=====
  
```

Estadístico AIC = 24,17

Nº de fallos = 7.

obs	Y	FY31	RESID
1	1.000000	0.765268	0.234732
2	0.000000	0.094029	-0.094029
3	1.000000	0.748901	0.251099
4	0.000000	0.233442	-0.233442
5	1.000000	0.220001	0.779999
6	0.000000	0.020684	-0.020684
7	1.000000	0.564452	0.435548
8	0.000000	7.190-07	-7.190-07
9	1.000000	0.720587	0.279413
10	0.000000	0.702781	-0.702781
11	1.000000	0.779174	0.220826
12	0.000000	0.294321	-0.294321
13	1.000000	0.823001	0.176999
14	0.000000	0.323861	-0.323861
15	1.000000	0.999630	0.000370
16	0.000000	0.022072	-0.022072
17	1.000000	0.854345	0.145655
18	0.000000	0.335585	-0.335585
19	1.000000	0.955701	0.044299
20	0.000000	0.006280	-0.006280
21	1.000000	0.418965	0.581035
22	0.000000	0.000200	-0.000200
23	1.000000	0.826340	0.173660
24	0.000000	0.030333	-0.030333
25	1.000000	0.588396	0.411604
26	0.000000	0.001944	-0.001944
27	1.000000	0.772442	0.227558
28	0.000000	0.317883	-0.317883
29	1.000000	0.559114	0.440886
30	0.000000	0.596107	-0.596107
31	1.000000	0.999839	0.000161
32	0.000000	0.018881	-0.018881
33	1.000000	0.591748	0.408252
34	0.000000	0.483754	-0.483754
35	1.000000	0.999389	0.000611
36	0.000000	0.983347	-0.983347
37	1.000000	0.834016	0.165984
38	0.000000	2.460-09	-2.460-09
39	1.000000	0.616292	0.383708
40	0.000000	0.678409	-0.678409
41	1.000000	0.742172	0.257828
42	0.000000	0.200029	-0.200029
43	1.000000	0.897083	0.102917
44	0.000000	0.132106	-0.132106
45	1.000000	0.501726	0.498274
46	0.000000	0.393777	-0.393777
47	1.000000	0.818528	0.181472
48	0.000000	0.535982	-0.535982
49	1.000000	NA	NA
50	0.000000	NA	NA

ERRORES DEL MODELO LOGIT
(Un año antes del base)



ECUACION 1.2.
MODELO LINEAL DE PROBABILIDAD
(Dos años antes del base)

SMPL . . . 1 - 8 . . . 11 - 50

48 Observations

LS // Dependent Variable is Y

```

=====
      VARIABLE      COEFFICIENT      STD. ERROR      T-STAT.      2-TAIL SIG.
=====
          C          0.5054899          0.0880361          5.7418470          0.000
        LICOR2       -0.0982190          0.0381051         -2.5775811          0.013
        ROTR2         0.0443111          0.0225411          1.9657878          0.056
=====
R-squared              0.162313      Mean of dependent var    0.500000
Adjusted R-squared     0.125083      S.D. of dependent var    0.505291
S.E. of regression     0.472634      Sum of squared resid     10.05224
Durbin-Watson stat     3.586350      F-statistic               4.359683
Log likelihood          -30.58732
=====

```

Estadístico AIC = 33,58

Nº de fallos = 11.

ECUACION 2.2.
MODELO PROBIT
(Dos años antes del base)

SMPL # 1 - 8 11 - 50

48 Observations

PROBIT // Dependent Variable is Y

Convergence achieved after 5 iterations

```

=====
      VARIABLE      COEFFICIENT      STD. ERROR      T-STAT.      2-TAIL SIG.
=====
          C          0.6175693          0.3279934          1.8828712          0.066
        LICOR2       -2.2351132          0.7773699         -2.8752249          0.006
        ROTR2         0.4312924          0.1496578          2.8618577          0.006
=====
Log likelihood          -22.274592
Cases with Y = 1                24
Cases with Y = 0                24
=====

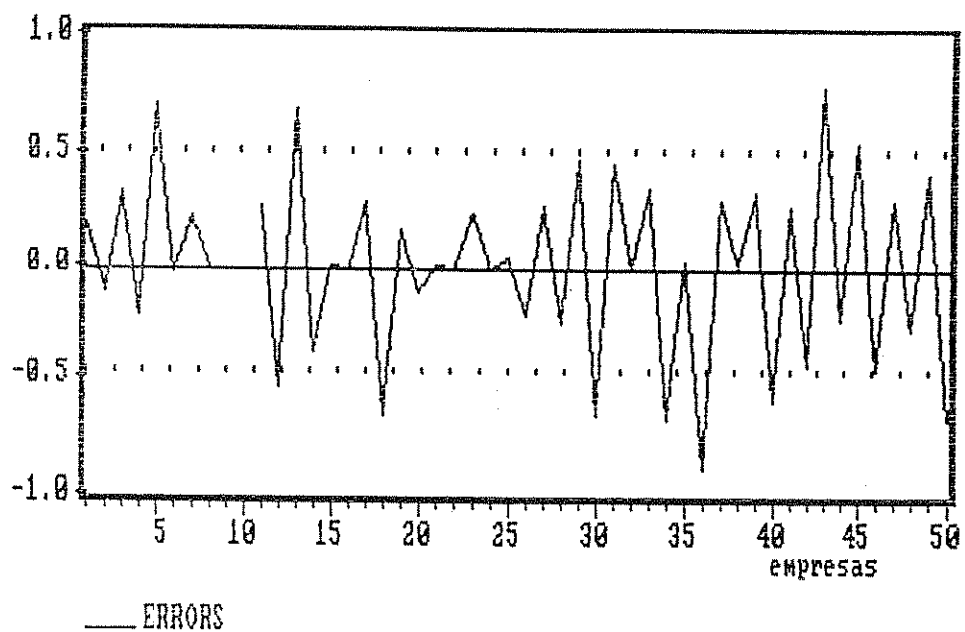
```

Estadístico AIC = 25,27

Nº de fallos = 11.

obs	Y	FY22	ERRORS
1	1.000000	0.805512	0.194488
2	0.000000	0.108346	-0.108346
3	1.000000	0.672236	0.327764
4	0.000000	0.223491	-0.223491
5	1.000000	0.305572	0.634428
6	0.000000	0.020334	-0.020334
7	1.000000	0.776842	0.223158
8	0.000000	1.000-17	-1.000-17
9	1.000000	NA	NA
10	0.000000	NA	NA
11	1.000000	0.726962	0.273038
12	0.000000	0.545340	-0.545340
13	1.000000	0.313451	0.686549
14	0.000000	0.396886	-0.396886
15	1.000000	0.999999	7.150-07
16	0.000000	1.970-07	-1.970-07
17	1.000000	0.715853	0.284147
18	0.000000	0.661834	-0.661834
19	1.000000	0.838108	0.161892
20	0.000000	0.119826	-0.119826
21	1.000000	0.993847	0.006153
22	0.000000	0.002591	-0.002591
23	1.000000	0.770514	0.229486
24	0.000000	0.005905	-0.005905
25	1.000000	0.954436	0.045564
26	0.000000	0.215118	-0.215118
27	1.000000	0.731037	0.268963
28	0.000000	0.253307	-0.253307
29	1.000000	0.537353	0.462647
30	0.000000	0.663105	-0.663105
31	1.000000	0.545559	0.454441
32	0.000000	0.001113	-0.001113
33	1.000000	0.650524	0.349476
34	0.000000	0.673723	-0.673723
35	1.000000	0.976194	0.023806
36	0.000000	0.891087	-0.891087
37	1.000000	0.696941	0.303059
38	0.000000	1.000-17	-1.000-17
39	1.000000	0.678186	0.321814
40	0.000000	0.601488	-0.601488
41	1.000000	0.732913	0.267087
42	0.000000	0.448714	-0.448714
43	1.000000	0.230257	0.769743
44	0.000000	0.229484	-0.229484
45	1.000000	0.455405	0.544595
46	0.000000	0.469056	-0.469056
47	1.000000	0.706400	0.293600
48	0.000000	0.288449	-0.288449
49	1.000000	0.599442	0.400557
50	0.000000	0.679543	-0.679543

ERRORES DEL MODELO PROBIT
(Dos años antes del base)



ECUACION 3.2.
MODELO LOGIT
(Dos años antes del base)

SMPL 1 - 6 11 - 50

48 Observations

LOGIT // Dependent Variable is Y

Convergence achieved after 4 iterations

```
=====
```

VARIABLE	COEFFICIENT	STD. ERROR	T-STAT.	2-TAIL SIG.
C	1.0192021	0.5258688	1.9381300	0.059
LICOR2	-3.7141443	1.2296581	-3.0199779	0.004
RQTR2	0.7275434	0.2518880	2.8883602	0.006

```
=====
```

Log likelihood -22.307832
Cases with Y = 1 24
Cases with Y = 0 24

```
=====
```

Estadístico AIC = 25,30

Nº de fallos = 11.

CONCLUSIONES

Si atendemos al año base comprobamos que, tanto el modelo probit (ecuación 2.0.) como el modelo logit (ecuación 3.0.), son capaces de predecir correctamente la probabilidad del fracaso de las empresas en el 94 por 100 de los casos. Si a esto le añadimos que, para algunas de las empresas, los balances publicados no recogen su situación real, que las probabilidades de predecir el fracaso, cuando es cierto, se aproximan a la unidad, y que estas probabilidades son prácticamente nulas cuando la empresa no fracasa, se pueden considerar los resultados como excelentes.

Por tanto, estos modelos pueden ser de gran utilidad para predecir el fracaso de las empresas a corto plazo.

Los resultados empeoran, como podemos observar, cuando estimamos para las mismas variables explicativas el modelo lineal de probabilidad (ecuación 1.0.); no sólo aumenta el número de fallos, sino que los valores de los errores crecen considerablemente.

Pero los modelos serán tanto más útiles para las empresas, cuanto más capaces sean de predecir el fracaso de ellas a medida que retrocedemos en el tiempo respecto al año de la crisis, ya que en el caso de que un modelo proporcione una probabilidad alta de fracaso, la empresa podría tomar medidas con tiempo suficiente, que traten de remediar esa previsible situación.

En este sentido, observamos que el modelo logit para un año antes del base (ecuación 3.1.), proporciona unos resultados aceptables, acertando en el 86 por 100 de las predicciones muestrales, aunque la seguridad de las predicciones ya no es tan clara como para el año base; estos resultados empeoran ligeramente para los otros dos modelos. Si consideramos los resultados para dos años antes del base, aún los modelos estimados son capaces de acertar, aproximadamente, en el 80 por 100 de las predicciones.

Atendiendo a las variables explicativas de los modelos, tenemos que, en este sector y para el tipo de empresas seleccionadas, el ratio de liquidez a corto plazo y el de rotación del activo son los que han mostrado una mayor capacidad para diferenciar entre las empresas que, al final del período, continúan con su actividad de las que terminan fracasando.

Por tanto, si se dispusiera, para la mayoría de los sectores, de balances fiables y más información en general, salvándose las lagunas que, actualmente, existen, tendríamos que la aplicación de modelos como los considerados podría convertirse en un medio eficaz para poder detectar el posible fracaso futuro de las empresas.

ESTUDIO SOBRE LA DIFERENCIACION RESIDENCIAL EN EL ESPACIO URBANO DE SEVILLA*

JESUS BASULTO

CARLOS ARIAS

Universidad de Sevilla y Cádiz

1. INTRODUCCION

Podemos afirmar que la diferenciación residencial de la población urbana se produce en función de distintas características. Estas características pueden cuantificarse por medio de indicadores, entre los que resaltan los indicadores relativos a los ingresos, tipos de ocupaciones, niveles de instrucción, movilidad, vivienda y demográficos. La ecología factorial (D. Timms, 1971) ha permitido mediante la aplicación de métodos factoriales, reducir esta gran cantidad de indicadores a un número más pequeño y manejable. En este proceso de reducción se ha llegado a establecer que la diferenciación residencial de la población urbana, al menos en las sociedades urbano-industriales de Norteamérica, Europa Occidental y Australia, se puede explicar en términos de un primer factor de tipo socioeconómico, un segundo factor denominado familismo, que describe los diferentes tipos de composiciones de la familia, un tercer factor con composición étnica y un último, cuarto factor, que recoge la movilidad.

Para explicar los resultados obtenidos por la ecología factorial se han propuestos teorías basadas en el comportamiento individual (teoría subsocial y el modelo de los «valores sociales») y en características globales de la sociedad donde está insertada la población urbana (análisis de las áreas sociales).

También, la diferenciación residencial se ha visto asociada a los siguientes mode-

* Los autores agradecen la ayuda prestada por la Gerencia de Urbanismo del Ayuntamiento de Sevilla, y sobre todo a Pepa García y Ana Álvarez pertenecientes al Area de Actuaciones Urbanísticas.

los espaciales: el modelo de zonas concéntricas, el sectorial, el basado en la existencia de núcleos múltiples (véase D. Timms, 1971, para estos tres modelos), y el modelo o teoría de «trading off» debido a Wingo (1961) y Alonso (1964), con desarrollos posteriores de Muth (1969) y Evans (1973). Un resumen y una crítica de estos modelos puede verse en el trabajo de H. W. Richardson (1978).

En el presente trabajo realizamos una aplicación de la ecología factorial a las áreas morfológicas propuestas por la Gerencia de Urbanismo del Ayuntamiento de Sevilla.

Trabajos que utilizan las ideas de la ecología factorial son, entre otros, el realizado en Madrid por A. del Campo Martín (1983) y el debido a J. J. Lara Valle (1983) realizado en Almería.

Un trabajo que estudia, desde el punto de vista descriptivo, las estadísticas espaciales en la ciudad de Sevilla, es el elaborado por J. Cruz Villalón (1985).

Los siguientes apartados del presente trabajo son: el punto 2, donde realizamos una clasificación de las áreas morfológicas de Sevilla; el punto 3, donde se aplica la técnica factorial de Componentes Principales a dichas áreas y, por último, en el punto 4 se discuten los resultados obtenidos.

2. CLASIFICACION DE LAS AREAS MORFOLOGICAS DE SEVILLA

En este trabajo hemos hecho uso de las áreas morfológicas definidas por la Gerencia de Urbanismo del Ayuntamiento de Sevilla. En el apéndice A-1/1 recogemos dichas áreas y damos su representación en un plano de Sevilla.

Las áreas morfológicas han sido construidas a partir de los siguientes criterios:

- Evitar que los límites corten barrios de morfología definida.
- Respetar la trama urbana, es decir, respetar las arterias principales y/o sistemas generales que delimitan las futuras áreas.
- Que la población del área no supere los 60.000 habitantes.
- Que los límites del área sean coincidentes con las secciones patronales, al objeto de evitar agregar o desagregar barrios culturales consolidados.

criterios que, como consecuencia de haber respetado las secciones censales, los barrios y la trama urbana, marcan el carácter morfológico de las áreas, siendo la población el único criterio no morfológico.

Recordemos que el espacio urbano de Sevilla está clasificado en secciones, barrios y distritos. Dado que las secciones son numerosas, los barrios no ofrecen, en la actualidad, los servicios básicos de ámbito local (algunos de ellos han sufrido pérdidas significativas de población) y los distritos son muy grandes; resulta entonces que las áreas morfológicas, intermedias entre los barrios y los distritos, ayudan a una mejor planificación de los servicios básicos. Esto último justifica nuestra utilización de las áreas morfológicas.

En esta parte del trabajo nos planteamos estudiar empíricamente los comportamientos de las áreas morfológicas en base a 11 indicadores socioeconómicos correspondientes al año 1985, cuyas definiciones y valores se recogen en los apéndices A-1/2-3.

Para estudiar dichas áreas hemos utilizado el método de Ward (1963), que nos permite clasificar en grupos homogéneos las áreas morfológicas para, así, llegar a obtener los distintos tipos de comportamientos.

En un primer análisis realizado sobre los datos originales, se seleccionaron siete grupos en base a una bondad de ajuste de 94.54 por 100 y se calculó las medias y las desviaciones estándares de los grupos.

Como consecuencia de estos primeros cálculos, se observó que son los indicadores: Índice de masculinidad, Índice de envejecimiento y Densidad de habitantes por ha., los que contribuyen a la formación de la clasificación obtenida. Esto último se confirmó a partir de aplicar el método de Ward a las áreas morfológicas y los tres indicadores anteriormente señalados, observando que sólo dos áreas (8.1 y 10.3) de las 27, cambian de grupo. Un posterior análisis de la varianza, realizado sobre los grupos obtenidos en el primer análisis confirmó claramente la influencia de los tres indicadores señalados y la falta de significación del resto de los indicadores.

A la vista de los últimos resultados nos ha parecido mejor estandarizar los indicadores (restar a cada indicador su valor medio y a continuación dividir por su desviación estándar) para así considerar igual de importantes a todos los indicadores.

Hemos aplicado el método de Ward a los datos estandarizados, habiendo seleccionado siete grupos en base a una bondad de ajuste del 75.68 por 100 y el correspondiente dendograma (A-2/1 y A-2/2). Las medidas y desviaciones estándares de los siete grupos y los correspondientes poderes discriminantes de cada una de los indicadores, se han recogido en el apéndice A-2/3. Las zonas obtenidas se han representado en el mapa M-1.

En este último análisis se observa que la mayor parte de los indicadores estandarizados tienen un poder discriminante elevado, afirmación que se confirma al aplicar un análisis de la varianza a cada una de dichos indicadores.

En base a este último análisis podemos ya avanzar algunos de los tipos de comportamientos de las áreas morfológicas:

a) El grupo 1 (que incluye al 9.1 por 100 de la población) está formado por las áreas 1.1. y 2.1., que forman el casco antiguo de la ciudad, es un grupo bastante homogéneo, excepto en el indicador: Porcentaje de Titulados Superiores. El grupo se diferencia del resto de los demás grupos por tener elevados valores en el indicador: *Índice de Envejecimiento y bajo valores en los indicadores: Índice de masculinidad, Porcentaje de casadas entre 20 y 50 años y tamaño familiar medio.*

b) El grupo 2 (35.9 por 100 formado por las áreas 1.1., 3.3., 5.2., 6.2., 7.1., 9.2. y 10.1., es un grupo que presente menos homogeneidad en los indicadores: Porcentaje de titulados medios y Porcentaje de titulados superiores. Esto último se debe a que el área 6.2. es muy distinta, en estos indicadores, del área 7.1. *En este grupo de valores promedios de los todos los indicadores, en el interior del mismo, están próximos a los valores promedios en todas las áreas morfológicas, excepto en indicador: Densidad de habitantes por ha., que alcanza en este grupo su valor más alto.*

c) El grupo 3 (11.9 por 100) formado por las áreas 3.2., 5.1., 5.3. y 6.1. es bastante homogéneo, excepto en el indicador: Densidad de población por ha. Este grupo se destaca por poseer los valores *más elevados en los indicadores: Porcentaje de titulados medios y Porcentaje de titulados superiores. También, el grupo presenta los valores más bajos en los indicadores: Porcentaje de población parada y Porcentaje de analfabetos.*

d) El grupo 4 (1.1 por 100) formado por las áreas 4.1. y 5.5. presenta una falta de homogeneidad en los indicadores: Porcentaje de titulados superiores, Índice de envejecimiento y Densidad de habitantes por ha. Este grupo, junto con el grupo 5,

presenta los valores *más elevados en los Indicadores: Tamaño familiar medio y el Índice de masculinidad. El grupo 4 posee, además, el valor más pequeño del indicador: Índice de dependencia y comparte con el grupo 3 los valores más pequeños del indicador: Porcentaje de analfabetos.*

e) El grupo 5 (12.5 por 100) formado por las áreas 5.4., 8.1., 8.2. y 10.5., es bastante homogéneo, excepto en el indicador: Densidad de habitantes por ha. Este grupo tiene los valores *más pequeños de los indicadores: Porcentaje de titulados medios y Porcentaje de titulados superiores. Comparte con el grupo 4 los valores más altos en el indicador tamaño familiar medio, y tiene el valor más alto de los indicadores: Porcentaje de población parada, Índice de masculinidad y Porcentaje de analfabetos.*

f) El grupo 6 (22.1 por 100) formado por las áreas 3.6., 7.2., 9.1., 10.2. y 10.4., presenta una buena homogeneidad, excepto en el indicador: Densidad de habitantes por ha. Esto último se debe a las áreas 10.2. y 10.4. Este grupo está próximo al grupo 5, compartiendo los valores *más bajos en los indicadores: Porcentaje de titulados medios y Porcentaje de titulados superiores.*

h) El grupo 7 (7.4 por 100) formado por las áreas 9.3., 9.4. y 10.3. es un grupo con falta de homogeneidad en los indicadores: Porcentaje de titulados medios y Porcentaje de titulados superiores. Este grupo presenta el valor *más bajo del indicador. Índice de envejecimiento, el valor más alto en los indicadores: Índice de dependencia y Porcentaje de casadas. Este grupo sigue el grupo 5 en los valores más altos del indicador: porcentaje de analfabetos, y comparte con el grupo 3 los valores más bajos en el indicador: porcentaje de población parada.* La posible paradoja entre elevado analfabetismo y poco paro se debe a que en este grupo abunda una población joven (recordemos que el indicador: Índice de analfabetismo está calculado sobre toda la población).

A pesar de que en el análisis realizado no hemos introducido ningún indicador de localización espacial, de la clasificación recogida en el mapa M-1 podemos observar que, excepto en algunas cuñas de la ciudad, los grupos tienden a situarse en semicírculos alrededor del casco antiguo de Sevilla.

En el siguiente apartado realizamos un análisis de Componentes Principales que nos permitirá profundizar en los comportamientos de las áreas morfológicas de Sevilla.

3. ANALISIS DE COMPONENTES PRINCIPALES DE LAS AREAS MORFOLOGICAS DE SEVILLA

Para ayudar a la interpretación de los grupos obtenidos en el apartado anterior, hemos realizado un análisis de componentes principales sobre las 27 áreas morfológicas y los 11 indicadores. Los indicadores se han estandarizado y a continuación se han dividido por la raíz de 27, de esta forma la matriz, X, de 27 áreas (las filas) por 11 indicadores (las columnas), es tal que $X' \times X = S$, donde S es la matriz de correlaciones entre los indicadores sin transformar.

La aplicación del análisis de componentes principales consiste en descomponer la matriz X en el producto de $X = V \times D \times U'$, donde $V' \times V = I$ y $U' \times U = I$, siendo I la matriz identidad y D es una matriz diagonal, tal que en su diagonal principal se recogen las raíces cuadradas de los valores propios de S.

Las componentes principales o factores son las columnas de la matriz $V \times D$, y las columnas de la matriz U son los «pesos» que permiten combinar los indicadores para obtener los factores (véase 1-3/1-2).

En nuestro trabajo hemos seleccionado los tres primeros factores o componentes, alcanzando una aplicación de la varianza total de los indicadores, transformados, igual al 84.83 por 100. Así, las tres primeras columnas de la matriz $V \times D$ permiten representar cada área en un espacio de tres dimensiones, denominados componentes o factores. Para ayudar a la interpretación de los factores, hemos representado gráficamente las 27 áreas morfológicas en cada uno de los planos definidos por las tres componentes (G-1-3/1), agrupando las áreas en zonas, en base a los grupos obtenidos en el apartado 2.

Para ayudar a la interpretación de los factores o componentes principales, hemos representado cada columna (indicador) de la matriz X por las correspondientes columnas de la matriz U' , observando que al ser $X = V \times D \times U'$, resulta que x_{ij} , valor del indicador (columna) j sobre el área (fila) i es igual al producto escalar de la fila i -ésima de $V \times D$ por la columna j -ésima de U' , es decir, la proyección perpendicular del vector fila i -ésima de $V \times D$ sobre el vector columna j -ésima de U' es proporcional a x_{ij} . El siguiente dibujo ayuda a una mejor interpretación de la última afirmación: donde j es la longitud del vector j -ésimo, columna de U' . Así, al juntar los gráficos G-1/1 y G-1/2, si proyectamos perpendicularmente todos los puntos-áreas sobre el vector que representa el indicador: Porcentaje de titulados superiores, se observa cómo las áreas con valores altos en el indicador anterior (áreas 3.2., 5.5., etc.) tienen proyecciones grandes en la parte positiva, de la dirección definida por el vector que representa dicho indicador; en cambio, las áreas con valores bajos en el indicador anterior (por ejemplo, 5.4. y 8.2.) tienen proyecciones grandes en la parte negativa.

Por último, debido a que las correlaciones calculadas entre las tres componentes y los 11 indicadores (A-3/2) no nos permiten obtener interpretaciones sencillas sobre los factores o componentes, hemos procedido a realizar un giro ortogonal (rígido) de los dos primeros factores o ejes a unos nuevos ejes o factores girados (A-4/1-2), utilizando el método varimax (Harman, 1980); estos factores girados tienen ahora unas correlaciones más selectivas con los 11 indicadores que las correlaciones anteriores, permitiendo así, dar una interpretación más simple de los nuevos factores. Los nuevos ejes girados se han representado en el gráfico G-1/1.

En la siguiente tabla (TABLA I) recogemos los pesos correspondientes a las competencias principales iniciales y los pesos obtenidos de las competencias principales, después de haber realizado el giro ortogonal a los ejes iniciales.

TABLA I

Indicador	ejes		ejes girados	
	I	2	I	II
× 1	.378	.250	.113	.439
× 2	.359	.129	.180	.337
× 3	.401	-.151	.399	.156
× 4	-.360	.314	-.478	-.008
× 5	-.349	.272	-.441	-.031
× 6	.219	.379	-.091	.428
× 7	-.339	-.323	-.035	-.467
× 8	.154	-.053	.150	.063
× 9	.04	-.402	.363	-.335
× 10	.299	-.332	.445	-.045
× 11	-.186	-.346	-.093	-.382

Las correspondientes correlaciones entre los 11 indicadores y los dos primeros factores iniciales y girados son los que se muestran en la siguiente Tabla (TABLA II).

TABLA II

Indicador	ejes		ejes girados	
	I	2	I	II
× 1	.86	.39	.51	.92
× 2	.81	.20	.58	.77
× 3	.91	-.24	.90	.57
× 4	-.82	.50	-.96	-.34
× 5	-.79	.43	-.90	-.36
× 6	.49	.60	-.09	.76
× 7	-.77	-.51	-.37	-.93
× 8	.35	-.08	.34	.22
× 9	.10	-.78	.50	-.40
× 10	.68	-.53	.85	-.21
× 11	-.42	-.55	-.06	-.67

A la vista de los últimos resultados, ya podemos interpretar cada uno de los factores seleccionados:

1. El primer factor o componente está altamente correlacionado positivamente con los indicadores: *Porcentaje de analfabetos* y *Porcentaje de población parada*, y correlacionado negativamente con los indicadores: *Porcentaje de titulados medios* y *Porcentaje de titulados superiores*. Por otra parte, la existencia de altas correlacio-

nes positivas entre los niveles de instrucción, los ingresos y el consumo (Encuesta de Presupuestos Familiares, 73-74 y 80-81), nos permite interpretar este primer factor como un *factor de status socioeconómico*, en el sentido de que a medida que dicho factor tiene valores más altos, las áreas correspondientes poseen menor status socioeconómico; en cambio, si el factor tiene valores pequeños, las áreas correspondientes poseen mayor status socioeconómico. También, a partir de observar el plano de Sevilla vemos que las áreas con valores más bajos en este factor, tales como 3.2. (Los Remedios), 2.1. (por ejemplo, Santa Cruz), 6.1. (por ejemplo, Nervión), 5.1. (por ejemplo, El Porvenir), 5.3. (por ejemplo, Heliópolis) y 9.3. (por ejemplo, Santa Clara), son áreas de alto poder económico (L. Marín de Terán, 1982); en cambio áreas con alto valor en el primer factor, por ejemplo en el área 7.1. Los Pajaritos, es bien conocido (Pilar Almoguera, 1981) el bajo poder económico de su población.

2. El *segundo factor o componente* está altamente correlacionado *positivamente* con los indicadores: *Índice de masculinidad*, *Tamaño familiar medio y en menor medida con el Porcentaje de casadas entre 20 y 50 años*, y de forma *negativa* con: *Índice de Envejecimiento y, en menor medida, con la Densidad de Población*. Recordemos que el Índice de masculinidad supera el valor de 100 en las primeras edades, para ir disminuyendo a medida que avanzamos en la edad. Por tanto, valores del Índice de masculinidad cercanos a 100 es síntoma de una población joven, con muchos niños y niñas frente al resto de la población. Luego, para valores altos del segundo factor encontramos valores altos de jóvenes, muchas mujeres en la edad de procrear y altos tamaños medios familiares; en cambio, valores bajos de dicho factor se asocian a valores altos de población madura. En conclusión: El segundo factor puede ser interpretado como un *factor de tipo familismo*, término que significa que las parejas prefieren «consumir» hijos frente a otros tipos de consumos. También, dicho término está asociado a las distintas composiciones que experimenta la familia a lo largo del ciclo vital de la pareja originaria.

3. Por último, el *tercer factor*, al estar exclusivamente correlacionado *positivamente* con el indicador: *Índice de Dependencia*, está describiendo distintos tipos de distribuciones de la población según la edad (pirámide de población).

Hemos codificado cada uno de los factores en cuatro clases, representando dichas clases, para cada uno de los factores, sobre mapas de Sevilla (M-2-4).

Ahora vamos a analizar, en primer lugar, las zonas (agrupación de las áreas) y, a continuación, las áreas:

ZONAS

a) Observando la representación recogida en el apéndice G-1/1, vemos que el *primer factor girado* opone el grupo 3 (áreas 3.2., 5.3., 6.1. y 5.1.) a los grupos 5 (áreas 5.4., 8.1., 8.2. y 10.4.) en el sentido de que es en el **grupo 3 donde dicho factor alcanza los valores más bajos** y de ahí que dicho grupo sea el de *mayor status socioeconómico*.

b) El *segundo factor girado* opone los grupos 1 (áreas 1.1. y 2.1.) y 3 (áreas 3.2., 5.3., 6.1. y 5.1.) a los grupos 4 (áreas 3.2., 5.3., 6.1. y 5.4., 8.1., 8.2. y 5.1.) y 7 (áreas 9.3., 9.4. y 10.3.), en el sentido de que es en los *grupos 4, 5 y 7 donde este factor alcanza los valores más altos*.

c) Por último, el *tercer factor* al estar altamente correlacionado positivamente con el indicador: Índice de dependencia, *opone los grupos 1* (áreas 1.1. y 2.1.) y 7 (áreas 9.3., 9.4. y 10.3.) al grupo 4 (áreas 4.1. y 5.5.), y el menor medida al grupo 5 (áreas 5.4., 8.1., 8.2. y 5.1.).

AREAS

1. A partir de observar el mapa correspondiente a las clases codificadas del primer factor, puede verse cómo este *divide al grupo 1* (áreas 1.1 y 2.1.) en dos áreas: igual le ocurre a los *grupos 4* (áreas 4.1. y 5.5.) y 7 (áreas 9.3., 9.4. y 10.3.). Ahora bien, se observa cómo el grupo 1 se repara, debido a este factor, de los grupos 4 y 7; recordemos que los grupos 4 y 7 se separan en base al tercer factor.

2. Del mapa correspondiente a las clases codificadas del segundo factor, puede verse cómo este *reune a los grupos: 4, 5 y 7, por una parte, y a los grupos: 2, 3 y parte del 6*, por otra. En cambio, el grupo 1 lo deja intacto.

3. Por último, observando el mapa correspondiente a las clases codificadas del factor tercero y el indicador: Índice de dependencia, podemos concluir que no presentan grandes diferencias entre ellos. En este mapa puede verse que los *grupos 4 y 7* permanecen casi intactos (no se dividen en áreas), observando una clara separación entre dichos grupos.

4. RESUMEN Y DISCUSION

En el último apartado hemos visto que las áreas morfológicas se diferencian a partir de un primer factor, que hemos denominado status socioeconómico, un segundo factor llamado familismo y un tercer factor que coincide con el indicador índice de dependencia. Cuando las áreas se agrupan en zonas homogéneas, se observa que las diferencias entre ellas son debidas, igualmente, a los tres factores anteriores. Así, a pesar de que en el presente trabajo, no hemos tenido la oportunidad de contar con ciertos tipos de indicadores, empleados en los trabajos de ecología factorial; los dos primeros factores obtenidos están de acuerdo con los factores derivados en los estudios de ecología factorial (Timms, 1971).

También, aunque en nuestro análisis no hemos introducido indicadores de localización espacial, se observa que, por ejemplo, si dos áreas tienen valores muy diferentes en el segundo factor, resulta entonces que al localizar dichas áreas en el mapa de Sevilla, la distancia física entre las áreas es muy grande. En consecuencia, los factores *inducen distancias físicas* sobre las áreas, que se manifiesta en una *segregación*, de las áreas, desde el centro histórico hacia el norte, este y sur. En este proceso de segregación, áreas con valores cercanos en el segundo factor, tienden a aparecer próximas físicamente sobre semicírculos, alrededor del centro histórico.

En cambio, la segregación espacial debida al primer factor se origina a partir de las áreas: 2.1., 3.2., 6.1., 5.1., 5.3., 4.1. y 9.3. y se difunde hacia las áreas periféricas de la ciudad. Notemos que si tomamos los valores del primer factor sobre estas áreas (no los valores codificados, usados en el mapa), se observan valores negativos elevados de dicho factor en las áreas 3.2. (- 0.66), 5.1. (- 0.55), 5.3. (- 0.55) y en menor

medida en 6.1 (- 0.49), 2.1. (- 0.43) y 9. = (- 0.42). El área 4.1. (- 0.61) es una área especial que abarca la zona militar de Tablada.

La estructura espacial del primer factor no sigue el modelo de estructura y crecimiento de Burges (Timms, 1971). El modelo predice que los individuos de alto status socioeconómico residen en la periferia de la ciudad. Precisamente, a partir de observar el mapa correspondiente al primer factor, los individuos de alto status socioeconómico tienden a residir en las partes interiores de la ciudad, a pesar de que entre los años 50 y 70 los individuos con alto status socioeconómico deciden abandonar el centro histórico y residir en el área 3.2. (Los Remedios) (L. Marín de Terán, 1982) y, también, a partir de los años 60, tras la salida de los norteamericanos de la barriada de Santa Clara (área 9.3.); ésta ha sido ocupada por una población —profesionales en su mayoría— con alto status socioeconómico (J. Cruz Villalón, 1983).

El modelo de Burges fue establecido para explicar el rápido crecimiento de ciudades con unas bases industriales, un transporte eficaz, una población heterogénea, un mercado de viviendas libre y un sistema de valores que concede máxima importancia a todo lo nuevo y lo espacioso (Timms, 1971).

Con la modernización de las sociedades tradicionales y los cambios acaecidos en los medios de transporte, las comunicaciones y los sistemas de valores, se puede pronosticar una tendencia en la distribución de los grupos de alto status socioeconómicos a aproximarse cada vez más al modelo de Burges (Timms, 1971). Ejemplos que apoyan esta predicción son: el área 3.2. (Los Remedios), 9.3. (Santa Clara) y posiblemente Heliópolis (del área 5.3.).

Ahora bien, con la utilización de políticas de reordenación urbana, la intervención pública en el mercado de viviendas y el aumento de problemas en el transporte, puede ocurrir con bastante probabilidad que poblaciones con alto status socioeconómico tiendan a residir en el interior de la ciudad, cerca del centro histórico.

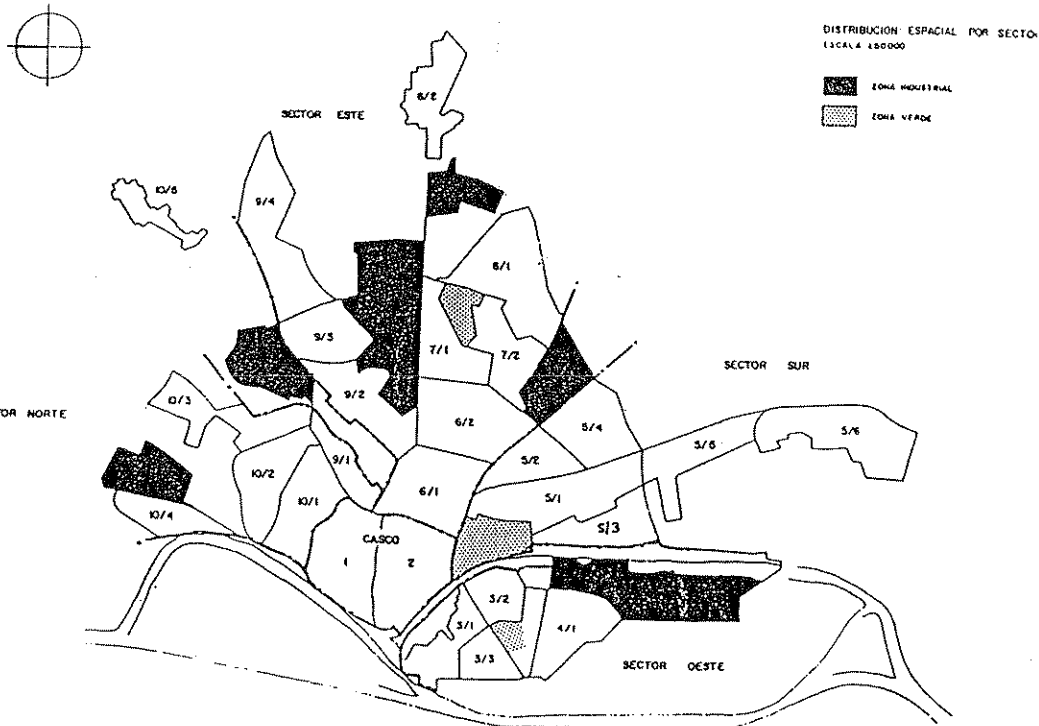
Referencias

- Almoguera, P. (1981). *La Barriada de los Pajaritos*. Ed. Biblioteca de Temas Sevillanos.
- Aloson, W. (1964). *Location and Land Use*. Ed. Cambridge, Mass: Harvard University Press.
- Campo Martín, A. (1983). Una Aplicación de la Ecología Factorial al Estudio de Pautas Espaciales de Segregación Social en el Municipio de Madrid. *Ciudad y Territorio*, 3-4, páginas. 137-153.
- Cruz Villalón, J. et al (1986). *La Población de Sevilla*. Ed. Biblioteca de Temas Sevillanos.
- Evans, A. W. (1973). *The Economics of Residential Location*. Ed. Macmillan.
- Harman, H. H. (1980). *Análisis Factorial Moderno*. Ed. Saltés.
- I.N.E. (1973-74 y 1980-81). *Encuesta de Presupuestos familiares*.
- Lara Valle, J. J. (1983). Segregación Social en el Espacio Urbano Almeriense. *Paralelo 37*, 7. Almería, págs. 12-27.
- Marín de Terán, L. (1982). *Sevilla: Centro Urbano y barriadas*. Ed. Biblioteca de Temas Sevillanos.
- Muth, R. F. (1969). *Cities and Housing*. Ed. University of Chicago Press.
- Richardson, H. W. (1978). Determinants of Urban House Prices and Residential Location Theory. En *La Structure Urbaine en Europe Occidentale*. Ed. J. H. P. Paelinck, páginas 225-254.

- Timms, D. (1976). *El Mosaico Urbano: Hacia una Teoría de la Diferenciación Residencial*. Ed. Instituto de Estudios de Administración Local.
- Ward, J. H. (1963). Hierarchical Grouping to Optimise and Objective Function. *J.A.S.A.* 58, págs. 236-244.
- Wingo, L. (1961). *Transportation and Urban Land*. Ed. Washington, D. C. Resources for the Future.

IDENTIFICACION DE LAS AREAS

N Área	Denominación	N Área	Denominación	N Área	Denominación
1	1.1 Centro Histórico	10	5.4 Polígono Sur	19	9.1 Cerza-Granados
2	2.1 Centro Histórico	11	5.5 Elcano-Pineda	20	9.2 Polígono San Pablo
3	3.1 Triana	12	5.6 Bellavista	21	9.3 Santa Clara
4	3.2 Remedios	13	6.1 San Bernardo-Calzada-R ^a Rey	22	9.4 Alcaza-Aeropuerto
5	3.3 Tardón	14	6.2 Nervión-Ciudad Jardín-Juncal	23	10.1 Fio XII-Macarena-Barzola
6	4.1 Tablada	15	7.1 Tres Barrios	24	10.2 Polígono Norte
7	5.1 Porvenir-Baai	16	7.2 Juan XXIII-Cerro Aguila-Rechel	25	10.3 Pino Montano
8	5.2 Tiro de Línea	17	8.1 Plata-Palmete-Padre Pio	26	10.4 San Jerónimo
9	5.3 Heliópolis-Reina Mercedes	18	8.2 Torreblanca	27	10.5 Valdeorras



Variables (indicadores)

× 1: *Índice de masculinidad*. Se obtiene multiplicando por cien el cociente número de hombres entre el número de mujeres. Indica el número de hombres por cada cien mujeres.

× 2: *Porcentaje de casadas entre 20 y 50 años*. Se obtiene multiplicando por cien el cociente número de mujeres casadas cuya edad está comprendida entre 20 y 50 años entre el número de mujeres que tienen entre 20 y 50 años. Indica el número de mujeres casadas cuya edad está comprendida entre 20 y 50 años por cada cien mujeres que tienen esa edad.

× 3: *Porcentaje de analfabetos*. Se obtiene multiplicando por cien el cociente de analfabetos entre el total de la población. Indica el número de personas que no saben leer ni escribir por cada cien habitantes.

× 4: *Porcentaje de titulados medios*. Se obtiene multiplicando por cien el coeficiente de titulados medios entre el total de la población. Indica el número de personas que tienen titulación media por cada cien habitantes.

× 5: *Porcentaje de titulados superiores*. Se obtiene multiplicando por cien el cociente de titulados superiores entre el total de la población. Indica el número de personas que tienen titulación superior por cada cien habitantes.

× 6: *Tamaño familiar medio*. Se obtiene dividiendo el total de la población entre el número de familias. Indica el número medio de componentes por familia.

× 7: *Índice de envejecimiento*. Se obtiene multiplicando por cien el cociente número de personas cuya edad es mayor o igual que 65 años entre el número de personas cuya edad es menor o igual que 14 años. Indica cuantos habitantes tienen una edad superior a los 64 años por cada cien cuya edad es inferior a los 15.

× 8: *Índice de dependencia*. Se obtiene multiplicando por cien el cociente de la suma del número de personas cuya edad es inferior a los 15 años y de aquellas que tienen más de 64 entre el número de personas que no están incluidas en la suma anterior. Indica el número de personas que no son potencialmente activas por cada cien que lo son.

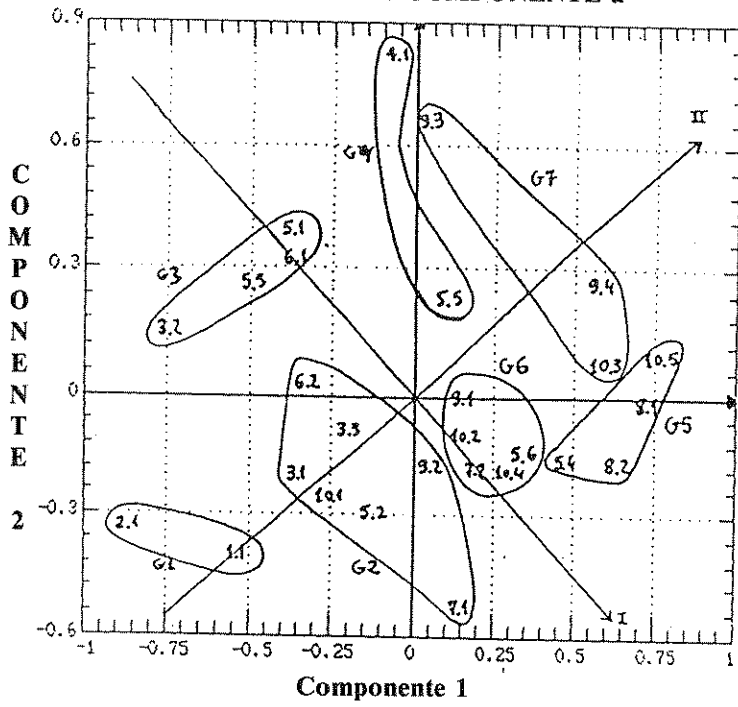
× 9: *Porcentaje de población activa*. Se obtiene multiplicando por cien el cociente de la población activa entre el total de la población. Indica el número de personas activas por cada cien habitantes.

× 10: *Porcentaje de población parada*. Se obtiene multiplicando por cien el cociente de la población parada entre la población activa. Indica el número de personas en paro por cada cien que están trabajando.

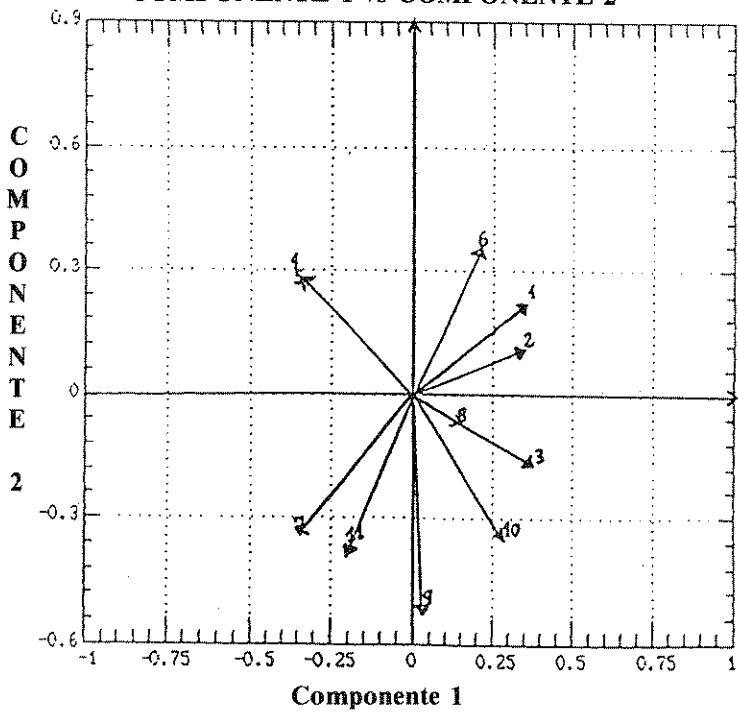
× 11: *Densidad de población*. Se obtiene dividiendo el número de habitantes entre la superficie expresada en hectáreas. Indica el número de habitantes por hectárea.

COMPONENTE 1 vs COMPONENTE a

G-1/1-2

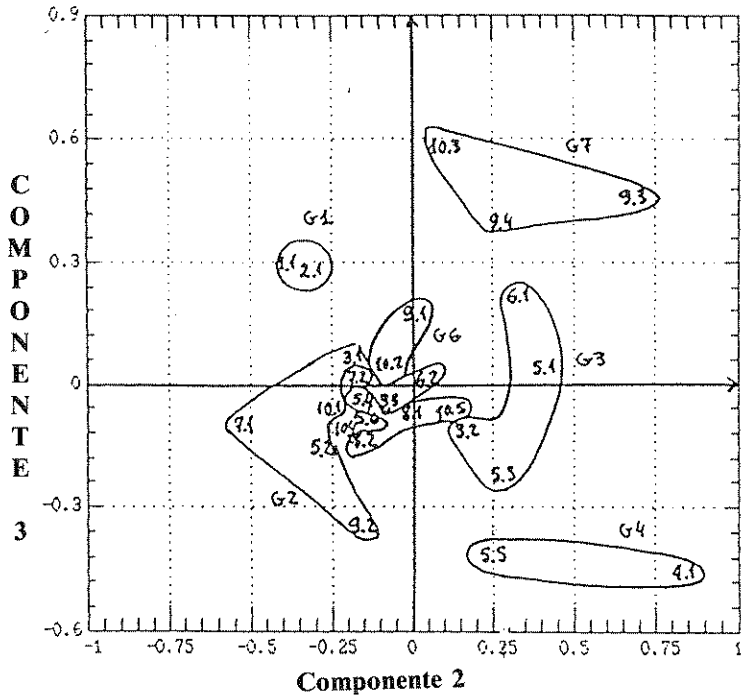


COMPONENTE 1 vs COMPONENTE 2

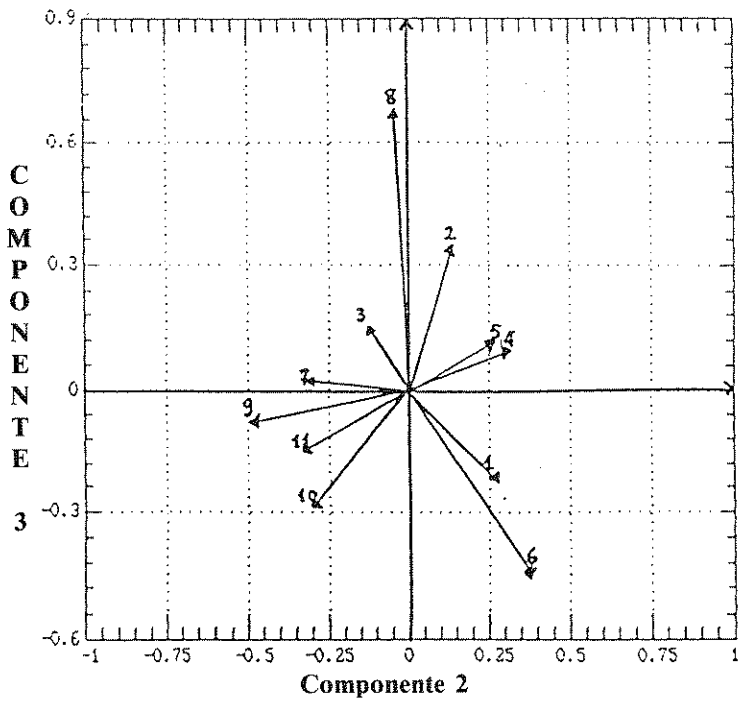


COMPONENTE 2 vs COMPONENTE 3

G-2/1-2

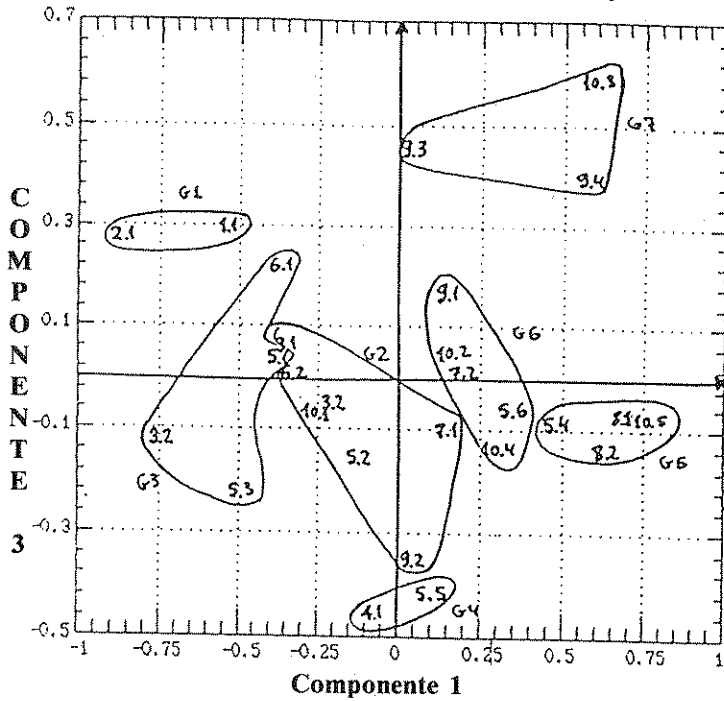


COMPONENTE 2 vs COMPONENTE 3

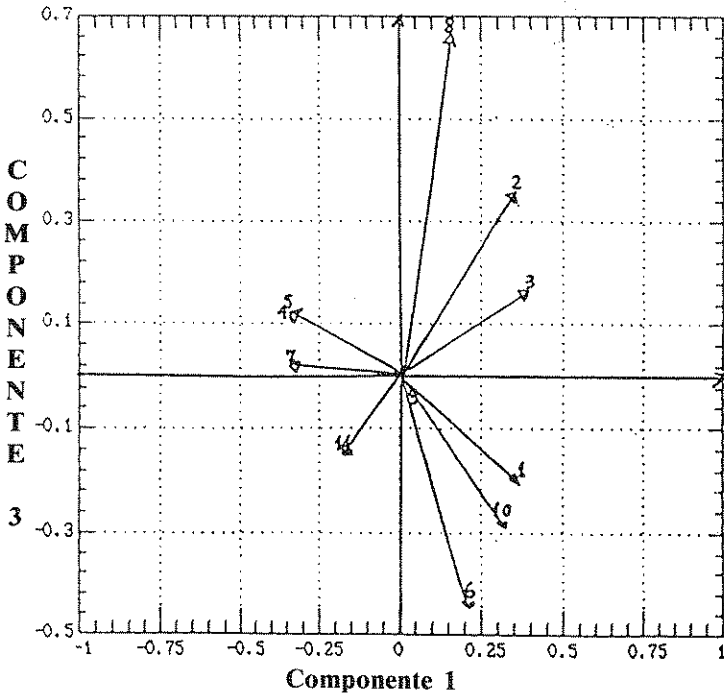


COMPONENTE 1 vs COMPONENTE 3

G-3/1-2



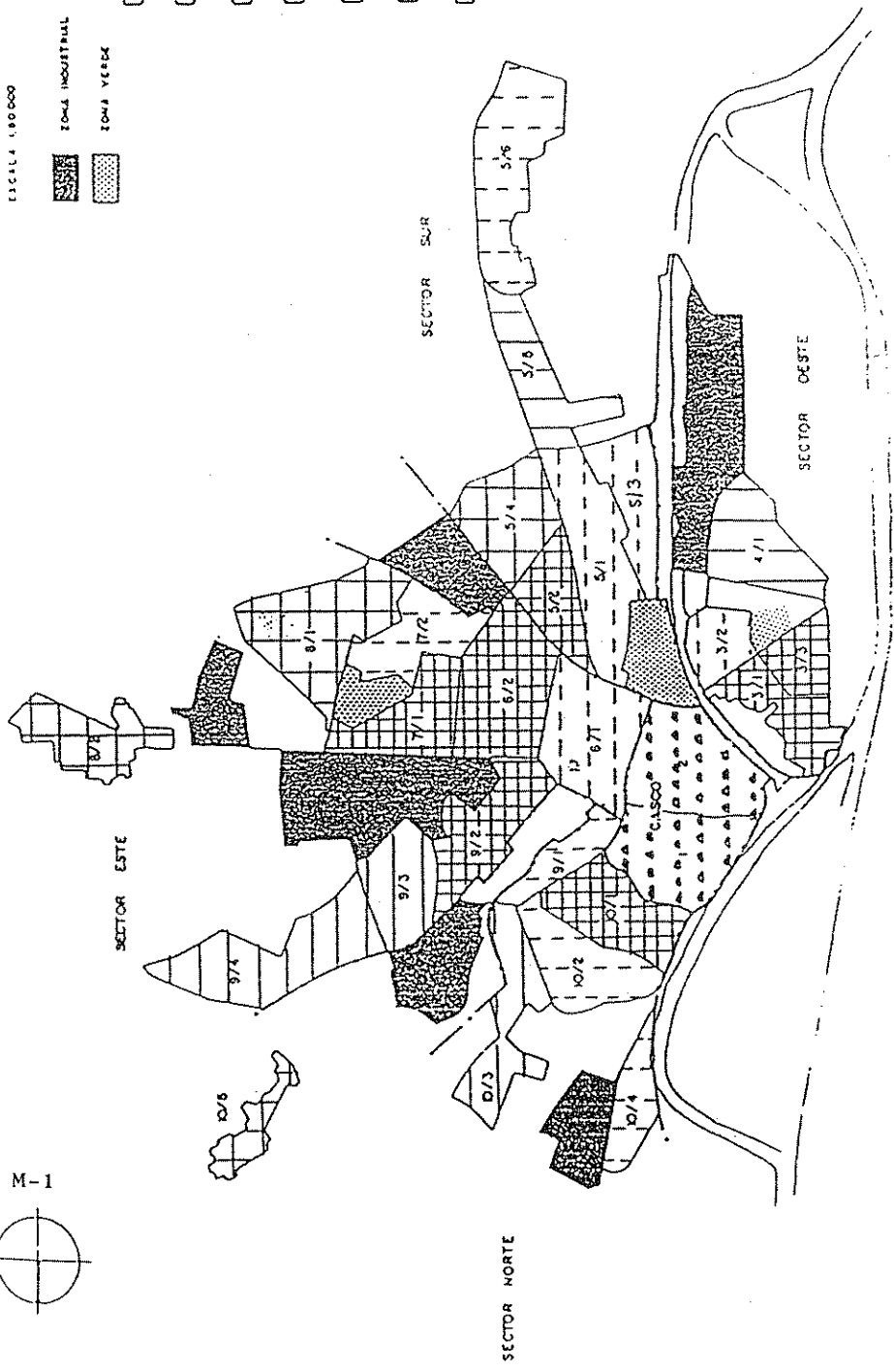
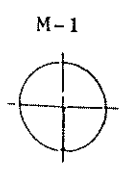
COMPONENTE 1 vs COMPONENTE 3



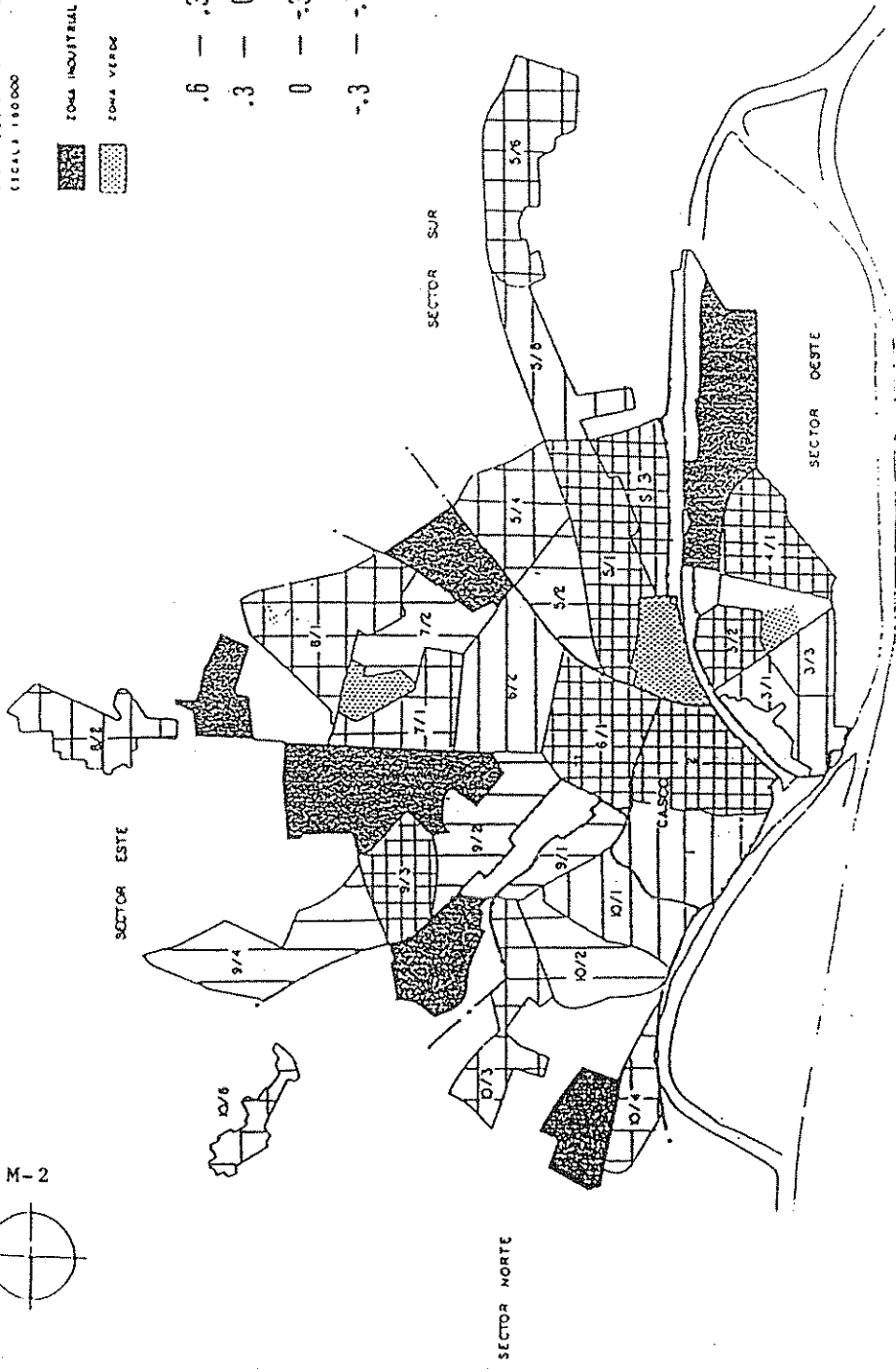
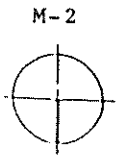
DISTRIBUCION ESPACIAL POR SECTORES
 ESCALA 1:80000

ZONA INDUSTRIAL
 ZONA VERDE

- G1
- G2
- G3
- G4
- G5
- G6
- G7



DISTRIBUCION ESPACIAL POR SECTORES
 CICAL 180000

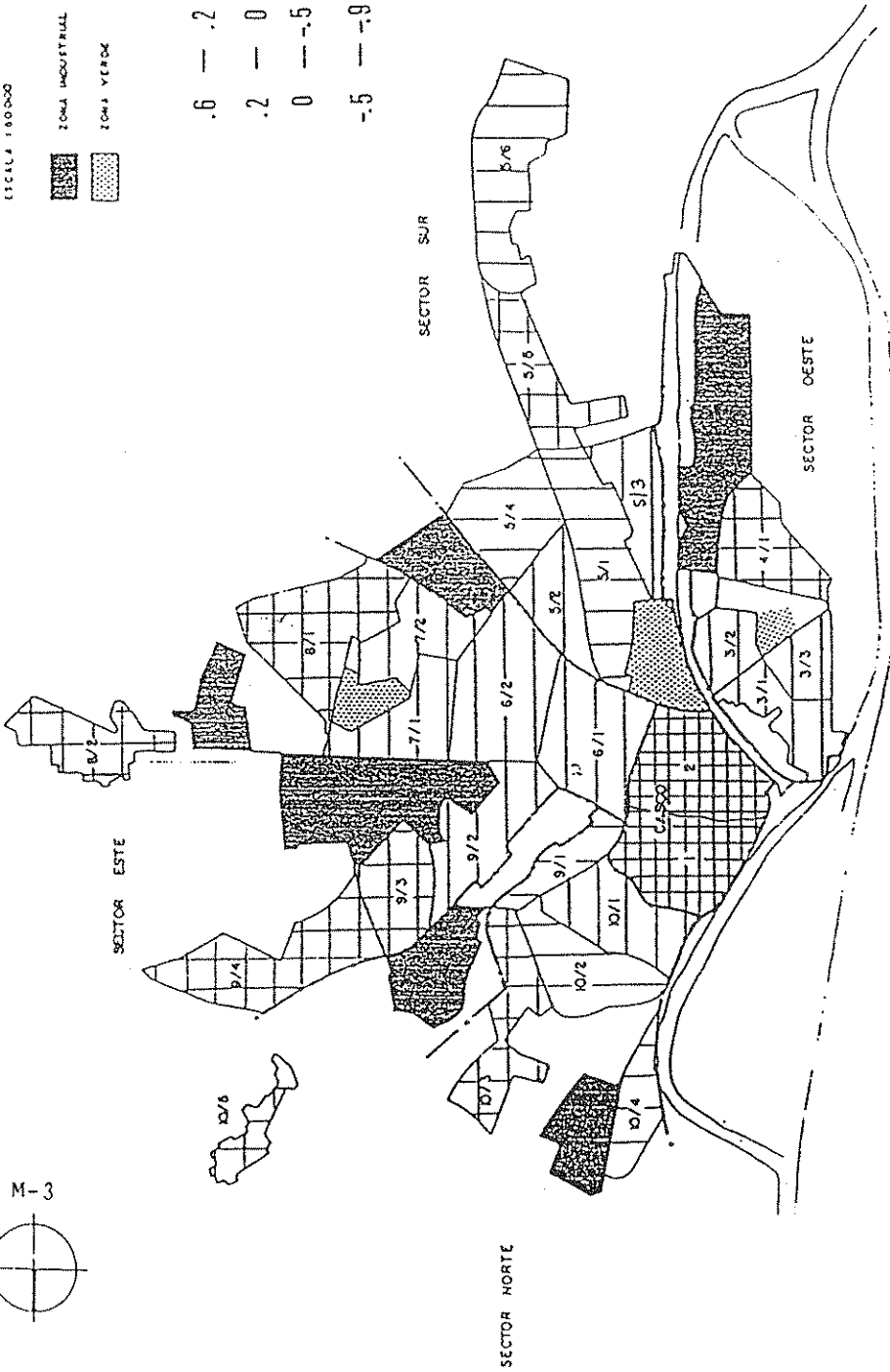
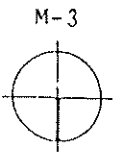
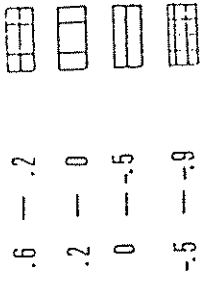


ZONA INDUSTRIAL
 ZONA VERDE

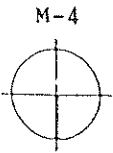
[Grid pattern]	.6	-.3
[Grid pattern]	.3	0
[Grid pattern]	0	-.3
[Grid pattern]	-.3	-.7



DISTRIBUCION ESPACIAL POR SECTORES
 ESCALA 1:80,000





ZONA INDUSTRIAL
 ZONA VERDE

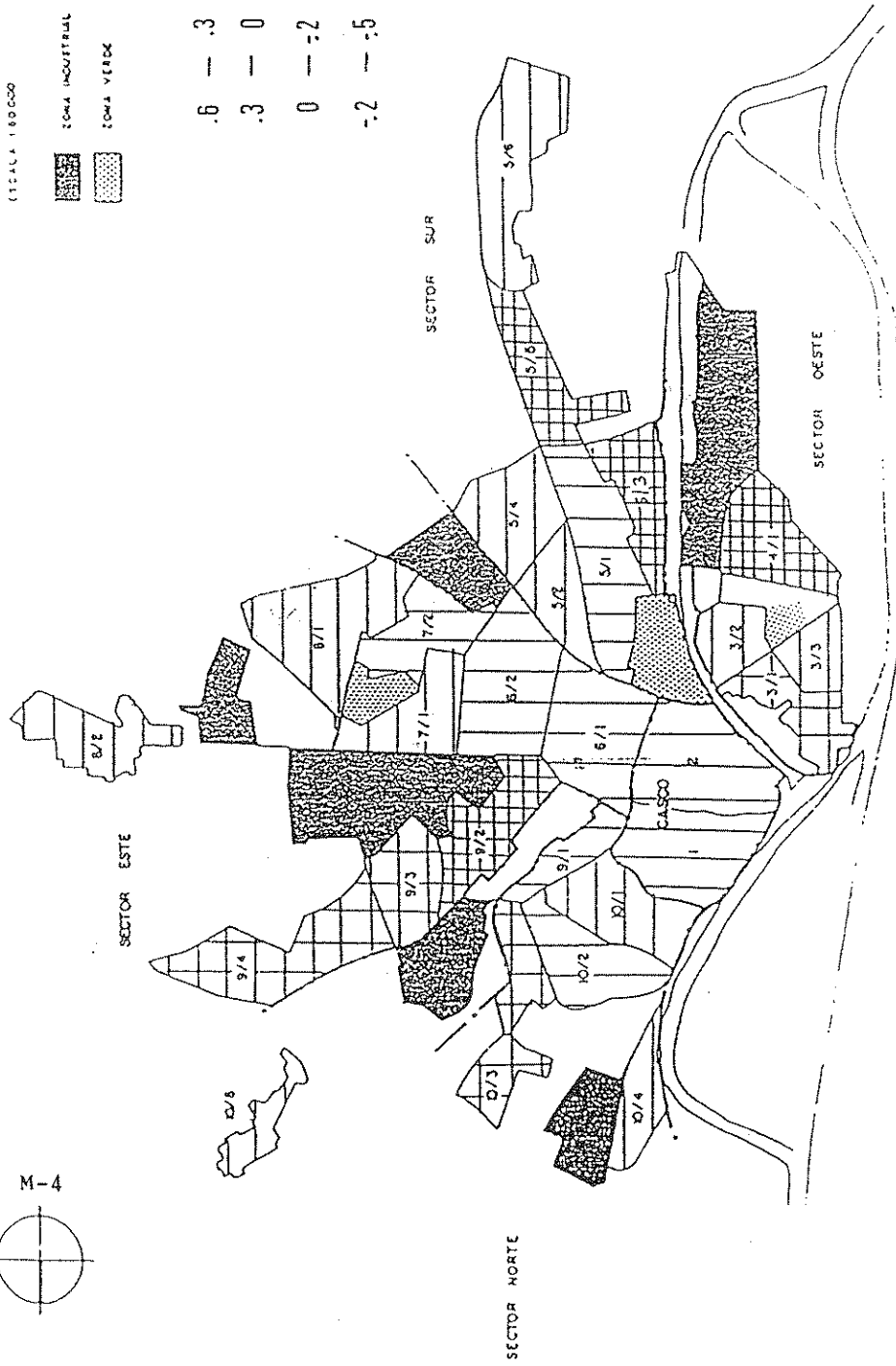


DISTRIBUCIÓN ESPACIAL POR SECTORES
 ESCALA 1:60,000



 ZONA INDUSTRIAL
 ZONA VERDE

	.6	-.3
	.3	- 0
	0	-.2
	-2	-.5



LA FUNCION DE PRODUCCION PARA TRES RAMAS INDUSTRIALES EN EL MARCO DEL MODELO «HERMES-ESPAÑA» (*)

M. DONES TACERO

Universidad Autónoma de Madrid

J. B. PENA TRAPERO

Universidad de Alcalá de Henares

INTRODUCCION

El bloque producción constituye uno de los más importantes del modelo HERMES, para el que el equipo central ha asumido la hipótesis *putty-clay* como base de partida.

El hecho de que el equipo español se haya incorporado con retraso, en relación a otros países, al grupo de trabajo HERMES, nos ha permitido aprovechar la experiencia de otros equipos nacionales en la estimación de este bloque.

En particular, se han seguido, parcialmente, las normas fijadas por los documentos:

— MS17-U2: «A Production Block Manual for the industrial braches of the HERMES Model», de A. Italianer (febrero 1983).

— MS19: «Comparative Study for the Production Block of the HERMES Model based on three-factor COBB-DOUGLAS C.E.S. Productive Function», de C. Lallour y M. V. Groenendaal (abril 1983).

— MS25: «HERMES CES-CD Three factors production functions», de J. E. Moncomble (septiembre 1985).

Las ecuaciones de producción se refieren a las tres ramas industriales manufactureras del modelo HERMES, a saber:

(*) Comunicación presentada a las III Jornadas sobre Modelización Económica. Valladolid, 20-21 de junio de 1988.

- Manufacturas de bienes intermedios (rama Q).
- Manufacturas de bienes de equipo (rama K).
- Manufacturas de bienes de consumo (rama C).

En este artículo trataremos los siguientes aspectos:

- El cuadro teórico.
- Los datos.
- La estimación.
- Cálculo de elasticidades.
- Aplicación del mecanismo de corrección de error para el estudio de los aspectos dinámicos.
- Conclusiones.

EL MARCO TEORICO

Siguiendo las especificaciones dadas por el Documento MS17, la demanda de factores se plantea como un problema de optimización, ya que se deriva de la minimización de los costes anticipados, sujetos a las restricciones técnicas que impone una función de producción. Esta forma de proceder no aporta ninguna novedad respecto a otros muchos modelos. Sin embargo, lo que sí supone un cierto aspecto diferencial es la elección del tipo de función y la aceptación de la hipótesis «putty-clay» como punto de partida.

En la literatura clásica son bien conocidas las funciones Cobb-Douglas (1928) y las CES (Elasticidad de Sustitución Constante), debida a Arrow, Chenery, Minhas y Solow (1961). Ambos tipos de funciones trabajan con dos factores: trabajo y capital.

Generalizaciones para más de dos factores se llevaron a cabo, entre otros, por Mukerji (1963), Sato (1967) y Hanoch (1971).

Nosotros, siguiendo las normas del Documentos MS25, vamos a elegir una función con tres factores, a saber: trabajo, capital y energía.

Dos de estos factores se agrupan formando un factor compuesto mediante una función de tipo CES y, seguidamente, el factor compuesto se integra con el tercer factor mediante una función CD de rendimientos constantes.

Se obtiene así la siguiente función CES-CD:

$$\bar{Y}_t'' = A e^{gt} [\delta I_t^{-e} + (1 - \delta) \bar{X}_{Et}''^{(-e)}] - \frac{\alpha}{e} \bar{X}_{Lt}''^{(1-\alpha)} \quad [1]$$

donde:

\bar{Y}_t'' : es la nueva capacidad de producción de la rama correspondiente a la generación instalada en el año t, con costes constantes de factores. También se denomina «capacidad de producción marginal de la generación de capital instalada».

\bar{X}_{it}'' : es el nivel normal del factor de producción i a precios constantes, requerida para producir la capacidad marginal de producción instalada en «t». También se llama «insumo marginal del sector i». i = L (trabajo), E (energía).

I_t : es la formación bruta de capital fijo en el año t.

g: es la tasa de progreso técnico.

δ : es el parámetro de distribución de la CES $0 < \delta < 1$.

$1 - \alpha$: es el parámetro de participación del factor trabajo en la CD $0 < \alpha < 1$.

Los elementos que integran la función de producción [1] son, como puede observarse, de tipo marginal debido a la aceptación de la hipótesis «putty-clay».

Se supone que el stock de capital no es homogéneo, sino que se va formando por la aportación de distintas generaciones (vintage) de bienes capital. Cada generación tiene sus propias características productivas. Por ello, la hipótesis «putty-clay» siguiendo a Johansen (1959) y Phelps (1963) implica que el producto puede elegir la inversión y el uso óptimo de los factores para la generación que se va a instalar, pero no tiene posibilidad de influenciar las generaciones de capital ya instaladas.

En estas consideraciones es posible, a largo plazo, la sustitución de factores a través de la solución del problema de optimización, que se plantea en cada nueva incorporación de bienes capital, mientras que el stock de capital existente no permite la sustitución.

Habiendo introducido en la fórmula [1] los conceptos de capacidad marginal de producción e insumos marginales de factores, conviene que aludamos ahora a otros conceptos previos que, según el MS17, son necesarios para llegar a obtener los valores marginales.

Capacidad de producción y capacidad de insumos

Se definen las siguientes variables:

\bar{Y}_t : es la capacidad de producción en el período t. Esta capacidad viene determinada por el stock de capital existente en t y es el nivel máximo de producción que puede obtenerse con aquel stock, suponiendo que no existen restricciones en los factores de producción.

\bar{X}_{it} : es el nivel normal del factor de producción i, a precios constantes, que corresponde a la plena utilización de la capacidad productiva (i = L, E).

Los niveles observados de producción (Y_t) y de los factores asociados a aquella (X_t) no siempre corresponden con los de plena capacidad, dependiendo de la tasa de utilización.

Por ello, se da la siguiente relación:

$$\bar{Y}_t = \frac{Y_t}{QR_t} \quad \bar{X}_{it} = \frac{X_t}{QR_t} \quad QR \leq 1 \quad [2]$$

Siendo QR la tasa de utilización.

En el Documento MS17 los valores \bar{Y}_t y \bar{X}_t se obtienen como medias móviles de los cuatro años anteriores a t, de los niveles (Y y X) observados.

Una vez definidos los conceptos de capacidad de producción y de insumos, es fácil obtener la forma de pasar a los conceptos de *capacidad marginal* correspondientes a la nueva generación instalada. En efecto, se define la capacidad de la nueva generación de capital instalada, o capacidad marginal (\bar{Y}_t'') como la diferencia de la capacidad total existente en un momento dado, menos la capacidad del stock de capital del período anterior, que permanece o perdura en este momento.

$$\bar{Y}_t'' = \bar{Y}_t - (1 - \delta) \bar{Y}_{t-1} \quad [3]$$

donde δ es el tipo de depreciación del stock de capital que, en el MS17, se considera constante sobre el tiempo.

A la capacidad marginal de producción se le asocia el concepto de *utilización marginal de insumos*, que se define de forma análoga, es decir:

$$\bar{X}_{it}'' = \bar{X}_{it} - (1 - \delta) \bar{X}_{i,t-1} \quad i = E, L \quad [4]$$

El tipo de depreciación es diferente para cada factor, pero se supone constante sobre el tiempo.

El Documento MS17 da las normas específicas para el cálculo de la tasa de depreciación que, lógicamente, están ligadas a la vida útil u horizonte temporal de la inversión.

La función de costes anticipados

Antes de poder resolver el problema del productor de minimizar sus costes sujetos a la función de producción, es preciso determinar la función de costes.

En el momento de elegir la nueva generación a ser instalada, se conocen los precios de la inversión, del producto y de los factores (PI , PY , PX_{it}) que se consideran exógenos. El productor debe calcular los costes a lo largo de la vida útil de la nueva generación, lo que exige una anticipación de los precios para un período, anticipación que, a falta de mayor información sobre el futuro, se basa en el comportamiento observado en el pasado.

Así, en el Documento MS17 se calculan, previamente, las tasas de crecimiento anual de los precios de los factores ($\hat{\Pi}_{it}$), como media geométrica de las tasas correspondientes a los años de vida útil correspondientes al año «t». Es decir:

$$\hat{\Pi}_{it} = (PX_{i,t-1} / PX_{i,t-T})^{1/T-1} - 1 \quad [5]$$

$i = E, L \quad t = 3 \dots N \quad T = \text{vida útil}$

Una vez conocida la tasa anual acumulativa en el pasado, suponiendo un crecimiento de precios similar en el futuro, tendríamos como precios anticipados los siguientes:

$$PX_{i,t+j} = [PX_{it} (1 + \hat{\Pi}_{it})^j] \quad [6]$$

$i = E, L \quad j = 1 \dots T \quad t = 3 \dots N$

Si R_t es el tipo de interés a largo plazo, correspondiente al momento t, la generación de costes unitarios descontados será:

$$C_t = PI_t K_t'' + \sum_i K_{it}'' \sum_{j=0}^T PX_{it} (1 + \hat{\Pi}_{it})^j / (1 + R_t)^j \quad [7]$$

Donde $K_t'' = I_t / \bar{Y}_t''$ es la relación marginal insumo producto para la FBCF o coeficiente marginal técnico.

$\bar{K}_{it}'' = \bar{X}_{it}'' / \bar{Y}_t''$ es la relación marginal insumo-producto para el factor «i» o coeficiente marginal técnico para dicho factor.

Si se tiene en cuenta que en [7] $\sum_{j=0}^T (1 + \hat{\Pi}_{it})^j / (1 + R_t)^j$ es la suma de los términos de una progresión geométrica de razón $(1 + \hat{\Pi}_{it}) / (1 + R_t)$ tendremos:

$$\sum_{j=0}^T (1 + \dot{\Pi}_{it})^j / (1 + R_t)^j =$$

$$\left(1 - \frac{1 + \dot{\Pi}_{it}}{1 + R_t}\right) / \left(1 - \frac{1 + \dot{\Pi}_{it}}{1 + R_t}\right) = \Pi_{it} \quad [8]$$

Con lo cual, sustituyendo en [7] quedará, en definitiva:

$$C_t = \Pi_{it} K_t'' + \sum_i P X_{it} \Pi_{it} K_{it}'' \quad i = E, L \quad [9]$$

Que es la función de costes unitarios descontados.

Unitarios porque utiliza los coeficientes marginales técnicos y descontados ya que los precios anticipados en «t» vienen actualizados o descontados al aplicarles el tipo de interés a largo plazo en «t».

Es importante señalar que en la función de costes definida en [9] se supone que la depreciación técnica sobre el período de vida útil T es despreciable.

Por otra parte, si las tasas de crecimiento esperadas Π_{it} son iguales al tipo de interés R_t , entonces el factor Π_{it} sería igual a la unidad, como puede comprobarse a partir de [8].

El problema del productor y la solución óptima

Como ya se ha indicado para cada generación instalada, el productor elige la inversión y los factores que minimizan el coste total anticipado y descontado sujeto a la función de producción, es decir:

$$\text{Min } \{ \Pi_{it} I_t + P X_{Lt} \Pi_{Lt} \bar{X}_{Lt}'' + P X_{Et} \Pi_{Et} \bar{X}_{Et}'' \}$$

sujeto a $\bar{Y}_t^n = f(I_t, \bar{X}_{Lt}'', \bar{X}_{Et}'')$ [10]

Obsérvese que si se utiliza la función de producción CES-CD definida en [1] por ser homogénea de grado uno, se puede trabajar con una función de costes unitaria y la función de producción unitaria obtenida al dividir por Y ambos miembros de la igualdad.

En tal caso, los factores marginales se sustituyen por los coeficientes marginales técnicos.

La solución del problema [10] conduce a utilizar la función de producción especificada en [1] a la solución óptima siguiente:

$$\frac{I_t}{\bar{Y}_t''} = A^{-1} \left(\frac{\alpha}{1-\alpha}\right)^{1-\alpha} \delta e^{-\delta t} \left(\frac{\pi_{Lt} P X_{Lt}}{\Pi_{Lt}}\right)^{1-\alpha}$$

$$\left[1 + \left(\frac{1-\delta}{\delta}\right)^\sigma \left(\frac{\Pi_{Et} P X_{Et}}{\Pi_{Et}}\right)^{1-\sigma}\right]^{(\alpha/1-\sigma)-1}$$

$$\frac{\bar{X}_{Et}''}{\bar{Y}_t''} = A^{-1} \left(\frac{1-\delta}{\delta}\right)^\sigma \left(\frac{\alpha}{1-\alpha}\right)^{1-\alpha} \delta^{\alpha/\sigma} e^{-\delta t} \left(\frac{\pi_{Lt} P X_{Lt}}{\Pi_{Et} P X_{Et}}\right)$$

$$\left[\left(\frac{1-\delta}{\delta}\right)^\delta + \left(\frac{\Pi_{Et}}{\Pi_{Et} P X_{Et}}\right)^{1-\sigma}\right]^{(\alpha/1-\alpha)-1}$$

$$\frac{\bar{X}_{Lt}''}{\bar{Y}_t''} = A \left(\frac{1-\alpha}{\alpha} \right)^\alpha \delta^{\alpha/\varrho} e^{-gt} \left(\frac{PI_t}{\Pi_{Lt}PX_{Lt}} \right)^\alpha$$

$$\left[1 + \left(\frac{1-\delta}{\delta} \right)^\sigma \left(\frac{\Pi_{Et}PX_{Et}}{PI_t} \right)^{\alpha/1-\sigma} \right]^{\alpha/1-\sigma}$$

$$\text{Haciendo } C = A^{-1} \left(\frac{\alpha}{1-\alpha} \right)^{1-\alpha} \delta^{\alpha/\varrho}; a = \frac{1-\delta}{\delta}; \sigma = \frac{1}{1+\varrho} \quad [11]$$

el sistema anterior puede reescribirse de la forma siguiente:

$$K_t'' = \frac{I_t}{\bar{Y}_t''} = C \varrho^{-gt} \left(\frac{\Pi_{Lt}PX_{Lt}}{PI_t} \right)^{1-\alpha} \left[1 + a^\sigma \left(\frac{\Pi_{Et}PX_{Et}}{PI_t} \right)^{1-\sigma} \right]^{(a/1-\alpha)-1}$$

$$K_{Et}'' = \frac{\bar{X}_{Et}''}{\bar{Y}_t''} = C a^\alpha e^{-gt} \left(\frac{\Pi_{Lt}PX_{Lt}}{\Pi_{Et}PX_{Et}} \right)^{1-\alpha} \left[a^\sigma + \left(\frac{PI_t}{\Pi_{Et}PX_{Et}} \right)^{1-\sigma} \right]^{(\alpha/1-\alpha)-1} \quad [12]$$

$$K_{Lt}'' = \frac{\bar{X}_{Lt}''}{\bar{Y}_t''} = C \left(\frac{1-\alpha}{\alpha} \right) e^{-gt} \left(\frac{PI_t}{\Pi_{Lt}PX_{Lt}} \right)^\alpha \left[1 + a^\sigma \left(\frac{\Pi_{Et}PX_{Et}}{PI_t} \right)^{1-\sigma} \right]^{\alpha/1-\alpha}$$

Este sistema es el que sirve de base a las estimaciones.

LOS DATOS

Para la obtención de los datos se han seguido, paso a paso, las instrucciones dadas en el Documento MS17, partiendo de las series básicas del banco de datos (Y_t , PY_t , X_{it} , PX_{it} , I_t , PI_t y R_t).

Cálculo de la capacidad de producción y de insumos

Al disponerse de las series de tasas de utilización para cada rama, obtenidas a partir de los datos de las opiniones empresariales que publica el Ministerio de Industria, ha sido fácil calcular los valores para \bar{Y}_t , \bar{X}_{it} ($i = L, E, M$).

Los factores de escala que hay que obtener, a fin de que las capacidades de producción y de insumos (en plena capacidad) no superen las producciones e insumos observados, han sido:

Q	K	Z
$\mu = 1.48815$	2.08117	1.60888

Tasa de depreciación y vida útil media del capital

No existe información explícita en España, referente a la tasa de depreciación y a la vida útil de las generaciones de inversión incorporadas al proceso productivo.

Por este motivo se han seguido las normas del Documento MS17 modificadas en el siguiente sentido:

Se sabe que si la vida media útil es constante y si la capacidad de la generación más vieja existente en un año iguala la capacidad media total por generación en aquel año, se puede establecer la siguiente relación entre la vida media útil y la tasa de depreciación.

$$T = (1 - \delta) / \delta \quad [13]$$

Si se conoce T, se puede obtener el valor de la tasa de depreciación mediante la siguiente fórmula:

$$\delta = \frac{\sum_{t=2+(T+1)} (\bar{Y}_{t-T-1} / \sum_{j=0}^T \bar{Y}_{t-j-1})}{[N-(2+T+1)+1]} \quad [14]$$

Esta fórmula calcula δ como una media aritmética de las tasas que salen al dividir la capacidad productiva de un año sobre la capacidad acumulada los T años anteriores.

Teniendo esto en cuenta, se aplicó a cada rama un método iterativo aplicando la fórmula [14], iniciando con T igual a 10 y verificando si el obtenido cumplía, aproximadamente, la relación [13]. En caso negativo, se repetía la operación reduciendo el valor de T hasta que se verificase la igualdad [13] de forma aproximada.

Como resultado de este proceso se obtuvieron los siguientes valores:

	T	Sigma
Rama Q	6	0.140528
Rama K	5	0.166498
Rama C	7	0.127181

Quizá pueda parecer la vida útil para la rama de bienes de capital algo baja. Hay que considerar, sin embargo, que a partir de 1965 la economía española ha experimentado un rapidísimo proceso de capitalización, que ha supuesto el paso de una economía básicamente agraria a una economía industrial y de servicios. Este proceso de cambio se ha realizado a un ritmo rápido e intenso, lo que puede explicar la rapidez de renovación de los equipamientos productivos.

En todo caso, la aplicación del contraste exigido en 1.4 de MS17 a partir de la función de cuasirenta de cada generación, se ha comprobado que se verificaba para todos los sectores excepto para el Q, en el que únicamente un año no cumplía la relación exigida de que $T_t^* \leq T_{t-1} + 1$.

También se compatibilizó la concordancia entre la vida útil calculada y la óptima (T y T^* , según la notación del MS17) y entre la capacidad de producción calculada y la óptima (\bar{Y}_t y \bar{Y}_t^*) aplicando un ajuste del mecanismo de corrección del error, dando las ecuaciones un buen ajuste, o con multicolinealidad perfecta, por lo que la matriz inversa en la regresión era singular.

Siguiendo un procedimiento análogo al descrito anteriormente, se han calculado las tasas de depreciación de los insumos que son necesarias para los cálculos de los insumos marginales, según se indica en [4].

Los valores obtenidos han sido:

	Q	K	C
δ_L	0.163156	0.198428	0.174564
δ_E	0.132490	0.154524	0.107015
δ_M	0.146410	0.169428	0.131716

Cálculo de los precios anticipados

No se planteó ningún problema en la aplicación de las fórmulas [5] y [7] para la obtención de las tasas de crecimiento anual $-\dot{\Pi}_{it}$ y de los precios de anticipación de factores $-\Pi_{it}$.

Sin embargo, el test de consistencia que se indica en el documento MS17 para ver si los valores de T^{**} y T^* son similares y constantes, no se verifica. En general, los valores de T^{**} son superiores a los T^* y oscilan mucho más.

ESTIMACION

Siguiendo las líneas del Documento MS25 y la interpretación que de este documento se puede hacer a partir del MS19, se ha procedido a la estimación por etapas.

Primera etapa

Combinando las dos primeras ecuaciones de [12], se obtiene:

$$\frac{\bar{X}_{Et}''}{I_t} = a^\sigma \left[\frac{PI_t}{\Pi_{Et} P X_{Et}} \right]^\sigma \quad [15]$$

Teniendo en cuenta que: $\bar{X}_{Et}'' = \bar{X}_{Et} - (1 - \delta_E) \bar{X}_{E,t-1}$ se puede linealizar [15] tomando logaritmos, con lo que resulta:

$$\log \left[\frac{\bar{X}_{Et} - (1 - \delta_E) \bar{X}_{E,t-1}}{I_t} \right] = \sigma \log a + \sigma \log \left[\frac{PI_t}{\Pi_{Et} P X_{Et}} \right] \quad [16]$$

En esta ecuación se puede estimar a y σ por el método de mínimos cuadrados ordinarios. La estimación «a» es utilizada en la etapa siguiente.

Segunda etapa

Dado que el problema de productor es intentar determinar la demanda de factores que minimiza los costes anticipados para una producción dada, es preciso determinar un mecanismo que permita explicar la producción anticipada. Esto se hace mediante el conocido proceso de Bischoff, según el cual Y es aproximada de la siguiente forma:

$$\bar{Y}_t'' = a_0 \log [\bar{Y}_t - (1 - \delta) \bar{Y}_{t-1}] + a_1 \log [\bar{Y}_{t-1} - (1 - \delta) \bar{Y}_{t-2}] + (1 - a_0 - a_1) \log [\bar{Y}_{t-2} - (1 - \delta) \bar{Y}_{t-3}]$$

Este proceso, según el cual los valores futuros se obtienen mediante una estructura de retardos normalizada del pasado, puede constar de dos o más términos, siendo el proceso de estimación el que determinará el número de términos.

Sustituyendo «â» por «a» en la primera ecuación de [12], teniendo en cuenta [17] y tomando logaritmos, tenemos:

$$\text{Log } I_t = B1 + B2$$

donde:

$$B1 = \log c - gt + (1 - \alpha) \log \left(\frac{\Pi_{Lt} P X_{Lt}}{P I_t} \right) + \\ + \left(\frac{\alpha}{1 - \sigma} - 1 \right) \log \left[1 + \hat{a}^\sigma \left(\frac{\Pi_{Et} P X_{Et}}{P I_t} \right) \right]$$

$$B2 = a0 \log [\bar{Y}_t - (1 - \delta) \bar{Y}_{t-1}] + \dots + (1 - a0 - a1) \log [\bar{Y}_{t-2} - (1 - \delta) \bar{Y}_{t-3}]$$

Suponiendo ahora un proceso de adaptación de tipo geométrico de la inversión observada a la inversión óptima obtenida del sistema 12, tendremos finalmente:

$$\text{Log } I_t = \lambda \log I_{t-1} + (1 - \lambda) (B1 + B2)$$

Donde el parámetro λ mide la velocidad de adaptación.

Utilizando, entonces, el método de mínimos cuadrados no lineales, con restricciones a los parámetros, se estima la ecuación [19], lo que conduce a obtener los valores estimados de $\hat{\lambda}$, $\hat{a}0$, $\hat{a}1$, $\hat{\alpha}$, $\hat{\sigma}$, \hat{g} y \hat{c} .

En la práctica, en el caso español, ha sido necesario utilizar el método de pruebas sucesivas, fijando en cada caso uno o varios de los parámetros para obtener resultados válidos de los mismos, en el sentido de que están dentro de los intervalos teóricamente aceptables.

LOS RESULTADOS

Se incluyen en el cuadro adjunto los resultados obtenidos:

PARAMETROS

RAMAS

	Q	C	K
Lambda	0.5676 (4.03)	0.2772 (2.37)	0.3102 (2.69)
Alpha	0.7943 (3.53)	0.4000 (----)	0.7046 (2.19)
g	0.0716 (4.68)	0.1101 (5.06)	0.1058 (3.38)
Sigma	0.9070 (0.68)	0.9059 (0.68)	0.8944 (0.74)
Log C	-1.7090 (0.077)	-4.3563 (0.071)	-7.0937 (0.080)
a0	0.6130 (3.60)	0.2974 (1.40)	0.6088 (3.39)
a1	0.0257 (0.12)	-----	-----
R ²	0.9880	0.9750	0.9840
DW	1.7900	2.2300	2.1200

1

¹ Nota: Los valores entre paréntesis corresponden a los valores de la "t" de Students.

Como se ha indicado en el apartado de la estimación, los resultados que aquí se recogen se han obtenido después de numerosas pruebas en las que se han ido modificando y fijando algunos de los parámetros, en particular el parámetro «a» de la primera etapa.

Se puede observar que, en general, el parámetro σ no es estadísticamente significativo, aunque sí cae en el intervalo teórico.

Igualmente, interesa señalar el elevado valor del parámetro «g», que mide el progreso técnico y que se sitúa en el 10 por 100 anual. Este resultado, aunque a nuestro entender parece demasiado elevado, coincide, en todo caso, con lo que se había señalado anteriormente del rápido proceso de renovación tecnológica que ha experimentado la industria española a partir de mediados de los años sesenta y que se acompañó de un proceso de adaptación rápido de las formas de gestión y dirección de las empresas con fuerte ganancia de la eficacia y productividad.

En la rama «C» hay que señalar que el mejor resultado se obtiene cuando se fija el parámetro —elasticidad del factor compuesto— en 0.4, que parece demasiado bajo.

LAS ELASTICIDADES

Una vez obtenidas las estimaciones de los parámetros, se ha pasado al cálculo de las elasticidades.

Como es sabido, cuando el número de factores de producción es superior a dos, las elasticidades pueden ser diferenciadas de varias maneras. En el presente caso se ha seguido el Documento MS25. Así:

Dentro del factor compuesto capital-energía, la elasticidad de sustitución parcial es igual a:

$$\sigma = \frac{1}{1 + \rho}$$

Sin embargo, la sustitución capital-energía debe también tomar en consideración las variaciones en la proporción entre el factor compuesto y el trabajo. Con esta finalidad se definen las elasticidades de sustitución de Allen (AES). Escogiendo la especificación «un factor, un precio» para un nivel de producción dado, se obtiene:

$$\begin{aligned} \text{AES}_{IL} &= \text{AES}_{LE} = 1 \\ \text{AES}_{IE} &= \frac{\sigma - (1 - \alpha)}{\alpha} \end{aligned}$$

Capital y energía son complementarias cuando $\sigma < 1 - \alpha$.

La elasticidad precio de la demanda para la inversión, con relación al coste relativo de los otros dos factores, se define de la siguiente forma:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \text{Log } I}{\partial \text{Log } (c/w)} &= 1 - \alpha \\ \frac{\partial \text{Log } I}{\partial \text{Log } (e/c)} &= \frac{\alpha - (1 - \sigma)}{1 + a^{-1} (c/e)_{1-\sigma}} \end{aligned}$$

$$\text{donde: } \frac{c}{w} = \frac{PI_t}{\Pi_{Lt}PX_{Lt}} \quad \text{y} \quad \frac{e}{c} = \frac{PI_t}{\Pi_{Et}PX_{Et}}$$

Se expresan seguidamente los resultados. Las elasticidades de Allen son:

	RAMAS		
	Q	C	K
Entre I y L	1	1	1
Entre L y E	1	1	1
Entre I y E	0.8720	0.7409	0.8249

Entre las ramas, los factores capital y energía son sustituibles.

— Elasticidades de sustitución capital-energía en el criterio del factor compuesto I-E.

Rama Q: 0.8984.

Rama C: 0.8964.

Rama K: 0.8768.

— Elasticidades precio de I en relación al coste relativo de los otros factores.

	Q	C	K
A largo plazo:			
En relación a w/c	0.2061	0.6	0.2961
En relación a e/c	0.1155	0.1909	0.3883
A corto plazo:			
En relación a w/c	0.0892	0.4334	0.2042
En relación a e/c	0.499	0.1379	0.2677

APLICACION DE UN MECANISMO DE CORRECCION DE ERROR

El mecanismo de corrección de error (ECM) intenta incorporar de forma indirecta los aspectos dinámicos de la decisión en el proceso de estimación. Parecido al ajuste parcial o al modelo de adaptación a las expectativas, supone que los niveles deseados no pueden ser alcanzados de forma inmediata, sin que exista un cierto período para llegar a dichos niveles.

El mecanismo propuesto en MS17 y la correspondiente interpretación del MS19, da la forma de estimación que aquí se han seguido y es la siguiente:

Se diferencian tres conceptos:

- Niveles óptimos que notaremos con \bar{X}_{it}^{**}
- Niveles deseados que notaremos con \bar{X}_{it}^* .
- Niveles observados que notaremos con \bar{X}_{it} .

Partiendo de la estimación ya obtenida se procede por etapas:

1. Cálculo de la capacidad de producción potencial

Se utiliza el proceso de Bischoff para estimar \widehat{Y}_t^* .

2. Cálculo de la demanda marginal óptima de factores

$$\bar{X}_{it}^* = \hat{K}_{it}^* \widehat{Y}_t^* \quad [20]$$

en donde los coeficientes marginales técnicos estimados son los que se obtienen en [12] al sustituir los parámetros por sus respectivas estimaciones.

3. Paso de la demanda marginal óptima a la demanda óptima en plena capacidad

si partimos de la igualdad:

$$\bar{X}_{it} = (1 - \delta_i) \bar{X}_{it-1} + \bar{X}_{it}^* \quad [12]$$

y sustituimos \bar{X}_{it}^* por su valor óptimo obtenido en [12], conoceremos el valor óptimo de \bar{X}_{it} .

El valor óptimo \widehat{X}_{it}^* lo podemos aproximar de la siguiente forma:

$$\widehat{X}_{it}^* = I_t \frac{\hat{K}_{it}}{\hat{K}_t} \Psi_i \text{ en donde } \Psi_i \text{ es un factor de escala.}$$

Obtendremos entonces:

$$\bar{X}_{Lt}^{**} = (1 - \delta_L) \bar{X}_{Lt-1}^{**} + I_t \frac{\hat{K}_{Lt}}{\hat{K}_t} \Psi_L \quad [22]$$

$$\bar{X}_{Et}^{**} = (1 - \delta_E) \bar{X}_{Et-1}^{**} + I_t \frac{\hat{K}_{Et}}{\hat{K}_t} \Psi_E$$

que se puede calcular de forma recurrente comenzando en el año $t_0 = 1963$.

$$\bar{X}_{Lt_0}^{**} = \frac{X_{Lt_0}}{QR_{t_0}} \quad \text{y} \quad \bar{X}_{Et_0}^{**} = \frac{X_{Et_0}}{QR_{t_0}}$$

y los factores de escala siguientes:

$$\Psi_L = \text{media} \frac{\bar{X}_{Lt} - (1 - \delta_L) \bar{X}_{Lt-1}}{I (\hat{K}_{Lt}/\hat{K}_t) \times \text{media} (QR_t)} \quad [23]$$

$$\Psi_E = \text{media} \frac{\bar{X}_{Et} - (1 - \delta_E) \bar{X}_{Et-1}}{I (\hat{K}_{Et}/\hat{K}_{t}) \times \text{media} (QR_t)}$$

4. Paso de la demanda óptima en plena capacidad a la demanda deseada

$$\bar{X}_{Lt}^* = \bar{X}_{Lt}^{**} \times QR_t ; \bar{X}_{Et}^* = \bar{X}_{Et}^{**} = \bar{X}_{Et}^{**} \times QR_t$$

5. Mecanismo de corrección de error para pasar del nivel deseado al observado

La ecuación propuesta para recoger este proceso de adaptación es la siguiente:

$$\Delta \log \bar{X}_{it} = K0 + K1 (\Delta \log X_{it}^*) + K2 (\log \bar{X}_{it-1}^* - \log \bar{X}_{it-1}) + \epsilon_t [24]$$

$$i = L, E \quad t = 3 \dots T$$

El período medio de ajuste que se obtiene cuando se igualan los valores observados a los deseados:

$$\theta = \frac{1 - K1}{K2} \quad [25]$$

Este mecanismo de corrección de error se obtiene a partir de un modelo autorregresivo y con un retardo distribuido, ambos de orden 1.

En efecto, si partimos del siguiente modelo:

$$Y_t = \alpha_1 X_t + \alpha_2 X_{t-1} + \alpha_3 \bar{X}_{t-1} \approx \epsilon_t \quad [26]$$

o lo que es igual

$$Y_t = \alpha_1 X_t + (-\alpha_1 X_{t-1} + \alpha_1 X_{t-1}) + \alpha_2 X_{t-1} + (Y_{t-1} - Y_{t-1}) + \alpha_3 Y_{t-1} + (X_{t-1} - X_{t-1}) + (\alpha_3 X_{t-1} - \alpha_3 X_{t-1}) + \epsilon_t$$

En donde se han añadido los términos nulos, que se incluyen entre paréntesis y ordenando ahora [27] tendremos:

$$\Delta Y_t = \alpha_1 (X_t - X_{t-1} + (1 - \alpha_3) (X_{t-1} - Y_{t-1})) + (\alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3 - 1) X_{t-1} \quad [28]$$

o lo que es lo mismo:

$$A Y_t = K1 (X_t - X_{t-1}) + K2 (X_{t-1} - Y_{t-1}) + K3 X_{t-1} \quad [29]$$

Si suponemos que $K_3 = 0$, lo que implica que $\alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3 = 1$, tendremos el mecanismo de corrección de error que se propone en el Documento MS17.

Por otra parte, si queremos que el modelo [26] sea estable es necesario que $|d_3| < 1$ lo que implica que $K_2 \in (0,2)$. Esta es la única restricción estadística del modelo, aunque los valores de $K_2 \in (1,2)$ sean de difícil interpretación económica.

La solución a [29] para Y es:

$$Y_t = K_1 X_t + (K_2 + K_3 - K_2 K_1) \sum_{i=0}^{\infty} (1 - K_2)^i X_{t-1-i} \quad [30]$$

De [30] deducimos los multiplicadores impacto, de retardo y de equilibrio.

Multiplicador de impacto K_1 .

Multiplicador de retardo $\zeta = (K_2 + K_3 - K_2 K_1) (1 - K_2)^{-1}$.

Multiplicador de equilibrio $= 1 + \frac{K_3}{K_2}$

Nota: El modelo descrito se puede deducir igualmente incluyendo un término independiente en [26]. En el caso del mecanismo de corrección de error, en que $K_3 = 0$, el multiplicador de equilibrio es igual a 1.

OBTENCION DE LA SERIE SIMULADA DE DEMANDA DE FACTORES

Esta serie se deduce a partir de la ecuación [25].

$$\bar{X}_{L_t} = \exp. \{(\log \bar{X}_{L_{t-1}} + \hat{K}_1(\log \bar{X}_{L_t}^* - \log \bar{X}_{L_{t-1}}^*) + \hat{K}_2(\log \bar{X}_{L_{t-1}}^* - \log \bar{X}_{L_{t-1}}))\}$$

$$X = \exp. \{(\log \bar{X}_{E_{t-1}} + \hat{K}_1(\log \bar{X}_{E_t}^* - \log \bar{X}_{E_{t-1}}^*) + K_2(\log \bar{X}_{E_{t-1}}^* - \log \bar{X}_{E_{t-1}}))\}$$

La simulación es estática o dinámica según que los valores desplazados en cada período sean los observados o los obtenidos en la estimación del período anterior.

LOS RESULTADOS

Se incluyen en el cuadro adjunto los resultados retenidos en la estimación del mecanismo de corrección de error. La estimación se hizo por M.C.O. Se procedió por tanteo, variando el parámetro K_2 y restimando la ecuación, conservando el parámetro fijado. El criterio básico era obtener parámetros aceptables en su signo y recorrido que conduzcan a una simulación con errores porcentuales medios aceptables.

Hay que señalar igualmente que, hubo que introducir variable ficticia para puntos singulares de la serie. Esta alternativa parece inevitable si se tiene en cuenta que los datos básicos proceden de las Tablas de Entradas y Salidas y que estas, por los métodos utilizados, provocan saltos de las series en los puntos de empalme correspondientes a la utilización de una nueva Tabla «pivote».

Resultados de la aplicación del M.C.E.

Rama	Factor	K0	K1	K2	R ²	DW	(ar1)	(ar2)	Perío- do me- dio de ajuste
Q	L	0.475 (4.14)	0.896 (7.29)	0.10 —	0.941	1.60	—	—	1.03
	E	0.251 (56.49)	0.851 (25.87)	0.05 —	0.979	1.67	—	—	2.98
K	L	0.229 (42.66)	0.890 (8.16)	0.05 —	0.931	1.75	0.18 (1.21)	0.052 (0.31)	2.19
	E	0.477 (78.98)	0.734 (15.01)	0.10 —	0.990	1.97	-1.56 (8.86)	-0.75 (4.42)	2.65
C	L	1.175 (20.42)	0.651 (7.97)	0.25 —	0.869	1.87	-0.11 (0.40)	-0.27 (2.03)	1.39
	E								

CONCLUSION

El modelo de producción tal y como ha sido especificado es evidentemente muy complejo y exige una cantidad de información muy elebada. Como consecuencia los métodos de estimación que teóricamente serían los más recomendables —máxima verosimilitud con información completa— no dan resultados satisfactorios. Ello obliga a utilizar procedimientos de estimación menos exigentes, procedimientos en muchos casos *por tanteo*, fijando ciertos parámetros.

Idénticas observaciones pueden hacerse para los mecanismos de corrección de error.

Aceptando estas limitaciones, los resultados a los que se llega son relativamente satisfactorios, pero precisamente dado que las limitaciones son muy fuertes, creemos que los resultados que ahora se presentan deben de considerarse aún como provisionales y serán revisados en un próximo futuro.

Finalmente indicamos que se incluyen como anexos las salidas de ordenador de las estimaciones del bloque producción y de los datos necesarios para el proceso de estimación.

COMPARACION DE LA PRODUCTIVIDAD DE ESPAÑA Y LA CEE

MARIA DEL CARMEN GUISAN SEIJAS
MARIA RAMIL DIAZ
MARIA DEL CARMEN LOPEZ ANDION
Universidad de Santiago

1. INTRODUCCION

El objeto de este trabajo es comparar la productividad laboral de la economía española con la correspondiente a los países de la CEE.

La comparación que aquí se efectúa es limitada en varios sentidos:

a) En el sentido espacial por el hecho de que las estadísticas de la OCDE, utilizadas como fuentes de datos, no proporcionan información para todas las variables necesarias en todos los países. Como consecuencia de ello hemos utilizado datos sectoriales para nueve países de los doce que componen actualmente la CEE. A nivel global la comparación se efectúa para todos los países.

b) En el número de sectores investigados, ya que si bien para algunos países ha sido posible disponer de datos a un nivel elevado de desagregación, en otros casos no ha sido posible y por ello hemos limitado la investigación a cinco sectores: Agricultura, Industria, Construcción, Servicios destinados a la venta, y Servicios de la Administración Pública.

c) En el sentido de la fiabilidad de las comparaciones hemos encontrado que ni el tipo de cambio de las monedas, ni las paridades de poder de compra del PIB estimadas por la OCDE conducen a resultados realistas al comparar los datos de distintos países en una moneda común, al menos en el año 1980. Por lo que respecta a la comparación de España con la CEE, la utilización de los tipos de cambio parece conducir a una infravaloración de la posición española, mientras que la utilización de las paridades conduce a una sobrevaloración de dicha posición.

En la próxima sección presentamos una comparación de los valores del PIB por habitante, productividad media (PIB por trabajador), tasa de empleo e importan-

ciones por habitante, relativos a España, CEE, Japón y USA, utilizando tanto los tipos de cambio como las paridades de poder de compra, con objeto de comparar la evolución de la economía española en las dos últimas décadas con las de dichos países.

En la sección 3 presentamos datos relativos a la productividad y salario sectoriales de nueve países de la CEE en 1980 utilizando tipos de cambio y estimando las elasticidades salario/productividad de los cinco sectores analizados. Se incluye además un contraste de homogeneidad de las elasticidades de los distintos sectores que conduce a la aceptación de dicha homogeneidad.

2. PIB POR HABITANTE, PRODUCTIVIDAD Y TASA DE OCUPACION

La tabla 1 y el gráfico 1 presentan la evolución del PIB por habitante en miles de dólares de 1980, de acuerdo con los tipos de cambio, mientras que la tabla 2 y el gráfico 2 expresan la misma variable de acuerdo con las paridades de poder de compra de 1980.

Ambos gráficos ponen de manifiesto el estancamiento experimentado por el PIB real per cápita de España a partir de 1974, pero el primero de ellos acentúa la distancia entre España y Japón, así como entre España y la CEE, mientras que la diferencia se atenúa en el gráfico 2.

En esta tabla, y en las demás tablas presentadas en esta sección, los datos de la CEE se refieren a los diez países que constituían la Comunidad Económica Europea antes del ingreso de España y Portugal.

Destaca en ambos gráficos el importante crecimiento de esta variable en Japón durante la última década del período considerado, acercándose e incluso superando en el caso del gráfico 2, al nivel de la CEE.

La utilización de las paridades de compra conduce a una mayor diferencia entre el PIB por habitante de USA y el de la CEE que la existente en base a tipos de cambio.

Es posible que la realidad sea una situación intermedia entre ambos gráficos, por lo menos en lo que respecta al diferenciar España-CEE.

Las diferencias de PIB por habitante pueden deberse a diferencias de productividad y/o a diferencias en las tasas de ocupación, ya que el PIB por habitante puede expresarse como:

$$\text{PIB/POB} = (\text{PIB/L}) * (\text{L/POB})$$

siendo PIB el Producto Interior Bruto, POB la población y L el empleo.

Las diferencias de productividad entre España y la CEE no son demasiado elevadas, siendo en cambio muy diferentes las tasas de ocupación.

TABLA 1

obs	PIBHUS	PIBHJ	PIBHCE	PIBHE
1966	9.054182	4.469553	6.969779	3.583644
1967	9.208804	4.881005	7.144401	3.693455
1968	9.483374	5.432473	7.466261	3.897413
1969	9.659556	6.014171	7.837742	4.204552
1970	9.527047	6.490937	8.148899	4.336108
1971	9.699751	6.698902	8.359116	4.509213
1972	10.111025	7.095820	8.649552	4.832744
1973	10.58115	7.550432	9.101064	5.165757
1974	10.39246	7.357069	9.204327	5.408712
1975	10.21304	7.456152	9.086451	5.411234
1976	10.59412	7.726394	9.530366	5.508807
1977	11.06439	8.055585	9.735683	5.623230
1978	11.46533	8.389836	10.01952	5.660177
1979	11.63325	8.752158	10.33516	5.620621
1980	11.44574	9.069007	10.39829	5.664687
1981	11.71724	9.350246	10.34681	5.634818
1982	11.25585	9.552347	10.37818	5.653171
1983	11.47852	9.779879	10.48846	5.739921
1984	12.18949	10.27946	10.69094	5.832443

PIBH= PIB por habitante, miles de dólares de 1980, según tipos de cambio, de Estados Unidos (US), Japón (J), Comunidad Económica Europea (CE) y España (E).

GRAFICO 1
PIB POR HABITANTE A PRECIOS Y TIPOS DE CAMBIO DE 1980
 (miles de dólares por habitante)

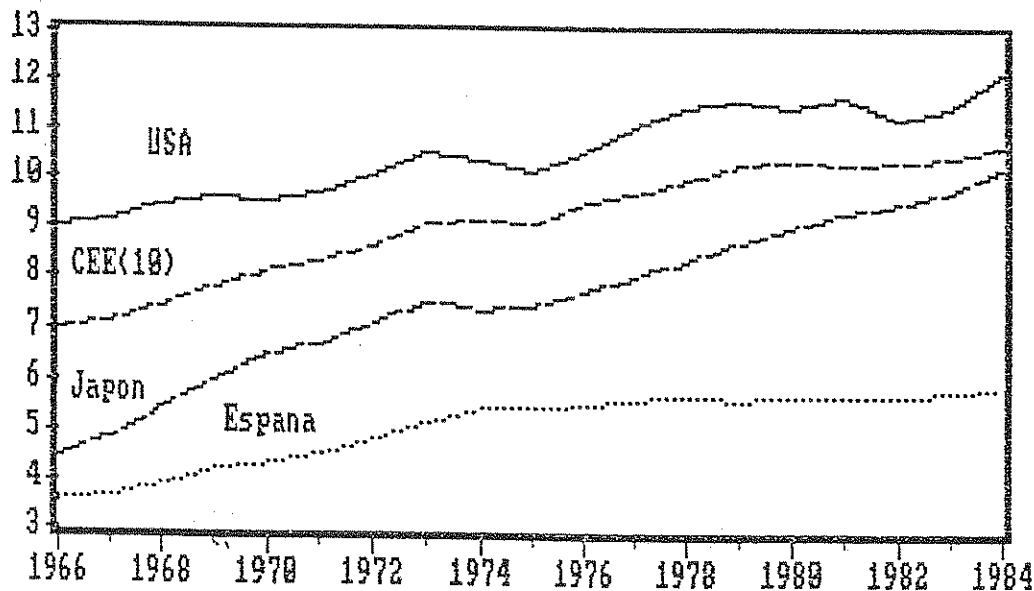
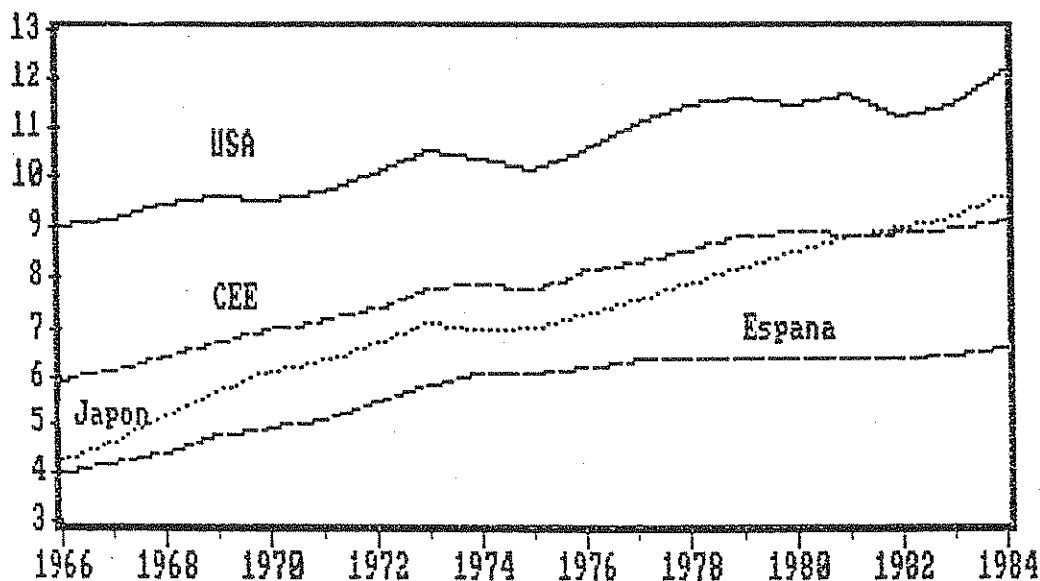


TABLA 2

obs	QHUSA	QHJ	QHCEE	QHE
1966	9.054182	4.222610	5.969921	4.033822
1967	9.208804	4.611329	6.133925	4.157427
1968	9.483374	5.132329	6.413921	4.387006
1969	9.659556	5.681888	6.728719	4.732729
1970	9.527047	6.132313	6.995596	4.880811
1971	9.699751	6.328788	7.170775	5.075661
1972	10.11025	6.703776	7.416159	5.439834
1973	10.58115	7.133271	7.812232	5.814680
1974	10.39246	6.950591	7.906809	6.088155
1975	10.21304	7.044200	7.799744	6.090993
1976	10.59412	7.299511	8.181710	6.200824
1977	11.06439	7.610514	8.355320	6.329621
1978	11.46533	7.926298	8.600269	6.371209
1979	11.63325	8.268601	8.875156	6.326684
1980	11.44574	8.567945	8.938044	6.376286
1981	11.71724	8.833645	8.893854	6.342664
1982	11.25585	9.024580	8.918516	6.363323
1983	11.47852	9.239540	9.008234	6.460970
1984	12.18949	9.711520	9.183986	6.565116

QH= PIB por habitante, miles de dólares de 1980 según paridades de poder de compra.

GRAFICO 2
PIB POR HABITANTE A PRECIOS Y PARIDADES DE COMPRA DE 1980
 (miles de dólares por habitante)



La tabla 3 y el gráfico 3 expresan la evolución de la productividad media del trabajo, en miles de dólares de 1980, de acuerdo con los tipos de cambio, mientras que la tabla 4 y el gráfico 4 expresan esa misma variable obtenida a partir de las paridades de compra de 1980.

Existen diferencias importantes según la paridad utilizada (tipo de cambio o paridad de compra) ya que en el caso del tipo de cambio la productividad española es similar a la de Japón e inferior a la de la CEE, mientras que en el segundo caso la productividad Española es superior a la de Japón e incluso supera ligeramente, en 1984, a la de la CEE.

Es posible que la realidad sea una situación intermedia entre ambos gráficos, de forma que la productividad española es por lo menos igual, y posiblemente superior, a la japonesa y no está demasiado alejada de la CEE.

Por tanto, las diferencias de PIB por habitante entre España y los demás países analizados no dependen fundamentalmente de la diferencia de la productividad sino de la baja tasa de ocupación de la economía española.

La tabla 5 y el gráfico 5 expresan la evolución de las tasas de ocupación, expresadas como cociente de la Población activa civil ocupada y la población.

En 1966, año inicial de la comparación, la tasa de ocupación de la economía española era similar a la estadounidense y ligeramente inferior a la de la CEE, siendo la japonesa la más elevada.

La tendencia de la tasa de ocupación estadounidense ha sido claramente creciente durante todo el período, acercándose a la japonesa en 1984, mientras que la japonesa se ha mantenido en torno al 48 por 100 y la de la CEE ha declinado ligeramente hasta alcanzar un valor del 38.7 por 100 en 1984. Sin embargo España no ha logrado mantener su baja tasa de ocupación y a partir de 1975 se inicia una tendencia decreciente hasta alcanzar el bajo valor de 1984 (27 por 100).

La baja tasa de ocupación de España es claramente preocupante, ya que además de provocar la tasa de paro más elevada de todos los países considerados incide negativamente en la evolución del PIB real por habitante. Por ello la política económica española debería de efectuar un énfasis mayor en la creación de empleo que en el incremento de la productividad, ya que ello redundaría en un menor paro y en un mayor nivel de vida.

Presentamos además los gráficos 6, 7 y 8, en los cuales figuran los datos relativos al PIB real por habitante, productividad media tasa de ocupación en los doce países que componen actualmente la CEE, así como en Japón y USA. Los datos de los gráficos 6 y 7 se basan en las paridades de compra de 1980, y por tanto, pueden sobreestimar los valores correspondientes a España.

Los países están ordenados de la siguiente forma: A (Alemania), B (Bélgica), D (Dinamarca), E (España), F (Francia), G (Grecia), H (Holanda), Ir (Irlanda), It (Italia), L (Luxemburgo), P (Portugal), RU (Reino Unido), CEE (Conjunto de los doce países), J (Japón) y USA.

Los países más destacados en lo que respecta al mayor PIB por habitante son Alemania, Dinamarca, Luxemburgo y Estados Unidos, mientras que España, Grecia, Irlanda y Portugal son los que tienen un valor más bajo en esta variable.

Alemania, Bélgica, Francia, Holanda, Luxemburgo y Estados Unidos son los países de más elevada productividad en 1984, mientras que Grecia y Portugal son los

TABLA 3

obs	FNEUSA	FMECEE	FMEJ	FNEE
1966	24.41443	16.89568	9.153926	9.840088
1967	24.60469	17.58395	9.912805	10.21640
1968	25.07073	18.50083	10.97681	10.81657
1969	25.13119	19.42788	12.20972	11.66846
1970	24.82956	20.19778	13.21633	12.02046
1971	25.37906	20.86726	13.69992	12.54537
1972	25.83107	21.79672	14.83672	13.54786
1973	26.35945	22.77118	15.60049	14.26237
1974	25.60626	23.04296	15.47527	15.00395
1975	25.69415	23.02316	15.92016	15.44607
1976	26.02634	24.23419	16.52988	16.05206
1977	26.48217	24.68995	17.17278	16.71161
1978	26.57015	25.35005	17.82840	17.44198
1979	26.49276	25.92245	18.51068	17.81888
1980	26.24926	25.99862	19.13403	18.81820
1981	26.84811	26.24415	19.71242	19.46025
1982	26.27695	26.61528	20.06705	19.73152
1983	26.69883	27.15035	20.34310	20.27857
1984	27.47507	27.61757	21.39646	21.56521

PME = Productividad media, miles de dólares de 1980 según tipos de cambio.

GRAFICO 3
EVOLUCION DE LA PRODUCTIVIDAD
 (según precios y tipos de cambio de 1989)

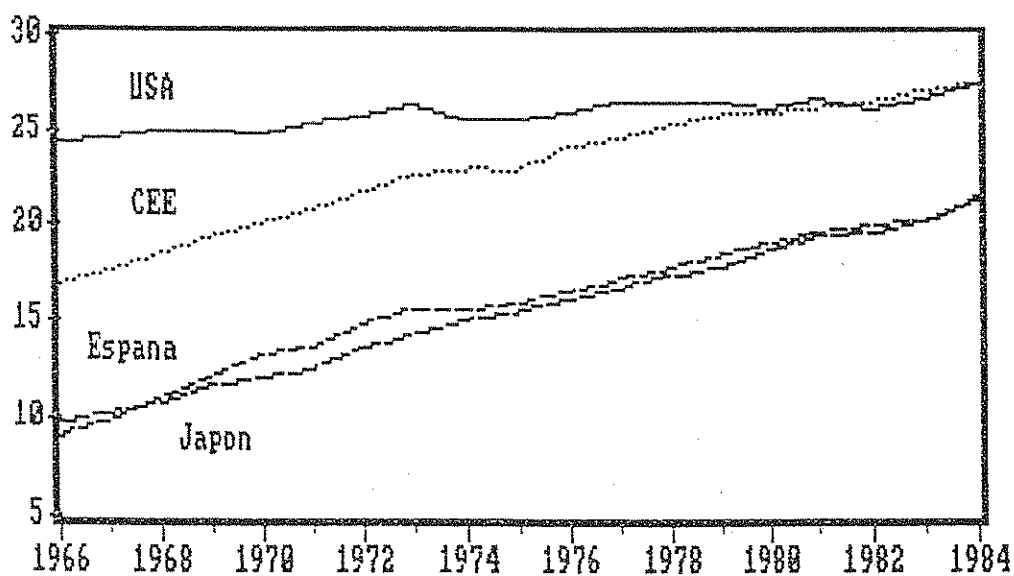


TABLA 4

obs	FUSA	FCEE	FJ	PE
1966	24.41443	14.47189	8.648171	11.07620
1967	24.60469	15.09694	9.365122	11.49979
1968	25.07073	15.89321	10.37034	12.17535
1969	25.13119	16.67888	11.53513	13.13425
1970	24.82956	17.33921	12.48613	13.53047
1971	25.37906	17.90075	12.94300	14.12132
1972	25.83107	18.68859	14.01699	15.24974
1973	26.35945	19.54647	14.73856	16.05401
1974	25.60626	19.79464	14.62026	16.88875
1975	25.69415	19.76291	15.04057	17.38641
1976	26.02634	20.80478	15.61660	18.06852
1977	26.48217	21.18931	16.22398	18.81092
1978	26.57015	21.75926	16.84338	19.63304
1979	26.49276	22.26051	17.48796	20.05729
1980	26.24926	22.34759	18.07687	21.18214
1981	26.84811	22.55881	18.62331	21.90485
1982	26.27695	22.87192	18.95835	22.21020
1983	26.69883	23.31865	19.21914	22.82597
1984	27.47507	23.72470	20.21431	24.27423

P = Productividad media, miles de dólares de 1980 según paridades de poder de compra.

GRAFICO 4
EVOLUCION DE LA PRODUCTIVIDAD
 (según precios y paridades de compra de 1980)

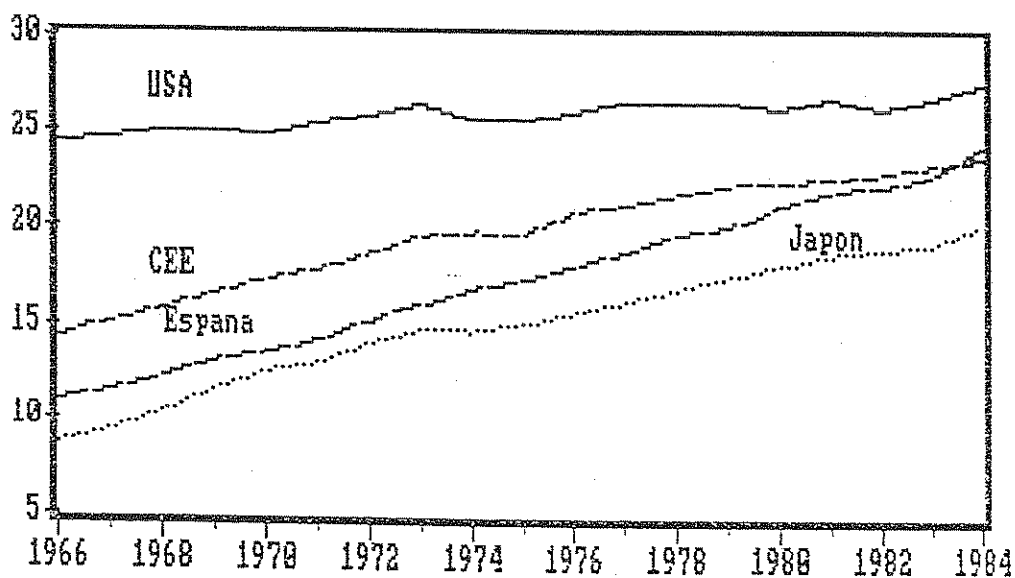


TABLA 5

obs	TOUSA	TOJ	TOCEE	TOE
1966	0.370854	0.488266	0.412518	0.364188
1967	0.374270	0.492394	0.406302	0.361522
1968	0.378265	0.494904	0.403564	0.360319
1969	0.384365	0.492572	0.403428	0.360335
1970	0.383698	0.491130	0.403455	0.360727
1971	0.382195	0.488974	0.400585	0.359433
1972	0.391399	0.478261	0.396828	0.356716
1973	0.401418	0.483987	0.399675	0.362195
1974	0.405856	0.475408	0.399442	0.360486
1975	0.397485	0.468347	0.394666	0.350331
1976	0.407054	0.467420	0.393261	0.343184
1977	0.417805	0.469090	0.394318	0.336486
1978	0.431511	0.470588	0.395247	0.324515
1979	0.439110	0.472817	0.398695	0.315431
1980	0.436040	0.473973	0.399956	0.301022
1981	0.436427	0.474333	0.394252	0.289555
1982	0.428354	0.476022	0.389933	0.286505
1983	0.429926	0.480747	0.386310	0.283053
1984	0.443656	0.480428	0.387107	0.270456

TO= Tasa de ocupación (cociente Población Activa civil ocupada/
Población total).

GRAFICO 5
EVOLUCION DE LAS TASAS DE OCUPACION

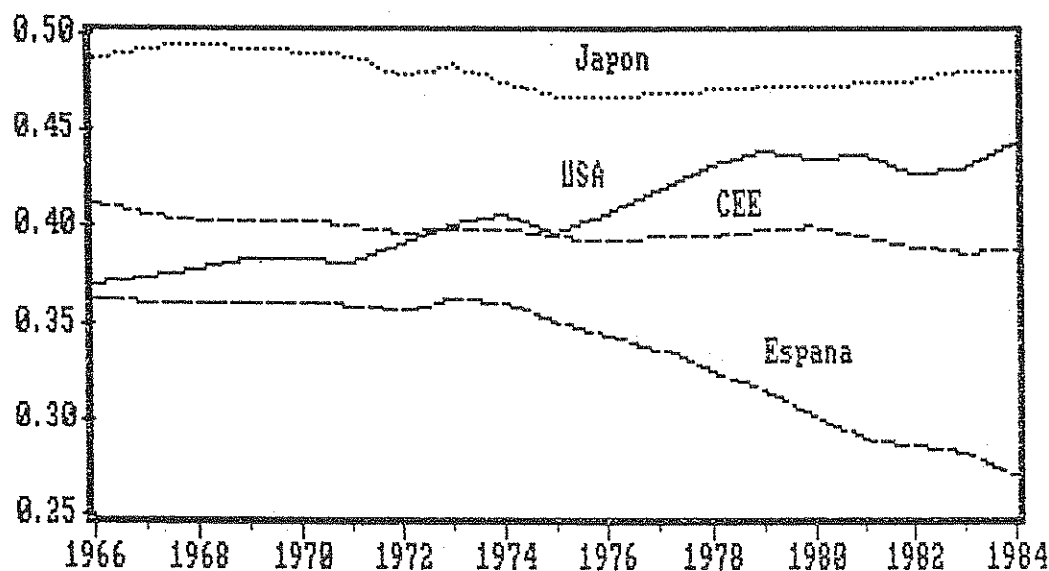


GRAFICO 6
PIB POR HABITANTE EN LA CEE, JAPON Y ESTADOS UNIDOS

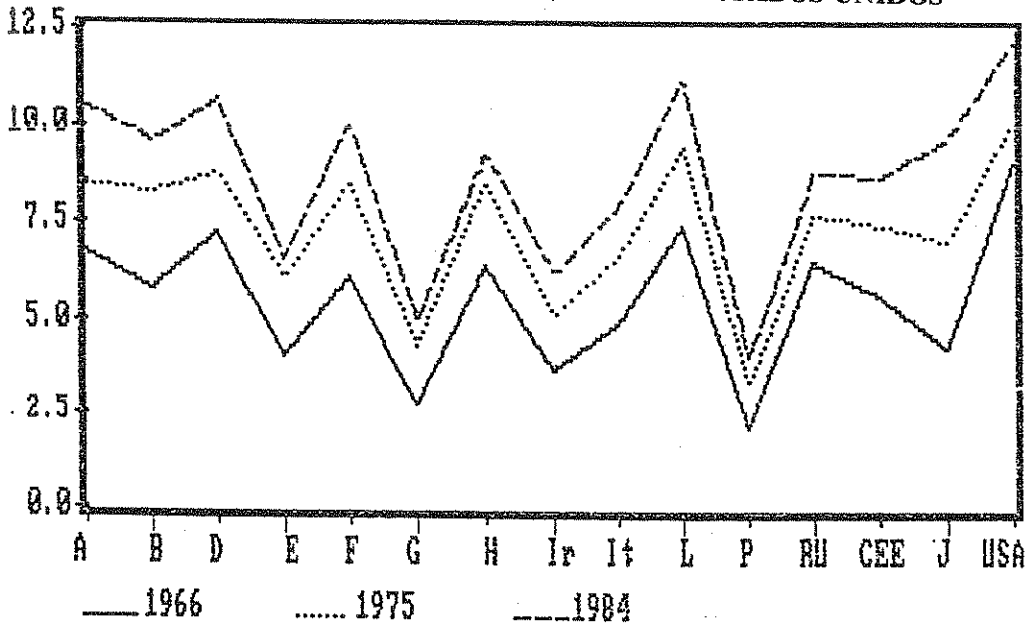


GRAFICO 7
PRODUCTIVIDAD MEDIA EN LA CEE, JAPON Y ESTADOS UNIDOS

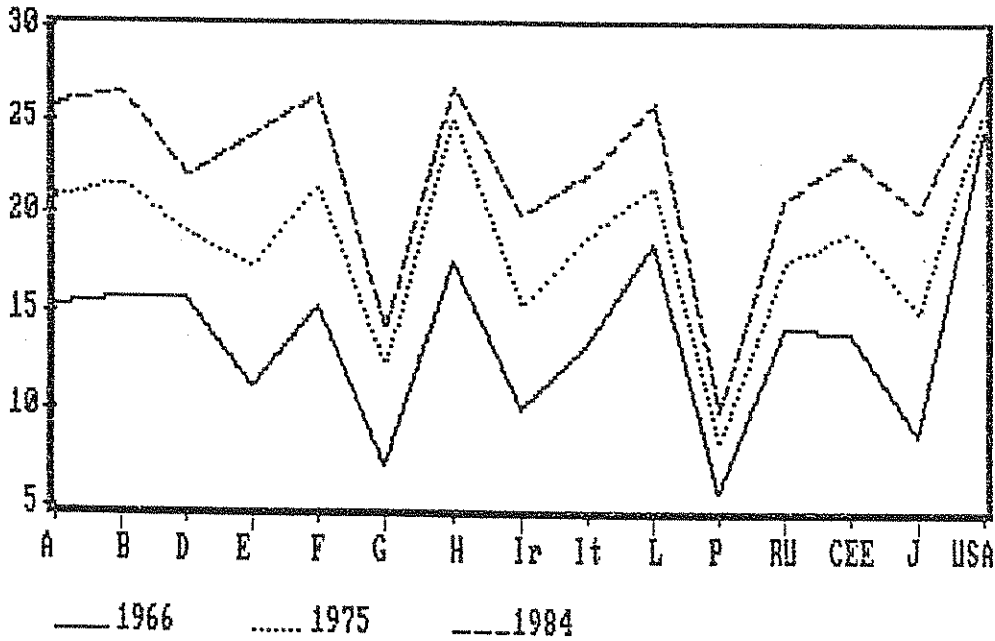


GRAFICO 8
TASAS DE OCUPACION EN 1975 y 1984

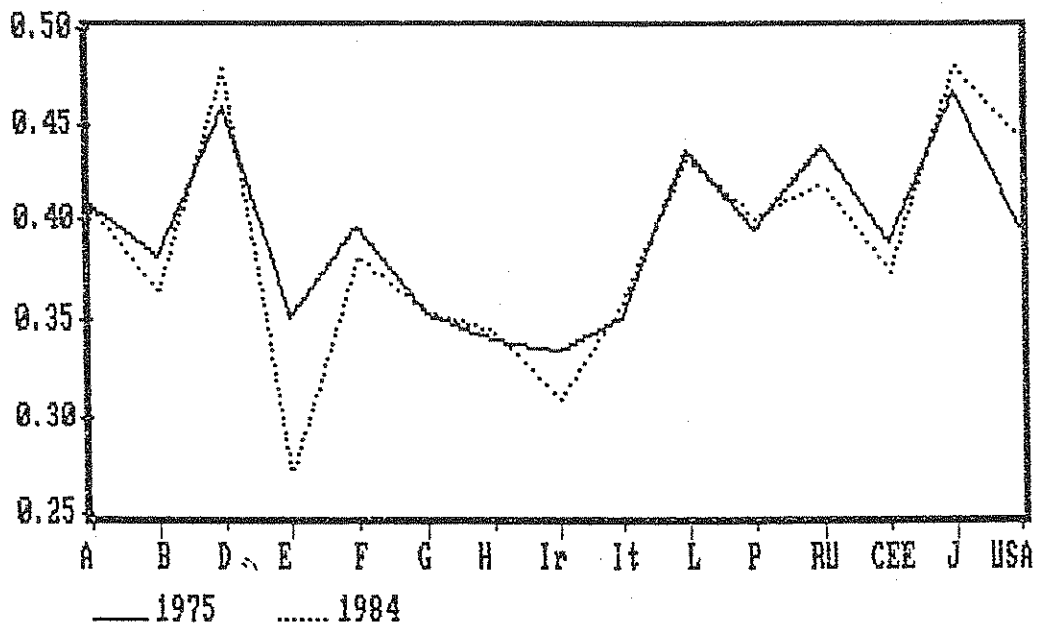
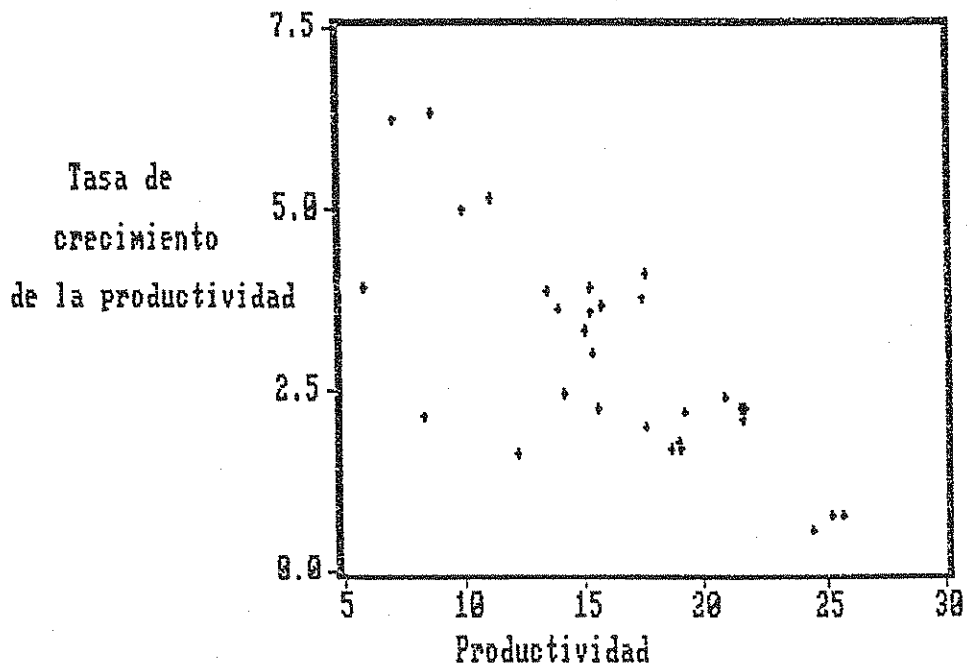


GRAFICO 9
PRODUCTIVIDAD Y SU TASA DE CRECIMIENTO



únicos países de la CEE que en dicho año presentaban un nivel de productividad sensiblemente inferior al de los demás países de la CEE.

Un hecho llamativo es el escaso incremento de productividad experimentado por Estados Unidos en el período considerado, lo que sugiere la posible existencia de una relación negativa entre la tasa de crecimiento de la productividad y el nivel inicial de productividad.

El gráfico 9 muestra la relación entre tasa anual de crecimiento de la productividad y su nivel inicial y ha sido elaborado con datos de los países citados en los períodos de 1966-75 y 1975-84.

En dicho gráfico podemos comprobar que existe dicha relación negativa y, si bien no todos los países con bajo nivel de productividad tiene elevadas tasas de crecimiento, es cierto que los países con mayor nivel de productividad tienen tasas bajas de crecimiento de dicha variable.

3. PRODUCTIVIDAD SECTORIAL Y SALARIO

Los datos analizados en esta sección se refieren a los siguientes países de la CEE:

1. Alemania.
2. Dinamarca.
3. España.
4. Holanda.
5. Irlanda.
6. Italia.
7. Luxemburgo.
8. Portugal.
9. Reino Unido.

Las tablas 6 a 10 presentan los datos relativos a las siguientes variables en 1980.

Q = Producto Interior Bruto.

C = Coste de personal.

W = Salario medio.

PM = Productividad media.

L = Personas ocupadas.

E = Asalariados.

La letra final de cada variable se indica el sector correspondiente, de la siguiente forma:

A = Agricultura, silvicultura y pesca.

I = Industria.

C = Construcción.

V = Servicios destinados a la venta.

P = Servicios no destinados a la venta (Administración Pública).

Los datos de producción y coste de personas están expresados en millones de dólares de 1980 y los datos de empleo en miles de personas, de forma que el salario medio (C/E) y la productividad media (P/L) están medidos en miles de dólares por trabajador.

Para convertir los datos de moneda tradicional a dólares hemos utilizado los tipos de cambio, criterio que tiene como inconveniente una posible infravaloración de los datos de España pero parece preferible en este caso a la utilización de paridades de compra, ya que según dichas paridades los datos de España aparecerían claramente sobrevalorados.

Debajo de cada tabla figura la estimación correspondiente a la relación lineal existente entre el logaritmo del salario y el logaritmo de la productividad.

La productividad agraria española es bastante baja en comparación con la de la CEE, estando su valor más cercano al mínimo (Portugal) que al máximo (Holanda).

En la productividad industrial Holanda es el país más destacado por su elevado valor, y España se encuentra próxima a los valores de Italia y Reino Unido.

En el sector de la construcción se produce una situación parecida a la del sector industrial, si bien en este caso las diferencias entre los países son pequeñas, con la excepción de Portugal que tiene una productividad bajísima.

En el sector de servicios destinados a la venta, la productividad española es más elevada que la de Italia y Reino Unido.

En el sector de servicios no destinados a la venta la productividad española es similar a la italiana y superior a la del Reino Unido, si bien en este sector las comparaciones de productividad deben no estar bien representadas a través del cociente PIB dividido por empleo, ya que la valoración del PIB en este sector depende fundamentalmente de los salarios pagados por la Administración y del volumen de bienes y servicios producidos.

Dado que los trabajadores españoles de este sector tienen realmente que atender servicios más amplios que los de otros países la CEE, dado el déficit de personal existente en numerosos servicios públicos, es posible que la productividad media real sea superior a España de acuerdo con otros criterios de medida.

La productividad media y el salario medio del sector de servicios no destinados a la venta están subvalorados debido al efecto de las personas que realizan el servicio militar, ya que los datos de empleo de la OCDE los incluyen en el sector de Servicios de la Administración Pública, sin que pueda realizarse una distinción entre quienes de dichas personas perciben salario y quienes no, ya que las situaciones son muy variables según los países.

La correlación existente entre salario y productividad es muy elevada, tanto en lo que respecta a los valores originales como en lo que respecta a sus logaritmos. Considerando el conjunto de 45 datos proporcionado por los 5 sectores en los 9 países el coeficiente de correlación lineal entre los valores originales del salario y la productividad resultó igual a 0.88, mientras que en términos logarítmicos el coeficiente de correlación lineal resultó igual a 0.92.

El gráfico 10 presenta la clara relación positiva existente entre salario y productividad.

Por último presentamos los resultados obtenidos al efectuar la regresión conjunta del logaritmo del salario respecto al logaritmo de la productividad con los datos de los 5 sectores en los 9 países considerados, y utilizando variables ficticias para la ordenada en el origen de cada sector, siendo LW el logaritmo neperiano del salario y LX el logaritmo reperiano de la productividad media.

Para contrastar la hipótesis de homogeneidad de la elasticidad salario/renta en los distintos sectores productivos, utilizamos el estadístico:

$$r = \frac{\Delta \text{SCE} / \Delta \text{gl}}{(\sum \text{SCE}_i) / \text{gl}}$$

siendo i un subíndice que indica el sector correspondiente ($i = A, I, C, V, P$), mientras que ΔSCE es el incremento de la suma de cuadrados de errores al pasar de una regresión individual para cada sector a la regresión conjunta mediante variables ficticias. El número de grados de libertad del denominador es 35 y del numerador 4, y el estadístico F resulta:

$$F = 2.1075 < F$$

ya que el nivel crítico para un nivel de significación del 5 por 100 en una F de Snedecor con 4 grados de libertad en el numerador y 35 en el denominador es 2.6.

Por tanto, la hipótesis de homogeneidad de la elasticidad salario/productividad en los distintos sectores productivos puede ser aceptada, resultando su valor estimado igual a 0.95 y los extremos del intervalo de confianza para el parámetro aproximadamente igual a 0.90 y la unidad. Por tanto, podemos afirmar que un incremento del cien por cien en la productividad provoca aproximadamente un incremento del 95 por 100 en el salario.

4. CONSIDERACIONES FINALES

De los datos analizados puede deducirse que la productividad española es bastante similar a la de otros países de la CEE, si comparamos dichas productividades en dólares de acuerdo con los tipos de cambio, salvo en el sector agrario donde dicha productividad es muy baja. Si efectuamos dichas comparaciones mediante paridades de poder de compra de productividad española es más elevada, siendo la productividad no agraria similar a la media de la CEE.

En el período 1975-1984 los incrementos de productividad en España no se tradujeron en un incremento apreciable del PIB real por habitante debido a la negativa evolución de la tasa de ocupación.

El hecho de que la tasa de ocupación de España sea notoriamente baja en comparación con los demás países de este estudio, debería de impulsar una política económica mucho más dinámica en lo que respecta a la creación de empleo.

En este sentido las medidas principales que deberían de tenerse en cuenta, junto con un mayor estímulo a la inversión productiva frente a la inversión especulativa la cual lamentablemente es muchas veces más remuneradora en nuestro país, son la disminución de las cotizaciones a la seguridad social, especialmente en el sector servicios, y el incremento de la capacidad importadora de bienes y servicios que son inputs intermedios para la producción final de muchos sectores productivos.

En este sentido hay que señalar que las importaciones por habitante en España son mucho más bajas que en los demás países de la CEE, con las únicas excepciones de Grecia y Portugal que tienen un nivel muy similar. Dicha variable es también inferior en España a los valores de Estados Unidos (país que tiene un nivel bajo de importaciones por habitantes debido a su gran disponibilidad de recursos) y de Japón.

En 1980 las importaciones por habitantes de los países de la CEE, excluidas España, Grecia y Portugal, oscilaron entre 2.4 miles de dólares por habitante en el Reino Unido y 11.04 miles de dólares por habitante en Luxemburgo. Los valores de España, Grecia y Portugal fueron próximos a 1.02, mientras que el valor de Japón fue igual a 1.32 y el de Estados Unidos 1.25.

La comparación de España con Japón en este sentido nos indica que Japón supera a España aproximadamente en un 30 por 100 en la capacidad importadora por habitante y en un 34 por 100 en el PIB por habitante, según las paridades de poder de compra, y en un 60 por 100 según los tipos de cambio. Estos datos parecen indicar que aparte de poseer una mayor capacidad importadora Japón parece lograr una eficiencia superior a la de España en la generación de valor añadido a partir de las importaciones.

El incremento de la capacidad importadora es un reto importante de la economía española y para que se produzca un incremento importante en este sentido se necesitan más medidas que los estímulos a las exportaciones y una política de promoción. Se necesita estimular la calidad de la producción y la educación, incluyendo en esta mejoría tanto a las empresas privadas como a los servicios públicos.

TABLA 6

obs	QA	CA	WA	PMA	LA	EA
1	16705.17	3811.881	15.62246	11.62503	1437.000	244.0000
2	3161.462	609.1199	14.16558	16.46595	192.0000	43.00000
3	14970.74	4221.877	7.013084	7.055014	2122.000	602.0000
4	5875.252	1252.515	17.64106	21.13400	278.0000	71.00000
5	2034.702	191.5811	7.095596	9.735416	209.0000	27.00000
6	25214.55	8999.941	8.372039	9.135707	2760.000	1075.000
7	118.3230	7.249846	7.249846	13.92035	8.500000	1.000000
8	2535.596	600.2557	3.078234	2.343434	1082.000	195.0000
9	9983.721	3723.256	10.60757	15.64847	638.0000	351.0000

LS // Dependent Variable is LWA

Date: 1-01-1980 / Time: 0:05

SMPL range: 1 - 9

Number of observations: 9

VARIABLE	COEFFICIENT	STD. ERROR	T-STAT.	2-TAIL SIG.
C	0.4864244	0.3504179	1.3881264	0.208
LPMA	0.7335196	0.1453813	5.0454875	0.001
R-squared	0.784330	Mean of dependent var	2.196534	
Adjusted R-squared	0.753520	S.D. of dependent var	0.537542	
S.E. of regression	0.266872	Sum of squared resid	0.498545	
Durbin-Watson stat	1.483062	F-statistic	25.45694	
Log likelihood	0.249337			

TABLA 7

obs	QI	CI	WI	PMI	LI	EI
1	293201.3	195082.5	21.49669	30.87630	9496.000	9075.000
2	12279.10	8828.069	18.43021	24.21913	507.0000	479.0000
3	64063.12	35162.98	12.81917	20.86747	3070.000	2743.000
4	43601.61	23526.16	23.45579	41.64433	1047.000	1003.000
5	4926.694	3327.105	12.94593	18.38319	268.0000	257.0000
6	136932.8	76362.89	15.01728	23.76138	5847.000	5085.000
7	1429.211	979.8919	23.00216	32.55606	43.90000	42.60000
8	7907.914	4174.644	4.527813	8.385911	943.0000	922.0000
9	168181.4	113214.0	14.87505	21.68124	7757.000	7611.000

LS // Dependent Variable is LWI
 Date: 1-01-1980 / Time: 0:04
 SMPL range: 1 - 9
 Number of observations: 9

VARIABLE	COEFFICIENT	STD. ERROR	T-STAT.	2-TAIL SIG.
C	-0.6997269	0.2825711	-2.4762863	0.042
LPMI	1.0870706	0.0895107	12.144591	0.000

R-squared	0.954690	Mean of dependent var	2.700383
Adjusted R-squared	0.948217	S.D. of dependent var	0.504384
S.E. of regression	0.114777	Sum of squared resid	0.092216
Durbin-Watson stat	2.520324	F-statistic	147.4911
Log likelihood	7.843354		

TABLA 8

cbs	QC	CC	WC	FMC	LC	EC
1	54559.96	35440.04	18.74143	26.10524	2090.000	1891.000
2	4326.295	2998.935	20.12708	22.89045	189.0000	149.0000
3	17903.31	12400.80	15.46234	18.10244	989.0000	802.0000
4	11951.71	8903.420	22.25855	26.61651	449.0000	400.0000
5	1770.431	1358.727	15.98502	17.18865	103.0000	85.00000
6	30179.23	17071.63	11.75732	17.35436	1739.000	1452.000
7	337.2888	248.7518	16.47363	20.69256	16.30000	15.10000
8	1711.078	1282.909	3.223390	3.853779	444.0000	398.0000
9	29034.88	18239.54	16.77971	19.87329	1461.000	1087.000

LS // Dependent Variable is LWC
 Date: 1-01-1980 / Time: 0:05
 SMPL range: 1 - 9
 Number of observations: 9

VARIABLE	COEFFICIENT	STD. ERROR	T-STAT.	2-TAIL SIG.
C	-0.1441767	0.1844351	-0.7817207	0.460
LPMC	0.9790618	0.0635651	15.402496	0.000

R-squared	0.971339	Mean of dependent var	2.644714
Adjusted R-squared	0.967245	S.D. of dependent var	0.581551
S.E. of regression	0.105251	Sum of squared resid	0.077545
Durbin-Watson stat	2.325420	F-statistic	237.2369
Log likelihood	8.623115		

TABLE 9

obs	QV	CV	WV	PMV	LV	EV
1	308426.8	126270.6	17.91072	36.04802	8556.000	7050.000
2	24784.95	12580.38	18.44630	29.71816	834.0000	682.0000
3	97035.56	36022.20	13.87123	23.76052	4083.900	2596.900
4	75030.18	43133.80	22.15398	33.02385	2272.000	1947.000
5	6438.398	3592.813	14.60493	19.39277	332.0000	246.0000
6	156304.5	62336.39	16.38706	22.72859	6877.000	3804.000
7	2217.393	1152.999	19.70938	31.81339	69.70000	58.50000
8	10274.10	3865.247	3.045900	7.013037	1465.000	1269.000
9	198048.8	111874.4	12.57864	19.60685	10101.00	8894.000

LS // Dependent Variable is LWV
 Date: 1-01-1980 / Time: 0:06
 SMPL range: 1 - 9
 Number of observations: 9

VARIABLE	COEFFICIENT	STD. ERROR	T-STAT.	2-TAIL SIG.
C	-0.9855191	0.3764702	-2.6177876	0.035
LPMV	1.1561000	0.1191892	9.6997009	0.000
R-squared	0.930751	Mean of dependent var	2.625871	
Adjusted R-squared	0.920858	S.D. of dependent var	0.594492	
S.E. of regression	0.167244	Sum of squared resid	0.195793	
Durbin-Watson stat	1.149195	F-statistic	94.08420	
Log likelihood	4.455204			

TABLA 10

```

=====
obs      GP      CP      WP      PMP      LP      EP
=====
1      94823.98  89471.95  22.92389  24.29515  3903.000  3903.000
2      12853.09  12334.10  17.84964  18.60071  691.0000  691.0000
3      21831.01  20755.31  14.39342  15.13940  1442.000  1442.000
4      23561.37  22173.04  31.05468  32.99912  714.0000  714.0000
5      3142.505  2997.947  12.28667  12.87912  244.0000  244.0000
6      48522.39  47656.02  15.23530  15.51227  3128.000  3128.000
7      585.4935  532.0430  31.29665  34.44080  17.00000  17.00000
8      2839.839  2839.000  7.242347  7.244488  392.0000  392.0000
9      70634.88  66579.07  12.44701  13.20525  5349.000  5349.000
=====

```

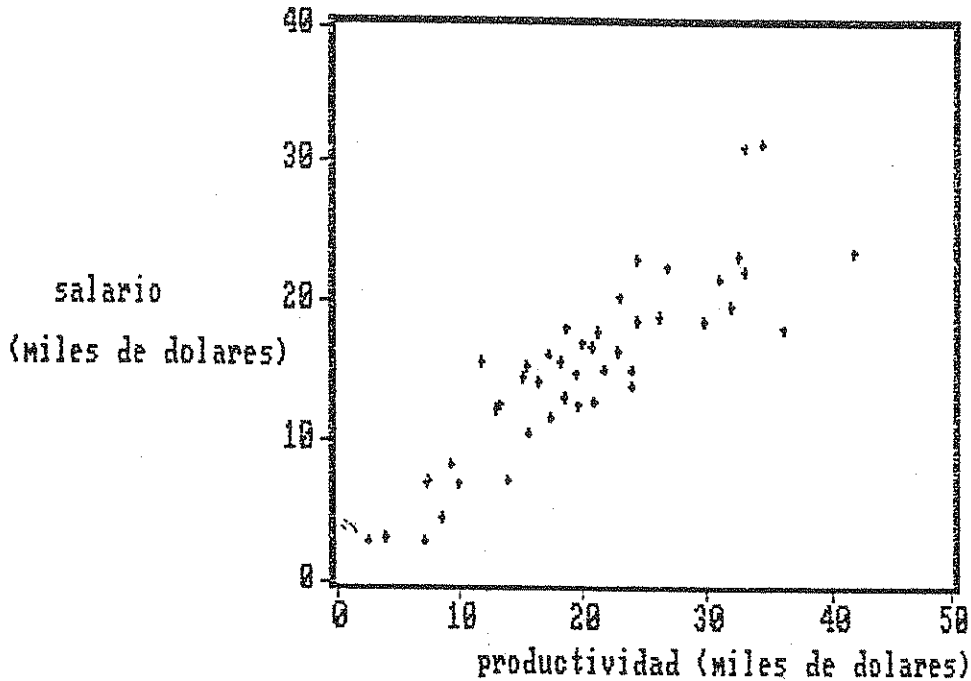
LS // Dependent Variable is LWP
Date: 1-01-1980 / Time: 0:07
SMPL range: 1 - 9
Number of observations: 9

```

=====
VARIABLE      COEFFICIENT      STD. ERROR      T-STAT.      2-TAIL SIG.
=====
C              0.0772680        0.0361812        2.1355821      0.070
LPMP          0.9562187        0.0124931        76.540029      0.000
=====
R-squared              0.998807      Mean of dependent var      2.810417
Adjusted R-squared    0.998636      S.D. of dependent var      0.473416
S.E. of regression    0.017484      Sum of squared resid      0.002140
Durbin-Watson stat    3.135331      F-statistic              5858.376
Log likelihood         24.77870
=====

```

GRAFICO 10
SALARIO Y PRODUCTIVIDAD MEDIA EN LA CEE EN 1980
SEGUN TIPOS DE CAMBIO



ESTIMACION CONJUNTA DE LA ELASTICIDAD
SALARIO/PRODUCTIVIDAD

LS // Dependent Variable is LW
 Date: 1-01-1980 / Time: 0:59
 SMPL range: 1 - 45
 Number of observations: 45

VARIABLE	COEFFICIENT	STD. ERROR	T-STAT.	2-TAIL SIG.
DA	-0.0169861	0.1298564	-0.1308067	0.897
DI	-0.2692750	0.1665851	-1.6164416	0.114
DC	-0.0598211	0.1535296	-0.3896390	0.699
DV	-0.3399861	0.1663969	-2.0432241	0.048
DF	0.0966202	0.1539829	0.6274733	0.534
LX	0.9494481	0.0500432	18.972573	0.000
R-squared	0.916406	Mean of dependent var	2.595584	
Adjusted R-squared	0.905689	S.D. of dependent var	0.556984	
S.E. of regression	0.171050	Sum of squared resid	1.141069	
Durbin-Watson stat	2.421884	F-statistic	85.50840	
Log likelihood	18.82846			

FEDERALISMO FISCAL Y PLANIFICACION ECONOMICA

JOAQUIN ROMANO VELASCO

Universidad de Valladolid

1. ASPECTOS TEORICOS DE LA ARTICULACION TERRITORIAL DE LA PLANIFICACION

Acudimos a un fenómeno de implantación generalizada en las economías modernas de la planificación como sistemática de actuación del Sector Público (1), y ello en en intento de garantizar la aplicación de los principios de racionalidad y eficacia en el desarrollo de su actividad, que es tanto como procurar la decuación de la oferta de bienes públicos a las necesidades colectivas a través de un procedimiento que comporta la definición de los objetivos perseguidos y la óptima asignación de los recursos disponibles entre los alternativos programas de gasto, determinados para la consecución de los fines propuestos.

A esta extensión han contribuido, de un lado, el crecimiento que experimenta el gasto público, claramente superior al de la productividad de la actividad financiera, y de otro, el desarrollo del análisis económico, merced a la aplicación de técnicas que han sido específicamente concebidas para la eficiente asignación de recursos, y la evolución de otras auxiliares que facilitan la obtención y tratamiento de amplias bases de datos.

Se trata de una implantación no exenta de problemas, considerando en esta exposición aquellos que surgen en relación con el *Federalismo Fiscal* o el *Sistema fiscal*

(1) En el caso Español el mejor reconocimiento de la importancia que la planificación alcanza se halla en la consagración que hace la Constitución, en su artículo 13, de la posibilidad que tiene el Estado de planificar la actividad económica general al objeto de «atender a las necesidades colectivas, y librar y armonizar el desarrollo regional y sectorial y estimular el crecimiento de la renta y de la riqueza y su más justa distribución».

descentralizado existente, según fórmulas diferentes, en distintos países y que han sido objeto de un importante tratamiento teórico por los principales hacendistas; planteándonos aquí dar respuesta al interrogante de si resulta conveniente articular la planificación desde un único nivel central de gobierno, implicando en ella a los niveles locales existentes, o por el contrario cada nivel local, en el respeto y coordinación adecuada con la definida en los demás niveles, ha de desarrollar su particular planificación.

Existe un primer aspecto a partir del cual parece aconsejable la articulación territorial de la planificación desde los distintos niveles de gobierno, referido a la idéntica capacidad que ha de concederse a las diferentes Administraciones para instrumentar técnicas dirigidas a procurar la eficacia en su gestión. En este sentido, planteamos como el uso exclusivo de esta potente herramienta por la Administración central llevaría, en el caso de implicar en ella a otras Administraciones, a ejercer de hecho una tutela sobre las mismas, configurándolas como meras unidades de gestión, y si se las excluyese, se propiciaría una situación de ineficiencia en la asignación de los recursos públicos, debido a los presumibles conflictos de objetivos existentes entre los diferentes niveles de gobierno.

Además de este aspecto la aplicación de una particular planificación en las Administraciones Subcentrales encuentra su justificación en los mismos argumentos que fundamentan la existencia de distintos niveles de gobierno en el Sector Público. Siguiendo la teoría del Federalismo Fiscal desarrollada por R. A. Musgrave y P. B. Musgrave (2), que constituye la principal y más completa aportación teórica para la justificación del ámbito local de la actividad financiera, estos argumentos han de ser ofrecidos desde cada una de las tres funciones que el Sector Público ha de desempeñar para conducir el sistema a un óptimo de bienestar: función de asignación, distribución y estabilización, acerca de las cuales concluyen han de ser atendidas, en base a la mayor eficacia proporcionada, en un sistema descentralizado de Administración Pública en el que las jurisdicciones de niveles inferiores tienen un importante papel en la función de asignación, pudiendo asimismo intervenir para la administración de la función de distribución, presentado la función de estabilización como una función susceptible de ser desempeñada únicamente desde la esfera central.

2. LA FUNCION DE ASIGNACION Y LA PLANIFICACION

La descentralización de la función de asignación ofrece como ventajas más destacadas, en primer lugar, el ajustar la prestación de los bienes públicos a las preferencias de los residentes de las correspondientes áreas de beneficio, en segundo lugar, el motivar en la innovación y la introducción de técnicas de producción de bienes públicos más eficientes mediante la competitividad entre los gobiernos locales, y en tercer lugar, el estimular un proceso de decisión basado en el examen de los costes de los programas públicos.

Se trata de un grupo de ventajas potenciales cuya realización efectiva precisa el

(2) Musgrave R. A. y Musgrave P. B.: «Hacienda Pública Teórica y Aplicada». Instituto de Estudios Fiscales. Madrid, 1983.

desarrollo de la actividad de los niveles subcentrales en un contexto planificador. Así respecto de la primera ventaja señalada, la garantía de que se obtiene un correcto ajuste de la prestación de bienes públicos a las preferencias individuales, ésta únicamente puede darse cuando se articulen las apropiadas técnicas para identificar, de un lado, las preferencias individuales, de forma que se llegue a su conocimiento ordenado en razón de la importancia que se les concede, y de otro, las prestaciones alternativas de bienes públicos que para la satisfacción de los deseos definidos pueden darse, orientando la selección entre ellas de aquellas que mejor responde al interés colectivo.

La información que la planificación propicia respecto de estos aspectos, desvelando los objetivos socialmente demandados y la oferta de bienes públicos que desde las distintas Administrativas ha de hacerse para su consecución, constituye una básica razón para la extensión de esta técnica.

La segunda ventaja considerada plantea la competitividad interadministrativa, de connotaciones próximas a la que se da en la provisión de bienes por el sector privado de la economía, derivándose de ella la necesidad de generalizar la aplicación de esta técnica por dos contrarias razones; una primera e inmediata razón se halla en la inmejorable posición que la planificación deja a los entes que aplican esta técnica para aprovechar las oportunidades y evidenciar los peligros que en torno a los mismos surgen, merced a la información que a través de ella se obtiene, potenciando, en definitiva, el efecto positivo de la competitividad. No obstante esta competitividad puede originar distorsiones importantes en la prestación pública de servicios, y también para ello la planificación se muestra especialmente útil, al evidenciar las ineficiencias o conflictos que entre las Administraciones se producen (3).

Finalmente argumentábamos la corresponsabilidad como ventaja que la descentralización de la función de asignación proporciona, dado que al existir una mayor proximidad entre el sujeto que decide el gasto y el que lo financia se hallará en una mejor posición para valorar los costes y los beneficios de sus acciones, destacando en este sentido la aportación de la planificación al conocimiento de las repercusiones que la demanda de bienes públicos a las Entidades Locales tiene sobre la renta de los individuos. Ello plantea la necesidad de formular un sistema tributario que implique a estos Entes, pues de lo contrario, tal y como señala Wallece E. Oates (4), «si los fondos para los proyectos públicos locales procediesen totalmente de un gobierno central, los residentes de cualquier comunidad tendrían un incentivo para expandir los niveles de servicio público locales tanto como fuera posible, dado que ellos soportarían solamente una parte despreciable de los costos del programa».

Consecuentemente con la conveniencia argumentada de articular la función de asignación por los niveles locales de gobierno se plantea la extensión de la planificación a estos Entes, en el sentido de corresponder a los mismos la planificación de esta función, jugando un papel fundamental en la formulación de los planes que con incidencia en la misma se elaboren desde el ámbito central.

(3) En este sentido identificamos los peligros de concentración de la actividad de las distintas Administraciones Públicas sobre áreas muy determinadas, en el afán de demostrar su mejor capacidad de actuación, duplicando innecesariamente con ello tareas y abandonando la relación de otras no menos importantes.

(4) Oates, W. E.: «Federalismo Fiscal». Instituto de Estudios de Administración Local. Madrid, 1977.

3. LA FUNCION DE DISTRIBUCION Y LA PLANIFICACION

Como segunda función a la que el Sector Público atiende considerábamos la de distribución de la renta, sobre la que R. A. Musgrave y P. B. Musgrave (5) señalan que «para ser eficaz la redistribución fiscal debe ser uniforme dentro de un área en el que existan un alto grado de movilidad del capital, trabajo y residencia, y desde esa perspectiva ha de ser una función atendida a nivel central».

No obstante, distinguen estos autores entre una redistribución que denominan obligatoria, referida a la redistribución como un proceso presupuestario y en la que considerando el coste de eficacia resultante, se plantea la necesidad de su provisión por el nivel central; y junto a esta distinguen una redistribución llamada voluntaria, que se efectúa porque los miembros de la comunidad pueden obtener satisfacción no únicamente de su consumo individual, sino también por el consumo de los restantes miembros de la comunidad, favoreciendo una redistribución voluntaria entre ellos. A través del análisis de la redistribución voluntaria así considerada concluyen acerca de la conveniencia de su atención descentralizada.

A esa misma conclusión llega M. V. Pauly (6), para el cual la redistribución voluntaria tiene el carácter de un bien público, dado que la satisfacción de aquellos que pagan los impuestos para financiar las necesidades sociales es no rival y excluyente, y desde esta perspectiva, puede decirse que las Haciendas Locales habrán de participar en la función de distribución dado que una persona con elevado nivel de renta se beneficia con una redistribución realizada a nivel local.

De estos planteamientos, en torno a la descentralización de la función de redistribución extraemos dos argumentos principales para extender la planificación a los niveles subcentrales; en primer lugar, y relativo al carácter central de su provisión, entendemos que la información necesaria para tomar las oportunas decisiones desde ese nivel de gobierno ha de proceder de las distintas áreas locales, y para que ésta no se halle fuera del contexto en el que inscribe la planificación y de entrada a la arbitrariedad, tratando de desvirtuar por intereses políticos y no estrictamente científicos y económicos el valor real de las informaciones, ofreciendo información de variables de distribución poco indicativas de la riqueza de las distintas áreas, se han de obtener las mismas a partir de un sistema de planificación que ha de establecerse en los Entes Locales, próximo al que en el nivel central se aplica.

En segundo lugar, respecto de la descentralización considerada de la función de distribución en aquella parte denominada voluntaria, podemos justificar la planificación en los Entes subcentrales a partir del problema que advertimos referido a la dificultad de llegar a una comprensión amplia de los fenómenos económicos que en torno a los flujos de rentas se producen, por parte de los individuos con mayor capacidad económica, y que da lugar en la práctica a su frecuente inoperancia.

Dicho problema únicamente podría ser resuelto, permitiendo la descentralización de la redistribución voluntaria, si existe un plan que demuestre a los vecinos de rentas altas que mediante su mayor aportación, en función de su capacidad de pago, se puede llegar a la situación deseada que el plan contempla, y en la cual todos se verán más beneficiados al disponer el gobierno local de medios para atender otras

(5) Musgrave, R. A. y Musgrave, P.: «Hacienda Pública...» *Op. cit.*, p. 764.

(6) Pauly, M. V.: «Income Redistribution as a Local Public Good». *Journal of Public Economics*, 1973.

necesidades que no sean únicamente las básicas, frecuentemente realizadas en torno a los vecinos de rentas más bajas.

4. LA PLANIFICACION DE LA ACTIVIDAD FINANCIERA Y ASPECTOS DE ESTABILIZACION

Existe una posición ampliamente generalizada en torno al desarrollo de la función de estabilidad a nivel nacional, y ello debido, en primer lugar, a la imposibilidad de aplicar políticas fiscales desde niveles inferiores, dado que entre los Entes resultantes dentro del mercado nacional se da una economía por completo abierta, con una total movilidad de bienes y servicios, así como de factores productivos, lo cual deja sin efecto las medidas fiscales locales al encontrarse con grandes fugas de importaciones.

En segundo lugar, las Administraciones Territoriales difícilmente podrán llevar a cabo políticas monetarias, tanto en lo que se refiere a aquellas de apoyo a la política fiscal, que exige introducir periódicos déficits o superávits presupuestarios, para lo cual se precisa acudir a los mercados de capitales a los que tienen un acceso muy limitado, como a la que se dirigen a la emisión de moneda, cuya descentralización no resulta posible por obvias razones.

Ahora bien, W. E. Oates (7), investigando la posibilidad de desarrollar una política estabilizadora a nivel local, ha demostrado, mediante el conveniente modelo de renta y pagos locales, los efectos que comportan los ingresos y gastos locales en la estabilidad de la economía, lo cual dado que el problema de la estabilización debe resolverse primariamente a nivel de gobierno central implica la necesaria coordinación entre estos niveles.

Este razonamiento, que plantea la importancia de llevar a cabo la función de estabilidad a nivel nacional y la acción contracíclica que puede conllevar la actividad financiera del gobierno local, de efecto contrario a la política estabilizadora nacional, mermando eficacia a la misma, representa una importante justificación para introducir la planificación en las Administraciones Territoriales.

Normalmente, los objetivos nacionales no coinciden con los locales, habiendo de resolver el conflicto que con respecto si objetivo de estabilidad pudiera darse, procurando la adecuación de los objetivos de los Entes Territoriales al de estabilidad definido a nivel nacional. Desde esa necesaria demarcación aparece justificada la planificación espacial como mecanismo a través del cual es posible atender dicha adecuación, al permitir la introducción en la definición de las estrategias locales de las convenientes restricciones relativas a las fluctuaciones cíclicas de sus ingresos y gastos.

Además el desarrollo de una planificación local integrada con la instrumentada a nivel central para la atención de la función de estabilidad cifra su transcendencia más allá de esta función, dado que tradicionalmente los gobiernos centrales han establecido mecanismos tutelares para el control de los efectos que la política de gasto local tiene sobre el objetivo de estabilidad. Se trata de mecanismos basados principalmente en la sumisión al Estado para la disposición de los medios financieros con que estos Entes han de contar para el desarrollo de su competencia, implicando, por tanto, la articulación espacial de la planificación, obtener el nivel demandado de autonomía, que con la dependencia financiera resulta difícil llegen a tener.

(7) Oates, W. E.: «Federalismo...», *Op. cit.*, pp. 40-52.

ALGUNAS REFLEXIONES SOBRE LA INFORMACION REGIONAL

SANTIAGO FERNANDEZ VALBUENA
Universidad de Murcia

1. INTRODUCCION

El objeto de estas notas es el de pensar por escrito sobre algunos de los aspectos que condicionan la producción, la utilización y la precisión de las informaciones cuantitativas de carácter económico de las Comunidades Autónomas en España. Asimismo, se tratará de reflexionar sobre la utilización de la información en las propias regiones, sobre las variables que resultan de mayor interés y sobre las posibilidades y necesidad de abordar algunos aspectos de carácter regional desde una perspectiva metodológica única.

El Estado de las Autonomías es una construcción jurídica y administrativa en ciertos aspectos bastante original que enmarca el desarrollo político y económico de España. La eclosión del Estado de las Autonomías ha significado, comparativamente con la etapa anterior, una descentralización de la toma de decisiones, un acercamiento de los recursos presupuestarios a los niveles de administración más próximos al ciudadano y ha hecho aparecer la necesidad de mecanismos de coordinación entre los diversos niveles de la Hacienda, con el fin de asignar más eficazmente los recursos, principalmente públicos.

Quizá como efecto de «rebote», el componente descentralizador del proceso autonómico ha generado en algunas ocasiones una actitud centrífuga hacia todo lo que proviniera de instancias de la Administración Central. Aunque este hecho sea comprensible desde un punto de vista sociológico y político, no es menos cierto que puede haber acarreado algunas disfunciones en la asignación de recursos. En concreto, es razonable pensar que, con la aparición de las Autonomías, se haya generado en algunas regiones una imagen de las regiones como «pequeñas naciones», no en un sentido político, sino en un sentido económico. Pensamos que aclarar cuál es el papel de las políticas en los ámbitos regionales es uno de los grandes temas pendientes en el desarrollo de las Autonomías.

Dentro del más estrecho campo al que queremos limitar nuestra atención, que es el de las informaciones cuantitativas regionales, se ha producido una tendencia centrífuga similar a la que señalábamos en su vertiente política en el párrafo anterior. En efecto, la creación de órganos de gobierno con dotaciones presupuestarias propias ha puesto en evidencia de una manera palmaria las carencias del aparato estadístico español a nivel regional. Cuando los decisores regionales se enfrentaban a las decisiones, se encontraban (se siguen encontrando en muchas ocasiones) con que no disponía de una base informativa suficiente en que apoyar sus análisis y programas. En algunos campos sociales (sanidad, educación) la información, siendo precaria, permitía salir del paso, pero en lo que se refiere a los agregados económicos regionales la carencia era absolutamente dramática. Una de las líneas adoptadas fue la de crear servicios estadísticos regionales, que, en paralelo con los esfuerzos estadísticos nacionales, permitieran afinar en aquellas variables de mayor interés regional. Estos servicios regionales, están lejos de haberse generalizado, lo cual ha introducido aún mayores diferencias entre unas regiones y otras en lo que se refiere a la base informativa con que se cuenta para analizar los problemas y programar posibles soluciones.

Paralelamente al desarrollo del estado autonómico se ha producido la apertura hacia Europa, lo que ha traído consigo la internacionalización de algunas decisiones. Por poner un ejemplo, los temas agrarios fueron inicialmente transferidos hacia las Comunidades Autónomas, para ser remitidos necesariamente a la Comunidad Europea desde que España se integró en la CE. Algunos temas que antes de decidían en Madrid, pasaron fugazmente a ser determinados en las Comunidades Autónomas, para ser decididos en Bruselas muy poco después. Esta «internacionalización» de las decisiones que afectan directamente a la evolución de las economías regionales no ha sido, a nuestro parecer, debidamente contemplada.

Nos encontramos, pues, con un conjunto de regiones españolas que se encuentran inmersas con un proceso de crecimiento de sus responsabilidades, con incrementos en sus dotaciones, personales y presupuestarias, pero que en muchos casos no disponían de una base informativa suficiente en la que basar sus actuaciones. Como botón de muestra pueden hojearse los Programas Económicos Regionales para percartarse de la parquedad de la información manejada, siempre con excepciones.

En lo que afecta a las variables económicas regionales, que son las que centrarán nuestra atención en estas notas, nos encontramos con un tratamiento que mimetiza los tratamientos nacionales. Las variables más seguidas a nivel nacional son las de carácter coyuntural, principalmente precios, producciones y primeras tareas en este mimetismo regional-nacional, sería, por tanto, la de obtener series regionales de las variables de precios, producciones y mercado de trabajo (aparte del sector exterior).

Además de las variables coyunturales, es necesario disponer de marcos estructurales para entender lo que sucede en una economía. La descripción estructural más clásica son las tablas input-output. La mimetización regional implicaría, por tanto, la producción de tablas input-output de las economías regionales.

La integración natural de los enfoques coyunturales y estructurales son los esquemas de Contabilidad Nacional. Si se pretende realmente aplicar a nivel regional un procedimiento de análisis similar al que se conoce para la nación, será necesario disponer de esquemas de contabilidad regional, similares a los esquemas de Contabilidad Nacional.

Estamos, pues, ante una concepción en la que se parte de considerar las regiones como naciones de ámbito territorial más reducido, pero que, en lo demás, son equiparables con las naciones. Aplicar los conocimientos de seguimiento de la coyuntura, interpretación estructural e integración contable que conocemos a nivel nacional implica, desde el punto de vista de los requerimientos informativos, disponer de índices de coyuntura regional, de tablas input-output regionales y de esquemas de Contabilidad Regional. Creemos que, en buena medida, ésta ha sido la orientación que han seguido la mayor parte de los esfuerzos informativos regionales.

Finalmente, antes de pasar a comentar algunos de los problemas que esta mimetización regional-nacional puede producir, queremos señalar que nos vamos a referir reiteradamente a la «información regional», sin calificarla de «estadística». Es fuerte la tendencia entre los economistas a calificar de estadística cualquier información cuantitativa. Nosotros vamos a procurar restringir este calificativo a las informaciones cuantitativas que se elaboran según procedimientos metodológicos conocidos y cuyos datos de base se extraen de acuerdo con técnicas de nuestros solventes. Desde esta perspectiva, toda la información estadística es información cuantitativa, pero la inversa, obviamente, no es cierta.

En el resto del trabajo vamos a ocuparnos de varios aspectos. En primer lugar vamos a comentar los problemas de la mimetización desde un punto de vista metodológico. En segundo lugar reflexionaremos sobre el uso que puede darse a la información. A continuación trataremos de resumir las características de las principales fuentes de información actuales sobre las economías regionales, mostrando algunas de las fuertes diferencias que muestran entre sí. Por último apuntaremos algunos puntos que nos parece que deberían abordarse conjuntamente, para asegurar una coherencia entre los tratamientos regionales.

2. EL USO Y LAS APLICACIONES DE LA INFORMACION REGIONAL

En una primera aproximación, podemos decir que la información (económica) cumple dos grandes funciones; proporciona información y permite la aplicación de políticas. No toda la información es directamente utilizable en el diseño de políticas, pero obviamente no es posible diseñar políticas sin disponer de información. La información sobre la coyuntura nacional es útil, no sólo porque permite conocer la evolución de la economía en el muy corto plazo, sino, sobre todo, porque permite conocer los efectos de las políticas adoptadas en el pasado próximo y dar la alerta sobre lo que no funciona bien para corregirlo. Disponer de información es condición necesaria, pero en ningún caso suficiente, para hacer algo sobre ella. El ejemplo más claro es la información demográfica. Conocer la evolución de las grandes variables demográficas es útil informativamente hablando, pero es muy poco lo que se puede hacer para alterar su curso. Pues bien, en la medida en que se considere a las regiones como naciones pequeñas, es fácil confundir información disponible con posibilidades de actuación.

El posible disponer de índices que sigan la coyuntura regional. De hecho varias Comunidades Autónomas elaboran sus propios Boletines de Coyuntura de manera muy competente. Pero, en la medida en que la coyuntura regional no se determina en la región, es muy poco lo que se puede hacer (coyunturalmente) para varias su

curso. Las Comunidades Autónomas no disponen, en general, de las políticas coyunturales clásicas (política monetaria y fiscal), por lo que poco pueden hacer para alterar la coyuntura de manera directa. Lo propio puede decirse del mercado de trabajo o del sector exterior. Los efectos siempre se sienten regionalmente, pero las causas están casi siempre determinadas en un ámbito superior. Confundir información disponible con posibilidades de actuación es confundir causas y efectos.

En la vertiente estructural, la información regional más extendida son las diversas tablas input-output regionales, de ámbitos, metodologías y fechas diversas, lo que las hace muy difíciles de comparar y de homogeneizar. Las tablas input-output, como máximo exponente de la información estructural tienen un sentido claro en las economías nacionales: sirven de esquema integrador de las Cuentas Nacionales y proporcionan la base de la planificación y las políticas de más largo plazo. La elaboración de tablas regionales tiene sentido, y aún así de manera parcial, en este segundo aspecto planificador. Es sin embargo muy significativo que la mayor parte de las tablas regionales se elaboran más con el fin de dar coherencia a las informaciones y estadísticas regionales que con el objeto de utilizarlas como herramientas de planificación.

La aplicación del esquema mimético de la nación a la región produce pues un doble desenfoque. En primer lugar se presta mucha atención a variables sobre las que no se puede influir apreciablemente (coyuntura) y, en segundo lugar se construyen tablas input-output cuyo objeto no es el de servir a la planificación y las políticas estructurales (para las que las Comunidades Autónomas sí disponen de algunos medios) sino para integrar unas cuentas regionales inexistentes.

Las contabilidades regionales no son contabilidades cerradas, y por tanto, su parecido con las Cuentas Nacionales es puramente semántico. Un esquema de Contabilidad Nacional implica reunir informaciones dispersas sobre flujos, sectores de actividad e instituciones, e integrarlas en un esquema contable coherente con el análisis económico. La contabilidad nacional es una contabilidad cerrada porque cierra el ciclo de producción, rentas y sectores institucionales. Las diversas cuentas (producción, explotación, renta, utilización de renta y capital y cuentas financieras) y los diversos sectores institucionales (familias y empresas, administraciones públicas, instituciones financieras y sector exterior) están interrelacionados de tal manera que los flujos de unos y otros se corresponden y los saldos de las diversas cuentas son coherentes entre sí.

La contabilidad nacional presenta múltiples problemas de elaboración, pero la gran mayoría de ellos son problemas estadísticos. Falta información en algunos casos, las muestras no son lo suficientemente amplias en otros, los datos están obsoletos, etc. Pero, en general, los problemas son solucionables con más recursos. A nivel regional, el problema no es sólo que las informaciones y estadísticas son mucho más escasas y menos precisas, sino que a veces, simplemente, no tiene sentido plantearlas. Los esquemas de contabilidad regional existentes (entre ellos el que aplica el INE en España) son contabilidades abiertas, donde se da cuenta, en el mejor de los casos, de las cuentas de producción y renta.

Los principales problemas metodológicos de las cuentas regionales son los de la asignación espacial de algunas actividades y sectores institucionales. En los sectores, es cuando menos complicado asignar a un espacio regional la producción de servicios de administración nacional de justicia, o defensa, o política exterior. Los trans-

portes y las comunicaciones, por su propia naturaleza, son actividades en las que asignar producciones y rentas en el espacio es cuando menos problemático. Pero donde se manifiesta claramente la imposibilidad metodológica de cerrar las contabilidades regionales es en el caso de los sectores institucionales. Tómese, como muestra, el caso de las instituciones financieras. Mientras que tiene algún sentido estimar la cuenta de utilización de renta y capital del sector de instituciones financieras a nivel nacional, y hablar por tanto de su capacidad o necesidad de financiación, es difícil imaginar qué se podría entender por capacidad o necesidad de financiación del sector de instituciones financieras en una región cualquiera, porque el ámbito de actuación de las instituciones financieras no es el regional.

La elaboración de contabilidades regionales es, por tanto, una labor metodológicamente muy espinosa y, lo que es más importante, de dudosa rentabilidad. Una vez construido, por el procedimiento que sea, un esquema de Contabilidad Regional, su utilidad difícilmente sobrepasa la pura información, por las mismas razones apuntadas al hablar de la coyuntura: la mayor parte de los saldos de interés de las contabilidades regionales no tienen sus causas en la región, sino en una instancia territorial o institucional superior. Por último, adviértase que en la medida en que estas reflexiones sean ciertas, la elaboración de tablas input-output regionales con el objetivo principal de rellenar lagunas y dotar de coherencia a las estadísticas regionales sería un planteamiento de difícil justificación.

3. LA MODELIZACION REGIONAL

En línea con el mimetismo advertido en los planteamientos generales, los economistas dedicados a la modelización han trabajado con aquellas variables de interés en las diversas regiones desde diversas perspectivas. En general, se han construido modelos que intentan predecir algunas variables regionales, fundamentalmente el PIB regional y su desagregación en sectores de actividad y las variables básicas del mercado de trabajo. Adicionalmente, se ha trabajado bastante en las tablas regionales, aunque más desde la perspectiva estadística que modelizadora. En este sentido, hay que decir que, normalmente, las modelizaciones han respondido a las demandas sociales de las diversas regiones, contribuyendo en algunos casos a enfocarlas. Las variables del mercado de trabajo no están exentas de la confusión causa-efecto antes mencionada y quizá fuera interesante plantearse las consecuencias de este planteamiento sobre la modelización del PIB regional como la variable básica de seguimiento de la actividad económica regional.

El PIB regional por habitante y algunas variables del mercado de trabajo son las variables que inciden en el reparto de algunos fondos nacionales entre las diversas regiones, además de servir para construir el «ranking» de las regiones europeas. Es lógico, por tanto, que el PIB haya recibido una atención preferente en la modelización y en el seguimiento de las economías regionales. El problema es que el PIB es una medida de la producción, no de la renta, y parece que lo que debe determinar la mayor o menor riqueza de una región no es cuánta producción se genera en su territorio, sino cuánta renta se percibe. Para entender esto podemos utilizar un ejemplo.

Imaginemos que la desagregación territorial se lleva al máximo y que pretende-

mos conocer el PIB de una pequeña localidad que resulta ser la sede de una gran empresa industrial, pero que no cuenta con población residente, porque los trabajadores de la empresa viven en una localidad próxima. Si se estima el PIB de esa localidad, estaremos tratando de conocer cual es el valor añadido por los factores económicos que producen bienes y servicios en ese área. El PIB, en este ejemplo, coincidirá prácticamente con las rentas generadas en la gran empresa industrial y tendrá un valor respetablemente elevado. Pero si se calcula el PIB de la localización donde realmente residen los trabajadores de esa empresa, las cifras serán mínimas, porque, en esa localidad, la actividad económica directa es mínima. Sin embargo, la renta es nula en la localidad donde está situada la empresa (porque no tiene residentes) y alcanzará un valor respetable en el segundo caso. Utilizar el PIB como medida de la riqueza generada en un espacio es problemático. Desde luego es difícil encontrarse en la realidad con ejemplos tan extremos como el propuesto, pero, aún con las debidas matizaciones, el PIB puede resultar un indicador mucho menos preciso que la renta desde un punto de vista metodológico.

Imaginemo, para continuar con la ilustración, que en una región está localizada una planta industrial, que genera un elevado volumen de valor añadido. Si simplificamos, el valor añadido estará generado por los trabajadores de la empresa (que supondremos residentes en la región) y por el capital, que vamos a suponer que es propiedad de residentes de otras regiones. Imaginemos, además, que la actividad industrial de que se trata es realmente intensiva en capital. En estas condiciones, si asignamos a la región donde está localizada la planta todo el valor añadido generado en la misma (que es lo que hace el criterio del PIB regional) estamos inflando la renta que realmente se percibe en la región, porque la mayor parte de la renta generada en esa planta es renta del capital, que será percibida —de acuerdo con nuestro supuesto— por residentes de otras regiones.

Estas consideraciones, que pueden ampliarse aún más, nos llevan a cuestionar la utilización del PIB como indicador de la riqueza generada en la región. Pensamos que sería más adecuado utilizar una medida de la renta disponible para seguir la evolución económica de una región. Esto se puede conectar con la oscuridad de conceptos como la «renta regional», que se suele identificar con «renta generada en la región», en lugar de hacerlo con «renta percibida por los residentes en la región», que sería lo más adecuado. En cualquier caso, mientras las cifras de trabajo a nivel regional sigan teniendo su base en el PIB no será fácil cambiar la variable a modelizar.

4. LAS FUENTES DE INFORMACION ECONOMICA REGIONAL

Acabamos de ver que los modelizadores se preocupan de predecir la evolución de las variables básicas, especialmente el PIB regional. La fuente de alimentación de un modelo es la base de datos en la que se apoya. Es de las distintas bases de datos de lo que queremos ocuparnos ahora.

Supongamos que un equipo de trabajo recibe el encargo de modelizar una economía regional. Lo primero que debe decidir es qué variables va a modelizar en sus estimaciones (se trate o no de un modelo econométrico) y, paralelamente, decidirse por técnicas concretas de estimación. Posteriormente, abordaría las fases clásicas de estimación contrastación y validación del modelo. En todas estas fases, la existencia

de datos planea sobre el modelizador permanentemente. En algunos casos (la mayoría) el problema es que no se dispone de series estadísticas sobre las variables, sobre las que el modelizador intenta trabajar. Pero, excepcionalmente, el problema no es que no haya información, sino que hay varias opciones. Creemos que en el caso del PIB regional (su versión de valor añadido) este es el caso.

En España, la fuente informativa básica de carácter regional ha sido la serie de Renta Nacional de España y su Distribución Provincial, elaborada por el Servicio de Estudios del Banco de Bilbao. Esta fuente, cuyas características no es necesario recoger aquí, es la única serie larga, aunque no tiene carácter anual, de que se dispone para estudiar la evolución económica regional. Lógicamente, su uso ha sido muy intenso. Quizá una de las críticas más frecuentes que ha recibido esta fuente es la de su oscuridad metodológica, pues, básicamente, se dan indicaciones insuficientes en estas publicaciones sobre los procedimientos concretos de estimación utilizados.

Solamente en los últimos años, como consecuencia de la consolidación del proceso autonómico, y sobre todo, a resultados de imperativos legales, el INE ha abordado la elaboración de unos Indicadores Estadísticos Regionales que han cristalizado muy recientemente en la publicación de la Contabilidad Regional de España, base 1980, que incluye la serie 1980-84. Realmente, no ha habido hasta ahora conflictos serios sobre qué serie utilizar en la modelización, porque la serie del INE es muy reciente y, en todo caso, demasiado corta para la modelización econométrica, pero cabe plantearse qué serie es la que debe predecirse. Pensamos que, en la medida en que la serie del INE es la que interviene en el reparto del FCI y la que sirve de base a varias acciones regionales comunitarias, es ésta la que debe predecirse. El problema es similar al que se plantea el modelizador nacional, cuyo objetivo práctico es el de avanzar con la mayor exactitud posible los datos que la Contabilidad Nacional acabará proporcionando en el futuro.

Precisamente ésta ha sido uno de los objetivos del grupo de trabajo interuniversitario que integra el Proyecto Hispalink. El objetivo principal del grupo es el de producir un conjunto de modelos de predicción económica regional con metodología coordinables, para lo que se ha debido partir de una base de datos común. Los trabajos del INE en la elaboración de la Contabilidad Regional de España han constituido el referente fundamental del grupo para la construcción de las bases de datos. Uno de los objetivos concretos del grupo ha sido el de producir una serie de Valor Añadido, Empleo y Remuneración de Asalariados para nueve sectores productivos y la estimación del consumo privado de los residentes en las diecisiete autonomías españolas. Se pretende, por tanto, que las series que se utilicen sean compatibles con las de Contabilidad Nacional y las de Contabilidad Regional, de modo que se puedan integrar en los modelos existentes a nivel nacional e internacional. Las series disponibles se refieren al período 1970-1986, lo que amplía la disponibilidad de las series del INE y permite iniciar los trabajos de modelización.

Por lo que sabemos, estas tres (INE, Banco de Bilbao e Hispalink) son las únicas fuentes de información que contemplan la estimación para todas las regiones y con metodología común de series económicas regionales. Evidentemente, hay otras muchas estimaciones, algunas de excelente calidad, que han sido elaboradas en y para regiones concretas. Sin embargo, la imposibilidad de trasladar los mismos criterios metodológicos y fuentes de información a todas las regiones limita la generalización de estos trabajos.

La metodología que se utiliza en las estimaciones regionales en España se basa en la regionalización de magnitudes nacionales. En esto se sigue la metodología SEC para las Cuentas Regionales. Hay algunos países de la CEE que utilizan datos directos (especialmente los de tipo fiscal, como Francia), pero la mayoría, con Alemania a la cabeza, ha seguido el criterio de la regionalización.

En esencia, el criterio de la regionalización es fácil de describir. No se trata de estimar las magnitudes nacionales por agregación de las regionales, sino de estimar las regionales por desagregación de las nacionales en función de indicadores indirectos. Este procedimiento está más basado en las disponibilidades estadísticas que en concepciones teóricas. Aunque es prácticamente imposible conocer el Valor Añadido, o el Empleo en determinadas ramas de actividad regionales (por los problemas conceptuales expuestos anteriormente) sí es posible encontrar algunos indicadores disponibles para todas las regiones, que permitan territorializar las producciones nacionales cuya estimación sí se aborda, en general, por procedimientos contables clásicos.

Tanto los trabajos del INE, como los del Banco de Bilbao y los del Proyecto Hispalink han adoptado la regionalización como método. El problema está en que no es fácil ponerse de acuerdo sobre qué indicadores hay que utilizar para regionalizar, porque estas decisiones se adoptan más en función de disponibilidad estadística que de calidad o representatividad de la información. Se echa en falta un trabajo riguroso sobre la relación indicadores-variables desde un punto de vista teórico, que ayude a clarificar los procesos de toma de decisiones que, siendo siempre difíciles en el trabajo econométrico, se acentúan en el caso de los modelos econométricos regionales.

Dado esto, no puede sorprender que las estimaciones regionales de los diversos equipos de trabajo difieran. Hasta muy recientemente, como la única serie disponible era la del Banco de Bilbao, pero no existía una alternativa comparable, los trabajos de economía regional debían ceñirse a dicha fuente. En la medida en que van apareciendo nuevos trabajos y, sobre todo, en la medida en que los datos oficiales son los del INE, es necesario empezar a preguntarse cómo se van a resolver las discrepancias. El el próximo apartado apuntamos unas primeras cifras sobre las discrepancias entre las fuentes citadas.

5. ALGUNAS NOTAS SOBRE LAS DISCREPANCIAS DE LAS INFORMACIONES

Las discrepancias entre dos estimaciones independientes de, por ejemplo, el valor añadido a nivel regional pueden ser de dos tipos: absolutas y relativas. Dos fuentes pueden discrepar en el Valor Añadido Nacional porque empleen estimaciones distintas del mismo (como ocurre si se toman las series de la Contabilidad Nacional de España en base 1970 o en base 1980), y pueden sin embargo coincidir en el reparto que de ese valor añadido se haga entre las distintas regiones. Esto es discrepancia absoluta, porque los datos en pesetas serán distintos para todas las regiones, pero los datos de las cuotas regionales serán los mismos. La discrepancia relativa, que es la más frecuente, se da cuando las dos fuentes que se comparan utilizan los mismos datos nacionales, pero distintos indicadores de regionalización. En este caso, los valores añadidos regionales sumados dan el mismo valor añadido nacional, pero

los valores añadidos regionales no son los mismos, porque los indicadores de reparto son diferentes o están ponderados de manera distinta. Cabe, desde luego, una alternativa mixta.

Las discrepancias INE-Banco de Bilbao son tanto absolutas como relativas, mientras que las discrepancias entre las primeras estimaciones provisionales del Proyecto Hispalink y el INE son de carácter relativo. Esta distinción es trivial. En la medida en que la discrepancia sea relativa, se puede llegar a un acuerdo sobre los indicadores más útiles y las ponderaciones más adecuadas. Este es el caso de las estimaciones provisionales del Proyecto Hispalink, que deben ajustarse, por principio, a las que salgan del INE.

La mayor parte del pasado económico regional reciente sólo se puede escribir con las series del Banco de Bilbao, pero como vamos a ver, las discrepancias, sobre todo a nivel sectorial, son importantes entre el INE y el Banco del Bilbao, lo que plantea la pregunta de si no habrá que reinterpretar este pasado económico reciente a la luz de las nuevas series.

En el cuadro 1 y en los gráficos que lo acompañan presentamos un ejemplo de estas discrepancias. Se trata del sector de transporte y comunicaciones. Las estimaciones del INE proceden de la Contabilidad Regional de España 1980-1984. Las estimaciones del Banco de Bilbao proceden de sus publicaciones Renta Nacional de España y su Distribución Provincial, correspondientes a los años 1981 y 1983 y las estimaciones Hispalink son la primera estimación que se hizo en el grupo, en base a varios indicadores regionales, de la serie de valor añadido para ese sector en noviembre de 1987. Como puede observarse, las diferencias son apreciables, más teniendo en cuenta que este sector, pese a ser un sector de servicios donde la información es escasa, es un sector donde los indicadores son conocidos y de relativamente fácil acceso.

Las discrepancias más importantes se dan en Madrid, pero esto es una anécdota. Lo más importante, a nuestro juicio, es mostrar cómo las diferentes estimaciones no sólo no se parecen, sino que cuentan una historia distinta. Así, según la serie que se tome, la participación de algunas regiones entre 1981 y 1983 habrá aumentado o disminuido. Tomando de nuevo el caso de Madrid como ejemplo, la estimación del INE arroja un descenso ligero entre 1981 y 1983, Hispalink proporciona un incremento muy moderado y el Banco de Bilbao registra una fuerte caída.

Hay que señalar que la serie Hispalink ha sido corregida, porque, como queda recogido anteriormente, la serie del INE se toma como correcta por principio, y por tanto, estas comparaciones sólo tienen carácter de ilustración.

La «movilidad» de las series no es un problema ligado tan sólo a las diferentes estimaciones. Si se trabaja sobre datos de empleo, es frustrante la frecuencia con que es necesario revisar todas las cifras, ya sea porque se ha procedido a una corrección metodológica en la EPA, porque se ha reestimado la población activa en base a algún dato demográfico más reciente o por cualquier otra causa. Si esto ocurre a nivel nacional, imagínese lo que ocurre a nivel regional, donde los procedimientos de elaboración, de representatividad de las muestras y la aparición de informaciones complementarias puede hacer cambiar radicalmente la imagen que se tiene del propio pasado reciente. Esto, en todo caso, no es patrimonio exclusivo de los estudiosos de los temas regionales, sino que se extiende al trabajo aplicado en general.

6. LAS LINEAS DE CONVERGENCIA

En las páginas anteriores hemos puesto de manifiesto algunos de los problemas metodológicos que se presentan al utilizar la información regional, hemos discutido algún concepto de uso frecuente, como el PIB y hemos enumerado algunos problemas concretos de estimaciones y fuentes. En este último apartado queremos entrar en el terreno de las sugerencias.

Casi todos los problemas cotidianos con que se enfrenta el analista regional son de carácter técnico: ¿cómo estimar este dato?, ¿cómo ajustar mejor un modelo?, etcétera. Hay, sin embargo, un núcleo común de trabajo que no se aborda.

Quizá por el propio mimetismo que comentábamos al principio del trabajo, los economistas dedicados a lo regional intentan trasladar sus experiencias nacionales a las regiones. Esto produce el olvido de algunos temas pendientes que se presentan a nivel regional y que no se presentan a nivel nacional (razón por la que seguramente se soslayan). En concreto, queremos comentar tres: las variables demográficas, el tratamiento de las actividades de las administraciones públicas y los saldos interregionales.

Las variables demográficas, sobre las que se dispone de bastante información entran en los modelos nacionales sólo de modo marginal. Sin embargo, su influencia en las economías regionales es decisiva. Difícilmente se puede predecir la oferta de trabajo regional considerando sólo lo que ocurra con las tasas de actividad regionales. Las migraciones pueden ser decisivas. Si el tratamiento que de las migraciones se hace en los modelos regionales es puramente regional, estaremos incurriendo en un error similar al que ocurre en los modelos internacionales cuando cada país predice el volumen de sus exportaciones, resultando que las predicciones de exportaciones desde todos los países son superiores a las predicciones de importaciones de todos los países. Como el saldo comercial, a nivel mundial, ha de ser necesariamente cero, se produce una inconsistencia de los modelos, que podría obviarse (como de hecho se hace) con un tratamiento conjunto de problema por todos los países. Creemos que con el tema de las migraciones puede ocurrir algo similar, por lo que se necesita un esfuerzo conjunto en el tratamiento de este tema.

Un segundo aspecto, también de importancia, es el relativo a las actividades públicas. Los economistas acostumbrados a trabajar en temas nacionales son muy propensos a reunir en una variable del tipo «gasto público» toda la actividad económica de las administraciones públicas. Esto no es posible a nivel regional donde la confluencia y superposición de la administración central, sus organismos autónomos, la seguridad social y las administraciones territoriales produce unos resultados de difícil cuantificación. En la medida en que algunas variables, como la renta disponible, pueden verse afectadas en algunas regiones de manera decisiva por la actuación de las administraciones públicas (sobre todo de la Seguridad Social) el tratamiento de la regionalización del gasto público debería abordarse también con un criterio metodológico unitario.

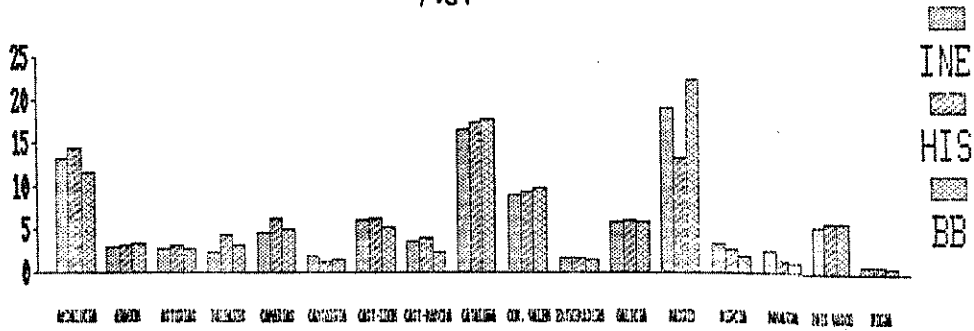
Finalmente, un problema de estimación cuando se trabaja con modelos estructurales regionales (por ejemplo en input-output) es la estimación del saldo «externo», entendiendo aquí por externo lo que la región intercambia con el resto del mundo, incluidas las otras regiones del país. No es necesario insistir en la conveniencia de abordar este problema unitariamente, por razones idénticas a las expuestas al hablar

de las migraciones. La concentración que se produce en algunas regiones sobre los datos de Comercio Exterior (exterior en el sentido de comercio internacional) es, a nuestro modo de ver, una ficción, porque ni toda la renta que produce el comercio exterior se queda en la región ni toda la renta procedente del saldo «externo» (en el sentido interregional) se puede captar mirando al comercio internacional. Cerrar por la vía de la demanda la contabilidad regional es siempre el problema más difícil. Quizá si de aborda conjuntamente una estimación de los diversos saldos externos interregionales se pueda introducir un factor de coherencia entre los modelos, las informaciones y las predicciones realizadas en las diversas regiones.

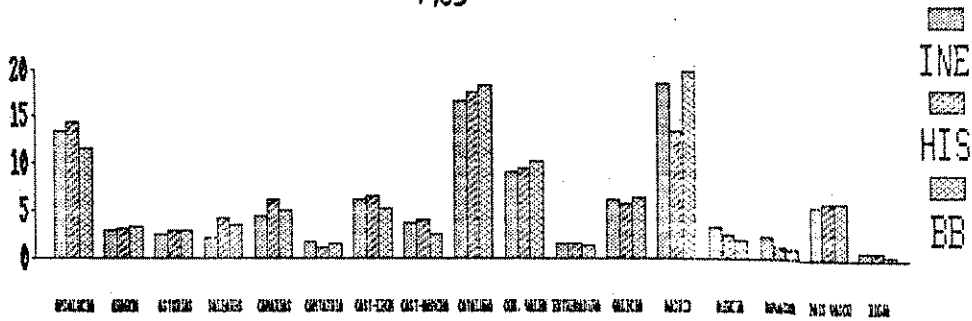
CUADRO 1
PARTICIPACION EN EL VALOR AÑADIDO DEL SECTOR
DE TRANSPORTES Y COMUNICACIONES

	INE		HISPALINK		BANCO DE BILBAO	
	1981	1983	1981	1983	1981	1983
Andalucía	13.26	13.26	14.56	14.37	11.47	11.39
Aragón	2.80	2.79	3.01	3.07	3.14	3.25
Asturias	2.51	2.38	2.93	2.80	2.65	2.76
Baleares	2.13	2.15	4.22	4.21	2.97	3.32
Canarias	4.40	4.43	6.18	6.10	4.93	5.03
Cantabria	1.77	1.71	1.24	1.21	1.40	1.48
Castilla-León	6.03	6.04	6.21	6.38	5.18	5.13
Castilla-Mancha	3.43	3.52	3.96	3.92	2.28	2.36
Cataluña	16.50	16.65	17.36	17.58	17.74	18.33
Comunidad Valenciana ..	8.92	9.02	9.20	9.34	9.68	10.17
Extremadura	1.48	1.55	1.52	1.58	1.35	1.36
Galicia	5.72	6.07	5.84	5.68	5.68	6.24
Madrid	19.12	18.58	13.30	13.33	22.42	19.88
Murcia	3.18	3.13	2.53	2.52	1.87	1.84
Navarra	2.40	2.25	1.39	1.37	1.07	1.08
País Vasco	5.40	5.53	5.83	5.81	5.70	5.94
Rioja64	.65	.72	.73	.46	.45
TOTAL	100	100	100	100	100	100

% VAB TPTES. Y COM.
1981



% VAB TPTES. Y COM.
1983



PARO, INFLACION Y POLITICA REGIONAL: APLICACION EMPIRICA A LA ECONOMIA ESPAÑOLA

L. RODRIGUEZ SAIZ Y J. A. PAREJO GAMIR
Universidad Autónoma de Madrid

El objetivo fundamental de esta ponencia (1) consiste en tratar de comprobar, para el caso español, la tesis original del profesor Lipsey, contrastada por Archibald, Thomas y Stoney y otros autores en distintos países, según la cual al aumentar la dispersión del desempleo entre los mercados de trabajo individuales (regionales) podría acelerarse la inflación de salarios a nivel agregado.

Con eso comprobaríamos si la política económica regional, al reducir esa dispersión geográfica del paro (objetivo de por sí suficientemente relevante), podría ayudar a la política económica estabilizadora en su tarea de disminuir las tensiones inflacionistas.

Para ello vamos a empezar definiendo de forma operativa las relaciones entre las variables, recalcando los puntos importantes de la teoría que ya conocemos y su traducción a relaciones observables.

Parece fuera de toda duda que en la economía española, como en la de cualquier país con independencia de su nivel de desarrollo alcanzado, no existe un único mercado de trabajo indivisible; los agentes económicos concentran, por el contrario, su atención en ciertos submercados del agregado nacional, toman sus decisiones en función precisamente de la información que de esos submercados concretos dispongan y de un «índice general» de las informaciones correspondientes a los demás submercados.

¿Cómo son esos submercados? Existen múltiples formas de clasificarlos, como hemos visto en el análisis efectuado en los epígrafes anteriores:

(1) Que forma parte de una investigación más amplia sobre «La Política Económica Regional y la lucha contra el paro y la inflación», realizada con los profesores J. Martín Pliego, J. R. Cancelo y M. A. Galindo.

1.^a En función del sector de la actividad productiva al que hacen referencia: podríamos hablar así del mercado de trabajo agrícola, del industrial, etc., o incluso proceder a su subdivisión, considerando para ello subsectores o actividades más concretas dentro de cada uno.

2.^a En función de las características del empresario o empleador: multinacionales, grandes empresas nacionales, PYMES, empresas públicas, la Administración Pública a sus distintos niveles.

3.^a En función del ámbito espacial que abarcan: podríamos hablar en este caso en España de los mercados de trabajo clasificados por Comunidades Autónomas (o regiones, e incluso estados en los países con régimen federal), y podríamos también desagregarlos en mercados provinciales, comarcales, locales, etcétera.

Aunque teóricamente podamos proceder aún a la desagregación mediante otros criterios (por industrias, ocupaciones, sexos, edades, etc.), estos tres parecen ser los más importantes en la realidad; y, como es lógico, en este trabajo nos interesa el último de los citados, por lo que para nuestros efectos los mercados individuales a considerar son los de cada Comunidad Autónoma española.

En este sentido, como es lógico, la primera pregunta que obviamente se nos plantea es la siguiente: ¿cómo se articulan los diferentes mercados para cada comunidad? Más concretamente, ¿existe un mercado de trabajo que actúa como líder y cuya evolución marca, en parte o en todo, la evolución de los demás? ¿O podemos suponer que ningún mercado regional goza de semejante liderazgo e influencia sobre los otros?

Dadas las características de nuestro país, parece adecuado suponer, en principio, que tal mercado líder o principal no existe, al menos desde la perspectiva regional que más nos interesa, aunque es obvio que hay ciertos submercados de trabajo especialmente importantes en España que actúan de guía, y donde realmente se negocia una parte significativa del acuerdo global sobre las condiciones de trabajo (salarios y otras); esas clases de submercados están claramente más relacionadas, en nuestra opinión, con los otros criterios de clasificación antes mencionados que con el puramente espacial: y así, por ejemplo, la subida de salarios nominales en las administraciones y empresas públicas es un dato, sin duda, importante en todas las negociaciones colectivas, como lo es la de la construcción, pero no parece que los acuerdos madrileños o andaluces inspiren sensiblemente a empresarios y sindicatos de otras regiones (2).

Una segunda cuestión relevante que surge en un análisis empírico como el que aquí pretendemos se refiere a la perspectiva temporal que vamos a afrontar. Es decir, ¿cuál es el pasado reciente que debemos considerar?; por razones de sobra conocidas el mercado de trabajo nacional y sus distintos componentes han sufrido diversos avatares en los últimos quince años, muchos de ellos relacionados con causas totalmente diferentes a las usuales en estos ámbitos.

(2) Al menos de formal causal: es inmediato que la negociación en el submercado administraciones públicas va a repercutir especialmente en el submercado de Madrid, lo que puede hacer creer que es la evolución en éste y no en aquél lo que afecta a trabajadores de otros ámbitos geográficos. Descendiendo, sin embargo, al análisis detallado de los mecanismos de negociación es como podemos descubrir la verdadera causa.

Y así, en la década de los años setenta hemos sufrido, por una parte, una grave crisis económica que ha afectado a la propia estructura productiva mundial (y, por supuesto, a la española), provocando un cambio cualitativo de gran relevancia en la industria y en las tecnologías punteras. Esa crisis, cuyos efectos todavía perduran, ha coincidido, por otra parte, en nuestro caso con un cambio político sustancial, que ha renovado sensiblemente el mecanismo institucional de la negociación colectiva, a la vez que ha impuesto comportamientos, no siempre óptimos desde el punto de vista estrictamente económico, a los agentes negociadores.

Por todo ello, pensamos que no debemos remontarnos en nuestro análisis más allá del año 1979, momento a partir del cual el funcionamiento de los mercados laborales en nuestro país creemos que se puede considerar normal y no demasiado afectado por factores ajenos. Incluso hubiéramos deseado evitar el impacto de la segunda crisis del petróleo, pero esto nos hubiera dejado ya con una muestra demasiado reducida para extraer inferencias generales.

Por otra parte, ante una tercera cuestión básica que también hemos de resolver en análisis empíricos, la de la periodicidad de los datos con que vamos a operar, dadas las variables que tenemos que considerar y la información estadística de base, hemos decidido trabajar con datos trimestrales. Descartados totalmente los datos anuales por razones teóricas y empíricas obvias, y no existiendo datos con periodicidad mensual para algunas de las variables implicadas, la elección se convierte, además, prácticamente en imposición (3).

Pues bien, tenemos que convertir la teoría económica previa sobre el tema a este esquema de razonamiento. Así, cuando la teoría habla de micromercados, tenemos que pensar, en nuestro caso, en los mercados de trabajo de cada Comunidad Autónoma española, donde, además, suponemos que no existe el liderazgo ni las transferencias de salario por este motivo.

Más concretamente, centrémonos en la Comunidad Autónoma *i*-ésima: la teoría dice, como sabemos, que en esa comunidad existe una curva de Phillips de la forma siguiente (renunciando a la incorporación de otras posibles variables explicativas adicionales, «intrusas» en expresión de G. C. Archibald):

$$\dot{W}_i = K \dot{p}_i^e + f(U_i)$$

donde \dot{W} representa la tasa de variación del salario monetario, \dot{p}_i^e la tasa de variación esperada en los precios y U_i la tasa de paro, y todas las variables están referidas a esa Comunidad Autónoma *i*-ésima; K es un parámetro a determinar y $f(\cdot)$ es una función decreciente, positiva y convexa para valores económicamente posibles de U_i .

Dada la información de base disponible, vamos a identificar, como hacen muchas investigaciones previas con similar orientación en otros países, el salario monetario de la teoría con la ganancia media por hora trabajada (media general). Dado que trabajamos con datos trimestrales, ¿cómo se define operativamente W_i ?

(3) Los datos de paro más adecuados para este trabajo son los de la EPA, de periodicidad trimestral; la alternativa son los datos de paro registrado, pero lo parcial de éstos nos ha llevado a rechazarlos. Además, los datos mensuales de salario son todavía mucho menos fiables.

En principio, parece razonable definirla como la tasa intertrimestral de variación de salarios, pero en el caso concreto que nos ocupa esta decisión plantea ciertos problemas, porque es bien conocido que los datos de la encuesta española de salarios presentan una extraña estacionalidad, lo que hace que la tasa de variación intertrimestral muestre variaciones muy poco coherentes con la realidad de los mercados. Por citar dos ejemplos, el dato del primer trimestre de 1986 es un 5,17 por 100 menor que el del cuarto trimestre de 1985, mientras que el nivel de 1986 (4.º) es un 4,55 por 100 menor que el de 1986 (3.º); en nuestra opinión esa diferencia no viene explicada por ningún motivo o razonamiento de tipo económico, sino más bien por un comportamiento estacional, derivado de otras causas.

La otra posibilidad es asociar \dot{W}_i a la tasa interanual de variación, es decir, suponer que los agentes económicos españoles no comparan el dato de «t» con el de «t-1», sino con el de «t-4», el del mismo trimestre del año anterior. Es una serie tan marcadamente estacional como la que manejamos, éste nos parece claramente un comportamiento más racional que el anterior, ya que permite descontar el factor estacional a la vez que incorpora el dato en «t-1».

Por otra parte, como la definición operativa de \dot{p}_i^e ha de ser coherente con la de \dot{W}_i , es inmediato que para nosotros \dot{p}_i^e ha de ser la tasa de variación interanual de los precios esperados en el mercado «i». Parece razonable, además, igualar \dot{p}_i^e a \dot{p}^e , es decir suponer que los precios esperados coinciden en todos los submercados (4). Pero todavía nos queda por decidir cómo se forman las expectativas inflacionistas.

Con la cantidad de información que utilizamos en este trabajo, parece una buena aproximación limitarnos a considerar esquemas adaptativos o explicativos de la forma:

$$\dot{p}_i^e = v(L) \dot{P}_t ,$$

donde $v(L)$ es una función en «L» que nos indica que la tasa de inflación interanual esperada en el período «t» es una combinación lineal de la historia de la variable. Especificaciones más concretas sobre la longitud y/o los coeficientes de $v(L)$ tendrán que ser obtenidos vía análisis empírico.

Siguiendo el desarrollo en la literatura especializada previa, estas curvas de Phillips individuales se agregan, como se recordará, en:

$$W = K \cdot v(L) \cdot P + \frac{1}{2} S^2 f''(U) + f(U)$$

donde se puede observar que hemos incorporado la corrección recomendada por Thomas y Stoney en su trabajo de 1971, quienes demostraron que en este contexto la varianza del desempleo habría de ser corregida por la segunda derivada de la función $f(\cdot)$ particularizada en la tasa de paro nacional (5).

(4) En nuestro país esto nos parece absolutamente incuestionable, como lo prueba el que el dato del IPC global merezca toda clase de análisis, mientras que los datos de las Comunidades Autónomas apenas se recogen en una nota menor.

(5) Véase la página 87 de su artículo «Unemployment dispersion...», *op. cit.* Conviene destacar que en este razonamiento está implícita la idea de que $\sum \alpha_i w_i = \bar{w}$, donde α_i son las ponderaciones de la

¿Cómo es la función $f(U)$? La especificación más empleada en la literatura previa, como ya sabemos, es la de la forma $f(U) = a + b/u$ (usada por Archibald y Thomas-Stoney), aunque, como es natural, otras especificaciones también son coherentes con los requisitos que le hemos impuesto. Sustituyéndola en la expresión general, tenemos pues:

$$w = a + k \cdot v(L) \cdot \dot{p} + b \cdot 1/U + b S^2/U^3$$

Relación que escrita de una forma más usual en la literatura econométrica, queda como sigue:

$$\Delta_4 \ln W_t = \beta_0 + \beta_1 v(L) \Delta_4 \ln P_t + \beta_2 \frac{1}{U_t} + \beta_3 \frac{S_t^2}{U_t^3} + \epsilon_t \quad [1]$$

Como también Thomas y Stoney recalcan, si va a utilizarse la especificación anterior de $f(U)$, los coeficientes de las variables $1/U$ y S^2/U^3 han de ser iguales; por tanto, la teoría impone que el modelo anterior ha de ser formalmente equivalente a:

$$\Delta_4 \ln W_t = \beta_0 + \beta_1 v(L) \Delta_4 \ln P_t + \beta_2 \left(\frac{1}{U_t} + \frac{S_t^2}{U_t^3} \right) + \epsilon_t \quad [2]$$

En la práctica la información estadística contenida en la muestra analizada no es suficiente para estimar los efectos diferenciales de cada uno de los retardos implícitos en $v(L)$. De ahí que, bajo la hipótesis más que razonable *a priori* de que $v(L) = V_0 + V_1 L$, el problema se reducirá a escoger entre un efecto instantáneo o un efecto retardado de un período (6).

Los resultados obtenidos al estimar la ecuación [2] para la realidad española han sido los siguientes:

$$\Delta_4 \ln W_t = 0,080 - 0,093 \Delta_4 \ln IPC_t + 1,196 \left(\frac{1}{U_t} + \frac{S_t^2}{U_t^3} \right) + \epsilon_t \quad [3]$$

(2,63) (1,64) (3,50)

$$SSE = 0,0755565 \quad \hat{\sigma} = 0,0511 \quad R^2 = 0,04 \quad dw = 2,11$$

$$\Delta_4 \ln W_t = 0,056 - 0,012 \Delta_4 \ln IPC_{t-1} + 1,306 \left(\frac{1}{U_t} + \frac{S_t^2}{U_t^3} \right) + \epsilon_t \quad [4]$$

(3,09) (0,79) (5,65)

$$SSE = 0,0363039 \quad \hat{\sigma} = 0,0354 \quad R^2 = 0,54 \quad dw = 1,36$$

expresión $\sum \alpha_i u_i = u$, es decir, el tanto por uno que la población activa de la comunidad «i» representa en el total nacional. En la realidad, esto nunca será totalmente cierto, porque la clasificación espacial se solapa con otras, pero las diferencias son despreciables.

(6) Dado que la variable dependiente es $\Delta_4 \ln W_t$ y la independiente $\Delta_4 \ln P_t$, no parece demasiado restrictivo el supuesto anterior: parece razonable que el efecto total de la inflación de precios sobre la variación interanual de los salarios se traslade, bien de forma inmediata —provocando en la práctica una determinación simultánea—, bien con un desfase de un único período.

donde entre paréntesis figuran los t-ratios, SSE es la suma de los cuadrados de los residuos, $\hat{\sigma}$ la desviación típica de los mismos (corregida por grados de libertad), R^2 el coeficiente de determinación múltiple y dw el estadístico Durbin-Watson.

Dado que es de esperar una realimentación de los salarios a los precios, la ecuación [3] está estimada por el método de variables instrumentales, habiendo instrumentado $\Delta_4 \ln P_t$ por $\Delta_4 \ln P_{t-1}$ y $\Delta_4 \ln P_{t-4}$; la ecuación [4], en cambio, está estimada por mínimos cuadrados ordinarios. En todos los casos la muestra estudiada es la comprendida entre 1979 [1] y 1986 [4] (32 observaciones).

De la comparación de las ecuaciones [3] y [4] se observa, por un lado, el efecto negativo del método de estimación en la primera de ellas: de ahí que sea adecuado considerar que la variable $\Delta_4 \ln IPC_t$ entra con un desfase de un período, dado que la estimación es mucho menos satisfactoria. Puede verse también en estos resultados que hay un extraño efecto de los precios, pues el estimador puntual del efecto de $\Delta_4 \ln \Pi_t \cong \Delta_4 \ln W_t$ es negativo, aunque no significativo, y que existe autocorrelación serial en los residuos positiva y significativa en el retardo uno; puesto que esto parece indicar mala especificación dinámica, añadimos el retardo de la variable endógena, obteniendo la siguiente relación:

$$\begin{aligned} \Delta_4 \ln W_t = & 0,038 - 0,04 \Delta_4 \ln IPC_{t-1} + 0,877 \left(\frac{1}{U_t} + \frac{S_t^2}{U_t^3} \right) + \\ & (1,90) \quad (0,69) \quad (2,69) \\ & + 0,32 \Delta_4 \ln W_{t-1} + \epsilon_t \\ & (1,80) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} SSE = 0,0325391 \quad \hat{\sigma} = 0,0341 \quad R^2 = 0,58 \quad dw = 2,00 \\ Q(4) = 1,5 \quad Q(8) = 2,5 \end{aligned}$$

donde la notación es la ya conocida, con la excepción de Q(K), que indica el estadístico Box-Pierce de los residuos para los «k» primeros retardos.

Obsérvese cómo, aunque no significativa al tamaño usual del 5 por 100, la inclusión de $\Delta_4 \ln W_{t-1}$ elimina la autocorrelación residual. Por lo demás, esta ecuación reproduce la anterior, con la única excepción de que el efecto de $1/U_t + S_t^2/U_t^3$ ya no se agota en un período, sino que se distribuye en el tiempo (7).

Si eliminamos ahora de la ecuación anterior la variable de precios:

$$\begin{aligned} \Delta_4 \ln W_t = & 0,035 + 0,880 \left(\frac{1}{U_t} + \frac{S_t^2}{U_t^3} \right) + 0,33 \Delta_4 \ln W_{t-1} + \epsilon_t \quad [5] \\ & (1,79) \quad (2,72) \quad (1,78) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} SSE = 0,0330974 \quad \hat{\sigma} = 0,0338 \quad R^2 = 0,58 \quad dw = 2,00 \\ Q(4) = 1,0 \quad Q(8) = 1,7 \end{aligned}$$

llegamos al resultado final de nuestra estimación.

(7) Pero véase cómo la respuesta a largo plazo en esta especificación ($0,877/1 - 0,31 = 1,290$) es prácticamente idéntica al coeficiente de la ecuación [4] (1,306).

Según esta última expresión, la tasa de variación interanual sigue un proceso AR(1), que se completa en cada momento con la información que sobre el mercado de trabajo proporciona $1/U + S^2/U^3$, más un crecimiento autónomo de 3,5 por 100. La ausencia de un efecto diferencial de los precios parece deberse a esa autoalimentación a través de $\Delta_4 \ln W_{t-1}$; en cualquier caso, dadas las características de la forma de obtención de la variable endógena y el tamaño de la muestra, no parece posible mejorar la explicación anterior.

Merece destacarse también, por último, cómo la información teórica acerca de la desigualdad de los coeficientes de $1/U$ y S^2/U^3 es básica para poder estimar el modelo. La versión irrestringida de la ecuación [5] es:

$$\Delta_4 \ln W_t = 0,014 - 1,573 \frac{1}{U_t} - 2,431 \frac{S_t^2}{U_t^3} + 0,28 \Delta_4 \ln W_{t-1} + \epsilon_t$$

(0,38) (1,41) (0,48) (1,43)

$$SSE = 0,0326051 \quad \hat{\sigma} = 0,0341 \quad R^2 = 0,58 \quad dw = 1,99$$

$$Q(4) = 1,2 \quad Q(8) = 2,7$$

y aunque el grado de explicación es prácticamente idéntico, la ecuación [5] tiene todos los coeficientes significativos al 90 por 100 y todos los signos correctos, lo que está muy lejos de suceder en la versión irrestringida anterior, como puede comprobarse fácilmente a la vista de los valores en ella de los ratios «t», ninguno de los cuales nos permite rechazar la hipótesis nula de que las respectivas estimaciones de los parámetros es cero.

Acabaremos entonces este análisis empírico (8), y el conjunto de nuestra investigación sobre la política económica regional y la lucha contra el paro y la inflación referida al caso español, insistiendo en que, en todas las estimaciones de nuestros modelos, salvo en la versión irrestringida del último, la dispersión regional (por Comunidades Autónomas) del desempleo en España, en el período 1979-1986 considerado, ejerce un efecto positivo y estadísticamente significativo sobre la tasa interanual agregada de variación de las ganancias salariales medias por hora.

Es decir, un aumento de dicha dispersión regional del paro en España acelera la inflación de salarios en el conjunto nacional, en todos esos modelos, siendo, además, siempre los efectos inflacionistas del nivel de paro ($1/U$) y de su dispersión geográfica (S^2/U^3) los más importantes cuantitativamente.

De entre todas las ecuaciones estimadas, sin embargo, la más satisfactoria, por las razones antes apuntadas, es la [5]: nula autocorrelación ($dw = 2$), coeficiente de determinación múltiple ($R^2 = 0,58$) más satisfactorio (9), signos correctos teóricamente para todas las variables consideradas y efectos estadísticamente significativos, a un nivel del 10 por 100, de todas ellas (y mayor, insistimos en ello, para el impacto de las variables representativas de la situación en el mercado de trabajo: el paro y su dispersión regional) sobre la inflación salarial española.

(8) Cuya base informativa figura en el anexo de este trabajo, que se ha realizado utilizando el ordenador VAX-Digital de la Universidad Autónoma de Madrid y el programa para el análisis de series temporales TSP (Time Series Processing).

(9) Recuérdese, a estos efectos, que hemos operado no con niveles, sino con variaciones relativas de salarios y precios, por lo que un $R^2 = 0,58$ implica un ajuste bastante adecuado.

**ANEXO
ESTADISTICO**

TASAS DE PARO POR COMUNIDADES AUTONOMAS

=====

FECHA	ANDA	ARAG	ASTU	BALE	CANA	CANT	C.MAN	C.LEO	CATAL
7801	12.1	3.7	4.7	4.3	9.6	4.3	6.3	5.0	5.3
7802	12.0	4.3	4.9	4.2	9.6	4.8	6.1	4.6	6.1
7803	12.3	5.2	5.6	3.7	10.2	4.8	5.6	5.4	6.7
7804	13.8	6.0	5.9	4.6	10.2	4.1	6.4	5.8	7.1
7901	13.3	5.9	7.2	5.9	10.3	5.1	7.0	6.4	7.6
7902	13.4	5.9	7.1	4.2	10.7	4.8	6.8	6.0	7.1
7903	14.3	7.2	7.6	4.1	10.5	5.1	8.0	6.9	7.8
7904	14.7	7.1	8.1	5.2	10.4	5.2	8.8	7.5	9.2
8001	17.1	8.6	7.6	7.4	10.2	6.6	9.6	7.9	10.6
8002	17.7	7.9	8.0	8.2	12.0	7.2	10.4	7.9	11.6
8003	17.7	9.7	8.5	5.8	14.0	7.5	11.4	8.8	12.4
8004	18.4	9.1	10.0	9.5	14.0	7.9	11.7	9.8	13.8
8101	19.6	10.1	11.2	10.7	15.7	8.7	13.7	10.1	14.0
8102	20.9	12.0	11.4	9.7	16.5	10.1	14.2	9.8	14.7
8103	20.1	12.5	12.0	7.7	17.6	10.8	14.5	10.7	15.9
8104	20.8	13.4	12.8	11.1	18.1	11.1	14.9	11.6	17.0
8201	21.6	12.4	13.2	13.8	18.8	11.5	15.3	12.4	18.3
8202	20.5	11.8	13.4	10.3	17.3	12.3	13.8	11.7	19.0
8203	21.0	13.1	13.6	9.0	19.4	12.7	13.9	12.3	19.8
8304	21.0	12.2	13.4	13.9	18.1	11.7	13.2	12.6	21.2
8301	21.9	13.6	14.4	16.1	18.0	11.0	14.4	14.0	22.2
8302	22.5	13.8	13.5	13.0	19.0	11.8	14.9	13.4	20.9
8303	23.1	13.6	13.6	11.5	21.4	11.3	14.2	13.5	20.8
8304	24.7	15.3	13.4	15.0	20.3	14.7	14.5	13.9	21.9
8401	23.5	14.6	14.9	17.1	21.0	17.2	16.3	15.5	22.5
8402	29.6	15.6	15.1	14.1	23.7	16.4	16.5	15.8	21.5
8403	29.7	15.6	15.7	12.1	25.0	15.3	16.7	15.9	21.9
8404	30.9	16.4	17.2	13.6	26.1	15.2	17.0	17.2	22.8
8501	28.7	18.2	18.0	15.7	26.7	15.1	18.3	18.4	23.4
8502	30.4	18.4	18.6	13.4	27.7	14.9	17.3	18.3	22.9
8503	29.9	17.5	18.7	11.9	27.5	15.9	16.5	17.7	22.6
8504	31.3	16.9	18.8	14.7	25.3	16.4	15.8	18.7	22.3
8601	30.6	17.2	19.5	16.5	26.9	17.7	16.2	19.6	22.6
8602	30.2	16.7	18.9	13.6	27.3	18.0	15.7	18.2	21.6
8603	30.6	15.8	19.1	10.9	26.0	17.5	15.1	17.6	21.2
8604	31.3	15.3	19.7	16.6	26.5	18.2	15.9	17.8	21.0

TASAS DE PARO POR COMUNIDADES AUTONOMAS (CONT.)

FECHA	C.VAL	EXTR	GALI	MADR	MURC	NAVA	P.VAS	RIOJ	ESPA
7801	4.6	10.1	2.4	7.8	5.9	4.4	6.8	2.5	6.5
7802	4.6	9.7	2.7	8.3	5.8	3.9	7.2	2.5	6.7
7803	5.2	11.0	2.4	9.4	6.0	5.1	7.7	3.1	7.2
7804	4.7	10.0	2.5	10.3	6.2	8.2	7.9	2.8	7.7
7901	5.7	13.4	2.9	10.5	7.4	8.4	8.5	3.5	8.2
7902	6.2	14.9	2.9	11.0	7.1	8.1	9.2	3.3	8.2
7903	7.2	12.4	3.5	10.7	7.8	9.3	10.1	4.9	8.8
7904	7.6	16.3	4.2	11.1	9.5	10.1	10.8	4.5	9.6
8001	8.6	16.2	4.7	12.2	10.3	11.5	11.4	5.0	10.5
8002	9.5	15.6	4.5	13.1	8.9	11.2	12.5	5.0	11.2
8003	10.3	13.7	4.5	12.8	9.8	11.5	13.3	5.0	11.5
8004	10.8	15.2	5.5	14.1	11.0	12.8	14.2	5.8	12.6
8101	11.9	16.6	5.8	15.4	12.8	12.5	15.0	7.1	13.8
8102	12.7	16.6	5.7	14.6	12.6	12.9	15.5	8.6	14.0
8103	14.6	15.6	5.8	15.6	13.4	13.7	16.9	6.0	14.6
8104	15.3	17.8	6.3	16.2	13.0	13.3	17.8	8.6	15.4
8201	16.0	17.3	7.0	15.2	15.1	13.2	18.0	10.9	15.9
8202	16.5	18.0	6.8	15.5	14.7	12.5	18.1	10.7	15.7
8203	18.0	17.4	7.2	15.7	16.1	14.4	19.0	11.1	16.4
8204	18.7	17.8	8.6	16.5	17.7	15.0	19.7	11.6	17.0
8301	18.5	17.5	9.0	16.8	19.2	16.7	20.1	13.0	17.7
8302	16.7	17.0	10.0	16.4	17.0	15.5	20.2	10.6	17.2
8303	17.8	15.3	9.9	18.5	16.1	15.5	20.3	10.7	17.7
8304	18.4	15.9	10.8	18.5	14.4	15.5	20.3	10.2	18.4
8401	19.0	26.1	11.1	19.7	14.5	15.7	22.3	12.8	20.0
8402	19.2	28.1	11.2	19.2	16.9	15.4	22.3	12.6	20.2
8403	20.8	26.6	11.3	20.3	17.9	16.4	22.3	14.2	20.6
8404	21.8	28.3	12.6	22.0	18.4	16.9	23.0	15.2	21.7
8501	21.8	29.1	13.7	22.2	20.9	17.8	23.6	17.9	22.1
8502	20.9	27.7	13.0	21.7	20.9	19.7	23.4	17.3	21.9
8503	22.1	26.7	12.5	21.4	20.5	19.0	24.9	17.6	21.8
8504	20.4	28.0	13.9	23.4	19.1	19.6	23.6	17.0	22.0
8601	20.1	30.8	13.5	22.1	18.7	20.4	24.3	17.1	22.2
8602	19.9	28.6	14.0	20.5	18.4	17.9	24.6	16.7	21.5
8603	20.7	26.4	13.4	19.3	20.3	18.8	24.0	14.1	21.1
8604	19.2	28.1	13.3	18.6	20.6	18.3	23.5	14.6	21.2

TASAS DE PARO POR COMUNIDADES AUTONOMAS

=====

FECHA	ANDA	ARAG	ASTU	BALE	CANA	CANT	C.MAN	C.LEO	CATAL
1978	12.5	4.8	5.3	4.3	9.9	4.5	6.1	5.2	6.3
1979	13.9	6.5	7.5	4.9	10.5	5.3	7.6	6.7	7.9
1980	17.7	8.8	8.6	7.7	12.6	7.3	10.7	8.6	12.1
1981	20.4	12.0	11.9	9.8	17.0	10.2	14.3	10.6	15.4
1982	21.0	14.4	13.4	11.8	18.4	12.1	14.1	12.3	19.6
1983	23.1	13.8	13.7	13.9	19.7	12.7	14.5	13.7	21.5
1984	29.7	15.6	15.7	14.2	24.0	15.0	16.6	16.1	22.2
1985	30.1	17.8	18.6	13.9	26.8	15.6	17.0	18.3	22.8
1986	30.7	16.2	19.3	14.3	26.7	17.9	15.7	18.3	21.6

FECHA	C.VAL	EXTR	GALI	MADR	MURC	NAVA	P.VAS	RIOJA	ESPA
1978	4.8	10.2	2.5	8.9	6.0	5.7	7.4	2.7	7.1
1979	5.7	14.2	3.4	10.8	8.0	8.8	9.7	4.1	8.7
1980	9.8	15.2	4.8	13.0	10.0	11.7	12.9	5.2	11.5
1981	13.6	16.7	5.9	15.5	13.0	13.1	16.3	7.6	14.4
1982	17.3	17.6	7.4	15.7	15.9	13.8	18.7	11.1	16.2
1983	17.9	16.4	9.9	17.6	16.7	15.8	20.2	11.1	17.7
1984	20.2	27.3	11.6	20.3	16.9	16.1	22.5	13.7	20.6
1985	21.3	27.8	13.0	22.2	20.3	19.0	23.9	17.4	21.9
1986	20.0	28.5	13.5	20.1	19.5	18.9	24.1	15.6	21.5

FECHA	IPC	SALARIOS	TASA PARO	VARIANZA
7801	47.9	195.0	6.5	8.7699
7802	49.9	200.0	6.7	8.0180
7803	52.3	252.0	7.2	9.1518
7804	53.7	268.0	7.7	11.1489
7901	55.7	244.2	8.2	9.4796
7902	57.7	260.4	8.2	10.9263
7903	60.3	311.7	8.8	8.5748
7904	62.1	315.9	9.6	8.6260
8001	64.7	283.9	10.6	12.7821
8002	66.8	311.7	11.2	13.5829
8003	69.3	350.6	11.6	13.3488
8004	71.6	382.3	12.6	12.5748
8101	74.9	356.0	13.6	13.1544
8102	76.0	390.0	14.0	15.2912
8103	79.1	440.0	14.6	13.5020
8104	81.9	443.0	15.4	14.1978
8201	85.0	417.0	15.9	15.5425
8202	88.2	446.0	15.7	16.5389
8203	90.1	495.0	16.4	16.5031
8204	93.4	529.0	17.0	16.1258
8301	95.9	472.0	17.7	16.1934
8302	98.2	501.0	17.2	16.7109
8303	100.7	580.0	17.7	14.7072
8304	104.7	618.0	18.4	15.1944
8401	107.6	529.0	20.0	24.6532
8402	109.5	567.0	20.2	25.7029
8403	112.1	638.0	20.6	26.9475
8404	114.2	630.0	21.7	28.0709
8501	117.9	604.0	22.1	16.1910
8502	118.8	637.0	21.9	25.0901
8503	121.5	691.0	21.8	23.2922
8504	123.6	735.0	22.0	27.1816
8601	128.1	697.0	22.2	23.7764
8602	129.9	689.0	21.5	25.4592
8603	133.0	769.0	21.1	27.5520
8604	133.8	804.0	21.2	29.1395

ANALISIS REGIONAL DEL SECTOR DE BIENES INTERMEDIOS

M.^a VICTORIA VERDUGO MATES

RICARDO LUACES PAZOS

Universidad de Santiago de Compostela

El objeto de la presente comunicación pretende ser un análisis del sector de BIENES INTERMEDIOS a nivel de COMUNIDADES AUTONOMAS. Consiste, por tanto, en la construcción de las series estadísticas de las principales variables económicas para las distintas COMUNIDADES AUTONOMAS y en un análisis de la evolución del sector de BIENES INTERMEDIOS, tanto a nivel regional como nacional.

La caracterización del sector de BIENES INTERMEDIOS se encuentra enmarcada dentro de la clasificación en nueve sectores Hermes, siendo esta clasificación la siguiente:

1. Agricultura.
2. Energía.
3. Productos manufacturados intermedios.
4. Productos manufacturados de equipo.
5. Productos manufacturados de consumo.
6. Construcción.
7. Transportes y comunicaciones.
8. Otros servicios destinados a la venta.
9. Otros servicios no destinados a la venta.

En el sector de BIENES INTERMEDIOS han sido incluidos los siguientes subsectores:

- 3.1. Minerales metálicos (extracción de minerales metálicos).
- 3.2. Minerales no metálicos y canteras (extracción de piedra, arcilla, arena, explotación de canteras y extracción de minerales no metálicos).
- 3.3. Industria química (fabricación de sustancias y productos químicos fundamentales).

3.4. Producción y primera transformación de metales (industrias metálicas básicas).

3.5. Industrias de productos minerales no metálicos (fabricación de productos minerales no metálicos, exceptuando los derivados del petróleo y carbón).

En cada uno de estos subsectores se han considerado las siguientes variables iniciales: Valor añadido (V) como valor de la producción menos materias primas y combustible y energía, coste de personal (CP), empleo (L), salario (W) y productividad media (PM). Las unidades en que se encuentran los datos son: para el valor añadido y coste de personal en millones de pesetas, para el empleo en miles de personas y para el salario y la productividad media en miles de pesetas por trabajador.

Las series han sido construidas para el período 1970-1984, disponiendo para dicho período de los datos concernientes a los cinco subsectores y para todas las COMUNIDADES AUTONOMAS, así como para el total de España. Igualmente, se poseen las series relativas al sector de BIENES INTERMEDIOS, siendo éstos los datos facilitados en la presente comunicación, dado que la exposición del resto de las series sería de gran complejidad.

Los datos utilizados en la construcción de las series del sector de BIENES INTERMEDIOS, han sido obtenidos de la Encuesta Industrial Anual elaborada por el Instituto Nacional de Estadística. Dicha encuesta presenta los datos anteriores a 1978 desglosados por provincias y los posteriores a esa fecha agregados por COMUNIDADES AUTONOMAS, lo cual ha imposibilitado la presentación de series provinciales para todos los años del período. Uno de los problemas encontrados ha sido la existencia de «secreto estadístico» en numerosas provincias y diversos subsectores, lo cual nos ha obligado a realizarles un asignación de los restos en cada variable proporcionalmente al empleo, única variable para la cual existen datos para todas las provincias y subsectores.

Para deflactar las series anteriores se ha utilizado el deflactor del valor añadido bruto del sector manufacturero de BIENES INTERMEDIOS, base 80, elaborado por el CEPREDE. Se presentan, por tanto, las series de valor añadido base 80 (Q) y productividad media base 80 (PR).

Las COMUNIDADES AUTONOMAS se identifican por las tres primeras letras de sus nombres en el caso de ser único, y por la primera letra del primero y las dos primeras del segundo en el caso de ser un nombre compuesto. Las variables referidas a España se identifican por la letra «E».

A continuación se presenta una serie de tablas y gráficos referidos a la evolución del sector de BIENES INTERMEDIOS, a los cuales se les puede hacer los siguientes comentarios.

Primeramente se presentan las tablas correspondientes al conjunto del sector para cada una de las COMUNIDADES AUTONOMAS y para el conjunto del Estado. A la hora de intentar aproximarse a un análisis de la evolución del valor añadido en términos reales (Q) por Comunidades Autónomas se han obtenido las tasas de crecimiento de dicha variable. Se constata que el mayor crecimiento a lo largo del período se ha dado en las Comunidades Autónomas de Asturias, Castilla y León, Valencia, Galicia, Navarra, País Vasco y La Rioja, presentando todas ellas valores bastante por encima de la media del Estado. En casi todas las Comunidades Autónomas el valor de «Q» crece hasta un determinado año (76-77), a partir del cual cae

en un comportamiento errático de subidas y bajadas, lo que origina que la evolución de dicha variable respecto al tiempo sea deficiente. De la misma manera se presenta la tasa de crecimiento de la productividad en términos reales para el conjunto de las Comunidades Autónomas, registrándose los mayores aumentos en Baleares, Valencia, Galicia, Navarra, País Vasco y La Rioja. Para terminar este primer grupo de tablas se presenta la relativa a la elasticidad salario-productividad media, obteniéndose valores superiores a los de España (1,21) en las Comunidades Autónomas de Andalucía, Madrid, Murcia, Cataluña y Extremadura. Registrándose, por el contrario, en Baleares, Asturias y Navarra incrementos del salario, correspondientes a incrementos en la productividad, inferiores al conjunto.

En segundo lugar, se presentan gráficas de la evolución del empleo por Comunidades Autónomas, agrupándolas según los distintos niveles de empleo existentes durante el período considerado. En cuanto a la evolución del empleo se registra un aumento leve o un sostenimiento en Valencia, Galicia, Murcia y Navarra; por el contrario, Baleares, Canarias, Extremadura y el País Vasco son las Comunidades que presentan mayores pérdidas en el empleo. En estas gráficas resalta la existencia de un dato anómalo para Baleares en el año 75, dato cuya anomalía debe residir en un fallo en la impresión de la Encuesta Industrial, y que será corregido con posterioridad.

Para finalizar, se ofrecen diversas gráficas de la evolución de las distintas variables para el conjunto de España. Es de destacar un estancamiento del sector a nivel estatal a partir del año 75, en el cual el valor de «Q» después de un crecimiento continuado empieza a sufrir descensos y crecimientos. Por el contrario, el empleo después de crecer hasta 1977 decae para hacerlo más acusadamente a partir del inicio de la década de los ochenta. La productividad media en términos reales presenta para todos los años del período una tendencia creciente, excepto en el período 75-77, coincidiendo con un descenso brusco del valor añadido real y el mantenimiento de cotas elevadas de empleo. En el conjunto del período la productividad media en términos reales aumentó hasta llegar a un 243 por 100 del valor inicial.

obs	VAND	CPAND	LAND	WAND
1970	16823.05	4974.655	47.28700	105.2013
1971	19472.20	5802.835	46.24900	125.4694
1972	24168.41	6709.435	46.31400	144.8684
1973	31221.16	8415.860	47.65700	176.5923
1974	47561.42	11154.92	51.23500	217.7207
1975	53715.89	14400.95	52.56000	273.9907
1976	51923.80	16878.63	51.10800	330.2542
1977	64260.36	21901.73	50.68000	432.1573
1978	60968.00	28340.00	45.37200	624.6143
1979	75032.00	32599.00	44.40800	734.0794
1980	89962.00	40478.00	44.60000	907.5785
1981	89766.00	48037.00	43.45300	1105.493
1982	100570.0	50627.00	39.67700	1275.979
1983	131942.0	53239.00	36.58000	1455.413
1984	144422.0	54453.00	35.46800	1535.271

obs	VARA	CPARA	LARA	WARA
1970	4516.533	1628.475	14.60100	111.5317
1971	5469.069	1952.984	14.25000	137.0515
1972	6165.401	2322.457	14.61400	158.9200
1973	8317.437	2908.396	14.93200	194.7760
1974	10935.48	3828.283	15.58500	245.6389
1975	11370.16	4181.425	14.48700	288.6329
1976	9289.440	6274.967	14.55700	431.0618
1977	14509.62	8190.696	14.77300	554.4369
1978	18598.00	9368.000	13.13000	713.4806
1979	22523.00	11138.00	13.46800	826.9973
1980	21681.00	12845.00	12.97900	989.6756
1981	26272.00	14380.00	12.77800	1125.548
1982	27989.00	15608.00	12.25700	1273.395
1983	31012.00	16809.00	11.43100	1470.475
1984	33011.00	16650.00	10.30000	1616.505

obs	VAST	CPAST	LAST	WAST
1970	5936.592	1781.668	36.08800	49.37009
1971	10055.80	7027.324	37.17900	189.0133
1972	13913.06	8053.987	36.90500	218.2357
1973	42273.84	10612.81	38.35000	276.7356
1974	54875.52	14541.76	40.91000	355.3358
1975	3630.478	19282.77	38.91000	495.5736
1976	29403.36	30012.50	39.97400	750.8005
1977	43880.08	31295.78	39.84000	785.5366
1978	61401.00	34317.00	37.85900	906.4423
1979	68619.00	42179.00	37.47000	1125.674
1980	70824.00	47416.00	37.15800	1276.064
1981	69658.00	51402.00	35.10400	1464.278
1982	85708.00	54483.00	32.52800	1674.957
1983	89386.00	58189.00	31.44100	1850.736
1984	87067.00	63036.00	30.21800	2086.042

obs	VBAL	CPBAL	LBAL	WBAL
1970	782.4360	345.0270	4.617000	74.72970
1971	880.5160	415.7470	4.612000	90.14462
1972	1072.566	523.2500	4.916000	106.4382
1973	152.3120	636.0760	5.054000	125.8560
1974	6968.927	770.7250	4.961000	155.3568
1975	1759.430	883.4920	8.382000	105.4035
1976	1872.295	1004.151	4.102000	244.7955
1977	2423.448	1303.434	4.021000	324.1567
1978	2434.000	1162.000	2.719000	427.3630
1979	2703.000	1369.000	2.581000	530.4146
1980	4367.000	1902.000	2.638000	721.0007
1981	5876.000	2286.000	3.067000	745.3538
1982	3913.000	2044.000	2.363000	865.0021
1983	4358.000	2190.000	2.169000	1009.682
1984	5089.000	2058.000	2.130000	966.1971

obs	VCLE	CPCLE	LCLE	WCLE
1970	6124.923	2142.746	20.17100	106.2291
1971	6487.998	2385.692	19.21100	124.1836
1972	8544.832	2819.431	19.38400	145.4514
1973	9798.530	3456.259	19.69300	175.5070
1974	12490.58	4834.293	21.45000	225.3750
1975	13726.69	5645.200	19.91600	283.4505
1976	12983.42	7175.853	19.91200	360.3783
1977	16225.46	9445.852	20.00900	472.0801
1978	27622.00	13465.00	22.30700	603.6222
1979	30615.00	15689.00	21.55300	727.9265
1980	30768.00	18764.00	22.58500	830.8170
1981	40086.00	21711.00	21.64800	1002.910
1982	43958.00	23299.00	19.88200	1171.864
1983	47658.00	23902.00	17.90800	1334.711
1984	54015.00	26188.00	17.88300	1464.408

obs	VCMA	CPCMA	LCMA	WCMA
1970	6414.973	1754.641	16.36900	107.1929
1971	6646.634	1979.843	16.16700	122.4620
1972	7800.927	2338.218	16.39300	142.6351
1973	9728.130	3211.108	16.90400	189.9614
1974	14316.75	4283.925	17.81300	240.4943
1975	15440.53	5090.947	17.38300	292.8693
1976	17246.33	6503.751	17.13000	379.6703
1977	22190.58	8592.742	17.12700	501.7073
1978	26671.00	11150.00	18.22300	611.8641
1979	30668.00	12991.00	17.95900	723.3699
1980	31392.00	15536.00	18.94300	820.1446
1981	42871.00	17800.00	17.31300	1028.129
1982	42631.00	19130.00	16.04700	1192.123
1983	44578.00	18891.00	14.51900	1301.123
1984	48772.00	19706.00	13.47300	1462.629

obs	VICA	CPICA	LICA	WICA
1970	1318.138	473.0068	5.035000	93.94376
1971	1414.346	561.9777	5.120000	109.7613
1972	1462.059	563.7086	4.679000	120.4763
1973	2437.923	668.2334	4.659000	143.4285
1974	2234.687	721.9206	4.261000	169.4252
1975	1877.782	831.4556	4.063000	204.6408
1976	2118.453	997.6902	3.769000	264.7095
1977	2603.556	1287.059	3.733000	344.7787
1978	3988.000	2094.000	3.864000	541.9255
1979	4722.000	2585.000	3.900000	662.8205
1980	5709.000	2998.000	3.991000	751.1902
1981	6994.000	3474.000	3.999000	868.7172
1982	7583.000	3644.000	3.482000	1046.525
1983	7825.000	3895.000	3.320000	1143.072
1984	10073.00	4117.000	3.582000	1149.358

obs	VCAN	CPCAN	LCAN	WCAN
1970	6231.165	1736.515	18.02200	96.35529
1971	7062.909	3140.013	18.23900	172.1593
1972	7372.296	3421.651	17.50700	195.4447
1973	8451.288	4264.203	17.26200	247.0284
1974	15616.23	5353.131	18.08900	295.9329
1975	12274.19	6525.282	17.43700	374.2205
1976	17417.44	8203.698	17.43000	470.6654
1977	19879.83	10529.92	17.47100	602.7084
1978	20189.00	12118.00	15.42100	785.8116
1979	22035.00	14100.00	15.21400	926.7780
1980	25892.00	16084.00	13.87700	1159.040
1981	28250.00	17938.00	13.23100	1355.755
1982	33880.00	19587.00	13.17600	1486.567
1983	35671.00	21117.00	12.10900	1743.909
1984	46789.00	22006.00	11.47800	1917.233

obs	VCAT	CPCAT	LCAT	WCAT
1970	37697.15	13057.32	96.50400	135.3034
1971	43417.98	15636.94	100.6250	155.3982
1972	53121.53	18246.05	101.7960	179.2413
1973	66898.77	22389.17	104.2370	214.7910
1974	82810.39	27481.53	103.8490	264.6297
1975	102840.3	35979.43	104.9310	342.8866
1976	92280.57	46318.32	107.5950	430.4877
1977	111393.1	60263.26	107.6630	559.7398
1978	152530.0	73638.00	99.57501	739.5229
1979	178491.0	88363.00	98.24699	899.3966
1980	198859.0	105571.0	98.30500	1073.913
1981	213778.0	114683.0	89.70400	1278.460
1982	233870.0	125438.0	83.47900	1502.630
1983	267348.0	134877.0	79.68300	1692.670
1984	300393.0	145269.0	76.51500	1898.569

obs	VVAL	CPVAL	LVAL	WVAL
1970	10976.71	4081.346	44.17300	92.39459
1971	10695.00	6089.282	47.02900	129.4793
1972	19728.04	7217.039	48.52500	148.7283
1973	13529.80	9007.995	51.47300	175.0043
1974	23550.95	11688.71	56.02800	208.6227
1975	27659.30	15238.84	58.19500	261.8583
1976	35552.47	19771.94	58.96700	335.3052
1977	43778.71	26045.22	58.46100	445.5145
1978	70232.00	35768.00	54.98500	650.5047
1979	75516.00	41128.00	53.85700	763.6519
1980	84841.00	50316.00	50.97300	987.1108
1981	100184.0	55127.00	50.91700	1082.684
1982	102732.0	55005.00	45.26300	1215.231
1983	115657.0	69576.00	42.30500	1408.250
1984	124698.0	64512.00	42.33100	1523.990

obs	VEXT	CPEXT	LEXT	WEXT
1970	718.4738	256.1625	3.323000	77.08772
1971	758.8061	315.5275	3.216000	98.11178
1972	1040.310	382.2082	3.465000	110.3054
1973	1015.985	431.8903	3.184000	135.6439
1974	2575.162	581.5057	2.960000	196.4546
1975	1800.436	606.1415	2.899000	209.0864
1976	1924.015	799.1821	2.938000	272.0157
1977	2305.531	1061.628	2.934000	361.8364
1978	2329.000	1585.000	3.269000	484.8578
1979	2794.000	1926.000	3.507000	549.1873
1980	3569.000	2298.000	3.497000	657.1347
1981	4295.000	2196.000	3.493000	628.6859
1982	3653.000	2330.000	3.112000	748.7147
1983	3511.000	2136.000	2.652000	805.4299
1984	4438.000	2324.000	2.441000	952.0689

obs	VGAL	CPGAL	LGAL	WGAL
1970	4646.480	1621.087	19.36500	83.71222
1971	5682.345	1937.179	18.97500	102.0911
1972	6109.555	2344.993	19.90200	117.8270
1973	8043.381	2951.278	21.03400	140.3099
1974	10846.19	3709.311	21.83200	169.9025
1975	12149.83	5107.363	22.70100	224.9840
1976	11812.36	6396.287	22.51800	284.0522
1977	15831.22	8660.505	22.79400	379.9467
1978	28465.00	13525.00	23.70400	570.5788
1979	32060.00	15663.00	23.33100	671.3386
1980	46117.00	20862.00	25.95100	803.8997
1981	49632.00	24134.00	25.07100	962.6262
1982	49084.00	25408.00	23.38900	1086.323
1983	66429.00	26560.00	21.44000	1238.806
1984	75958.00	27587.00	20.31200	1358.163

obs	VAND	CPAND	LAND	WAND
1970	18150.92	5802.938	45.82900	126.6215
1971	25812.45	7192.980	46.30100	155.3526
1972	28068.28	8683.462	47.29300	183.6099
1973	37079.31	11269.88	47.07200	239.4179
1974	42078.88	13121.40	47.55900	275.8973
1975	50001.58	17126.23	48.45800	353.4242
1976	39955.93	22150.13	47.58700	465.4660
1977	48813.70	28854.34	47.54600	606.8721
1978	69921.00	37130.00	46.77600	793.7831
1979	79122.00	43676.00	45.88800	951.7957
1980	89491.00	51418.00	45.73100	1124.358
1981	104911.0	57361.00	42.78900	1340.555
1982	109351.0	59742.00	40.15800	1487.674
1983	122387.0	64448.00	37.81400	1704.342
1984	131409.0	67228.00	35.74600	1880.714

obs	VMUR	CPMUR	LMUR	WMUR
1970	2985.998	903.3491	8.110000	111.3871
1971	3136.637	1009.862	7.954000	126.9628
1972	3639.494	1210.057	7.783000	155.4744
1973	5158.833	1415.377	7.893000	179.3205
1974	7620.317	1922.241	8.517000	225.6946
1975	8420.962	2579.786	8.183001	315.2616
1976	8643.112	3682.623	8.394000	438.7209
1977	10294.03	4785.422	8.364000	572.1451
1978	10615.00	5477.000	9.126000	600.1534
1979	11901.00	6246.000	8.961000	697.0204
1980	15848.00	7813.000	9.565001	816.8322
1981	15503.00	8541.000	8.469999	1008.383
1982	15199.00	8759.000	7.912000	1107.053
1983	19103.00	9169.000	7.116000	1288.505
1984	21188.00	10416.00	7.547000	1380.151

obs	VNAV	CPNAV	LNAV	WNAV
1970	2742.641	1132.313	8.835000	128.1622
1971	2291.721	1504.228	9.158000	164.2529
1972	3868.065	1748.339	9.091000	192.3154
1973	1789.307	2393.468	10.93300	218.9214
1974	10892.97	2887.202	11.23300	257.0286
1975	12662.20	3438.077	11.33900	303.2081
1976	7584.375	5035.526	11.37000	442.8783
1977	15101.37	6826.388	11.40200	593.7009
1978	15297.00	8002.000	11.67900	685.1614
1979	16581.00	8834.000	11.17800	790.3024
1980	20374.00	12953.00	11.77700	1099.856
1981	24395.00	14885.00	11.19100	1330.087
1982	21833.00	16650.00	11.25500	1479.343
1983	27841.00	18800.00	10.96600	1714.390
1984	29801.00	19448.00	9.84600	1975.218

obs	VPVA	CPPVA	LPVA	WPVA
1970	13101.93	4333.417	69.74400	62.13318
1971	20210.70	12314.24	68.43200	179.9486
1972	42513.17	14727.82	68.58400	214.7413
1973	53907.23	17602.69	69.10000	254.7422
1974	59839.01	22040.63	69.42100	317.4923
1975	72761.46	28694.02	72.12100	397.8594
1976	50647.08	36151.08	69.89900	517.1902
1977	59421.98	47053.78	68.77700	684.1500
1978	93290.00	55867.00	63.69900	877.0467
1979	99954.00	65614.00	61.35700	1069.381
1980	128141.0	82145.00	63.78000	1287.943
1981	133674.0	89664.00	60.86700	1473.114
1982	148869.0	96491.00	57.05100	1691.311
1983	175063.0	107937.0	56.83900	1898.995
1984	169849.0	109065.0	51.54000	2116.123

obs	VRIO	CPRIO	LRIO	WRIO
1970	385.9739	178.0026	2.133000	83.45176
1971	414.6040	199.7657	2.080000	96.04121
1972	507.4602	229.3134	1.998000	114.7715
1973	587.9907	282.4554	2.024000	139.5531
1974	770.4575	334.0257	2.044000	163.4177
1975	755.0608	401.2627	2.022000	198.4484
1976	969.7018	519.7125	2.045000	254.1381
1977	1368.420	686.5602	2.067000	332.1530
1978	2270.000	1199.000	2.128000	563.4398
1979	2463.000	1448.000	2.105000	687.8860
1980	2724.000	1720.000	2.034000	845.6244
1981	2589.000	1509.000	1.762000	856.4132
1982	2802.000	1754.000	1.836000	955.3377
1983	3614.000	1897.000	1.729000	1097.166
1984	3384.000	1960.000	1.674000	1170.848

obs	VE	CPE	LE	WE
1970	139554.0	46202.68	460.2060	100.3957
1971	169909.6	69466.41	464.7970	149.4554
1972	229095.5	81541.42	469.1490	173.8071
1973	300391.2	101917.2	481.4610	211.6832
1974	405983.9	129255.4	497.7610	259.6736
1975	402846.3	166012.7	503.9870	329.3988
1976	391624.2	217876.0	499.2950	436.3673
1977	494281.0	276784.3	497.6620	556.1693
1978	666820.0	344205.0	473.8360	726.4222
1979	755799.0	405548.0	464.9840	872.1762
1980	870559.0	491119.0	468.3840	1048.539
1981	958734.0	545128.0	444.8550	1225.406
1982	1033625.	579999.0	412.8670	1404.808
1983	1193383.	623532.0	390.0210	1598.714
1984	1290356.	656023.0	372.4840	1761.211

obs	QAND	PMAND	PRAND	WAND
1970	49127.00	355.7648	1038.911	105.2013
1971	54481.40	421.0296	1178.002	125.4694
1972	63172.18	521.8381	1363.998	144.8684
1973	75300.66	655.1222	1580.054	176.5923
1974	94220.21	928.2994	1838.981	217.7207
1975	108065.0	1021.992	2056.031	273.9907
1976	93344.48	1015.962	1826.416	330.2542
1977	96954.33	1267.963	1913.069	432.1573
1978	77723.66	1343.736	1713.031	624.6143
1979	82204.33	1689.605	1851.115	734.0794
1980	89962.00	2017.085	2017.085	907.5785
1981	78342.83	2065.818	1802.933	1105.493
1982	79691.60	2534.718	2008.509	1275.979
1983	93314.47	3606.944	2550.970	1455.413
1984	89938.84	4071.896	2535.774	1535.271

obs	QARA	PMARA	PRARA	WARA
1970	13189.27	309.3304	903.3127	111.5317
1971	15301.95	383.7943	1073.821	137.0515
1972	16115.33	421.8832	1102.732	158.9200
1973	20060.38	557.0209	1343.449	194.7760
1974	21663.43	701.6670	1390.018	245.6389
1975	22874.43	784.8526	1578.958	288.6329
1976	16699.82	638.1425	1147.202	431.0618
1977	21891.73	982.1716	1481.874	554.4369
1978	23709.24	1416.451	1805.730	713.4806
1979	24675.98	1672.334	1832.193	826.9973
1980	21681.00	1670.468	1670.468	989.6756
1981	22928.76	2056.356	1794.674	1125.548
1982	22178.46	2283.512	1809.453	1273.395
1983	21932.88	2712.974	1918.719	1470.475
1984	20557.61	3204.951	1995.884	1616.505

obs	QAST	PMAST	PRAST	WAST
1970	17336.15	164.5032	480.3954	49.37009
1971	28135.19	270.4699	756.7495	189.0133
1972	36366.41	376.996	985.4061	218.2357
1973	101958.0	1102.317	2658.618	276.7356
1974	108709.6	1340.913	2656.378	355.3358
1975	7303.756	93.30450	187.7090	495.5736
1976	52859.02	735.5621	1322.335	750.8005
1977	66205.10	1101.408	1661.775	785.5366
1978	78275.66	1621.834	2067.557	906.4423
1979	75178.31	1831.305	2006.360	1125.674
1980	70824.00	1906.023	1906.023	1276.064
1981	60793.67	1984.332	1731.892	1464.278
1982	68914.96	2634.899	2087.892	1674.957
1983	63217.23	2842.976	2010.662	1850.736
1984	54221.00	2881.296	1794.328	2086.042

obs	QBAL	PMBAL	PRBAL	WBAL
1970	2284.885	169.4685	494.8852	74.72970
1971	2463.602	190.9185	534.1722	90.14462
1972	2803.508	218.1786	570.2824	106.4382
1973	367.3532	30.13692	72.68564	125.8560
1974	13805.60	1404.742	2782.826	155.3568
1975	3539.602	209.9058	422.2861	105.4035
1976	3365.863	456.4347	820.5419	244.7955
1977	3656.434	602.6979	909.3345	324.1567
1978	3102.929	895.1820	1141.202	427.3630
1979	2961.380	1047.268	1147.377	530.4146
1980	4367.000	1655.421	1655.421	721.0007
1981	5128.250	1915.879	1672.074	745.3538
1982	3100.658	1665.946	1312.170	865.0021
1983	3082.146	2009.221	1420.999	1009.682
1984	3167.176	2389.202	1487.876	966.1971

obs	QCLE	PMCLE	PRCLE	WCLE
1970	17886.12	303.6499	886.7245	106.2291
1971	18152.82	337.7231	944.9180	124.1836
1972	22334.76	440.8188	1152.227	145.4514
1973	23632.55	497.5641	1200.048	175.5070
1974	24744.11	582.3114	1153.572	225.3750
1975	27615.21	689.2293	1386.584	283.3750
1976	23340.56	652.0400	1172.186	360.3783
1977	24480.54	810.9081	1223.476	472.0801
1978	35213.28	1238.266	1578.575	603.6222
1979	33541.50	1420.452	1556.234	727.9265
1980	30768.00	1362.320	1362.320	830.8170
1981	34984.86	1851.718	1616.078	1002.910
1982	34832.29	2210.945	1751.951	1171.864
1983	33705.57	2661.269	1882.151	1334.711
1984	33637.86	3020.467	1880.996	1464.408

obs	QCMA	PMCMA	PRCMA	WCMA
1970	18733.13	391.8977	1144.427	107.1929
1971	18596.66	411.1235	1150.285	122.4620
1972	20390.31	475.8694	1243.843	142.6351
1973	23462.76	575.4928	1388.000	189.9614
1974	28361.79	803.7248	1592.196	240.4943
1975	31063.09	888.2546	1786.981	292.8693
1976	31004.08	1006.791	1809.929	379.6703
1977	33480.56	1295.649	1954.841	501.7073
1978	34000.92	1463.590	1865.825	611.8641
1979	33599.56	1707.667	1870.904	723.3699
1980	31392.00	1657.182	1657.182	820.1446
1981	37415.45	2476.232	2161.119	1028.129
1982	33780.78	2656.634	2105.115	1192.123
1983	31527.28	3070.322	2171.450	1301.123
1984	30372.78	3619.981	2254.344	1462.629

obs	QICA	PMICA	PRICA	WICA
1970	3849.252	261.7950	764.4989	93.94376
1971	3957.209	276.2394	772.8924	109.7613
1972	3821.577	312.4725	816.7508	120.4763
1973	5879.898	523.2718	1262.052	143.4285
1974	4426.964	524.4513	1038.949	169.4252
1975	3777.701	462.1664	929.7811	204.6408
1976	3808.386	562.0729	1010.450	264.7095
1977	3928.176	697.4433	1052.284	344.7787
1978	5084.011	1032.091	1315.738	541.9255
1979	5173.377	1210.769	1326.507	662.8205
1980	5709.000	1430.469	1430.469	751.1902
1981	6103.979	1748.937	1526.376	868.7172
1982	6008.764	2177.771	1725.665	1046.525
1983	5534.142	2356.928	1666.910	1143.072
1984	6272.964	2812.116	1751.246	1149.358

obs	QCAN	PMCAN	PRCAN	WCAN
1970	18196.37	345.7533	1009.675	96.35529
1971	19761.36	387.2421	1083.467	172.1593
1972	19269.95	421.1056	1100.700	195.4447
1973	20383.21	489.5892	1180.814	247.0284
1974	30936.09	863.2998	1710.216	295.9329
1975	24693.08	703.9164	1416.131	374.2205
1976	31311.69	999.2794	1796.425	470.6654
1977	29994.16	1137.876	1716.797	602.7084
1978	25737.49	1309.189	1668.990	785.8116
1979	24141.33	1448.337	1586.784	926.7780
1980	25892.00	1865.821	1865.821	1159.040
1981	24655.05	2135.137	1863.431	1355.755
1982	26846.49	2571.342	2037.530	1486.567
1983	25227.91	2945.825	2083.402	1743.909
1984	29137.86	4076.407	2538.584	1917.233

obs	QCAT	PMCAT	PRCAT	WCAT
1970	110084.0	390.6278	1140.720	135.3034
1971	121479.5	431.4830	1207.250	155.3982
1972	138850.8	521.8430	1364.010	179.2413
1973	161349.6	641.7949	1547.911	214.7910
1974	164049.2	797.4116	1579.690	264.6297
1975	206893.0	980.0754	1971.705	342.8866
1976	165894.7	857.6660	1541.844	430.4877
1977	168067.0	1034.646	1561.047	559.7398
1978	194449.4	1531.810	1952.793	739.5229
1979	195553.0	1816.748	1990.422	899.3966
1980	198859.0	2022.878	2022.878	1073.913
1981	186573.7	2383.149	2079.882	1278.460
1982	185318.4	2801.543	2219.940	1502.630
1983	189078.8	3355.145	2372.888	1692.670
1984	187069.8	3925.936	2444.877	1898.569

obs	QVAL	PMVAL	PRVAL	WVAL
1970	32054.40	248.4937	725.6559	92.39459
1971	29923.62	227.4129	636.2802	129.4793
1972	51565.79	406.5541	1062.664	148.7283
1973	32631.80	262.8524	633.9596	175.0043
1974	46654.95	420.3425	832.7078	208.6227
1975	55644.68	475.2866	956.1763	261.8583
1976	63913.40	602.9215	1083.884	335.3052
1977	66052.16	748.8533	1129.850	445.5145
1978	89533.66	1277.294	1628.329	650.5047
1979	82734.59	1402.158	1536.190	763.6519
1980	84841.00	1664.430	1664.430	987.1108
1981	87435.09	1967.594	1717.208	1082.684
1982	81404.77	2269.669	1798.484	1215.231
1983	81797.09	2733.885	1933.509	1408.250
1984	77655.72	2945.784	1834.488	1523.990

obs	QEXT	PMEXT	PREXT	WEXT
1970	2098.101	216.2124	631.3876	77.08772
1971	2123.069	235.9472	660.1583	98.11178
1972	2719.196	300.2338	784.7608	110.3054
1973	2450.400	319.0908	769.5980	135.6339
1974	5101.452	869.9872	1723.464	196.4546
1975	3622.097	621.0542	1249.430	209.0864
1976	3458.841	654.8724	1177.277	272.0157
1977	3478.524	785.7979	1185.591	361.8364
1978	2969.073	712.4503	908.2512	484.8578
1979	3061.079	796.6923	872.8483	549.1873
1980	3569.000	1020.589	1020.589	657.1347
1981	3748.440	1229.602	1073.129	628.6859
1982	2894.635	1173.843	930.1527	748.7147
1983	2483.115	1323.906	936.3179	805.4299
1984	2763.766	1818.107	1132.227	952.0689

obs	QGAL	PMGAL	PRGAL	WGAL
1970	13568.74	239.9422	700.6837	83.71222
1971	15898.67	299.4648	837.8746	102.0911
1972	15969.35	306.9820	802.3992	117.8270
1973	19399.40	382.3990	922.2877	140.3099
1974	21486.54	496.8024	984.1764	169.9025
1975	24442.89	535.2112	1076.732	224.9840
1976	21235.32	524.5742	943.0376	284.0522
1977	23885.72	694.5345	1047.732	379.9467
1978	36287.96	1200.852	1530.879	570.5788
1979	35124.62	1374.137	1505.491	671.3386
1980	46117.00	1777.080	1777.080	803.8997
1981	43316.08	1979.658	1727.736	962.6262
1982	38894.13	2098.593	1662.924	1086.323
1983	46981.15	3098.367	2191.285	1238.806
1984	47302.87	3739.563	2328.814	1358.163

obs	QMAD	PMMAD	PRMAD	WMAD
1970	53004.67	396.0575	1156.575	126.6215
1971	72220.84	557.4923	1559.812	155.3526
1972	73365.78	593.4976	1551.303	183.6099
1973	89429.78	787.7148	1899.847	239.4179
1974	83359.18	884.7722	1752.753	275.8973
1975	100592.6	1031.854	2075.872	353.4242
1976	71829.59	839.6396	1509.437	465.4660
1977	73648.82	1026.663	1549.001	606.8721
1978	89137.29	1494.805	1905.618	793.7831
1979	86685.29	1724.242	1889.062	951.7957
1980	89491.00	1956.900	1956.900	1124.358
1981	91560.56	2451.822	2139.815	1340.555
1982	86649.66	2723.553	2157.718	1487.674
1983	86556.81	3236.553	2289.015	1704.342
1984	81834.99	3676.188	2289.347	1880.714

obs	QMUR	PMMUR	PRMUR	WMUR
1970	8719.771	368.1872	1075.188	111.3871
1971	8776.019	394.3471	1103.347	126.9628
1972	9513.027	467.6209	1222.283	155.4744
1973	12442.32	653.5960	1576.374	179.3205
1974	15096.01	894.7184	1772.456	225.6946
1975	16941.20	1029.080	2070.292	315.2616
1976	15537.90	1029.677	1851.072	438.7209
1977	15531.36	1230.754	1856.930	572.1451
1978	13532.29	1163.160	1482.828	600.1534
1979	13038.62	1328.088	1455.041	697.0204
1980	15848.00	1656.874	1656.874	816.8322
1981	13530.17	1830.343	1597.423	1008.383
1982	12043.68	1921.006	1522.204	1107.053
1983	13510.38	2684.514	1898.592	1288.505
1984	13194.83	2807.473	1748.354	1380.151

obs	QNAV	PMNAV	PRNAV	WNAV
1970	8009.114	310.4291	906.5211	128.1622
1971	6412.023	250.2425	700.1554	164.2529
1972	10110.47	425.4829	1112.141	192.3154
1973	4315.535	163.6611	394.7256	218.9214
1974	21579.21	969.7294	1921.055	257.0286
1975	25473.68	1116.695	2246.554	303.2081
1976	13634.59	667.0515	1199.172	442.8783
1977	22784.55	1324.449	1998.294	598.7009
1978	19501.03	1309.787	1669.752	685.1614
1979	18165.98	1483.360	1625.155	790.3024
1980	20374.00	1729.982	1729.982	1099.856
1981	21290.62	2179.877	1902.477	1330.087
1982	17300.46	1939.849	1537.136	1479.343
1983	19690.23	2538.847	1795.571	1714.390
1984	18558.58	3026.711	1884.885	1975.218

obs	QPVA	PMPVA	PRPVA	WPVA
1970	38260.51	187.8574	548.5850	62.13318
1971	56547.66	295.3399	826.3336	179.9486
1972	111122.3	619.8701	1620.236	214.7413
1973	130016.0	780.1336	1881.563	254.7422
1974	118542.4	861.9728	1707.587	317.4923
1975	146380.7	1008.880	2029.654	397.8594
1976	91049.29	724.5751	1302.584	517.1902
1977	89654.31	863.9804	1303.551	684.1500
1978	118928.6	1464.544	1867.040	877.0467
1979	109508.6	1629.056	1784.778	1069.381
1980	128141.0	2009.110	2009.110	1287.943
1981	116663.3	2196.165	1916.692	1473.114
1982	117963.7	2609.402	2067.689	1691.311
1983	123811.3	3079.980	2178.281	1898.995
1984	105773.5	3295.479	2052.260	2116.123

obs	QRIO	PMRIO	PRRIO	WRIO
1970	1127.129	180.9536	528.4243	83.45176
1971	1160.023	199.3289	557.7034	96.04121
1972	1326.416	253.9841	663.8719	114.7715
1973	1418.144	290.5093	700.6641	139.5531
1974	1526.293	376.9362	746.7187	163.4177
1975	1519.023	373.4227	751.2477	198.4484
1976	1743.253	474.1818	852.4465	254.1381
1977	2064.636	662.0320	998.8563	332.1530
1978	2893.858	1066.729	1359.896	563.4398
1979	2698.439	1170.071	1281.919	687.8860
1980	2724.000	1339.233	1339.233	845.6244
1981	2259.537	1469.353	1282.371	856.4132
1982	2220.303	1526.144	1209.315	955.3377
1983	2555.960	2090.226	1478.288	1097.166
1984	2107.387	2021.505	1258.893	1170.848

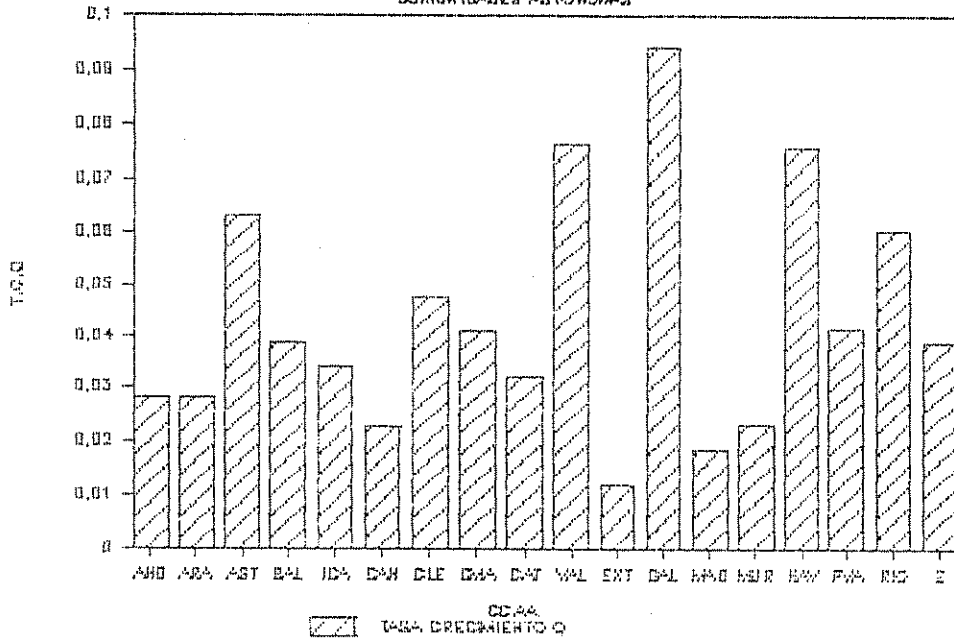
obs	QE	PME	PRE	WE
1970	407528.3	303.2425	885.5346	100.3957
1971	475391.3	365.5566	1022.793	149.4554
1972	598817.3	488.3214	1276.391	173.8071
1973	724497.6	623.9160	1504.790	211.6832
1974	804263.0	815.6202	1615.761	259.6736
1975	810441.8	799.3189	1608.061	329.3988
1976	704030.8	784.3543	1410.050	436.3673
1977	745758.1	993.2062	1498.523	556.1693
1978	850080.3	1407.280	1794.039	726.4222
1979	828046.0	1625.430	1780.805	872.1762
1980	870559.0	1858.644	1858.644	1048.539
1981	836730.3	2155.161	1880.906	1225.406
1982	819043.8	2503.530	1983.796	1404.808
1983	844006.5	2059.792	2164.003	1598.714
1984	803569.6	3464.192	2157.326	1761.211

REGIONES	TASA CRECIMIENTO Q	COEF. DET.
ANDALUCIA	0,028260	0,330818
ARAGON	0,028224	0,469716
ASTURIAS	0,063085	0,15631
BALEARES	0,038541	0,056506
ISLAS CANARIAS	0,034014	0,562573
CANTABRIA	0,022874	0,344374
CASTELLA Y LEON	0,047783	0,816533
CASTILLA-LA MANCHA	0,041052	0,643277
CATALUÑA	0,032192	0,59913
VALENCIA	0,076347	0,764911
EXTREMADURA	0,011860	0,050438
GALICIA	0,094496	0,929612
MADRID	0,018515	0,289484
MURCIA	0,023167	0,243065
NAVARRA	0,075690	0,413421
PAIS VASCO	0,041449	0,280162
RIOJA (LA)	0,060547	0,721938
ESPAÑA	0,038599	0,581991

REGIONES	TASA CRECIMIENTO Q	COEF. DET.
ANDALUCIA	0,047671	0,739336
ARAGON	0,048893	0,820101
ASTURIAS	0,076131	0,22223
BALEARES	0,100913	0,329279
ISLAS CANARIAS	0,060173	0,869441
CANTABRIA	0,056056	0,859898
CASTELLA Y LEON	0,048970	0,87952
CASTILLA-LA MANCHA	0,047150	0,841771
CATALUÑA	0,050017	0,88404
VALENCIA	0,082894	0,860156
EXTREMADURA	0,020771	0,126063
GALICIA	0,083063	0,936973
MADRID	0,034219	0,648607
MURCIA	0,023859	0,296427
NAVARRA	0,064478	0,369633
PAIS VASCO	0,060482	0,488934
RIOJA (LA)	0,073679	0,875867
ESPAÑA	0,052471	0,834571

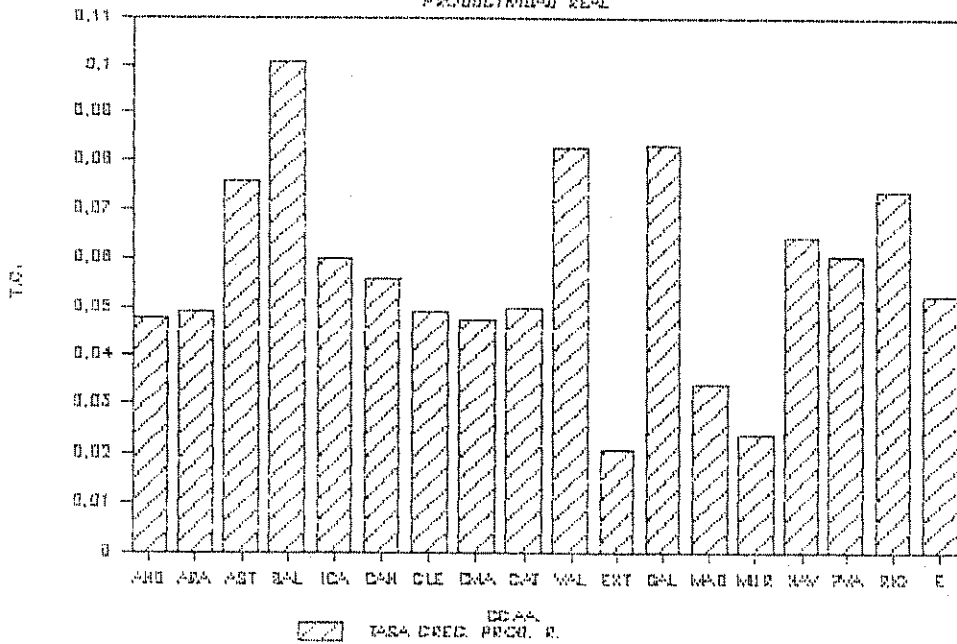
TASA CRECIMIENTO Q

COMUNIDADES AUTÓNOMAS



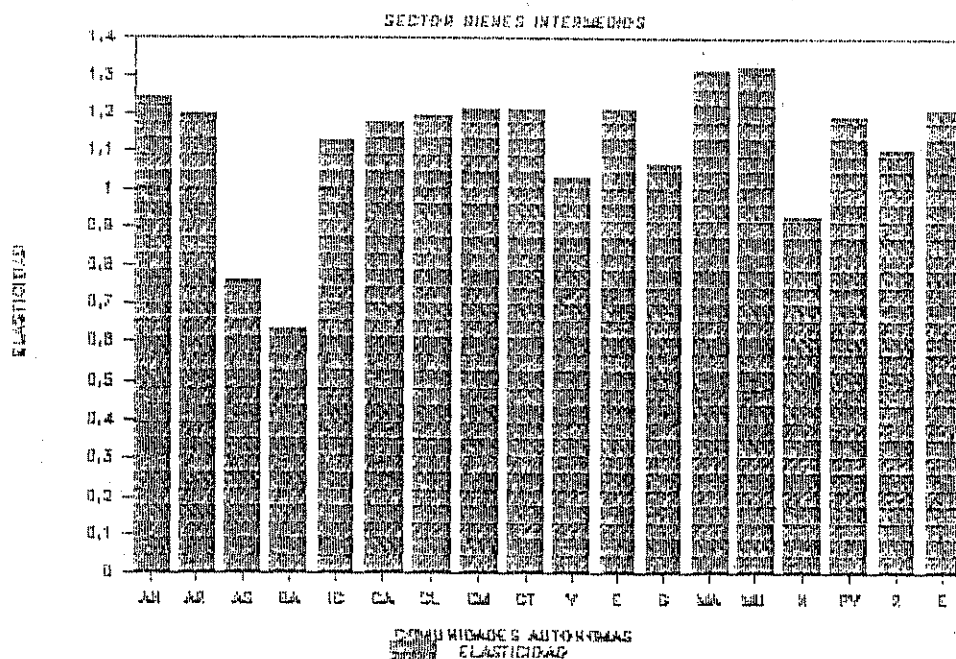
TASA CRECIMIENTO

PRODUCTIVO REAL



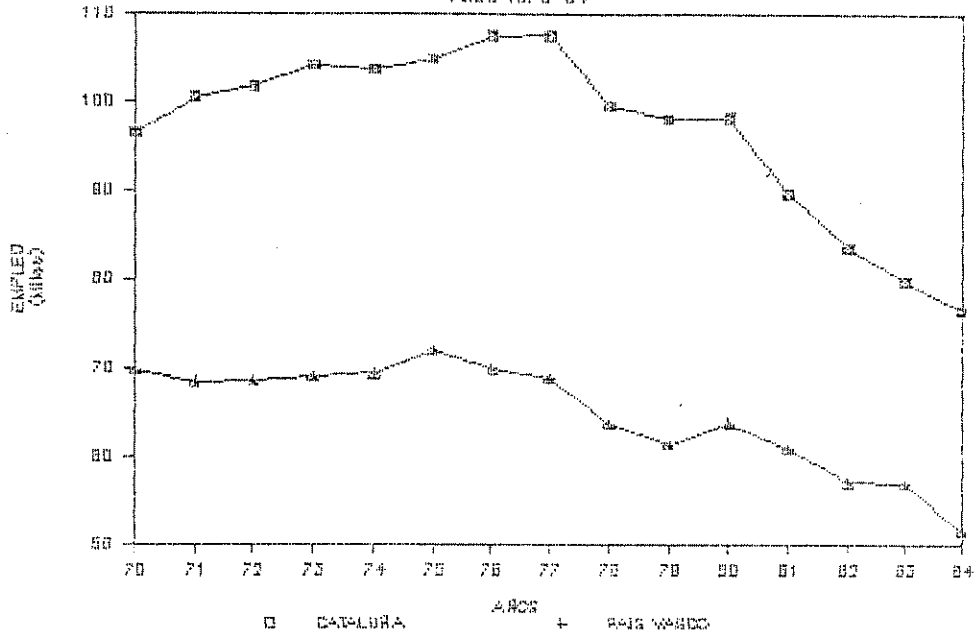
	ELASTICIDAD SALARIO-PRODUCTO MEDIA	COEF. DET.
ANDALUCIA	1,241776	0,960413
ARAGON	1,199201	0,964964
ASTURIAS	0,757577	0,607995
BALEARES	0,632663	0,659636
I. CANARIAS	1,132066	0,966901
CANTABRIA	1,176347	0,959757
CAST-LEON	1,195116	0,974507
CAST-MANCHA	1,025919	0,989664
CATALUNA	1,211182	0,979914
VALENCIA	1,033311	0,970900
EXTREMAADURA	1,211815	0,987793
GALICIA	1,068770	0,973423
MADRID	1,314375	0,953559
MURCIA	1,326082	1,095433
NAVARRA	0,928073	0,814051
PAIS VASCO	1,195130	0,971978
RIOJA	1,107359	0,994394
ESPAÑA	1,013720	0,974053

ELASTICIDAD SALARIO-PRODUCTO MEDIA



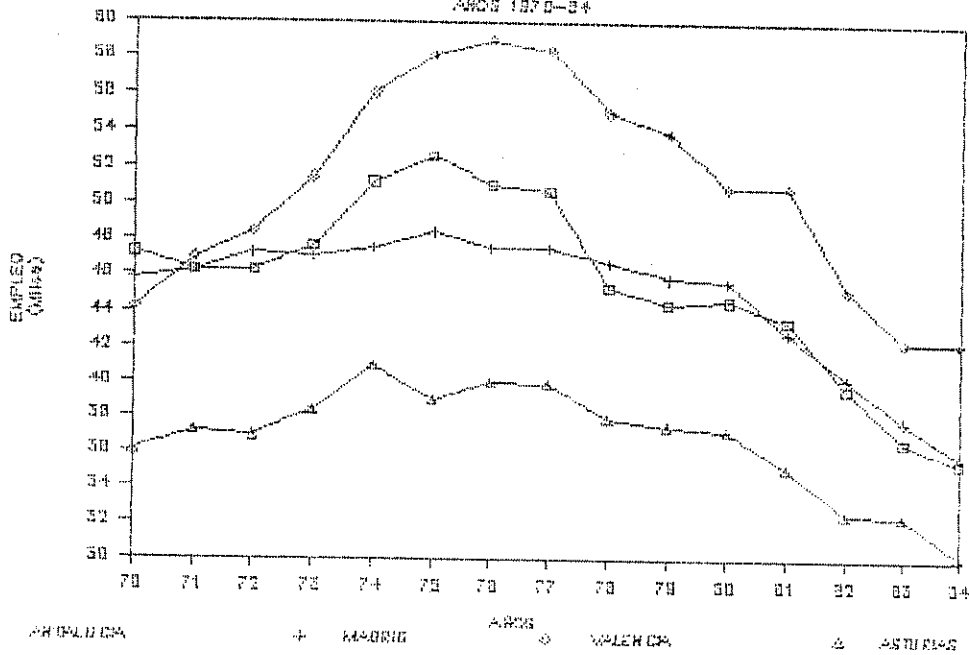
EMPLEO POR CC.AA.

AÑOS 1970-84



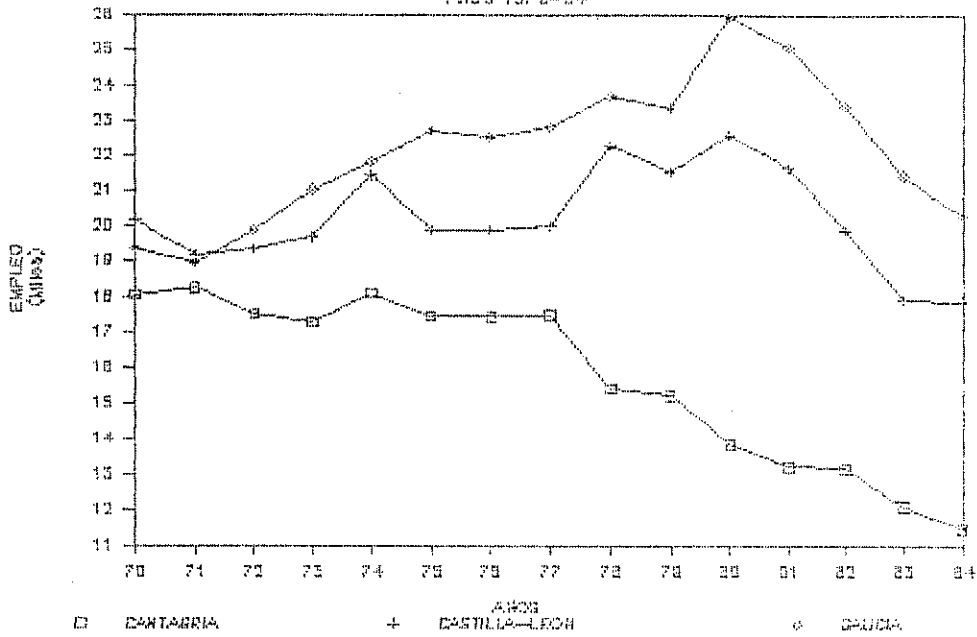
EMPLEO POR CC.AA.

AÑOS 1970-84



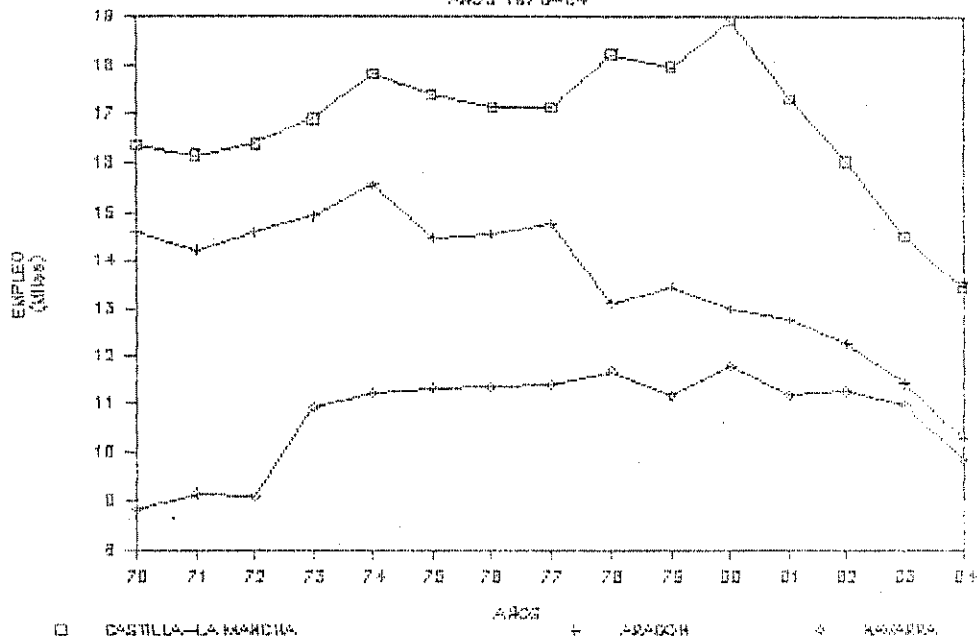
EMPLEO POR CC.AA.

AÑOS 1970-84

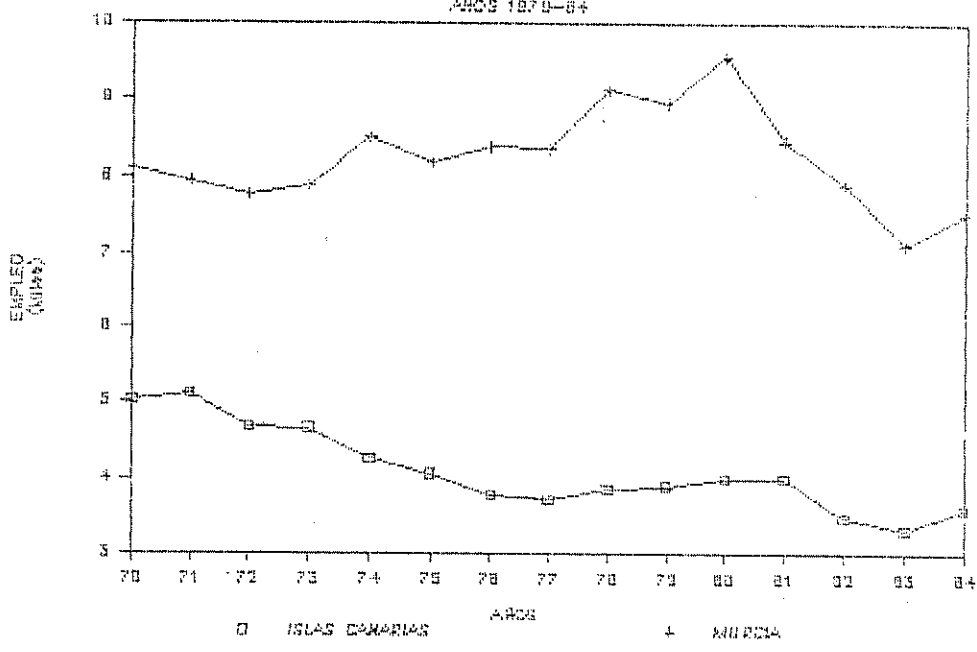


EMPLEO POR CC.AA.

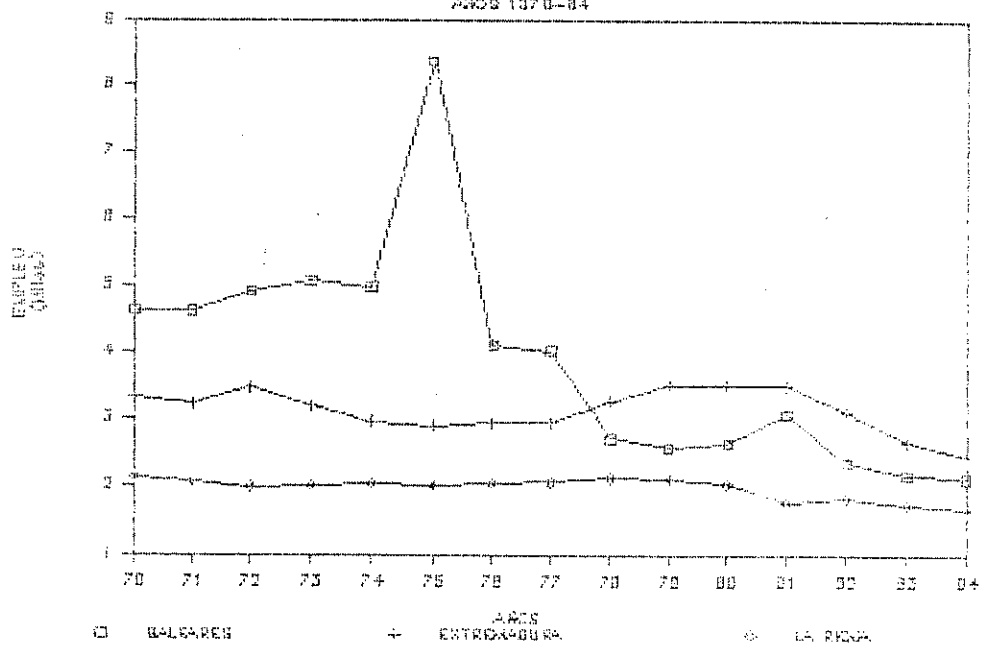
AÑOS 1970-84



EMPLEO POR CC.AA.
AÑOS 1970-84

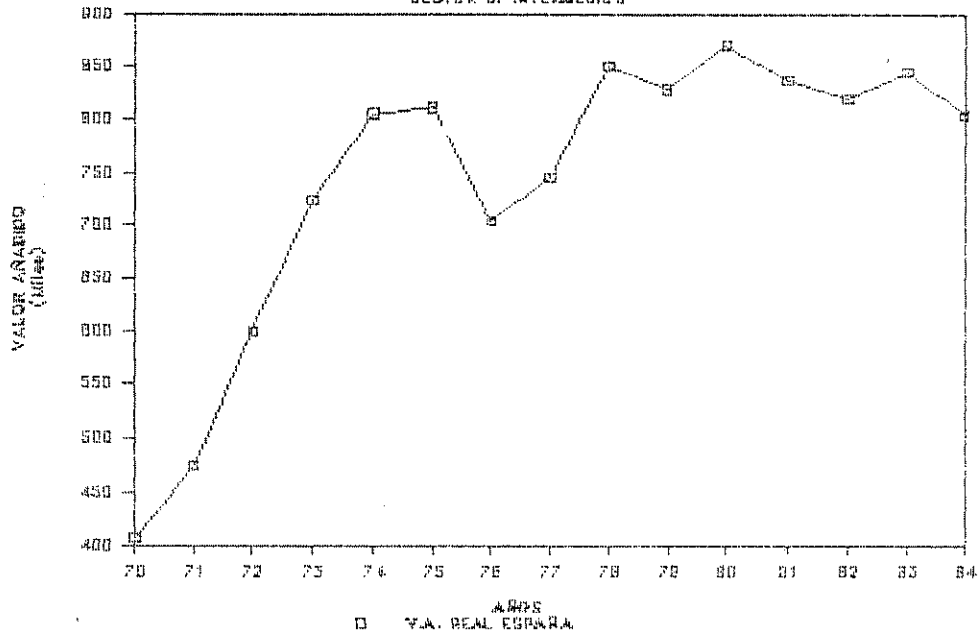


EMPLEO POR CC.AA.
AÑOS 1970-84



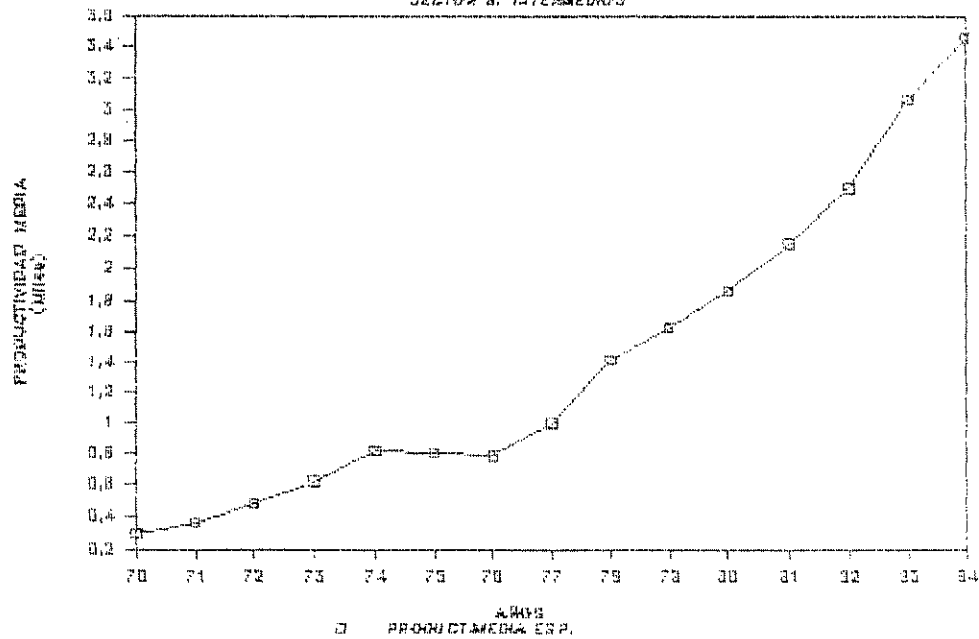
EVOLUCION DEL V.A. REAL

SECTOR B. INTERMEDIOS



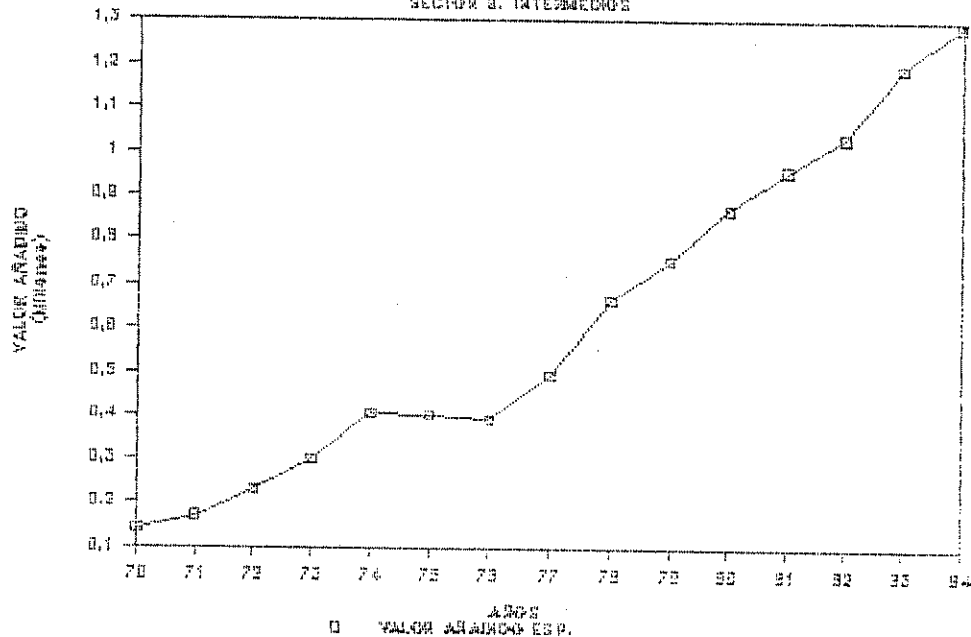
EVOLUCION DE PROD. MEDIA.

SECTOR B. INTERMEDIOS



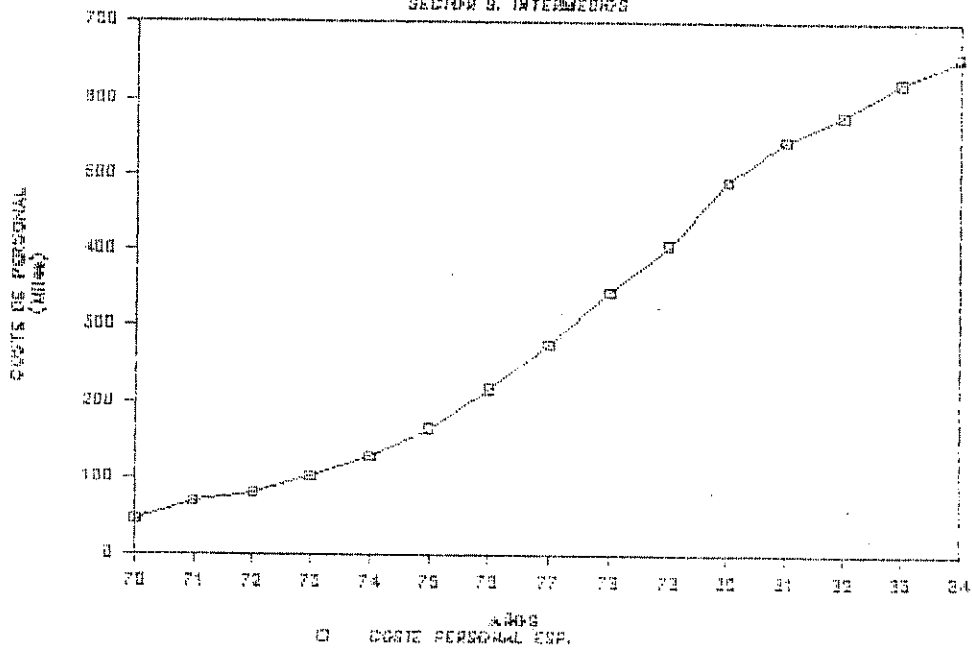
EVOLUCION DEL V.A.

SECTOR 9. INTERMEDIOS

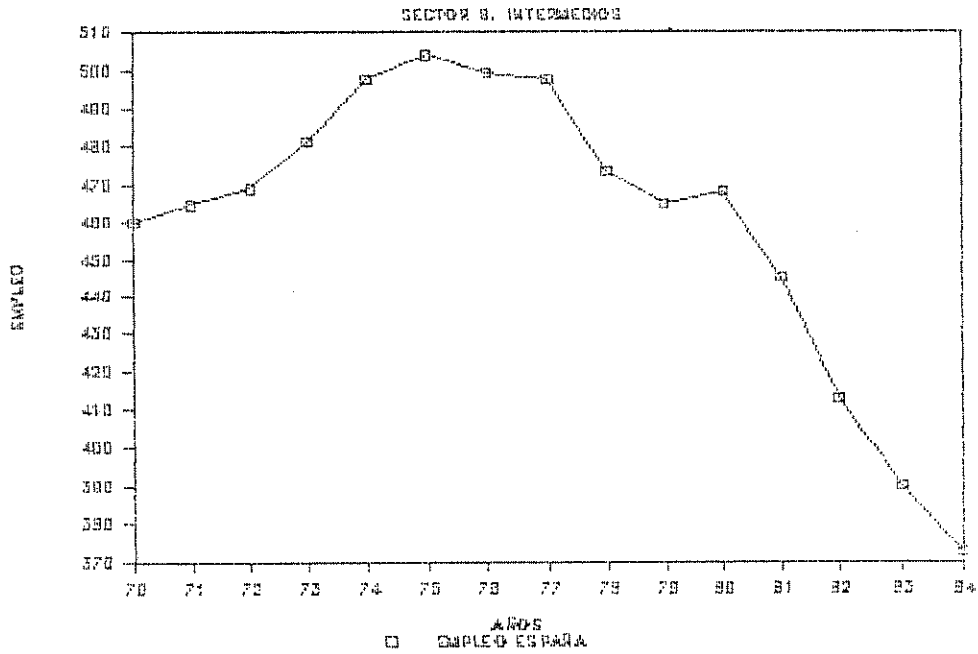


EVOLUCION DEL C.P.

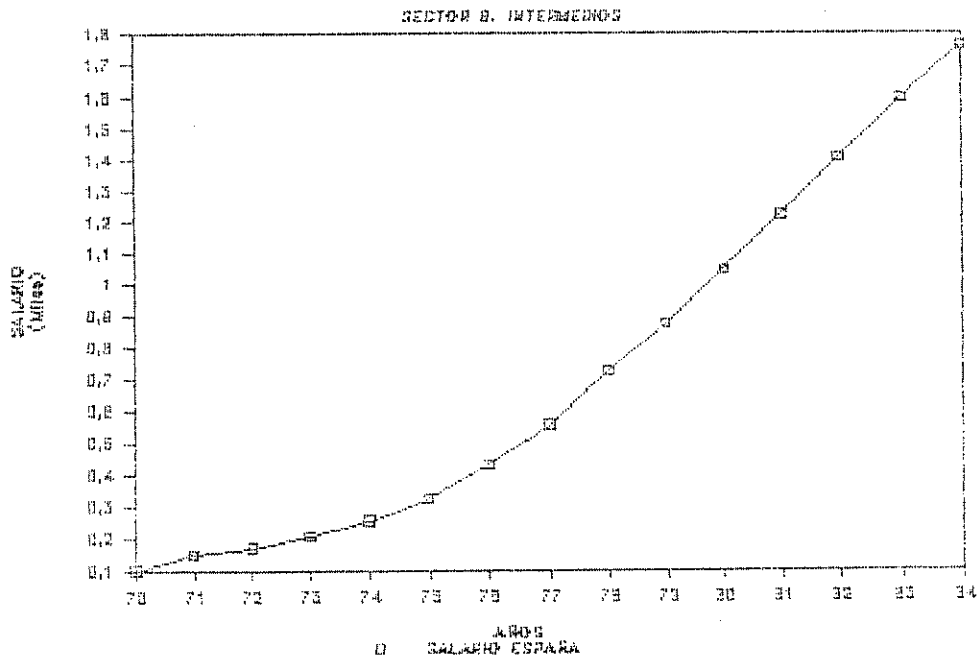
SECTOR 9. INTERMEDIOS



EVOLUCION DEL EMPLEO

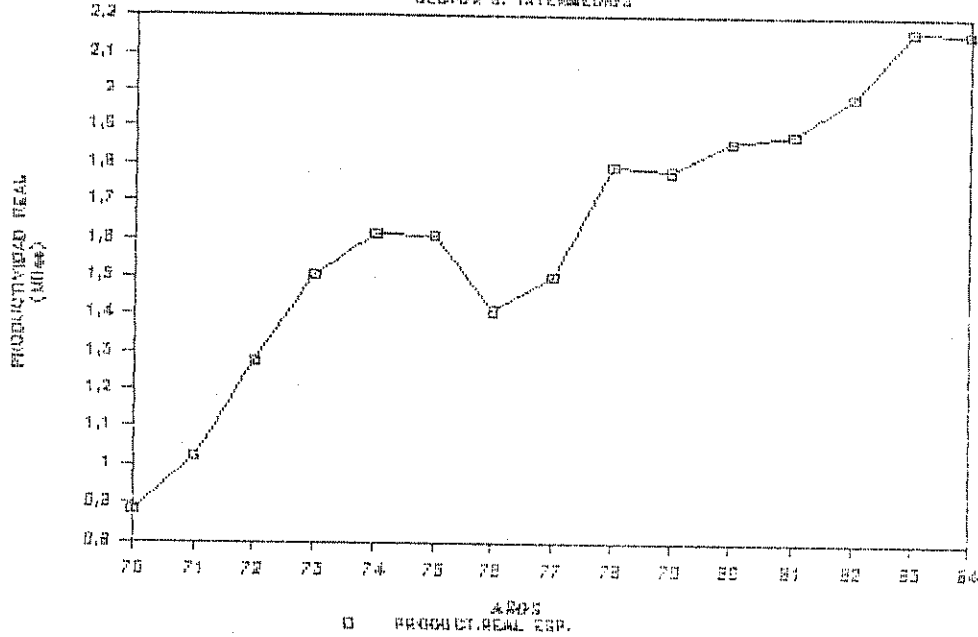


EVOLUCION DEL SALARIO



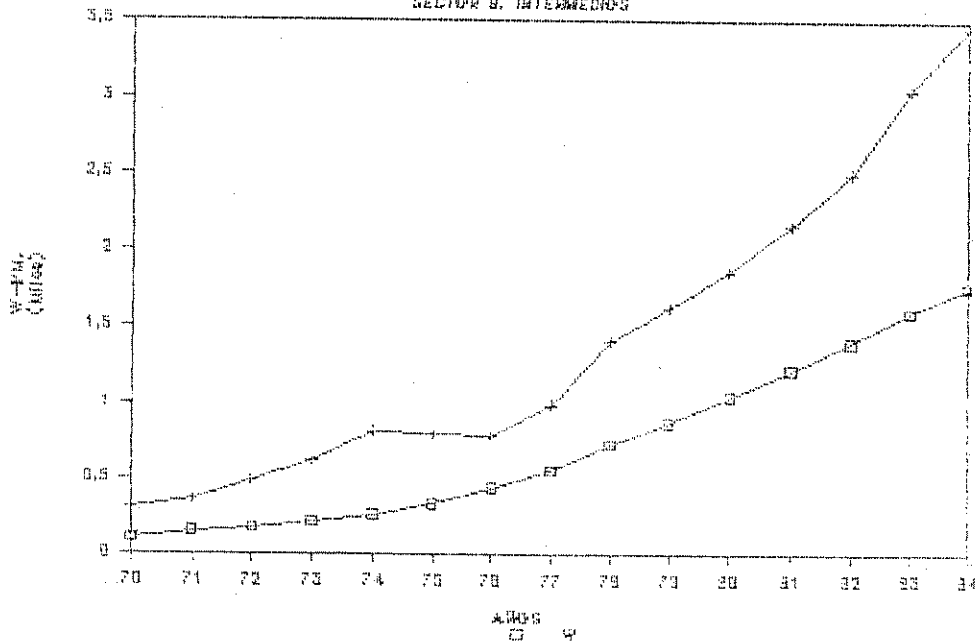
EVOLUCION DE PROD. REAL

SECTOR B. INTERMEDIOS



SALAR.-PROD.MEDIA

SECTOR B. INTERMEDIOS



ANÁLISIS TERRITORIAL DE LA INVERSIÓN INDUSTRIAL EN LAS DISTINTAS REGIONES ESPAÑOLAS

J. O. OGANDO CANABAL
R. PEDROSA SANZ
J. E. FERNANDEZ ARUFE
Universidad de Valladolid

I. INTRODUCCIÓN

El presente trabajo se inscribe, por un lado, en el marco de la literatura existente sobre las pequeñas y medianas empresas, y, por otro, en el contexto del cambio urbano-rural experimentado en las pautas de localización de la industria manufacturera, especialmente, en la década de los ochenta.

Esto último supone, en opinión de algunos autores (1), una ruptura del paradigma dominante en los años cincuenta-sesenta; en los que *desarrollo* suponía concentración de la actividad productiva en un número reducido de centros urbanos, difundiéndose el mismo, según explicaban las teorías al uso, hacia el espacio circundante y favoreciendo, así, el desarrollo regional y rural.

De este modo, la primera cuestión a formularse es qué se entiende exactamente por descentralización productiva, proceso en el que se materializa el cambio antes mencionado. En primer lugar, descentralización productiva significa transformaciones en las pautas empresariales de localización, con progresiva «periferialización» de las factorías y abandono de la gran ciudad, en especial de sus barrios centrales, principalmente en el caso de las pequeñas empresas y, en segundo, supone una nueva articulación de los procesos productivos en el territorio, dispersándose en varios

(1) Vázquez Barquero, Antonio (1986): «El cambio del modelo de desarrollo regional y los nuevos procesos de difusión en España». *Revista de Estudios Territoriales*, vol. XX, p. 88.

establecimientos diferentes fases productivas con el fin de abaratar costes y flexibilizar las condiciones de la oferta (2).

Existen explicaciones diferentes del proceso mencionado que trataremos de resumir seguidamente, dado que las mismas definen el contexto teórico en el que se inserta este trabajo.

La primera de ellas (3) centra su atención en el hecho de que los costes en que incurre la industria manufacturera son más elevados en los centros urbanos, con las inevitables consecuencias sobre la obtención de beneficios por parte de las distintas empresas. De este modo, las diferencias de costes se convierten en la fuerza conductora de una mayor competitividad de precios, absorbiendo las empresas no urbanas (con menores costes) las rentas y disminuyendo, en consecuencia, la producción y el empleo de las ciudades.

Scott (4), por otra parte, explica las transformaciones territoriales consideradas en base a los elementos de análisis que nos proporciona «la transformación de la organización empresarial» y la «teoría del ciclo del producto».

En el primero de los casos, la hipótesis de partida es que el carácter espacial y la dinámica de las ciudades son el resultado de las relaciones sociales y técnicas de la producción de mercancías.

De este modo, las ventajas y desventajas locacionales de un área no estarían nunca dadas de antemano, sino que son una consecuencia de la dinámica del proceso productivo y de la organización empresarial. Los tipos de actividades industriales que son los mejores candidatos a la desintegración vertical y horizontal reunirían las siguientes características:

- a) Actividades productivas multitareas, en las que se hace un uso considerable de trabajo manual.
- b) Aquéllas en las que se ha conseguido cierta descualificación de la mano de obra y estandarización de los procesos de trabajo, a través de la fragmentación de las distintas tareas.
- c) Finalmente, las que se enfrentan, a menudo, con mercados inciertos y volátiles, siendo resistentes a una mayor intensificación del capital, lo que explica su reducido tamaño.

La teoría del ciclo del producto (5) es, como hemos señalado, otra herramienta explicativa del fenómeno a estudiar. Esta establece que cada producto pasa por un ciclo de desarrollo, a lo largo del cual la nueva mercancía penetra en las regiones altamente desarrolladas del mundo, empezándose a producir en la región que tiene una ventaja comparativa debido al alto nivel de investigación y desarrollo, donde se puede encontrar, en consecuencia, una mano de obra que tenga el perfil requeri-

(2) Méndez Gutiérrez, R. (1986): *Actividad industrial y estructura territorial en la región de Madrid*. Ed. Comunidad de Madrid. Consejería de Trabajo, Industria y Comercio, pp. 283 y 284.

(3) Véase en este sentido, Keeble, Owens and Thompson (1983): «The Urban-Rural Manufacturing Shift in the European Community». *Urban Studies*, 20, p. 406.

(4) Scott, A. J. (1985): «Procesos de localización, urbanización y desarrollo territorial: un ensayo exploratorio». *Estudios Territoriales*, vol. XVII (1985), pp. 23 y 24.

(5) Stohr, Walter (1986): «Cambios estructurales en la industria y estrategias de desarrollo regional. Aproximaciones a un marco conceptual». *Estudios Territoriales*, vol. XX, pp. 179-201.

do. En esta fase, las regiones centrales tienen más ventajas que las periféricas, y, en el caso de las primeras, las que posean un medio urbano rico, dotado de muchos servicios, un medio social dispuesto a encontrar nuevos mecanismos de solidaridad en la situación actual de crisis profunda y unas industrias capaces de enfrentarse a la creciente competencia internacional (6).

En la fase de expansión del producto, las ciudades medias ofrecerían condiciones adecuadas, al disponer de una buena red de transportes, suelo más barato que las grandes metrópolis y una mano de obra con suficiente nivel de cualificación.

Cuando el producto ha llegado a la madurez, en cuanto al desarrollo del proceso (diseño de técnicas de producción) y de penetración de mercados, la región donde fue introducido previamente, y que se ha especializado en su producción, pierde la ventaja comparativa y el producto empieza a descentralizarse regionalmente. En esta fase, las áreas rurales serían localizaciones óptimas, debido a que la estandarización de la producción no requiere una alta cualificación de la mano de obra.

Ya, finalmente, con el estancamiento del producto, debido a la disminución de la demanda, las localizaciones con costes salariales más bajos (países del Tercer Mundo) se convierten en las áreas apropiadas.

Una última explicación se debe a la existencia de procesos de industrialización rural endógena (7). Brusco y Sabel (8) otorgan a las pequeñas y medianas empresas un papel relevante en el contexto de este modelo de desarrollo. Así, ellos diferencian entre tres tipos de PYME, en base a las que la industrialización emerge. El primero está constituido por empresas artesanales que (usando técnicas de producción tradicionales) venden sus productos en el mercado local, el segundo por la pequeña empresa dependiente, productora de *inputs* bajo subcontratación (9) para la gran empresa, y el tercero, la pequeña empresa independiente que diseña, fabrica y comercializa un producto en varios mercados, algunas veces en colaboración con otras empresas.

Analizando, brevemente, el marco teórico en el que se sitúa nuestro trabajo, pasamos a continuación a describir los objetivos del mismo, así como la metodología y material estadístico utilizado.

II. METODOLOGIA Y DATOS ESTADISTICOS

Nuestro principal objetivo es contrastar, para el caso español, si existen tendencias difusoras en la actividad industrial o, por el contrario, permanece vigente el modelo concentrado español de los años sesenta.

(6) Camagni, R. (1985): «New technologies as a response to the crisis in the Italian northwest», en *Aspectos espaciales del cambio tecnológico*. Manuscrito no publicado. Bilbao, pp. 125-149.

(7) Un análisis del caso español puede encontrarse en: MOPU (1987): *Áreas rurales con capacidad de desarrollo endógeno*. Ed. Instituto del Territorio y Urbanismo.

(8) Brusco, S. y Sabel (1981): «Artisan production and economic growth», en F. Wilkinson (Ed.): *The Dynamics of Labour Market Segmentation*. London. Academic Press, 99-113.

(9) Un análisis conceptual de la subcontratación puede encontrarse en: Imrie (1986): «Work decentralisation from large to small firms: a preliminary analysis of subcontracting». *Environment and Planning*, vol. XIX, pp. 949-965.

El período de referencia es el de 1975-1985, aunque somos conscientes de que, en el caso español, los procesos citados se desarrollan en algunas áreas concretas desde los años sesenta, unidos estrechamente a las condiciones particulares de industrialización de las regiones consideradas (10). De todos modos, la vinculación, reconocida en todas las revisiones teóricas, entre crisis económica y descentralización productiva justifica la decisión tomada.

A tal fin, la fuente estadística empleada es el «Registro de Establecimientos Industriales», que ofrece información sobre las empresas de nueva implantación y las que han procedido a efectuar una ampliación de capital «in situ».

Los resultados ofrecidos serán únicamente indicativos, dadas las limitaciones inherentes a los datos empleados (11). En lo que se refiere a la investigación presente, los datos, como queda reflejado en el esquema I adjunto, únicamente permiten una aproximación parcial al estudio de las condiciones bajo las que se crean nuevas empresas, pero impiden conocer otros elementos importantes del proceso de cambio industrial, como son los traslados y cierres de establecimientos.

Nuestra metodología ha consistido en clasificar a los distintos municipios españoles, según tamaño de población, en nueve grandes grupos: la primera escala está constituida por todos los que cuentan con menos de 1.500 habitantes y la última comprende a los mayores de 500.000.

En dichas categorías funcionales hemos analizado el número de nuevas empresas creadas en las distintas regiones españolas, en el período de estudio, así como la cuantía de la inversión y los empleos generados.

Asimismo, mediante la utilización de ratios muy simplificados hemos tratado de medir el tamaño medio de los establecimientos creados y si las nuevas inversiones son intensivas en capital o en mano de obra.

Sería importante estudiar en qué medida variables como los precios del suelo, salarios, niveles de sindicación y los incentivos de las políticas territoriales son factores causales del cambio estudiado (12). Esto no se ha abordado, en este trabajo, debido a las dificultades en la obtención de la información, de tal manera que tales cuestiones únicamente podrán analizarse a través de la realización de estudios microeconómicos para casos concretos.

III. LA DISTRIBUCION DE LA INVERSION INDUSTRIAL Y EL EMPLEO EN NUEVAS EMPRESAS EN LOS DISTINTOS MUNICIPIOS DE LAS REGIONES ESPAÑOLAS

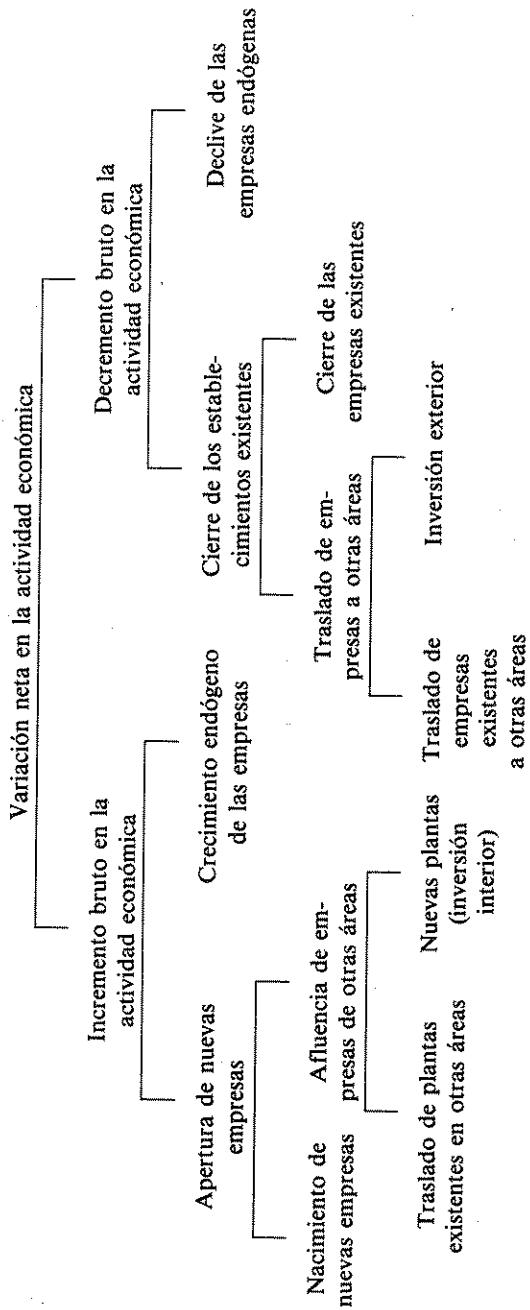
La primera de las variables analizadas es la distribución del número de nuevas empresas industriales a nivel regional en el período (1975-1985), datos que aparecen recogidos en la tabla 1 del anexo estadístico del presente trabajo.

(10) Un caso ilustrativo de la tendencia apuntada es el del «Gran Bilbao», en: Escudero, M. (1985): «Esplendor y caída del gran Bilbao». *Estudios Territoriales*, vol. XIX, pp. 113-131.

(11) Un análisis detallado de las mismas se encuentra recogido en: Fernández Arufe, J. E., y Pedrosa Sanz, R. (1982): «Aproximación al estudio de la inversión industrial en Castilla y León (1964-1979)». *ICE*, núm. 590, pp. 123-125.

(12) En relación con esta temática es muy útil la consulta de: MOPU (1988): *Pautas de localización territorial de empresas industriales*. Ed. Instituto del Territorio y Urbanismo. Madrid.

ESQUEMA I. LOS COMPONENTES DE LAS VARIACIONES EN LA ACTIVIDAD ECONOMICA



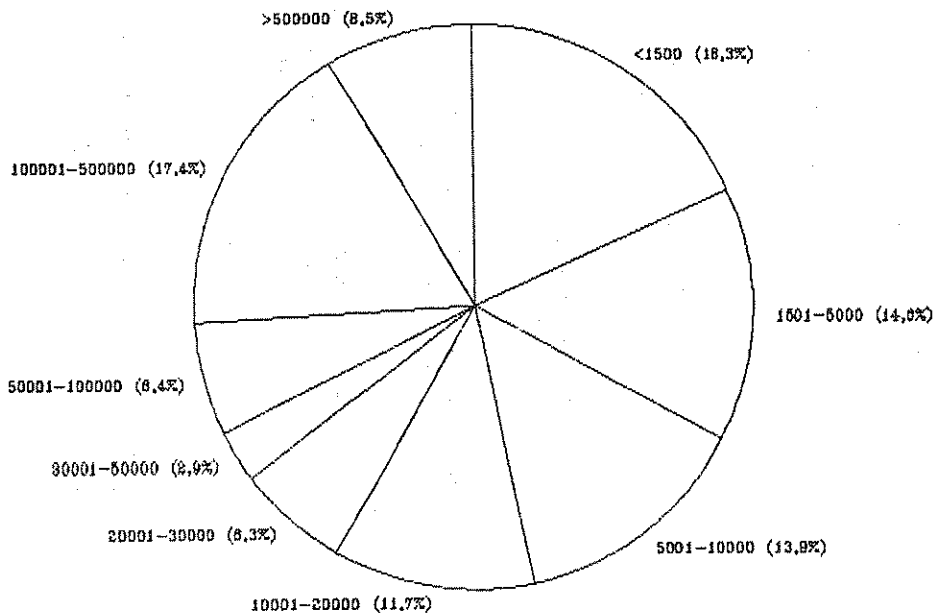
Fuente: Taylor and Twomey (1988): «The Movement of Manufacturing Industry in Great Britain». *Urban Studies*, 25, pp. 238-242.

En base al análisis de la misma, es necesario subrayar el escaso número de nuevas empresas que se crean en el período objeto de referencia, ya que únicamente surgen en la economía española 16.117. Si, por el contrario, tenemos en cuenta la distribución de las mismas, en los distintos grupos de población considerados, detectamos que el 46,2 por 100 se localiza en los municipios españoles menores de 20.000 habitantes, absorbiendo los núcleos con altas tasas de urbanización el 30,5 por 100 del total considerado.

Asimismo, las Comunidades Autónomas que sobresalen por el mayor número de empresas creadas son, por orden decreciente de importancia, tal y como aparece recogido en la tabla citada, Cataluña, Madrid, Valencia, Andalucía, País Vasco y Castilla y León. En el ranking es necesario resaltar el hecho de que una región subdesarrollada, Andalucía, supere al País Vasco, región de vieja industrialización, y que Castilla y León se encuentre a escasa distancia de la Comunidad Autónoma considerada.

Más significativa que la variable analizada es la inversión efectuada por dichas empresas, cifras que se recogen en la tabla 2 del anexo estadístico y en el gráfico adjunto. Tal como puede apreciarse en el gráfico mencionado, los núcleos menores de 20.000 habitantes aglutinan el 58,5 por 100 de la inversión total, en nuevas empresas industriales, realizada en España en el período estudiado, mientras que los núcleos comprendidos en los demás intervalos de población representan, únicamente, el 41,5 por 100 de la misma. Desde el punto de vista del objetivo del presente trabajo, nos parece interesante subrayar que los municipios mayores de 100.000 habitantes y menores de 500.000 únicamente absorben el 17,4 por 100.

DISTRIBUCION DE LA INVERSION INDUSTRIAL EN LOS DISTINTOS MUNICIPIOS ESPAÑOLES



Si nos fijamos en la distribución de la inversión en las distintas Comunidades Autónomas (tabla 2, ya referida), se detecta la concentración de la misma en Cataluña, Andalucía y Valencia principalmente, manteniendo el litoral mediterráneo una posición de liderazgo como destino preferente de las decisiones de inversión industrial (13).

Desde el punto de vista territorial, las Comunidades Autónomas que sobresalen por la importancia del proceso inversor en áreas rurales y núcleos intermedios son Cataluña, ubicándose en dicho ámbito el 78,33 por 100 de las inversiones de nuevas empresas industriales realizadas en municipios menores de 1.500 habitantes, y Valencia, con un mayor protagonismo en los municipios con una población comprendida entre 5.001 y 10.000 habitantes.

Los datos anteriores contrastan los obtenidos en otras investigaciones para el caso español (14), en los que se subraya, asimismo, un desplazamiento de la actividad desde las zonas de mayor tradición industrial hacia nuevas comarcas estructuradas en torno a ciudades de tipo medio.

Así, el fenómeno cobra escasa importancia en las regiones con tradición industrial, como puede ser el caso del País Vasco, Asturias y también Madrid, cuya área metropolitana, junto con el núcleo barcelonés, sigue conservando un cierto poder de atracción en el proceso de captación de nuevas empresas industriales.

La tercera de las variables estudiadas es el número de nuevos empleos industriales, generados en virtud del proceso inversor, ya analizado, datos que aparecen recogidos en la tabla 3 del anexo estadístico. En este caso, los resultados son ligeramente divergentes de los presentados en el estudio de la inversión, al absorber los municipios menores de 20.000 habitantes únicamente el 41,2 por 100 del empleo, frente a un 37,5 por 100 del total considerado que se genera en los municipios españoles con un alto índice de urbanización (población comprendida entre 100.000 y 500.000 habitantes).

Quizá el hecho más significativo sea que el área de Madrid genera el 61,60 por 100 de los nuevos empleos industriales, conservando un gran poder de atracción desde el punto de vista de este trabajo.

Por otra parte, en las áreas poco urbanizadas, las Comunidades Autónomas que tienen un mayor protagonismo, en lo que a esta variable concierne, son Aragón, Castilla y León, Cataluña y Valencia, confirmándose, en este caso, un proceso difusor de cierta importancia también en Andalucía, sobre todo en los municipios de 10.000 a 30.000 habitantes.

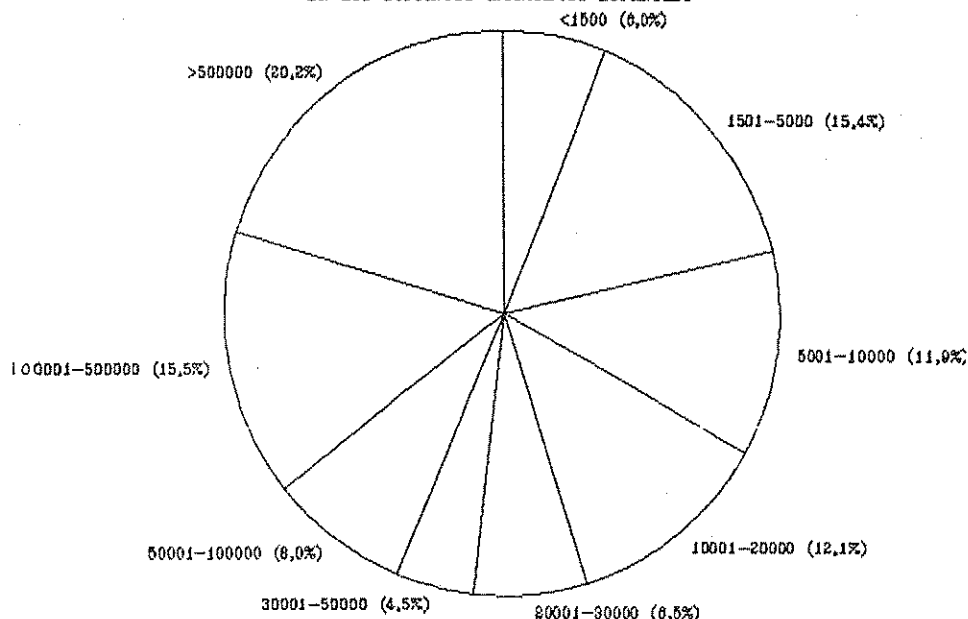
Otra variable relevante en relación con el análisis que estamos efectuando es preguntarnos ¿cuáles son las características de las empresas industriales que se crean en España en el período de estudio, esto es, 1975-1985?

Teniendo en cuenta la información estadística empleada, la respuesta a la pregunta planteada puede realizarse desde dos ángulos distintos: el tamaño medio de las empresas creadas y la intensidad de capital de las mismas. Información que aparece recogida en las tablas 4 y 5 del anexo estadístico.

(13) Esta temática ha sido ampliamente analizada en el trabajo de Auriol (1988): «Dinamicidad industrial española en los años ochenta». *Papeles de Economía Española*, núm. 34.

(14) Véase en este sentido: Auriol Martín: «Dinamicidad industrial española en los años ochenta», *op. cit.*

**DISTRIBUCION DEL EMPLEO INDUSTRIAL
EN LOS DISTINTOS MUNICIPIOS ESPAÑOLES**



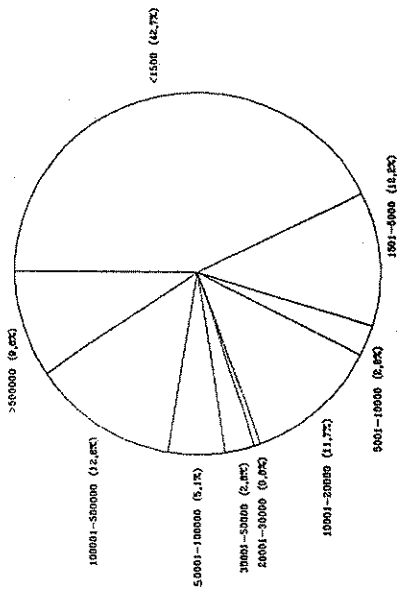
En cuanto al primero de los aspectos referidos, destacar que las empresas industriales que se crean en España durante la crisis económica 1971-1985 son, básicamente, pequeñas y medianas empresas, con un tamaño medio de 20 empleados, concluyendo que las que se asientan en espacios muy urbanizados y en los núcleos de 1.501 a 10.000 habitantes son de mayor dimensión que las que se dirigen a áreas que no reúnen las características mencionadas.

Con respecto al segundo, la conclusión más sorprendente está en que las áreas rurales (menores de 1.500 habitantes) presentan inversiones más intensivas en capital que las áreas más urbanizadas, sobresaliendo, a una distancia considerable, la Comunidad Autónoma Catalana. Para explicar en profundidad lo esbozado con anterioridad, sería necesario realizar un estudio minucioso a tal fin, aunque nos aventuramos a reconocer la vinculación, en este último caso, con los complejos de alta tecnología, en los que se ha detectado una alta concentración de las inversiones, en dicho tipo de industrias, en el caso de Barcelona (15).

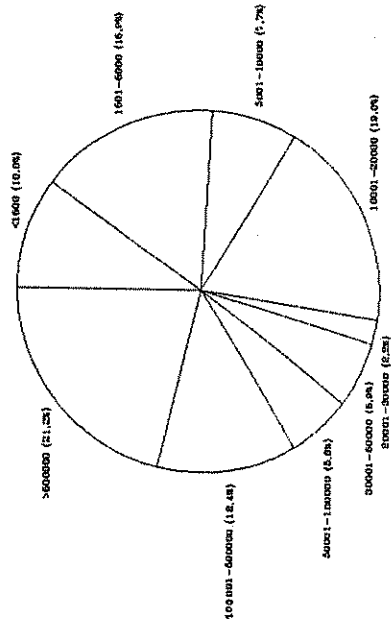
En definitiva, consideradas las regiones relevantes desde el punto de vista de la inversión generada y el empleo, los mayores procesos de ruralización o difusión se encuentran ubicados en las regiones más desarrolladas, Cataluña y Valencia, aunque también el fenómeno reviste cierta importancia en Andalucía (concretamente en las áreas con una población comprendida entre 20.001 y 50.000 habitantes) y en Castilla y León.

(15) Véase, en este sentido: Giráldez (1988): «Comportamiento inversor de los sectores de alta tecnología, 1975-1985: tendencias espaciales». *Papeles de Economía Española*, núm. 34.

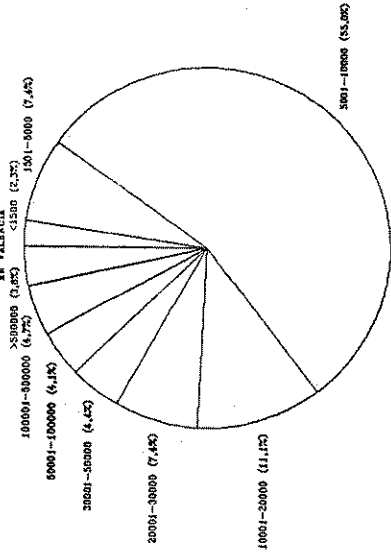
DISTRIBUCION DE LA INVERSION INDUSTRIAL
EN CATALUÑA



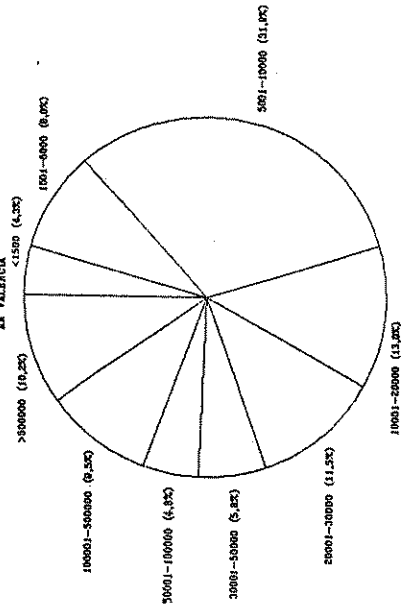
DISTRIBUCION DEL EMPLEO INDUSTRIAL
EN CATALUÑA



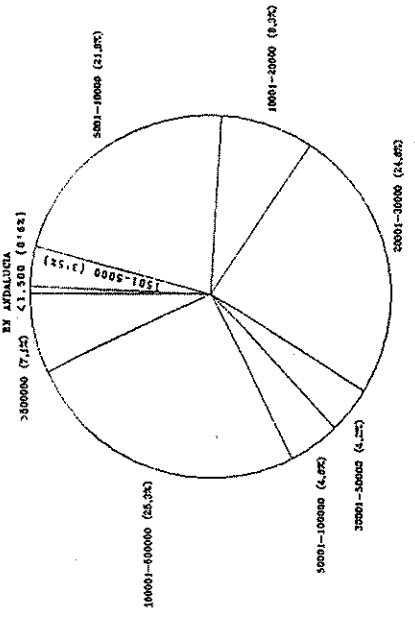
DISTRIBUCION DE LA INVERSION INDUSTRIAL
EN VALENCIA



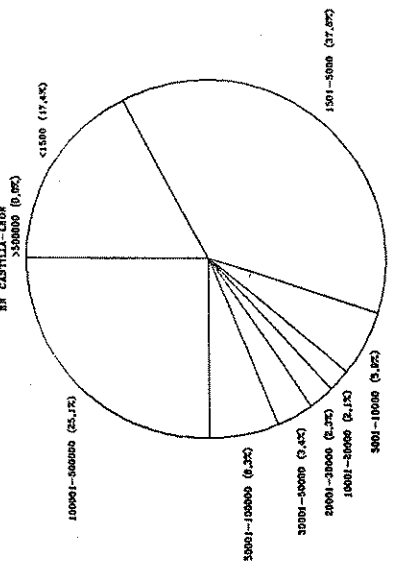
DISTRIBUCION DEL EMPLEO INDUSTRIAL
EN VALENCIA



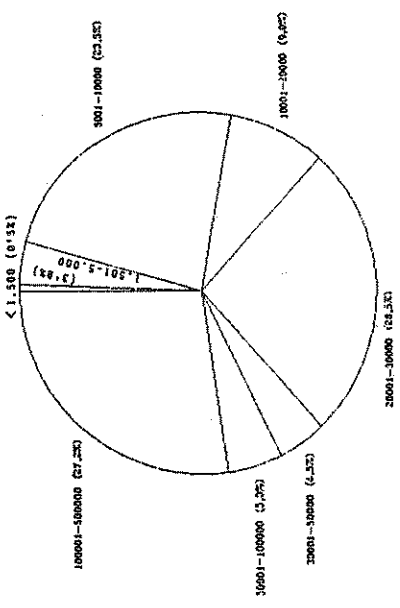
DISTRIBUCION DE LA INVERSION INDUSTRIAL
EN ANDALUCCIA



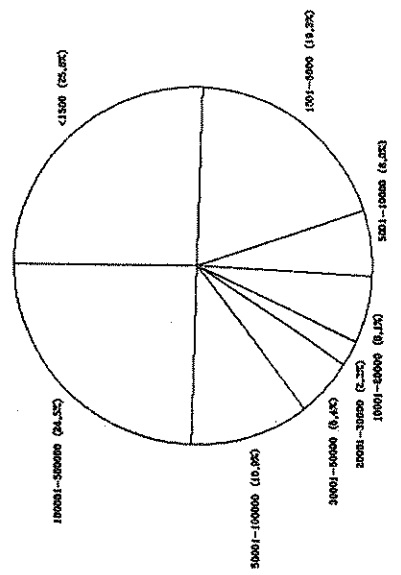
DISTRIBUCION DE LA INVERSION INDUSTRIAL
EN CASTILLA Y LEON



DISTRIBUCION DEL EMPLEO INDUSTRIAL
EN ANDALUCCIA



DISTRIBUCION DEL EMPLEO INDUSTRIAL
EN CASTILLA Y LEON



Dada entonces la importancia del problema objeto de estudio en algunas de las Comunidades Autónomas del país, básicamente, vamos a analizar con mayor detalle la distribución territorial de la inversión y el empleo en las mismas.

Comenzando con Cataluña, los gráficos adjuntos son suficientemente ilustrativos, al corresponder el 42,7 por 100 de la inversión a municipios menores de 1.500 habitantes. Por su parte, los núcleos mayores de 500.000 siguen conservando cierto poder de atracción, en cuanto al empleo generado, al aportar el 21,2 por 100 de los nuevos empleos (frente a un 9,6 por 100 para la inversión).

De todos modos, los datos aportados son meramente indicativos, dado que sería necesario aislar a todos aquellos municipios que se encuentran bajo la influencia del área metropolitana de Barcelona y otros grandes espacios urbanos para conocer con mayor precisión el alcance del fenómeno mencionado.

En este sentido, un estudio de Alemany y colaboradores (16) resalta la importante participación del núcleo barcelonés en la captación de inversiones, aunque, en términos absolutos, predominan las inversiones en ampliaciones respecto a las realizadas en nuevas industrias.

Otro caso muy significativo, según se desprende de los gráficos adjuntos, es el de Valencia, donde el 55 por 100 de la inversión y el 31,9 por 100 de los nuevos empleos generados se canaliza hacia núcleos que no poseen un alto índice de urbanización (5.001 a 10.000 habitantes).

Finalmente, análogos resultados se detectan en Castilla y León y Andalucía, regiones ambas que cuentan con unos niveles de desarrollo claramente por debajo de los de las dos anteriores.

En la primera, esto es, Castilla y León, el 55 por 100 de la inversión en nuevas empresas (generadora del 44,9 por 100 de los nuevos empleos industriales) corresponde a la efectuada en aquellas áreas rurales que cuentan con una población igual o inferior a 5.000 habitantes. En la segunda, aunque el proceso difusor no es tan acusado, no deja por ello de ser menos representativo, al concentrarse en los núcleos de 20.001 a 30.000 habitantes el 24,6 y el 26,5 por 100 de la inversión y el empleo generado, respectivamente, en el intervalo temporal analizado, según puede comprobarse a través de los gráficos adjuntos.

IV. EVOLUCION DEL NUMERO DE NUEVAS EMPRESAS INDUSTRIALES, INVERSION Y EMPLEO EN LAS DISTINTAS REGIONES ESPAÑOLAS. EN EL PERIODO 1975-1985

Ya, por último, vamos a referirnos a la evolución de las variables objeto de análisis en el periodo de referencia, datos que aparecen recogidos en las tablas 6 a 8 del anexo estadístico del presente trabajo.

Comenzando con el número de nuevas empresas, hay que subrayar que las mismas experimentan un crecimiento positivo, medido por la variación media, expresada en porcentaje, en las distintas regiones españolas, no observándose, en este senti-

(16) Véase, en este sentido: Alemany, Joan, Llarch, Enrich y Sáez Xavier (1985): «Tendencias económicas y políticas metropolitanas en el área de Barcelona». *Estudios Territoriales*, vol. XIX, pp. 91-112.

do, diferencias muy significativas, si exceptuamos el caso de Castilla y León, ámbito donde es menor el incremento de las mismas. Si comparamos las áreas rurales con las de altos índices de urbanización, detectamos que, en algunas de las Comunidades Autónomas, las primeras registran un comportamiento más positivo que las segundas, en las que, en algunos casos, disminuye el número de nuevas empresas creadas. Así, hay que destacar, a este respecto, el caso de Castilla y León y Castilla-La Mancha y, en menor medida, el de Madrid.

En lo que concierne a la inversión, se detectan, por el contrario, diferencias muy importantes entre las distintas regiones españolas.

En este sentido, algunas de ellas experimentan, a nivel global, un comportamiento positivo, destacando notablemente: Cantabria, Baleares, La Rioja, Extremadura y Murcia, por orden de importancia.

Los datos confirman, por tanto, la idea generalizada de que las regiones más industrializadas han sido las que, en mayor medida, han sido afectadas por la crisis económica de los años ochenta. No obstante, en relación con los resultados ofrecidos anteriormente, llaman la atención los casos de Cantabria y Baleares, Comunidades en las que el crecimiento se basa únicamente en el comportamiento positivo de las áreas con bajos índices de urbanización.

Frente a lo anteriormente comentado, en una parte importante de las regiones españolas el proceso inversor en nuevas empresas no sigue una tendencia positiva. Así, las Comunidades en las que el comportamiento es más desfavorable son: Aragón, Andalucía, Navarra, País Vasco, Castilla y León y, finalmente, Cataluña.

A nivel territorial, centrándonos en la evolución de la inversión en los distintos grupos de población considerados, del análisis de los datos ofrecidos pueden extraerse, desde nuestro punto de vista, las siguientes conclusiones:

- a) En las áreas rurales menores de 1.500 habitantes, las regiones españolas que presentan un mayor crecimiento de la inversión son: Andalucía, La Rioja, Castilla-La Mancha, Extremadura y Valencia. En el caso de Andalucía hay que subrayar que los municipios que destacan, desde la óptica del proceso estudiado (20.001-30.000 habitantes), siguen un comportamiento estacionario, registrándose, por el contrario, una tendencia negativa en los de 5.001 a 10.000 y de 10.001 a 20.000.
- b) En las zonas muy urbanizadas (< 100.000) se detecta un comportamiento negativo en algunas Comunidades Autónomas en las que habíamos observado un proceso difusor de cierta importancia, como es el caso de Cataluña, Castilla y León y también Andalucía.
- c) Ya, finalmente, exceptuando Valencia, todas las áreas metropolitanas de las regiones españolas siguen conservando cierto poder de atracción de las nuevas empresas y, en consecuencia, de la inversión.

En la tabla 8 se recoge la evolución del número de nuevos empleos. En términos generales, las Comunidades que sobresalen por el crecimiento en el número de empleos industriales generados no son precisamente las que lo hacían desde el punto de vista del proceso difusor aquí estudiado. De todos modos, si se exceptúan los casos de Baleares, Aragón y Navarra, la variable objeto de estudio sigue una tendencia favorable en el conjunto del territorio español.

Centrándonos en los distintos grupos de población considerados, de nuevo la si-

tuación diverge entre las distintas regiones españolas, registrando, en general, un comportamiento positivo en las áreas rurales, aquellas que habían destacado desde el punto de vista del objetivo de este trabajo: Cataluña, Valencia, Castilla-La Mancha, Castilla y León y también Andalucía.

V. CONCLUSIONES

Lo expuesto confirma la tesis de otros autores (17) de que «la crisis de los años setenta es, en cierto modo, un fenómeno contradictorio, dado que, junto a la crisis de empresas y desindustrialización de las grandes zonas urbanas, se produce un fenómeno de difusión industrial que toma varias formas: implantación de nuevas plantas en áreas rurales debido a la instrumentación de medidas de política económica, descentralización de actividades productivas de las empresas que sufren los azotes de la crisis y la industrialización con iniciativas locales».

Nuestros resultados confirman la importancia de los municipios menores de 20.000 habitantes, desde el punto de vista del proceso inversor y de la creación de empleo, en algunos de los casos, asociado al mismo, pero nos impiden aproximarnos a los aspectos cualitativos anteriormente reseñados.

Asimismo, otra conclusión importante la constituye el hecho de que los procesos mencionados se ubican, preferentemente, en algunas de las Comunidades más desarrolladas del país, como es el caso catalán, pudiendo jugar una influencia, aparte de lo anteriormente señalado, los elementos subyacentes en la primera de las teorías explicativas, expuestas en la introducción a este trabajo, esto es: los altos costes en que incurre la industria manufacturera en algunas áreas metropolitanas.

BIBLIOGRAFIA

- Aleman, J.; Llarch, E., y Sáez, J.: «Tendencias económicas y políticas metropolitanas en el área de Barcelona». *Estudios Territoriales*, vol. XIX, 1985.
- Auriol Martín, J.: «Dinamicidad industrial española en los años ochenta». *Papeles de Economía Española*, núm. 36, 1988.
- Brusco, S. y Sabel: «Artisan production and economic growth», en: F. Wilkinson (ed.): *The Dynamics of Labour Market Segmentation*. London Academic Press, 1981.
- Camagni, R.: «New technologies as a response to the crisis in the Italian northwest», en: *Aspectos espaciales del cambio tecnológico*. Manuscrito no publicado. Bilbao, 1985.
- Escudero, M.: «Esplendor y caída del gran Bilbao». *Estudios Territoriales*, vol. XIX, 1985.
- Fernández Arufe, J. E., y Pedrosa Sanz, R.: «Aproximación al estudio de la inversión industrial en Castilla y León (1964-1979)». *ICE*, núm. 590, 1982.
- Giráldez, E.: «Comportamiento inversor de los sectores de alta tecnología, 1975-1985: tendencias espaciales». *Papeles de Economía Española*, núm. 34, 1988.
- Imrie: «Work decentralisation from large to small firms: a preliminary analysis of subcontracting». *Environment and Planning*, vol. XVIII, 1986.

(17) Vázquez Barquero, A. (1984): «El Estado frente a los problemas del desarrollo local». *Estudios Territoriales*, vols. XIII-XIV, pp. 127-138.

- Keeble, Owens and Thompson: «The Urban-Rural Manufacturing Shift in the European Community». *Urban Studies*, 20, 1983.
- Méndez Gutiérrez, R.: *Actividad industrial y estructura territorial en la región de Madrid*. Ed. Comunidad de Madrid. Consejería de Trabajo, Industria y Comercio, 1986.
- MOPU: *Áreas rurales con capacidad de desarrollo endógeno*. Ed. Instituto del Territorio y Urbanismo. Madrid, 1987.
- MOPU: *Pautas de localización territorial de empresas industriales*. Ed. Instituto del Territorio y Urbanismo. Madrid, 1988.
- Ogando Canabal, O.; Pedrosa Sanz, R., y Fernández Arufe, J. E.: «The dynamics of industrial activity in the Spanish regions». 27 eth. European Congress Regional Science Association. Atenas (Grecia), 1987.
- Ogando Canabal, O.; Pedrosa Sanz, R., y Fernández Arufe, J. E.: «Crisis económica y comportamiento industrial en los distintos municipios españoles: una referencia al caso de Castilla y León». *Anales de Estudios Económicos y Empresariales*, núm. 2. Universidad de Valladolid. Secretariado de Publicaciones. Valladolid, 1987.
- Scott, A. J.: «Procesos de localización, urbanización y desarrollo territorial: un ensayo exploratorio». *Estudios Territoriales*, vol. XVII, 1985.
- Stohr, W.: «Cambios estructurales en la industria y estrategias de desarrollo regional. Aproximaciones a un marco conceptual». *Estudios Territoriales*, vol. XX, 1986.
- Vázquez Barquero, A.: «El Estado frente a los problemas del desarrollo local». *Estudios Territoriales*, vols. XIII-XIV, 1984.
- Vázquez Barquero, A.: «El cambio del modelo de desarrollo regional y los nuevos procesos de difusión en España». *Revista de Estudios Territoriales*, vol. XX, 1986.

**ANEXO
ESTADISTICO**

TABLA 1: DISTRIBUCION DEL NUMERO DE NUEVAS EMPRESAS INDUSTRIALES A NIVEL REGIONAL (1975-1985)

REGIONES	< 1.500	1.501 a 5.000	5.001 a 10.000	10.001 a 20.000	20.001 a 30.000	30.001 a 50.000	50.001 a 100.000	100.001 a 500.000	> 500.000	TOTAL
ANDALUCIA	31	222	224	290	165	195	167	317	306	1.917
ARAGON	173	85	65	67	18	26	—	—	221	655
ASTURIAS	1	7	34	53	6	36	39	124	0	300
BALEARES	1	12	21	31	35	0	0	64	0	164
CANARIAS	1	29	40	56	46	5	52	190	0	419
CANTABRIA	8	37	19	43	0	0	14	61	0	182
CASTILLA-LEON	289	218	68	69	26	61	123	277	0	1.131
CASTILLA-LA MANCHA	77	172	163	53	76	28	112	64	0	745
CATALUÑA	356	525	274	347	78	226	170	392	292	2.660
EXTREMADURA	11	53	64	33	37	38	26	43	0	305
GALICIA	7	120	163	190	45	0	140	144	0	809
MADRID	112	239	80	164	188	70	454	241	944	2.492
MURCIA	1	7	54	76	80	40	19	171	0	448
NAVARRA	60	120	36	51	7	0	0	84	0	358
PAIS VASCO	88	114	116	143	81	44	87	519	0	1.192
RIOJA (LA)	14	32	21	37	0	0	0	42	0	146
VALENCIA	146	272	315	368	395	169	97	207	225	2.194
TOTAL	1.376	2.264	1.757	2.071	1.283	938	1.500	2.940	1.988	16.117

Fuente: Elaboración propia, en base a los datos de «Inscripciones definitivas de nuevas industrias y ampliaciones», publicados en la revista *Economía Industrial*, del Ministerio de Industria; a los de la población de hecho del «Censo de Población de 1981», del INE, y a los del «Nomenclátor de las ciudades, villas, lugares, aldeas y demás entidades de población», del INE.

TABLA 2: DISTRIBUCION DE LA INVERSION INDUSTRIAL A NIVEL REGIONAL (1975-1985)

REGIONES	< 1.500	1.501 a 5.000	5.001 a 10.000	10.001 a 20.000	20.001 a 30.000	30.001 a 50.000	50.001 a 100.000	100.001 a 500.000	> 500.000	TOTAL
	ANDALUCIA	0,48	3,56	23,13	10,46	57,73	21,18	10,59	21,47	12,26
ARAGON	2,93	3,78	1,07	12,42	2,41	1,83	0,00	0,00	14,76	4,15
ASTURIAS	0,01	0,07	2,78	1,30	0,07	2,66	2,04	1,84	0,00	1,08
BALEARES	0,00	0,17	0,67	0,32	1,05	0,00	0,00	3,48	0,00	0,83
CANARIAS	0,00	0,74	0,73	1,67	1,06	0,21	3,18	7,13	0,00	1,92
CANTABRIA	0,03	0,43	0,40	5,98	0,00	0,00	0,34	0,70	0,00	0,97
CASTILLA-LA MANCHA	5,47	14,79	2,42	1,01	2,08	6,73	5,57	8,26	0,00	5,73
CASTILLA Y LEON	1,71	4,99	3,17	2,18	5,89	4,84	17,93	0,99	0,00	3,57
CATALUÑA	78,33	28,00	6,69	33,51	3,04	30,25	26,37	24,62	37,79	33,51
EXTREMADURA	0,17	0,85	1,74	0,68	1,37	2,96	1,81	5,09	0,00	1,65
GALICIA	0,04	9,61	5,38	5,67	3,92	0,00	4,64	2,12	0,00	3,73
MADRID	2,31	3,30	1,12	5,35	4,51	4,59	15,76	3,74	30,61	6,38
MURCIA	0,00	0,03	0,41	0,73	1,18	5,88	0,37	3,50	0,00	1,03
NAVARRA	2,34	9,44	0,53	1,99	0,14	0,00	0,85	4,12	0,00	2,89
PAIS VASCO	4,69	4,46	6,51	5,87	2,93	2,49	3,64	9,14	0,00	5,18
RIOJA (LA)	0,13	10,26	0,72	0,67	0,00	0,00	0,00	0,91	0,00	1,86
VALENCIA	1,37	5,51	42,45	10,17	12,63	16,37	6,92	2,89	4,57	10,77
TOTAL	100,00	100,00	100,00	100,00	100,00	100,00	100,00	100,00	100,00	100,00

Fuente: Elaboración propia, en base a los datos de «Inscripciones definitivas de nuevas industrias y ampliaciones», publicados en la revista *Economía Industrial*, del Ministerio de Industria; a los de la población de hecho del «Censo de Población de 1981», del INE, y a los del «Nomenclátor de las ciudades, villas, lugares, aldeas y demás entidades de población», del INE.

TABLA 3: DISTRIBUCION DEL NUMERO DE NUEVOS EMPLEOS INDUSTRIALES A NIVEL REGIONAL (1975-1985)

REGIONES	< 1.500	1.501 a 5.000	5.001 a 10.000	10.001 a 20.000	20.001 a 30.000	30.001 a 50.000	50.001 a 100.000	100.001 a 500.000	> 500.000	TOTAL
ANDALUCIA	1,72	7,34	10,09	12,96	29,45	21,08	8,71	11,85	6,65	10,74
ARAGON	10,88	2,76	2,15	5,08	3,80	3,46	0,00	0,00	6,22	3,60
ASTURIAS	0,02	0,09	1,74	1,29	0,39	2,93	3,56	4,93	0,00	1,58
BALEARES	0,02	0,09	1,74	1,29	0,39	2,93	3,56	4,93	0,00	1,58
CANARIAS	0,02	0,67	1,19	1,65	3,79	0,58	2,51	5,02	0,00	1,70
CANTABRIA	0,12	0,62	0,90	4,02	0,00	0,00	0,61	1,70	0,00	1,01
CASTILLA-LA MANCHA ...	17,74	30,24	2,37	1,99	2,03	5,49	7,78	9,62	0,00	8,72
CASTILLA Y LEON	4,22	5,55	7,10	2,87	6,42	5,49	11,45	1,53	0,00	4,11
CATALUÑA	28,92	17,81	11,07	26,99	5,72	22,65	12,53	13,75	18,13	17,22
EXTREMADURA	0,67	1,12	2,66	0,88	2,07	2,75	3,81	1,87	0,00	1,49
GALICIA	0,28	6,59	7,57	9,11	2,96	0,00	8,72	3,93	0,00	4,53
MADRID	8,36	4,61	2,01	6,68	8,74	4,62	22,79	7,03	61,60	18,37
MURCIA	0,04	0,04	1,86	2,40	3,93	6,73	0,81	5,86	0,00	2,05
NAVARRA	8,11	6,42	1,12	1,37	0,34	0,00	0,00	3,35	0,00	2,31
PAIS VASCO	7,36	3,24	5,87	4,26	4,16	2,06	4,29	14,61	0,00	5,12
RIOJA (LA)	0,87	4,18	1,18	1,43	0,00	0,00	0,00	1,04	0,00	1,17
VALENCIA	10,64	8,63	39,38	15,74	25,81	19,24	8,85	8,98	7,40	14,69
TOTAL	100,00	100,00	100,00	100,00	100,00	100,00	100,00	100,00	100,00	100,00

Fuente: Elaboración propia, en base a los datos de «Inscripciones definitivas de nuevas industrias y ampliaciones», publicados en la revista *Economía Industrial*, del Ministerio de Industria; a los de la población de hecho del «Censo de Población de 1981», del INE, y a los del «Nomenclátor de las ciudades, villas, lugares, aldeas y demás entidades de población», del INE.

TABLA 4: RATIO INVERSION/EMPLEO

REGIONES	1.501 a		5.001 a		10.001 a		20.001 a		30.001 a		50.001 a		100.001 a		TOTAL
	< 1.500	5.000	10.000	20.000	30.000	50.000	100.000	500.000	> 500.000	TOTAL					
ANDALUCIA	777,89	421,74	2.458,11	718,42	1.726,33	599,90	895,95	1.865,03	715,97	1.260,09					1.260,09
ARAGON	756,14	1.191,90	532,94	2.177,07	558,74	315,47	—	—	921,05	1.058,74					1.058,74
ASTURIAS	787,25	610,09	1.712,18	897,28	148,76	543,16	422,40	385,25	—	627,53					627,53
BALEARES	412,00	1.612,66	413,80	223,26	2.352,72	0,00	0,00	727,45	—	479,93					479,93
CANARIAS	550,25	960,61	657,70	904,37	244,95	212,72	933,57	1.462,69	—	1.039,20					1.039,20
CANTABRIA	791,87	612,17	481,80	1.323,31	—	—	411,68	421,19	—	883,12					883,12
CASTILLA-LA MANCHA	866,46	425,60	1.097,46	451,35	901,53	732,69	528,42	882,91	—	603,07					603,07
CASTILLA Y LEON	1.139,23	783,94	479,34	675,92	807,46	526,13	1.154,65	665,70	—	796,84					796,84
CATALUÑA	7.616,78	1.368,42	648,09	1.105,26	468,75	797,11	1.551,24	1.842,84	809,34	1.786,57					1.786,57
EXTREMADURA	727,19	661,11	700,23	690,16	583,43	643,18	349,98	2.801,90	—	1.018,24					1.018,24
GALICIA	433,36	1.268,83	761,76	554,10	1.163,16	—	392,24	553,98	—	755,58					755,58
MADRID	775,58	624,01	600,97	713,46	454,65	593,13	509,94	547,22	192,97	318,68					318,68
MURCIA	273,63	744,70	233,55	272,04	265,42	521,43	334,39	614,72	—	458,64					458,64
NAVARRA	809,56	1.279,11	502,99	1.295,22	365,00	—	—	1.265,41	—	1.146,93					1.146,93
PAIS VASCO	1.791,11	1.199,75	1.188,65	1.227,36	619,73	723,49	625,23	643,65	—	927,80					927,80
RIOJA (LA)	433,11	2.139,20	653,63	419,25	—	—	—	900,74	—	1.459,33					1.459,33
VALENCIA	361,45	555,44	1.158,76	575,40	430,99	507,95	576,25	331,35	240,00	672,79					672,79
TOTAL	2.812,08	870,39	1.072,59	890,18	880,59	596,96	733,41	1.029,19	388,28	917,77					917,77

Fuente: Elaboración propia, en base a los datos de «Inscripciones definitivas de nuevas industrias y ampliaciones», publicados en la revista *Economía Industrial*, del Ministerio de Industria; a los de la población de hecho del «Censo de Población de 1981», del INE, y a los del «Nomenclátor de las ciudades, villas, lugares, aldeas y demás entidades de población», del INE.

TABLA 5: EMPLEO/NUMERO DE NUEVAS EMPRESAS CREADAS

REGIONES	< 1.500		1.501 a 5.000		5.001 a 10.000		10.001 a 20.000		20.001 a 30.000		30.001 a 50.000		50.001 a 100.000		100.001 a 500.000		> 500.000		TOTAL
ANDALUCIA	10,94	16,75	17,69	17,83	38,53	15,92	13,78	19,12	14,46	18,49									18,49
ARAGON	12,37	16,42	13,00	30,24	45,61	19,62	—	—	18,74	18,14									18,14
ASTURIAS	4,00	6,71	20,12	9,72	14,17	11,97	24,13	20,32	—	17,42									17,42
BALEARES	4,00	3,92	32,57	16,61	2,43	—	—	39,38	—	31,87									31,87
CANARIAS	4,00	11,72	11,70	11,73	17,80	17,00	—	—	—	13,37									13,37
CANTABRIA	2,88	8,46	18,53	37,30	—	—	—	—	—	18,26									18,26
CASTILLA-LA MANCHA	12,07	70,24	13,68	11,52	16,85	132,5	16,71	17,77	—	25,42									25,42
CASTILLA Y LEON	10,77	16,33	17,09	21,62	18,24	28,89	27,01	12,22	—	18,22									18,22
CATALUÑA	15,97	17,18	15,86	31,01	15,82	14,77	19,48	17,94	41,32	21,35									21,35
EXTREMADURA	11,91	10,66	16,34	10,58	12,05	10,66	38,69	22,23	—	16,08									16,08
GALICIA	8,00	27,82	18,23	19,12	14,22	—	16,46	13,97	—	18,48									18,48
MADRID	14,68	9,76	9,85	16,24	10,04	9,73	13,26	14,91	43,42	24,32									24,32
MURCIA	8,00	2,86	13,56	12,61	10,60	24,78	11,32	17,52	—	15,11									15,11
NAVARRA	26,58	27,11	12,25	10,69	10,43	—	—	20,42	—	21,29									21,29
PAIS VASCO	16,44	14,38	19,88	11,87	11,09	6,89	13,03	14,40	—	14,18									14,18
RIOJA (LA)	12,21	66,06	22,00	15,38	—	—	—	—	—	26,36									26,36
VALENCIA	14,34	16,07	49,08	17,06	14,11	16,77	24,10	22,17	21,88	22,09									22,09
TOTAL	14,29	22,36	22,35	19,26	16,83	15,70	17,61	17,39	33,47	20,47									20,47

Fuente: Elaboración propia, en base a los datos de «Inscripciones definitivas de nuevas industrias y ampliaciones», publicados en la revista *Economía Industrial*, del Ministerio de Industria; a los de la población de hecho del «Censo de Población de 1981», del INE, y a los del «Nomenclátor de las ciudades, villas, lugares, aldeas y demás entidades de población», del INE.

TABLA 6: EVOLUCION DEL NUMERO DE NUEVAS EMPRESAS INDUSTRIALES EN LAS DISTINTAS REGIONES ESPAÑOLAS (1975-1985)

REGIONES	1.501 a		5.001 a		10.001 a		20.001 a		30.001 a		50.001 a		100.001 a		> 500.000	TOTAL
	< 1.500	5.000	10.000	20.000	30.000	50.000	100.000	200.000	300.000	500.000	1000.000	2000.000	5000.000			
ANDALUCIA	19,6	14,8	18,0	14,8	7,1	23,8	7,1	14,8	7,1	23,8	7,1	23,8	7,1	20,5	15,9	16,8
ARAGON	15,8	4,1	14,9	0,0	11,6	11,6	11,6	0,0	11,6	11,6	11,6	11,6	11,6	—	20,6	18,6
ASTURIAS	—	0,0	0,0	14,9	—	—4	—	14,9	—	—	0,0	—	—	23,1	—	27,1
BALEARES	—	0,0	0,0	—6,7	—6,7	—	—6,7	—6,7	—	—	—	—	—	—6,7	—	21,5
CANARIAS	—	11,6	4,1	2,9	4,1	—	4,1	2,9	—	—	11,6	—	—	21,5	—	30,5
CANTABRIA	—	5,2	0,0	—16,4	—	—	—	—16,4	—	—	0,0	—	—	—6,7	—	27,1
CASTILLA-LA MANCHA	25,2	27,1	21,5	0,0	0,0	—1,8	0,0	0,0	—1,8	—1,8	16,7	—	—	7,2	—	23,5
CASTILLA Y LEON	26,5	28,2	7,2	23,1	—6,7	9,6	—6,7	23,1	—6,7	9,6	13,7	—	—	—4,4	—	9,6
CATALUÑA	18,6	14,9	18,8	24,8	4,8	20,6	4,8	24,8	4,8	20,6	8,6	—	—	24,3	29,6	19,9
EXTREMADURA	7,1	10,4	10,4	8,7	0,0	0,0	0,0	8,7	0,0	0,0	17,4	—	—	7,1	—	21,4
GALICIA	—	28,2	28,2	6,4	17,5	—	17,5	6,4	17,5	—	24,6	—	—	14,9	—	23,1
MADRID	23,1	2,5	14,9	13,0	9,6	2,2	9,6	13,0	9,6	2,2	17,5	—	—	15,8	—	24,7
MURCIA	—	—	—6,6	2,2	0,0	19,6	0,0	2,2	0,0	19,6	14,8	—	—	9,5	—	16,0
NAVARRA	5,2	11,6	2,2	21,4	—	—	—	21,4	—	—	—	—	—	25,8	—	16,6
PAIS VASCO	9,1	13,0	5,7	8,4	23,1	0,0	23,1	8,4	0,0	0,0	23,1	—	—	16,9	—	14,0
RIOJA (L/A)	4,1	7,1	—6,6	7,1	—	—	—	7,1	—	—	—	—	—	24,5	—	12,2
VALENCIA	18,5	17,9	16,2	18,9	21,8	19,6	21,8	18,9	19,6	19,6	31,5	—	—	20,5	5,1	20,6

Fuente: Elaboración propia, en base a los datos de «Inscripciones definitivas de nuevas industrias y ampliaciones», publicados en la revista *Economía Industrial*, del Ministerio de Industria; a los de la población de hecho del «Censo de Población de 1981», del INE, y a los del «Nomenclátor de las ciudades, villas, lugares, aldeas y demás entidades de población», del INE.

TABLA 7: EVOLUCION DE LA INVERSION EN NUEVAS EMPRESAS INDUSTRIALES EN LAS DISTINTAS REGIONES ESPAÑOLAS (1975-1985)

REGIONES	< 1.500	1.501 a 5.000	5.001 a 10.000	10.001 a 20.000	20.001 a 30.000	30.001 a 50.000	50.001 a 100.000	100.001 a 500.000	> 500.000	TOTAL
ANDALUCIA	28,2	1,4	-24,8	-12,3	1,0	39,0	-6,6	-2,2	18,0	-10,4
ARAGON	-14,5	10,3	17,7	-38,8	-28,2	8,0	—	—	13,1	-17,9
ASTURIAS	—	-3,2	4,9	-13,8	—	4,9	-0,4	32,1	—	3,7
BALEARES	—	16,2	18,7	15,9	-4,8	—	—	-19,4	—	26,9
CANARIAS	—	40,9	-1,8	12,7	4,0	—	—	1,8	—	9,2
CANTABRIA	—	19,8	11,6	-38,3	—	—	-25,9	3,1	—	27,4
CASTILLA-LA MANCHA	25,2	-4,2	-0,5	-3,8	10,8	3,8	13,7	19,3	—	5,2
CASTILLA Y LEON	2,5	17,1	-20,2	9,0	0,6	19,3	22,0	-15,1	—	-3,6
CATALUÑA	0,3	-0,2	-4,6	8,1	9,9	-8,9	0,0	-20,5	—	-3,3
EXTREMADURA	18,1	12,0	0,4	8,3	1,6	11,2	22,4	9,7	—	15,4
GALICIA	—	5,3	5,7	22,7	3,5	—	7,6	9,1	—	2,0
MADRID	0,5	8,4	5,4	24,3	2,8	11,3	4,0	11,9	11,7	4,2
MURCIA	—	—	2,5	5,4	-7,4	38,0	20,7	11,2	—	14,1
NAVARRA	-18,3	-13,1	-3,7	-14,6	—	—	—	17,0	—	-10,2
PAIS VASCO	-19,1	-5,5	-11,3	-12,1	34,3	-12,3	-9,1	10,6	—	-7,4
RIOJA (LA)	25,5	33,9	-12,2	-12,2	—	—	—	32,4	—	18,1
VALENCIA	13,4	-6,9	3,1	1,5	2,5	0,7	16,5	9,7	-4,1	3,3

Fuente: Elaboración propia, en base a los datos de «Inscripciones definitivas de nuevas industrias y ampliaciones», publicados en la revista *Economía Industrial*, del Ministerio de Industria; a los de la población de hecho del «Censo de Población de 1981», del INE, y a los del «Nomenclátor de las ciudades, villas, lugares, aldeas y demás entidades de población», del INE.

TABLA 8: EVOLUCION DEL NUMERO DE NUEVOS EMPLEOS INDUSTRIALES EN LAS DISTINTAS REGIONES ESPAÑOLAS (1975-1985)

REGIONES	< 1.500	1.501 a 5.000	5.001 a 10.000	10.001 a 20.000	20.001 a 30.000	30.001 a 50.000	50.001 a 100.000	100.001 a 500.000	> 500.000	TOTAL
ANDALUCIA	13,2	3,1	4,2	-1,3	7,1	48,3	-9,0	19,6	19,1	8,9
ARAGON	1,4	-4,2	2,4	-28,7	-29,6	2,9	—	—	18,2	-4,0
ASTURIAS	—	-11,1	-7,6	3,3	—	11,0	0,7	-8,4	—	26,5
BALEARES	—	-25,5	-18,0	9,9	—	29,7	1,8	-19,8	—	-5,3
CANARIAS	—	22,2	-13,5	6,2	24,6	—	-3,1	3,2	—	11,5
CANTABRIA	—	-4,3	1,3	-38,0	—	—	-18,6	0,9	—	17,6
CASTILLA-LA MANCHA	21,3	18,5	11,8	-10,9	-4,1	-2,7	5,2	5,5	—	14,5
CASTILLA Y LEON	10,6	10,2	-16,8	1,8	4,0	-2,2	21,2	-13,4	—	2,0
CATALUÑA	6,6	5,5	2,7	17,3	3,2	0,6	-2,9	10,2	6,2	6,8
EXTREMADURA	7,9	13,2	9,3	5,5	10,4	5,4	16,7	20,6	—	14,6
GALICIA	—	30,9	12,0	10,3	6,2	—	26,2	9,1	—	19,3
MADRID	-5,5	-14,0	18,6	10,5	10,5	-9,0	-0,7	0,2	31,4	18,3
MURCIA	—	—	-8,3	0,7	-23,7	47,6	28,7	1,9	—	7,1
NAVARRA	-8,7	-5,0	0,4	-1,1	—	—	—	27,4	—	-1,5
PAIS VASCO	-6,4	-4,5	-5,7	-6,8	49,5	-12,4	10,2	10,6	—	0,2
RIOJA (LA)	9,4	27,3	-15,8	-16,4	—	—	—	30,0	—	1,4
VALENCIA	13,8	4,0	6,8	3,2	8,8	-0,3	27,8	13,6	-3,7	7,0

Fuente: Elaboración propia, en base a los datos de «Inscripciones definitivas de nuevas industrias y ampliaciones», publicados en la revista *Economía Industrial*, del Ministerio de Industria; a los de la población de hecho del «Censo de Población de 1981», del INE, y a los del «Nomenclátor de las ciudades, villas, lugares, aldeas y demás entidades de población», del INE.

EL SECTOR AGROALIMENTARIO Y LA ACTIVIDAD COOPERATIVA EN CASTILLA Y LEÓN

**ANGEL DE LOS RIOS RODICIO
PABLO GORDO GOMEZ**
Universidad de Valladolid

INTRODUCCION

El presente estudio parte de considerar que la Comunidad Autónoma de Castilla y León es un espacio económico deprimido y que el principal objetivo de la política económica regional es identificar y eliminar, en la medida de lo posible, las causas de esta situación.

El principio básico sobre el que deben asentarse las políticas de desarrollo es el de lograr, a largo plazo, la máxima eficiencia en el uso de todos los recursos productivos. En este sentido, nuestra intención es analizar las limitaciones que, en la actualidad, presenta el *complejo agroalimentario* regional y que implican un uso no eficiente de los recursos empleados.

Por complejo agroalimentario entendemos el conjunto de actividades económicas necesarias para producir, transformar y comercializar los productos destinados a satisfacer las necesidades alimentarias de la población. En consecuencia, engloba las actividades que, tradicionalmente, se conocen por agricultura, subsector industrial agroalimentario y distribución.

La conveniencia de su estudio conjunto radica en el hecho de que la agricultura ha dejado de ser, al menos en gran parte, el productor de bienes finales, para pasar a ser un sector que proporciona inputs a un subsector industrial específico, que se ocupa de darles la forma final en que los adquiere el consumidor.

Pues bien, este complejo agroindustrial sobre el que parece que se puede apoyar el desarrollo de la Comunidad Autónoma de Castilla y León presenta una serie de graves deficiencias estructurales, lo que limita enormemente su capacidad. Los puntos siguientes se dedican a repasar estos estrangulamientos y a analizar el papel que

las cooperativas juegan en relación con las potencialidades que un mayor desarrollo de esta forma de organización de la producción reviste, al poder facilitar la integración de las fases de producción en las de transformación y comercialización de las producciones agrarias, dentro de unas coordenadas como las actuales, fruto del gran impacto económico y social en el sector, derivado de la adhesión a la CEE y de la evolución e internacionalización del «complejo agroalimentario».

Con este planteamiento, nos parece conveniente iniciar ese trabajo con un análisis del grado de interés agroindustrial de las provincias castellano-leonesas y de la relación territorial existente entre la producción agraria e industria agroalimentaria, aspecto éste que nos define el grado de integración de la agricultura regional en el proceso de industrialización.

El paso siguiente consiste en trazar las líneas básicas de la estructura actual en la región de las industrias transformadoras de productos alimenticios, ello va a informar el panorama de actuación de las sociedades cooperativas en el sector que nos ocupa, como paso previo, hacia un mayor protagonismo de las mismas en la integración de las producciones agrarias en el complejo de producción agroalimentaria.

Finalizamos nuestro estudio tratando de evaluar el lugar que ocupan actualmente estas sociedades dentro de las distintas actividades pertenecientes al sector analizado. Para este propósito, y no disponiendo de información más reciente y precisa, se han tomado los datos del Directorio de Industrias agrarias de Castilla y León, correspondiente a 1986 y, con carácter complementario, los suministrados por la Consejería de Fomento de la Junta de Castilla y León.

1. CARACTERÍSTICAS Y LIMITACIONES DE LA AGRICULTURA DE CASTILLA Y LEÓN

Un estudio detallado de la agricultura de Castilla y León, como el de la mayor parte de las agriculturas, pone de manifiesto que se encuentra plenamente adaptada al entorno natural y económico en el que se desenvuelve. Esta afirmación, que puede parecer peregrina, especialmente en lo relativo al entorno económico, no lo es tanto si por adaptación se entienden respuestas adecuadas —racionales, podría decirse, utilizando la terminología microeconómica— de los empresarios agrícolas a las señales que recibe de los mercados. Debe tenerse presente que el agricultor recibe estas señales —los precios— a través de mercados intervenidos y que es a ellas a las que debe adaptar su comportamiento, no a las que se produjeran en un hipotético caso de «libre» mercado.

En este punto, la cuestión que se plantea es la de determinar hasta qué punto se puede considerar que la asignación que así se produce, que, recordemos, es eficiente considerados los parámetros que la determinan, puede tenerse como la mejor posible al enmarcarla en un entorno económico más amplio; en definitiva, si no pueden encontrarse una reasignación que aumente la eficiencia de la economía como un todo y, en consecuencia, contribuya a generar mayores grados de desarrollo.

Si consideramos ahora las principales características de la agricultura de Castilla y León, dos nos resultan especialmente relevantes:

1. Especialización en productos con demandas saturadas.
2. Estructuras productivas no adecuadas a las orientaciones productivas predominantes.

La primera se aprecia claramente cuando se toma como marco de referencia el ámbito comunitario, de obligada referencia desde 1986, y se analiza el grado de autoabastecimiento de la CEE correspondiente a las principales producciones de la agricultura de Castilla y León (1). La más importante de éstas, medidas por su aportación porcentual a la Producción Final Agraria (PFA) de 1984, fueron los cereales, fundamentalmente cebada y trigo, con el 30 por 100, y el grado de autoabastecimiento de la Europa de los doce sería, en la campaña 84/85, del 120 por 100 para la cebada y del 124 por 100 para el trigo. La leche aportó el 11,6 por 100 y el autoabastecimiento de la Europa de los diez en 1983 fue del 342 por 100 en leche en polvo entera, 128 por 100 en leche en polvo descremada, 187 por 100 en leche concentrada y 134 por 100 en mantequilla. La carne de bovino aportó el 11,1 por 100 a la PFA y el grado de autoabastecimiento fue del 108 por 100 para el mismo año y conjunto de países que en el caso anterior. Sólo para la carne de ovino, cuya aportación a la PFA fue del 5,1 por 100, la Comunidad presentaba déficit de abastecimiento, su producción satisfacía sólo el 76 por 100 en 1984.

La segunda características es especialmente apreciable cuando se tiene en cuenta que en 1982 (2) el tamaño medio de explotación era de 20,8 hectáreas de Superficie Agraria Util (SAU), pero que el 69 por 100 de las explotaciones tenían menos de 5 hectáreas y ocupaban el 9,7 por 100 de la SAU. Este tamaño de explotación resulta absolutamente inadecuado, dada la orientación predominantemente cerealista de la agricultura de Castilla y León, cuyo cultivo totalmente mecanizado presenta evidentes economías de escala.

Sin profundizar más en los problemas estructurales, se deduce de lo expuesto hasta ahora que la agricultura de Castilla y León, en su situación actual, sólo puede mantenerse en la medida que perdure una política agraria fuertemente proteccionista. Proteccionista no sólo en el sentido de aislar sus mercados de la competencia exterior, sino también en el de asegurar una demanda a unos precios «rentables» para unos productos sin mercado.

La integración de España en la CEE ha supuesto la adopción de la Política Agraria Común (PAC), y esto ha supuesto y va a suponer un cambio de los parámetros en los que opera la agricultura de Castilla y León. Estos cambios se pueden concretar en una apertura del mercado español a los productores agrarios comunitarios y en la aplicación de la política de mercados y precios comunitaria. Si el primer aspecto podría comportar efectos negativos, según lo señalado anteriormente, el segundo viene a paliarlos, ya que los niveles de los precios de garantía comunitarios, con algunas excepciones, y los mecanismos de intervención asegurarían el mantenimiento de las producciones con los niveles actuales de rentabilidad.

Ahora bien, en la medida que la PAC está siendo reformada para eliminar parte de los cuantiosos costes que los excedentes generan, la situación puede cambiar radicalmente, ya que, como vimos, la agricultura de Castilla y León está especializada en productos excedentarios dentro del ámbito comunitario.

Esta situación plantea una enorme reto, que puede ser afrontado con políticas defensivas, lo que serviría para mantener una parte importante de la economía re-

(1) Los datos proceden del M.A.P.A.: Cuentas del Sector Agrario n.º 9 y de la Comisión de las Comunidades Europeas. La situación de la Agricultura en la Comunidad. Informe 1987.

(2) Datos del Censo Agrario de ese año.

gional aislada del mercado y constituyéndose una pesada rémora para superar el actual estado de estancamiento de la economía regional. O bien aprovechar esta oportunidad para, mediante políticas de ajuste positivo, eliminar las ineficiencias que tiene y fomentar los recursos del sector de tal forma que la «nueva» agricultura de la región se convierta en uno de los pilares sobre los que se pueda apoyar el desarrollo regional.

Los cambios que debe afrontar la agricultura deben ir en dos sentidos, cambio en las producciones y mejora de las estructuras. El primer punto debe estar guiado por el mercado, se debe producir lo que se demanda y ello exige la integración en el complejo agroalimentario. En cuanto a la mejora de las estructuras, debe buscarse el potenciar aspectos relativos a la dimensión, capitalización y formación profesional, a fin de convertir las explotaciones en «empresas» flexibles susceptibles de afrontar los retos que supone una economía en constante cambio.

Ante esta situación, las cooperativas aparecen como una alternativa viable, tanto en los aspectos productivos como de comercialización. En el primer caso, al constituir una forma relativamente sencilla de ampliar la base territorial de la explotación e intensificar y diversificar la producción. Respecto al segundo, resulta obvio que la comercialización conjunta de las producciones puede y debe reportar más beneficios que las actuaciones individuales.

Dada la amplitud territorial y la diversidad de condiciones que reúne Castilla y León, es imposible pensar que una agricultura «moderna» cubra toda la región, resultando necesarias, junto a las líneas de actuación anteriores, otras destinadas a mantener e incrementar las rentas agrarias en las zonas marginales, a fin de evitar el despoblamiento que podría producirse.

1.1. Grado de interés agroindustrial de las provincias castellano-leonesas

Analizando, en primer lugar, el grado en que la producción agraria regional está adaptada al proceso creciente de industrialización dentro del conjunto nacional, podemos extraer la consideración de que en Castilla y León, donde la mayoría de las provincias tiene un peso importante en el sector agrario, no se posee, en cambio, una agricultura con un grado de adaptación importante a dicho proceso; solamente Valladolid, la más industrializada, presenta, según esta investigación, una agricultura que puede considerarse «moderna» dentro del conjunto nacional (cuadro 1).

Las variables tomadas en consideración para este análisis han sido las siguientes:

- a) Superficie media por parcela.
- b) Porcentaje de las tierras puestas en regadío.
- c) Importancia de los gastos y amortizaciones agrícolas.

CUADRO 1

Adaptación de la agricultura al proceso de industrialización

	(a)	(b)	(c)	(d)	(e)	(f)	(g)
Alava	1,93	0	1,7	- 1	64,7	2	1
Alvacete	5,50	2	9,6	- 1	53,6	1	2
Alicante	1,92	0	45,3	2	40,8	0	2
Almería	6,27	2	23,7	1	27,1	- 1	2
Asturias	1,08	0	1,3	- 1	51,5	0	- 1
AVILA	1,53	0	14,7	0	53,5	1	1
Badajoz	6,29	2	13,7	0	44,9	0	2
Baleares	3,32	1	9,7	- 1	65,7	2	2
Barcelona	5,91	2	12,4	0	72,9	2	4
BURGOS	0,92	- 1	4,1	- 1	67,6	2	0
Cáceres	5,11	2	16,0	0	39,0	- 1	1
Cádiz	21,7	2	12,0	0	29,2	- 1	1
Cantabria	1,24	0	2,1	- 1	43,9	0	- 1
Castellón	1,28	0	29,4	2	56,2	1	3
C. Real	4,78	2	10,6	0	53,6	1	3
Córdoba	8,29	2	10,0	- 1	40,2	0	1
La Coruña	0,32	- 1	3,2	- 1	51,4	0	- 2
Cuenca	1,70	0	3,3	- 1	52,8	1	0
Gerona	4,85	2	23,1	1	78,8	2	5
Granada	4,45	2	18,0	1	41,2	0	3
Guadalajara	1,24	0	4,6	- 1	58,6	1	0
Guipúzcoa	2,12	1	—	—	60,2	1	2
Huelva	9,66	2	8,2	- 1	43,0	0	1
Huesca	5,77	2	31,5	2	67,5	2	6
Jaén	3,62	2	11,9	0	20,5	- 1	1
LEON	0,73	- 1	23,5	1	41,2	0	0
Lérida	5,07	2	33,1	2	69,8	2	6
Lugo	0,60	- 1	1,8	- 1	51,1	0	- 2
Madrid	2,54	1	11,2	0	71,6	2	3
Málaga	5,32	2	13,5	0	24,9	- 1	1
Murcia	—	—	28,5	2	45,5	0	2
Navarra	2,03	1	17,7	1	59,5	1	3
Orense	0,30	- 1	15,9	0	60,0	1	0
PALENCIA	1,47	0	10,6	0	54,2	1	1
Las Palmas	3,35	1	28,9	2	48,9	1	4
Pontevedra	0,18	- 1	24,0	1	44,5	0	0
La Rioja	0,92	- 1	26,0	2	45,6	0	1
SALAMANCA	1,74	0	7,7	- 1	51,8	0	- 1
Santa Cruz. T.	1,19	0	33,5	2	47,7	0	2
SEGOVIA	1,12	0	5,5	- 1	60,3	2	1

Sevilla	14,21	2	22,5	1	45,2	0	3
SORIA	1,13	0	2,6	-1	60,9	2	1
Tarragona	2,67	1	20,8	1	71,2	2	4
Teruel	2,43	1	7,9	-1	77,8	2	2
Toledo	2,75	1	6,8	-1	64,4	2	2
Valencia	1,27	0	36,8	2	39,2	-1	1
VALLADOLID	2,43	1	12,2	0	66,9	2	3
Vizcaya	1,51	0	1,8	-1	58,1	1	0
ZAMORA	0,70	-1	9,4	-1	52,2	1	-1
Zaragoza	2,67	1	17,4	1	66,9	2	4

(a) Superficie media por parcela (Has.)

(b) Puntuación de la columna n.º 1: Media nacional = 1,69 Has.

Significativamente menor a la media: -1 ($X < 1$).

Valor próximo a la media: 0 ($1 < X < 2$).

Simplemente superior a la media: 1 ($2 < X < 4$).

Significativamente superior a la media: 2 ($X > 4$).

(c) Porcentaje de tierras puestas en regadío de cada provincia.

(d) Puntuación de la columna N.º 3: Media nacional = 14,7 por 100.

Significativamente menor a la media: -1 ($X < 10\%$).

Valor próximo a la media: 0 ($10 < X < 18\%$).

Simplemente superior a la media: 1 ($18 < X < 25\%$).

Significativamente superior a la media: 2 ($X > 25\%$).

(e) Importancia de las amortizaciones agrícolas y de los gastos fuera del sector: porcentaje que representan sobre la producción final agraria de cada provincia. Fuente: La Renta Nacional de España y su distribución provincial 1985. Banco de Bilbao, 1988.

(f) Puntuación de la columna n.º 5: Media nacional = 52 por 100.

Significativamente menor a la media: -1 ($X < 40\%$).

Valor próximo a la media: 0 ($40 < X < 52\%$).

Simplemente superior a la media: 1 ($52 < X < 60\%$).

Significativamente superior a la media: 2 ($X > 60\%$).

(g) GRADO DE ADAPTACION DE LA AGRICULTURA AL PROCESO DE INDUSTRIALIZACION

Puntuación

6	5	4	3	2	1
Huesca	Gerona	Barcelona	Castellón	Albacete	Alava
Lérida		Las Palmas	C. Real	Alicante	AVILA
		Tarragona	Granada	Almería	Cáceres
		Zaragoza	Madrid	Badajoz	Cádiz
			Navarra	Baleares	Córdoba
			Sevilla	Guipúzcoa	Huelva
			VALLADOLID	Murcia	Jaén
				Santa Cruz T.	Málaga
				Teruel	PALENCIA
				Toledo	Rioja
					SEGOVIA
					SORIA
					Valencia

Si tenemos en cuenta la importancia y diversificación de las producciones, los resultados obtenidos indican claramente la posición de tres provincias que polarizan la mayor parte del potencial productivo regional en materias primas para la industria alimentaria: Valladolid, Burgos y León, con la particularidad de que la primera de ellas posee una agricultura cuyas características la sitúan en una fase avanzada de desarrollo en relación a la del resto de la región.

Como conclusión del análisis realizado, puede considerarse que las provincias de mayor interés agroindustrial de Castilla y León son las de Burgos, León, Palencia y Valladolid. Estas provincias son las que ofrecen unas condiciones agrarias más adecuadas para la instalación y ordenación en su territorio de industrias de transformación alimentaria. Es decir, son las provincias citadas las que ofrecen condiciones más favorables ante el proceso de modernización de las industrias existentes y ante la planificación de otras de nueva creación en aquellos núcleos urbanos que, por su situación y características, presenten especiales condiciones para su implantación.

1.2. Desequilibrio territorial entre producción agraria e industria agroalimentaria

Un aspecto interesante que pone de manifiesto la relación entre agricultura e industria alimentaria es, sin duda, la correspondencia territorial entre producción y transformación. El conocimiento de la misma, en base a la delimitación entre zonas productoras y transformadoras, va a proporcionar un punto de referencia clave para estudiar, posteriormente, las posibles alternativas de desarrollo agroindustrial en las distintas áreas geográficas, tanto a nivel nacional como regional. Téngase en cuenta la importancia de la misma, si consideramos que más del 70 por 100 de la producción final agraria va a parar a la industria transformadora.

Para ello, se ha empleado el ratio: valor de la producción de la industria alimentaria - valor añadido por esta industria / producción final agraria. De tal forma que

aquellas regiones en las que el índice mencionado tome valores sensiblemente superiores a la media nacional serán consideradas, principalmente, zonas «receptoras» de materias primas agrarias procedentes de otras provincias y que luego son destinadas a la transformación alimentaria. Por el contrario, las regiones en las que dicho índice alcance valores inferiores respecto a la media nacional, constituirían zonas fundamentalmente «suministradoras». En cualquier caso, deben tenerse presentes las muchas limitaciones que este índice presenta, ya que, por ejemplo, las producciones destinadas a consumo directo, al no aparecer en el numerador, distorsionan los distintos resultados regionales (cuadro 2).

CUADRO 2

Índice de empleo de inputs agrarios en la industria agroalimentaria sobre la Producción Final Agraria 1985

Madrid	7,86	Cataluña	1,82
Cantabria	1,73	C. Valenciana	1,33
La Rioja	1,28	Andalucía	0,85
Navarra	1,44	País Vasco	2,27
Extremadura	0,60	Asturias	1,25
Aragón	0,59	Galicia	0,61
Murcia	0,95	Galicia	0,61
Castilla y León	0,82	Castilla-La Mancha ...	0,53
España	1,08		

Fuente: *Elaboración propia en base a los datos de la Renta Nacional del Banco de Bilbao, 1985.*

Siguiendo este criterio, las primeras apreciaciones que se pueden extraer, según los datos obtenidos, se refieren a una clara diferenciación entre zonas productoras y zonas de transformación, agrupándose estas últimas en las áreas industrializadas que constituyen los grandes centros de consumo de nuestro país.

Según este análisis, no existe, pues, en las regiones españolas menos desarrolladas, una correspondencia clara entre la producción agraria y transformación alimentaria. Las producciones agrarias del interior se dirigen, para su transformación, a Madrid y al resto de las zonas situadas en la periferia, acentuando de esta forma la especialización de unas y otras, con el correspondiente desequilibrio que esto supone para regiones que, como Castilla y León, tienen una producción agraria relativamente elevada en relación a la materia prima utilizada por la industria transformadora de alimentos. Todas las provincias de nuestra región se encuentran en esta situación, excepto Valladolid y Palencia.

Refiriéndonos ahora al ámbito regional, es necesario indicar que las provincias en las que la industria agroalimentaria tiene un mayor peso en relación a su producción agraria son, prácticamente, las mismas que presentan un mayor «grado de interés agroindustrial».

La industria agroalimentaria española, tradicionalmente ha estado localizada en los centros de consumo, aprovechando, lógicamente, una demanda más próxima y unas economías derivadas de la infraestructura industrial de estas zonas. Sin embargo, cabe plantearse si esa tendencia no hace sino acentuar el desequilibrio existente en aquellas regiones fundamentalmente agrarias, que, de esta forma, se ven alejadas de la posibilidad de creación de una mayor riqueza en base al valor añadido generado por las industrias de transformación alimentaria. Se trata de una cuestión que debe ser abordada al contemplar el papel de las cooperativas dentro de una política general orientada a potenciar la industria agroalimentaria en Castilla y León, dado que este sector puede impulsar la modernización agraria de la región, juntamente con la consecución de una distribución geográfica más equilibrada de la población y de sus actividades económicas y sociales para que sus habitantes puedan obtener el máximo grado de bienestar social.

2. ESTRUCTURA DE LA INDUSTRIA AGROALIMENTARIA EN LA REGION CASTELLANO-LEONESA

Es necesario, ahora, recoger de forma general el perfil que se ha observado en el análisis de los rasgos estructurales de la industria agroalimentaria castellano-leonesa, para poder plantear adecuadamente el papel que puede desempeñar en la misma el desarrollo de las empresas cooperativas, al poder integrar en la actividad de las mismas las distintas fases del complejo de producción agroalimentaria.

Algunas de las notas que definen a primera vista el sector a nivel nacional, son: la baja utilización de la capacidad instalada, inadecuada comercialización y escaso valor añadido en la elaboración de los productos. A ello debe añadirse la existencia de un elevado número de empresas de reducida dimensión y carácter artesanal, que subsisten al lado de un número reducido de grandes firmas. Debiendo señalar que estas últimas están experimentando en España un proceso de concentración que, al igual que en el resto de los países de la OCDE, está llevando a muchas de las actividades del sector (bebidas; lácteas, pan, bollería y galletas; del azúcar y productos de alimentación animal) a situaciones claramente oligopolísticas. Siendo, precisamente, estas actividades las que generan una mayor proporción de valor añadido en su transformación y las que, a su vez, obtienen mayores porcentajes de excedente bruto.

Refiriéndonos, concretamente, a la industria agroalimentaria castellano-leonesa, la aproximación efectuada en este punto la sitúan como un sector significativo, al ocupar el tercer puesto en la producción industrial, después de la construcción y el material de transporte, siendo la aportación a la producción industrial regional más elevada que en el conjunto nacional, lo que indica una clara especialización de Castilla y León en relación a la industria agroalimentaria.

Por otro lado, en nuestra región puede considerarse a esta industria en fase de expansión, puesto que cada vez es más elevada la proporción de VAB sobre el valor total de su producción. Aunque también hay que decir que en los últimos años se ha observado un ligero descenso de la participación de la misma en el conjunto regional.

En cuanto al empleo que genera, se hace notar claramente una pérdida considerable de sus efectivos, especialmente desde 1977, siendo las zonas de menor signifi-

cación en la industria agroalimentaria las que, proporcionalmente, han perdido menor número de empleos. Atendiendo al tipo de remuneración, hay que destacar, en primer lugar, la baja proporción de asalariados, lo que, sin duda, pone de manifiesto el marcado carácter familiar de las explotaciones. La pérdida de empleos respecto a otras regiones, aunque más tardía en sus comienzos, por el menor grado de industrialización, sigue las mismas proporciones que la media del conjunto nacional. Solamente Burgos presenta, según esta variable, una mejor disposición en su estructura empresarial.

Los costes salariales en este sector, que siguen una tendencia muy próxima al nivel nacional, se han elevado durante los últimos años del período de estudio, aunque son inferiores al conjunto industrial y presentan, actualmente, síntomas de estabilización.

Las actividades que ocupan mayor número de personas y que, tanto por el número de establecimientos como por el nivel de potencia eléctrica instalada, ocupan los primeros lugares en la industria agroalimentaria castellano-leonesa son las de elaboración del pan, pastelería, bollería y galletas; sacrificio de ganado, preparación y conservación de carne; fabricación de productos de molinería y las industrias de fabricación de azúcar, que suponen más del 70 por 100 del total regional.

La productividad de la industria agroalimentaria castellano-leonesa, medida en términos de VAB por empleo, ha evolucionado favorablemente, por encima de la media industrial, alcanzando unos niveles ligeramente superiores al resto de los sectores. Su evolución ha sido muy desigual en las distintas provincias, destacando, en este sentido, las de León y Salamanca, que han registrado incrementos muy superiores a la media regional y nacional. Estas provincias, junto con Valladolid, son las que tienen los mayores niveles de productividad en la región.

En definitiva, este sector ha sufrido la crisis industrial, en el período considerado, con menor fuerza que otros, hecho que queda reflejado en la menor proporción de pérdida de puestos de trabajo y en el incremento de la productividad. Los costes por asalariado y el menor porcentaje de este tipo de empleos indican, en términos generales, los bajos niveles de desarrollo de los que parte, actualmente, la industria agroalimentaria de Castilla y León.

El tamaño de las empresas de esta industria, según el número de empleados por establecimiento, es muy reducido y muestra una estructura empresarial muy similar a la del conjunto nacional; las actividades que presentan mayor grado de minifundismo son las de elaboración del pan, pastelería y bollería; productos de molinería; vinícolas y sacrificio de ganado, preparación y conservación de carne.

Profundizando un poco más en el conocimiento de los rasgos estructurales básicos del sector investigado y considerando, en primer lugar, el proceso de concentración empresarial que se está produciendo en el mismo, tenemos que decir que aunque hasta este momento no haya podido determinarse con precisión la magnitud de la citada concentración en nuestra región, sí puede indicarse que ha sido bastante limitado y que, si exceptuamos las azucareras, es bastante reducido el número de grandes firmas de alimentación existentes en nuestra región (la mayoría de ellas localizadas en las provincias de Burgos y Valladolid); dado que la mayor parte de los grandes establecimientos son filiales de otras empresas que tienen su sede central fuera de la región castellano-leonesa. No obstante, son las provincias de Valladolid y Burgos las que concentran un mayor número de grandes empresas.

Junto a la dimensión y concentración empresariales, otro aspecto significativo en el conocimiento de la industria agroalimentaria en Castilla y León es el comportamiento del excedente bruto de explotación, cuya media se mantiene claramente por debajo de la media nacional, posiblemente, debido a la menor proporción de VAB sobre la producción, que es lo mismo que decir: menor grado de elaboración en los productos; lo que significa, sin duda alguna, una menores posibilidades de incrementar los beneficios, dado que la demanda está orientada hacia productos con mayores atributos, mayor preparación y que satisfacen mejor los gustos actuales del consumidor. Además, es muy significativo el hecho de que las empresas cuyo nivel de beneficios es más elevado, sean precisamente las que presentan unos mayores avances y variedad en la gama de sus productos alimenticios.

En cuanto al comportamiento de la inversión, su análisis lleva a contemplar un sector alimentario con un escaso impulso de crecimiento y modernización, aunque, como es sabido, los años considerados en este análisis no son, precisamente, una época en que la industria, en general registre crecimientos notables, sino más bien una dura crisis que dará lugar a una fuerte reconversión en la mayoría de los sectores. Así, teniendo en cuenta estas condiciones del entorno económico y aunque la propia naturaleza del sector le permite resistir mejor que otros las oscilaciones del ciclo económico, no podía esperarse, para la industria agroalimentaria española en estos años, un avance significativo en su desarrollo, sino más bien lo contrario.

La estimación realizada sobre la inversión de esta industria en Castilla y León, para el período 1973/1983, indica claramente que, aunque significativa en su cuantía, la evolución de esta variable no ha dado lugar a un avance importante en el sector. Así, en el citado período, el 17 por 100 de las inversiones industriales que han sido llevadas a cabo en el sector agroalimentario dentro de ámbito regional, solamente han creado el 6 por 100 de empleo del total industrial (3). Esto es debido, fundamentalmente, a que la gran mayoría de esas inversiones han sido efectuadas por sectores como el de fabricación de azúcar que, por la tecnología empleada, necesita fuertes volúmenes de inversión por puesto de trabajo creado. Igualmente, hay que manifestar que las grandes oscilaciones del volumen de inversión, motivadas, fundamentalmente, por el sector azucarero, es otra de las características que esta variable presenta en el sector alimentario regional.

La distribución geográfica de esta inversión muestra la polarización en las provincias de Valladolid y Zamora, en las que el sector azucarero ha sido el principal protagonista. Sin embargo, la mayor proporción de puestos de trabajo generados por estas inversiones ha correspondido solamente a la primera de ellas que, junto con Burgos, han sido las más favorecidas por la mayor diversificación de sus inversiones en varios subsectores, entre los que destacan: la elaboración de pan, pastelería, bollería y galletas; bebidas, conservas y elaboración de productos alimenticios diversos; todos ellos con una gran capacidad de creación de empleo, debido a la gran proporción de VAB sobre el valor total de su producción.

Respecto a la presencia de capital extranjero, se observa una fuerte penetración

(3) Según se desprende del análisis efectuado en las inscripciones definitivas de inversiones realizadas en nuevas industrias y ampliaciones, publicadas en la revista *Economía Industrial* durante los años 1973/1985, Ministerio de Industria, S. G. T., Madrid.

del mismo en el sistema agroalimentario español; encontrándose en una fase ascendente, sobre todo en lo que se refiere a la comercialización de los productos, poco ventajosa para la mayoría de las empresas nacionales, ante la mayoría de los países del Mercado Común. Por tanto, gran parte de la inversión que se produce en Castilla y León a través de este sector, viene de la mano del capital extranjero, ya sea por la participación en el capital social, a través de inversiones extranjeras directas, o bien por medio de contratos de tecnología. De este modo, si tomamos el período 1973/1983, del total de empresas que en nuestra región se encuentran participadas por el capital extranjero, el 15 por 100 corresponden al sector alimentario; además, en el mismo período las firmas con capital extranjero que operan dentro del ámbito regional han llevado a cabo, aproximadamente, el 46 por 100 de las inversiones del sector en cuestión (4).

Por subsectores, la estructura de la participación extranjera en la industria agroalimentaria castellano-leonesa es muy similar a la del conjunto nacional y está referida, principalmente, a los siguientes: fabricación de bebidas, productos de alimentación animal, productos lácteos, pastas y productos alimenticios diversos. Es importante señalar, además, que la participación extranjera en el caso de las industrias de fabricación de azúcar, también es importante y se deriva de la realización de contratos de tecnología con las empresas de este subsector.

En cuanto a la localización industrial, ya esbozada al subrayar el desequilibrio existente en nuestra región entre la producción industrial alimentaria, en relación a la producción agraria, ha mostrado que a nivel de las distintas Comunidades Autónomas no se puede hablar en ninguna de ellas de una fuerte concentración industrial. En Castilla y León, la región de mayor superficie del país, se concentra solamente el 8 por 100 del VAB generado por la industria agroalimentaria nacional. Si bien, deben tenerse en cuenta las grandes diferencias que se observan dentro de sus provincias, destacando Avila y Soria como las que ocupan menores porcentajes sobre la producción total a nivel nacional.

Junto a estas consideraciones locacionales, el breve apunte realizado hasta ahora de esta cuestión, ha sugerido también su estudio desde el punto de vista de la determinación de las variables más influyentes en la localización de los distintos subsectores de la industria agroalimentaria Castellano-Leonesa; tarea que se ha llevado a efecto a pesar de las grandes dificultades estadísticas con las que se ha tropezado.

En el análisis efectuado, se ha manifestado, en términos generales, que la localización de las industrias agroalimentarias de la Región predomina el criterio de proximidad a los grandes centros de consumo, al ser las provincias con mayor número de habitantes, las que más importancia tienen en varios de los subsectores considerados. No obstante, la conclusión apuntada no puede otorgársele más que el título de generalización, puesto que cada subsector presenta unas características muy peculiares en su emplazamiento que van desde aquellos en los que predomina su proximidad a las zonas de producción de materias primas para sus actividades, hasta que su ubicación depende casi exclusivamente de su proximidad a los centros de consumo; pasando por aquellos subsectores en los que predomina un criterio «mixto» por influir en su localización las dos variables mencionadas.

(4) Véase Pedrosa Sanz, R.: Capital extranjero en la industria de Castilla-León. Universidad de Valladolid. Valladolid, 1986.

Para completar la visión expuesta, deben mencionarse los diferentes subsectores de la industria alimentaria que tienen mayor importancia en Castilla y León, por las características que reúnen, perfiladas anteriormente, y por el número de personas que emplean.

A este respecto se citan los siguientes:

- Industrias del pan, bollería, pastelería y galletas.
- Sacrificio de ganado, preparación y conservas de carne.
- Fabricación de productos de molinería.
- Industrias de fabricación de azúcar.
- Industrias lácteas.

3. PRESENCIA COOPERATIVA EN EL SECTOR AGROALIMENTARIO CASTELLANO-LEONES

En ausencia de estadísticas periódicas que faciliten la información requerida para estimar el grado de penetración de este tipo de sociedades en el sector agroalimentario regional, hemos tomado el punto de partida en el último Censo Industrial correspondiente a 1978, la escasa información que en el mismo se cita, nos pone ya de manifiesto la débil presencia cooperativa en el sector analizado; de los 5.920 establecimientos industriales alimentarios registrados en Castilla y León, solamente 151 adoptan la forma jurídica de sociedad cooperativa (poco más del 2,5 por 100 del total). Asimismo, las actividades que agrupan mayor número de cooperativas en el sector son, en orden de importancia, la industria vinícola, Fabricación de productos de molinería, Productos de alimentación animal e industrias lácteas.

Sin embargo, referirnos solamente al número de establecimientos no resulta significativo si no tenemos en cuenta además la capacidad de transformación de estas empresas para poder comparar realmente, según esta variable, la presencia de estas sociedades en la transformación agroalimentaria regional. En este sentido, han sido analizados los datos publicados por el M.A.P.A. en el Directorio de Industrias Agrarias de 1982, la información adicional que puede obtenerse en esta fuente se refiere a la capacidad de tratamiento o proceso en las distintas actividades del sector.

De este modo, se han ido tomando en cada una de las provincias de la región, las sociedades cooperativas que tienen como actividad principal, alguna de las correspondientes al sector agroalimentario; a continuación, se compara la capacidad de elaboración de las cooperativas en cada actividad, con el total de capacidad provincial por medio de porcentajes. Los resultados obtenidos de estos datos, correspondientes a 103 cooperativas relacionadas con la industria agroalimentaria regional, figuran en el cuadro n.º 3, del que podemos extraer las siguientes conclusiones:

1.ª) La actividad industrial alimentaria de mayor presencia cooperativa es la de elaboración de vinos de mesa, con una penetración en las provincias productoras que varía desde un 22 por 100 en Valladolid, hasta un 71 por 100 en Burgos. En el resto de las actividades relacionadas con la producción de vino (embotellado, envejecimiento, crianza, etc.) es prácticamente nula la presencia cooperativa. Se trata de labores con mayor interés en el desarrollo del «complejo agroalimentario», por la mayor producción de valor añadido que generan, pero que, dada su mayor exi-

gencia de inversiones y proyección comercial a largo plazo, plantean en principio, mayores dificultades en la gestión y actividad cooperativa.

2.^a) La fabricación de productos de alimentación animal (piensos compuestos para ganado, desecación de alfalfa, etc.), ocupan igualmente en todas las provincias una importante atención cooperativa, excepto en Valladolid, donde se mantiene una participación importante del sector privado en esta actividad, seguramente relacionada con la importante presencia del sector privado en la producción avícola, primer demandante de piensos compuestos.

3.^a) En las producciones industriales alimentarias derivadas del subsector ganadero, de mayor interés en el «complejo agroalimentario», la participación cooperativa es escasa, tanto más cuanto mayor es el grado de elaboración, así, salvo los mataderos de aves en Burgos y León y un matadero frigorífico en Medina de Rioseco, pocas son las actividades que mantienen una importante presencia cooperativa provincial, tal es el caso de la elaboración de queso en Burgos, Palencia y Zamora, y la fabricación de embutidos en Soria.

En la fuente de datos analizada destacan, por su ausencia, las industrias de fabricación de azúcar, que, en el caso de nuestra región, mantienen un importante protagonismo cooperativo, según datos de la Consejería de fomento, las dos azucareras existentes en Valladolid dan empleo a más de 800 trabajadores, cifra considerable si se tiene en cuenta la dimensión media que habitualmente alcanzan este tipo de empresas en nuestra región.

4. CONCLUSIONES

La integración en el Mercado Común puede suponer para la industria agroalimentaria Castellano-Leonesa una ampliación de mercados si se resuelven con rapidez los problemas que actualmente tiene planteados y que tienen su origen en la falta de competitividad y adaptación de las producciones agrarias, minifundismo industrial, escaso nivel tecnológico y los defectos existentes en la comercialización. El efecto inmediato de la adhesión puede resultar positivo para aquellas actividades cuyas producciones presentan un alto grado de elaboración (alimentos congelados, conservas y platos preparados), muchas de las cuales se encuentran ya en manos de capital extranjero. Otras producciones en cambio tendrán que prepararse para soportar una fuerte competencia comunitaria, como es el caso de las industrias azucareras, lácteas y cárnicas.

El funcionamiento de la economía de mercado y el desarrollo que presenta la economía Castellano-Leonesa plantean grandes dificultades para el desarrollo de una potente industria agroalimentaria regional. Las posibilidades pueden verse considerablemente ampliadas mediante una mayor presencia de las sociedades cooperativas en el sector de forma que, agrupando una mayor oferta y a través de los beneficios derivados de las mayores economías de escala, puedan alcanzar los objetivos de elevar la renta de los agricultores, superar la crisis de la agricultura tradicional, reducir los desequilibrios regionales y asegurar una mayor competitividad ante la entrada en la CEE.

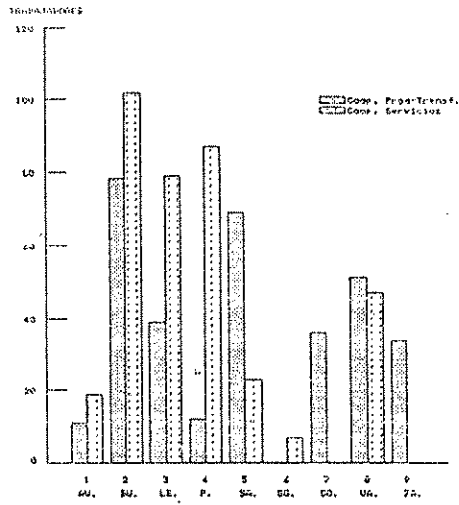
CUADRO N.º 3

PRESENCIA DE LAS COOPERATIVAS EN EL SECTOR AGROALIMENTARIO
CASTELLANO-LEONES

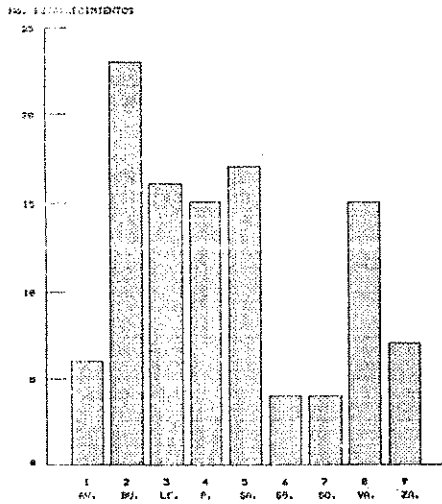
PROVINCIA	NR. COOP.	% COOP. PROVINCIAL
AVILA		
Alimentación animal	1	60
Almazaras	5	35
BURGOS		
Vinos de mesa	19	71
Matadero de avas	1	70
Desecado alfalfa	2	56
Fab. queso	1	7
LEON		
Vinos de mesa	13	41
Despiece de avas	1	40
Pienso compuesto	2	11
PALENCIA		
Desecado alfalfa	1	45
Selección cereal	6	44
Pienso compuesto	2	43
Manip. tuberculos	2	19
Fab. de queso	3	18
Recopida de leche	1	15
SALAMANCA		
Vinos de mesa	12	60
Pienso compuesto	3	21
Almazaras	2	10
SEGOVIA		
Desecado de alfalfa	1	100
Vinos e mesa	1	20
Pienso compuesto	2	18
SORIA		
Vinos de mesa	1	100
Desecado alfalfa	1	100
Embutidos	2	15
VALLADOLID		
Matadero frigorífico	1	100
Manip. tuberculos	6	32
Vinos de mesa	5	22
Desecado alfalfa	1	8
Fab. de queso	1	1
Embotellado de vino	1	1
ZAMORA		
Vinos de mesa	5	36
Pienso compuesto	1	11
Fab. de queso	1	5
TOTAL	103	

Fuente: Elaboración propia en base a los datos del Directorio de Industrias agrarias de Castilla y León, 1982, I.A.P.A., Madrid, 1984.

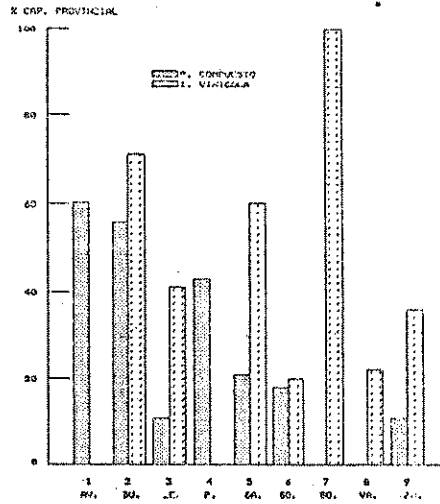
COOPERATIVAS RELACIONADAS CON EL SECTOR
AGROALIMENTARIO EN CASTILLA Y LEÓN



COOPERATIVAS RELACIONADAS CON EL SECTOR
AGROALIMENTARIO EN CASTILLA Y LEÓN



PRESENCIA COOPERATIVA EN CASTILLA-LEÓN
PIEDRAS COMPUSTAS Y ELABORACIÓN DE VINO



INFRAESTRUCTURAS Y DESARROLLO REGIONAL EN CASTILLA Y LEÓN

FERNANDO REPISO ORTEGA

Universidad de Valladolid

1. INTRODUCCION

El objetivo de estas breves líneas, no es otro que el de analizar la relación que existe entre la dotación infraestructural de una zona y su grado de desarrollo; relación que se verifica a varios niveles; interregional, interprovincial e intercomarcal. Concretamente, el trabajo empírico que acompaña a estas páginas está centrado en la región de Castilla y León.

La teoría de que la infraestructura, o Capital Social Fijo (CSF), es uno de los principales determinantes del desarrollo regional, medido en niveles de renta, de productividad y de empleo, no es nueva.

Ya los mercantilistas, o incluso los mismos economistas clásicos, con Adam Smith a la cabeza, que tanto repudiaban la excesiva dependencia de las actividades públicas frente a los beneficios derivados de la acción individual, no dejaban de reconocer que los caminos, los puertos, las vías fluviales y en general las infraestructuras, constituían requisitos indispensables para el desarrollo.

Mucho han evolucionado estas ideas desde entonces, pero la tesis más actual en base a la cual se trata de aplicar la relación existente entre las *Infraestructuras* y el desarrollo, es la existencia de un grupo especial de recursos caracterizados por su carácter de bien público, los cuales pueden condicionar la renta, la productividad y el empleo de una región, es decir, su grado de desarrollo, aunque también pueden ser causa de su estrangulamiento.

Dentro de este grupo de recursos, también llamados Factores de Desarrollo Potencial (FDP), se incluirían además de las infraestructuras los siguientes:

La situación geográfica: esta vendría determinada por la cercanía o el alejamiento de la zona considerada a los principales centros de actividad económica.

La aglomeración y estructura de los asentamientos: este factor reflejaría la con-

centración espacial de la población, y por tanto, de los productores y de los consumidores.

La estructura sectorial de la producción: este factor recoge la relación entre las dimensiones relativas de los sectores agrícolas, industrial y de servicios.

Por último, la infraestructura, término con el cual designamos aquella parte del capital que posee eminentemente el carácter de público.

La infraestructura se convierte entonces en un factor determinante o limitador del crecimiento económico, ya que al no venir determinada por las transacciones privadas que se producen en el propio proceso de crecimiento, su provisión queda fundamentalmente confiada a las decisiones políticas, convirtiéndose en un instrumento importante de la política económica regional.

Establecido el concepto de infraestructura como aquella parte del capital global público, surgen entonces varias categorías. Concretamente en un estudio de la *Comisión de las Comunidades Europeas* que trataba de evaluar el impacto de las infraestructuras sobre el desarrollo regional, se consideraban las siguientes clases (1):

Infraestructuras de transporte: sistema viario, red ferroviaria, aeropuertos, etcétera...

Infraestructuras de comunicaciones: radio, televisión, teléfono, télex, etcétera.

Infraestructuras energéticas: red de distribución eléctrica, oleoductos, gaseoductos, etcétera.

Infraestructuras de conducción de aguas: estaciones depuradoras, estaciones de bombeo, canalizaciones, etcétera.

Infraestructuras especiales urbanas: sistemas de protección contra incendios, etcétera.

Infraestructuras deportivas y turísticas: instalaciones deportivas, campings, etcétera.

Infraestructuras de educación: escuelas, universidades, centros de formación profesional, etcétera.

Infraestructuras de educación: escuelas, universidades, centros de formación profesional, etcétera.

Infraestructuras de sanidad: hospitales, ambulancias, etcétera.

Infraestructuras culturales: museos, bibliotecas, etcétera.

Lo más operativo consiste en agrupar a esta diversidad de infraestructuras tan heterogéneas en dos grandes bloques:

— Aquellas infraestructuras relacionadas directamente con actividades productivas, que serían las *Infraestructuras productivas*. Por ejemplo, las infraestructuras de transportes, las infraestructuras de comunicaciones, las infraestructuras energéticas y de conducción de aguas y las infraestructuras de educación.

— Todas las restantes, que serían las llamadas *Infraestructuras sociales*, como por ejemplo, las sanitarias, las culturales y las deportivas, etcétera.

Analizado ya el concepto de infraestructura, otra cuestión importante a reseñar dentro de esta teoría es: ¿Porqué la política de infraestructuras se considera un instrumento importante de cada al desarrollo regional?

(1) COMMISSION DES COMMUNAUTES EUROPEENNES: «L'impact de l'infrastructure sur le developpement regional». Rapport final révisé. Bruselas, 1985.

Como hemos mencionado anteriormente, esta teoría parte del supuesto de que el desarrollo potencial de una región depende de los siguientes factores:

En primer lugar, de la localización o situación geográfica: es evidente que una zona estratégicamente situada respecto a los principales centros de la actividad económica puede beneficiarse en mayor medida que otras de los posibles efectos difusores irradiados por esos centros neurálgicos.

En segundo lugar, de los llamados factores de aglomeración y estructura de los asentamientos: cuanto más aglomerada sea una región, menores serán los costes intrarregionales de transporte y comunicaciones, aunque puede pensarse en la existencia de un grado óptimo de aglomeración, pasado el cual, los costes volverían a aumentar, sobre todo los costes externos negativos producidos por la contaminación, la pérdida de tiempo, etcétera.

En tercer lugar, la estructura sectorial de la producción: se puede comprobar empíricamente el hecho de que la participación de cada uno de los sectores en la producción final de una zona, determina en parte las posibilidades de crecimiento futuro. Más adelante, en este mismo artículo, veremos cómo esta tesis es válida, y aquellas zonas que muestran una especialización en los sectores más tradicionales, son las que tienen una peor dinámica económica.

En cuarto y último lugar: las infraestructuras. La razón por la que este factor es particularmente importante de cara al desarrollo regional se podría resumir en los siguientes motivos:

A. Primero, porque de los factores antes mencionados, las infraestructuras constituyen el único instrumento de acción directa a disposición de las autoridades económicas, ya que, por ejemplo, no es posible modificar una situación geográfica dada, como tampoco es posible actuar directamente sobre los factores de aglomeración, y menos en una sociedad democrática en la que la libertad de residencia y la libertad de movimiento constituyen dos derechos fundamentales de todo individuo.

B. Segundo, porque las infraestructuras pueden paliar o sustituir la insuficiencia o la inexistencia de los otros factores.

Esto es especialmente cierto en el caso de las infraestructuras de transporte y comunicaciones; así, los efectos negativos que para una región puede suponer una mala situación geográfica respecto a esos puntos neurálgicos de actividad, pueden ser amonados en parte por una buena infraestructura de transportes y comunicaciones. Por otra parte, los factores de aglomeración pueden verse influenciados por las actuaciones en materia de infraestructuras, así como la estructura sectorial de la producción.

Por último, para terminar este breve recorrido teórico sobre el papel de las infraestructuras en el desarrollo regional, vamos a hacer una referencia, también breve, sobre la reorientación de las actuaciones que se han llevado a cabo en materia de infraestructura como instrumento de la política regional.

Desde finales de los años cincuenta, en los que los gobiernos tomaron conciencia seriamente de las desigualdades territoriales existentes en sus respectivos países, hasta el inicio de la crisis en los años 1973-74, la política regional se llevaba a cabo dentro de un ambiente favorable a la misma. Las economías crecían, los recursos públicos eran abundantes y la justificación de la política regional, resultaba obvia desde un punto de vista tanto económico como social debido a la existencia de unos dese-

quilibrios regionales caracterizados por la presencia de una serie de regiones ricas, capaces de generar empleo y, por tanto, de retener a la población frente a otra serie de regiones en donde la creación de empleo era escasa, la renta baja y el dinamismo económico escaso.

A partir de la crisis, sin embargo, las cosas han cambiado bastante y podemos decir que no soplan vientos favorables a la política regional tal como estaba enfocada anteriormente. En efecto, el panorama económico que se le presenta ahora a la política regional es mucho más complicado y sombrío, ya que el número de regiones con problemas ha aumentado considerablemente. El dilema planteado es que, aunque las diferencias entre las regiones ricas y las pobres no han desaparecido, ahora unas y otras pueden esgrimir argumentos plenamente justificados para recibir y esperar apoyos y ayudas especiales.

Coincidiendo con estas mutaciones en el entorno económico, la política regional está también viviendo su propia crisis, y la consecuencia de ello es bien clara; hoy día, la política regional tiene un menor peso y se está reorientando en función de los nuevos problemas y contexto económico.

A esta evolución o reorientación, no han sido ajenas desde luego las actuaciones en materia de infraestructuras, como instrumento que son de la política regional global.

Así, en la década de los 60-70, existía el «paradigma», digámoslo así, de *infraestructuras* (fundamentalmente de transportes) como sinónimo de crecimiento económico. Se insistía en la fuerza de estructuración económica que poseía el transporte para transformar, a partir de unas condiciones iniciales, la estructura de la economía provocando, de esta forma, procesos de desarrollos nuevos, o modificando los ya existentes.

Durante estos años, las inversiones se centraron sobre todo en el desarrollo de las redes de carreteras y autopistas, en la mejora de los puertos y aeropuertos, con el fin de eliminar las diferencias existentes respecto a la medida nacional en las regiones más atrasadas.

Sin embargo, ya en los 70, se produce, debido a la crisis económica y a la consiguiente modificación en las pautas de comportamiento, un cierto cambio en la planificación económica; ésta se hace más humanista, con una mayor preferencia por la calidad de vida que del crecimiento a ultranza, un mayor interés por los efectos sociales y una mayor participación ciudadana en la toma de decisiones.

Además, los resultados de la política seguida hasta entonces en materia de infraestructuras eran en la mayoría de los casos un tanto desalentadores, ya que en las zonas de aplicación de estas medidas, no sólo habían desaparecido las desigualdades, sino que éstas habían aumentado a consecuencia del efecto absorción de las zonas más desarrolladas y competitivas que salieron favorecidas con estas medidas.

Puede constatararse igualmente en muchas de las regiones en las que se actuó en materia de infraestructuras, una infrautilización de las mismas, lo cual supone evidentemente un despilfarro de recursos que contrasta con la sobreutilización que simultáneamente produce en otras regiones y que puede constituir un factor de estrangulamiento de cara a su proceso de desarrollo futuro.

Todo ello ha producido un cambio evidente en relación a la política seguida en materia de inversiones en infraestructuras, ya que frente a la corriente anterior de construir grandes infraestructuras de transporte, surge ahora una corriente técnico-

científica de justificación de los criterios de asignación de los limitados recursos, es decir, las inversiones se han vuelto mucho más selectivas, lo cual conlleva el que se valore mucho más el grado de «utilización» que se hace de las infraestructuras que el hecho de que existan desigualdades territoriales en cuanto a niveles de dotación.

Por último, se está produciendo simultáneamente a lo anterior un cambio cualitativo, ya que el tipo de infraestructuras más adecuado o conveniente para el desarrollo no es algo estático, sino que varía con el tiempo y con el grado de desarrollo de la región. Así, dejando al margen la circunstancia, no refutable desde luego, de la necesidad de una adecuada dotación de infraestructuras de transporte, como carreteras y ferrocarriles, las telecomunicaciones se están erigiendo en estos momentos en una infraestructura clave para la implantación y desarrollo, tanto de industrias modernas como para el sector servicios.

Una vez analizado el papel que teóricamente pueden jugar las infraestructuras en el desarrollo regional, vamos a extraer algunas conclusiones para el caso concreto de la región castellano-leonesa.

Le metodología empleada para ello ha consistido en relacionar la dotación de infraestructuras productivas de transporte, con una serie de indicadores del grado de desarrollo a nivel provincial, ya que, aunque a nivel comarcal los resultados podrían prestarse a conclusiones más exactas, desgraciadamente algunos de los datos a emplear no están disponibles a dicho nivel en nuestra región.

Como indicador general de la dotación de infraestructuras productivas de transporte, se ha elegido una medida cuantitativa, como es la densidad a nivel provincial, medida en kilómetros de infraestructura por 100 kilómetros cuadrados, incluyendo en la misma la totalidad de la red viaria en sus diferentes categorías (Red de Interés General, Red Primaria, Red Secundaria, Red Local y Red Provincial), así como la malla ferroviaria, integrada por la Red Básica y la Red Complementaria, ya que desde el cierre de líneas llevado a cabo el 1 de enero de 1985, la Red Secundaria desapareció totalmente de nuestra región.

Como indicadores básicos del nivel de desarrollo, hemos considerado como más adecuados los siguientes:

- La densidad de población medida en número de habitantes/km².
- La tasa de actividad, medida como el porcentaje que la población activa representa sobre la población potencialmente activa.
- El porcentaje que el empleo industrial representa sobre el total.
- El P.I.B. por persona ocupada, que nos indicaría la productividad total.
- La estructura sectorial del V.A.B.
- La productividad de cada sector: agrario, industrial y servicios.

Una vez encontrados los datos correspondientes a todos los indicadores mencionados, se calculó la media a nivel regional para cada uno de ellos y se procedió a clasificar a las nueve provincias que conforman nuestra Comunidad en tres grupos:

- Aquellas que presentaban una dotación o un valor del indicador en cuestión, superior a la media regional.
- Aquellas que presentaban un valor prácticamente idéntico a la media.
- Por último, aquellas que obtienen unos valores inferiores a la media regional.

De la observación de los datos presentados en el Cuadro n.º 1, se desprenden los siguientes resultados:

a) Las provincias que presentan una dotación de infraestructura de transporte superior a la media regional, son: Burgos, Palencia, Segovia y Valladolid.

b) Las que presentan una dotación prácticamente similar a la media son: Avila y León.

c) Por último, las que tienen una dotación claramente inferior a la media regional, son: Salamanca, Soria y Zamora.

Si observamos ahora la distribución dentro del mapa regional de las diferentes dotaciones de infraestructura (véase gráfico n.º 1), veremos enseguida cómo las zonas mejor dotadas se corresponden con las provincias que ocupan una posición central en el espacio geográfico regional. La explicación que damos a este hecho es sencilla: Castilla y León se configura por su situación geográfica como una región de paso para los flujos que se establecen entre las principales áreas del país, e incluso a nivel internacional (éste es el caso de las relaciones Madrid-Galicia, Madrid-Asturias, Madrid-Cantabria, Madrid-País Vasco y Portugal con Europa).

Esto supone que nuestra región se ve surcada por una serie de grandes arterias radiales, como son la N-I, la N-VI y la N-620, en torno a las cuales se articula la red viaria intrarregional.

Por lo que respecta a los indicadores económicos, claramente se observa cómo la provincia de Valladolid destaca predominantemente sobre todas las demás, ya que posee la mejor y más rentable estructura productiva, así como la mayor productividad en todos los sectores.

Junto a Valladolid, Burgos, Palencia y León son las provincias más desarrolladas de la región, presentando unas estructuras productivas adecuadas, y una buena dinámica económica, aunque en esta última (León), por la gran dependencia que presenta su sector industrial en actividades tradicionales minero-energéticas, los efectos de la crisis económica han sido especialmente graves.

Por último, las provincias de Avila, Salamanca, Soria y Zamora, constituyen las zonas más deprimidas aunque con diferencias internas, en toda la región, ya que aquí habría que mencionar el caso de Salamanca, en donde se viene desarrollando un importante y dinámico sector servicios.

Todas estas provincias se caracterizan por un mayor peso de los sectores y actividades más tradicionales presentan una población en franca regresión, que puede observarse por su baja densidad y por su alta tasa de envejecimiento, y además, por lo general, son las que presentan las menores tasas de productividad en los diferentes sectores.

Puede observarse entonces, como no todas las provinciales dotadas de un buen nivel de infraestructuras pertenecen al grupo que hemos catalogado como de desarrolladas; este es el caso de Avila con una dotación prácticamente igual a la media y el de Segovia con una dotación superior a la media regional.

De los resultados obtenidos pueden extraerse con carácter general las siguientes conclusiones:

1. Dejando al margen la cuestión que sale del alcance de estas páginas de si las infraestructuras son causa o efecto del nivel de actividad económica, es decir, que si son las infraestructuras la que generan desarrollo o es el nivel de actividad económica al que promueve la creación de infraestructuras, lo que si puede constatarse es la gran coincidencia que existe a nivel provincial entre los dos grupos considerados de indicadores.

Esta relación queda claramente de manifiesto en el caso de las provincias de Valladolid, Burgos y Palencia, eje a lo largo del cual se ha polarizado la mayor parte de las actividades económicas y que constituye a su vez la zona mejor dotada de infraestructuras de toda la región.

El caso particular de Avila y de Segovia merece un comentario aparte. En ambos casos, la buena dotación de infraestructuras de que disponen, no se corresponde con el nivel de actividad económica en ellas existente. Podemos aventurar como aplicación a su buena dotación de infraestructuras sin temor a equivocarnos el siguiente razonamiento: ambas constituyen la salida natural de Madrid hacia el norte, y además, amplias zonas de su territorio, concretamente las mejores dotadas de infraestructuras, se han convertido últimamente en zonas de expansión de Madrid orientadas hacia actividades de esparcimiento y ocio.

2. Manifiesta es también la relación infraestructuras-desarrollo en el caso contrario, ya que las provincias peor dotadas de infraestructuras como son Salamanca, Soria y Zamora, constituyen salvo casos muy puntuales la zona menos desarrollada de toda la región.

Como conclusión general entonces, podemos afirmar que a nivel provincial existe una estrecha relación entre la dotación de infraestructuras de transporte y el nivel de desarrollo, en el sentido de que las provincias más desarrolladas son las que poseen las mayores dotaciones de infraestructuras, mientras que las zonas más deprimidas son las que tienen una menor dotación o equipamiento infraestructural.

Esta conclusión que hemos obtenido a nivel personal pensamos que es válida en líneas generales, pero somos conscientes de que debe tomarse con mucha precaución, ya que dentro del ámbito geográfico provincial, tanto las actividades económicas como las infraestructuras no se distribuyen de forma homogénea. Por ello, vamos a tratar de romper la división territorial elegida a fin de concretar más las afirmaciones antes vertidas.

Si utilizásemos como fronteras imaginarias las dos grandes arterias radiales que atraviesan la región, es decir la N-I y la N-VI, observaríamos como el territorio regional quedaría dividido en tres grandes zonas en sentido longitudinal.

En primer lugar, nos encontraríamos con la que hemos denominado zona I, y que sería la zona central de la región comprendida entre las dos grandes arterias viales antes mencionadas y atravesadas en sentido Este-Oeste por la N-620, en torno a las cuales se articula la red viaria intrarregional, convirtiéndose de esta forma en la mejor dotada de infraestructuras y con el mayor grado de accesibilidad de toda la región.

Además, tanto el desarrollo económico como los principales asentamientos de población, se han polarizado en su mayor parte en esta misma zona central. Concretamente en este sentido, la N-620 que proporciona una gran accesibilidad a esta zona, se ha venido erigiendo en el eje a lo largo del cual se localizan los más importantes núcleos urbanos y, también los más importantes centros industriales de la región. A lo largo de esta ruta se asienta, lo que en palabras de F. Manero constituye, la primera aunque incipiente conurbación industrial de Castilla y León.

En segundo lugar, estarían la zona II comprendida entre la N-VI y la frontera portuguesa incluyendo, por tanto, parte de la provincia de Avila, la totalidad de Salamanca, la mayor parte de la de Zamora y parte de León, así como la zona III situa-

da entre la N-I y los límites geográficos de la región e integrada por parte de las provincias de Burgos, Segovia y la totalidad de Soria.

Estas zonas II y III, sobre las que apenas se extiende el entramado viario básico articulado en torno a las dos arterias radiales antes mencionadas y concentrado en consecuencia en la zona central, contienen amplias extensiones de las provincias que antes habíamos detectado como peor dotadas de infraestructuras.

En estas zonas se sitúan, además, coincidiendo con la frontera portuguesa y gran parte de la provincia de Soria, las áreas más deprimidas de toda la región (véase gráfico III).

Estos espacios de depresión socio-económica interregional que podríamos catalogar como auténticas bolsas de pobreza soportan importantes problemas ligados a una auténtica desertización demográfica, el subdesarrollo económico y a la infrautilización de los recursos, y puede observarse cómo estas zonas marginadas que se encuentran localizadas lejos de los «centros de desarrollo» son las que soportan una mayor carencia de infraestructuras de toda la región .

Con ello, creemos haber mostrado la estrecha vinculación que se produce en nuestro espacio regional, entre la dotación de infraestructuras y el grado de desarrollo, en el sentido de que aquellas zonas mejor dotadas de infraestructuras coinciden con las más dinámicas y pujantes de la región, mientras que las zonas más deprimidas se sitúan en la mayoría de los casos en las áreas peor dotadas desde el punto de vista infraestructural.

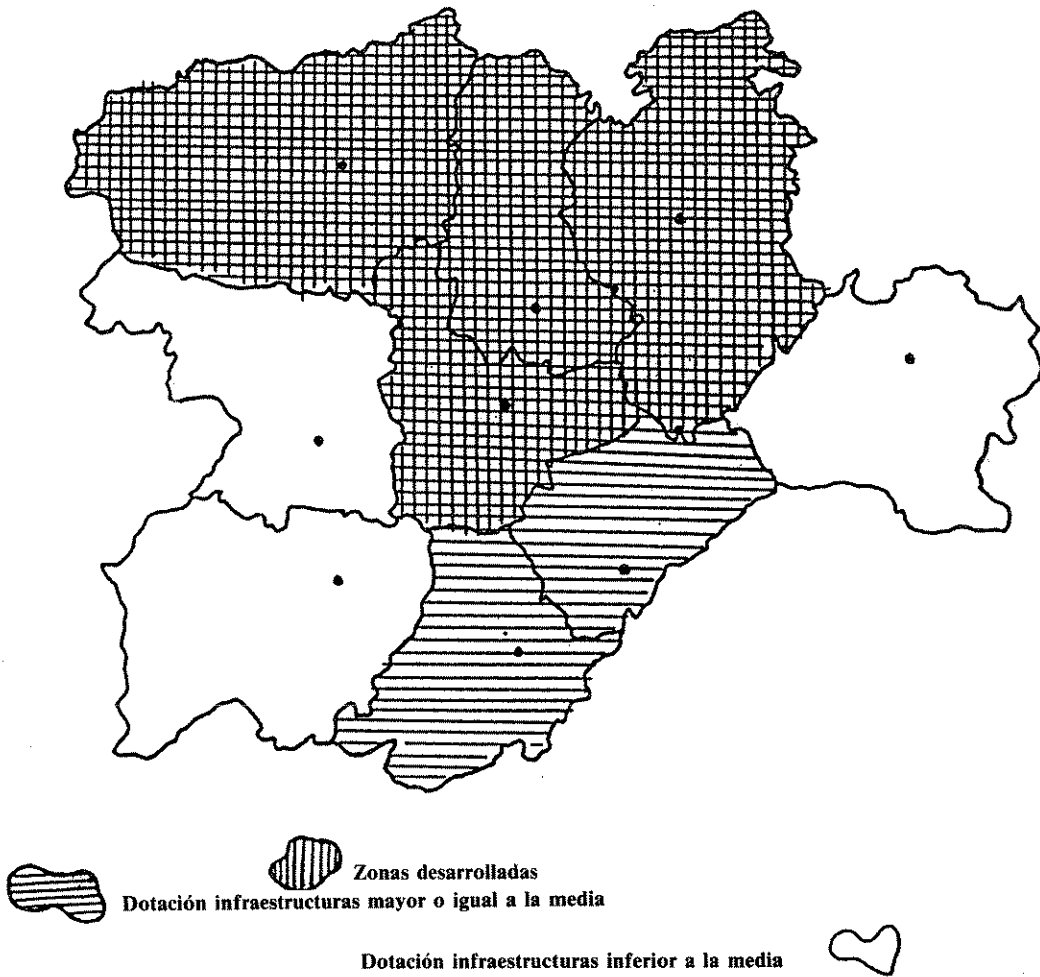
Ello nos lleva, a falta de una teoría lo suficientemente explicativa, a la conclusión de que las infraestructuras quizá no constituyen un elemento suficiente para el desarrollo, pero sí que deben ser un elemento imprescindible para la conversión de un espacio físico en un espacio socio-económico evolucionado.

CUADRO I
INDICADORES DE DESARROLLO PROVINCIALES

PROVINCIA	DOT INFR	DOT INFR % SOBRE DOT MAX	DENSIDAD	TASA DE ACTIVIDAD	EMP. INDUS % TOTAL	PIE PERSONA OCUPADA	VAR			SECTORES			PIIV			SECTORES
							AGRICULTO	INDUSTRIAL	SERVICIOS	AGRICULTO	INDUSTRIAL	SERVICIOS	AGRICULTO	INDUSTRIAL	SERVICIOS	
AVILA	I	85	P	P	P	P	M	P	P	M	M	F	F	F	P	P
BURGOS	M	92	P	M	M	M	P	M	M	I	M	M	M	M	M	M
LEON	I	85	P	M	I	M	P	M	M	I	M	M	M	M	M	M
PALENCIA	M	99	P	I	M	M	P	M	M	P	M	M	M	M	M	M
SALAMANCA	P	81	M	P	P	P	P	M	M	M	M	M	M	M	M	M
SEGOVIA	M	96	P	P	P	P	P	M	M	I	M	M	M	M	M	M
SORIA	P	76	P	P	P	M	M	M	M	M	M	M	M	M	M	M
VALLADOLID	M	100	H	M	M	M	M	M	M	M	M	M	M	M	M	M
ZAMORA	P	67	P	P	P	M	M	M	M	M	M	M	M	M	M	M

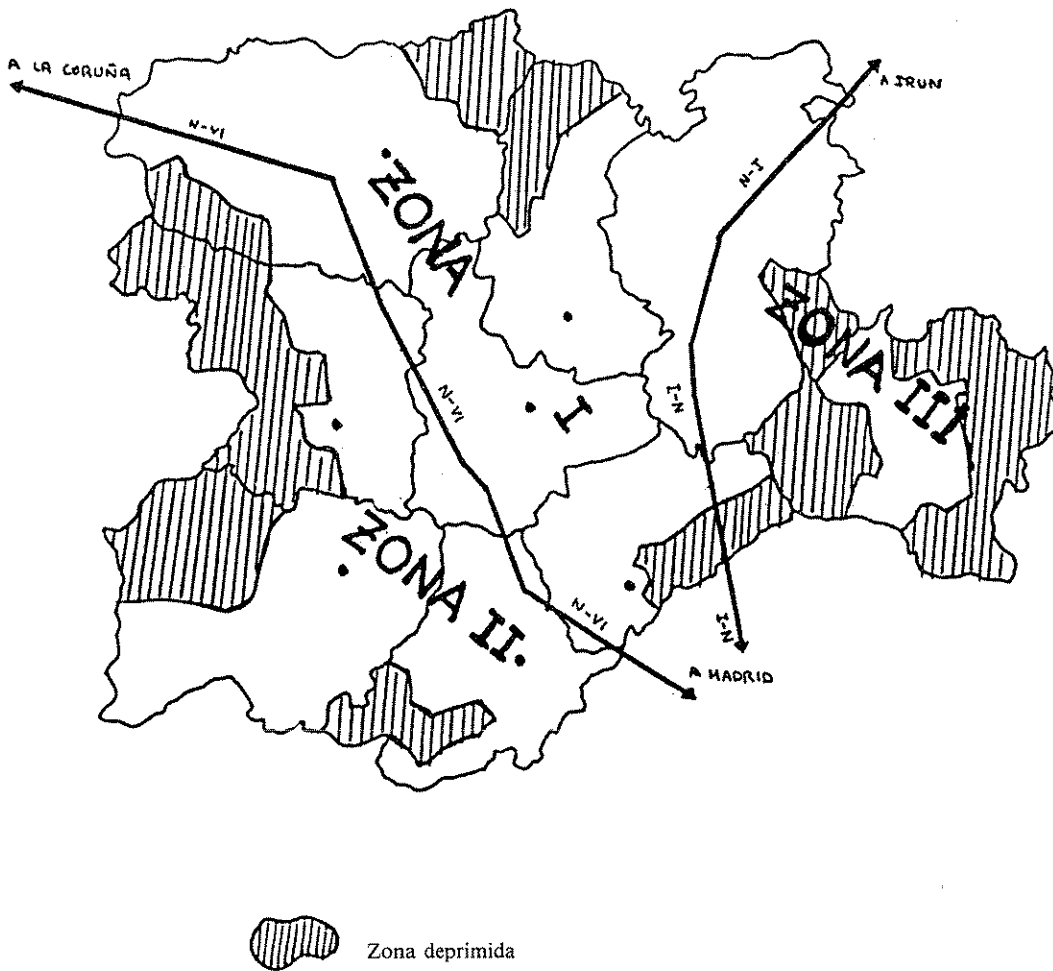
Fuente: Elaboración propia en base a los datos de la Renta Nacional y su distribución provincial.
Banco de Bilbao 1985.

GRAFICO I
DOTACION DE INFRAESTRUCTURAS Y ZONAS DE DESARROLLO



Fuente: Elaboración propia en base a los datos del cuadro 1

**GRAFICO III
DEPRESION Y DESARROLLO EN CASTILLA Y LEON**



Fuente: G. Valcárcel y J. Frutos. «Depresión y Desarrollo Local en Castilla y León». 1985

RASGOS QUE CARACTERIZAN LOS SISTEMAS DE PREVISION SOCIAL EN LA COMUNIDAD DE CASTILLA-LEON

FRANCISCA CEA D'ANCONA
Universidad Autónoma de Madrid

1. INTRODUCCION

El objetivo del presente trabajo es analizar las características económicas y sociales que diferencian a los individuos que, o bien complementan las prestaciones recibidas de la Seguridad Social con seguros privados, o bien deciden escoger un sistema de previsión privado.

Para ello, se ha utilizado la Encuesta de Presupuestos Familiares (EPF) de 1980-1981. De ésta se extrae la información necesaria para estudiar este tema que, indudablemente, está muy relacionado con una preocupación social y en clara conexión con el presupuesto de las familias. Sin embargo, es necesario hacer una salvedad, el objetivo de esta encuesta no es éste, y por ello, no suministra toda la información relevante que sería necesaria. Tal como, por ejemplo, la información que permitiría realizar un análisis del ciclo vital (renta permanente y alguna definición de riqueza) o la información acerca de cómo perciben los individuos las prestaciones de los distintos sistemas de previsión.

Como es natural, para analizar las posibilidades de elección de los individuos hay que prescindir de aquellas situaciones en las que no existan alternativas. De entre estas cabe destacar las prestaciones por desempleo y las derivadas de accidentes de trabajo.

Respecto a la primera, no es posible establecer, en base a las características del individuo, una ordenación de éstos en base a la probabilidad de que se encuentren en tal situación. Además, si se considera el desempleo como un riesgo industrial, las probabilidades individuales no son, en modo alguno, independientes. Estas son las razones que impiden el surgimiento de una alternativa privada.

Por otra parte, la cobertura de accidentes laborales plantea, por un lado, la posi-

bilidad de que los individuos no identifiquen correctamente los riesgos a los que están sujetos y sus probabilidades relevantes, y, por otro lado, la imposibilidad de evaluar el volumen de prestaciones sustitutivas de los ingresos. De ahí que el análisis de las variables que condicionan la elección de los individuos a la hora de optar por un seguro privado que complemente y/o sustituya el régimen público se realizará sólo para las prestaciones de asistencia sanitaria y de jubilación, siendo en estas áreas donde han surgido las alternativas privadas.

Los esquemas de análisis son distintos en cada caso. En efecto, para el análisis de las prestaciones sustitutivas de los salarios en situaciones de edad avanzada se debe utilizar la hipótesis del ciclo vital o, en otras palabras, el esquema de elección intertemporal inherente al modelo básico de elección entre consumo presente y consumo futuro. Por otra parte, para el análisis de las prestaciones sanitarias debe emplearse un esquema de teoría de la demanda expresado, no en términos de bienes, sino en términos de características.

Por todo ello, conviene insistir en la naturaleza de la discusión que se presenta. Dadas las limitaciones que impone la información disponible, no parece ni conveniente ni necesario desarrollar modelos de elección completos, ya que para los propósitos del presente trabajo la utilidad de un modelo sofisticado viene determinada por la posibilidad de su aplicación empírica. Por ello, el objetivo que se persigue no es otro que apuntar las ideas básicas que permitirían un análisis pormenorizado de la elección de los individuos y resaltar, de entre el conjunto de variables disponibles, aquellas que, previsiblemente, tengan una mayor capacidad para explicar dicha elección.

2. METODOLOGIA

Las variables que responden al objetivo propuesto son:

1. Las variables que recogen las preferencias de los individuos en cuanto a los sistemas de previsión social.

2. Las variables que permiten diferenciar a los grupos considerados (público, privado y mixto) son, entre otras:

— *Variables de renta*, que recogen tanto los aspectos cuantitativos de los ingresos (ingresos totales, ingresos del sustentador principal, ingresos per cápita...) como los aspectos cualitativos (procedencia de los ingresos).

— *Variables demográficas*, tales como edad, estado civil, nivel de instrucción, etc. Su finalidad es la de recoger, aunque de forma indirecta, el posible tratamiento diferencial que los sistemas de previsión otorgan a los distintos estratos sociales.

— *Variables de carácter socio-económico*, como situación laboral, categoría socioeconómica, clasificación profesional, etc. Con éstas se trata de recoger, no sólo el tratamiento diferencial antes apuntado, sino también definir la posición del individuo en el entramado social y, por consiguiente, incorporar de forma indirecta actitudes vitales y esquemas de juicios de valor que, de alguna forma, contribuyan a fijar la posición del individuo frente al Estado.

— Y, por último, cuatro *variables ficticias*, que definan la posición del individuo frente a los activos financieros. Estas variables, aunque de forma rudimentaria, tratan de captar algunos aspectos relacionados con la riqueza.

El objetivo a alcanzar, unido a la información disponible, nos conduce a la selección de las técnicas idóneas para su consecución. Estas son:

1. El Análisis Discriminante.
2. El Análisis Logit.

Ambas han sido aplicadas mediante la utilización de la sección correspondiente del paquete de programas BMDP y, como estos programas no facilitan algunos estadísticos de interés para el estudio propuesto, se ha visto la necesidad de completar los programas anteriores con otros elaborados en Fortran que permitieran obtener, por ejemplo, los coeficientes estandarizados, los factores de carga, así como los contrastes de homogeneidad de varianzas.

La naturaleza de los datos de que se dispone conduce a que la teoría no nos indique cuáles son las variables a utilizar, por lo que se ha de recurrir a procesos estadísticos de selección, tales como las lambdas de Wilks, el estadístico F multivariante o las F parciales. En concreto, estas últimas son las que se utilizan. La F de entrada contrasta la discriminación adicional que se consigue al introducir una nueva variable. Para ello, se escoge una F con niveles de significación altos (entre 0,10 y 0,25), en lugar de los convencionales, ya que éstos pueden concluir prematuramente el proceso de selección.

La F de salida, por otra parte, nos permite contrastar la significación del decremento en la discriminación si la variable introducida se eliminara del conjunto de las ya seleccionadas. Obteniéndose en la última etapa un «ranking» ordenado del poder discriminante de las variables finalmente seleccionadas.

Finalmente, y para verificar que se cumplen los supuestos de partida, se utiliza la aproximación Box al test de Bartlett, obteniendo, para el caso de Castilla-León, los siguientes resultados:

La aprox Box = 2.121,39, siendo la F asociada = 8,57 con 240 y 213.775 grados de libertad.

Como se comprueba, se acepta la hipótesis de homoscedasticidad, pero a niveles de significación muy bajos, lo que es indicativo de que el supuesto de normalidad no se cumple —el test de Bartlett es muy sensible a la no normalidad, lo que se manifiesta en errores de tipo I muy alto—. Y, como quiera que la información contiene variables de naturaleza cualitativa, se ha creído conveniente realizar el contraste de Hawkins en su versión gráfica.

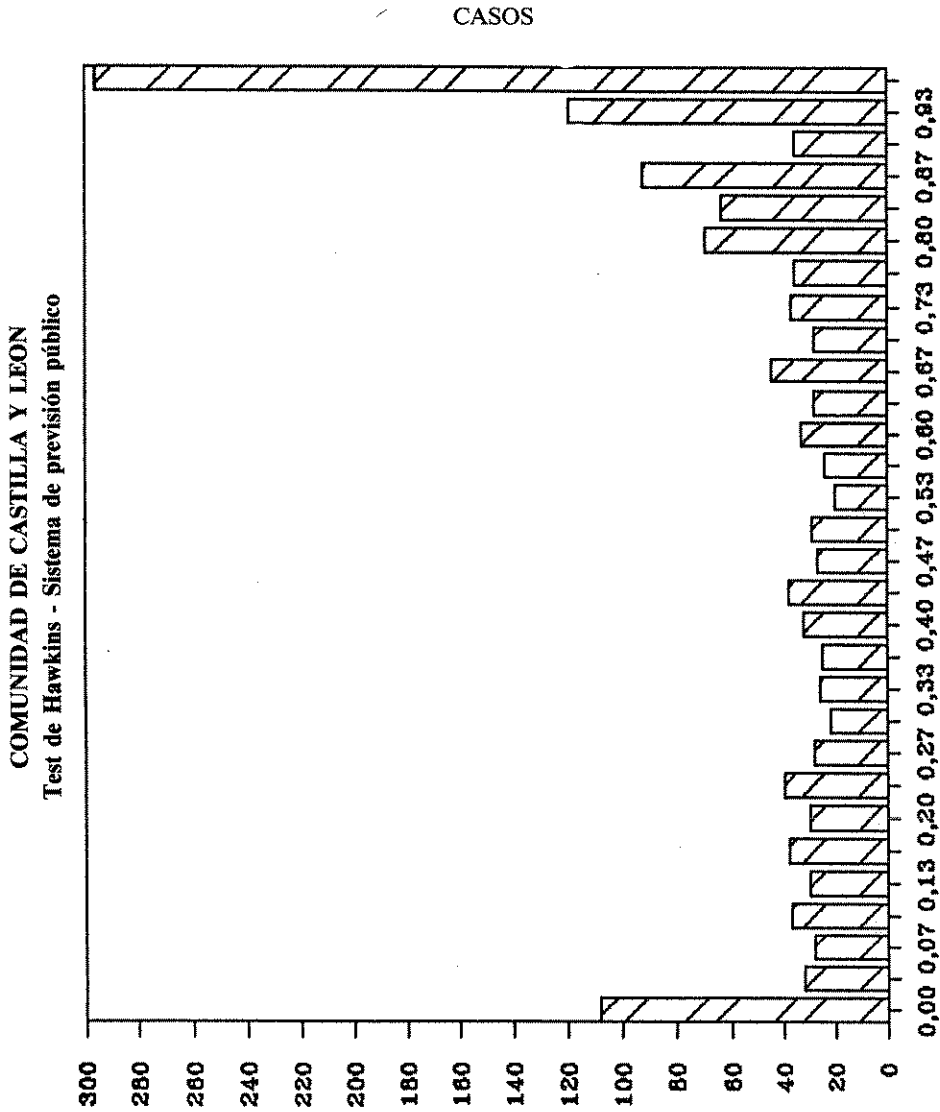
Como se puede observar, éstos presentan, generalmente, la forma de U, lo que indica que los grupos son homoscedásticos pero no normales. En estas condiciones, el análisis logit se presenta como una alternativa y/o complemento del análisis discriminante, al ser robusto al supuesto de no normalidad, con una capacidad clasificatoria importante incluso para los tamaños muestrales considerados.

El procedimiento seguido ha sido, pues, el siguiente: por medio del análisis discriminante se efectúa una primera selección de las variables que tengan el mayor poder para diferenciar entre los grupos definidos a priori. Con estas variables, el Análisis Logit selecciona, a su vez, un conjunto de variables que permita obtener un modelo explicativo de la probabilidad de estar afiliado a cualquiera de los sistemas de previsión considerados.

En estos modelos se obtendrán, no sólo qué variables son más significativas, sino también qué modalidad, dentro de cada variable, influye más en la diferenciación.

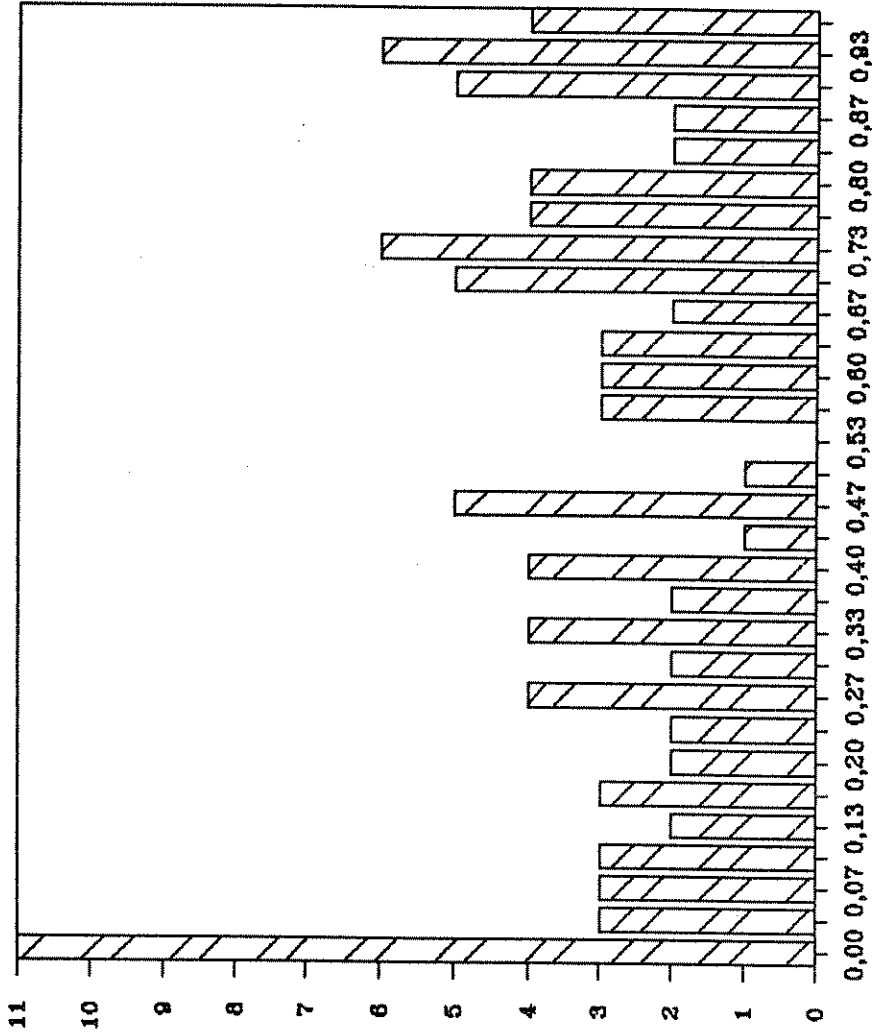
Para validar estos modelos se contrasta:

1. Si los valores predichos se ajustan a los observados.
2. Si el modelo es el más apropiado a la información disponible.



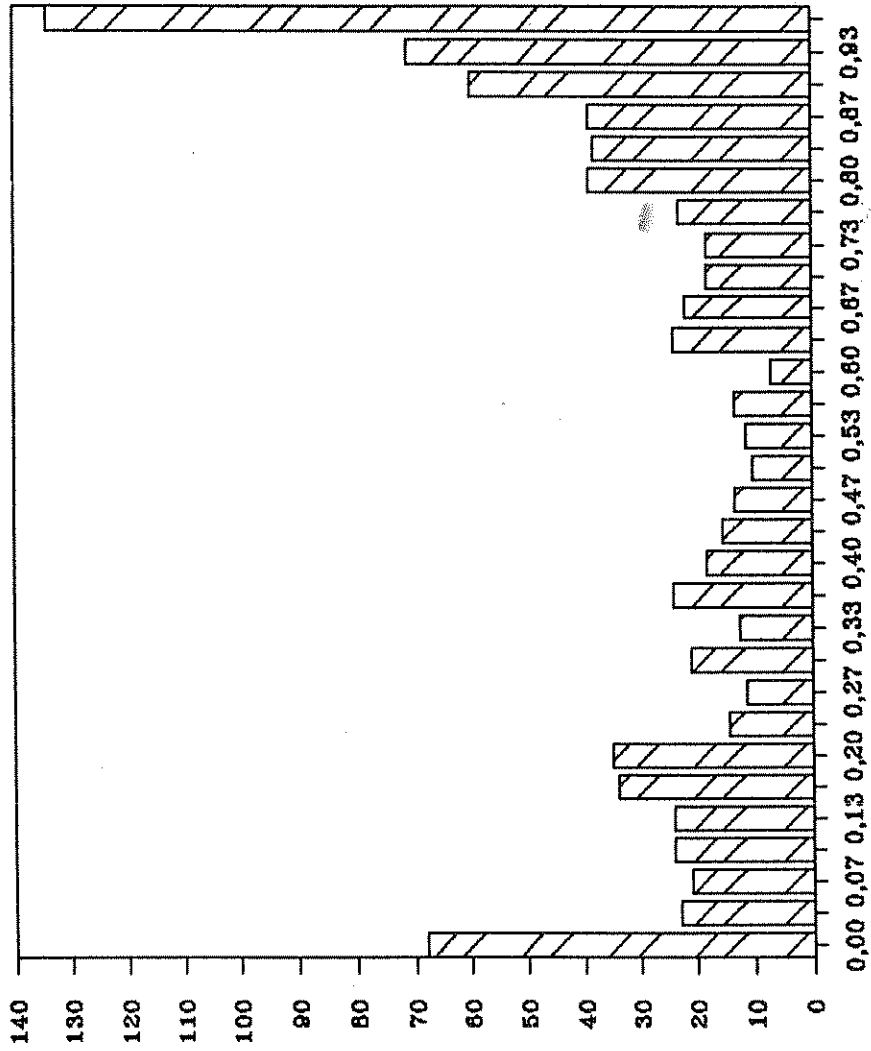
COMUNIDAD DE CASTILLA Y LEON
 Test de Hawkins - Sistema de previsión privado.

CASOS



CASOS

COMUNIDAD DE CASTILLA Y LEON
Test de Hawkins - Sistema de previsión mixto



Lo que se consigue a través de los contrastes bondad de ajuste de Hosmer y Brown. La comparación entre ambas técnicas se efectúa en términos de los porcentajes de clasificación correcta para la muestra considerada.

3. RESULTADOS FINALES

Con una muestra total de 2.514 individuos se procede, en primer lugar, a la determinación de las variables que contribuyan, de forma significativa, a la diferenciación entre los sistemas de previsión. Los resultados se encuentran recogidos en la tabla 3. El estadístico $F(30, 4.995) = 24.946$ nos indica que a un nivel del 0,1 por 100, la diferenciación entre los tres grupos es posible.

De entre este conjunto de variables merece destacar la zona de residencia, la procedencia de los ingresos y el tipo de profesión del individuo, en concreto, las que se refieren a comerciantes o vendedores, personal administrativo y los que se dedican al sector primario, como las más relevantes a la hora de explicar la elección de los individuos en esta Comunidad (a un nivel del 1 por 100). En este sentido, las familias que residen en zonas rurales son las que llevan asociado un mayor porcentaje de afiliación a sistemas de previsión mixtos. No así los que residen en las zonas urbanas, cuyo comportamiento depende de si son asalariados o no, afirmación que se reproduce en la variable que indica la procedencia de los ingresos. De esta forma, se tiene que el 64,6 por 100 de los afiliados a sistemas de previsión públicos son asalariados y el 67,65 por 100 de los que optan por la alternativa privada trabajan por cuenta propia, en concreto, los comerciantes y vendedores.

Por otra parte, y siguiendo con este esquema, el personal de servicios administrativos lleva asociado, como es lógico, la mayor proporción de afiliados a sistemas de previsión públicos.

Por el procedimiento Jackknifed se clasifica correctamente al 68,2 por 100 de la muestra, porcentaje muy similar al obtenido utilizando los tamaños muestrales, 68,7 por 100, siendo las tasas de clasificación correcta, respectivamente, del 83,3 por 100, 11,8 por 100 y el 50,2 por 100, lo que supone una ganancia del 38 por 100 respecto a una clasificación aleatoria.

Sobre la base de los resultados obtenidos, se calculan las dos funciones discriminantes, a lo largo de las cuales tiene lugar la diferenciación. Como se aprecia en la tabla 2, éstas son significativas a un 0,1 por 100. Explicando cada una de ellas el 79,6 por 100 y el 20,4 por 100, respectivamente, de la varianza en la discriminación efectuada. Como muestra la figura 1, la primera función diferencia claramente entre el sistema de previsión público y el mixto, mientras que en la segunda función se tiene una clara diferenciación entre el sistema privado y los otros dos sistemas de previsión.

Para la primera función, los predictores primarios (utilizando los factores de carga recogidos en la tabla 3), son la zona de residencia, la categoría socioeconómica agraria (por el importante peso que este sector tiene en esta comunidad), los profesionales de este sector y la procedencia de los ingresos, lo que viene a confirmar los primeros comentarios.

En concreto, las variables que diferencian la opción pública respecto a las otras dos, una vez que todas las variables y las tasas de error tipo I han sido ajustadas,

son la procedencia de los ingresos, la zona de procedencia y los profesionales del sector comercial, cuya asociación se cifra en el 3 por 100, 2 por 100 y 1 por 100, respectivamente. Por otra parte, la opción mixta se diferencia de las otras dos opciones por la zona de residencia y la procedencia de los ingresos, con una asociación del 3 por 100 y el 1 por 100, respectivamente, tal y como se recoge en la tabla 5.

Por último, si se observa la figura 2 se comprueba que, efectivamente, la principal fuente de separación entre los grupos es el primer eje, destacando las variables ya apuntadas (los centroides han sido desplazados utilizando como F aproximada los valores de 306,66 y 78,63).

Con estos resultados y por las razones ya apuntadas, se utilizan los modelos logit. Con éstos se obtienen resultados más precisos que permiten, además, efectuar comparaciones. Los resultados están recogidos en la tabla 7. Por los test de Brown y Hosmer se puede aceptar que, a un nivel del 5 por 100, los modelos estimados son los más apropiados a la información disponible, de forma que los valores observados se ajustan bien a los estimados.

De este modo, los resultados obtenidos se pueden resumir del siguiente modo: la zona de residencia de las familias encuestadas es relevante a la hora de diferenciar entre los sistemas de previsión público y mixto. Es decir, las que residen en zonas rurales llevan asociada una alta probabilidad de optar por la alternativa mixta, comportamiento inverso al seguido por los residentes en zonas urbanas, quienes presentan una probabilidad muy alta de estar afiliados a sistemas de previsión públicos.

Como ya indicábamos, en esta Comunidad el sector agrario tiene un importante peso, ello se pone de manifiesto en que resulta muy relevante la categoría socioeconómica de los que trabajan en este sector. Merece destacar que, con independencia de cuál sea la categoría del trabajador, éstos presentan una probabilidad muy alta de optar por la categoría mixta.

Sin embargo, el comportamiento de los empleados en el sector comercial no es éste, ni tampoco los que se dedican a servicios administrativos. Los primeros llevan asociada una probabilidad alta de afiliación a seguros privados, mientras que los segundos la llevan asociada a los sistemas de previsión públicos.

Respecto al nivel de estudios, se pone de manifiesto el tipo de actividad que predomina en esta comunidad, ya que el 84,11 por 100 de los que optan por la alternativa mixta tienen un nivel de estudios primarios. Por lo demás, a medida que aumenta el nivel de estudios, aumenta la probabilidad de escoger la alternativa privada.

Los individuos sin cargas familiares tienen asociada una mayor probabilidad de tener una alternativa privada que les complemente las prestaciones que les proporciona el régimen público, que aquellos que tienen alguna carga familiar.

A partir de unos ingresos totales de 500.000 pesetas, los individuos comienzan a considerar la posibilidad de optar por una alternativa mixta. Esto mismo se reproduce al considerar el saldo bancario (cuando es positivo).

Las tasas de clasificación correcta con ésta se han incrementado, como era de esperar, a 87,75 por 100, 16,75 por 100 y 61,41 por 100, respectivamente, lo que señala la mejor capacidad para clasificar de esta última técnica.

TABLA 1
DISTRIBUCION DE LA MUESTRA

VARIABLES	SISTEMA DE PREVISION SOCIAL			
	Público	Privado	Mixto	Total
Edad del Sustentador				
24-44 años	683	46	310	1 039
45-64 años	835	56	584	1 475
Nivel de Instrucción				
Estudios primarios	1 132	64	752	1 948
Estudios medios	318	33	124	475
Estudios superiores	68	5	18	91
Composición del Hogar				
Adulto(s) sin menores	511	33	367	911
Adulto(s) con 1 ó 2 men.	687	45	377	1 109
Adulto(s) con más de 3 m.	320	24	150	494
Zona				
Rural	534	42	669	1 245
Urbana	984	60	225	1 269
Situación Laboral				
Labores del hogar y estudiantes.	38	4	16	58
Parados	58	1	21	80
Trabajan de forma regular u obtienen rentas.	1 422	97	857	2 376
Categoría Socio-Económica				
(a) AGRARIA				
Obreros	32	2	64	98
Empresarios sin asal.	106	6	243	355
Empres. con asal. y Directores, gerentes y personal titulado.	3	-	13	16

TABLA 1 (continuación)

DISTRIBUCION DE LA MUESTRA

VARIABLES	SISTEMA DE PREVISION SOCIAL			
	Público	Privado	Mixto	Total
(b) NO AGRARIA				
Técnicos	233	9	112	354
Activos con ocupación no bien especificada	2	-	2	4
Obreros y personal de servicios	620	7	184	811
Empres. sin asalar. y trab. independientes	126	44	103	273
Cuadros medios y personal administrativo	286	13	116	415
Cuadros Superiores	110	21	57	188
Clasificación Profesional				
(ICP1) Profesionales, técnicos	375	21	148	544
(ICP2) Personal de la Admon. Pública. Directores y Gerentes de Empresas	-	-	-	-
(ICP3) Personas con ocupaciones no bien especificadas.	2	-	2	4
(ICP4) Profesionales de las Fuerzas Armadas	27	4	6	37
(ICP5) Personal de Servicios Administrativos	147	3	73	223
(ICP6) Comerciantes. Vendedores	94	27	69	190
(ICP7) Personal de servicios de hostelería, domésticos, personales, de protección y seguridad	135	10	40	185
(ICP8) Agricultores, ganaderos, silvicultores, pescadores y cazadores	142	8	323	473
(ICP9) Mineros, personal dedicado a la preparación y tratamiento de materiales, fabricación de productos, montaje y manejo de maquinaria. Personal de la construcción y de los transportes.	596	29	233	858

Tabla 1 (continuación)

DISTRIBUCION DE LA MUESTRA

VARIABLES	SISTEMA DE PREVISION SOCIAL			
	Público	Privado	Mixto	Total
Trabajo				
Por cuenta ajena	981	21	369	1 371
Por cuenta propia	257	69	384	710
Ambas	33	3	32	68
Rentas				
Rentas del capital y la pro_piedad	189	20	138	347
Transferencias regulares	250	6	104	360
Ambas	33	-	22	55
Ahorro				
No	537	37	311	885
Si	981	65	583	1 629
Bolsa				
No	1 460	97	861	2 418
Si	58	5	33	96
Inmobiliario				
No	1 184	79	700	1 963
Si	334	23	194	551
Endeudamiento				
No	1 295	83	727	2 105
Si	223	19	167	409
TOTAL	1 518	102	894	2 514

TABLA 2

FUNCIONES DISCRIMINANTES

Función	Autovalores	Porcentaje de Varianza	Correlación Canónica	Raiz Eliminada	λ de Wilks	Chi-Cuadrado	G.L.
1	0.24425	79.59	0.44306	0	0.75633	694.986	30
2	0.06263	20.41	0.24277	1	0.94106	105.168	14

TABLA 6

CENTROIDES DE LOS GRUPOS

Grupos	Funciones Discriminantes		Reescalados	
	1	2	1	2
SIPRP	0.39	- 0.05	111.77	- 2.98
SIPRR	0.02	1.22	5.73	72.67
SIPRM	- 0.66	- 0.05	- 189.16	- 2.98

TABLA 3

**ANALISIS DISCRIMINANTE PARA LA TOTALIDAD
DE LAS VARIABLES INTRODUCIDAS**

Variable	F (2, 2497)	Factores de Carga		Coordenadas
		Función 1	Función 2	
LIGTOT	3.826	0.148	0.034	(0.566, 0.130)
ESTDIO	1.178	0.226	0.253	(0.266, 0.298)
COHOG	3.154	0.154	0.085	(0.486, 0.268)
ZONA	99.869	0.820	0.132	(81.893, 13.183)
SITULA	1.590	- 0.081	- 0.023	(- 0.129, - 0.037)
CATAG	2.072	- 0.675	- 0.225	(- 1.399, - 0.466)
ICP1	2.881	0.190	- 0.025	(0.547, - 0.072)
ICP4	3.223	0.089	0.166	(0.287, 0.535)
ICP5	5.082	0.050	- 0.173	(0.254, - 0.879)
ICP6	19.613	- 0.053	0.596	(- 1.039, 11.689)
ICP8	4.640	- 0.696	- 0.230	(- 3.229, - 1.067)
TRAB	46.466	- 0.459	0.558	(-21.328, 25.928)
RENT	4.026	0.068	- 0.179	(0.274, - 0.721)
AHORRO	1.548	- 0.012	- 0.018	(- 0.019, - 0.028)
ENDEU	1.191	- 0.103	0.055	(- 0.123, 0.066)

MATRIZ DE CLASIFICACION (PROCEDIMIENTO JACKKNIFED)				
Grupo	%	NUMERO DE CASOS CLASIFICADOS		
		SIPRPU	SIPRPR	SIPRMX
SIPRPU	83.3 (82.9)	1265 (1259)	37 (40)	216 (219)
SIPRPR	11.8 (8.8)	66 (68)	12 (9)	24 (25)
SIPRMX	50.2 (50.0)	430 (432)	15 (15)	449 (447)
TOTAL	68.7 (68.2)	1761 (1759)	64 (64)	689 (691)

TABLA 4

RESUMEN DEL PROCESO DISCRIMINANTE

Variable	Estadístico-U	Estadístico-F Aproximado	Grados de Libertad	Chi Cuadrado	Grados de Libertad
ZONA	0.8580	207.720	2	384.8649	2
TRAB	0.8169	133.503	4	508.1243	4
ICP8	0.7905	104.331	6	590.5452	6
ICP6	0.7791	83.360	8	626.9102	8
ICP1	0.7743	68.408	10	642.3035	10
ICP5	0.7703	58.216	12	655.1785	12
RENT	0.7671	50.737	14	665.4966	14
LIGTOT	0.7649	44.874	16	672.5713	16
ICP4	0.7628	40313	18	679.3352	18
COHOG	0.7608	36640	20	685.7856	20
CATAG	0.7595	33.520	22	689.9380	22
SITULA	0.7585	30.872	24	693.1042	24
AHORRO	0.7578	28.598	26	695.2805	26
ENDEU	0.7570	26.642	28	697.7896	28
ESTDIO	0.7563	24.946	30	699.9687	30

TABLA 5

CONTRASTES

VARIABLES	SIPRP vs SIPRP, SIPRMX	SIPRP vs SIPRP, SIPRMX	SIPRMX vs SIPRP, SIPRP
	F (1, 2497)	F (1, 2497)	F (1, 2497)
LIGTOT	1.479	5.875	7.611
ESTDIO	0.755	3.069	2.246
COHOG	1.460	0.076	2.522
ZONA	43.643	2.238	76.364
SITUAL	3.150	2.400	0.672
CATAG	3.241	4.077	2.410
ICP1	4.051	5.756	3.860
ICP4	3.322	6.289	4.379
ICP5	0.262	1.922	7.423
ICP6	39.087	23.897	3.922
ICP8	2.753	0.012	3.046
TRAB	92.724	65.484	15.624
RENT	3.762	0.157	1.422
AHORRO	0.755	0.026	1.195
ENDEU	1.434	0.176	0.207
Autovalor	0.10579	0.06337	0.12171
Correlación Canónica	0.30930	0.24412	0.32940

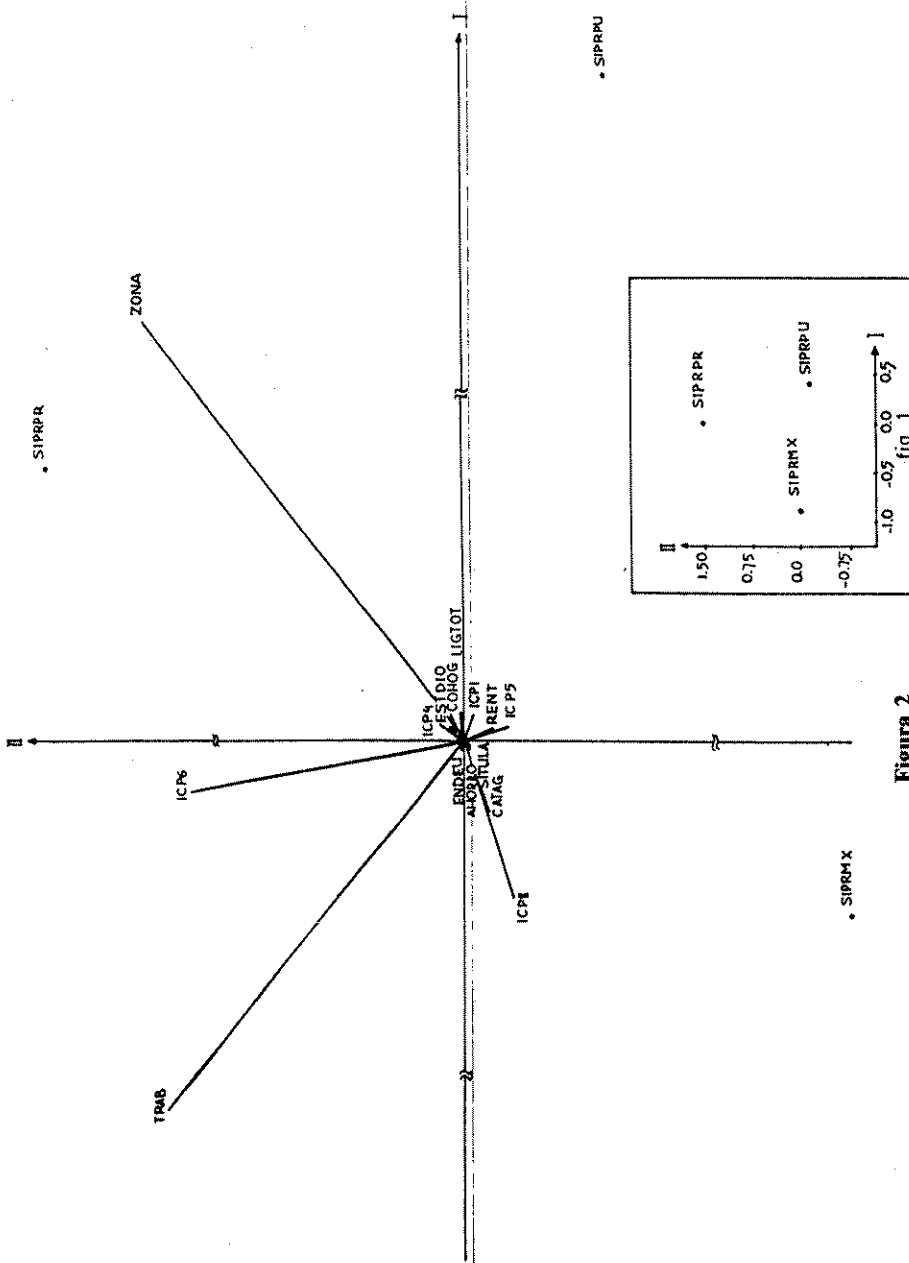


Figura 2

TABLA 7
RESULTADOS DEL LOGIT

SIPRPU		SIPRR		SIPRHX	
Variables	Coefficiente (S.E.)	Variables	Coefficiente (S.E.)	Variables	Coefficiente (S.E.)
ZONA	- 0.649 (0.052)	LIGTOT	0.446 (0.282)	COHOG (1)	0.149 (0.081)
CATAG (1)	0.550 (0.514)	ESTDIO (1)	- 0.036 (0.345)	(2)	- 0.006 (0.065)
(2)	- 0.412 (0.211)	(2)	- 0.470 (0.218)	ZONA	0.712 (0.053)
(3)	0.536 (0.249)	CATAG (1)	5.284 (1.149)	ICP5	- 0.307 (0.085)
ICP5	0.294 (0.983)	(2)	- 0.129 (0.000)	ICP6	- 0.239 (0.992)
ICP6	0.300 (0.091)	(3)	- 2.631 (0.870)	ICP8	- 0.500 (0.073)
TRAB (1)	- 0.033 (0.212)	ICP4	- 1.058 (0.296)	TRAB (1)	- 1.141 (0.215)
(2)	0.563 (0.125)	TRAB (1)	0.343 (0.491)	(2)	- 0.144 (0.121)
(3)	- 0.586 (0.110)	(2)	- 1.366 (0.256)	(3)	0.244 (0.110)
RENT (1)	0.056 (0.238)	(3)	1.634 (0.280)	RENT (1)	- 0.247 (0.237)
(2)	- 0.606 (0.172)	RENT (1)	5.589 (1.295)	(2)	0.433 (0.173)
(3)	0.594 (0.152)	(2)	- 0.674 (0.000)	(3)	- 0.391 (0.151)
CONSTANTE	0.764 (0.250)	(3)	- 2.696 (0.657)	AHORRO	- 0.090 (0.050)
Función de Verosimilitud (log)	- 1 420.600	CONSTANTE	6.489 (0.781)	CONSTANTE	- 0.243 (0.179)
CONTRASTES BONDAD DE AJUSTE	G.L.	Función de Verosimilitud (log)	- 337.397	Función de Verosimilitud (log)	- 1 378.230
HOSMER = 1.761	6	CONTRASTES BONDAD DE AJUSTE	G.L.	CONTRASTES BONDAD DE AJUSTE	G.L.
BROWN = 0.055	2	HOSMER = 0.238	2	HOSMER = 3.137	8
		BROWN = 3.640	2	BROWN = 1.432	2

REFERENCIAS BIBLIOGRAFICAS

- AMEMIYA, T. (1975): «Qualitative Response Models», *Ann. Econ. Soc. Measure*, 4, pp. 363-372.
- AMEMIYA, T. y POWELL, J. L. (1983): «A comparison of the Logit Model and Normal Discriminant Analysis when the Independent Variables are binary», in S. Karlin, T. Amemiya y L. A. Goodman (eds.): *Studies in Econometric, Time Series and Multivariate Statistics*, New York, Academic Press, pp. 3-30.
- AMEMIYA, T. (1985): *Advanced Econometrics*, Blackwell U. K.
- DILLON, W. R. y GOLDSTEIN, M. (1984): *Multivariate Analysis. Methods and Applications*, John Wiley & Sons, Inc. New York.
- EFRON, B. (1975): «The Efficiency of Logistic Regression Compared to Normal Discriminant Analysis», *Journal of the American Statistical Association*, 70, pp. 892-898.
- HAWKINS, D. H. (1981): «A new test for multivariate normality and homoscedasticity», *Technometrics*, 23, febrero, pp. 105-110.
- HOSMER, D. W. y LEMESHOW, S. (1980): «Goodness of fit test for the multiple logistic regression model», *Commun. Statist. Part. A. Theor. Meth. A* 9 (10), pp. 1.043-1.069.
- PRENTICE, R. L. (1976): «A generalization of the Probit and Logit Methods for Dose Response Curves», *Biometric*, 32, pp. 761-768.

APENDICE

Definición de variables

Con este planteamiento, la relación de variables se hizo en el siguiente sentido:

La variable endógena del modelo es la variable sistema de previsión (SISPRE), la cual toma tres valores:

1. Sistema de previsión público (SISPRPU).
2. Sistema de previsión privado (SISPRPR).
3. Sistema de previsión mixto (SISPRMX).

Con la primera, SISPRPU, se anota la afiliación del sustentador principal a alguna de las siguientes entidades:

a) Seguridad Social.

b) Mutualidades del Estado que prestan asistencia por sí mismas o por contrato con sociedades o entidades públicas.

El SISPRPU recoge la afiliación a:

1. Seguro de asistencia contratado directa y voluntariamente, mediante pólizas privadas, iguales, etcétera.
2. Seguro de asistencia contratado a través de póliza colectiva y voluntaria.

Y, por último, el SISPRMX recoge una mezcla ante los dos anteriores (1).

(1) El SISPRMX se debe entender como aquel sistema de previsión social público que es complementado con cualquier forma de previsión privada.

Las variables explicativas que recogen los rasgos característicos que se analizan en este trabajo se definen del siguiente modo:

— *Ingresos totales* (INGTOT). Se consideran como ingresos la suma de todos los ingresos, monetarios o no, netos de impuestos y de otros pagos asimilados, percibidos por cada uno de los miembros del hogar, con independencia de que sean o no destinados, total o parcialmente, a la constitución de un fondo común para atender a los gastos del hogar (2).

— *Ingresos del sustentador principal* (INGSUS). Son los ingresos, monetarios o no, netos de impuestos y de otros pagos asimilados, percibidos por aquél miembro del hogar cuya aportación periódica al presupuesto común sirva para atender a la mayor parte de los gastos del mismo y a cuyo nombre vayan dirigidas las transferencias regulares.

— *Ingresos per cápita* (INGRPC). Es una variable constituida como:

$$\text{INGRPC} = \frac{\text{INGTOT}}{\text{Número de miembros del hogar}}$$

— Porcentaje de los ingresos del sustentador respecto a los ingresos totales (PORCIS):

$$\text{PORCIS} = \frac{\text{INGRSUS}}{\text{INGTOT}} \times 100$$

— Porcentaje del ahorro respecto a los ingresos totales (PSAPOS):

$$\text{PSAPOS} = \frac{\text{SPOS}}{\text{INGTOT}} \times 100$$

— Porcentaje del desahorro o endeudamiento respecto a los ingresos totales (PSANEG):

$$\text{PSANEG} = \frac{\text{SNEG}}{\text{INGTOT}} \times 100$$

Estas variables presentan una fuerte asimetría hacia la derecha. Para resolver este problema se aplica una transformación logarítmica a los datos, excepto al cero, proporcionándonos una distribución bastante normal. Por otra parte, para contrastar la diferencia de niveles de ingresos entre grupos de personas, por ejemplo, sobre la base de dos comunidades autónomas, es más conveniente aplicar contrastes normales al logaritmo de los ingresos que a los ingresos en sí.

Con esto se logra, además, una interpretación de la información más rápida, ya que permite expresar más sucintamente la información central de los datos y con ello se facilitan las fases de análisis posteriores (las variables se denominan, entonces, LIGTOT, LIGSUS, LIGPC, LPORCI, LPSAPO, LPSANEG y LPSAL, esta última recoge el resumen de las dos anteriores).

(2) Véase «Encuesta de Presupuestos Familiares (1980-1981)», *Metodología INE*, Madrid, 1983, p. 44.

— *Edad del sustentador principal (EDADS)*. Comprende tres valores:

1. Mayores de 65 años.
2. Entre 45 y 64 años.
3. Entre 24 y 44 años.

— *Nivel de instrucción del sustentador principal (ESTDIO)*. Se refiere a los estudios de más alto nivel terminados. Se diferencian los siguientes niveles:

1. Nivel de estudios primarios.
2. Nivel de estudios medios. Se incluye en este nivel a los que hayan realizado el bachiller elemental y equivalentes, el bachiller superior y equivalentes y formación profesional.
3. Nivel de estudios superiores. Se incluyen las enseñanzas de tipo superior universitario y enseñanzas de tercer grado no universitarias.

— *Composición del hogar (COHOG)*. Comprende cuatro niveles:

1. Adulto o adultos mayores de 65 años.
2. Adulto o adultos sin menores, de menos de 65 años.
3. Adulto o adultos con uno o dos menores.
4. Adulto o adultos con tres o más menores.

— *Zona de residencia (ZONA)*. Es una variable que toma dos valores:

1. Rural: recoge los municipios desde 2.000 a 50.000 habitantes (excepto capitales de provincia).
2. Urbana: comprende los municipios de más de 50.000 habitantes y capitales de provincia.

— *Situación laboral (SITULA)*. Los sustentadores principales se clasifican, según su actividad, en una sola de las siguientes rúbricas:

1. Personas dedicadas exclusivamente a las labores del hogar y los estudiantes.
2. Parados que buscan empleo habiendo trabajado antes, y los que buscan su primer empleo.
3. Los que están trabajando al menos un tercio de la jornada normal, y los que están trabajando menos de un tercio de la jornada normal.

— *Categoría socioeconómica*. Se recoge esta característica junto con la rama de actividad del establecimiento donde trabaja, distinguiendo:

a) *Categoría socioeconómica agrícola (CATAG)*, que comprende:

1. Resto de los activos agrarios.
2. Empresarios agrarios sin asalariados.
3. Empresarios agrarios con asalariados, directores, gerentes y personal titulado.

b) *Categoría socioeconómica no agrícola (CATNAG)*, que comprende:

1. Médicos, veterinarios, farmacéuticos y ATS, estadísticos, matemáticos, economistas y otros.
2. Activos con ocupaciones no bien especificadas y los que buscan su primer empleo.

3. Obreros no agrícolas y resto de los trabajadores de servicios.
4. Empresarios sin asalariados, trabajadores independientes no agrícolas.
5. Contramaestres, capataces, jefes de grupo y resto del personal administrativo y comercial.
6. Empleados con asalariados, directores, gerentes y cuadros superiores no agrarios.

— *Clasificación profesional (CATPRO)*, que comprende nueve variables ficticias, que son:

- ICP1: Profesionales técnicos y similares.
- ICP2: Miembros y personal directivo de órganos de la Administración pública, directores y gerentes de empresas.
- ICP3: Personas con ocupaciones no bien especificadas.
- ICP4: Profesionales de las fuerzas armadas.
- ICP5: Personal de servicios administrativos y similares.
- ICP6: Comerciantes, vendedores y similares.
- ICP7: Personal de los servicios de hostelería, domésticos, personales, de protección, de seguridad y similares.
- ICP8: Personal dedicado a la agricultura, ganadería, silvicultura, pesca, caza y similares.
- ICP9: Personal de la extracción de minerales, preparación y tratamiento de materiales, fabricación de productos, del montaje y manejo de maquinaria e instalaciones de la construcción y de los transportes.

— Los ingresos de los hogares se clasifican según su origen, diferenciando entre:

a) TRAB:

1. Ingresos por trabajo por cuenta ajena.
2. Ingresos por trabajo por cuenta propia.
3. Ingresos por trabajo por cuenta propia y por cuenta ajena.

b) RENT

1. Rentas del capital y la propiedad.
2. Transferencias recibidas por el hogar, que comprende aquellas percepciones regulares y periódicas en dinero, procedentes de miembros de otros hogares, de instituciones, empresas, sin que estén originadas por una contraprestación por parte de los miembros del hogar.
3. Rentas del capital y la propiedad, y transferencias regulares recibidas por el hogar.

A continuación se definen cuatro variables ficticias que vienen a señalar las variaciones patrimoniales del hogar. Estas vienen a registrar los cambios en las distintas partidas —positivas o negativas— en que se materializan dichas variaciones (cuentas bancarias, préstamos, adquisición y venta de activos mobiliarios e inmobiliarios, etc.). Estas son:

- Incremento del saldo bancario (AHORRO).
- Activos mobiliarios (BOLSA).
- Activos inmobiliarios (INMOB).

— Prestar dinero en efectivo (ENDEU).

Estas cuatro variables toman el valor uno cuando señalen la existencia de ingresos que no se han gastado en bienes y servicios de consumo corriente, y el ahorro se materializa en incrementos del saldo de una cuenta corriente, en la adquisición de acciones, en haber prestado dinero, haber adquirido fincas, amortización por el hogar de préstamos anteriores y otros pagos por adquisición e bienes generadores de renta.

Y cero cuando se produzca un endeudamiento o desahorro del hogar, materializado con la disminución del dinero en efectivo y depósitos, venta de valores mobiliarios, préstamos de dinero recibidos por el hogar, reintegro al hogar de préstamos y venta de bienes muebles e inmuebles.

LA EVOLUCION DE LA PRODUCCION AVICOLA VALLISOLETANA EN EL PERIODO 1965-1985

BELEN MIRANDA ESCOLAR
Universidad de Valladolid

La importancia del sector avícola en la provincia de Valladolid, no sólo se refleja en la aportación económica de la avicultura en la Producción Final Agraria provincial, que supone el 24,7 por 100 de la misma, sino también en la aportación de la provincia a la producción nacional de carne (2,92 por 100) y a la de huevos (8,03 por 100), lo que indica cierta especialización en el subsector avícola de puesta. Todo ello sin olvidar los estrechos vínculos que existen entre la avicultura y la industria agroalimentaria, sector que, por otra parte, es predominante no sólo en Valladolid sino en toda la Comunidad de Castilla y León.

El hecho de que Valladolid sea un centro avícola importante no es mera casualidad, ya que la localización de la avicultura «intensiva» en España estuvo condicionada, en un principio, por tres aspectos:

- Una tradición avícola (como es el caso de Valladolid, Reus y Galicia).
- La cercanía de fábricas de piensos.
- La proximidad de grandes núcleos de consumo.

No obstante, estas limitaciones fueron desapareciendo y, así, es difícil encontrar provincias que no dispongan, aunque sea en escasa cuantía, de explotaciones avícolas. Sin embargo, y a pesar de ello, siguen existiendo zonas donde la localización de estas explotaciones es masiva. Así, por ejemplo, Cataluña es la Comunidad Autónoma que más participa en la producción avícola nacional, con un 17-18 por 100. Le sigue en importancia Castilla y León con una participación entre un 15 y un 16 por 100, y Galicia que aporta entre el 12 y 13 por 100 del total nacional producido.

Centrándonos en nuestra Comunidad Autónoma, y a la vista de los datos que ofrecen los cuadros 1 y 2, se pueden observar, en los cinco años considerados, fuertes diferencias entre las provincias, que a pesar de las oscilaciones muestran a Valladolid como la mayor productora en Castilla y León acaparando, en 1985, el 51,2 por

100 de la producción regional de huevos y el 46,1 por 100 de la carne de ave (más del 95 por 100 corresponde a carne de pollo).

Según las cifras que arroja el cuadro 1 merece la pena comentar la pérdida de peso de Valladolid en la producción regional de huevos durante el período 1965-1970, ya que pasa de representar el 23,2 por 100 de la producción de huevos castellano-leonesa al 21,2 por 100, ello, a pesar de que en términos absolutos la producción crece 3.000.000 de toneladas. La posible explicación de este hecho puede deberse a que en el año 1969 aparece en la coyuntura económica provincial una persistente y acusada baja de precios en los huevos y en las aves destinadas al consumo humano, que hacen económicamente imposible la producción rentable de aves y huevos para el consumo. Pues las pérdidas son altas, dado el elevado coste de los piensos, lo que provoca el cierre de muchas explotaciones avícolas en la provincia.

Resulta interesante analizar la producción per cápita de huevos y carne de ave con el fin de contrastarlo con el consumo per cápita de ambos productos y ver hasta qué punto están cubiertas las necesidades de la región, y qué parte excedentaria puede ser exportada.

Como puede observarse en los cuadros 3 y 4, el consumo de huevos por habitante y año está cubierto con la producción provincial en toda la Comunidad Castellano-Leonesa, salvo a partir de 1985 donde tres provincias, Avila, León y Soria son deficitarias dado que el consumo medio per cápita, que asciende a 302 huevos/habitantes/año, es inferior a la producción per cápita de huevos en las tres provincias (Avila 222, León 196 y Soria 290).

Otro hecho a resaltar es el descenso de la producción en todas las provincias castellano-leonesas a partir del año 1985 salvo en una de ellas: Segovia. Esto demuestra cierta saturación del mercado que se ve agravando por dos hechos fundamentales:

- 1) Las importaciones de huevos procedentes de la Comunidad Económica Europea, que presionan los precios a la baja. Desde comienzos de 1988 se calcula entran en nuestro país tres millones de docenas de huevos cada mes (sobre todo procedentes de Holanda), lo cual, pese a suponer solamente el 5 por 100 del mercado interior, es suficiente para romper los precios. Si a este hecho unimos la tendencia al alza en el coste de los piensos, se completa un panorama económico muy difícil para los avicultores.

- 2) La estabilización en el consumo de huevos desde 1985.

Por lo que se refiere a la producción de carne de ave, la situación es algo diferente. Contrastando los datos de los cuadros 5 y 6 se observa que en los años 1980 y 1985 la producción per cápita regional no cubre el consumo per cápita; sin embargo, por provincias existen fuertes diferencias. En este sentido, mientras Zamora, Soria y Salamanca han sido deficitarias durante los cinco años considerados, las restantes provincias presentan oscilaciones según el año que tomemos, excepto Valladolid, que es la única provincia castellano-leonesa que se ha autoabastecido con gran superávit durante todo el período de estudio. No obstante, la producción per cápita de ave en Valladolid ha ido decreciendo desde el año 1980, lo que contrasta con lo que sucede en otras provincias, como Avila, Burgos y Segovia, donde sucede lo contrario.

Por último, señalar que los gráficos 1 y 2 muestran que el sector avícola vallisoletano en sus dos facetas sigue una evolución similar a lo que sucede a nivel regional y nacional durante los cinco años considerados.

CUADRO 1

PRODUCCION DE HUEVOS DE GALLINA EN CASTILLA Y LEON
(Miles de docenas)

Provincias	1965		1970		1975		1980		1985	
	Total	% C-L	Total	% C-L	Total	% C-L	Total	% C-L	Total	% C-L
Avila	8527,2	8,6	7736,1	6,3	5414,5	4,2	6615,0	3,7	3360,0	2,3
Burgos	14756,2	14,9	21015,1	17,2	18348,5	14,1	30064,0	17,0	23691,0	16,2
León	10497,7	10,6	15087,4	12,3	14444,5	11,1	15598,0	8,8	8645,0	5,9
Palencia	7016,8	7,1	8925,0	7,3	5595,6	4,3	8357,0	4,7	5302,0	3,6
Salamanca	8727,4	8,8	13115,0	10,7	15876,0	12,2	12596,0	7,1	9779,0	6,7
Segovia	13274,7	13,4	10884,5	8,9	8068,1	6,2	9478,0	5,4	10348,0	7,1
Soria	6060,1	6,1	7592,5	6,2	1742,7	1,3	4737,0	2,7	2374,0	1,6
Valladolid	23001,2	23,2	26010,9	21,2	54934,1	42,2	78669,0	44,6	74781,0	51,2
Zamora	7234,7	7,3	12096,4	9,9	5707,0	4,4	10340,0	5,9	7911,0	5,4
Castilla y León	99096,0	100,0	122462,9	100,0	130131,0	100,0	176454,0	100,0	146191,0	100,0
ESPAÑA	526628,3	18,8	604006,2	20,3	684990,0	19,0	974666,0	18,1	931188,0	15,7

Fuente: Elaboración propia en base a los datos del Anuario Estadístico de España, 1966, 1971, 1976, 1981, 198

CUADRO 2

PESO CANAL DE AVES SACRIFICADAS
(Toneladas)

Provincias	1965		1970		1975		1980		1985	
	Total	% C-L	Total	% C-L	Total	% C-L	Total	% C-L	Total	% C-L
Avila	1448,8	9,7	1589,7	6,6	1072,8	1,6	2937,5	4,6	5706,1	11,0
Burgos	4002,5	26,8	6153,3	25,6	3786,4	5,5	4570,5	7,2	7499,5	14,5
León	2029,7	13,6	1707,5	7,1	15776,5	23,1	11426,5	18,0	9048,3	17,5
Palencia	1932,9	13,0	2944,1	12,2	2334,9	3,4	2056,8	3,2	733,6	1,4
Salamanca	1340,6	9,0	2237,5	9,3	4776,1	7,0	4265,7	6,7	407,6	0,8
Segovia	237,5	1,6	1325,3	5,5	2208,7	3,2	2132,8	3,4	2771,5	5,4
Soria	542,0	3,6	765,5	3,2	1640,8	2,4	1675,7	2,6	489,1	0,9
Valladolid	3182,5	21,3	6635,9	27,4	35276,3	51,6	33323,1	52,5	23802,7	46,1
Zamora	197,4	1,3	707,2	2,9	1514,5	2,2	1066,4	1,7	1222,7	2,4
Castilla y León	14913,9	100,0	24066,0	100,0	68407,0	100,0	63455,0	100,0	51681,1	100,0
ESPARA	147150,4		297126,3		631060,0		771323,7		815160,0	

Fuente: Elaboración propia en base a los datos del Anuario Estadístico de España, 1966, 1971, 1976, 1981, 198

CUADRO 3
PRODUCCION PER CAPITA DE HUEVOS
 (Unidades/habitante/año)

Provincias	1965	1970	1975	1980	1985
Avila	459	452	337	430	222
Burgos	476	702	631	998	788
León	221	329	325	356	196
Palencia	388	534	360	533	336
Salamanca	268	421	535	416	325
Segovia	881	794	641	760	826
Soria	550	782	198	560	290
Valladolid	715	761	1488	1984	1829
Zamora	311	575	292	542	426
Castilla y León	432	558	612	821	679

Fuente: Elaboración propia en base a los datos del Anuario de Estadística Agraria. Ed: M.A.P.A. y "Renta Nacional d España y su distribución provincial". Banco de Bilbao.

CUADRO 4
CONSUMO PER CAPITA
 (Unidades/habitante/año)

1965	177
1970	202
1975	282
1980	301
1985	302
1987	317

Fuente: Elaboración propia en base a los datos del Anuario de Estadística Agraria. Ed: M.A.P.A.

CUADRO 5
PESO CANAL DE AVES SACRIFICADAS PER CAPITA
(kilos/habitante/año)

Provincias	1965	1970	1975	1980	1985
Avila	6,5	7,7	5,6	15,9	31,4
Burgos	10,8	17,1	10,8	12,6	20,8
León	3,6	3,1	29,6	21,8	17,1
Palencia	8,9	14,7	12,5	10,9	3,9
Salamanca	3,4	6,0	13,5	11,7	1,1
Segovia	1,3	8,1	14,6	14,3	18,4
Soria	4,1	6,6	15,5	16,5	5,0
Valladolid	8,2	16,2	79,6	70,0	48,5
Zamora	0,7	2,8	6,4	4,7	5,5
Castilla y León	5,4	9,1	26,8	24,6	20,0

Fuente: Elaboración propia en base a los datos del Anuario de Estadística Agraria. Ed: M.A.P.A. y "Renta Nacional de España y su distribución provincial". Banco de Bilbao.

CUADRO 6
CONSUMO PER CAPITA
(kilos/habitante/año)

1965	4,36
1970	11,29
1975	17,71
1980	22,00
1985	24,25

Fuente: Elaboración propia.

GRAFICO 1
EVOLUCION DE LA PRODUCCION DE HUEVOS
 (miles de docenas)

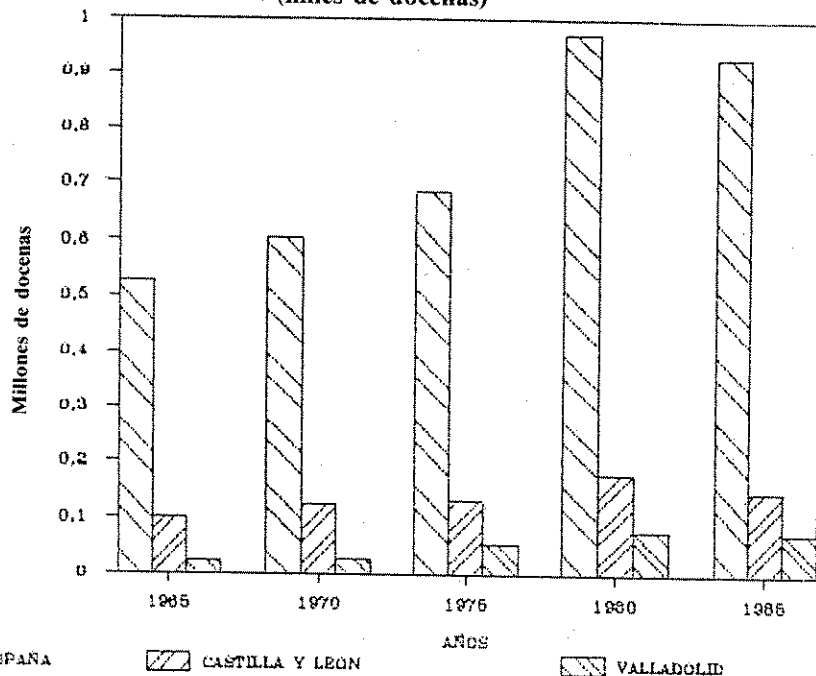
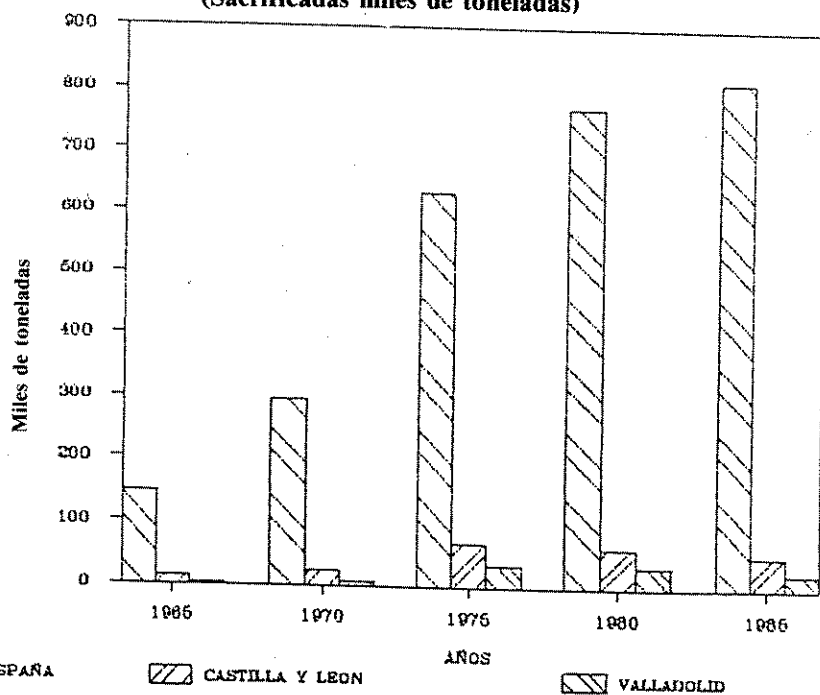


GRAFICO 2
EVOLUCION DEL PESO CANAL DE AVES
 (Sacrificadas miles de toneladas)



Tras el análisis de los datos anteriores queda clara la supremacía de Valladolid en el sector avícola tanto a nivel regional como nacional.

Siendo Cataluña el primer punto geográfico donde se inició la avicultura española, el segundo eje en importancia gira entre Castilla y Galicia, representados por las provincias de Valladolid y Orense, respectivamente. Este centro avícola castellano-galaico tiene dos características bastante matizadas. Si bien la avicultura intensiva vallisoletana y gallega arrancaron prácticamente al mismo tiempo, la primera se orienta hacia la producción de huevos y la segunda se inicia en la producción de carne.

Se configura así Valladolid como uno de los núcleos avícolas de puesta más importantes de España con una participación en la producción nacional de huevos que representa el 8.03 por 100 del total, solamente superada por Tarragona. Quizá en ello haya influido el hecho de ser la provincia pionera en la importación de híbridos para puesta.

En efecto, en 1952 se introduce en Valladolid el primer híbrido americano (Hy-line) y se desarrolla la multiplicación y venta de pollitas para puesta a los gallineros procedentes de la explotación familiar y a las nuevas empresas productoras que se desarrollan con capital ajeno al sector. Una estimulante política de precios y una política inicial de apoyo a la producción sobre bases cooperativas provoca una rápida expansión del sistema y la acelerada formación de núcleos de producción en Valladolid, a los que más tarde se van sumando otros.

A los problemas que padece el sector avícola español, se le añade ahora uno nuevo: la integración de España en la Comunidad Económica Europea, con todo lo que ello supone en cuanto a supresión de fronteras y la libertad más absoluta de comercio entre España y los países más avanzados de Europa. La existencia de países como Holanda, con una elevada producción avícola, que encuentra en la exportación a los países miembros de la C.E.E., una buena salida para sus excedentes, está suponiendo un serio problema para los avicultores vallisoletanos.

Fomentar actividades directamente relacionadas con el sector avícola como es el caso de la fabricación de ovoproductos o de pollo en polvo, sería deseable no sólo para regular, en cierta medida, un mercado tan afectado por oscilaciones cíclicas como es éste, sino también, para aprovechar estos productos que constituyen una parte importante de la riqueza provincial.

BIBLIOGRAFIA

- BANCO DE BILBAO.: «Renta Nacional de España y su distribución provincial 1965-1985». Edita: Banco de Bilbao. Bilbao.
- CAMARA OFICIAL DE COMERCIO E INDUSTRIA DE VALLADOLID (Varios años 1958-1985): «Memoria Comercial e Industrial». Edita: Cámara Oficial de Comercio e Industria de Valladolid. Valladolid.
- CASTELLO LLORET, J. A. (1984): «Avicultura de puesta». Revista: «El Campo», n.º 95. Edita: Banco de Bilbao. Bilbao.
- ESCAGUES Y JAVIERRE, I. (1955): «Valladolid centro geo-económico de Castilla». Revista Económica y Financiera del Banco de Vizcaya», n.º 79. Edita: Banco de Vizcaya.
- INSTITUTO NACIONAL DE ESTADISTICA (Varios años): «Anuario Estadístico de España». Edita: Instituto Nacional de Estadística. Madrid.

MINISTERIO DE AGRICULTURA, PESCA Y ALIMENTACION (Varios años): «Anuario de Estadística Agraria». Edita: Ministerio de Agricultura, Pesca y Alimentación. Madrid.

RABANAL LUIS, M. (1961): «Desarrollo y expansión de la avicultura». Ponencia presentada en la IX Asamblea Nacional de Avicultura. Valladolid.

CONSIDERACIONES SOBRE LA ACTIVIDAD COMERCIAL DE LEÓN

M. C. MANTERO GARCIA-LORENZANA
Universidad de León

1. LAS CARACTERISTICAS DEL COMERCIO PROVINCIAL

La estructura minorista tradicional existente en León hay que reformarla, pues no se adapta a la situación actual. Fue muy útil cuando el servicio de distribución se basaba en los bajos salarios y en la proliferación de centenares de establecimientos con la misión de acercar las mercancías hasta los consumidores, quienes no utilizaban un automóvil para sus compras, teniendo que realizar diariamente la compra de pequeñas cantidades para poder transportarlas fácilmente. Sin embargo, actualmente la estructura comercial minorista resulta cara e inadecuada.

El minorista titular de una empresa individual presenta las siguientes características:

- a) Constituye una empresa familiar con gastos de personal reducidos o nulos en numerosos casos.
- b) Posibilidad de especialización en un determinado ramo.
- c) Escasas facilidades de obtención de créditos.
- d) Escasa entidad económica del negocio, que no permite al comerciante minorista presionar a sus proveedores, en cuanto a precios y condiciones de venta.
- e) Deficiente formación profesional.

2. LOS DEFECTOS DE LA ORGANIZACION COMERCIAL DE LEON

- a) Atomización: Existe una gran proliferación de empresas comerciales en los núcleos grandes de población a diferencia de la escasez que se observa en el medio rural.

Tal abundancia de establecimientos comerciales es la causa del escaso volumen de ventas de cada uno de ellos, y debido a la incidencia de los gastos fijos a distribuir entre ventas escasas resulta evidente la necesidad de ampliar los márgenes, elevándose así el precio al consumidor.

b) Deficiente técnica comercial: Por lo general, el comercio al por menor se desarrolla en un ambiente familiar y con técnicas muy elementales, lo que impide frecuentemente el desarrollo de la clientela.

c) Localización comercial: Es muy imperfecta, tanto en el escalón mayorista como en el detallista, observándose en este último una mayor tendencia de polarización de los establecimientos hacia los grandes núcleos, existiendo notoria escasez en los medios rurales.

d) Deficiente información de los comerciantes: Para la mayoría de los productos existe una fluctuación de tipo estacional que coexiste con otra de tipo coyuntural, siendo su conocimiento necesario al comerciante para poder organizar ventajosamente su política comercial, evitando la rigidez en sus precios.

e) Falta de preparación, que se traduce en incapacidad frecuente para adoptar las nuevas técnicas.

Las estructuras comerciales podrían, sin embargo, mejorar si se redujera la excesiva atomización del sector minorista, mediante una concentración que permita un ajuste a la baja de los precios, debido al aumento de las ventas, lo cual es irrealizable tratándose de comercios de reducida dimensión en los que aquéllas son escasas.

Otras medidas que contribuyen a la mejora del sector comercial son: el incremento de la prospección de mercados, ya que el conocimiento del mercado es uno de los elementos clave para la buena gestión de la empresa mercantil para mejorar tanto la organización comercial de las empresas, tan influyente en el rendimiento de éstas, así como la localización empresarial.

El comercio minorista, para adaptarse a la situación actual, puede utilizar los siguientes medios:

1.º Asociación a un grupo o cadena voluntaria.

2.º Especialización en determinados productos que los compradores no podrán encontrar en otros establecimientos.

3.º Agrupación denominada: *colectividad de independientes*, que supone un acuerdo de los detallistas para repartirse los gastos, aunque mantengan su personalidad independiente.

Será precisa una mejora en la organización de la distribución que permita obtener grandes volúmenes de ventas con reducidos márgenes, lo que afectará negativamente a los comercios marginales.

3. LA SITUACION EN EL RAMO DE LA ALIMENTACION

Mediante muestreo opinático se han obtenido importantes referencias a la problemática general que afecta a este sector de la actividad mercantil leonesa, corroboradas plenamente.

Se observa, en primer lugar, un exceso en el número de establecimientos dedicados al ramo de alimentación, determinante de una fuerte competencia, a la que cabe

reconocer, no obstante, aparte de las ventajas inherentes para los consumidores, el constituir uno de los principales estímulos para los comerciantes. Sin embargo, una gran parte de éstos se quejan de la competencia desleal de que son objeto por parte de economatos y cooperativas, que para ampliar su cifra de ventas no dudan en vender a cualquier consumidor que se presente, aun sin ser socio de la cooperativa ni pertenecer al economato en cuestión. Naturalmente, este hecho minora las ventas de los minoristas, los cuales al vender menos tienden a gravar más los artículos, con lo cual acentúan las diferencias con los precios vigentes en cooperativas y economatos. Por otra parte, estos últimos gozan de importantes ventajas tributarias, que contrastan con una mayor presión fiscal para los comerciantes independientes, que han de repercutir forzosamente al consumidor. Por estas razones los comerciantes opinan que están actuando en franca desventaja frente a las cooperativas y economatos y desearían merecer un trato fiscal más similar.

También cabe destacar el problema de la venta de leche a granel, que, si bien no está autorizada, aun forma parte del consumo que se realiza, sobre todo en los barrios, lo cual no cabe duda que constituye un peligro para la salud pública, al no estar controlada su calidad e higienización por ningún servicio sanitario.

Se observa igualmente un descenso en las ventas debido al proceso inflacionista que obliga a disminuir las adquisiciones que realizan los consumidores.

Sin embargo, es patente la tendencia a solicitar cada vez más las calidades superiores en casi todos los artículos, así como la preferencia por platos preparados, en condiciones de ser consumidos tal como se adquieren en el establecimiento en aras de la comodidad.

4. LA SITUACION EN EL RAMO DE LOS ESTABLECIMIENTOS DEDICADOS A TEJIDOS Y CONFECCIONES

Se observa, como en el caso anterior, una competencia excesiva. Por otra parte, el deseo de los empleados de cerrar el sábado por la tarde perjudica notablemente a este tipo de establecimientos, lo cual se acentuará aún más en el caso de que el mercado local del sábado no se traslade al viernes. La razón es el fuerte porcentaje de compras realizadas por los visitantes de la provincia, los cuales acuden masivamente a la capital en los días de mercado, y por ello son los miércoles y sábados los días de mayor venta.

El consumidor de estos artículos tiende a seleccionar cada vez más las prendas en el caso de que éstas sean de larga duración, pero no en el caso contrario. Se observa cada vez una mayor exigencia en cuanto a marcas determinadas, cosa que antes no sucedía.

Sería deseable la existencia de una central de compras, donde los minoristas de este ramo pudieran abastecerse, que hiciera posible, con sus ventajosas condiciones de venta, un abaratamiento en los precios de venta al consumidor.

El mayor problema para estos establecimientos son los fuertes *stocks* de mercancías, los cuales, para tener salida, originan las ventas de rebajas de verano e invierno.

El aumento del turismo interior incrementa las ventas en este sector considerablemente, y concretamente el comercio de León se beneficia por el contingente cada vez mayor de turistas que nos visitan, particularmente asturianos.

5. RECOMENDACIONES TENDENTES A LA MEJORA DEL SECTOR

Ante la situación del comercio provincial, cabe plantear las siguientes recomendaciones:

1.^a Mejorar la gestión administrativa, comercial y financiera de las empresas, lo que requiere mejorar la formación del empresario.

2.^a Analizar con detalle las principales ramas de actividad para determinar las líneas más productivas.

3.^a Resulta recomendable la actualización de la Tabla Input-Output de la economía provincial de 1975, por constituir un instrumento de gran valor para el establecimiento de previsiones y líneas de desarrollo del sistema económico.

4.^a Los problemas que se derivan del nivel de gestión y organización comercial de la industria leonesa exigen, para su adecuada solución, esfuerzos por parte de las empresas e instituciones. En los aspectos de gestión y previsión sería recomendable establecer cursos y ciclos de conferencias, sobre la temática comercial, realizar estudios sobre análisis de mercados, organización comercial en los países comunitarios, etcétera.

5.^a La aceleración de las tasas de incremento en las actividades comerciales, servicios personales y profesionales, servicios, investigación, etc., es una necesidad de marcada importancia, puesto que el crecimiento del sector servicios es un requisito fundamental para el desarrollo provincial.

6.^a La figura del mayorista no debe ser considerada como mero intermediario, puesto que realiza necesarias funciones de distribución, almacenaje y suministro de mercancías, así como de financiación al productor y al minorista.

7.^a Es evidente el alto grado de atomización del comercio minorista leonés, haciéndose necesario para su corrección la implantación de medidas tales como exigencias de mínimos de superficie e inversión para establecerse, implantación de ventajas fiscales y crediticias a las concentraciones.

8.^a Impulsar el desarrollo de las cadenas voluntarias, que benefician al comercio reduciendo los costes de distribución.

9.^a Creación de una lonja de productos agropecuarios, publicando las cotizaciones alcanzadas.

10. Facilitar la instalación en León de los centros comerciales de grandes superficies, que reportarán indudables ventajas a los consumidores.

ENLACE DE MODELOS ECONOMETRICOS REGIONALES (*)

EMILIO FONTELA

ANTONIO PULIDO

ANA DEL SUR

Universidad Autónoma de Madrid

1. ENFOQUES ALTERNATIVOS DE MODELIZACION REGIONAL

Es ya tradicional la clasificación de modelos econométricos regionales en diferentes tipos según la forma de conexión entre los modelos que se integran en el esquema conjunto de resolución. J. R. Kort (1982) (1) propone cinco enfoques alternativos que denomina:

1. «Satellite single-región».
2. «Top-down single-región».
3. «Top-down multirregión».
4. «Botton-up multirregión».
5. «Hybrid multirregión».

En los modelos de región única la actividad económica regional queda determinada por variables exógenas de carácter nacional. En los modelos multirregionales, se trabaja con un conjunto de regiones que agregadas se corresponden con un Estado o nación.

La congruencia entre los resultados del total y los obtenidos por agregación, pueden obtenerse según un criterio de arriba-abajo (distribuir, en cierta forma, el dato

(*) Una revisión en inglés será presentada en la sesión «Regional Forecasting», Eighth International Symposium on Forecasting, Amsterdam. 12-15 de junio de 1988.

(1) J. R. Kort, (1982): «An overview of regional modeling methodology and data requirements», DC. BEA, U. S. Department of Commerce.

nacional por regiones) o de abajo-arriba (obtener el dato nacional por agregación de regiones).

Naturalmente, dentro de estos esquemas generales, caben múltiples variantes. El enfoque 2 de resolución de arriba a abajo con región única, puede referirse a un reparto por áreas locales dentro de la región, después de deducir la previsión regional de la correspondiente nacional.

El enfoque 3 de resolución de arriba a abajo con múltiples regiones puede constituir un simple reparto entre regiones del dato nacional en base a coeficientes de suma 1 para el conjunto de regiones, pero puede también partirse de un cálculo región por región sumado al nivel nacional, con un posterior reparto de las discrepancias con la estimación directa del modelo nacional.

El enfoque 4 de abajo arriba supone, en el caso extremo, la no existencia de un modelo nacional, ya que los agregados se obtendrán por adición de datos regionales. Por último, el denominado modelo multirregional híbrido, combinaría enfoques «top-down» para algunas variables y «botton-up» para otras.

A pesar del indudable interés de clasificaciones como la comentada, nos parece que presentan algunos puntos oscuros. Por una parte, creemos de interés el diferenciar los modelos de regiones múltiples según que estos se expliquen principalmente por variables nacionales agregadas o de interrelación con otras regiones. En este sentido, podríamos diferenciar entre:

- a) Modelos de región única.
- b) Modelos regionales-nacionales.
- c) Modelos interregionales.

Por otra parte, la caracterización «top-down» o «botton-up» parece referida exclusivamente a la primacía de la solución agregada directa (y su reparto) o de la solución desagregada (y su integración). Un proceso de abajo a arriba, exige un predominio de los modelos regionales sobre el nacional. En nuestra opinión, sin embargo, podría resultar operativo caracterizar adicionalmente el proceso por la organización general de la actividad de modelización.

Denominaríamos proceso de modelización regional centralizado, aquél caracterizado por aspectos tales como:

- Existencia de un equipo único que elabora tanto el modelo nacional como los modelos regionales.
- Modelos regionales con idéntica especificación.
- Base de datos elaborada y gestionada en forma unitaria.
- Concentración de la responsabilidad de las predicciones en un sólo equipo central.

En el extremo opuesto, calificaremos de descentralizado un proceso en que:

- Existen equipos regionales responsable tanto de la elaboración de la base de datos, como de los modelos (que pueden ser muy diferentes) y de las predicciones.
- La existencia de un posible equipo central sólo implica la necesaria coordinación, homogeneidad de la base de datos, y mantenimiento de un modelo de enlace.

2. EVALUACION DE ENFOQUES: EXPERIENCIAS CON MODELOS SUPRANACIONALES, NACIONALES Y REGIONALES

En un reciente trabajo de revisión sobre modelización supranacional, P. Fernández (1988) (2) pasa revista a 33 diferentes experiencias que agrupa según sus características de funcionamiento en tres variantes:

1a.) Especificación inicial de los modelos individuales de cada país o región con una estructura rígida homogénea; y elaborándose desde un equipo central o por constructores nacionales. Este procedimiento de construcción homogéneo es de gran utilidad a la hora de comparar las economías de los países integrantes, pudiendo señalarse como un ejemplo el modelo HERMES de la Comunidad Económica Europea.

2a.) Especificación de los modelos individuales, también desde un equipo central, pero desarrollando de forma mucho más amplia algunos países en concreto, normalmente el modelo del país del equipo central y los de los países más importantes. Como ejemplo, podemos destacar el modelo Tsukuba-FAIS o el modelo FUGI-GMEM, ambos desarrollados en Universidades Japonesas.

3a.) Desarrollo de los modelos independientes en cada país de origen y por constructores nacionales, que los suelen utilizar para sus propios fines. Este procedimiento es mucho más rico en información que los anteriores, dado que los econométricos de cada país conocen mejor los problemas concretos de su economía. Por contra, dificulta de forma importante de comparación entre países, teniendo que definirse criterios estrictos de homogeneidad para posibilitar su enlace. El ejemplo más conocido de un modelo de este tipo es el Proyecto LINK, patrocinado por Naciones Unidas.

Aunque cada uno de estos enfoques tiene sus ventajas e inconvenientes y no puede considerarse «a priori» la primacía global de ninguno de ellos, consideramos como especialmente fructífera la experiencia descentralizadora del proyecto LINK que, desde hace ya 20 años, dirigen los profesores Klein y Hickman.

En palabras del propio Klein (1983) (3), «la estrategia investigadora central del proyecto sobre enlace internacional de modelos económicos nacionales (LINK) es unir, de una forma consistente, los principales modelos econométricos en funcionamiento que están siendo utilizados en cada uno de los principales países o regiones del mundo, en el supuesto de que cada constructor de modelo conoce mejor su propio país (área)».

A nuestro entender y según nuestra propia experiencia, un enfoque descentralizador, como el del LINK, ha permitido a nivel internacional:

- a) Permitir la coexistencia de modelos de países con muy diferentes grados de detalle (de 30 a más de 1.000 ecuaciones).
- b) Potenciar un fructífero intercambio de experiencias entre equipos de diferentes países.
- c) Aprovechar la potencialidad de utilización de los modelos nacionales que, aparte de aportar su participación al proyecto conjunto, constituyen una herramienta de predicción permanente actualizada en sus respectivos países.

(2) P. Fernández (1988), «Modelización de la interdependencia económica internacional». Tesis Doctoral, Universidad Autónoma de Madrid.

(3) L. R. Klein (1983): «Lectures in Econometrics», North-Holland, pág. 175.

d) Compaginar predicciones elaboradas en forma independiente por cada equipo, con una labor de predicción (y simulación) agregada a nivel mundial y por grandes áreas, con la necesaria garantía de congruencia global. Esto se consigue con la existencia de un equipo central coordinador (en este caso en la Universidad de Pennsylvania) y las correspondientes reuniones de trabajo (dos al año).

Antes de pasar a comentar la experiencia regional, de nuestro más directo interés, querríamos indicar que también a nivel de modelización nacional han existido diferentes experiencias descentralizadoras. El ejemplo más típico es el «Brookings Quarterly Econometric Model», elaborado en los años 60 en EE.UU., con la participación de más de 30 economistas de diversas universidades y centros de investigación. A pesar de las dificultades de aplicación práctica de un modelo heterogéneo y excesivamente complejo, su influencia ha sido importante quizá porque, como indica Intriligator (4), «el más importante resultado del modelo Brookings fue, sin embargo, su papel de integrador de los varios sectores de la economía, metodologías y datos en un contexto unificado, y su influencia en estos aspectos sobre modelos posteriores».

Ya en la concreta experiencia regional, los iniciales modelos en la línea «satellite single-región approach», que propuso Klein (1969) (5), han ido evolucionando en los últimos veinte años hacia modelos multirregionales más complejos.

La ya no tan breve historia de la modelización econométrica regional, podría ser resumida en los siguientes párrafos de Kort, Cartwright y Beemiller (1986) (6):

«Basándose en el éxito de los modelizadores macroeconómicos nacionales, se desarrollaron modelos econométricos regionales a finales de los 60 y principios de los 70. Estos primeros modelos econométricos fueron típicamente construidos como “satélites” de algunos modelos macroeconómicos nacionales ya existentes, donde la actividad económica en la región fue modelizada principalmente como una función de los niveles de actividad económica nacional, determinados exógenamente. Entonces, cambios en la actividad económica de la región no podían tener efectos sobre la actividad económica nacional. Sin embargo, dado que estos primeros modelos econométricos regionales fueron típicamente construidos para una región en particular, la actividad en una región dada podría no afectar, o ser afectada, por cambios en otras regiones.

Recientemente, los esfuerzos en modelización econométrica regional se han centrado en el desarrollo de sistemas multirregionales, en los que se reconoce que las regiones no crecen independiente unas de otras, que conexiones y estímulos significativos fluyen de unas regiones a otras. Los años 80 han visto el desarrollo de numerosos modelos econométricos multirregionales para los Estados Unidos, así como para muchos países europeos y asiáticos. Aunque se han realizado significativos avances en el “estado del arte” en modelización regional, muchos de estos modelos pre-

(4) M. D., Intriligator (1978): «Econometric models, techniques and applications», Prentice-Hall, pág. 447.

(5) L. R. Klein (1969): «The specification of regional econometric models». Papers of the Regional Science Association, vol. 23, págs. 105-115.

(6) J. Kort.; J. V. Cartwright, y R. M. Beemiller: «Linking regional economic models for policy analysis». En M. R. Parryman y J. R. Schmidt, «Regional Econometric Models» Kluwer-Nijhoff Pub., 1986, págs. 93-94.

sentan ciertas carencias. Primera, no agregan consistentemente los totales nacionales. Frecuentemente, estos modelos regionales mantiene el carácter de los primeros modelos regionales de región única, donde la dirección de casualidad es de la nación a la región y no viceversa. En segundo lugar, muchos de estos modelos han sido contruidos como un sistema multirregional, pero no tienen en cuenta adecuadamente la interacción interregional».

Es en cierta forma sorprendente observar cómo la experiencia en modelización regional, no presenta programas conjuntos de elaboración descentralizada de modelos, en línea con estrategias supranacionales tales como el proyecto LINK. A exponer las características de un enfoque modelizador interregional descentralizado, dedicaremos el resto del presente trabajo.

3. EL PROYECTO HISPALINK

Este programa de investigación econométrica fue diseñado en sus líneas básicas durante un seminario sobre modelización regional celebrado a finales de 1986 (7) y su objetivo inicial fue definido como «la elaboración de bancos de datos, estimación, contraste y posterior simulación de políticas alternativas, en base a modelos econométricos coordinados referidos inicialmente a ocho comunidades autónomas (de las 17 en que está dividida España). Los modelos se elaboran con una metodología común y estarán conectados con un modelo general de la economía española en funcionamiento desde 1981, el modelo Wharton-UAM, integrado a su vez en el proyecto LINK de Naciones Unidas».

En una versión inicial, el diseño corresponde a un *modelo multirregional, parcialmente descentralizado con resolución de arriba a abajo*. El carácter multirregional es evidente por integrar al menos nueve grandes regiones desde esta etapa inicial (8). La elaboración de modelos es descentralizada, siendo responsabilidad de cada uno de los equipos regionales. Sin embargo, este carácter descentralizado ha de compatibilizarse, en un principio, con la inclusión de modelos standard para las regiones con equipos aún no integrados o que no han alcanzado aún a disponer de modelos operativos (9). Adicionalmente, la mayor experiencia (y la información estadística

(7) El seminario fue organizado en octubre de 1986 por el Departamento de Economía Cuantitativa de la Universidad de Málaga bajo el título «Jornadas sobre aplicaciones de los modelos econométricos a los problemas regionales», con participación de profesores de once universidades españolas y comunicaciones invitadas de los profesores Jean Paelink (Erasmus Universiteit Rotterdam) y Raymond Courbis (Université Paris-X-Nanterre).

(8) Las universidades y regiones españolas inicialmente implicadas en el proyecto son las siguientes: Andalucía: Universidad de Málaga. Aragón: Universidad de Zaragoza. Canarias: Universidad de La Laguna. Castilla-León: Universidad de Valladolid. Cataluña: Universidad de Barcelona. Galicia: Universidad de Santiago de Compostela. Madrid: Universidad Autónoma de Madrid. Murcia: Universidad de Murcia. Valencia: Universidad de Valencia.

(9) Al tratarse de un proyecto cooperativo entre diferentes equipos universitarios, las razones por las que una región puede no disponer aún de su propio modelo pueden ser múltiples: desde la carencia de recursos en caso de regiones de menor tradición universitaria (al menos en temas de econometría regional), hasta la existencia de programas investigadores no coincidentes. La experiencia del proyecto LINK a nivel mundial, ha sido de creciente integración de equipos, pero siempre con ciertas regiones (en este caso del mundo) cuyos modelos ha sido preciso acometer por el equipo central.

más amplia) en modelización nacional, aconseja una resolución del tipo «top-down», en que las predicciones nacionales sirvan como puente de referencia a las regiones, sin que exista un proceso (al menos formalizado) de rectificación posterior de aquéllas.

La propia tarea de elaboración de la *base de datos* ha sido realizada con un criterio descentralizador pero predominando la dirección de arriba a abajo. Las únicas series de datos regionales homogéneas y compatibles con la información de Contabilidad Regional, son las recientes publicadas en el Instituto Nacional de Estadística, correspondientes al período 1980-84 (10). A efectos de retrotraer las series de datos hasta 1970, para hacer posible un tratamiento econométrico, así como disponer de avances para los años más recientes, se ha realizado una labor conjunta de reparto regional de los agregados nacionales en base a indicadores.

Una estimación aislada de datos regionales ha parecido poco fiable dada la precariedad de la información estadística regional. Por ello, el procedimiento seguido ha sido el siguiente:

1. Cada equipo de trabajo se ha hecho cargo de la desagregación regional de determinadas variables (11).
2. Los datos de cada serie correspondientes a cada región, son revisados por el equipo regional correspondiente.
3. Se realiza una labor general de coordinación de la información estadística elaborada hasta disponer de una base de datos única en soporte informático común para todos los equipos.

En etapas sucesivas de desarrollo del proyecto, está previsto acentuar el proceso descentralizador (al disponer de modelos específicos e independientes para cada una de las regiones españolas) y pasar de un modelo multirregional a uno interregional (en que se tengan en cuenta los efectos cruzados entre regiones).

4. RASGOS BASICOS DE LOS MODELOS REGIONALES

Como ya hemos indicado anteriormente, el criterio descentralizador que inspira el proyecto, supone la posible existencia de modelos con especificaciones econométricas y grado de detalle diferentes.

Sin embargo, vamos a referirnos aquí a un modelo-tipo para una región. Este

(10) INE: «Contabilidad Regional 1980-1984», Madrid 1988.

(11) Las series fundamentales han sido las de valor añadido remuneración de asalariados y empleo, para cada uno de los nueve sectores considerados (desagregación sectorial HERMES de la CEE):

- Agricultura (Universidad de Valencia).
- Energía (Universidad de Málaga).
- Construcción (Universidad de Valladolid).
- Productos industriales intermedios (Universidad de Santiago).
- Bienes de consumo (Universidad de Barcelona).
- Bienes de equipo (Universidad de Zaragoza).
- Transportes y Telecomunicaciones (Universidad de Murcia).
- Servicios destinados a la venta (Universidad A. de Madrid).
- Servicios no destinados a la venta (Universidad A. de Madrid).

Adicionalmente se han desagregado regionalmente los datos de consumo (Universidad de La Laguna).

modelo podría ser el aplicado en forma automática por el equipo central del proyecto a todas aquellas regiones que no dispusiesen aún de modelo propio.

A la hora de especificar un modelo, es preciso hacer una selección inicial entre diferentes alternativas tales como:

1. El tipo de técnica a utilizar. En este caso la propuesta es de realizar una especificación en términos econométricos.
2. El nivel de desagregación. El tratamiento que se propone es sectorial, con consideración limitada a variables de producción y empleo, en nueve ramas productivas coincidentes en las del Proyecto Hermes de la CEE.
3. La periodicidad de los datos. La base de información para la estimación y resolución del modelo tendrá carácter anual, aunque el banco de datos conjunto tendrá variables mensuales y/o trimestrales, que hayan servido de base para la elaboración de las cifras anuales.

Una vez adoptadas las anteriores decisiones, el diseño de un modelo regional está aún sujeto a una serie de restricciones aún mayores, ya que, el modelista regional no tiene la suerte de contar con una completa teoría económica para desarrollar sus modelos, y, aún más, en el caso de alcanzar la aproximación teórica, la escasez de datos suficientes para la estimación de las ecuaciones, impedirá en algunos casos el uso del modelo teórico. En definitiva, que el modelizador regional, se ve forzado a confiar en la teoría económica para el diseño básico, pero ese diseño básico se verá modificado por la realidad de un sistema abierto, como es el de la región, y las limitaciones de los datos disponibles.

Asumiendo las anteriores limitaciones, la propuesta de modelización regional que se presenta está en línea con diversas experiencias previas, tanto nacionales como internacionales. Así, se encontrarán ciertas similitudes con el modelo del estado de Missisipi, el de New Jersey, el modelo Planter o el modelo Cibeles/1 (12).

Se ha elegido una desagregación sectorial en nueve ramas de actividad, que para el año 1980, representan la siguiente estructura a nivel nacional:

Sectores	Porcentaje de participación año 1980
Agricultura.....	7.2
Bienes de consumo.....	11.5
Bienes intermedios.....	6.3
Bienes de equipo.....	8.5
Energía.....	4.5
Construcción.....	8.5
Transportes y Comunicaciones.....	5.9
Servicios destinados a la venta.....	37.1
Servicios no destinados a la venta.....	10.5

(12) Adams, F. G.; Brooking, Blickman (1979): «Description et simulation d'un modele econométrique regional: un modele de l'état du Mississipi». En R. Courbis (1979), editor.

Weber Richard, E.: «Regional econometric modeling and the New Jersey state model». *Regional econometric Modeling* 1946.

«Un modelo econométrico aplicado a las provincias españolas». Subsecretaría de Planificación. Presidencia del Gobierno. Madrid, 1976.

Pulido, A., y Sur, A. del.: «Experiencias previas en la modelización de la Comunidad de Madrid». Centro Lawrence R. Klein. Octubre 1986.

Que tendrá una diferente participación para cada una de las regiones, pero que nos da idea de la importancia que cada uno de estos sectores tiene en la economía nacional.

El modelo para estos nueve sectores analizará dos tipos de variables directas: el valor añadido y el empleo en términos reales.

La ecuación tipo que se propone inicialmente para la modelización sectorial del valor añadido es la siguiente:

$$P_{ij} = a + b Pr_j + X_{ij} \quad \text{con } j = 1, 2, \dots, 9$$

donde:

P_{ij} , representa el valor añadido del sector j , en la región i .

Pr_j , es el valor añadido del sector j , a nivel nacional.

X_{ij} , son las variables específicas que determinan la evolución de cada sector, dentro de cada región i .

Para el empleo sectorial se propone como ecuación tipo:

$$Em_{ij} = a + b P_{ij} + Z_{ij} \quad \text{con } j = 1, 2, \dots, 9$$

donde:

Em_{ij} , es el empleo del sector j en la región i .

P_{ij} , producción del sector j en la región i .

Z_{ij} , variables específicas para cada uno de los sectores.

Las variables X_{ij} y Z_{ij} serán variables a determinar para cada región y para cada sector. No obstante, una primera selección de estas variables podría corresponder con la siguiente especificación sectorial.

Sector Agricultura

Este sector representaba un 7.2 del total de producción nacional en el año 80 y aunque importante para algunas regiones, su evolución está sujeta a factores poco previsibles como es la climatología. Sin embargo, se puede suponer que además de los factores climáticos, este sector está determinado por los precios pagados a los agricultores, la producción agrícola total, la propia participación previa que la región tenga sobre ese total o la tendencia reciente del sector, en la región. En definitiva la modelización para este sector podría ser:

$$VAAG_i = f[PPRI_i, VAAG, VAAG_i (-1)]$$

Sector Industrial

Este sector, en la actual propuesta, englobaría a los sectores de bienes de consumo, equipo, intermedios y de energía. La participación de este grupo de sectores era en 1980 de 30,8 por 100 siendo la evolución de cada uno independiente en cada una de las regiones. Es decir, que hay sectores, como el de bienes de equipo, que son más dinámicos, en cuanto a su crecimiento.

El tipo de variable a considerar para este sector en su conjunto, serán: Los precios sectoriales (13), la producción nacional, que será sustituida para algunas regio-

(13) En el caso de que no existan precios sectoriales diferenciados por regiones, se utilizará el precio sectorial nacional.

nes, por variables «proxy» de demanda regional, en las que se consideran fundamentalmente valores de consumo e inversión regionales, la propia inercia del sector en la región, o en su defecto la participación del mismo sobre el total.

En definitiva, la especificación sectorial sería:

$$\begin{aligned} \text{VAEN}_i &= f [\text{VAEN}, \text{PPRIEN}_i, \text{VAEN}_i (-1)] \\ \text{VAB}_i &= f [\text{DD}_i, \text{PPRIB}_i, (\text{VAB}_i/\text{VAB}_i) (-1)] \\ \text{VABE}_i &= f [\text{DD}_i, \text{PPRIB}_i, (\text{VABE}_i/\text{VABE}) (-1)] \\ \text{VAC}_i &= f [\text{DD}_i, \text{PPRIC}_i, (\text{VAC}_i/\text{VAC}) (-1)] \\ \text{VAIND}_i &= \text{VAEN}_i + \text{VAB}_i + \text{VABE}_i + \text{VAC}_i \end{aligned}$$

Sector Construcción

Este sector, junto con el de agricultura, son los de menor peso sobre el total de producción. Sin embargo, al contrario que ocurre con el agrícola, este sector es tratado de forma especial y aislada, debido a su importancia como indicador de la evolución de la actividad económica futura. Es decir, se puede considerar como un indicador adelantado de la actividad económica, siendo por tanto de vital importancia este sector a nivel regional.

En cuanto a la disponibilidad de información cuantitativa fiable, a nivel regional, este sector es uno de los privilegiados desde esta dimensión. Como además, existe una clara relación entre la inversión destinada a la construcción y su nivel de producción, al menos este sector a nivel regional, puede ser claramente estudiado.

Las variables explicativas para este sector serán:

$$\text{VACST}_i = f [\text{IVCST}_i, \text{PPRICST}_i, \text{VACST}_i (-1)].$$

Sector de servicios

Este sector ha ido tomando cada vez mayor peso específico pasando a nivel nacional a representar un 54,15 en la actualidad (1986).

Bajo esta rúbrica, se agrupan los servicios de Transportes y Comunicaciones junto con los servicios destinados a la venta y los servicios prestados por el Gobierno.

Siendo este, un Sector con una amplia participación, sin embargo se dispone de muy poca información a cerca del mismo, lo que dificulta aún más su estudio regionalizado.

No obstante, una variable significativa, como la de precios, dado el alto nivel de interconexión al que están sometidas las regiones, puede ser asimilada a nivel regional con los mismos crecimientos que a nivel nacional.

Además, pueden ser explicados los crecimientos de este sector, en función de los totales nacionales y variables de eficiencia relativa (14).

$$\begin{aligned} \text{VATC}_i &= f (\text{PCTC}, \text{VATC}, \text{EF}_i) \\ \text{VASV}_i &= f (\text{PCSER}, \text{VASV}, \text{EF}_i) \\ \text{VAG}_i &= f [\text{VAG}, \text{VAG}_i (-1)] \\ \text{VATSE}_i &= \text{VATC}_i + \text{VASV}_i + \text{VAG}_i \end{aligned}$$

(14) Esta variable medirá si la región i, es económicamente más, menos o igual de dinámica que la media nacional.

Por último, el valor añadido total, sería la suma de los respectivos output sectoriales.

$$VAT_i = VAAG_i + VAEN_i + VAB_i + VABE_i + VAC_i + VACST_i \\ VATC_i + VASV_i + VAG_i.$$

Por lo que se refiere a las especificaciones para el empleo sectorial con la misma desagregación hasta ahora analizada, serían las siguientes:

$$\begin{aligned} f EPAG_i &= (VAAG_i, WAG_i) \\ EPBE_i &= f(VABE_i, WBE_i) \\ EPB_{ij} &= f(VAB_{ij}, WB_{ij}) \\ EPEN_{ij} &= f(VAEN_{ij}, WEN_{ij}) \\ EPC_{ij} &= f(VAC_{ij}, WC_{ij}) \\ EPIND_{ij} &= EPBE_i + EPB_{ij} + EPEN_{ij} + EPC_{ij} \\ EPCST_{ij} &= f(VACST_{ij}, WCST_{ij}) \\ EPTC_{ij} &= f(VATC_{ij}, WTC_{ij}) \\ EPSV_{ij} &= f(VASV_{ij}, WSV_{ij}) \\ EPG_{ij} &= f(VASV_{ij}, WGI_{ij}) \\ EPSE_{ij} &= EPTC_{ij} + EPSV_{ij} + EPG_{ij} \\ EPT_{ij} &= EPAG_i + EPIND_{ij} + EPCST_{ij} + EPSE_{ij} \end{aligned}$$

Donde cada uno de los empleados para la rama analizada se determina en función de variables de producción y de la remuneración salarial sectorial a nivel regional.

La relación de variables incluidas en el modelo se adjunta a continuación.

Relación de variable incluidas en el modelo

DD	= Proxy de demanda (consumo + inversión)
DDI	= Proxy de demanda (Inversión + Importaciones de bienes)
EF	= Eficiencia relativa
EPAG	= Empleo en el sector agrícola
EPBE	= Empleo en el sector bienes de equipo
EPBI	= Empleo en el sector bienes intermedios
EPC	= Empleo en el sector bienes de consumo
EPCST	= Empleo en el sector construcción
EPEN	= Empleo en el sector energía
EPG	= Empleo en el sector público
EPIND	= Empleo en el sector industrial
EPSE	= Empleo en servicios
EPSV	= Empleo en Servicios destinados a la venta
EPT	= Empleo total
EPTC	= Empleo en el sector transportes y comunicaciones
IVCST	= Inversión en construcción
PCTC	= Componente de transportes y comunicaciones en el IPC (Índice de precios al consumo)
PCSER	= Resto de la componente de servicios en el IPC (Índice de precios al consumo)
PPRI	= Precios pagados a los agricultores
PPRIBE	= Precios industriales de bienes de equipo

PPRIBI	= Precios industriales de bienes intermedios
PPRIC	= Precios industriales de bienes de consumo
PPRICST	= Precios de construcción
PPRIEN	= Precios Industriales de energía
VAAG	= Valor añadido de la agricultura
VABE	= Valor añadido de bienes de equipo
VABI	= Valor añadido de bienes intermedios
VAC	= Valor añadido de bienes de consumo
VACST	= Valor añadido construcción
VAEN	= Valor añadido energía
VAG	= Valor añadido sector público
VAIND	= Valor añadido industria
VASD	= Valor añadido destinados a la venta
VATC	= Valor añadido transportes y comunicaciones
VATSE	= Valor añadido servicios
WAG	= Salarios sector agrario
WBE	= Salarios sector bienes equipo
WBI	= Salarios sector bienes intermedios
WAC	= Salarios sector bienes consumo
WCST	= Salarios sector construcción
WEN	= Salarios del sector energía
WG	= Salarios sector gobierno
MSV	= Salarios de servicios destinados a la venta
WTC	= Salarios sector transportes y comunicaciones

5. MODELO NACIONAL Y MODELO DE ENLACE

No es ésta la ocasión de describir el modelo Wharton-UAM/5, que es la versión actualmente operativa de un modelo econométrico de la economía española, con el que viene realizándose predicciones permanentemente actualizadas de la economía española desde junio de 1981 (15).

El modelo proporciona predicciones, al menos cuatro veces por año, de más de 400 variables macroeconómicas, una selección de las cuáles son utilizadas como exógenas de los modelos regionales. En esta etapa inicial, como ya hemos comentado anteriormente, la predicción nacional es previa e independiente de las predicciones regionales, que determinan únicamente la distribución, pero al agregado total.

Para cada variable endógena de los modelos regionales, se dispone así de una predicción nacional agregada y de R predicciones regionales (elaboradas todas ellas en base a iguales valores de sus exógenas nacionales). Naturalmente la solución inicial del modelo (Y) y la obtenida por agregación ($Y_T = \sum_{r=1}^R Y_r$) no tienen por qué coincidir.

(15) Sus rasgos generales han sido expuestos en E. Fontela, A. Pufido y A. del Sur (1985). «The causal structure of the Wharton-UAM model of the Spanish Economy. Link Meeting, Madrid, september 6, 1985.

El modelo de enlace debe permitir (en este pase de resolución «top-down») la igualdad de ambas predicciones mediante un proceso de rectificación de las estimaciones regionales para hacerlas congruentes con la predicción nacional. Las diferencias pueden ser repartidas proporcionalmente (o manteniendo fijas aquéllas predicciones regionales más fiables).

En una etapa posterior, podría adaptarse un procedimiento mixto «top-down»/«botton-up» en que:

1. Se elaborasen predicciones nacionales previas que sirvieran de punto de partida común para las predicciones regionales.

2. La agregación de las predicciones regionales conduciría a una solución diferente a nivel nacional que afectaría no sólo a las variables consideradas en los modelos regionales, sino también a las restantes variables nacionales.

3. La nueva solución nacional, adaptada a las predicciones regionales exigiría una rectificación de las propias predicciones regionales, al cambiar los valores de las exógenas de estos modelos. Aunque teóricamente la solución ideal sería la resolución conjunta de los modelos regionales y nacional, la complejidad inherente (y la propia dificultad de mantener criterios de descentralización en las predicciones) aconsejaría un proceso iterativo de acercamiento.

En el proyecto LINK, a pesar de sus 20 años de experiencia, este acercamiento se realiza con desfases temporales que facilitan el proceso. Así cada país realiza una predicción que es integrada y rectificada por el equipo central (con algunos meses de retraso) y que puede ser utilizada como punto de referencia para la siguiente predicción, que meses después realice el equipo del país correspondiente.

De esta forma y siguiendo la experiencia del proyecto LINK, se dispone, al realizarse cada reunión conjunta de:

a) Una predicción elaborada para cada región por cada equipo correspondiente. Esta predicción aunque basada en un modelo econométrico, incluirá habitualmente los factores adicionales de ajuste provenientes del propio conocimiento extra-modelo del equipo regional. El informe periódico de predicción incluye, por todo ello, un análisis cualitativo de la realidad económica regional o nacional, simulaciones de resultados de políticas alternativas, etcétera.

b) Una predicción nacional desagregada regionalmente para las macromagnitudes seleccionadas, así como de simulaciones alternativas relevantes. Estas predicciones no tienen que coincidir exactamente con las elaboradas directamente por cada equipo regional, aunque las discrepancias no deberían ser significativas.

El horizonte de predicción en pleno funcionamiento del proyecto HISPALINK es de 5 años y se realizan dos reuniones anuales de coordinación entre los equipos implicados con exposición pública de sus resultados.

RELACION DE DOCUMENTOS PUBLICADOS

«Centro Lawrence R. Klein»

- 88/1 «Determinación de Precios y Salarios en el Modelo Wharton-UAM/5». P. Fernández, A. Pulido, J. Vicéns. Marzo 1988.
- 88/2 «Enlace de modelos econométricos regionales». E. Fontela, A. Pulido, A. del Sur. Marzo 1988.

- 87/1 «Exchange rates policies and foreigners trade».
A. Pulido, P. Fernández, E. Fontela. Febrero 1987.
- 87/2 «Spanish economic outlook: 1987-1990».
Project LINK. Marzo 1987.
- 87/3 «Contabilidad Nacional y modelos macroeconómicos».
A. Pulido. Marzo 1987.
- 87/4 «Productividad, inflación y retribución de factores; aplicación del MAP a la economía española».
A. Pulido. Mayo 1987.
- 87/5 «Progres technologique et input-output».
E. Fontela, A. Pulido. Project LINK. Septiembre 1987.
- 87/6 «Spanish economic outlook: 1987-1991».
Project LINK. Septiembre 1987.
- 87/7 «Un modelo simplificado de la economía española».
A. Pulido. Octubre 1987.
- 87/ME-1 «El comercio exterior España-CEE: Consecuencias del primer año de integración».
P. Fernández y F. Barbero. Junio 1987.
- 87/8 «Cálculo de la Formación Bruta de Capital Fijo por Rama Propietaria: Nota metodológica».
Noviembre 1987.
- 87/9 «Función agregada de consumo y sistema de demanda en el modelo HERMES-ESPAÑA».
A. Vázquez y B. Pena. Junio 1987.
- 86/0 «Carta abierta a los economistas españoles».
Lawrence R. Klein.
«Elogio de Lawrence R. Klein, doctor "Honoris Causa" por la Universidad Autónoma de Madrid».
A. Pulido. Enero 1986.
- 86/1 «Crecimiento económico y esfuerzo tecnológico. Un enfoque integrado, modelo econométrico/modelo input-output con coeficientes variables».
A. Pulido. Enero 1986.
- 86/2 «Spanish economic outlook: analysis and forecast 1985-1989».
Project LINK.
- 86/3 «Predicción, simulación y análisis de sensibilidad en comercio internacional».
A. Pulido y A. del Sur.
- 86/4 «Una simulación del sector exterior: integración España-CEE».
P. Fernández y A. Pulido. Abril 1986.
- 86/5 «Input-output analysis and forecasting: New approaches».
E. Fontela y A. Pulido. Junio 1986.
- 86/ME-1 «Estimación por MC2E con componentes principales del Modelo Wharton-UAM/3».
A. del Sur y J. Vicéns. Junio 1986.
- 86/ME-2 «Producción y empleo a largo plazo: una aplicación en la línea Hichman-Coen».
B. Pena y A. Pulido. Mayo 1986.

- 86/ME-3 «Análisis y contrastación del tipo de cambio de la peseta».
E. García y A. Pulido. Junio 1986.
- 86/ME-4 «Estrategias de política económica: comparación internacional».
A. Pulido y M. Dones. Junio 1986.
- 86/ME-5 «Experiencias previas en la modelización de la Autonomía de Madrid».
A. del Sur y A. Pulido. Octubre 1986.

UN MODELO ECONOMETRICO PREDICTIVO PARA CASTILLA-LEON. PREDICCIONES BASICAS Y ESCENARIOS ALTERNATIVOS

**JESUS CAVERO ALVAREZ
M.^a CARMEN LORENZO LAGO
BEATRIZ RODRIGUEZ PRADO
JOSE LUIS ROJO GARCIA**
Universidad de Valladolid

1. INTRODUCCION

Se presenta en este artículo un *modelo econométrico para la predicción a medio y largo plazo en Castilla y León*. El modelo permite predecir, con un cierto grado de desagregación sectorial, los valores añadidos, la renta y el empleo en nuestra Comunidad Autónoma.

Como fácilmente podrá comprenderse, los modelos econométricos, y más aun los regionales, se encuentran condicionados por la calidad y cantidad de información estadística disponible, lo que limita, como luego veremos, las posibilidades explicativas del modelo y la sensibilidad del mismo a una parte importante del entorno económico.

En esta primera fase, el modelo trabaja con una desagregación en siete ramas productoras:

- Agricultura, silvicultura y pesca.
- Energía.
- Productos manufacturados intermedios.
- Productos manufacturados de equipo.
- Productos manufacturados de consumo.

- Obras públicas y construcción.
- Servicios.

Esta desagregación, la mayor posible si se utilizan series que, como en el caso del presente modelo arrancan de 1970, permite utilizar como variables exógenas ciertas variables nacionales, que se toman del modelo Wharton-UAM. Queda pendiente la desagregación de la rama de Servicios en tres subramas,

- Transportes y Comunicaciones.
- Otros servicios destinados a la venta excepto alquileres de inmuebles.
- Servicios no destinados a la venta.

Por otro lado, dada nuestra intención de que el modelo pueda servir para una posible planificación regional, se ha tratado de introducir variable exógenas regionales que puedan utilizarse como instrumentos en la política económica regional. No obstante, la falta por el momento de series históricas para las macromagnitudes referentes al sector público regional, ha limitado este objetivo.

Las imperfecciones de las series hacen, por otro lado, que ciertas relaciones que tienen a priori un claro significado, no lo tengan en nuestro modelo.

En definitiva, desde el convencimiento de que no existen modelos correctos, sino modelos útiles, aceptamos de antemano que el que se presenta a continuación, tal vez no sea el que mejor pueda cubrir el objetivo descrito anteriormente, pero supone un primer paso que conducirá, en un futuro próximo, a modelos más completos y precisos.

Finalmente, en este trabajo se analizan dos escenarios alternativos para el modelo, que ocasionan variaciones en las predicciones básicas. Estos escenarios intentan reflejar alternativas plausibles a la que desarrolla la predicción básica.

2. DESCRIPCION DEL MODELO

El modelo se ha estructurado en tres bloques; en los dos primeros se determinan el empleo y el valor añadido para cada rama de actividad; y en el tercero, la renta regional disponible.

Las variables monetarias están medidas en pesetas constantes del 80, y las predicciones vienen asimismo expresadas en dichas unidades:

Bloque 1 (empleo)

En este bloque se estudia la *demanda* de mano de obra. El equipo que ha colaborado el modelo está efectuando un estudio demográfico sobre la población de la región (véase la ponencia sobre «Proyecciones de población en Castilla y León» presentada en esta misma reunión) que proporcionará proyecciones de población por grupos de edad y sexo y que permitirá deducir posteriormente la oferta de mano de obra, es decir, la población económicamente activa.

Para obtener las ecuaciones determinantes del empleo regional se ha optado, tras ensayar varios procedimientos, por seguir el desarrollado por un grupo de investigadores de la Universidad de Carolina del Norte en Greensboro (*Barnes y otros [1977]*). «Manpower Forecasting for small regions», *Growth and Change*, págs. 15 a 23. Este

procedimiento se encuentra también recogido en «El mercado de trabajo. Modelos de previsión de oferta y demanda. El caso español». Cavero Alvarez, J.; Universidad de Valladolid, 1984.

En este procedimiento, los sectores económicos regionales son clasificados en *clave* y *no clave*. Los sectores clave son aquéllos cuyo crecimiento va asociado al crecimiento del mercado nacional. Generalmente abarcan a una gran parte de la industria regional; en nuestro modelo hemos incluido también a la Agricultura, por su importancia en nuestra región. Los sectores no clave son aquéllos cuyo nivel de actividad depende básicamente de la actividad dentro de la región. Como la producción de los sectores no clave es ya un producto final para los consumidores locales o un insumo para los sectores clave locales, los niveles de empleo en dichos sectores se supone que están determinados por el empleo en los sectores clave regionales.

En la primera fase, el empleo regional total está determinado por las ecuaciones.

(a) $CLR = f(CLN)$.

(b) $NCLR = f(CLR)$.

(c) $ETR = CLR + NCLR$.

(véase la simbología de las variables en el anexo 1).

En la segunda fase, se reparte el empleo regional entre los distintos sectores utilizando un procedimiento similar aunque más desagregado:

(d) $ECLR_i = f(ECLN_i, ETR)$.

(e) $ENCLR_j = f(\Sigma_i ECLR_i)$.

(f) $ETR = \Sigma_i ECLR_i + \Sigma_j ENCLR_j$.

Es pues un bloque esencialmente recursivo, es decir que la cadena causal se toma como unidireccional, pudiéndose estimar por MCO.

Este bloque es asimismo recursivo respecto a los otros dos, lo que permite su estimación de forma independiente a la del resto del modelo.

En nuestra región hemos considerado como claves a los sectores de Agricultura, Bienes intermedios y Bienes de consumo, ramas fuertemente asociadas al comportamiento del mercado nacional.

En definitiva, el bloque de empleo queda formado por 14 ecuaciones (véase anexo 10) de las que 9 lo son de comportamiento.

Bloque 2 (valores añadidos)

La inexistencia de series a nivel regional, e incluso de variables vicarias (proxy) del grado de utilización del empleo, así como series de capital y de su grado de utilización, obliga a enfocar las ecuaciones de producción desde el lado de la demanda.

Aunque los enfoques tradicionales más aceptados explican el valor añadido en cada rama en función de la diferencia de precios entre el mercado regional y el nacional, la diferencia entre los costes de producción, los valores añadidos nacionales y la renta familiar disponible, en nuestro caso, al disponer de información únicamente para estas dos últimas magnitudes hemos debido de buscar enfoques alternativos a los tradicionales.

En concreto, y como puede verse en la especificación del modelo (anexo 10), los valores añadidos de la agricultura, construcción y servicios se han explicado de for-

ma independiente, mientras que los de las cuatro ramas industriales se explican mediante un conjunto de ecuaciones interdependientes, formuladas teniendo en cuenta, por un lado, que los sectores son mixtos (producen, tanto para la «exportación» como para la demanda local) y que las actividades industriales se encuentran fuertemente relacionadas, de forma que incrementos o disminuciones de la producción de una de ellas influyen en la de las otras tres.

La estimación de las ecuaciones de comportamiento de los sectores industriales, junto con la de la renta familiar disponible se ha realizado por MC2E.

Bloque 3 (renta familiar disponible regional)

Este bloque tiene como objetivo endogeneizar la renta familiar disponible regional. La renta se explica en función del v.a. total regional y del tiempo, esencialmente.

En definitiva, el modelo se compone de 27 ecuaciones, en las que se explica el comportamiento de 23 variables endógenas mediante 19 exógenas.

3. PREDICCIONES BASICAS DEL EMPLEO. VALOR AÑADIDO Y RENTA REGIONAL PARA EL PERIODO 1987-92

A continuación, presentamos las predicciones obtenidas con el modelo para las variables endógenas. Señalemos que no se han utilizado factores de ajuste, ya que los errores observados no parecen tener un comportamiento sistemático. Señalemos asimismo que se han utilizado los datos suministrados por CEPREDE para las variables exógenas en el período de predicción, que son predicciones del modelo WHARTON-UAM. En algún caso, ha habido que utilizar criterios de reparto, ya que dichas predicciones no tienen nuestro nivel de desagregación. Las predicciones básicas se presentan en el anexo 2.

De forma resumida, podemos describir nuestras predicciones como sigue:

— Descenso del empleo total regional, aunque sin llegar a los ritmos de decrecimiento de los últimos años. Este descenso se debe sobre todo a las pérdidas de empleo en agricultura y servicios. El nivel se mantendrá más o menos estable en las ramas industriales y es de esperar un crecimiento importante del empleo en la Construcción.

— Las predicciones de los valores añadidos para las diferentes ramas de actividad, medidos en pesetas constantes de 1980, muestran una tendencia creciente. Destaca también en este caso, el fuerte crecimiento del sector de la Construcción.

— Únicamente desciende apreciablemente el v.a. en bienes de equipo. Sin embargo, esta predicción no tiene en cuenta las recientes medidas adoptadas por la Administración regional para la Minería.

— La renta regional disponible presenta también una tendencia creciente como consecuencia del crecimiento de los valores añadidos.

4. ESCENARIOS ALTERNATIVOS AL BASICO

Como antes decíamos, el escenario básico para la predicción viene dictado por los valores de las variables predeterminadas para el modelo. En este trabajo desea-

mos estudiar asimismo el impacto que sobre las variables endógenas pueden producir la verificación de dos conjeturas:

1. *En primer lugar*, la Construcción está sufriendo importantes distorsiones en nuestra Comunidad Autónoma. Por un lado, el desacuerdo entre el Gobierno Regional y el MOPU acerca del Plan de Ayudas a la Financiación de las Viviendas amenaza con retrasar todo el programa de ayudas, que es el mayor acicate a la adquisición de viviendas de protección oficial; aunque nadie espera que esta situación pueda prolongarse durante varios años, puede afectar durante los dos próximos (1989 y 1990) a la construcción (iniciación en 1988) de viviendas de protección oficial, que en el año 1987 ha sido el 50.6 por 100 del total de las viviendas iniciadas. Por otro lado, la sentencia reciente del Tribunal Supremo en contra del PGOU de Valladolid, puede afectar a las expectativas de los constructores en esta ciudad que, no lo olvidemos, en 1987 inició una parte importante del total de las viviendas iniciadas en la Comunidad. Concretaremos este escenario en lo que llamaremos *hipótesis 1*: disminución en un 5 por 100 del v.a.p.m. en la *construcción durante los años 1989 y 1990*.

2. *En segundo lugar*: las últimas estimaciones provenientes de indicadores económicos correspondientes al primer trimestre, plantean la posibilidad de un crecimiento del PIB real por encima de las predicciones anteriores. De hecho, el Servicio de Estudios del Banco de Bilbao prevé un crecimiento superior al 5 por 100. Aunque el comportamiento estacional de esta magnitud hace que la estimación de esta entidad (6.2 por 100 para el primer trimestre) haya que revisarla a la baja, y aunque las estimaciones de organismos internacionales como la OCDE no alcancen el 5 por 100, parece plausible pensar en un escenario que se concretaría en la siguiente hipótesis: *Hipótesis 2*: la tasa de variación del PIB real se *situará en el 5 por 100 para los años 88 a 92*.

¿Cómo se concreta la especificación de esos escenarios?

El primer escenario propone una hipótesis referente a una de las variables endógenas del modelo, VCOR. Ello obliga a modificar la especificación del mismo. La solución adoptada consiste en introducir una nueva ecuación, 16 bis.

$$VCOR2 = 0.95*VCOR*d88CO + (1 - d88CO)*VCOR,$$

donde d88CO es una variable ficticia que vale 1 durante los años 89 y 90, y modificar las ecuaciones 16 y 26 sustituyendo en la primera VCOR(- 1) por VCOR2(- 1) y en la segunda VCOR por VCOR2.

Obsérvese que ello no se traduce en una caída del empleo, debido a la estructura recursiva del modelo. En consecuencia, hemos debido introducir dos nuevas ecuaciones, que modificasen adecuadamente las variables ECOR y NCLR.

El segundo escenario se concreta en una modificación de la variable (exógena) PIBR, para la que hemos supuesto una tasa de crecimiento del 5 por 100 desde el año 1988 hasta 1992. Las tasas de variación de esta variable (que es una predicción obtenida del modelo Wharton-UAM) son del 4.2, 4.28, 4.01, 4.36 y 4.5 por 100 para los años 88, 89, 90, 91 y 92, respectivamente. Como antes decíamos, algunas fuentes, entre las que se encuentra el Servicio de Estudios del Banco de Bilbao estiman que el crecimiento del PIB real superará en 1988 el 5 por 100; esta opinión no es unánime, y la OCDE estima crecimientos análogos a los predichos por CEPREDE, con todo, la modificación que proponemos para el período 88-92, aunque pueda con-

siderase excesiva, puede ayudar a observar de forma más clara su repercusión sobre las predicciones del modelo.

Obviamente, y puesto que el PIB real explica sólo el valor añadido en productos manufacturados de consumo y, a través de él, los de las otras ramas industriales, debieran modificarse al alza los valores de los empleos nacionales, para observar su repercusión sobre el empleo regional. Sin embargo, creemos que las tasas de variación del empleo nacional que se deducen de las predicciones del Wharton-UAM para las distintas ramas son ya razonables, y en todo caso, ignoramos la repercusión numérica sobre el empleo de estas variaciones del PIB real.

Estos escenarios se combinan en un tercero, que aúna los efectos de ambas hipótesis.

5. PREDICCIONES EN LOS ESCENARIOS PROPUESTOS. CONCLUSIONES

Las predicciones para los distintos escenarios se presentan en el anexo 2, las predicciones básicas van encabezadas con una P, las que se esperan en la hipótesis 1 (ligera caída del v.a.b. en la Construcción en los años 1989 y 1990) con la letra Q, las predicciones en la hipótesis 2 (tasa de variación del PIBR del 5 por 100 hasta 1992) con la letra T, y con la letra U las predicciones en el tercer escenario, que superpone ambas hipótesis.

Describiendo brevemente los resultados, se observan descensos significativos de los valores añadidos en el escenario primero (variables Q), que no se ven compensadas en el escenario tercero (variables U) por el incremento de la tasa de variación del PIB real. Este incremento produce (escenario segundo, variables T) ligeros incrementos en los valores añadidos en la industria, que son casi despreciables.

En definitiva, y aún teniendo en cuenta, como antes decíamos, que las dificultades en la obtención y estimación de las series históricas reducen mucho la sensibilidad del modelo, un contexto expansivo por el lado del producto del tipo del contemplado en el escenario 2 no va a producir una mejoría apreciable en la producción regional y, por el contrario, las dificultades en el sector de la Construcción pueden ocasionar bajas sensibles en otras ramas industriales. Con todo, las caídas en los valores añadidos que provocaría la hipótesis 1, no se mantienen durante los años 91 y 92, de forma que las predicciones para este último año coinciden prácticamente con las básicas.

Para finalizar, sólo una observación; si el lector observa las predicciones del valor añadido regional en bienes de equipo (VBER), notará que estas predicciones caen de forma exagerada, incluso en la predicción básica. Ello se debe a dos motivos: en primer lugar, la estimación está realizada en un contexto no expansivo, lo que ayuda a explicar el valor añadido de cada rama industrial mediante los valores añadidos en las otras; en segundo lugar, y como se decía en la descripción del modelo, no se han utilizado factores de ajuste. El equipo que ha elaborado el modelo trabaja actualmente en ambas direcciones: proponiendo especificaciones alternativas para esas ecuaciones, y planteando la utilización de factores de ajuste que permitan corregir esas desviaciones.

ANEXO 1

Especificación del modelo

```
1: c1r=eagr+ebir+ebcr
2: c1n = pbaaag + pbaobi + pbaobc
3: CLR=-85936.648+.10576847*CLN
4: lclr = log(c1r)
5: LNCLR=9.6902752+.25354037*LCLR+4.2122136D-2*D7677+.14336068*08586+[AR(1)=-.69
25417]
6: nclr = exp(lnc1r)
7: etr = c1r + nclr
8: EAGR=-157926.03+9.7856007D-2*PBAOAG+.23806659*ETR
9: EBIR=-276.2125+4.6412679D-2*PBAOBI+1.2923463D-3*ETR
10: EBCR=6914.578+5.2134392D-2*PBAOBC+6.1713205D-3*ETR
11: EENR=550.06827-1.4242318D-2*CLR+.1714414*PBAOEN+[AR(1)=-.65149603]
12: EBER=12024.88-3.6191468D-2*CLR+5.5440762D-2*PBAOBE+[AR(1)=-.38569497]
13: ESRR=252462.8+.11572143*CLR+56896.51*08586+[AR(1)=-.64510711]
14: ECOR=22698.738-3.8301931D-2*CLR+5.7183956D-2*PBAOCO
15: VAGR=-11206805.+43901499*EAGR+5579.5156*T+.15176989*VARAG+15666.763*OBAG-1
951.134*OMAG
16: VCOR=-3132647.4+.34052596*VCOR(-1)+1572.1385*T+1.0201336*ECOR
17: VSRR=185779.86-.13941414*ETR+.49498641*YDR+33491.924*08586
18: zen = vber + vbir + vbcr
19: VENR=-315484.41+.43123861*ZEN+6.4608125*EENR+.18840914*YDR+26993.21*D7778
20: zbi = vber + venr + vbcr
21: VBIR=7505.0717+6.6480646D-2*ZBI+1.1428326D-2*VARBI
22: zbc = venr + vbir + vber
23: VBCR=-27050.29+.54942679*ZBC+.003152*PIBR-21114.035*D7778
24: zbe = venr + vbir + vbcr
25: VBER=5462502.7-.39279065*ZBE+7.6905123D-2*VARBE+88903.568*D7778-2778.0804*T
26: vtr=vber+vbcr+vbir+venr+vsrr+vcor+vagr
27: YDR=-6398669.2-121046.78*D7778+3318.4587*T+.75135118*VTR
```

Relación alfabética de series del Banco de datos

CLN	Empleo Sectores Clave Nacionales.
CLR	Empleo Sectores Clave Regionales.
DBAG	Variable ficticia para años climatológicamente buenos en agricultura.
DMAG	Variable ficticia para años climatológicamente malos en agricultura.
D7677	Variable ficticia que recoge cambio de metodología en la obtención de las series nacionales.
D7778	Variable ficticia que recoge cambio de metodología en la Encuesta Industrial.
D8586	Variable ficticia que recoge cambio de metodología en la EPA.
EAGR	Empleo regional en agricultura.
EBCR	Empleo regional en bienes de consumo.
EBER	Empleo regional en bienes de equipo.
EBIR	Empleo regional en bienes intermedios.
ECOR	Empleo regional en construcción.
EENR	Empleo regional en energía.
ESRR	Empleo regional en servicios.
ETR	Empleo regional total.
FCLR	Empleo estimado en sectores clave regional.
FEAGR	Empleo estimado regional en agricultura.
FBCR	Empleo estimado regional en bienes de consumo.
FEBER	Empleo estimado regional en bienes de equipo.
FEBIR	Empleo estimado regional en bienes intermedios.
FECOR	Empleo estimado regional en construcción.
FEENR	Empleo estimado regional en energía.
FESRR	Empleo estimado regional en servicios.
FNCLR	Empleo estimado sectores no clave regional.
FVAGR	Valor añadido estimado regional en agricultura.
FVBCR	Valor añadido estimado regional en bienes de consumo.
FVBER	Valor añadido estimado regional en bienes de equipo.
FVBIR	Valor añadido estimado regional en bienes intermedios.
FVCOR	Valor añadido estimado regional en construcción.
FVENR	Valor añadido estimado regional en energía.
FVSRR	Valor añadido estimado regional en servicios.
FVTR	Valor añadido estimado total.
FYDR	Renta disponible regional estimada.
LCLR	Logaritmo empleo sectores clave regional.
LNCLR	Logaritmo sectores no clave regional.
NCLR	Empleo en sectores no clave regional.
PBAOAG	Población activa ocupada nacional en agricultura.
PBAOBC	Población activa ocupada nacional en bienes de consumo.
PBAOBE	Población activa ocupada nacional en bienes de equipo.
PBAOBI	Población activa ocupada nacional en bienes intermedios.
PBAOCO	Población activa ocupada nacional en construcción.
PBAOEN	Población activa ocupada nacional en energía.
PBAOSR	Población activa ocupada nacional en servicios.

PBAOTT	Población activa ocupada nacional total.
PIBR	Producto interior bruto real nacional.
T	Tiempo.
VAGR	Valor añadido regional en agricultura.
VARAG	Valor añadido nacional en agricultura.
VARBC	Valor añadido nacional en bienes de consumo.
VARBE	Valor añadido nacional en bienes de equipo.
VARBI	Valor añadido nacional en bienes intermedios.
VARCO	Valor añadido nacional en construcción.
VAREN	Valor añadido nacional en energía.
VARSR	Valor añadido nacional en servicios.
VARTT	Valor añadido nacional total.
VBCR	Valor añadido regional en bienes de consumo.
VBER	Valor añadido regional en bienes de equipo.
VBIR	Valor añadido regional en bienes intermedios.
VCOR	Valor añadido regional en construcción.
VENR	Valor añadido regional en energía.
VSRR	Valor añadido regional en servicios.
VTR	Valor añadido regional total.
YDR	Renta familiar disponible regional.
ZBC	$ZBC = VENR + VBER + VBIR.$
ZBE	$ZBE = VENR + VBCR + VBIR.$
ZBI	$ZBI = VENR + VBCR + VBER.$
ZEN	$ZEN = VBCR + VBER + VBIR.$

Raíz de los Errores Cuadráticos Medios (en porcentaje)
Estadístico U_{66} de Theil

Variable	Denomi- nación	REC	U_{66}
Clave regional	CLR	2,04	0,38
No clave regional	NCLR	1,49	0,31
Empleo total regional	ETR	1,25	0,31
Empleo agrícola	EAGR	2,73	0,40
Empleo energía	EENR	2,92	0,45
Empleo bienes inter.	EBIR	2,11	0,27
Empleo bienes equipo	EBER	2,54	0,24
Empleo bienes consumo	EBCR	3,27	0,59
Empleo servicios	ESRR	1,54	0,27
Empleo construcción	ECOR	3,78	0,47
Valor añadido agricultura	VAGR	4,94	0,27
Valor añadido construcción	VCOR	5,58	0,63
Valor añadido servicios	VSRR	2,96	0,82
Valor añadido energía	VENR	37,78	0,29
Valor añadido B. inter.	VBIR	5,37	0,35
Valor añadido B. consumo	VBCR	10,65	0,14
Valor añadido B. equipo	VBER	7,84	0,32
Renta familiar disponible	YDR	3,04	0,87

ANEXO 2

obs	PVAGR	QVAGR	TVAGR	UVAGR
1987	146580.4	146580.4	146580.4	146580.4
1988	156763.6	156763.6	156763.6	156763.6
1989	145906.4	145445.3	145906.4	145445.3
1990	153955.7	153492.0	153955.7	153492.0
1991	163873.6	163873.6	163873.6	163873.6
1992	172268.0	172268.0	172268.0	172268.0

obs	PVCOR	QVCOR	TVCOR	UVCOR
1987	81101.34	81101.34	81101.34	81101.34
1988	90910.57	90910.57	90910.57	90910.57
1989	100513.1	100513.1	100513.1	100513.1
1990	108086.2	106374.8	108086.2	106374.8
1991	116700.0	114306.1	116700.0	114306.1
1992	126021.4	125206.2	126021.4	125206.2

obs	PVSRR	QVSRR	TVSRR	UVSRR
1987	550571.1	550571.1	550571.1	550571.1
1988	572940.5	572940.5	573159.2	573159.2
1989	582262.6	579406.1	582697.3	579840.8
1990	602869.9	598586.5	603622.3	599338.9
1991	626184.8	624477.4	627173.5	625468.1
1992	649596.4	649015.5	650795.9	650214.6

obs	PVENR	QVENR	TVENR	UVENR
1987	111033.5	111033.5	111033.5	111033.5
1988	126053.3	126053.3	126222.7	126222.7
1989	138303.3	137080.4	138640.2	137417.2
1990	154889.0	153162.4	155472.0	153745.3
1991	172945.2	172343.8	173711.3	173110.5
1992	191093.0	190888.3	192022.1	191817.3

obs	PVBER	QVBER	TVBER	UVBER
1987	40073.10	40073.10	40073.10	40073.10
1988	32450.49	32450.49	32211.55	32211.55
1989	26605.78	27249.05	26130.76	26774.04
1990	18569.71	19477.84	17747.68	18655.83
1991	10060.95	10377.21	8980.750	9296.799
1992	1605.976	1713.601	296.0810	403.7670

obs	PVBCR	QVBCR	TVBCR	UVBCR
1987	110647.1	110647.1	110647.1	110647.1
1988	117846.2	117846.2	118262.0	118262.0
1989	124623.3	124270.5	125450.0	125097.2
1990	132649.3	132151.5	134079.9	133582.0
1991	141645.4	141472.0	143525.2	143351.9
1992	150966.4	150907.4	153245.9	153186.8

Predicciones de las variables endógenas del modelo

obs	PVBIR	QVBIR	TVBIR	UVBIR
1987	36573.34	36573.34	36573.34	36573.34
1988	38014.87	38014.87	38037.90	38037.90
1989	39416.31	39354.31	39462.09	39400.08
1990	41053.38	40965.86	41132.59	41045.07
1991	42880.62	42850.15	42984.72	42954.25
1992	44764.52	44754.15	44890.75	44880.37

obs	PVTR	QVTR	TVTR	UVTR
1987	1076580.	1076580.	1076580.	1076580.
1988	1134980.	1134980.	1135568.	1135568.
1989	1157631.	1148293.	1158800.	1149462.
1990	1212073.	1198892.	1214096.	1200915.
1991	1274291.	1269700.	1276949.	1272361.
1992	1336316.	1334753.	1339540.	1337977.

obs	FYDR	QYDR	TYDR	UYDR
1987	882951.3	882951.3	882951.3	882951.3
1988	930148.4	930148.4	930590.2	930590.2
1989	950485.9	943470.1	951364.2	944348.4
1990	994709.7	984806.1	996229.8	986326.2
1991	1044775.	1041326.	1046773.	1043326.
1992	1094696.	1093522.	1097119.	1095945.

obs	PCLR	QCLR	TCLR	UCLR
1987	287634.9	287634.9	287634.9	287634.9
1988	292656.9	292656.9	292656.9	292656.9
1989	296429.0	296429.0	296429.0	296429.0
1990	302972.8	302972.8	302972.8	302972.8
1991	310508.9	310508.9	310508.9	310508.9
1992	317213.8	317213.8	317213.8	317213.8

obs	PNCLR	QNCLR	TNCLR	UNCLR
1987	470846.5	470846.5	470846.5	470846.5
1988	472964.8	472964.8	472964.8	472964.8
1989	474536.2	470124.5	474536.2	470124.5
1990	477194.2	472757.8	477194.2	472757.8
1991	480192.2	480192.2	480192.2	480192.2
1992	482811.8	482811.8	482811.8	482811.8

obs	PETR	QETR	TETR	UETR
1987	758481.4	758481.4	758481.4	758481.4
1988	765621.8	765621.8	765621.8	765621.8
1989	770965.1	766553.5	770965.1	766553.5
1990	780167.0	775730.6	780167.0	775730.6
1991	790701.0	790701.0	790701.0	790701.0
1992	800025.6	800025.6	800025.6	800025.6

obs	PEAGR	QEAGR	TEAGR	UEAGR
1987	191399.8	191399.8	191399.8	191399.8
1988	191533.8	191533.8	191533.8	191533.8
1989	188460.4	187410.2	188460.4	187410.2
1990	188473.2	187417.0	188473.2	187417.0
1991	189558.5	189558.5	189558.5	189558.5
1992	189733.6	189733.6	189733.6	189733.6

obs	PECOR	QECOR	TECOR	UECOR
1987	63996.51	63996.51	63996.51	63996.51
1988	69137.53	69137.53	69137.53	69137.53
1989	73735.09	73735.09	73735.09	73735.09
1990	76412.21	76412.21	76412.21	76412.21
1991	80786.98	80786.98	80786.98	80786.98
1992	85507.91	85507.91	85507.91	85507.91

obs	PESRR	QESRR	TESRR	UESRR
1987	342623.9	342623.9	342623.9	342623.9
1988	343212.5	343212.5	343212.5	343212.5
1989	343653.8	343653.8	343653.8	343653.8
1990	344414.1	344414.1	344414.1	344414.1
1991	345288.2	345288.2	345288.2	345288.2
1992	346065.4	346065.4	346065.4	346065.4

obs	PEENR	QEENR	TEENR	UEENR
1987	23588.72	23588.72	23588.72	23588.72
1988	24469.03	24469.03	24469.03	24469.03
1989	25616.21	25616.21	25616.21	25616.21
1990	26785.10	26785.10	26785.10	26785.10
1991	27965.25	27965.25	27965.25	27965.25
1992	29134.75	29134.75	29134.75	29134.75

obs	PEBER	QEBER	TEBER	UEBER
1987	46561.16	46561.16	46561.16	46561.16
1988	47958.09	47958.09	47958.09	47958.09
1989	49812.72	49812.72	49812.72	49812.72
1990	51667.84	51667.84	51667.84	51667.84
1991	53528.40	53528.40	53528.40	53528.40
1992	49837.72	49837.72	49837.72	49837.72

obs	PEBCR	QEBCR	TEBCR	UEBCR
1987	75138.73	75138.73	75138.73	75138.73
1988	77414.67	77414.67	77414.67	77414.67
1989	80262.65	80235.42	80262.65	80235.42
1990	83276.97	83249.59	83276.97	83249.59
1991	86357.95	86357.95	86357.95	86357.95
1992	89378.81	89378.81	89378.81	89378.81

obs	PEBIR	QEBIR	TEBIR	UEBIR
1987	28022.33	28022.33	28022.33	28022.33
1988	28991.04	28991.04	28991.04	28991.04
1989	30208.16	30202.46	30208.16	30202.46
1990	31491.57	31485.84	31491.57	31485.84
1991	32801.82	32801.82	32801.82	32801.82
1992	34087.81	34087.81	34087.81	34087.81

MODELOS DE PREDICCIÓN DEL TURISMO A CORTO PLAZO EN LA COSTA DEL SOL

J. M. OTERO Y F. TRUJILLO
Universidad de Málaga

SUMARIO

1. INTRODUCCION
2. CARACTERISTICAS DE LAS SERIES
3. MODELIZACION BOX-JENKINS
 - 3.1. Modelos univariantes
 - 3.2. Función de transferencia
4. PREDICCIONES

1. INTRODUCCION

La presente Comunicación constituye, en parte, un resumen del estudio titulado Análisis Estadístico de la Actividad Turística en Málaga 1974-1986, que obtuvo el «Premio a la Investigación en la Universidad de Málaga» de 1986, patrocinado por SURBEGA, S. A.

Este trabajo se centra exclusivamente en el análisis de las series temporales de «Pernoctaciones en Establecimientos Hoteleros» de la provincia de Málaga y constituye el punto de partida de un proyecto más ambicioso, relacionado con la elaboración periódica de *análisis de coyuntura turística* en Málaga y en Andalucía.

Las Pernoctaciones en Establecimientos Hoteleros están clasificadas en Nacionales y Extranjeros. La primera la designamos por PERNA y la segunda por PEREX.

En la sección 2, se presentan las series y se realiza un breve análisis descriptivo de las mismas.

En la sección 3, se lleva a cabo la modelización de ambas mediante la metodología Box-Jenkins, tanto con modelos univariantes para cada serie como una función de transferencia para PEREX. En la sección 4, se presentan las correspondientes predicciones.

En etapas sucesivas de esta línea de investigación pretendemos continuar la tarea, ya iniciada, de relacionar estas series con indicadores adelantados, a fin de poder anticipar con mayor exactitud su comportamiento futuro.

2. CARACTERISTICAS DE LAS SERIES

La serie de «Pernoctaciones en Establecimientos Hoteleros» figura en la estadística del INE titulada «Movimiento de Viajeros en Establecimientos Turísticos», de periodicidad trimestral (1).

A partir del tercer trimestre de 1974 cambia la metodología de construcción de esta serie, pasando a realizarse mediante muestreo de un conjunto de establecimientos hoteleros que, periódicamente, se sustituyen por otros y que proporcionan información sobre viajeros, pernoctaciones y grado de ocupación durante cierto número de días de cada mes. Este es el motivo de que se haya establecido el origen de las series analizadas en julio de 1974. La última observación disponible en el momento de la estimación fue la correspondiente a mayo de 1986, hecho que posteriormente nos ha permitido llevar a cabo comparaciones entre predicciones y realizaciones fuera del período muestral.

La serie de «Pernoctaciones» está disponible para el período citado con diversos desgloses, ya sea por la nacionalidad de los viajeros o por la categoría del establecimiento hotelero. Aquí aparecen analizadas las series correspondientes a viajeros nacionales (PERNA) y extranjeros (PEREX) en hoteles de la provincia de Málaga, cuyas correspondientes representaciones gráficas aparecen en las figuras 1 y 2, respectivamente.

En el análisis descriptivo de las series es de destacar, ante todo, su fuerte estacionalidad.

Los factores de desestacionalización de ambas series aparecen en el cuadro 1, que se ha obtenido a través de software TSP. Para obtener cualquier valor desestacionalizado basta multiplicar el valor real por el factor de desestacionalización correspondiente, según el mes al que venga referido el dato.

Las correspondientes series desestacionalizadas aparecen representadas en las figuras 3 y 4.

La simple observación de la figura 3 permite afirmar que existe una tendencia suave en el crecimiento de la serie a largo plazo. El gráfico de la serie desestacionalizada presenta unas oscilaciones a medio plazo que hay que atribuir a una componente cíclica. Así, los años 1977 y 1978 fueron de gran actividad, en tanto que en

(1) Pernoctación es «la ocupación por una persona de una o más plazas o de una cama supletoria dentro de una jornada hotelera y en un mismo establecimiento».

CUADRO 1
FACTORES DE DESESTACIONALIZACION

MESES	PEREX	PERNA
Enero	1,78988	1,87260
Febrero	1,66049	1,89972
Marzo	1,14773	1,50057
Abril	0,93782	0,95504
Mayo	0,87053	1,17385
Junio	0,81235	0,99962
Julio	0,70334	0,66857
Agosto	0,66912	0,43089
Septiembre	0,73008	0,73826
Octubre	0,87840	1,13956
Noviembre	1,56073	1,65531
Diciembre	1,83777	1,53496

1979 se presenta una importante caída relativa. Entre 1980 y 1984 se presenta un crecimiento suave y en 1985 una nueva caída (2)

Por otra parte, la figura 4 muestra que la serie desestacionalizada de pernoctaciones correspondiente a viajeros nacionales es bastante horizontal, lo que significa que no se aprecia tendencia a largo plazo en la evolución de la serie. En cuanto a las oscilaciones cíclicas, tampoco parecen estar presentes. Se aprecia entre los años 1976 y 1977 un incremento en la serie, de naturaleza coyuntural. El resto del período las únicas oscilaciones apreciables parecen tener una naturaleza errática.

3. MODELIZACION BOX-JENKINS

3.1. Modelos univariantes

En relación con la serie de *Pernoctaciones de Nacionales*, PERNA, y después de llevar a cabo el correspondiente análisis de identificación, el modelo seleccionado para la estimación es el siguiente:

$$(1 - \Phi_1 B^{12} - \Phi_2 B^{24}) \nabla \nabla_{12} \ln \text{PERNA}_t = c + (1 - \Theta_1 B) a_t \quad [1]$$

es decir, un SARIMA (0, 1, 1) × (2, 1, 0)₁₂.

Los resultados de la estimación de [1] para el período 1978-8 a 1985-12 son:

$$(1 + 0,594 B^{12} + 0,249 B^{24}) \nabla \nabla_{12} \ln \text{PERNA}_t = 0,0027$$

(2) La caída de 1979 se puede atribuir a la subida de los precios de crudos, que fue más fuerte que la de 1973. La baja de 1985 se debe a la caída del turismo de procedencia inglesa, motivada, por una parte, a una larga huelga del sector minero británico y, por otra, al enfrentamiento entre un «tour operator» inglés y algunas cadenas hoteleras, lo que motivó el desvío de dicho turismo hacia otras zonas del mediterráneo.

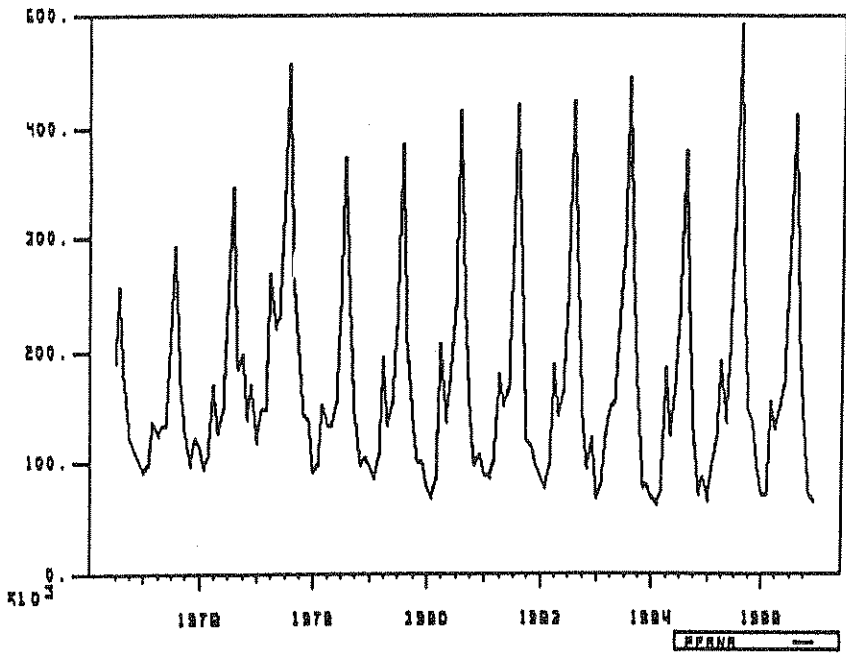


Figura 1: *Perna* (1974.7 - 1986.12)

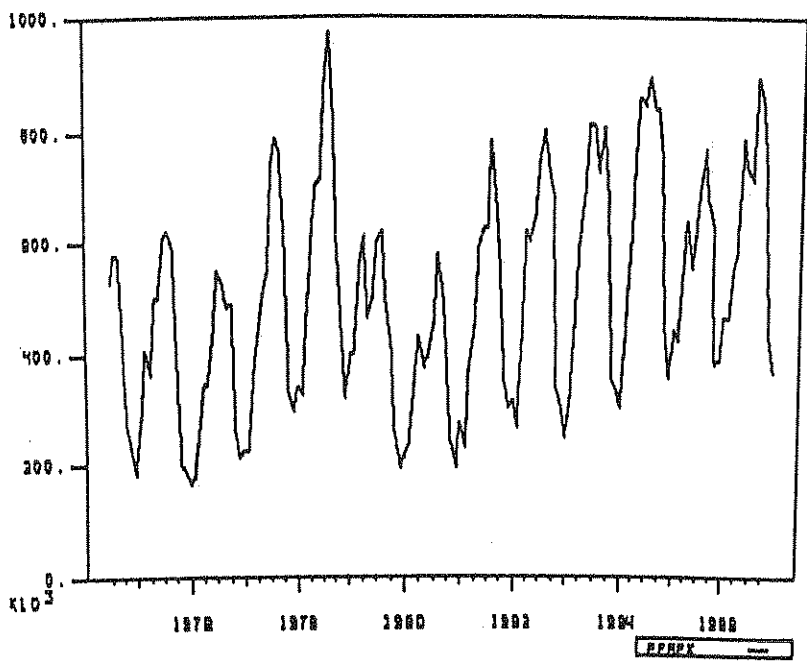


Figura 2: *Perex* (1974.7 - 1986.12)

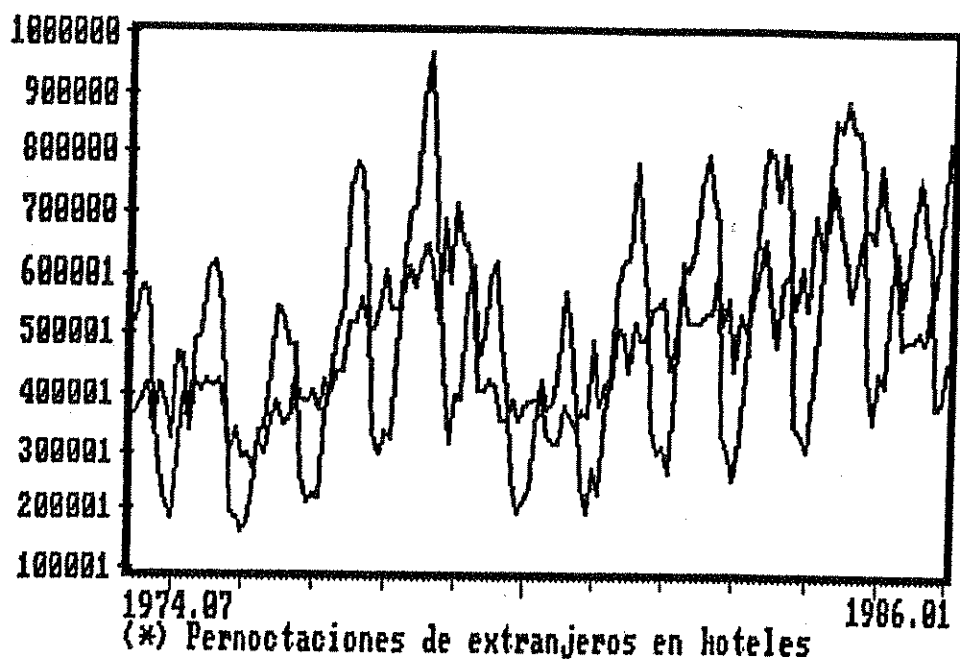


Figura 3

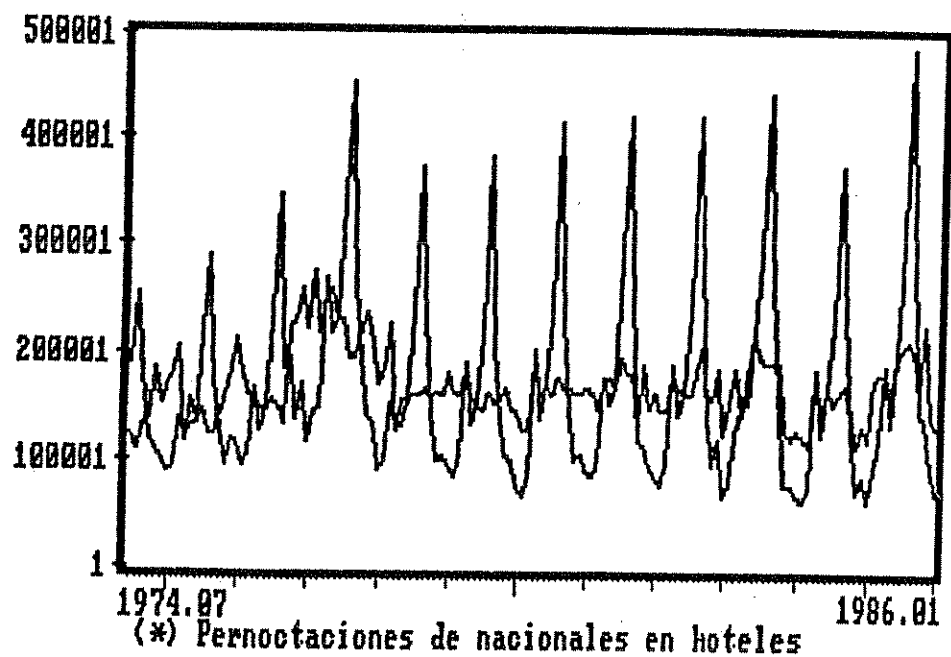


Figura 4

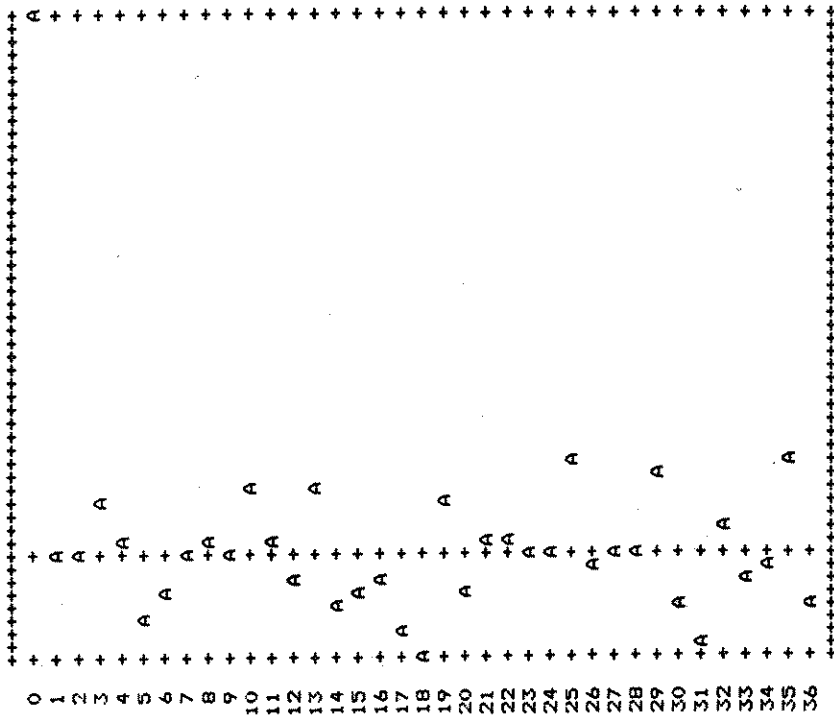


Figura 5

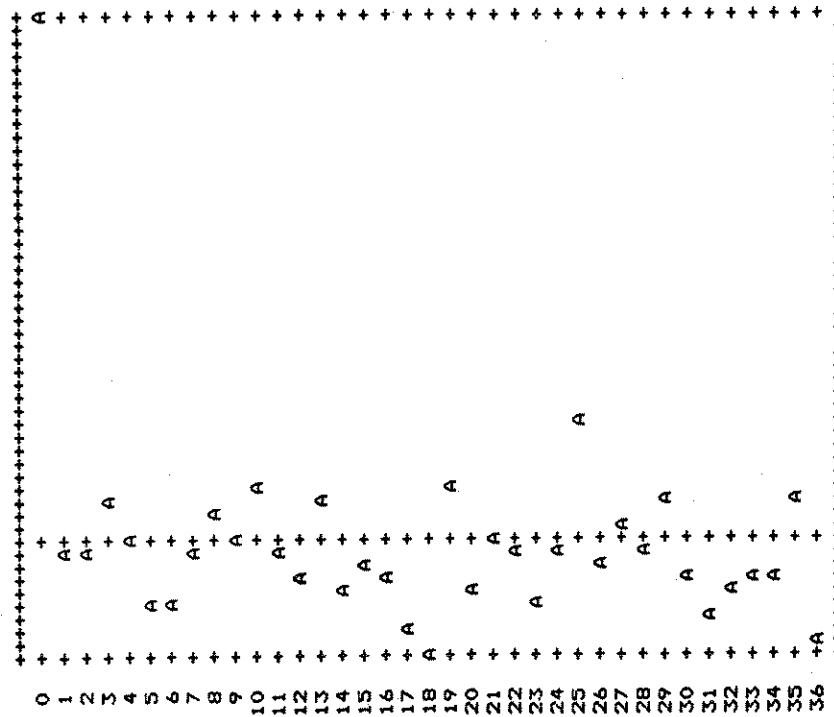


Figura 6

$$\begin{aligned}
 & (5,75) \quad (2,42) \quad (0,60) \quad [1 \text{ bis}] \\
 & + (1 - 0,741 B)a_t \\
 & \quad \quad \quad (- 10,47)
 \end{aligned}$$

$$R^2 = 0,5768 \quad D.W. = 2,01 \quad Q(27) = 16,629$$

Estos resultados son significativos (3). El valor del estadístico de Box-Pierce implica aceptar la hipótesis de que los residuos se comportan como «ruido blanco».

Sin embargo, la función de autocorrelación (f.a.) de los residuos presenta valores significativos en los retardos 18 y 31 (véanse las figuras 5 y 6).

Los residuos superiores a la $1,7 \sigma$ (0,272) son:

Fecha	Residuo
Abril-80	0,402
Octubre-81	- 0,283
Enero-83	- 0,315
Abril-83	- 0,309
Noviembre-83	- 0,401
Diciembre-83	- 0,333
Abril 84	0,278
Febrero-85	0,406
Noviembre-85	0,476

La lista de residuos atípicos, ninguno mayor que 3σ , resulta altamente expresiva de la dificultad que conlleva la modelización de una serie como PERNA. Los residuos correspondientes al mes de abril de 1980, 1983 y 1984 encuentran su justificación, probablemente, en las minivacaciones de Semana Santa. Así, en 1980 y 1984 se experimentó una fortísima subida en la cifra de pernoctaciones en dicho mes, no superada en ambos años hasta el mes de julio. En cambio, en 1983 el aumento de las pernoctaciones en el mes de abril fue menor de lo habitual, razón por la que el modelo arroja un valor superior al realmente observado (4).

El residuo que corresponde a octubre de 1981 viene provocando por un final anticipado de la temporada turística en dicho año, con una fuerte disminución en la cifra de pernoctaciones. Una situación similar, de acusado descenso, provoca los residuos de enero, noviembre y diciembre de 1983, meses en los que la cifra de pernoctaciones resulta sensiblemente inferior a la que se produjo en años anteriores y posteriores.

Respecto a 1985 cabe destacar que fue un año excelente en lo que a pernoctaciones de nacionales se refiere, especialmente si se le compara con 1984. Esta circunstancia, venir precedido por un año especialmente malo, justifica los residuos positi-

(3) Las razones «t» figuran entre paréntesis debajo de cada coeficiente.

(4) Hemos modelizado el efecto de la Semana Santa mediante un análisis de intervención, pero la variable correspondiente no resultó significativa.

vos de febrero y noviembre, en el primero se inicia la recuperación de 1985, en tanto que el segundo resulta una prolongación de la temporada alta (5).

La relación de residuos atípicos también explica, en parte, la presencia de altas correlaciones residuales. De forma que la autocorrelación en el retardo 18 vendría explicada por los elevados valores de los residuos abril-80, octubre-81, abril-83, separados 18 meses entre sí, aunque ambas correlaciones tienen signos opuestos. Otro tanto, sucede con la autocorrelación en el retardo 25, que puede venir motivada por los residuos octubre-81, noviembre-83 y enero-83, febrero-85. Finalmente, la autocorrelación en el retardo 31 tendría su explicación en los residuos abril-83, noviembre-85.

La existencia de residuos atípicos con el mismo signo en los períodos 1983, 11-1984,3 y 1984, 11-1985,3, así como la fuerte caída experimentada por PERNA en dichos períodos, nos indujo a realizar un Análisis de Intervención mediante la introducción de la variable WP, que toma el valor 1 en los períodos citados y cero en el resto. Al ser sometida al proceso de diferenciación, la variable que finalmente aparece en el modelo es $\nabla \nabla_{12} WP_t$.

En este caso, el modelo identificado es:

$$(1 - \Phi_1 B^{12} - \Phi_2 B^{24}) \nabla \nabla_{12} \ln \text{PERNA}_t = c + w \nabla \nabla_{12} WP + (1 - \Theta B) a_t \quad [2]$$

Los resultados de la estimación de este modelo son los siguientes:

$$(1 + 0,588 B^{12} + 0,205 B^{24}) \nabla \nabla_{12} \ln \text{PERNA}_t = 0,0014$$

(6,1)	(2,16)	(0,36)	[2 bis]
	- 0,272 $\nabla \nabla_{12} WP$	+ (1 - 0,760 B) a_t	
	(- 4,0)	(- 11,2)	
$R^2 = 0,6454$	D.W. = 1,96	Q(27) = 14,520	

Todos los coeficientes, salvo la constante, son estadísticamente significativos. El estadístico de Box-Pierce muestra un nivel de significación muy elevado (97,6 por 100), lo que implica aceptar que los residuos del modelo constituyen un «ruido blanco».

Las autocorrelaciones simples y parciales de los residuos de la estimación [2 bis] aparecen en las figuras 7 y 8.

Para el retardo 18 tanto la autocorrelación simple como la parcial son significativamente distintas de cero, el hecho de que hayamos ensayado otras especificaciones para la parte estacional sin resultado positivo, nos induce a pensar que ello viene provocado por la presencia de residuos atípicos. Asimismo, la falta de éxito en otros esquemas de intervención y otras variables ficticias nos inducen a admitir como válida la especificación [2].

Por último, nótese la similitud entre los coeficientes de [1 bis] y [2 bis], lo que

(5) La situación descrita para PERNA en 1984 y 1985 es, justamente, la contraria de la de PEREX, para la que 1984 fue un buen año, en tanto que en 1985 se acusó la drástica reducción del turismo inglés. Puede aventurarse la hipótesis, a confirmar, de que el turismo nacional vino a llenar, en 1985, el hueco dejado por el turismo extranjero.

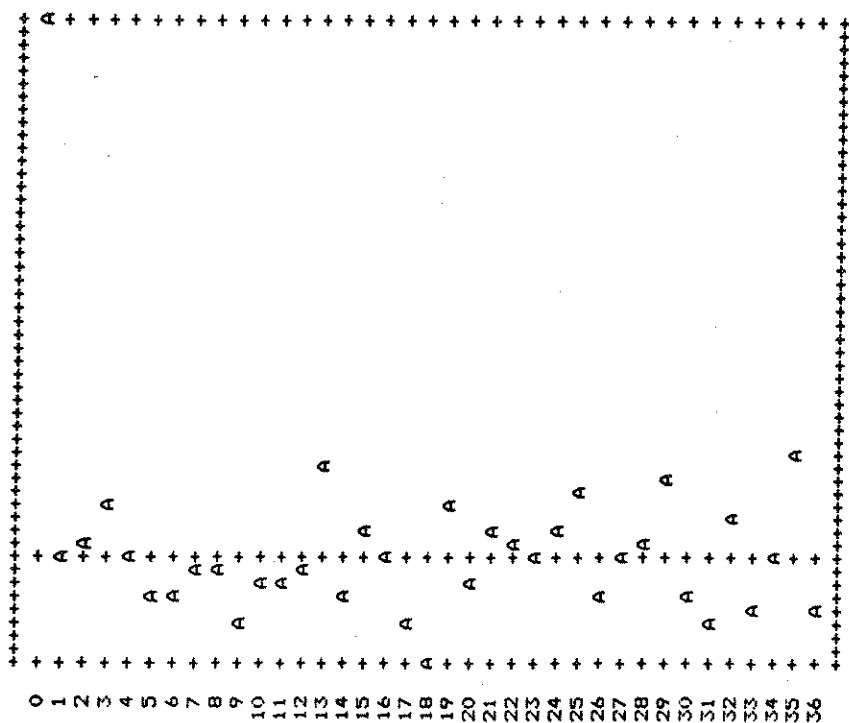


Figura 7

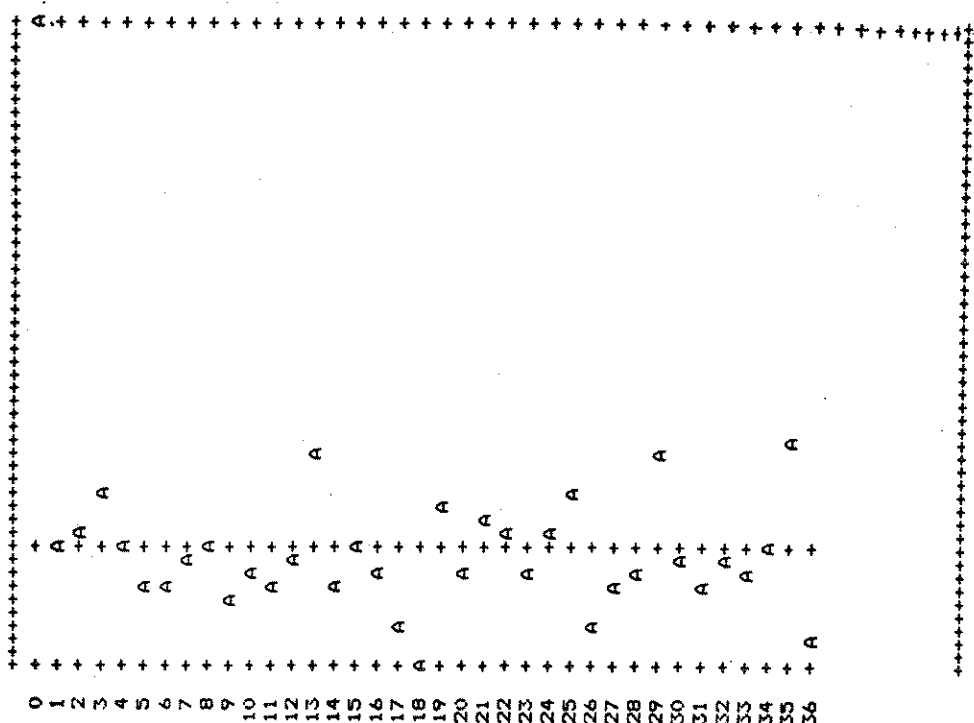


Figura 8

viene a indicarnos que la introducción de WP no altera la estructura básica del modelo, simplemente disminuye la presencia y cuantía de los residuos atípicos.

En relación a la serie *Pernoctaciones de Extranjeros*, PEREX, el modelo finalmente identificado tras múltiples pruebas (6) es el que figura seguidamente (período muestral 1976.8 a 1985.12).

$$\nabla \nabla_{12} \ln \text{PEREX}_t = w_0 \nabla \nabla_{12} S_t + w_1 \nabla \nabla_{12} S85_t + (1 - \Theta_1 B - \Theta_2 B^{12} - \Theta_3 B^{13}) a_t \quad [3]$$

donde S_t es una variable ficticia ($S = 0$ en el período 1974.7 - 1979.4; $S = 1$ para 1979.5 - 1986.12) definida para tener en cuenta la incidencia de la segunda crisis del petróleo.

La caída temporal del turismo británico se capta mediante la variable ficticia S85, que toma el valor 1 en el período 1985.5 - 1985.10 y cero en el resto del período muestral.

El resultado de la estimación es el siguiente:

$$\begin{aligned} \nabla \nabla_{12} \ln \text{PEREX} = & -0,002 - 0,579 \nabla \nabla_{12} S_t - 0,270 \nabla \nabla_{12} S85_t \\ & (-1,70) \quad (-8,82) \quad (-4,27) \quad [3 \text{ bis}] \\ & + (1 - 0,872 B - 0,682 B^{12} + 0,481 B^{13}) a_t \\ & \quad (-23,44) \quad (-11,13) \quad (6,74) \\ R^2 = & 0,4749 \quad D.W. = 1,72 \quad Q(30) = 13,1550 \end{aligned}$$

Todos los coeficientes son estadísticamente significativos, salvo la constante, y el estadístico de Box-Pierce arroja un valor que implica aceptar que los errores son «ruido blanco». No obstante, la correlación entre algunos de los coeficientes estimados es elevada, lo que puede ser indicio de un fallo en la identificación.

Las autorrelaciones simples y parciales de los residuos de [3 bis] aparecen en las figuras 9 y 10, respectivamente. La similitud entre correlograma simple y parcial induce a pensar que, efectivamente, los residuos constituyen un «ruido blanco».

Del conjunto de residuos superiores a $1,7 \sigma$ cabe destacar el hecho de que cinco de ellos se producen en enero. Analizando el comportamiento de PEREX en el citado mes, a lo largo del período muestral, se observa que no presenta un comportamiento sistemático.

Otro conjunto de errores que constituyen un bloque es el formado por los que se producen en mayo, junio y julio de 1980 y cuya raíz hay que buscarla en la brusca disminución experimentada por PEREX en esos meses, justamente al año de la incidencia de la crisis petrolífera.

Los residuos de mayo y junio de 1983 obedecen al notable aumento que experimentó la serie, que resulta aún más acusado cuando se comparan las cifras de pernoctaciones en esos meses con los del año anterior.

(6) Hemos ensayado, entre otras, especificaciones AR(2), AR(3) y ARMA(1,1) para la parte regular, pero han sido rechazadas en la fase de diagnóstico o al comprobar que su capacidad predictiva no mejoraba la del modelo propuesto, que es más escueto.

Tanto en octubre 76 como en febrero 84 se producen sendos residuos atípicos causados por el mantenimiento, e incluso incremento, de las pernoctaciones en las fechas citadas, cuando lo habitual es que hubiera disminuido. La situación es justamente la contraria en agosto-83, en el que se produce una súbita caída en la cifra de PEREX que se supera al mes siguiente (7).

3.2. Función de transferencia

A fin de avanzar en la modelización de PEREX y de mejorar las predicciones del modelo univariante, hemos ajustado una función de transferencia utilizando como indicador la variable Número de Viajeros Llegados al Aeropuerto Internacional de Málaga, que en lo sucesivo designaremos como MAVIIN. Esta serie nos ha sido proporcionada por oficiales del Aeropuerto a partir del registro estadístico que se realiza en el mismo, ha sido revisada y depurada de posibles errores.

En la figura 11 se representan los valores de PEREX y MAVIIN correspondientes al período 1974,7-1986,12. Del simple examen de dicha figura (8) se desprende que la elección MAVIIN como indicador de PEREX es acertada, habida cuenta la gran similitud de ambas representaciones, sobre todo a partir del año 1979.

El modelo identificado y estimado para MAVIIN, período muestral 1974,7 a 1985,12, es el siguiente:

$$\begin{aligned} (1 + 0,603 B + 0,353 B^2) \nabla \nabla_{12} \ln \text{MAVIIN}_t &= \\ (7,119) \quad (4,198) &= (1 - 0,892 B^{12}) \epsilon_t \\ Q(22) = 29,215 & \quad (-30,573) \end{aligned} \quad [4]$$

Todos los coeficientes son estadísticamente significativos y el estadístico Box-Pierce presenta un nivel de significación del 13,9 por 1.000. Asimismo, el correlograma de los residuos, figura 12, muestra que ninguna de las treinta y seis primeras autocorrelaciones se puede considerar significativa (9). Por último, cabe señalar que el modelo predice acertadamente los valores de MAVIIN para los doce meses de 1986, con una raíz del Error Cuadrático Medio (RECM) que asciende a 11.988 viajeros, lo que supone el 8 por 100 del valor medio de MAVIIN en el período.

La función de transferencia identificada y estimada para el período muestral 1974,7-1985,12 es la siguiente:

(7) Si en lugar de $1,7 \sigma$ elegimos como umbral crítico el valor de $2,5 \sigma$ (0,278) sólo serían considerados residuos atípicos los de julio-80 y enero-83. Con el valor de 3σ (0,333) como umbral, ningún residuo sería considerado atípico.

(8) La variable PEREX se ha sometido a un cambio de escala para hacerla comparable gráficamente con MAVIIN.

(9) La única nota negativa vendría dada por la correlación entre ϕ_1 y ϕ_2 , que asciende a 0,43. Dado que con otras especificaciones alternativas no se aceptaba la hipótesis de «ruido blanco», decidimos aceptar el modelo propuesto.

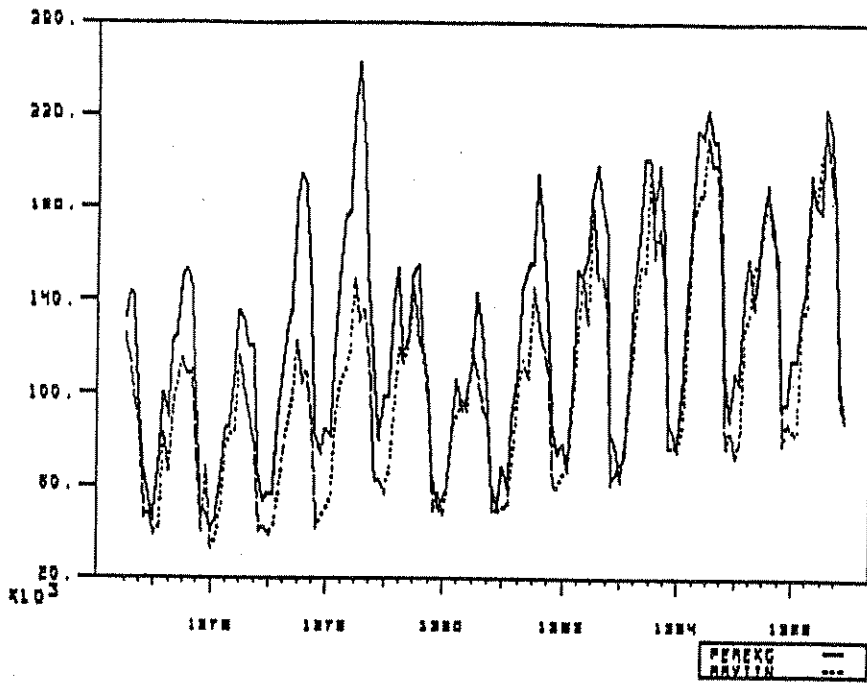


Figura 11

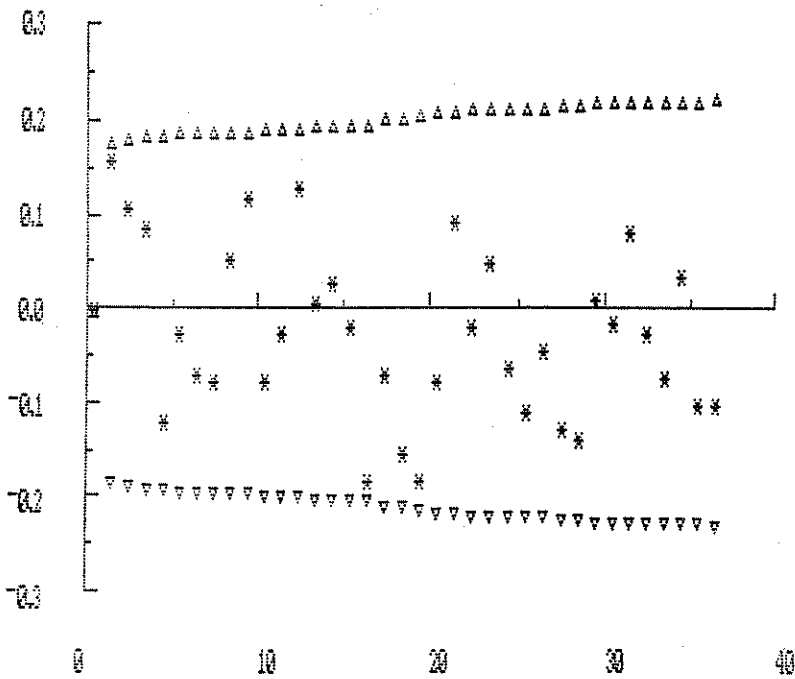


Figura 12

$$\nabla \nabla_{.12} \ln \text{PEREX}_t = \frac{\begin{matrix} (4,720) \\ 0,568 \end{matrix}}{\begin{matrix} 1 - 0,441 B \\ (- 2,987) \end{matrix}} \nabla \nabla_{.12} \ln \text{MAVIIN}_t + \begin{matrix} (1 - 0,562 B) \\ (- 7,236) \end{matrix} (1 - 0,592 B^{12}) a_t \quad [5]$$

Q(23) = 16,16

Como se puede apreciar todos los coeficientes son significativos y la única duda puede plantearse por la correlación, relativamente elevada ($-0,45$), entre $\hat{\delta}_1$ y $\hat{\omega}_0$.

El estadístico de Box-Pierce presenta un nivel de significación lo suficientemente elevado (84,8 por 100) como para aceptar la hipótesis de «ruido blanco». Asimismo el correlograma de los residuos, figura 13, muestra que ninguna de las treinta y seis primeras autocorrelaciones, salvo la que corresponde al retardo 16, es significativa; e incluso en ese caso la cuantía de la misma ($-0,186$) no hace temer un error grave en la identificación. Un análisis más detallado muestra que tan sólo nueve residuos son superiores a 2σ (0.245) (10).

El periodograma acumulado de los residuos ratifica que se ha modelizado correctamente la parte estacional, pues todos sus valores están comprendidos entre las bandas del ± 10 por 1.000. Finalmente, el estadístico de Box-Pierce correspondiente al correlograma cruzado entre los residuos del modelo y el input preblanqueado, figura 14, presenta un nivel de significación del 96 por 100 [Q(34) = 21,06] y ninguna de las correlaciones es significativa, por tanto puede aceptarse que ambas series son independientes.

En suma, el modelo supera ampliamente los contrastes habituales mientras que otras especificaciones alternativas, tanto para el input como para la función de transferencia, conducen a resultados sensiblemente peores. Consiguientemente hemos decidido utilizar el modelo [5] para predecir y comprobar si, efectivamente, mejora las predicciones del modelo [3 bis] antes expuesto.

4. PREDICCIONES

Hemos obtenido *predicciones de PERNA* con las ecuaciones [1 bis] y [2 bis] (11) para distintos orígenes y horizontes de predicción. Las predicciones obtenidas con la ec. [1 bis] para el período 1984.1 1986.12 se representan en la figura 15 con trazo de puntos y los valores observados con trazo continuo.

Obsérvese que las predicciones para el período 1984.1 1985.12 son, en realidad, simulaciones de parte del período muestral, en tanto que las que corresponden a los doce meses de 1986 son realmente predicciones «ex ante». El ajuste de la simulación

(10) Esos residuos se producen en febrero de 1976 y 1977; mayo de 1979, 1981 y 1985; enero de 1983 y 1985; octubre de 1976 y noviembre de 1975, este último es el único mayor que 3σ . El modelo univariante también produce residuos atípicos en octubre de 1976, mayo de 1981 y enero de 1983 y 1985 entre otros.

(11) En ambos casos se ha eliminado la constante, no significativa en la fase de predicción. Asimismo, en todos los casos se ha realizado la transformación necesaria para obtener las predicciones de PERNA y PEREX a partir de las de sus logaritmos.

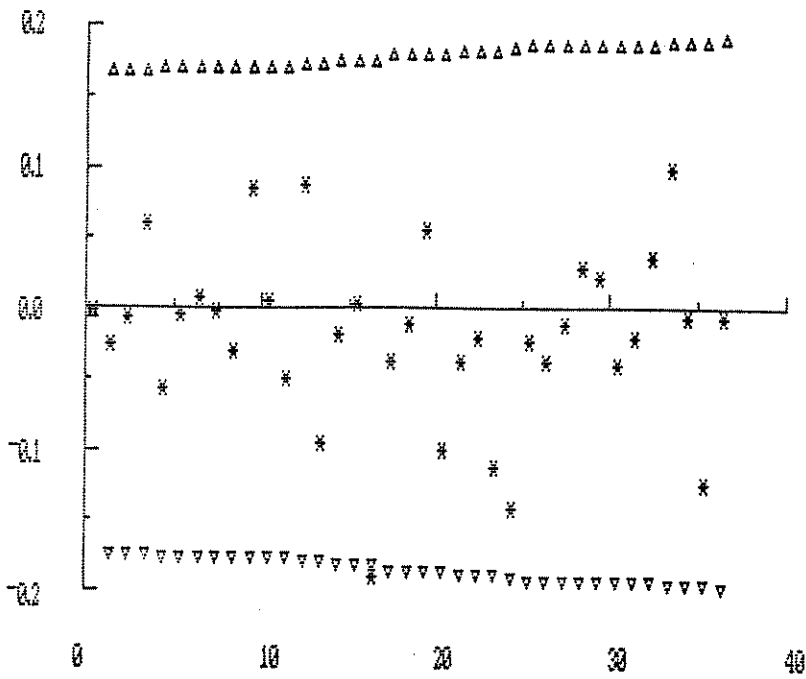


Figura 13

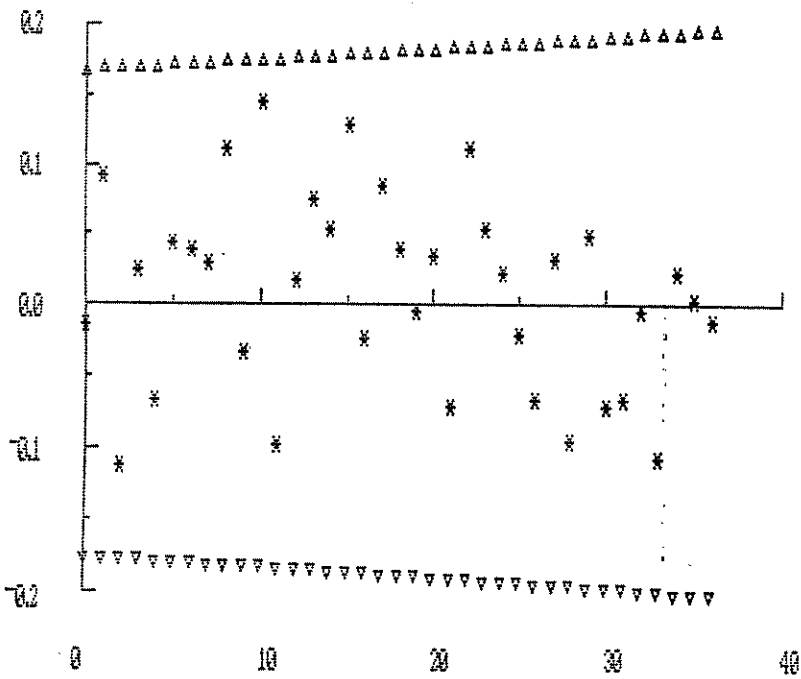


Figura 14

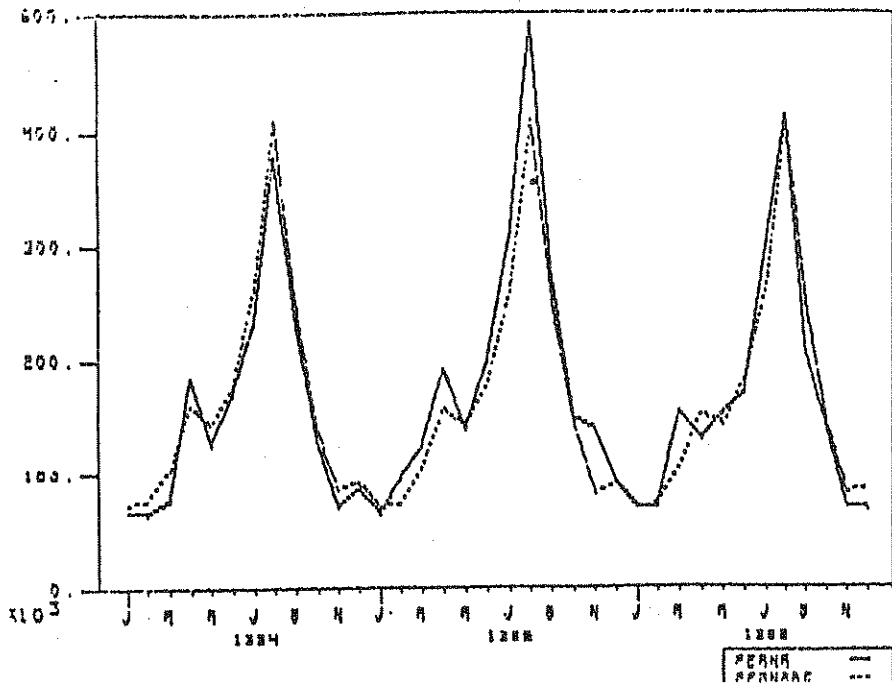


Figura 15

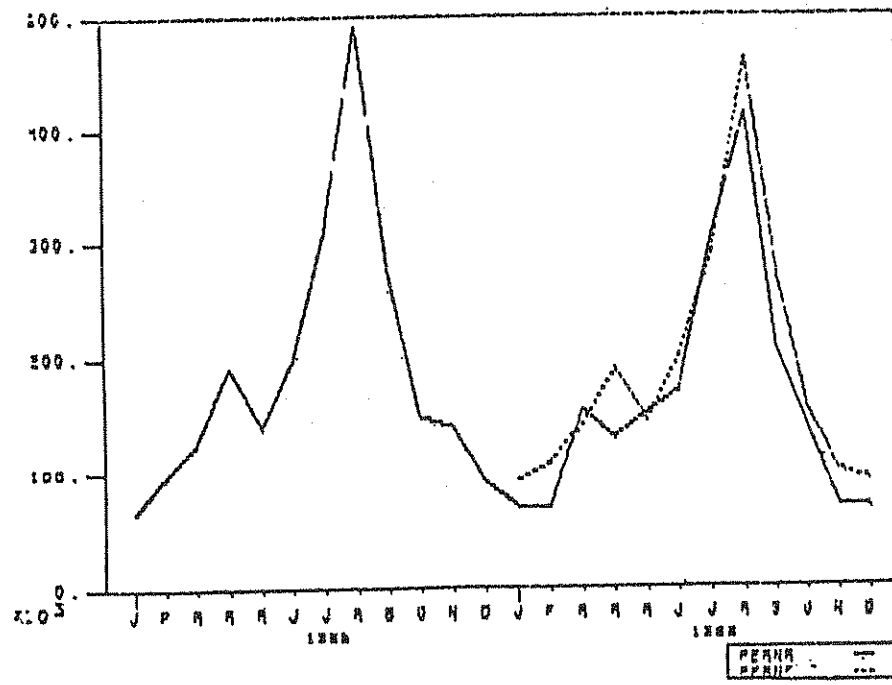


Figura 16

es notable en 1984, queda por debajo de la realización en 1985, año excepcionalmente bueno de turismo nacional, y se predicen muy ajustadamente los doce meses de 1986 con la excepción del pico de Semana Santa, que se celebró en marzo mientras que el modelo la sitúa en abril. Es precisamente este hecho el que provoca que la raíz del error cuadrático medio (RECM) asciende a 24.622 pernотaciones, esto es, un 15,3 por 100 del valor medio de PERNA en 1986.

La ec. [2 bis] arroja las predicciones más ajustadas con el origen situado en enero de 1986. En la figura 16 se muestran las predicciones para los doce meses de dicho año junto con los valores observados en 1985 y 1986.

Tampoco con este modelo se logra anticipar el pico de Semana Santa debido al cambio de mes en la celebración, las predicciones mejoran a partir de mayo, si bien tienden a estar por encima de los valores observados hasta final de año. Es, sin duda, la inercia del año 1985 la que se deja sentir en este caso, produciendo predicciones excesivamente alcistas. La RECM para los doce meses de 1986 asciende a 35.761 pernотaciones, que suponen un 22,2 por 100 del valor medio de PERNA en ese período.

En resumen, PERNA ha sido modelizada de forma que se obtienen predicciones, a un año de horizonte, relativamente ajustadas a las realizaciones. No obstante, a pesar de haber probado con análisis de intervención, no se ha podido anticipar el cambio en la ubicación de la Semana Santa, lo que constituye una tarea a abordar de nuevo cuando contemos con un período muestras más amplio que permita captar ese fenómeno.

Las predicciones de PEREX que se han obtenido con el modelo univariante, ec. [3 bis], para los períodos 1984.1, 1986.12 y 1986.1, 1986.12 aparecen en las figuras 17 y 18, respectivamente.

Las gráficas muestran el extraño perfil de PEREX durante los primeros meses de 1986, perfil que no se reproduce adecuadamente por ninguna de las dos series de predicciones. No obstante, la RECM supone, respectivamente, el 16,7 por 100 y el 14,6 por 100 del valor medio de PEREX durante 1986, cifras que pueden considerarse aceptables habida cuenta la configuración de la serie.

En resumen, ambas series de predicciones sobrevaloran el valor de las pernотaciones de viajeros extranjeros desde marzo a septiembre de 1986, cifras que pueden considerarse aceptables habida cuenta la configuración de la serie.

En resumen, ambas series de predicciones sobrevaloran el valor de las pernотaciones de viajeros extranjeros desde marzo a septiembre de 1986. El modelo no ha sido capaz de captar, y por tanto, de predecir acertadamente, la caída de las pernотaciones en los meses de junio y julio de 1986 respecto a la cifra de mayo del mismo año.

Las predicciones de PEREX que genera la función de transferencia [5] para los períodos 1984.1, 1986.12 y 1986.12 se presentan en las figuras 19 y 20 respectivamente.

Si se compara la figura 19 con la figura 17, que corresponde al modelo univariante, se observa que con la función de transferencia se simula peor el conjunto del año 1985, especialmente la brusca caída en las cifras de PEREX durante mayo y junio. A este respecto, es preciso recordar que en el modelo univariante se introdujo la variable ficticia S85 precisamente para recoger esa disminución. En la función de transferencia no se incluye ninguna variable ficticia y, evidentemente, el input por sí solo no es capaz de anticipar esa caída atípica de las pernотaciones de extranjeros.

Por lo que se refiere a las predicciones propiamente dichas, enero-diciembre de

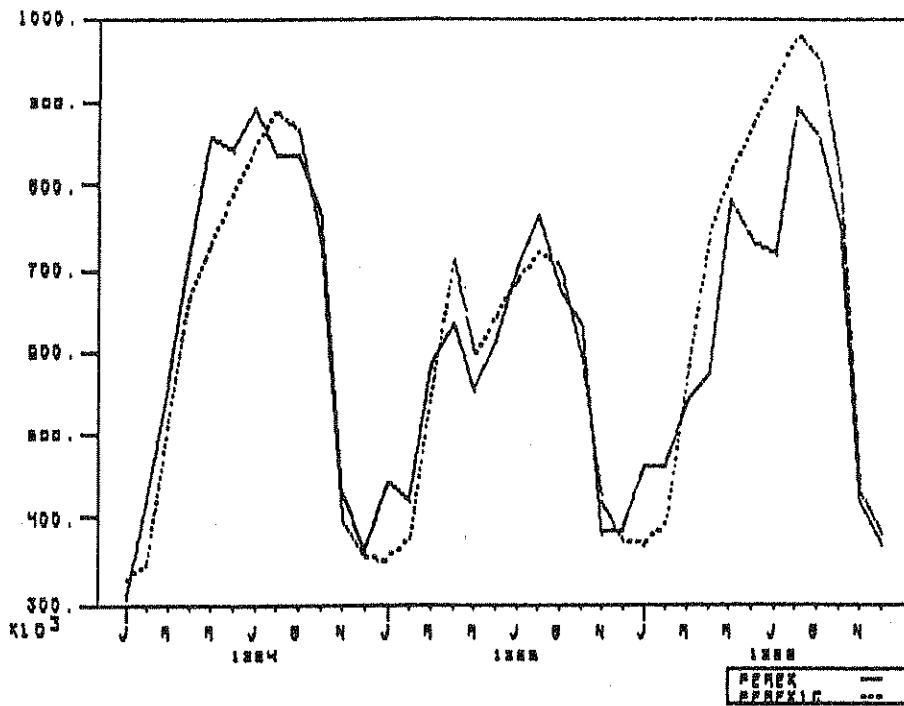


Figura 17



Figura 18

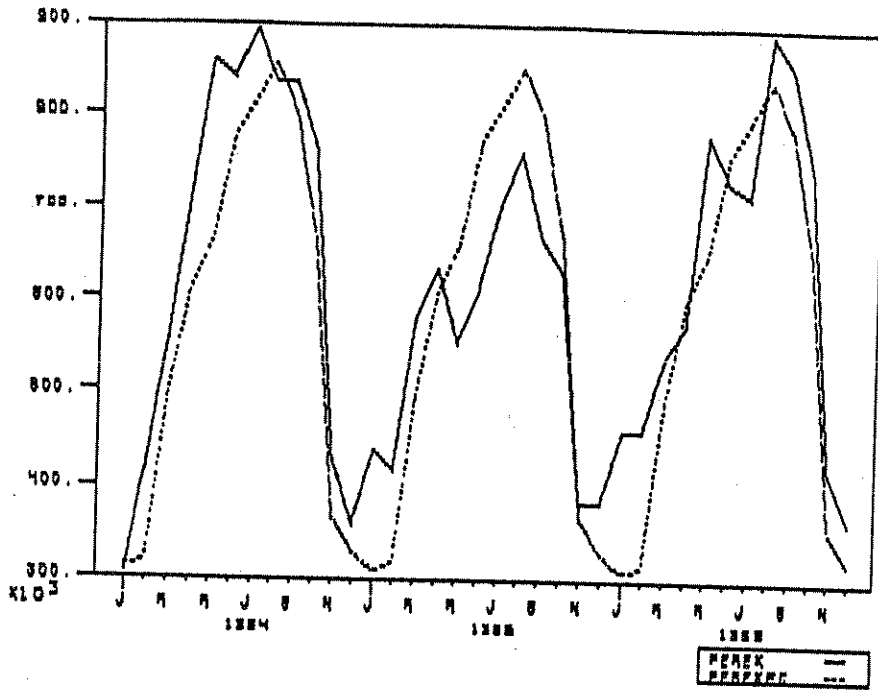


Figura 19

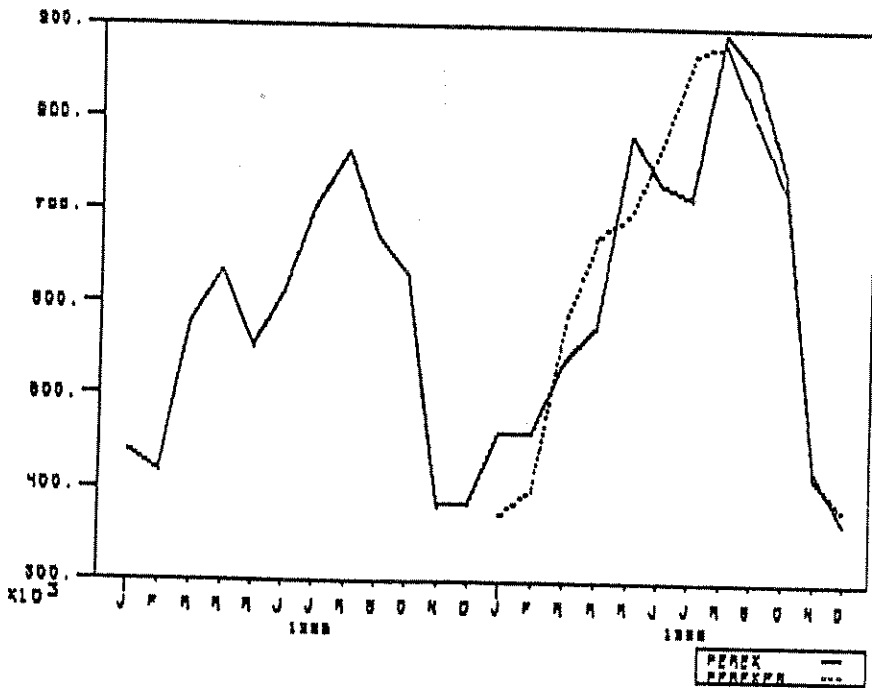


Figura 20

1986, la RECM de predicción asciende a 88.282 pernoctaciones, que suponen el 14,1 por 100 del valor medio de PEREX en ese período. Recuérdese que en el caso del modelo univariante la cifra era del 16,7 por 100, es decir, ligeramente peor. Efectivamente, situado el origen de predicción de enero de 1984, con la función de transferencia [5] se predicen peor las cifras correspondientes a enero, febrero, mayo, octubre, noviembre y diciembre, en tanto que se predicen más acertadamente que con el modelo univariante las pernoctaciones de abril, junio, julio, agosto y septiembre. Dado que la mayoría de estos meses constituyen la temporada alta, la RECM para el conjunto del año es menor con la especificación [5] que con la [3 bis].

La función de transferencia arroja las mejores predicciones cuando el origen de las mistas se sitúa en enero de 1986, véase la figura 20. En este caso la RECM para el conjunto de 1986 asciende a 70.477 pernoctaciones, lo que supone el 11,2 por 100 del valor medio de PEREX en ese período, adviértase que con el modelo univariante asciende al 14,6 por 1.000. Si se compara la figura 20 con la figura 18, que es la análoga del modelo univariante, se observa que con la función de transferencia se predice más acertadamente la evolución de las pernoctaciones a partir de junio, siendo el mes de mayo el único que el modelo univariante predice significativamente mejor. Cabe señalar a este respecto que con la especificación [5] los errores de predicción son del 1,3 por 100 en agosto, 6,2 por 100 en septiembre, 3,92 por 100 en octubre, 1,6 por 100 en noviembre y 2,9 por 100 en diciembre. Incluso para los meses de junio y julio los errores de predicción son significativamente menores que los que se cometen con el modelo univariante (12).

A pesar de haber mejorado la capacidad predictiva, la función de transferencia estimada tampoco es capaz de anticipar la drástica disminución en la cifra de pernoctaciones de junio y julio de 1986. La variable input (MAVIIN) también experimenta una disminución en junio respecto al mes anterior, pero se recupera completamente en julio a diferencia de lo que sucede con el output (13). El incremento en las llegadas de viajeros al aeropuerto en julio, sin contrapartida en las pernoctaciones de ese mes, podría justificar la fuerte subida de las pernoctaciones en agosto, pero ello implicaría la existencia de un retardo en el operador derecho de la función de transferencia. Sin embargo, ni en la fase de identificación ni en la de diagnóstico se evidencia la necesidad de introducir dicho retardo.

La explicación del brusco incremento experimentado por las pernoctaciones de extranjeros en mayo de 1986, seguido de sendas disminuciones en junio y julio, habría que buscarla tanto en el intento de los empresarios turísticos de romper la concentración estacional de las pernoctaciones en los meses centrales del verano como, quizá, en la «competencia» creciente que, sobre una oferta rígida a corto plazo, ejerce el turismo nacional. No obstante, tales explicaciones no pasan de ser hipótesis a contrastar en el futuro.

El comportamiento atípico de PEREX en los meses citados explica, en cierta me-

(12) Los errores de predicción para junio y julio ascienden al 6,12 por 100 y 21,4 por 100 con la función de transferencia, en tanto que con el modelo univariante se sitúan en el 17,4 por 100 y 30,6 por 100 respectivamente.

(13) En el caso de PEREX las cifras de junio y julio son un 7,3 por 100 y un 9,4 por 100, inferiores a las de mayo. En el caso de MAVIIN la cifra de junio es de 5,7 por 100 menor y la de julio de 5,4 por 100 mayor que la de mayo.

dida, que ni el modelo univariante ni la función de transferencia hayan sido capaces de generar predicciones con un perfil similar al de las realizaciones para el subperíodo mayo-julio (14). El hecho de que para el resto del año las predicciones reproduzcan aceptablemente dicho perfil, abona la tesis anterior y confirma la idea de que la modelización es correcta.

De todo lo ya expuesto *concluimos* que para predecir con mayor acierto el comportamiento de PEREX, incluso cuando se produzcan alteraciones atípicas, sería preciso disponer de indicadores realmente adelantados. Tales podría ser tanto el volumen de reservas y/o precontratos firmados por las empresas hoteleras con los grandes tour operadores, como las peticiones de permisos de aterrizaje y despegue que, por adelantado, deben realizar las compañías aéreas. En esta línea se orientará nuestro trabajo, así como en la de desagregar la serie de pernoctaciones de extranjeros según la nacionalidad de los mismos y la categoría de los establecimientos hoteleros.

(14) Nótese que un fenómeno similar se produce en 1985, pero entonces la disminución brusca de las pernoctaciones se produce en mayo, iniciándole la recuperación en junio.

ESTIMACION DE FUNCIONES DE OFERTA LABORAL

GINES GUIRAO PEREZ
Universidad de Las Palmas

1. INTRODUCCION

En este trabajo se analizan los distintos métodos de estimación de funciones de oferta laboral, cuando hay en la muestra individuos que no trabajan. Nuestro interés primario se centra en una función estructural de oferta laboral, en la cual las horas de trabajo dependen de la tasa salarial y otras variables exógenas. La dificultad para estimar tales ecuaciones se manifiesta, esencialmente, en:

1. La especificación estocástica ha de garantizar que la variable endógena «horas de trabajo» es no-negativa para todos los individuos.
2. Para los individuos que no trabajan no se dispone de información sobre la tasa salarial.
3. Los métodos de estimación han de tener en cuenta el problema de la autoselección.

El reconocimiento, en economía laboral, de la importancia de la autoselección o selección muestral se debe al trabajo de Gronan (1974) y Lewis (1974). En el contexto de la oferta laboral hay autoselección porque el individuo tiene la elección de trabajar o no trabajar y, por tanto, de estar o no estar incluido en la submuestra de trabajadores.

Los problemas de estimación pueden ser bastante serios, por ejemplo, en el análisis de la participación laboral de la mujer casada, puesto que una proporción grande del grupo no trabajara. Aunque estos problemas hace tiempo que han sido detectados por los economistas, sólo recientemente se han tomado medidas para desarrollar técnicas de estimación apropiadas.

Hasta recientemente, la mayoría de los investigadores han estimado funciones de oferta laboral para mujeres o bien excluyendo a las no-trabajadoras del análisis, sin tener esto en cuenta en el proceso de estimación (Wales o Woodland 1976, 1977)

o bien usando predicciones de la tasa salarial para las no trabajadoras [Boskin (1973), Hall (1973), Rosen (1976) y Schultz (1975)]. Estos planteamientos no tienen en cuenta los problemas que surgen, de la no-negatividad de la variable dependiente y la autoselección y/o usan predicciones inconsistentes de la tasa salarial.

Sin embargo, Hanoch (1976), Heckman (1974a, 1974b, 1976, 1977, 1979), Hurd (1977) y Wales y Woodland (1980), han sugerido procesos que no sólo tienen en cuenta los problemas de la no-negatividad y autoselección, sino también el hecho de no observar la tasa salarial para las no trabajadoras. Estos procesos requieren la estimación de un sistema de ecuaciones en el que las horas y la tasa salarial son endógenas.

El propósito de este trabajo es revisar los distintos planteamientos de estimación de modelos uniecuacionales de oferta laboral cuando hay individuos en la muestra que no trabajan.

El plan de trabajo es como sigue. En las secciones dos y tres se presenta un modelo uniecuacional de oferta laboral para un individuo y se consideran estimadores basados en la muestra de trabajadores. En la sección cuatro se utilizan los métodos anteriores para estimar y contrastar un modelo de participación laboral de la mujer casada en Tenerife, y en la sección cinco las conclusiones.

2. UN MODELO UNIECUACIONAL DE OFERTA LABORAL

Consideremos un modelo de oferta laboral en el cual las horas de trabajo se suponen que son generadas de acuerdo a la ecuación:

$$[1] \quad y_i = h(x_i, \beta) + u_i^* \quad i = 1, 2, \dots, N$$

Donde y_i son las horas de trabajo, x_i es el vector de variables independientes, β es el vector de parámetros, N es el número total de observaciones en la muestra y las perturbaciones u_i son variables normales truncadas. Esto es:

$$[2] \quad u_i^* = u_i, \text{ si } u_i > -h(x_i, \beta) \\ = -h(x_i, \beta), \text{ si } u_i \leq -h(x_i, \beta)$$

donde las u_i son normales independientes con media cero y varianza σ^2 .

Alternativamente, el modelo se puede escribir como:

$$[3] \quad y_i = h(x_i, \beta) + u_i, \text{ si } h(x_i, \beta) + u_i > 0 \\ = 0 \text{ en cualquier otro caso.}$$

En la figura 1 se ilustra este modelo, en ella la función de oferta laboral no estocástica es de la forma $h(x_i, \beta) = \beta_1 x_{1i} + \beta_2$. Para $x_i = x_{1i}$, las horas se distribuyen normalmente alrededor de $h(x_i, \beta)$ excepto que no se pueden observar horas negativas. Para considerar este hecho, el modelo trunca la distribución normal de las horas y hace la probabilidad de cero horas igual a la probabilidad de que $u_i \leq -h(x_i, \beta)$.

Este es un modelo de variable dependiente limitada, similar al pionero presentado por Tobin (1958), quien derivó el estimador de máxima verosimilitud para los parámetros β y σ^2 . Sin embargo, estos estimadores requieren información sobre todas las variables (independientes o dependientes) para cada individuo en la muestra.

En muchos contextos tal información no está disponible. Así, por ejemplo, en el análisis de la oferta laboral no hay información disponible sobre la tasa salarial para aquellos individuos que no trabajan.

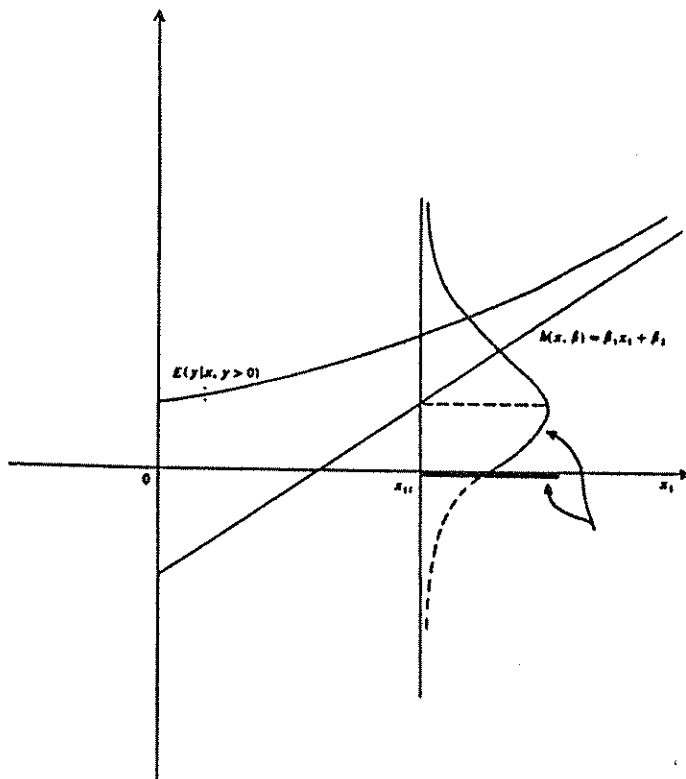


Figura 1

Aunque es posible aplicar mínimos cuadrados a la ecuación (1), considerando sólo aquellos individuos para los cuales las horas de trabajo son positivas y, por tanto, para los que la información sobre la tasa salarial está disponible, es bien conocido que tal proceso nos lleva a estimadores sesgados e inconsistentes de los parámetros aun en el caso de una función de oferta laboral lineal en los parámetros [1]. Esto es, algunas veces, denominado en la literatura como «sesgo de selección muestral». El sesgo ocurre porque la truncación de la variable dependiente en cero horas implica que las perturbaciones no tengan media cero (2). En verdad, tanto la media como la varianza varían de una observación a otra y están dadas por:

(1) Véase, por ejemplo, Heckman (1976).

(2) Goldberger (1975) ha mostrado que en el modelo lineal general (truncado) los parámetros son sesgados hacia cero cuando las variables del lado derecho y las perturbaciones se distribuyen normal multivariante.

$$[3] \quad E [u_i^* / x_i, u_i^* > -h(x_i, \beta)] = E [u_i / x_i, u_i > -h(x_i, \beta)] = \sigma m(\theta_i)$$

$$[4] \quad \text{var} [u_i^* / x_i, u_i^* > -h(x_i, \beta)] = \text{var} [u_i / x_i, u_i > -h(x_i, \beta)] = \sigma^2 |1 + \theta_i m(\theta_i) - m^2(\theta_i)|$$

Donde:

$$\theta_i = -h(x_i, \beta) / \sigma, \quad m(\theta_i) = \frac{f(\theta_i)}{1 - F(\theta_i)}$$

y f y F son, respectivamente, las funciones de densidad y de distribución de la normal standard [3].

Cuando θ_i tiende a menos infinito, $m(\theta_i)$ tiende a cero, de tal forma que la distribución de $u_i^* / x_i, u_i^* > -h(x_i, \beta)$ tiende hacia la de u_i .

Como una consecuencia directa de (3) la función de regresión poblacional para las horas, dado que las horas de trabajo son positivas, es:

$$[5] \quad E(y_i / x_i, y_i > 0) = h(x_i, \beta) + \sigma m(\theta_i)$$

y esta ilustrado en la figura 1. Puesto que los datos para una muestra de trabajadores estarán distribuidos alrededor de la función de regresión poblacional, una regresión mínimo cuadrática de y sobre x_i se aproximará más a $E(x / y, y > 0)$ que a $h(x, \beta) = \beta_1 X_i + \beta_2$. Por tanto, las estimaciones mínimo cuadráticas de β_1 y β_2 se van sesgando y además inconsistentes.

3. METODOS DE ESTIMACION PARA EL MODELO DE OFERTA LABORAL UNIECUACIONAL

En esta sección consideramos distintos métodos consistentes de estimación de la función de oferta laboral que hacen uso de la información sólo para aquellos individuos que trabajan.

Así pues, nuestro problema es estimar los parámetros del modelo [3] utilizando un esquema muestral que descarte las observaciones para las cuales $y_i = 0$, es decir, la muestra sólo tiene valores positivos de la variable endógena horas de trabajo.

Método 1

Vamos a considerar, en primer lugar, el método de máxima verosimilitud para estimar los parámetros β y σ^2 de una función de oferta laboral. Puesto que sólo consideramos la submuestra de trabajadores, el problema es obtener la función de densidad de las horas de trabajo, condicionada a que las horas de trabajo son positivas. Sea G la función de distribución para estos valores de Y . Entonces:

$$G(Y_i) = P(Y_i \leq y_i / Y_i > 0) = \begin{cases} 0, & \text{si } y_i \leq 0 \\ P(0 < Y_i \leq y_i) / P(Y_i > 0), & \text{si } y_i > 0 \end{cases}$$

(3) Johnson y Kotz (1970, pp. 81-87 y 1972, pp. 112-117).

La función de densidad, g de Y para valores dados de X será, entonces:

$$g(y_i) = F'(y_i) = \begin{cases} \tilde{f}(y_i) \\ \int_0^{+\infty} \tilde{f}(y_i) dy_i & \text{si } y_i > 0 \\ 0 & \text{en cualquier otro caso} \end{cases}$$

donde \tilde{f} representa la función de densidad normal con media $h(X_i, \beta)$ y variable σ^2 . La integral del denominador se puede escribir como:

$$\int_0^{+\infty} f(y_i) dy_i = 1 - \int_{-\infty}^0 f(y_i) dy_i = 1 - F\left[\frac{-h(X_i, \beta)}{\theta}\right] = 1 - F(\theta_i)$$

La función de verosimilitud condicionada a las M observaciones para las cuales $y_i > 0$ vendrá dada por:

$$L(Y / Y > 0; \beta, \sigma) = \prod_{i=1}^M g(y_i) = \prod_{i=1}^M \frac{\tilde{f}(y_i)}{1 - F(\theta_i)}$$

y la función logaritmo verosímil será:

$$\begin{aligned} K = \ln L &= \sum_{i=1}^M \ln f(y_i) - \sum_{i=1}^M \ln F(-\theta_i) = \\ &= -M \ln(2\pi\sigma) - \frac{1}{2\sigma^2} \sum_{i=1}^M [y_i - h(X_i, \beta)]^2 - \sum_{i=1}^M \ln F(-\theta_i) \end{aligned}$$

Por tanto, tanto para valores dados de x_i , y_i los estimadores máximo verosímiles de los parámetros β y σ^2 de la ecuación oferta laboral se obtienen maximizando la función:

$$[6] \quad - \sum_{i=1}^M \left[\ln \sigma + \frac{1}{2\sigma^2} (y_i - h(x_i, \beta))^2 + \ln F\left(\frac{h(x_i, \beta)}{\sigma}\right) \right]$$

Amemiya (1973) ha demostrado que el estimador máximo verosímil es consistente y asintóticamente normal y eficiente (con respecto a la submuestra de trabajadores) para el caso donde $h(x_i, \beta)$ es lineal en los parámetros. Por tanto, se pueden construir test de hipótesis (tipo Wald y razón de verosimilitud) relativos a los coeficientes desconocidos de la regresión, utilizando la estimación de la matriz asintótica de covarianzas que se puede obtener como la inversa de la matriz Hessiana negativa.

Método 2

Un planteamiento alternativo para obtener estimaciones consistentes de los parámetros, consiste en utilizar la función de regresión poblacional condicionado a que las horas de trabajo sean positivas, es decir:

$$E(Y_i / Y_i > 0) = h(x_i, \beta) + \sigma m(\theta_i)$$

definiendo $S_i = Y_i - E(y_i / y_i > 0)$ se puede escribir y_i como:

$$[7] \quad y_i = h(x_i, \beta) + \sigma m(\theta_i) + S_i; \quad i = 1, 2, \dots, M$$

Utilizando las ecuaciones [1] a [5] es fácil observar que S_i tiene media cero y varianza $\sigma^2 [1 + \theta_i m(\theta_i) - M^2(\theta_i)]$, para los individuos que trabajan.

Por tanto, la relación dada en [7] define un modelo de regresión no lineal heteroscedástico y se pueden obtener estimaciones consistentes de los parámetros β y σ de la función de regresión poblacional, aplicando mínimos cuadrados no lineales (MCNL) a la ecuación [7] (4). Es decir, en este método β y σ se eligen de tal forma que minimicen:

$$\sum [y_i - h(x_i, \beta) - \sigma m(\theta_i)]^2$$

donde $\theta_i = -h(x_i, \beta) / \sigma$. Es conveniente observar que aun cuando $h(x_i, \beta)$ sea lineal en β , seguiremos estando ante un problema de estimación no lineal, puesto que $m(\theta_i)$ es una función no lineal evaluada en los parámetros β y σ . Por otro lado, las perturbaciones son heteroscedásticas y se pueden obtener estimadores asintóticamente más eficientes, así como estimadores consistentes de la matriz de covarianzas utilizando mínimos cuadrados no lineales ponderados (MCNLP). En este caso, puede utilizarse la corrección de White (1980) para construir el peso de la ponderación.

Método 3

Amemiya (1973) ha propuesto un método para obtener estimadores consistentes de la ecuación [7] cuando $h(x_i, \beta)$ es lineal en β . El utiliza una técnica de variables instrumentales en una ecuación que obtiene ingeniosamente de [7], la cual, no solamente no es lineal en los parámetros a estimar (β, σ^2), sino que además no contine la expresión de la inversa de la razón de Mills, $m(\cdot)$. Específicamente, él eleva la ecuación [7] al cuadrado y toma valores esperados, obteniendo:

$$Y(y_i^2 / x_i, y_i > 0) = h(x_i, \beta) E(y_i / x_i, y_i > 0) + \sigma^2$$

y definiendo las perturbaciones aleatorias ϵ_i como:

$$\epsilon_i = y_i^2 - E(y_i^2 / x_i, y_i > 0)$$

resulta:

$$[8] \quad y_i^2 = h(x_i, \beta) y_i + \sigma^2 + \delta_i; \quad i = 1, 2, \dots, M$$

donde:

$$\delta_i = -h(x_i, \beta) S_i + \epsilon_i$$

Como puede observarse, la ecuación [8] es lineal en los parámetros a estimar si $h(x_i, \beta)$ es lineal en β y, además, no contiene el término $m(\cdot)$; sin embargo, presenta el inconveniente de estar la variable endógena y_i en el lado derecho de la ecuación. Esta complicación puede solventarse por una técnica de variables instrumentales. Específicamente, la ecuación [8] se puede estimar usando mínimos cuadrados ordinarios después de sustituir la y_i del lado derecho por su predicción, obtenida de regresar y sobre x.

Para el caso en el cual la función de oferta labora $h(x_i, \beta)$ sea lineal en β , Amemiya ha demostrado que las estimaciones resultantes son débilmente consistentes y tiene una distribución límite normal, y ha obtenido la expresión de la matriz de covarianzas de los parámetros estimados.

(4) Hartely (1976) y Stapleton y Young (1984).

Método 4

Una observación importante respecto a los métodos de estimación considerados anteriormente es la falta de robustez frente a cambios en determinados supuestos. En el modelo de regresión clásico es bien sabido que las propiedades asintóticas del estimador M.V., por ejemplo, no se ven afectadas por la no-normalidad. No es así, sin embargo, en los modelos con variable dependiente limitada.

Powell (1984, 1986) ha propuesto un estimador que es robusto al incumplimiento de dichos supuestos distribucionales, dicho estimador es una generalización del estimador que se obtiene mediante la minimización de la suma de las desviaciones absolutas en el modelo lineal standard, es consistente y asintóticamente normal para una clase amplia de distribuciones del término de error, además de ser robusto para la heteroscedasticidad.

La idea básica de este estimador es obtener la función mediana de las horas de trabajo en función de los parámetros desconocidos y utilizar la propiedad de la mediana de minimizar la suma de las desviaciones absolutas a los valores de la variable.

En la ecuación de oferta laboral, la función mediana para las horas de trabajo vendrá dada por:

$$md(\beta, x_i) = \max \left[\frac{1}{2} y_i, h(x_i, \beta) \right]$$

Así pues, el estimador de Powell del vector de parámetros β de una función de oferta laboral se obtiene resolviendo el problema de minimización:

$$\min_{\beta} \sum |y_i - \max \{ \frac{1}{2} y_i, h(x_i, \beta) \}|$$

4. ESTIMACION DE UN MODELO DE PARTICIPACION LABORAL DE LA MUJER CASADA

En esta sección, y a modo de ejemplo metodológico, vamos a utilizar los métodos de estimación analizados en la sección anterior, para estimar y contrastar el modelo de determinación de la participación laboral de la mujer casada de Fernández (1985), el cual se puede sintetizar en:

$$PLB = F(Wa, Wb, V, Eb, Nh, EHM, SH)$$

donde:

PLB = Participación laboral de la mujer.

Wa = Salario del marido.

Wb = Salario de la mujer.

V = Rentas no salariales.

Eb = Educación de la mujer.

Nh = Número de hijos.

EHM = Edad del hijo menor.

SH = Equipamiento doméstico.

y las relaciones esperadas son:

$$\frac{d PLB}{d Wa} < 0, \text{ aislando el efecto del emparejamiento selectivo.}$$

$\frac{d \text{ PLB}}{d \text{ Wb}} > 0$, si la sustitución en la producción doméstica es posible.

$\frac{d \text{ PLB}}{d \text{ V}} < 0$, por el efecto renta sobre la demanda de no mercado.

$\frac{d \text{ PLB}}{d \text{ Eb}} > 0$, relación teórica fundamental, difícil de observar en la práctica por la alta correlación salario educación.

$\frac{d \text{ PLB}}{d \text{ NH}} < 0$, quizá débil, por el papel primordial de las edades de los hijos en la intensidad de tiempo doméstico femenino.

$\frac{d \text{ PLB}}{d \text{ EHM}} > 0$, que debe ser importante cuantitativamente y se espera recoja el gran efecto desincentivador de hijos menos de tres/seis años.

$\frac{d \text{ PLB}}{d \text{ SH}} > 0$, por el efecto sustitución en la producción doméstica.

La base de datos utilizada proviene de una encuesta de elaboración propia realizada en los meses de febrero y marzo en Tenerife, sobre la población de las mujeres casadas, excluyendo a las casadas sin hijos y a aquellas en las que la edad del hijo menor supera los 18 años.

Del total de la muestra, 630 individuos, se han descartado las no trabajadoras, quedando un total de 210 individuos.

La participación laboral (PLB) es la variable dependiente utilizada, de la cual hemos obtenido dos mediciones, horas-semana (PLB₁) y semanas-año (PLB₂).

En los cuadros 1 y 2 aparecen las medidas descriptivas de estas variables, como del resto de variables explicativas, tanto para el total de la muestra como para la muestra truncada.

En el cuadro 3 están las estimaciones del vector de parámetros del modelo de oferta laboral, para las dos variables endógenas consideradas, PLB₁ y PLB₂ por los distintos métodos de estimación descritos en la sección anterior.

CUADRO 1

**MEDIDAS DESCRIPTIVAS DE LAS VARIABLES UTILIZADAS
EN LA MUESTRA COMPLETA**

	MEDIA	DESV. ST.	MINIMO	MAXIMO	MEDIANA
PLB1	14.53	21.07	0.00	52.00	0.00
PLB2	12.24	17.86	0.00	60.00	0.00
WA	1421.42	1118.46	0.00	5000.00	1000.00
WB	425.55	746.92	0.00	5000.00	0.00
OI	108.25	254.63	0.00	1000.00	0.00
NEB	1.73	1.66	0.00	7.00	1.00
NH	2.61	1.17	1.00	9.00	2.00
EHM	10.03	4.37	0.00	18.00	10.00
SD	3.69	3.75	0.00	17.00	2.00

NUMERO DE OBSERVACIONES = 630

CUADRO 2

**MEDIDAS DESCRIPTIVAS DE LAS VARIABLES UTILIZADAS
EN LA MUESTRA TRUNCADA**

	MEDIA	DESV. ST.	MINIMO	MAXIMO	MEDIANA
PLB1	41.62	11.94	10.00	52.00	48.00
PLB2	35.05	10.67	12.00	50.00	40.00
WA	1464.77	1253.15	0.00	5000.00	1500.00
WB	1218.63	794.65	100.00	5000.00	1000.00
OI	122.27	264.75	0.00	1000.00	0.00
NEB	2.54	2.03	0.00	7.00	2.00
NH	2.45	1.16	1.00	9.00	2.00
EHM	9.83	4.31	0.00	18.00	10.00
SD	4.92	4.27	0.00	17.00	3.00

NUMERO DE OBSERVACIONES = 210

CONSIDERACIONES DEMOGRAFICAS: ANALISIS DE LA MORTALIDAD

JOSE MIGUEL PONCE NUÑEZ
Universidad de Alcalá de Henares

0. RESUMEN

Después de introducir el análisis demográfico y considerar aspectos del estudio del proceso de una población, se describe brevemente la polémica sobre la relación entre población y economía. Se mencionan algunos indicadores para el análisis de la mortalidad y se hacen algunas consideraciones sobre las aplicaciones del análisis multivariante al estudio de la mortalidad.

1. INTRODUCCION

En las últimas décadas ha crecido notablemente el interés por el estudio y análisis de la población, tanto por la influencia que determinados factores demográficos tienen en la situación económica, cultural, sociológica, etc., como porque en las sociedades modernas hay una mayor preocupación por el volumen, estructura y distribución de la población, debido a la gran trascendencia, muchas veces vital, que todo esto tiene en múltiples aspectos de la vida de los seres humanos considerados individual o colectivamente.

La Demografía es la disciplina que se ocupa directa y específicamente del estudio de la población, que, de acuerdo con la definición comunmente aceptada, es *aquella ciencia que tiene por objeto el estudio de las poblaciones humanas, su dimensión, su estructura, su evolución y características generales, desde un punto de vista cuantitativo*.

El punto de vista *cuantitativo* es prioritario para comprender el modo de proceder de la Demografía como ciencia. Por tanto, el planteamiento *estadístico* es básico y fundamental en esta ciencia, que podría también definirse como *la ciencia que tiene por método la aplicación de la estadística al estudio de las poblaciones humanas*.

Aunque el planteamiento estadístico es preponderante en el análisis demográfico, los temas poblacionales pueden ser abordados desde otras perspectivas, si bien ningún científico social debe plantearse hoy el estudio aislado de una población sin analizar el *contexto global* en el que ésta se mueve.

De modo esquemático y resumido, podemos afirmar que hay tres modos complementarios entre sí, de abordar el estudio de la población, según se analice:

a) Los *movimientos naturales* de la población (cómo nacen, crecen, y mueren los individuos y las distintas colectividades).

b) Los *movimientos horizontales* (cómo se distribuyen y se desplazan en el espacio).

c) Los *movimientos verticales* (cómo se estructuran las poblaciones).

2. LA TEORIA DE LA TRANSICION DEMOGRAFICA

En el estudio de la población, además de la recogida y análisis de datos, se han ido diseñando algunos modelos o teorías. A partir de los años treinta se formulan unas teorías de rango científico, algunas de las cuales tienen aún vigencia actual. La primera de estas teorías recibe el nombre de *teoría de la transición geográfica*, a la que siguen las proyecciones geográficas y los modelos sistémicos o globales que aparecen en los años setenta y en los que se aplica el método sistemático al análisis de la población, que se estudia en relación con dos variables más recursos y ambiente. Veamos brevemente la primera de estas teorías.

En esta teoría se hace referencia a las distintas fases de evolución de los procesos demográficos, fundamentalmente en Europa. La mayor parte de los autores que analizan estos fenómenos suelen distinguir cuatro fases:

a) *Estacionaria alta*: altas tasas de natalidad, crecimiento débil o inexistente.

b) *Expansión antigua*: Altas tasas de natalidad, mortalidad en declive, incremento de los índices de crecimiento.

c) *Expansión moderna*: Natalidad y mortalidad en declive, especialmente ésta última, fuerte incremento de la población.

d) *Estacionaria baja*: Natalidad y mortalidad bajas, población estacionaria o crecimiento muy débil.

Esta teoría adolece de una serie de insuficiencias que hacen que se pueda dudar muy seriamente de su validez universal y de hecho muchos demógrafos la rechazan directamente. En concreto, esta teoría es una mera descripción de la evolución demográfica de un grupo reducido de países y con unas características culturales y socioeconómicas muy determinadas. Incluso dentro de dichos países se observan diferencias entre las magnitudes y parámetros de la evolución. También se consideran como insuficiencias de esta teoría, las omisiones a otros fenómenos demográficos como las migraciones humanas, relaciones entre fecundidad y mortalidad, etc. Por ejemplo, para CHESNAIS, en esta teoría los niveles de mortalidad y de fecundidad de una población dependen ante todo, de su grado de modernización socioeconómico, siendo los parámetros demográficos indicadores de desarrollo, además de que se trata de encasillar a los seres humanos dentro de coordenadas de causas y efectos necesarios que no dan cabida al libre albedrío acorde con su libertad y dignidad.

3. POBLACION Y ECONOMIA

En 1778, Malthus publicó en Londres «Essay of the Principle of Population», en el que formulaba su famosa ley de que mientras los alimentos se multiplican en progresión aritmética, la población crece en progresión geométrica. El crecimiento demográfico debía ralentizarse para evitar una catástrofe.

Desde entonces hay una polémica sobre las posibles repercusiones positivas o negativas del crecimiento de la población en los niveles de bienestar económico y social de la Humanidad.

Chesnais (1987) trata de poner de manifiesto cómo el crecimiento demográfico y el desarrollo económico van emparejados y abre una puerta a la esperanza para los países del tercer mundo, cuyo desarrollo se presenta como impulsado por el crecimiento de la población.

Puede analizarse esta polémica en otros autores. Sin embargo, parece que la cuestión central no es tanto la del crecimiento en sí, sino la de las condiciones en las que se produce el crecimiento. Así en el caso de una nación bien organizada social y económicamente, el crecimiento de la población puede estimular la economía, mientras que en otra nación con deficiencias en sus estructuras organizativas, este crecimiento puede ser nocivo. Conviene, pues, huir de las explicaciones dogmáticas y situar el tema dentro de un contexto mucho más global. Probablemente al considerar al hombre en términos de su contribución social y económica, los debates en torno a la población se han centrado casi obsesivamente alrededor del binomio población-economía. Este enfoque, legítimo en sí, pierde valor al considerar al ser humano como «homo economicus» casi exclusivamente, en perjuicio de otros aspectos de la realidad humana que asimismo otorgan al hombre un valor y una dignidad al margen de su «relevancia» en lo económico y social.

4. MOVILIDAD DE LA POBLACION

Al abordar el estudio de la población, hay dos aspectos complementarios de especial importancia: los *dinámicos* y los *estáticos* o estructurales. Aunque puede parecer que la población nunca es estática, cabe distinguir para una mayor claridad entre la estructura de una población, que viene a ser como una radiografía de un momento y situación precisas, y entre los procesos previos y simultáneos que han llevado a estas situaciones demográficas concretas.

En la *movilidad* de la población, se considera el *crecimiento real* de la población, es decir el que resulta de las cuatro componentes del incremento poblacional: nacimientos, fallecimientos, inmigraciones y emigraciones. Cada una de estas componentes opera dentro de marcos conceptuales y metodológicos propios. Se distingue el *movimiento natural* de la población, como la diferencia entre natalidad y mortalidad, que da como resultado final una particular tasa de *crecimiento natural* o vegetativo.

Posiblemente la polémica en torno a la influencia del crecimiento demográfico en el desarrollo económico, ha provocado en los últimos años planteamientos y políticas demográficas antinatalistas. Sin embargo, actualmente, se observa con preocupación las tendencias de los índices de natalidad en Europa en los últimos veinte o

treinta años, que indican que este continente (y en menor medida América del Norte, Japón, Australia, y algún otro país) está caminando hacia una *involución demográfica*, pues la escasa tasa de natalidad y la imposibilidad de lograr la renovación de las generaciones provoca envejecimiento y regresión demográfica. En los últimos años, algunos gobiernos occidentales han puesto en marcha políticas demográficas pronatalistas para tratar de evitar los efectos negativos de esta peligrosa involución demográfica.

La *mortalidad*, como segundo elemento para obtener el crecimiento vegetativo, presenta dificultades en cuanto a la comprensión de sus causas, momentos y modos específicos de producirse, por lo que no basta un análisis cuantitativo, sino que hay que considerar otros factores cualitativos aparentemente externos, pero que sin embargo, tienen una gran influencia en este fenómeno. Por ejemplo, la estructura por edades, la composición de la población por sexos, ya que la mortalidad es selectiva según se trate de población masculina o femenina. También habrá que hacer referencia a los condicionamientos socioeconómicos (grado de desarrollo, estado de salud pública, tecnología sanitaria, infraestructura y comunicaciones, etc.) que han sido decisivos en la lucha contra la mortalidad a lo largo de la historia.

5. ANALISIS DE LA MORTALIDAD

Después de un estudio comparativo de las estadísticas demográficas disponibles, se observa que, a diferencia de las tasas de natalidad, la mortalidad en el mundo actual, ofrece menos diferencias entre países y continentes. Esto se debe principalmente a que durante muchísimos decenios ha existido una lucha efectiva contra la mortalidad, siendo la media mundial de 11 fallecimientos por mil habitantes.

El continente que registra mayores tasas de mortalidad sigue siendo África, con una media de 17 por mil. Existen diferencias por zonas geográficas con tasas que varían de 19 por mil en el oeste, al 13 por mil en el norte. Sin embargo a pesar de haberse reducido estas tasas, todavía hay países con una mortalidad superior al 20 y 25 por mil.

Europa es el continente que ocupa el segundo lugar, con una media de 11 por mil, variando desde 12 por mil en el norte a 10 por mil en el sur. Aunque puede extrañar estos datos, ya hemos comentado las tendencias que se observan respecto al envejecimiento de la estructura poblacional y la reducción de las tasas de natalidad, lo cual se refleja en la mortalidad.

Asia tiene una media de mortalidad de 10 por mil, con una variación según las zonas desde 14 por mil en el sureste, hasta 7 por mil en el este.

América del Norte, tiene una media de mortalidad de 9 por mil, debido entre otras razones a una mayor tasa de natalidad que la europea y al factor migratorio. Con todo, las tasas de mortalidad más bajas, corresponden a Oceanía y América Latina, con un 8 por mil, aunque dentro de América Latina hay variaciones: Sur, 9 por mil; Zona del Caribe, 9 por mil y Centro, 7 por mil.

Brevemente, podría decirse que esta reducción de la mortalidad, ha sido un logro a lo largo de la historia, principalmente en estos últimos siglos, debido al esfuerzo unánime de todos los sectores sociales, al avance de la medicina, la revolución tecnológica, etc. Aunque todavía podría reducirse este nivel de mortalidad en algunos paí-

ses, es muy difícil superar el límite biológico. Se considera prácticamente imposible alcanzar tasas de mortalidad por debajo de 4 ó 5 por mil.

En el análisis de la mortalidad suelen utilizarse algunos indicadores como, la *tasa bruta de mortalidad*, o simplemente tasa de mortalidad. También se obtienen tasas específicas de mortalidad por edad, siendo la más empleada la *tasa de mortalidad infantil*. Además de las tasas de *probabilidad de muerte* y las de *supervivencia*, se obtienen las *tablas de mortalidad* o de vida a partir de las cuales se calcula la *esperanza de vida*.

Otro modo de medir la mortalidad es con la *esperanza media de vida al nacer*, que es especialmente importante como indicador de la salud de un país. Se calcula que en términos medios es de 73-77 años para las mujeres y 70-75 años para los hombres, variando dichas frases según las zonas geográficas y nivel de desarrollo.

Las tasas de mortalidad quedan afectadas por muchas características poblacionales, sobre todo por la estructura de la población, por lo que conviene ser prudentes al comparar países, antes de aventurar conclusiones en materia de salud, economía o bienestar.

6. ENFOQUE MULTIVARIANTE

Dadas las características del análisis de la mortalidad, en las últimas décadas, se vienen utilizando los métodos del análisis multivariante.

La matriz inicial de datos $n \times p$, podría ser por ejemplo, la formada por las diferentes tasas de mortalidad que se obtienen en un determinado país o grupo de países agrupadas por edades y sexo.

Así, por ejemplo, si clasificamos la población en grupos de edades (0-1, 1-5, 5-10, 10-15, 15-50 y 50-75), tendríamos una variable de dimensión 6, $X = (X_1, X_2, X_3, X_4, X_5, X_6)$. Si a continuación recogemos los datos correspondientes a esos 6 grupos en 24 países, distinguiendo si se trata de hombres o mujeres, entonces la matriz de datos inicial tendría de dimensiones (48×6) .

Una de las aplicaciones del análisis multivariante en el estudio de la mortalidad es en la fase del análisis exploratorio de datos, para verificar la estructura subyacente de los mismos. En líneas generales, el análisis multivariante permitirá, eliminando la información redundante contenida en la matriz de datos inicial, obtener una síntesis de los mismos que conserve la máxima información de interés para el objeto del estudio planteado. Al manejar gran cantidad de datos, será necesario utilizar algunos de los paquetes informáticos que existen en el mercado (por ejemplo, SPSS, BMDP, CLUSTAN, etcétera).

Aplicando el análisis de componentes principales, y estudiando las diferentes representaciones gráficas de las observaciones que esta técnica nos proporciona, podremos verificar, por ejemplo, la estructura inicial de los datos de las tasas de mortalidad de diferentes países, recogidos según grupos de edades y sexo, es decir con una estructura determinada a priori.

A través del análisis de componentes principales, pueden detectarse también los datos erróneos que se hayan incluido en la matriz de datos, analizando la representación gráfica de las observaciones. Este aspecto es de gran importancia, pues puede darse el caso de que un solo dato erróneo induzca a conclusiones equivocadas.

El análisis factorial suele aplicarse para obtener las tablas de mortalidad, y determinar el mínimo número de factores que intervienen en el análisis de la mortalidad diferenciada por edad y sexo.

Teniendo en cuenta resultados anteriores y el desarrollo de los modelos utilizados podemos obtener la siguiente relación multiplicativa:

$$m_x = M_x (E_{1x})^{S_1} (E_{2x})^{S_2} (E_{3x})^{S_3} (E_{4x})^{S_4} (E_{5x})^{S_5}$$

donde m_x es la tasa de mortalidad en la edad x ,

M_x es la tasa de mortalidad en la edad x .

$E_{1x}, E_{2x}, E_{3x}, E_{4x}, E_{5x}$, son coeficientes dependientes de la edad, pero no de las condiciones sanitarias.

S_1, S_2, S_3, S_4, S_5 , son coeficientes que reflejan las condiciones sanitarias independientes de la edad y sexo.

Hasta hace pocos años las tablas de mortalidad se obtenían a partir de los datos de países europeos. Por lo cual se vio la necesidad de la elaboración de esas tablas para los países en vías de desarrollo, a partir de los datos que se disponen de los mismos, con el fin de analizar los factores de mortalidad.

En vez de efectuar la regresión sobre e_0 (esperanza de vida media), empleamos la siguiente ecuación de regresión cuadrática:

$$\log {}_nq_x = a + b(100 - e_1) + c(100 - e_1)^2$$

donde ${}_nq_x$ es la probabilidad de muerte desde la edad x a la edad $x + n$; e_1 es la esperanza de vida de los que tienen un año, a, b y c son los coeficientes de regresión.

El hecho de tomar logaritmos se debe a que de ese modo se normaliza la distribución de probabilidades de muerte, como demostró Lederman (1969). Se utiliza la variable $100 - e_1$ en lugar de e_1 para asegurar la relación positiva entre las variables dependiente e independiente.

Al realizar el estudio por separado por sexo, se observa que para el caso de las mujeres, los factores que más influyen en la mortalidad son: mortalidad maternal (20-35 años), mortalidad postmaternal (40-60 años), mortalidad pre-maternal (5-15 años) y la mortalidad infantil. Para el caso de los hombres no se obtiene una diferenciación tan clara de los factores.

7. ALGUNOS PROBLEMAS DE LAS ESTADÍSTICAS DEMOGRÁFICAS

Brevemente, y sin pretender ser exhaustivos, indicamos a continuación algunos problemas que se encuentran en los análisis y estudios de las estadísticas demográficas.

En las publicaciones de EUROSTAT, de las estadísticas demográficas de la C.E.E., se señala por ejemplo: aunque todos los países de la Comunidad tienen sistemas estadísticos muy evolucionados la gran diversidad en los modos de publicación y presentación de los resultados dificultan la obtención de datos recientes y comparables

para estudiar la evolución demográfica de la Comunidad. También en un informe sobre la puesta al día de datos de esa misma publicación para 1987, se recogen datos provisionales para 1986 y se observa que los datos relativos a España corresponden a 1984.

A veces se descubren anomalías y algunas incoherencias, incluso algunos autores llegan a decir que ha habido engaño y manipulación de datos y estadísticas para defender determinadas políticas demográficas.

Parece necesario, por tanto, que la elaboración, presentación y publicación de las estadísticas demográficas debe mejorarse, si se quiere aumentar la fiabilidad y el rigor de los análisis demográficos. Parece también conveniente, que desde los organismos internacionales competentes se realice la adecuada coordinación, en especial para establecer los criterios mínimos que cada país debe respetar en este aspecto, para hacer posible las comparaciones de los datos y los correspondientes análisis.

8. A MODO DE CONCLUSION

Después de estas consideraciones, consultar tablas disponibles, referencias bibliográficas, etc., así como informes específicos sobre el tema del Consejo de Europa, parece oportuno dedicar un último apartado a modo de conclusión.

De acuerdo con las tendencias que se aprecian en las estructuras poblacionales, en especial en Europa, América del Norte y otros países, es importante impulsar los estudios e investigaciones sobre el análisis de la mortalidad y más en concreto sobre la multiplicidad de factores que influyen en ella, así como sobre la interdependencia que parece existir entre ellos.

Al considerar la complejidad de factores cualitativos que intervienen en el análisis de la mortalidad (edades, sexos, niveles socioeconómicos, etc.) resulta aconsejable desde el punto de vista estadístico, emplear los métodos del análisis multivariante, aprovechando los recursos informáticos disponibles.

9. REFERENCIAS BIBLIOGRAFICAS

- BOURGEOIS-PICHAT, J.: *Analyse factorielle des taux de mortalité par âge et sexe: contribution à l'étude des dimensions de la mortalité*. Bulletin démographique des Nations Unies, 6 (1963) pp. 157-210.
- CASAS TORRES, J. M.: *Población, desarrollo y calidad de vida*. Ed. Rialp. Madrid, 1982.
- CHESNAIS, J. C.: *la transition demographique*. Presses Universitaires. París, 1986.
- CHESNAIS, J. C.: *La revanche du tiers-monde*. Robert Laffont. París, 1987. (Traducción: La revancha del tercer mundo. Planeta, 1988).
- CONSEJO DE EUROPA. Informes consultados: *Nouvelles tendances de la mortalité en Europa*. 1981. *Les différences socio-economiques et la mortalité en Europa*. 1984. *Evolution démographique recente dans les états membres du Conseil de l'Europe*. 1985.
- D'ENTREMONT, A.: *Totalitarismo demográfico*. Número monográfico Nuestro Tiempo, julio-agosto, 1986.
- EUROSTAT.: *Estadísticas demográficas*. Comunidades Europeas, 1987.
- HENRY, L.: *Demografía*. Ed. Labor Universitaria, 1976.

- LEDERMAN, S.: *Nouvelles tables-types de mortalité*. Presses Universitaires de France. Paris, 1969.
- NOIN, D.: *La transition démographique dans le monde*. Presses Universitaires. Paris, 1983.
- O.N.U.: *Demographic Yearbook*, 1985.
- PRESSAT, R.: *Analyse démographique. Méthodes, résultats, applications*. Presses Universitaires, 1941.
- TUKEY, J. W.: *Exploratory Data Analysis*, Reading. Addison-Wesley, 1977.
- VEGARA, A. y D'ENTREMONT, A.: *Introducción al análisis demográfico. Un enfoque para urbanistas*. Ed. Taller de ideas. Pamplona, 1988.
- WUNSCH, G.: *Analyse multidimensionnelle de la mortalité. Etude exploratoire des données*. Working papers, n.º 97, 1981. Dep. de Démographie de la Univ. de Lovaina.
- WUNSCH, G.: *Factors of mortality in developing countries. A principal components analysis*. Working paper n.º 88, 1980. Dep. de Démographie de la Univ. de Lovaina.

ANALISIS DEMOGRAFICO DE LA PROVINCIA DE LEON

M.^a DEL CARMEN MANTERO GARCIA-LORENZANA
JOSE LUIS MARTINEZ GUERRERO
Universidad de León

I. ESTUDIO DE LA POBLACION A NIVEL PROVINCIAL (*)

1.1. Población

Al abordar el estudio demográfico de cualquier espacio geopolítico, en nuestro caso de la provincia de León, el desarrollo lógico parece consistir en seguir las pautas de análisis que gozan, por su notable claridad y sencillez, de mayor predicamento, y que consisten en presentar, inicialmente, una visión general de la situación actual y de su evolución reciente para, a continuación, proseguir con el estudio que permita detectar, de acuerdo con diversos criterios, las características de la población (sujeto y objeto de la actividad económica), concluyendo por analizar los movimientos naturales y los movimientos migratorios.

1.1.1. Rasgos generales

La población de la provincia de León se situaba a 1 de marzo de 1981 (fecha del último censo disponible) en 523.607 personas, si atendemos a la población de derecho, y en 517.973 si consideramos la población de hecho (1).

Desde el punto de vista dinámico, de acuerdo con lo expuesto en el cuadro I.1, el crecimiento demográfico provincial en el período 1900-1981 fue de 122.435 (131.890)

(*) Para la realización de esta sección hemos utilizado, en gran medida, el esquema de análisis seguido, al abordar este tema, por Javier Arribas Rodríguez-José Villaverde Castro en su trabajo: «La economía de Valladolid: pasado, presente y futuro», Cámara Oficial de Comercio e Industria de Valladolid, 1984.

(1) De aquí en adelante, y salvo manifestación expresa en contrario, siempre haremos referencia, en primer lugar, a la población de derecho, y, en segundo, generalmente entre paréntesis, a la población de hecho.

personas en términos absolutos, lo que representa un incremento neto del 30,52 (34,16) por 100 y una tasa anual acumulativa del 3,33 (3,68) por 1.000. Sin embargo, hay que destacar la existencia de dos etapas diferenciadas: la primera, que comprende el período 1900-1960, se caracteriza por un crecimiento continuado de la población de la provincia de León, tanto en la denominada de derecho como en la de hecho; la segunda se distingue por un cambio de tendencia, al registrarse una reducción poblacional, tanto en 1970 como en 1981.

CUADRO I.1
EVOLUCION DE LA POBLACION DE DERECHO

AÑOS	VALORES ABSOLUTOS			INDICES			DENSIDAD (*)		
	L	C-L	E	L	C-L	E	L	C-L	E
1900	401.172	2.351.943	18.830.649	100,00	100,00	100,00	25,93	24,98	37,31
1910	419.226	2.458.917	20.360.306	104,50	104,55	108,12	27,10	26,12	40,34
1920	436.369	2.564.214	22.012.663	108,77	109,02	116,90	28,21	27,24	43,61
1930	461.560	2.575.131	24.026.571	115,05	109,49	127,59	29,84	27,35	47,60
1940	508.613	2.750.896	26.386.854	126,78	116,96	140,13	32,88	29,22	52,28
1950	551.072	2.885.540	28.172.268	137,36	122,69	149,61	35,63	30,64	55,81
1960	591.130	2.916.116	30.776.935	147,35	123,98	163,44	38,22	30,97	60,97
1970	562.766	2.668.284	34.041.531	140,28	113,45	180,78	36,38	28,34	67,44
1981	523.607	2.583.137	37.682.355	130,52	109,83	200,11	33,85	27,44	74,66

EVOLUCION DE LA POBLACION DE HECHO

AÑOS	VALORES ABSOLUTOS			INDICES			DENSIDAD (*)		
	L	C-L	E	L	C-L	E	L	C-L	E
1900	386.083	2.302.417	18.616.630	100,00	100,00	100,00	24,96	24,46	36,84
1910	395.430	2.362.878	19.990.909	102,42	102,62	107,38	25,56	25,10	39,60
1920	412.417	2.337.405	21.388.551	106,82	101,52	114,90	26,66	24,83	42,41
1930	441.908	2.477.324	23.677.095	114,46	107,60	127,18	28,57	26,31	46,69
1940	493.258	2.694.347	26.014.278	127,76	117,02	139,74	31,89	28,62	51,27
1950	544.779	2.864.378	28.177.873	141,10	124,41	151,04	35,22	30,42	55,43
1960	584.594	2.848.352	30.582.936	151,42	123,71	164,28	37,79	30,25	60,29
1970	548.721	2.622.682	33.956.047	142,12	113,91	182,40	35,47	27,85	67,01
1981	517.973	2.577.105	37.746.260	134,16	111,93	202,76	33,49	27,37	74,78

NOTAS: (*) Habitantes por Km². L=León, C-L=Castilla-León, E=España.
FUENTE: INE (Censos de la Población de España) y elaboración propia.

Si por centrarnos en períodos menos dilatados, atendemos inicialmente a lo acontecido en el último decenio, lo cual puede ser más significativo desde la perspectiva adoptada en este trabajo, la contemplación del cuadro I.2 nos permite corroborar lo previamente manifestado, ya que la población disminuyó, en el intervalo de tiempo considerado, en 39.159 (30.748) personas en términos absolutos, lo que representó una reducción neta del orden del 6,96 (5,60) por 100 y una tasa acumulativa anual del -7,19 (-5,75) por 1.000.

CUADRO I.2
POBLACION DE DERECHO

AÑOS	VALORES ABSOLUTOS			INDICES			DENSIDAD (*)		
	L	C-L	E	L	C-L	E	L	C-L	E
1970	562.766	2.668.284	34.041.531	100,00	100,00	100,00	36,38	28,34	67,44
1975	535.200	2.563.333	36.012.254	95,10	96,07	105,79	34,60	27,23	71,35
1981	523.607	2.583.137	37.682.355	93,04	96,81	110,69	33,85	27,44	74,66

POBLACION DE HECHO

AÑOS	VALORES ABSOLUTOS			INDICES			DENSIDAD (*)		
	L	C-L	E	L	C-L	E	L	C-L	E
1970	548.721	2.622.682	33.956.047	100,00	100,00	100,00	35,47	27,85	67,01
1975	526.492	2.537.098	36.025.784	95,95	96,74	106,10	34,04	26,95	71,37
1981	517.973	2.577.105	37.746.260	94,40	98,26	111,16	33,49	27,37	74,78

NOTAS: (*) Habitantes por Km². L=León, C-L=Castilla-León, E=España.
FUENTE: Idem. cuadro I.1 y Padrón Municipal 1975.

De esta forma, y como es absolutamente obvio, la densidad de la población de la provincia de León ha pasado de cifrarse en 36,38 (35,47) habitantes por kilómetro cuadrado en 1970, a 33,85 (33,49) habitantes por kilómetro cuadrado en 1981. Ahora bien, la inclusión de las cifras relativas a 1975 nos permite comprobar cómo la población disminuye a ritmo decreciente, pues en el período 1970-1975 se registra un descenso de 27.566 (22.229) personas, lo que supone una reducción neta del 4,90 (4,05) por 100 y una tasa anual acumulativa del -9,99 (-8,24) por 1.000; mientras que en el período 1975-1981 el descenso es de 11.593 (8.519) personas, representando una reducción neta del 2,17 (1,62) por 100 y una tasa anual acumulativa del -4,37 (-3,26) por 1.000. Esta misma situación, como es lógico, se traslada igualmente a la densidad demográfica, pues si en el período 1970-1975 se produjo un descenso de 1,78 (1,43) habitantes por kilómetro cuadrado, en el período 1975-1981 la reducción fue de 0,75 (0,55) habitantes por kilómetro cuadrado.

Si en lugar de considerar como marco de referencia lo acontecido en la provincia en épocas más o menos lejanas, tomamos como elemento de comparación lo sucedido en las esferas regional y nacional, los comentarios anteriores adquieren, por un lado, mayor consistencia y, por otro, se suministra una perspectiva más completa y, por tanto, más enriquecedora de la evolución experimentada. El examen del cuadro I.1 es, en este sentido, muy ilustrativo, ya que establece, en paralelo, los cambios ocurridos en cada una de las tres áreas consideradas: lo más notable de esta evolución es, por un lado, el idéntico comportamiento poblacional a nivel provincial y regional, con un crecimiento demográfico constante que se invierte a partir de los años cincuenta, si bien dicho comportamiento es más vivaz en la provincia leonesa

que en el conjunto de la región castellano-leonesa; y, por otro lado, la dispar trayectoria seguida por las poblaciones provincial y nacional, pues, en los años estudiados, la población nacional se ha duplicado sobradamente, tanto en la de hecho como en la de derecho, circunstancia ésta que ha dado lugar a que la densidad de población en España haya incrementado diferencias a su favor en relación a la densidad poblacional leonesa. Estos resultados se ponen igualmente de manifiesto con referencia a la década de los setenta, si bien la inclusión de las cifras relativas a 1975 (véase cuadro 1.2) permite una lectura algo más optimista del desenvolvimiento demográfico regional, al producirse un ligero cambio de tendencia en el año mencionado, como lo atestigua el hecho de que, en el período 1975-1981, la población aumentó en 19.804 (40.007) personas en términos absolutos, lo que significó, en términos relativos, un incremento neto del 0,77 (1,58) por 100.

Estos resultados aparecen igualmente reflejados, aunque con una perspectiva distinta, en el «tamaño» de la provincia de León y de la región castellano-leonesa, descritos en el cuadro I.3 (2), en el que se pone de manifiesto cómo los valores de León y Castilla y León se van alejando cada vez más de la unidad, pese a la enorme diferencia ya inicialmente existente. Comparando los valores provincial y regional, se observa cómo éstos son superiores en la provincia de León, pero las diferencias se han ido acortando a lo largo del período objeto de estudio.

CUADRO I.3

TAMAÑO DE LA PROVINCIA DE LEON Y DE LA REGION CASTELLANO-LEONESA

	LEON	CASTILLA-LEON	ESPAÑA
Población 1970	562.766 (548.721)	2.668.284 (2.622.682)	34.041.531 (33.956.047)
Población 1975	535.200 (526.492)	2.563.333 (2.537.098)	36.012.254 (36.025.784)
Población 1981	523.607 (517.973)	2.583.137 (2.577.105)	37.682.355 (37.746.260)
Superficie(Km ²)	15.468	94.147	504.750
Y 1970	82,66 (80,80)	133,25 (131,30)	100,00
Y 1975	74,31 (73,07)	121,00 (119,72)	100,00
Y 1981	69,48 (68,61)	116,54 (116,07)	100,00
X	153,22	317,04	100,00
Y/X 1970	0,5395 (0,5273)	0,4203 (0,4141)	1,0000
Y/X 1975	0,4850 (0,4769)	0,3816 (0,3776)	1,0000
Y/X 1981	0,4535 (0,4478)	0,3676 (0,3661)	1,0000

NOTAS: Entre paréntesis figuran las cifras relativas a la población de hecho. Los índices de León se elaboran tomando como base 50 provincias. Los índices de Castilla-León se elaboran tomando como base 17 Comunidades Autónomas.

FUENTE: Elaboración propia en base a datos INE.

(2) El «tamaño» del área geográfica considerada, que viene dado por el cociente Y/X, donde

$$Y = \frac{P_j}{\sum P_j/n} 100, \quad X = \frac{P_j}{\sum S_j/n} 100$$

y donde «P» es la población, «S» la superficie y «j» el área estudiada, es indicativo de la densidad de población del área ponderada por la media nacional.

1.1.2. Rasgos estructurales

Tras la visión general suministrada en el epígrafe anterior, tratamos en el presente de descubrir los rasgos definidores de la población leonesa, atendiendo a diversos criterios. Para ello acometeremos inicialmente el análisis del reparto demográfico entre la capital y el resto de la provincia, prosiguiendo con la distribución por núcleos y concluyendo con la distribución por sexo y edad.

1.1.2.1. Población capital y «resto provincia»

El cuadro I.4 recoge la evolución seguida por la población de la capital y del «resto de la provincia» leonesa a lo largo del presente siglo, cuyas notas más relevantes son:

— La población de la capital ha experimentado un crecimiento constante e intenso a lo largo del período considerado, lo que ha supuesto multiplicar casi por ocho la población de derecho y por nueve la de hecho.

— Un aumento continuado, pero de menor intensidad que el registrado en la población de la capital, de la población asentada en el «resto de la provincia» durante el período 1900-1960, para descender progresivamente en 1970 y 1981. Esta situación se presenta tanto en la población de derecho como en la de hecho.

— Como consecuencia de las dos consideraciones anteriores, la población del «resto de la provincia» va perdiendo paulatinamente importancia en el total de la población provincial de derecho y de hecho.

CUADRO I.4
LEON: POBLACION CAPITAL Y RESTO PROVINCIA

AÑOS	POBLACION DE DERECHO						POBLACION DE HECHO					
	VAL. ABSOLUTOS		PORCENTAJES		INDICES		VAL. ABSOLUTOS		PORCENTAJES		INDICES	
	C	RP	C	RP	C	RP	C	RP	C	RP	C	RP
1900	15.511	385.661	3,87	96,13	100,00	100,00	14.048	372.035	3,64	96,36	100,00	100,00
1910	16.921	402.305	4,04	95,96	109,09	104,32	15.850	379.580	4,01	95,99	112,83	102,03
1920	20.445	415.924	4,69	95,31	131,81	107,85	19.599	392.818	4,75	95,25	139,51	105,59
1930	26.982	434.578	5,85	94,15	173,95	112,68	27.572	414.336	6,24	93,76	196,27	111,37
1940	40.715	467.898	8,01	91,99	262,49	121,32	43.260	449.998	8,77	91,23	307,94	120,96
1950	56.863	494.209	10,32	89,68	366,60	128,15	57.026	487.753	10,47	89,53	405,94	131,10
1960	72.135	518.995	12,20	87,80	465,06	134,57	73.483	511.111	12,57	87,43	523,08	137,38
1970	99.617	463.149	17,70	82,30	642,23	120,09	99.702	449.019	18,17	81,83	709,72	120,69
1981	123.633	399.974	23,61	76,39	797,07	103,71	127.367	390.606	24,59	75,41	906,65	104,99

NOTAS: C=Capital, RP=Resto Provincia.

FUENTE: Idem. cuadro I.1.

Si centramos nuestra atención en el período 1970-1981 (véase cuadro I.5), el análisis del mismo nos permite confirmar lo expuesto anteriormente, es decir:

— Un peso continuamente creciente de la población de la capital sobre la de toda la provincia, no sólo motivado por el crecimiento registrado en aquélla, sino también por un descenso en el volumen absoluto de población ubicada en el «resto de la provincia».

Si los resultados provinciales se relacionan con los correspondientes regionales y nacionales (cuadro I.5), observamos que, en el caso de León, se produce una cierta simetría con relación a lo que es norma en las esferas regional y nacional: el peso del «resto de la provincia» es superior al de la capital, si bien dicho peso es de mayor magnitud en León que en Castilla y León y en España.

Interesa, asimismo, destacar que, pese a la mejora generalizada de posiciones por parte de las capitales en las tres áreas consideradas, la población del «resto del país» también ha aumentado en la última década, mientras que en el marco regional castellano-leonés ha seguido una trayectoria fuertemente regresiva, superior incluso a la registrada en el caso de León.

CUADRO I.5
LEON: POBLACION CAPITAL Y RESTO PROVINCIAL

AÑOS	POBLACION DE DERECHO						POBLACION DE HECHO					
	VALORES ABSOLUTOS		PORCENTAJES		INDICES		VALORES ABSOLUTOS		PORCENTAJES		INDICES	
	C	RP	C	RP	C	RP	C	RP	C	RP	C	RP
1970	99.617	463.149	17,70	82,30	100,00	100,00	99.702	449.019	18,17	81,83	100,00	100,00
1975	113.340	421.860	21,18	78,82	113,77	91,08	115.176	411.316	21,88	78,12	115,52	91,60
1981	123.633	399.974	23,61	76,39	124,11	86,36	127.367	390.606	24,59	75,41	127,75	86,99

CASTILLA-LEON: POBLACION CAPITALES Y RESTO REGION

AÑOS	POBLACION DE DERECHO						POBLACION DE HECHO					
	VALORES ABSOLUTOS		PORCENTAJES		INDICES		VALORES ABSOLUTOS		PORCENTAJES		INDICES	
	C	RR	C	RR	C	RR	C	RR	C	RR	C	RR
1970	779.110	1.889.174	29,19	70,81	100,00	100,00	791.966	1.830.696	30,19	69,81	100,00	100,00
1975	885.815	1.677.518	34,55	65,45	113,70	88,80	896.384	1.640.714	35,33	64,67	113,18	89,62
1981	984.701	1.598.436	38,12	61,88	126,39	84,61	1.045.781	1.531.324	40,58	59,42	132,05	83,64

ESPAÑA: POBLACION CAPITALES Y RESTO NACION

AÑOS	POBLACION DE DERECHO						POBLACION DE HECHO					
	VALORES ABSOLUTOS		PORCENTAJES		INDICES		VALORES ABSOLUTOS		PORCENTAJES		INDICES	
	C	RN	C	RN	C	RN	C	RN	C	RN	C	RN
1970	12.045.501	21.996.030	35,38	64,62	100,00	100,00	12.223.237	21.732.810	36,00	64,00	100,00	100,00
1975	12.916.682	23.095.572	35,87	64,13	107,23	105,00	13.008.842	23.016.942	36,11	63,89	106,43	105,91
1981	13.692.691	23.989.664	36,34	63,66	113,67	109,06	13.912.500	23.833.760	36,86	63,14	113,82	109,67

NOTAS: C=Capital, RP=Resto Provincia, RR=Resto Región, RN=Resto Nación.
FUENTE: Idem. cuadro I.2.

1.1.2.2. Distribución por núcleos de población

Atendiendo a la distribución por municipios de acuerdo con su volumen de población (cuadro I.6), los hechos más relevantes que se aprecian son los siguientes:

a) En primer lugar, se evidencia una reducción del número total de municipios, reducción que tiene lugar a través de procesos de concentración-absorción entre municipios limítrofes. La población media de los municipios de la provincia en las distintas fechas consideradas es la siguiente:

Años	De derecho	De hecho
1970	2.446,81	2.385,74
1975	2.410,81	2.371,59
1981	2.458,25	2.431,80

Se observa cómo la población media por municipio desciende en 1975, pues la reducción registrada en el número de municipios no fue suficiente para compensar la regresión experimentada, tanto por la población de derecho como la de hecho. En 1981 cambia la situación y la población media por municipio aumenta, alcanzando incluso valores superiores a los de 1970, como consecuencia de un nuevo descenso en el número de municipios que permitió enjugar con creces el nuevo retroceso de la población de derecho y de hecho.

b) En segundo lugar, se detecta un predominio cuantitativo creciente de los municipios rurales (3), debido a la reducción del número total de municipios (el número de municipios rurales es prácticamente estable a lo largo del período considerado), pasando de representar el 71,31 (73,06) por 100 del total de municipios en 1970 al 76,51 (79,81) por 100 en 1981; situación ésta que no se corresponde con la población asentada en el estrato rural, pues su participación en el total de la población ha descendido, ya que en 1970 suponía el 29,21 (30,28) por 100 del total y en 1981 fue del 27,48 (28,81) por 100. Los municipios intermedios pierden significación en el total de municipios, tanto en términos absolutos como en términos relativos, pasando del 26,53 (24,78) por 100 en 1970 al 21,14 (17,84) por 100 en 1981; asimismo, la población perteneciente al estrato intermedio pierde importancia absoluta y relativa, pues en 1970 representa el 37 (35,11) por 100 del total y en 1981 el 29,77 (26,72) por 100. Finalmente, los municipios urbanos tienen escasa trascendencia numérica que combinan con su invariabilidad, pues a lo largo de la década de los setenta su número no ha sufrido variación (cinco municipios); intrascendencia numérica que contrasta con la importancia creciente de su población, pasando a representar en 1981 el 42,75 (44,47) por 100 de la población total, frente al 33,79 (34,61) por 100 en 1970.

c) De lo expuesto se deduce que, si bien existe un cierto desequilibrio territorial, la población no está muy dispersa (en 1981 algo más del 70 por 100 se concentra en 50 (43) municipios), como podría esperarse de sus condiciones geográficas y minifundistas, sino que posee un grado aceptable de concentración.

(3) Los núcleos de población, según el INE, se consideran: rurales, cuando cuentan con menos o igual a 2.000 habitantes; intermedios, entre 2.001 y 10.000, y urbanos, más de 10.000.

CUADRO I.6

LEON: DISTRIBUCION DE LA POBLACION DE DERECHO POR MUNICIPIOS

ESTRATOS POBLACION	1970				1975				1981			
	MUNICIPIOS		HABITANTES		MUNICIPIOS		HABITANTES		MUNICIPIOS		HABITANTES	
	Nº	%	Nº	%	Nº	%	Nº	%	Nº	%	Nº	%
Hasta 100	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---
De 101 a 500	25	10,87	9.101	1,62	31	13,96	10.475	1,96	33	15,49	10.661	2,04
De 501 a 1.000	55	23,92	40.499	7,20	66	29,73	48.939	9,14	69	32,39	50.086	9,56
De 1.001 a 2.000	84	36,52	114.765	20,39	70	31,53	97.387	18,20	61	28,63	83.137	15,88
De 2.001 a 3.000	39	16,96	95.594	16,99	28	12,62	65.769	12,29	25	11,74	59.205	11,31
De 3.001 a 5.000	14	6,09	53.534	9,51	14	6,31	50.359	9,41	13	6,11	48.029	9,17
De 5.001 a 10.000	8	3,48	59.122	10,50	8	3,60	57.127	10,67	7	3,29	48.648	9,29
De 10.001 a 20.000	3	1,30	38.294	6,81	3	1,35	41.283	7,71	3	1,41	42.983	8,21
De 20.001 a 30.000	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---
De 30.001 a 50.000	1	0,43	46.614	8,28	---	---	---	---	---	---	---	---
De 50.001 a 100.000	---	---	---	---	1	0,45	50.524	9,44	1	0,47	53.763	10,27
De 100.001 a 500.000	1	0,43	105.243	18,70	1	0,45	113.337	21,18	1	0,47	127.095	24,27
De más de 500.000	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---
TOTAL	230	100,00	562.766	100,00	222	100,00	535.200	100,00	213	100,00	523.607	100,00

LEON: DISTRIBUCION DE LA POBLACION DE HECHO POR MUNICIPIOS

ESTRATOS POBLACION	1970				1975				1981			
	MUNICIPIOS		HABITANTES		MUNICIPIOS		HABITANTES		MUNICIPIOS		HABITANTES	
	Nº	%	Nº	%	Nº	%	Nº	%	Nº	%	Nº	%
Hasta 100	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---
De 101 a 500	27	11,74	9.695	1,77	32	14,41	10.698	2,03	42	19,72	14.134	2,73
De 501 a 1.000	61	26,53	45.415	8,28	67	30,18	48.605	9,23	66	30,98	48.216	9,31
De 1.001 a 2.000	80	34,79	111.013	20,23	73	32,89	101.271	19,23	62	29,11	86.875	16,77
De 2.001 a 3.000	36	15,65	87.195	15,89	22	9,91	51.083	9,70	19	8,92	46.240	8,93
De 3.001 a 5.000	13	5,65	48.369	8,81	15	6,76	52.213	9,92	12	5,63	44.051	8,50
De 5.001 a 10.000	8	3,48	57.121	10,41	8	3,60	56.103	10,66	7	3,29	48.145	9,29
De 10.001 a 20.000	3	1,30	39.421	7,18	3	1,35	41.430	7,87	3	1,41	46.679	9,01
De 20.001 a 30.000	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---
De 30.001 a 50.000	1	0,43	45.257	8,25	1	0,45	49.915	9,48	---	---	---	---
De 50.001 a 100.000	---	---	---	---	---	---	---	---	1	0,47	52.499	10,14
De 100.001 a 500.000	1	0,43	105.235	19,18	1	0,45	115.174	21,88	1	0,47	131.134	25,32
De más de 500.000	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---
TOTAL	230	100,00	548.721	100,00	222	100,00	526.492	100,00	213	100,00	517.973	100,00

FUENTE: Idem. cuadro I.2.

Si, de acuerdo con el cuadro I.7, centramos nuestra atención en la distribución comarcal de la población, destaca el hecho de que todas las comarcas de la provincia de Leon, con la excepción de la Comarca «Tierras de León», en la que se localiza la capital, que muestra una trayectoria creciente, han experimentado un comportamiento poblacional regresivo a lo largo de la última década, lo que se aprecia claramente al considerar la variable densidad de población.

CUADRO I.7
DISTRIBUCION COMARCAL DE LA POBLACION LEONESA

COMARCAS	SUPERFICIE (Km ²)	1970		1975		1981	
		DERECHO	HECHO	DERECHO	HECHO	DERECHO	HECHO
EL BIERZO	2.819	145.194 (51,51)	139.160 (49,37)	140.482 (49,83)	135.497 (48,07)	133.891 (47,50)	130.282 (46,22)
LA MONTAÑA DE LUNA	1.963	44.474 (22,66)	43.929 (22,38)	41.870 (21,33)	40.890 (20,83)	40.084 (20,42)	38.799 (19,77)
LA MONTAÑA DE RIAÑO	2.397	36.742 (15,33)	35.072 (14,63)	31.095 (12,97)	30.246 (12,62)	28.827 (12,03)	27.298 (11,39)
LA CABRERA	1.277	12.644 (9,90)	11.604 (9,09)	10.340 (8,10)	9.121 (7,14)	7.707 (6,04)	7.010 (5,49)
ASTORGA	1.393	48.355 (34,71)	47.608 (34,18)	45.359 (32,56)	44.500 (31,95)	43.104 (30,94)	42.976 (30,85)
TIERRAS DE LEÓN	1.761	152.044 (86,34)	151.810 (86,21)	157.537 (89,46)	159.839 (90,77)	170.071 (96,58)	175.916 (99,90)
LA BAÑEZA	644	34.252 (53,19)	32.908 (51,10)	30.354 (47,13)	29.597 (45,96)	27.412 (42,57)	26.473 (41,11)
EL PARAMO	905	32.945 (36,40)	31.987 (35,34)	29.205 (32,27)	28.677 (31,69)	27.350 (30,22)	26.452 (29,23)
ESLA-CAMPOS	1.386	40.276 (29,06)	39.485 (28,49)	35.779 (25,81)	35.227 (25,42)	33.672 (24,29)	32.383 (23,36)
SAHAGÚN	923	15.840 (17,16)	15.158 (16,42)	13.179 (14,28)	12.898 (13,97)	11.489 (12,45)	10.384 (11,25)

NOTA: Entre paréntesis figuran las densidades poblacionales.
FUENTE: Idem. cuadro I.2.

En definitiva, el medio físico provincial ha condicionado mucho la estructura poblacional, forzando a que la población se asiente, preferentemente, en el núcleo urbano de la capital, así como en zonas de cierta vocación industrial.

Por otro lado, la relativa uniformidad distributiva de la población leonesa entre las distintas comarcas se pone de manifiesto por el bajo nivel alcanzado por el índice de Gini (4) en los años considerados (cuadro I.8), aunque dicho índice ha experimentado un incremento.

(4) El índice de Gini es una medida expresiva del grado de concentración de una variable determinada. Su valor está comprendido entre cero (absoluta igualdad distributiva) y uno (absoluta desigualdad o concentración extrema).

CUADRO I.8
INDICES DE GINI
(Habitantes por kilómetro cuadrado)

	De derecho	De hecho
1970	0,0700	0,0685
1975	0,0930	0,0909
1981	0,1057	0,1082

FUENTE: Elaboración propia.

Finalmente, la ordenación de la población en las 10 comarcas que componen la provincia, ha mostrado una gran estabilidad, pues las posiciones ocupadas por las distintas comarcas en el «ranking» demográfico no han variado en el período estudiado, si bien se ha producido una ampliación de «gap» que las separa: esto es, mientras que en 1970 la comarca más poblada (Tierras de León) tenía una población 12 (13) veces superior a la de la menos poblada (La Cabrera), en 1981 la distancia entre las mismas comarcas (que seguían ocupando los puestos primero y último del «ranking» demográfico comarcal) era de 22 (25).

1.1.2.3. Distribución por sexo y edad

Una característica muy importante a tener en cuenta en el estudio de la población es, sin duda, su distribución basada en el sexo. Contemplando el cuadro I.9 se deducen fácilmente los hechos siguientes:

— En la década objeto de estudio, la proporción de varones y mujeres no se ha alterado de forma sustancial, prácticamente el 49,50 por 100 son varones y, por tanto, el 50,50 por 100 son hembras. Hay, pues, más mujeres que hombres, hecho universal cuando se estudian poblaciones no afectadas por guerras, migraciones y otros fenómenos selectivos con respecto al sexo.

— Puede apreciarse, igualmente, que mientras en la población de derecho la población masculina ha experimentado un descenso ligeramente superior al registrado por la población femenina, en la población de hecho sucede lo contrario, estableciéndose, incluso, una diferencia más notable.

CUADRO I.9
LEON: ESTRUCTURA DE LA POBLACION POR SEXOS

AÑOS	POBLACION DE DERECHO						POBLACION DE HECHO					
	VAL. ABSOLUTOS		PORCENTAJES		INDICES		VAL. ABSOLUTOS		PORCENTAJES		INDICES	
	V	M	V	M	V	M	V	M	V	M	V	M
1970	278.252	284.514	49,44	50,56	100,00	100,00	270.649	278.072	49,32	50,68	100,00	100,00
1975	264.724	270.476	49,46	50,54	95,14	95,07	260.590	265.902	49,50	50,50	96,28	95,62
1981	258.739	264.868	49,41	50,59	92,99	93,09	257.918	260.055	49,79	50,21	95,30	93,52

NOTA: V=Varones, M=Mujeres.

FUENTE: Idem. cuadro I.2.

Aunque en toda población hay, generalmente, más mujeres que hombres, la proporción viene afectada por las migraciones. Vamos a mostrar un hecho característico de las migraciones, a saber, que son más femeninas que masculinas cuando se trata de la emigración del campo a la ciudad, de los pequeños municipios a las capitales de provincia. Como indicador tomaremos la población de León capital por sexos y la del «resto de la provincia» también por sexos.

Como puede verse en el cuadro I.10, en la capital de la provincia el porcentaje de mujeres es superior al del «resto de la provincia». La razón de ello está en que en los pueblos hay pocos empleos para mujeres, siendo éstos más abundantes en las capitales.

CUADRO I.10

LEON-CAPITAL (*): DISTRIBUCION DE LA POBLACION POR SEXOS

AÑOS	POBLACION DE DERECHO				POBLACION DE HECHO			
	VAL. ABSOLUTOS		PORCENTAJES		VAL. ABSOLUTOS		PORCENTAJES	
	V	M	V	M	V	M	V	M
1970	49.796	55.447	47,32	52,68	49.758	55.477	47,28	52,72
1975	53.750	59.590	47,42	52,58	54.719	60.457	47,51	52,49
1981	60.576	66.519	47,66	52,34	63.194	67.940	48,19	51,81

«RESTO PROVINCIA»: DISTRIBUCION DE LA POBLACION POR SEXOS

AÑOS	POBLACION DE DERECHO				POBLACION DE HECHO			
	VAL. ABSOLUTOS		PORCENTAJES		VAL. ABSOLUTOS		PORCENTAJES	
	V	M	V	M	V	M	V	M
1970	228.456	229.067	49,93	50,07	220.891	222.595	49,81	50,19
1975	210.974	210.886	50,01	49,99	205.871	205.445	50,05	49,95
1981	198.163	198.349	49,98	50,02	194.724	192.115	50,34	49,96

NOTA: (*)Las cifras son relativas a León-municipio, pues el INE cuando hace referencia a las características de la población de la capital, entiende ésta como municipio.

FUENTE: Idem. cuadro I.9

Si importante es la distribución de la población por sexos, no lo es menos aquella que se basa en la edad de esa población, ya que, a través de esta distribución, puede valorarse la situación presente del *stock* (*stock* viejo, *stock* joven) y hablarse con cierta seguridad del futuro. De la observación detenida del cuadro I.11 se desprende el hecho de que la estructura por edades ha evolucionado con el tiempo, en el sentido de que cada vez es menor la parte relativa de población joven (de cero a catorce años), pasando de representar el 26,34 por 100 en 1970 al 21,24 por 100 en 1981, mientras que la población senil (sesenta y cinco y más años) aumenta, situándose

en 1981 en el 13,75 por 100 frente al 10,01 por 100 en 1970. El grupo intermedio (de quince a sesenta y cuatro años) permanece prácticamente invariable.

CUADRO I.11
LEON: ESTRUCTURA DE LA POBLACION POR EDADES

GRUPOS DE EDAD	1970		1975		1981	
	VALORES ABSOLUTOS	%	VALORES ABSOLUTOS	%	VALORES ABSOLUTOS	%
De 0 a 4 años	43.664	7,76	35.087	6,56	34.108	6,51
De 5 a 9 años	50.919	9,05	41.414	7,74	36.594	6,99
De 10 a 14 años	53.628	9,53	47.777	8,93	40.509	7,74
De 15 a 19 años	49.824	8,85	50.373	9,41	46.136	8,81
De 20 a 24 años	43.243	7,68	42.003	7,85	42.502	8,12
De 25 a 29 años	32.559	5,79	31.710	5,92	32.760	6,26
De 30 a 34 años	30.160	5,36	27.108	5,07	28.223	5,39
De 35 a 39 años	40.795	7,25	28.654	5,35	27.009	5,16
De 40 a 44 años	41.187	7,32	38.286	7,15	27.370	5,23
De 45 a 49 años	37.736	6,71	38.436	7,18	37.557	7,17
De 50 a 54 años	29.301	5,21	35.866	6,70	37.748	7,21
De 55 a 59 años	27.323	4,85	28.036	5,24	34.976	6,68
De 60 a 64 años	26.071	4,63	26.537	4,96	26.085	4,98
De 65 a 69 años	22.516	4,00	23.633	4,41	23.627	4,51
De 70 a 74 años	15.806	2,81	19.155	3,58	21.110	4,03
De 75 a 79 años	9.758	1,73	11.558	2,16	15.004	2,86
De 80 y más años	8.276	1,47	9.567	1,79	12.289	2,35
TOTAL	562.766	100,00	535.200	100,00	523.607	100,00

FUENTE: Idem. cuadro I.2.

Esta variación estructural es consecuencia, según veremos más adelante, de variaciones registradas en las tasas de natalidad y mortalidad, provocando un envejecimiento de la población. Esta misma situación se pone de manifiesto si calculamos las tasas de envejecimiento (número de personas de más de sesenta y cuatro años por cada 100 individuos de menos de quince) y que presentamos a continuación:

	1970	1975	1981
Tasas de envejecimiento	38,02	51,43	64,77

Vistos ya, separadamente, la edad y el sexo, ahora consideraremos su estudio conjunto o simultáneo. Este estudio es uno de los más sugestivos que puede hacerse de un *stock* de población, porque la visión conjunta de ambas características permite evaluar la población por la que se está interesado.

Analizando conjuntamente las variables edad y sexo, la información relevante aparece suministrada en el cuadro I.12 para toda la provincia. De su observación se desprende claramente el cumplimiento de dos importantes leyes naturales:

CUADRO I.12
LEON: DISTRIBUCION DE LA POBLACION POR EDAD Y SEXO

GRUPOS DE EDAD	1970						1975						1981					
	VARONES			MUJERES			VARONES			MUJERES			VARONES			MUJERES		
	Nº	%		Nº	%		Nº	%		Nº	%		Nº	%		Nº	%	
De 0 a 4 años	22.401	8,05		21.263	7,47		18.282	6,91		16.805	6,21		17.187	6,64		16.921	6,39	
De 5 a 9 años	26.290	9,45		24.629	8,66		21.338	8,06		20.076	7,42		18.916	7,31		17.678	6,67	
De 10 a 14 años	26.980	9,70		26.648	9,37		24.244	9,16		23.533	8,70		21.132	8,17		19.377	7,31	
De 15 a 19 años	25.430	9,14		24.394	8,57		25.620	9,68		24.753	9,15		23.512	9,09		22.624	8,54	
De 20 a 24 años	22.752	8,18		20.491	7,20		22.694	8,57		19.309	7,14		22.243	8,60		20.259	7,65	
De 25 a 29 años	16.625	5,97		15.934	5,60		16.506	6,23		15.204	5,62		17.398	6,72		15.362	5,80	
De 30 a 34 años	14.486	5,21		15.674	5,51		13.444	5,08		13.664	5,05		14.676	5,67		13.547	5,11	
De 35 a 39 años	20.145	7,24		20.650	7,26		14.054	5,31		14.600	5,40		13.274	5,13		13.735	5,19	
De 40 a 44 años	20.417	7,34		20.770	7,30		18.675	7,05		19.611	7,25		13.362	5,16		14.008	5,29	
De 45 a 49 años	19.019	6,83		18.717	6,58		19.088	7,21		19.348	7,15		18.651	7,21		18.906	7,14	
De 50 a 54 años	13.932	5,01		15.369	5,40		17.688	6,68		18.178	6,72		18.489	7,14		19.259	7,27	
De 55 a 59 años	12.413	4,46		14.910	5,24		12.858	4,86		15.178	5,61		17.226	6,66		17.750	6,70	
De 60 a 64 años	12.815	4,60		13.256	4,66		12.056	4,55		14.481	5,35		11.920	4,61		14.165	5,35	
De 65 a 69 años	10.137	3,64		12.379	4,35		11.145	4,21		12.488	4,62		10.471	4,05		13.156	4,97	
De 70 a 74 años	7.057	2,54		8.749	3,08		8.485	3,21		10.670	3,95		9.335	3,61		11.775	4,45	
De 75 a 79 años	4.002	1,44		5.756	2,02		4.865	1,84		6.693	2,48		6.396	2,47		8.608	3,25	
De 80 y más años	3.351	1,20		4.925	1,73		3.682	1,39		5.885	2,18		4.551	1,76		7.738	2,92	
TOTAL	278.252	100,00		284.514	100,00		264.724	100,00		270.476	100,00		258.739	100,00		264.868	100,00	

FUENTE: Idem. cuadro I.11.

1.^a Nacen más niños que niñas (relación sensiblemente constante e igual a 105 por 100). Se comprueba que en los primeros tramos de edad predominan más los hombres que las mujeres.

2.^a En todos los tramos de la edad, la tasa de mortalidad masculina es mayor que la femenina. Se observa que en los últimos tramos de edad (edades seniles) el predominio corresponde al género femenino.

Esto mismo puede verse calculando, para todos los tramos de edad, la tasa de masculinidad (número de varones por cada 100 mujeres), permitiendo descubrir cómo varía con la edad la distribución entre hombres y mujeres:

LEON: TASAS DE MASCULINIDAD

GRUPOS DE EDAD	1970	1975	1981
De 0 a 4 años	105,35	108,79	101,57
De 5 a 9 años	106,74	106,29	107,00
De 10 a 14 años	101,25	103,02	109,06
De 15 a 19 años	104,25	103,50	103,93
De 20 a 24 años	111,03	117,53	109,79
De 25 a 29 años	104,39	108,56	113,25
De 30 a 34 años	92,42	98,39	108,33
De 35 a 39 años	97,55	96,26	96,64
De 40 a 44 años	98,30	95,23	95,39
De 45 a 49 años	101,61	98,66	98,65
De 50 a 54 años	90,65	97,30	96,00
De 55 a 59 años	83,25	84,71	97,04
De 60 a 64 años	96,67	83,25	84,15
De 65 a 69 años	81,89	89,25	79,59
De 70 a 74 años	80,66	79,52	79,28
De 75 a 79 años	69,53	72,69	74,30
De 80 y más años	68,04	62,57	58,81

Según se desprende de la tabla anterior, en los seis primeros grupos quinquenales de edad, que comprenden de cero a veintinueve años (en 1981 se extiende hasta los treinta y cuatro), el número de hombres supera al de mujeres. En el resto de los grupos de edad, excepto en el tramo de cuarenta y cinco a cuarenta y nueve años de 1970, son las mujeres quienes superan a los varones en número, haciéndose más ostensible la diferencia a medida que avanzamos en la edad.

Del análisis anterior se deducen, obviamente, las siguientes características:

- La población masculina es comparativamente más joven que la femenina.
- Es mayor el porcentaje de mujeres que alcanza una edad avanzada que el de hombres.
- Consecuencia de los dos puntos anteriores, la población femenina presenta un grado de envejecimiento superior al de la masculina.

Para seguir con mayor claridad la evolución experimentada en los años setenta por la población leonesa en sus variables edad y sexo, hemos creído conveniente proceder a una agregación de las edades en los tres grupos siguientes:

1.º De cero a catorce años, que comprende la población juvenil, ordinariamente inactiva, en sentido económico.

2.º De quince a sesenta y cuatro años o población potencialmente activa, en sentido económico.

3.º De sesenta y cinco y más años, que es el tramo correspondiente a la edad senil, ordinariamente inactiva.

Con esta agrupación se ha construido, en base a datos del cuadro I.12, la siguiente tabla:

GRUPOS DE EDAD	1970			1975			1981		
	(1)	(2)	(3)	(1)	(2)	(3)	(1)	(2)	(3)
De 0 a 14 años	104,32	27,20	25,50	105,71	24,13	22,33	106,04	22,12	20,37
De 15 a 64 años	98,82	63,98	63,32	99,06	65,22	64,44	100,67	65,99	64,04
De 65 y más años	77,17	8,82	11,18	78,85	10,65	13,23	74,50	11,89	15,59

NOTAS: (1) Tasa de masculinidad.

(2) Porcentaje de varones.

(3) Porcentaje de mujeres.

Según se desprende de la tabla anterior, tanto la población masculina como la femenina han visto disminuir, a lo largo del período considerado, el porcentaje de participación de los jóvenes, mientras que la población senil ha aumentado, permaneciendo el grupo intermedio casi invariable. Esto ha provocado un envejecimiento de ambas poblaciones. Ahora bien, la magnitud de las variaciones apuntadas es distinta en los hombres que en las mujeres, así el descenso de la población juvenil es superior en las mujeres, traduciéndose, para este tramo de edad (de cero a catorce años), en un aumento de la tasa de masculinidad; por el contrario, el incremento de la población senil es superior en las mujeres, provocando, para este tramo de edad (de sesenta y cinco y más años), una caída de la tasa de masculinidad. En consecuencia, en el período 1970-1981 la población femenina ha registrado un envejecimiento superior a la masculina.

Muy importante sería proporcionar una información semejante para las distintas áreas provinciales de población, para así extraer conclusiones derivadas de la contrastación de sus estructuras. En base a esta consideración, en el cuadro I.13 presentamos la población por edad y sexo de la zona urbana (5) para los años 1970 y 1981, mientras que para 1975 expresamos exclusivamente la referida a la capital (al no disponer de datos relativos a la zona urbana), que, si bien no representa la totalidad de la zona urbana, puede ser significativa de la misma.

La población de la zona urbana presenta las mismas características y evolución (véase cuadro I.13) que la de la provincia, siendo aplicables los mismos comentarios hechos a escala provincial.

Comparando la estructura poblacional del área urbana con la de la provincia, destacan los hechos siguientes:

(5) Zona urbana: conjunto de entidades singulares de población con 10.001 o más habitantes de hecho.

CUADRO I.13
LEON: DISTRIBUCION DE LA POBLACION POR EDAD Y SEXO
(Zona urbana)

GRUPOS DE EDAD	1970				1975 (*)				1981			
	VARONES		MUJERES		VARONES		MUJERES		VARONES		MUJERES	
	Nº	%	Nº	%	Nº	%	Nº	%	Nº	%	Nº	%
De 0 a 4 años	6.408	9,91	5.747	8,00	5.069	9,43	4.513	7,57	6.582	8,23	6.598	7,60
De 5 a 9 años	6.519	10,09	6.215	8,65	4.955	9,22	4.658	7,82	7.334	9,17	6.939	7,99
De 10 a 14 años	6.185	9,57	6.159	8,58	5.043	9,38	5.262	8,83	7.263	9,08	6.183	7,12
De 15 a 19 años	5.642	8,73	6.006	8,36	5.026	9,35	4.891	8,21	7.142	8,93	6.794	7,83
De 20 a 24 años	4.955	7,67	5.510	7,67	3.843	7,15	4.320	7,25	6.201	7,75	6.672	7,68
De 25 a 29 años	4.031	6,24	4.740	6,60	3.576	6,65	3.980	6,68	5.474	6,84	6.211	7,15
De 30 a 34 años	3.568	5,52	4.504	6,27	3.149	5,86	3.428	5,75	5.502	6,88	5.702	6,57
De 35 a 39 años	4.870	7,53	5.396	7,51	2.664	4,96	3.624	6,08	4.694	5,87	5.122	5,90
De 40 a 44 años	4.694	7,26	5.273	7,34	3.921	7,29	4.526	7,59	4.437	5,55	4.843	5,58
De 45 a 49 años	4.303	6,66	4.965	6,91	3.972	7,39	4.313	7,24	5.305	6,63	5.995	6,90
De 50 a 54 años	3.367	5,21	3.925	5,47	3.341	6,22	3.837	6,44	4.955	6,21	5.633	6,49
De 55 a 59 años	2.990	4,63	3.822	5,32	2.327	4,33	3.296	5,53	4.460	5,58	5.316	6,12
De 60 a 64 años	2.526	3,91	2.973	4,14	2.357	4,38	2.693	4,52	3.323	4,16	3.900	4,49
De 65 a 69 años	1.878	2,91	2.407	3,35	1.708	3,18	2.372	3,98	2.685	3,36	3.642	4,19
De 70 a 74 años	1.307	2,02	1.813	2,53	1.348	2,51	1.739	2,92	2.137	2,67	3.106	3,58
De 75 a 79 años	751	1,16	1.129	1,57	887	1,65	1.166	1,96	1.389	1,74	2.090	2,41
De 80 y más años	635	0,98	1.239	1,73	564	1,05	974	1,63	1.082	1,35	2.085	2,40
TOTAL	64.629	100,00	71.823	100,00	53.750	100,00	59.590	100,00	79.975	100,00	86.831	100,00

NOTA: (*) Sólo comprende la capital entendida como municipio.

FUENTE: Idem. cuadro I.12.

— La población asentada en el área urbana presenta, tanto en su componente masculina como femenina, un grado de juventud superior al de la media provincial.

— La población senil es más elevada relativamente en la provincia que si solamente consideramos la zona urbana. Apreciación ésta que es válida tanto para las mujeres como para los hombres.

— Lógicamente, la tasa de envejecimiento, tanto masculina como femenina, registrada en el área urbana es inferior a la media provincial. En efecto, en la zona urbana las tasas de envejecimiento toman valores para el sexo femenino del 36,36, 43,31 y 55,39 por 100 en los años 1970, 1975 y 1981, respectivamente; para el sexo masculino del 23,92, 29,91 y 34,44 por 100, y para ambos sexos del 29,97, 36,47 y 44,54 por 100; mientras que en la provincia dichos valores son del 43,85, 59,15 y 76,47 por 100 para las mujeres, del 32,44, 44,12 y 53,73 por 100 para los hombres y del 38,02, 51,43 y 64,77 por 100 para el total de la población.

Este resultado pone de manifiesto, una vez más, el siguiente hecho: los núcleos urbanos presentan una estructura del *stock* de población más satisfactoria que los rurales, de mejor presente y de buen futuro, como consecuencia de una evolución y comportamiento poblacional más equilibrados.

1.1.3. *Movimientos naturales*

Hasta ahora nos hemos referido siempre al *stock* de población considerado en fechas diferentes para observar su evolución temporal. Corresponde ahora entrar en el estudio de los flujos, pues existe una íntima y evidente relación entre el *stock* y los flujos, tal que, en líneas generales, ocurre que el *stock* influye en los flujos y éstos en el *stock*.

Los movimientos naturales de la población (nacimientos y defunciones) registrados en la provincia y en la capital leonesas en el lapso temporal que existe entre los censos de 1970 y 1981, aparecen descritos en el cuadro I.14. De su consideración se sigue que:

1. Las tasas de natalidad (relación entre el número de nacidos vivos durante un año dado y la población media de este año) mantienen una trayectoria decreciente.
2. Las tasas de mortalidad (relación entre el número de fallecidos durante un año dado y la población media de este año), aunque durante los años considerados reflejan una evolución fluctuante, muestran una cierta tendencia al crecimiento.
3. El crecimiento vegetativo (diferencia entre nacimientos y defunciones), tal y como se colige de lo expuesto en 1 y 2, registra una tendencia decreciente.

Estas tres apreciaciones son válidas tanto para la provincia como para la capital. Sin embargo, de su comparación se deduce que la tasa de natalidad de la capital es muy superior a la de la provincia, aunque esta diferencia ha ido disminuyendo como consecuencia de la mayor caída que la tasa de natalidad ha experimentado en la capital. Por otro lado, la tasa de mortalidad es ligeramente más alta en la capital. Consecuentemente, el crecimiento vegetativo de la capital ha sido muy superior al de la provincia, aunque se hayan acortado las diferencias, circunstancia que se puede explicar por el hecho de que la población joven se asienta básicamente en la capital,

donde, en principio, existen más posibilidades de prosperar, pues del crecimiento vegetativo de la provincia, el 78,44 por 100 corresponde a la capital. Esta dinámica en los movimientos naturales explica el envejecimiento experimentado por la población leonesa.

CUADRO I.14
LEON: MOVIMIENTOS NATURALES

AÑOS	PROVINCIA						CAPITAL					
	NACIMIENTOS*		DEFUNCIONES		CRECIMIENTO VEGETATIVO		NACIMIENTOS*		DEFUNCIONES		CRECIMIENTO VEGETATIVO	
	Nº	TASA‰	Nº	TASA‰	Nº	TASA‰	Nº	TASA‰	Nº	TASA‰	Nº	TASA‰
1971	8.466	15,49	4.942	9,04	3.524	6,45	3.361	31,38	892	8,33	2.469	23,05
1972	8.195	15,12	4.619	8,52	3.576	6,60	3.349	30,19	891	8,03	2.458	22,16
1973	7.730	14,38	4.779	8,89	2.951	5,49	3.338	29,06	1.014	8,83	2.324	20,23
1974	7.800	14,64	4.755	8,93	3.045	5,71	3.569	30,01	961	8,08	2.608	21,93
1975	7.089	13,43	4.711	8,92	2.378	4,51	3.060	24,85	1.011	8,21	2.049	16,64
1976	7.486	14,32	4.856	9,29	2.630	5,03	3.204	25,14	1.126	8,83	2.078	16,31
1977	7.263	13,98	4.906	9,44	2.357	4,54	3.034	25,67	1.164	9,85	1.870	15,82
1978	7.241	13,95	4.732	9,12	2.509	4,83	3.041	25,94	1.092	9,32	1.949	16,62
1979	7.092	13,80	4.862	9,46	2.230	4,34	3.024	25,39	1.155	9,70	1.869	15,69
1980	6.672	13,19	4.719	9,33	1.953	3,86	2.751	22,87	1.125	9,35	1.626	13,52

NOTA: * Nacidos vivos.

FUENTE: "Anuario Estadístico INE". Varios años.

1.1.4. Movimientos migratorios

En este apartado abordaremos el estudio de otro fenómeno poblacional de gran importancia: las migraciones. Estas representan flujos de entrada (inmigración) o salida (emigración) del *stock* de población.

En una primera aproximación sobre el estudio de estos flujos, vamos a emplear el método de los saldos o de los residuos (6). Este método se basa en una de las ecuaciones fundamentales del análisis demográfico. Si nos referimos a dos instantes de tiempo, instantes que llamaremos 0 y 1, siendo θ el intervalo de tiempo que va de 0 a 1, la población (P) existente en un área dada en el instante 1 es igual a la población que había en el instante 0, más los nacimientos (N) en el período θ , menos las defunciones (D), más las inmigraciones (I) (o inmigrantes) y menos las emigraciones (E) (o emigrantes) en dicho período. Entonces, escribimos la siguiente ecuación:

$$P_1 = P_0 + N_\theta - D_\theta + I_\theta - E_\theta \quad [1]$$

(6) GARCÍA BARBANCHO, A.: *Población, empleo y paro*. Ed. Pirámide. Madrid, 1982.

El método de los saldos o de los residuos resulta de aceptar como conocidos los *stocks* de población P_0 y P_1 y los flujos N_θ y D_θ . Si se tienen estos datos, entonces la ecuación [1] resulta:

$$I_\theta - E_\theta = (P_1 - P_0) - (N_\theta - D_\theta)$$

Este método no cuantifica el flujo de emigrantes ni el de inmigrantes, lo que cuantifica es su diferencia y da, por tanto, el incremento (si el saldo es positivo) o la pérdida (si es negativo) de recursos humanos en el área en cuestión.

Conforme a este método, el saldo migratorio para León y para el período 1970-1981 es el siguiente:

$$I_\theta - E_\theta = (523.607 - 562.766) - (75.034 - 47.881) = -66.312$$

Este sencillo análisis demuestra que León ha sido una provincia «expulsora» de población, con un saldo negativo de 66.312 personas. Este dato no es una medida exacta del fenómeno migratorio (difícil definición de migrante a efectos estadísticos y errores en las cifras censales son factores, entre otros, que lo impiden), sino un simple indicador de un movimiento migratorio (7).

Seguidamente estudiaremos las dos variables determinantes del saldo migratorio negativo, distinguiendo entre migración interior (la que tiene lugar entre las distintas zonas geográficas que componen una provincia, una región o un país) y migración exterior (tiene lugar entre países distintos).

Las cifras relativas a la migración interior para los distintos años que median entre los censos de 1970 y 1981 aparecen reflejadas en el cuadro I.15.

CUADRO I.15

LEON: MOVIMIENTOS MIGRATORIOS INTERIORES

AÑOS	EMIGRANTES		INMIGRANTES		SALDO MIGRATORIO
	(1)	(2)	(1)	(2)	
1971	3.609	2.577	1.651	619	-1.958
1972	6.266	4.288	3.187	1.209	-3.079
1973	7.947	5.629	3.719	1.401	-4.228
1974	10.628	7.888	4.288	1.548	-6.340
1975	8.036	6.208	3.036	1.208	-5.000
1976	3.008	2.414	1.446	852	-1.562
1977	6.866	5.160	3.477	1.771	-3.389
1978	5.794	4.028	3.839	2.073	-1.955
1979	5.897	4.162	3.744	2.009	-2.153
1980	5.130	3.601	3.573	2.044	-1.557
TOTAL	63.181	45.955	31.960	14.734	-31.221

NOTAS: (1) Incluye los movimientos dentro de la provincia.

(2) Excluye los movimientos dentro de la provincia.

FUENTE: "Anuario Estadístico INE". Varios años.

(7) GARCIA BARBANCHO, A.: *Op. cit.*, pág. 90.

Se ve, en primer lugar, que en los años considerados la provincia de León ha mantenido un saldo migratorio interior negativo, lo que ha supuesto una pérdida de recursos humanos de 31.221 personas, y, en segundo lugar, que este saldo negativo parece mostrar un cierto debilitamiento, pues en el conjunto de los años considerados, en 1980 dicho saldo presenta un valor mínimo. En favor de esta segunda apreciación, hemos de apuntar que en 1981 este saldo negativo se redujo considerablemente (-434) y en 1982 el saldo migratorio interior pasó a ser positivo (776).

En estos desplazamientos interiores es preciso destacar la enorme atracción de determinadas zonas industriales del país: las tres provincias vascas (principalmente Vizcaya), Barcelona y Madrid. Junto a estos focos de absorción cabe incluir Valladolid.

Si atendemos a la migración exterior, en el cuadro I.16 recogemos datos de emigrantes al extranjero para los mismos años que en la migración interior, donde se comprueba que la emigración exterior es básicamente continental y muestra una evolución decreciente. Asimismo destaca la fuerte reducción experimentada a partir de 1974, reducción que tiene su origen en la crisis económica latente a principios de la década de los setenta, y manifestada explícitamente en 1973 con la subida del petróleo, con lo cual la puerta exterior se cierra para España. La emigración continental se dirige principalmente a Suiza, y también a Alemania, Francia y Holanda.

CUADRO I.16

LEON: MOVIMIENTOS MIGRATORIOS EXTERIORES

AÑOS	EMIGRACION		
	CONTINENTAL	TRANSOCEANICA	TOTAL
1971	3.645	259	3.904
1972	3.529	68	3.597
1973	3.599	48	3.647
1974	2.230	33	2.263
1975	807	31	838
1976	441	23	464
1977	280	12	292
1978	319	39	358
1979	272	113	385
1980	338	23	361
TOTAL	15.460	649	16.109

FUENTE: "Anuario Estadístico INE". Varios años.

PROYECCIONES DE LA POBLACION PARA CASTILLA-LEON

**JESUS CAVERO ALVAREZ
M.^a CARMEN LORENZO LAGO
BEATRIZ RODRIGUEZ PRADO
JOSE LUIS ROJO GARCIA**

Universidad de Valladolid

1. PROYECCIONES DE LA POBLACION PARA CASTILLA-LEON

En este trabajo, presentamos unos primeros resultados provisionales, de un estudio mucho más amplio, en el que tratamos de determinar las disponibilidades de mano de obra de la región en el futuro.

El punto de partida, en cualquier proyección de población es el censo o padrón, más recientemente, clasificado por grupos de edad y sexo. Posteriormente, a esta población inicial se incorpora la información disponible sobre el comportamiento esperado de los factores demográficos que condicionan la futura evolución, es decir, la mortalidad, la fecundidad y movimientos migratorios.

En nuestro caso, la población de partida ha sido el padrón regional correspondiente a 1986. Hemos de adelantar, que las cifras que aquí aparecen del padrón aún son provisionales (no están publicadas) y se encuentran pendientes de una revisión, en la cual se ha de reclasificar parte de la población recogida en el último grupo de edad, ya que éste se encuentra inflado por personas que no declaran edad y por aquellas que declaran edad incorrecta.

También hemos utilizado el censo de 1981 para deducir, como veremos, la mortalidad, los saldos migratorios y ensayar diferentes hipótesis sobre la fecundidad.

Las defunciones clasificadas por edad y sexo, así como los nacimientos por edad de la madre, se han recogido del Movimiento Natural de la Población (INE, años 1975 a 1983).

Una vez establecidas las fuentes estadísticas, y antes de presentar las proyeccio-

nes, parece conveniente realizar una breve descripción de las principales variable biométricas, así como de las hipótesis que se han efectuado sobre ellas (1).

2. MORTALIDAD Y TABLAS DE MORTALIDAD

Es obvio, que la mortalidad es uno de los factores determinantes de la evolución demográfica y que, por tanto, para hacer proyecciones de población de Castilla-León, clasificada por grupos de edad y sexo, se precisa el conocimiento de las tablas de mortalidad abreviadas (por grupos quinquenales) para el año de referencia, 1986, en nuestra comunidad.

El procedimiento que hemos utilizado en la construcción de las tablas es el propuesto por Keyfitz y Flieger, siendo la relación de las variables que aparecen en los resultados la siguiente:

- PP Población clasificada por grupos de edad. Estos grupos son quinquenales excepto el primero, que comprende los niños con menos de un año, y el último que incluye a las personas con 85 y más años.
- DD Defunciones por grupo de edad.
- Q(X) Probabilidad de morir en 5 años.
- L(X) Número de individuos, de una cohorte inicial, que llegan a la edad X. (Se supone que la cohorte inicial está formada por 100.000 personas.)
- D(X) Fallecimientos de los L(X) en los próximos 5 años.
- LL(X) Número de años vividos, en un intervalo de 5 años, por todos los individuos que tienen entre X y X + 5 años de edad.
- M(X) Tasa central de mortalidad.
- A(X) Años promedio vividos en un intervalo de 5 años por quienes mueren dentro de él.
- TT(X) Número total de años por vivir por personas con edad X.
- R(X) Tasa intrínseca de incremento.
- E(X) Esperanza de vida.
- MM(X) Tasas de mortalidad observadas.

Dados los valores de LL(X) se definen las «tasas de supervivencia» como:

$${}_5S_x = \frac{LL(X + 5)}{L(X)}$$

(1) Para una explicación más detallada véase «Mercado de Trabajo: modelos de previsión de oferta y demanda». Ed. Un. Valladolid.

y representa la proporción de individuos que, habiendo alcanzado la edad entre X y X + 5, sobreviven durante 5 años.

El conocimiento de estas tasas de supervivencia es fundamental para realizar las proyecciones de población, ya que si conocemos, por ejemplo, la cantidad de hombres, de una población, pertenecientes a un determinado grupo de edad (entre X y X + 5), en un año concreto, ${}_5P_X$, el número que se espera sobreviva al cabo de 5 años será:

$${}_5P_{X+5} = {}_5P_X \cdot {}_5S_X$$

En nuestro caso, el primer problema con el que nos encontramos a la hora de construir las tablas de mortalidad, para el año de referencia, 1986, fue el desconocimiento del número de fallecimientos para los diferentes grupos de edad en ese año, ya que los últimos datos publicados en «Movimiento Natural de la Población» corresponden a 1983.

Para salvar este problema y aproximarnos al número de fallecimientos de cada grupo pensamos, en un principio, en extrapolar las series históricas correspondientes al período 1975-83, no obstante, este procedimiento no nos pareció adecuado, al estar el número de fallecimientos de un grupo en función muy directa con el nú-

TABLA 1

PADRON 1986 Y ESTIMACIONES MOVIMIENTO NATURAL DE LA POBLACION

CASTILLA-LEON 1986

EDAD	POBLACION		NACIMIENTOS	DEFUNCIONES		EDAD
	HOMBRE	MUJERES		HOMBRE	MUJERES	
0	13603	12721	0	162	124	0
1	57509	54241	0	40	29	1
5	90804	85579	0	35	22	5
10	98366	93860	15	37	22	10
15	105356	100884	1403	91	29	15
20	111653	105260	6150	129	42	20
25	102436	93542	9613	112	54	25
30	84277	74463	5618	93	51	30
35	77063	71357	2462	140	65	35
40	71093	68227	610	175	90	40
45	63904	64848	68	266	143	45
50	80115	81932	6	459	241	50
55	80726	84618	0	754	354	55
60	74929	79887	0	1084	598	60
65	52925	64101	0	1136	752	65
70	44760	60433	0	1707	1226	70
75	36391	48811	0	2180	2018	75
80	21424	31849	0	2181	2431	80
85	11686	21574	0	2213	3612	85
DESC.	0	0	0	0	0	DESC.
TOTAL	1279020	1298187	25945	12994	11903	TOTAL

TABLA 2

TABLA DE VIDA PARA HOMBRES

EDAD	PP	DD	Q(X)	L(X)	D(X)	LL(X)	EDAD
0	13603	162	0.011782	100000	1178	98928	0
1	57509	40	0.002777	98822	274	394601	1
5	90804	35	0.001925	98547	190	492263	5
10	98366	37	0.001879	98358	185	491375	10
15	105356	91	0.004310	98173	423	489885	15
20	111653	129	0.005760	97750	563	487363	20
25	102436	112	0.005450	97187	530	484603	25
30	84277	93	0.005519	96657	533	482022	30
35	77063	140	0.009069	96123	872	478571	35
40	71093	175	0.012283	95252	1170	473556	40
45	63904	266	0.020611	94082	1939	465860	45
50	80115	459	0.028269	92143	2605	454650	50
55	80726	754	0.045708	89538	4093	438164	55
60	74929	1084	0.070178	85445	5996	413084	60
65	52925	1136	0.102796	79449	8167	378175	65
70	44760	1707	0.174944	71282	12470	326742	70
75	36391	2180	0.261969	58811	15407	256615	75
80	21424	2181	0.406176	43405	17630	173179	80
85	11686	2213	1.000000	25775	25775	136107	85

EDAD	M(X)	A(X)	TT(X)	R(X)	E(X)	MM(X)	EDAD
0	0.011909	0.090	7415743	0.0000	74.157	0.011909	0
1	0.000696	1.500	7316815	0.0000	74.040	0.000696	1
5	0.000385	2.500	6922213	0.0000	70.242	0.000385	5
10	0.000376	2.763	6429951	0.0000	65.373	0.000376	10
15	0.000864	2.686	5938576	0.0000	60.491	0.000864	15
20	0.001155	2.539	5448691	0.0000	55.741	0.001155	20
25	0.001093	2.488	4961328	0.0204	51.049	0.001093	25
30	0.001107	2.634	4476725	0.0281	46.316	0.001104	30
35	0.001822	2.652	3994703	0.0170	41.558	0.001817	35
40	0.002471	2.690	3516133	0.0202	36.914	0.002462	40
45	0.004162	2.654	3042576	0.0000	32.340	0.004162	45
50	0.005729	2.672	2576717	0.0000	27.964	0.005729	50
55	0.009340	2.673	2122067	0.0000	23.700	0.009340	55
60	0.014516	2.642	1683903	0.0198	19.707	0.014467	60
65	0.021596	2.665	1270818	0.0320	15.995	0.021464	65
70	0.038166	2.621	892643	0.0037	12.523	0.038137	70
75	0.060038	2.570	565901	0.0111	9.622	0.059905	75
80	0.101802	2.513	309286	0.0000	7.126	0.101802	80
85	0.121329	5.281	136107	0.0000	5.281	0.189372	85

TABLA 3

TABLA DE VIDA PARA MUJERES

EDAD	PP	DD	Q(X)	L(X)	D(X)	LL(X)	EDAD
0	12721	124	0.009662	100000	966	99117	0
1	54241	29	0.002136	99034	212	395607	1
5	85579	22	0.001284	98822	127	493794	5
10	93860	22	0.001171	98695	116	493191	10
15	100884	29	0.001436	98580	142	492562	15
20	105260	42	0.001993	98438	196	491730	20
25	93542	54	0.002890	98242	284	490529	25
30	74463	51	0.003427	97958	336	488984	30
35	71357	65	0.004553	97622	444	487064	35
40	68227	90	0.006591	97178	640	484416	40
45	64848	143	0.010969	96537	1059	480197	45
50	81932	241	0.014606	95479	1395	474092	50
55	84618	354	0.020719	94084	1949	465965	55
60	79887	598	0.036908	92135	3400	452826	60
65	64101	752	0.057321	88734	5086	431938	65
70	60433	1226	0.097067	83648	8119	399863	70
75	48811	2018	0.189537	75528	14315	344277	75
80	31849	2431	0.322677	61213	19752	258775	80
85	21574	3612	1.000000	41461	41461	247641	85

EDAD	M(X)	A(X)	TT(X)	R(X)	E(X)	MM(X)	EDAD
0	0.009748	0.087	7972569	0.0000	79.726	0.009748	0
1	0.000535	1.500	7873451	0.0000	79.503	0.000535	1
5	0.000257	2.500	7477845	0.0000	75.670	0.000257	5
10	0.000234	2.527	6984050	0.0000	70.764	0.000234	10
15	0.000287	2.618	6490859	0.0000	65.844	0.000287	15
20	0.000399	2.651	5998298	0.0008	60.935	0.000399	20
25	0.000579	2.602	5506568	0.0266	56.051	0.000577	25
30	0.000687	2.600	5016039	0.0294	51.206	0.000685	30
35	0.000912	2.643	4527054	0.0121	46.373	0.000911	35
40	0.001322	2.700	4039990	0.0112	41.573	0.001319	40
45	0.002205	2.648	3555574	0.0000	36.831	0.002205	45
50	0.002941	2.633	3075377	0.0000	32.210	0.002941	50
55	0.004183	2.714	2601285	0.0000	27.649	0.004184	55
60	0.007509	2.692	2135321	0.0159	23.176	0.007486	60
65	0.011776	2.693	1682495	0.0183	18.961	0.011731	65
70	0.020305	2.737	1250557	0.0038	14.950	0.020287	70
75	0.041581	2.669	850693	0.0214	11.263	0.041343	75
80	0.076329	2.606	506416	0.0000	8.273	0.076329	80
85	0.098311	5.973	247641	0.0000	5.973	0.167424	85

mero de personas que lo componen y no ser las generaciones muy homogéneas en este sentido. En cambio, comprobamos la estabilidad de las defunciones, en cada grupo, respecto al número de sus componentes, para los años observados y, basándonos en este hecho, hemos preferido aplicar las tasas de mortalidad observadas en 1981 a la población de 1986. Como se puede deducir, esto es equivalente a utilizar los resultados que se obtendrían con las tablas de mortalidad correspondientes a 1981.

A continuación presentamos las tablas de mortalidad de Castilla-León para 1986.

3. FECUNDIDAD

Otras de las funciones biométricas que influyen de forma decisiva, en las proyecciones de población es la fecundidad. El número futuro de nacimientos va a influir sobre la evolución de la población, y por ello, para realizar unas proyecciones de población realistas es preciso conocer el comportamiento a largo plazo de la tasa de fecundidad (nacimientos/población femenina).

Hay que tener en cuenta que estas tasas, al contrario que las de mortalidad, son poco estables pues dependen de un gran número de factores sociales y económicos, cuyos cambios son difíciles de prever. Este hecho obliga, frecuentemente, a que las proyecciones tengan que realizarse trabajando con más de un escenario en los que se combinan diferentes hipótesis.

En base a la información disponible y a la inestabilidad reciente de las tasas de fecundidad en nuestra comunidad, la mayoría de los métodos de tendencia, se muestran inadecuados, para predecir la futura evolución, de las tasas. Asimismo, no nos ha parecido conveniente aproximarlas a las observadas a nivel nacional, ya que, para los últimos años para los que se disponen de datos, las tasas de Castilla-León estaban por debajo de la media nacional.

Por estos motivos, hemos aceptado un ritmo moderadamente decreciente en los nacimientos desde el año 1983 (último dato conocido) hasta 1986, basados en las observaciones disponibles más próximas a ese año.

Posteriormente, hemos comprobado que con las tasas medias calculadas para el período 1981-86 se obtienen, en la predicción de la población de 1986 desde 1981, muy buenos resultados. Por ello, los valores deducidos para las tasas, de esta forma, constituyen la hipótesis F1 en nuestras proyecciones.

A partir de estos valores hemos realizado dos hipótesis más: la hipótesis F2, que consiste en suponer un incremento del 10 por 100 sobre las tasas de fecundidad de la hipótesis F1 y la hipótesis F3 que acepta una reducción del 5 por 100 sobre F1.

Las tasas para las diferentes hipótesis son:

Grupos de edad	F1	F2	F3
10-15	0.000160	0.000176	0.000152
15-20	0.013907	0.015298	0.013212
20-25	0.058427	0.064270	0.055506
25-30	0.102767	0.113044	0.097629
30-35	0.075447	0.082992	0.071675
35-40	0.034503	0.037953	0.032778

40-45	0.008941	0.009835	0.008494
45-50	0.001049	0.001154	0.000997
50-55	0.0000730	0.0000803	0.0000693

Otro factor que influye de forma decisiva en la evolución a largo plazo de la población es la razón de sexos al nacer (nacimientos niños/nacimientos niñas). Esta razón determina la estructura de reparto de los nacimientos por sexos y, por tanto, influye en la evolución futura de la población femenina, con sus consiguientes efectos sobre la natalidad.

En nuestro caso, después de estudiar las tendencias recientes en Castilla-León, hemos considerado, para hacer nuestras predicciones, la razón observada en el padrón de 1986 [1.072450], por lo que hay que tener en cuenta que todos los resultados obtenidos están condicionados a este valor.

4. MOVIMIENTOS MIGRATORIOS

El estudio de los movimientos migratorios se hace imprescindible para realizar una proyección realista de la población, sobre todo en aquellos casos, como el de Castilla-León, donde este factor tiene una importancia considerable.

Si tomamos la población total de 1981, sumamos los nacimientos estimados en el período 1981-1986 y restamos las defunciones estimadas para ese mismo período, resulta una cifra de 2.620.991 personas; mientras que la población total recogida en el padrón de 1986 es de 2.577.207. Existe, por tanto, una diferencia de 43.784 personas que representa el saldo neto de emigrantes en el quinquenio.

La estimación anterior contradice, de alguna forma, los resultados publicados hasta ahora por el INE en «Migraciones: Resultados por Comunidades Autónomas», en la que apenas se observa flujo migratorio para nuestra comunidad.

En base a este hecho, en las proyecciones que presentamos hemos considerado dos hipótesis, la primera, E1, supone que al menos en los 15 años siguientes va a seguir existiendo un flujo migratorio relativamente importante en la región, pero de una menor intensidad a la observada en el quinquenio 1981-1986, y que dicho efecto migratorio irá decreciendo a lo largo del período. La segunda hipótesis, E2, no considera movimientos migratorios.

Si aceptamos poblaciones abiertas y, por tanto, movimientos migratorios para realizar proyecciones de población, necesitamos conocer las probabilidades perspectivas de atracción en el caso de saldo migratorio positivo, o de emigración, en el caso de saldo negativo, por grupos de edad y sexo.

Se entiende por probabilidad de emigrar (o atracción) de un grupo de edad, la probabilidad empírica de emigrar (o retornar) de un individuo de ese grupo en los próximos 5 años en ausencia de mortalidad.

Estas probabilidades empíricas, entre otras formas, se pueden obtener fácilmente mediante la expresión aproximada:

$$e_x = \frac{E_{x, x+5}}{5P_x - \frac{D_{x, x+5}}{2}}$$

donde E indica el saldo migratorio, P población y D defunciones. (Para calcular la probabilidad correspondiente al primer grupo de edad se sustituye la población por el número de nacimientos.)

Los saldos migratorios, para cada grupo, los hemos calculado de forma indirecta, según el proceso descrito para los totales.

Las probabilidades calculadas para los grupos centrales son:

Grupos de edad	Hombres	Mujeres
10-15	0.003	0.01
15-20	- 0.018	- 0.009
20-25	- 0.038	- 0.05
25-30	- 0.06	- 0.07
30-35	- 0.03	- 0.035
35-40	0.01	0.02
40-45	0.02	- 0.003
45-50	0.004	- 0.004
50-55	-0.004	- 0.01
55-60	0.0002	- 0.007
60-65	- 0.006	- 0.009
65-70	0.02	0.009
70-75	- 0.01	0.002
75-80	- 0.01	- 0.02

Como podemos observar, la emigración tanto para hombres como para mujeres se efectúa fundamentalmente entre los 15 y 35 años. Las mujeres comienzan el flujo migratorio en edades superiores a los hombres pero, al llegar a los 20, la intensidad en las salidas es superior. Asimismo, se detecta un retorno de relativa importancia después de los 65, sobre todo en los hombres y una salida de región en las edades más avanzadas. Pensamos que este último hecho se debe a la acogida de estas personas por los familiares residentes fuera de la Comunidad.

Basados en esta información y en la hipótesis E1, descrita anteriormente, se han deducido las probabilidades perspectivas de emigración/atracción para los tres primeros quinquenios de la proyección.

En la Tabla 4 presentamos la población, nacimientos y defunciones correspondientes a 1981. En la Tabla 5, los saldos migratorios correspondientes a las probabilidades utilizadas bajo la hipótesis F1 sobre la fecundidad; para las hipótesis diferentes sobre la fecundidad, los únicos cambios, respecto a la tabla que presentamos, corresponden a los primeros grupos de edad.

TABLA 4

CENSO 1981 Y MOVIMIENTO NATURAL DE LA POBLACION

CASTILLA-LEON 1981

EDAD	POBLACION		NACIMIENTOS	DEFUNCIONES		EDAD
	HOMBRE	MUJERES		HOMBRE	MUJERES	
0	17177	15878	0	243	180	0
1	72056	69170	0	51	38	1
5	98174	92387	0	38	24	5
10	107727	102024	13	41	24	10
15	116788	111407	1842	101	33	15
20	110165	101582	9010	128	41	20
25	87479	77478	10369	96	45	25
30	76718	70075	6153	85	48	30
35	70433	68862	2946	128	63	35
40	64889	65789	886	160	87	40
45	82549	84255	84	344	186	45
50	83923	86853	5	481	256	50
55	79584	82954	0	744	348	55
60	57019	66772	0	825	500	60
65	52809	65524	0	1134	769	65
70	46421	57845	0	1771	1174	70
75	32633	43284	0	1955	1790	75
80	15809	25229	0	1610	1926	80
85	8041	15395	0	1523	2578	85
DESC.	0	0	0	0	0	DESC
TOTAL	1280394	1302763	31308	11458	10110	TOTAL

TABLA 5
SALDOS MIGRATORIOS (ESCENARIO 1)

HOMBRES		1986	1991	1996	2001	2006	2011
0	0.		-1377.	-1004.	-586.	0.	0.
5	0.		7.	7.	0.	0.	0.
10	0.		635.	496.	66.	0.	0.
15	0.		491.	456.	71.	0.	0.
20	0.		-1576.	-983.	-912.	0.	0.
25	0.		-3674.	-2059.	-2129.	0.	0.
30	0.		-6436.	-5353.	-3010.	0.	0.
35	0.		-2099.	-2378.	-2021.	0.	0.
40	0.		690.	811.	827.	0.	0.
45	0.		1340.	1526.	890.	0.	0.
50	0.		189.	21.	23.	0.	0.
55	0.		-315.	-307.	-342.	0.	0.
60	0.		-39.	-37.	-29.	0.	0.
65	0.		-359.	-364.	-347.	0.	0.
70	0.		1036.	1272.	775.	0.	0.
75	0.		-40.	-42.	-54.	0.	0.
80	0.		-305.	-294.	-276.	0.	0.
85	0.		-287.	-217.	-188.	0.	0.
TH	0.		-12119.	-8449.	-7242.	0.	0.
MUJERES		1986	1991	1996	2001	2006	2011
0	0.		-1287.	-939.	-547.	0.	0.
5	0.		7.	6.	0.	0.	0.
10	0.		599.	468.	62.	0.	0.
15	0.		469.	430.	67.	0.	0.
20	0.		-907.	-847.	-432.	0.	0.
25	0.		-5257.	-2492.	-1862.	0.	0.
30	0.		-6071.	-4979.	-2908.	0.	0.
35	0.		-2230.	-2175.	-943.	0.	0.
40	0.		1067.	1435.	844.	0.	0.
45	0.		-204.	-215.	-218.	0.	0.
50	0.		258.	268.	-283.	0.	0.
55	0.		-650.	-637.	-596.	0.	0.
60	0.		-417.	-551.	-432.	0.	0.
65	0.		-702.	-799.	-678.	0.	0.
70	0.		555.	654.	595.	0.	0.
75	0.		112.	111.	98.	0.	0.
80	0.		-470.	-548.	-498.	0.	0.
85	0.		-467.	-532.	-265.	0.	0.
TM	0.		-15594.	-11343.	-7993.	0.	0.
T	0.		-27713.	-19792.	-15236.	0.	0.

5. PROYECCIONES

A continuación presentamos las proyecciones de la población castellano-leonesa para los diferentes quinquenios del período 1986-2011. Para su realización, se han supuesto varios escenarios en los que se combinan las diferentes hipótesis que para las tasas de fecundidad y los movimientos migratorios se han especificado anteriormente. En concreto, los escenarios son los siguientes:

Escenario 1: Combina la hipótesis F1 referente a las tasas de fecundidad con la existencia de movimientos migratorios, E1.

Escenario 2: Utiliza las mismas tasas de fecundidad que el escenario anterior, F1, pero no considera movimientos migratorios, E2.

Escenario 3: Combina las tasas de fecundidad correspondientes a la hipótesis F2 y la existencia de movimientos migratorios, E1.

Escenario 4: Utiliza, al igual que el escenario anterior, la hipótesis F2 referente a las tasas de fecundidad pero no considera movimientos migratorios, E2.

Escenario 5: Combina las tasas de fecundidad correspondientes a la hipótesis, F3, y la existencia de movimientos migratorios, E1.

Escenario 6: Utiliza las mismas tasas de fecundidad que el escenario anterior, F3, pero no considera movimientos migratorios, E2.

Asimismo, al final de esta comunicación presentamos las pirámides de población correspondientes a la población proyectada para el año 2001 con los diferentes escenarios. También aparecen las pirámides relativas al censo de 1981 y al padrón regional de 1986.

ESCENARIO 1

HOMBRES

	1986	1991	1996	2001	2006	2011	
0	71112.	66468.	68714.	68205.	65185.	59343.	0
5	90804.	70937.	66304.	68538.	68030.	65018.	5
10	98366.	91275.	71305.	66250.	68414.	67907.	10
15	105356.	98559.	91454.	71160.	66049.	68207.	15
20	111653.	103237.	97068.	90071.	70793.	65709.	20
25	102436.	107347.	100594.	94389.	89561.	70393.	25
30	84277.	95454.	101422.	97048.	93886.	89084.	30
35	77063.	81574.	92393.	98675.	96353.	93214.	35
40	71093.	76945.	81531.	92252.	97640.	95344.	40
45	63904.	71277.	77221.	81095.	90753.	96054.	45
50	80115.	62556.	69583.	75386.	79144.	88569.	50
55	80726.	76895.	59980.	66719.	72652.	76274.	55
60	74929.	76066.	72457.	56518.	62900.	68494.	60
65	52925.	68238.	69274.	65986.	51742.	57584.	65
70	44760.	46763.	60229.	60627.	57012.	44705.	70
75	36391.	35113.	36685.	47249.	47615.	44776.	75
80	21424.	24254.	23403.	24480.	31886.	32133.	80
85	11686.	16551.	18845.	18205.	19240.	25061.	85
TH	1279020.	1269510.	1258462.	1242853.	1228857.	1207868.	TH

MUJERES

0	66962.	62127.	64227.	63751.	60928.	55468.	0
5	85579.	66843.	62017.	64106.	63631.	60814.	5
10	93860.	86073.	67229.	62003.	64028.	63554.	10
15	100884.	94209.	86394.	67210.	61924.	63946.	15
20	105260.	99806.	93203.	85816.	67097.	61819.	20
25	93542.	99746.	97071.	91114.	85606.	66933.	25
30	74463.	87177.	94453.	93857.	90827.	85337.	30
35	71357.	71941.	84659.	93139.	93489.	90470.	35
40	68227.	72037.	72985.	85043.	92633.	92980.	40
45	64848.	67429.	71194.	72131.	84303.	91826.	45
50	81932.	64281.	66840.	70006.	71214.	83231.	50
55	84618.	79878.	62542.	65098.	68806.	69993.	55
60	79887.	81815.	77074.	60347.	63262.	66866.	60
65	64101.	75500.	77242.	72841.	57563.	60344.	65
70	60433.	59896.	70547.	72101.	67432.	53289.	70
75	48811.	52145.	51682.	60839.	62078.	58058.	75
80	31849.	36218.	38646.	38348.	45729.	46661.	80
85	21574.	30011.	34129.	36719.	36698.	43762.	85
TM	1298187.	1287133.	1272132.	1254470.	1237249.	1215351.	TM
T	2577207.	2556643.	2530594.	2497323.	2466106.	2423219.	T

ESCENARIO 2

HOMBRES

	1986	1991	1996	2001	2006	2011	
0	71112.	69264.	72949.	72022.	67162.	60215.	0
5	90804.	70930.	69087.	72762.	71838.	66989.	5
10	98366.	90640.	70802.	68962.	72630.	71708.	10
15	105356.	98068.	90365.	70587.	68753.	72410.	15
20	111653.	104814.	97563.	89900.	70224.	68399.	20
25	102436.	111021.	104220.	97010.	89391.	69826.	25
30	84277.	101890.	110429.	103665.	96494.	88915.	30
35	77063.	83674.	101161.	109639.	102923.	95803.	35
40	71093.	76255.	82797.	100101.	108490.	101844.	40
45	63904.	69938.	75016.	81451.	98474.	106727.	45
50	80115.	62366.	68255.	73211.	79491.	96105.	50
55	80726.	77210.	60105.	65780.	70556.	76609.	55
60	74929.	76105.	72791.	56664.	62015.	66518.	60
65	52925.	68597.	69674.	66639.	51876.	56774.	65
70	44760.	45727.	59267.	60198.	57576.	44821.	70
75	36391.	35153.	35913.	46547.	47278.	45219.	75
80	21424.	24559.	23724.	24236.	31413.	31906.	80
85	11686.	16838.	19302.	18645.	19048.	24688.	85
TH	1279020.	1283049.	1283418.	1278021.	1265631.	1245475.	TH

MUJERES

0	66962.	64742.	68185.	67319.	62776.	56283.	0
5	85579.	66836.	64620.	68057.	67193.	62658.	5
10	93860.	85475.	66755.	64541.	67974.	67111.	10
15	100884.	93740.	85365.	66669.	64459.	67887.	15
20	105260.	100714.	93582.	85221.	66557.	64350.	20
25	93542.	105003.	100468.	93353.	85013.	66394.	25
30	74463.	93247.	104672.	100151.	93059.	84745.	30
35	71357.	74171.	92881.	104261.	99758.	92694.	35
40	68227.	70969.	73767.	92376.	103694.	99216.	40
45	64848.	67633.	70351.	73125.	91572.	102791.	45
50	81932.	64024.	66773.	69457.	72195.	90408.	50
55	84618.	80528.	62926.	65628.	68266.	70958.	55
60	79887.	82232.	78257.	61152.	63778.	66341.	60
65	64101.	76202.	78439.	74647.	58331.	60836.	65
70	60433.	59341.	70543.	72614.	69104.	53999.	70
75	48811.	52032.	51092.	60737.	62520.	59498.	75
80	31849.	36689.	39110.	38403.	45653.	46993.	80
85	21574.	30479.	35110.	37427.	36751.	43689.	85
TM	1298187.	1304054.	1302897.	1295140.	1278652.	1256850.	TM
T	2577207.	2587103.	2586315.	2573161.	2544283.	2502325.	T

ESCENARIO 3

HOMBRES

	1986	1991	1996	2001	2006	2011	
0	71112.	73115.	75586.	75027.	71828.	66034.	0
5	90804.	70937.	72935.	75392.	74835.	71643.	5
10	98366.	91275.	71305.	72876.	75256.	74700.	10
15	105356.	98559.	91454.	71160.	72655.	75028.	15
20	111653.	103237.	97068.	90071.	70793.	72281.	20
25	102436.	107347.	100594.	94389.	89561.	70393.	25
30	84277.	95454.	101422.	97048.	93886.	89084.	30
35	77063.	81574.	92393.	98675.	96353.	93214.	35
40	71093.	76945.	81531.	92252.	97640.	95344.	40
45	63904.	71277.	77221.	81095.	90753.	96054.	45
50	80115.	62556.	69583.	75386.	79144.	88569.	50
55	80726.	76895.	59980.	66719.	72652.	76274.	55
60	74929.	76066.	72457.	56518.	62900.	68494.	60
65	52925.	68238.	69274.	65986.	51742.	57584.	65
70	44760.	46763.	60229.	60627.	57012.	44705.	70
75	36391.	35113.	36685.	47249.	47615.	44776.	75
80	21424.	24254.	23403.	24480.	31886.	32133.	80
85	11686.	16551.	18845.	18205.	19240.	25061.	85
TH	1279020.	1276157.	1271965.	1263156.	1255752.	1241370.	TH

MUJERES

0	66962.	68341.	70650.	70128.	67137.	61722.	0
5	85579.	66843.	68219.	70518.	69996.	67011.	5
10	93860.	86073.	67229.	68204.	70431.	69911.	10
15	100884.	94209.	86394.	67210.	68117.	70342.	15
20	105260.	99806.	93203.	85816.	67097.	68002.	20
25	93542.	99746.	97071.	91114.	85606.	66933.	25
30	74463.	87177.	94453.	93857.	90827.	85337.	30
35	71357.	71941.	84659.	93139.	93489.	90470.	35
40	68227.	72037.	72985.	85043.	92633.	92980.	40
45	64848.	67429.	71194.	72131.	84303.	91826.	45
50	81932.	64281.	66840.	70006.	71214.	83231.	50
55	84618.	79878.	62542.	65098.	68806.	69993.	55
60	79887.	81815.	77074.	60347.	63262.	66866.	60
65	64101.	75500.	77242.	72841.	57563.	60344.	65
70	60433.	59896.	70547.	72101.	67432.	53289.	70
75	48811.	52145.	51682.	60839.	62078.	58058.	75
80	31849.	36218.	38646.	38348.	45729.	46661.	80
85	21574.	30011.	34129.	36719.	36698.	43762.	85
TM	1298187.	1293346.	1284757.	1273458.	1262419.	1246737.	TM
T	2577207.	2569503.	2556722.	2536614.	2518171.	2488107.	T

ESCENARIO 4

HOMBRES

	1986	1991	1996	2001	2006	2011	
0	71112.	76192.	80244.	79227.	74007.	67027.	0
5	90804.	70930.	75996.	80039.	79023.	73818.	5
10	98366.	90640.	70802.	75859.	79894.	78881.	10
15	105356.	98068.	90365.	70587.	75629.	79652.	15
20	111653.	104814.	97563.	89900.	70224.	75240.	20
25	102436.	111021.	104220.	97010.	89391.	69826.	25
30	84277.	101890.	110429.	103665.	96494.	88915.	30
35	77063.	83674.	101161.	109639.	102923.	95803.	35
40	71093.	76255.	82797.	100101.	108490.	101844.	40
45	63904.	69938.	75016.	81451.	98474.	106727.	45
50	80115.	62366.	68255.	73211.	79491.	96105.	50
55	80726.	77210.	60105.	65780.	70556.	76609.	55
60	74929.	76105.	72791.	56664.	62015.	66518.	60
65	52925.	68597.	69674.	66639.	51876.	56774.	65
70	44760.	45727.	59267.	60198.	57576.	44821.	70
75	36391.	35153.	35913.	46547.	47278.	45219.	75
80	21424.	24559.	23724.	24236.	31413.	31906.	80
85	11686.	16838.	19302.	18645.	19048.	24688.	85
TH	1279020.	1289976.	1297623.	1299398.	1293802.	1280370.	TH

MUJERES

0	66962.	71216.	75005.	74053.	69175.	62650.	0
5	85579.	66836.	71082.	74864.	73914.	69045.	5
10	93860.	85475.	66755.	70996.	74772.	73824.	10
15	100884.	93740.	85365.	66669.	70905.	74677.	15
20	105260.	100714.	93582.	85221.	66557.	70785.	20
25	93542.	105003.	100468.	93353.	85013.	66394.	25
30	74463.	93247.	104672.	100151.	93059.	84745.	30
35	71357.	74171.	92881.	104261.	99758.	92694.	35
40	68227.	70969.	73767.	92376.	103694.	99216.	40
45	64848.	67633.	70351.	73125.	91572.	102791.	45
50	81932.	64024.	66773.	69457.	72195.	90408.	50
55	84618.	80528.	62926.	65628.	68266.	70958.	55
60	79887.	82232.	78257.	61152.	63778.	66341.	60
65	64101.	76202.	78439.	74647.	58331.	60836.	65
70	60433.	59341.	70543.	72614.	69104.	53999.	70
75	48811.	52032.	51092.	60737.	62520.	59498.	75
80	31849.	36689.	39110.	38403.	45653.	46993.	80
85	21574.	30479.	35110.	37427.	36751.	43689.	85
TM	1298187.	1310529.	1316178.	1315135.	1305017.	1289541.	TM
T	2577207.	2600505.	2613801.	2614533.	2598819.	2569911.	T

ESCENARIO S

HOMBRES

	1986	1991	1996	2001	2006	2011	
0	71112.	63145.	65279.	64795.	61873.	56050.	0
5	90804.	70937.	62989.	65112.	64628.	61714.	5
10	98366.	91275.	71305.	62939.	64994.	64512.	10
15	105356.	98559.	91454.	71160.	62748.	64797.	15
20	111653.	103237.	97068.	90071.	70793.	62425.	20
25	102436.	107347.	100594.	94389.	89561.	70393.	25
30	84277.	95454.	101422.	97048.	93886.	89084.	30
35	77063.	81574.	92393.	98675.	96353.	93214.	35
40	71093.	76945.	81531.	92252.	97640.	95344.	40
45	63904.	71277.	77221.	81095.	90753.	96054.	45
50	80115.	62556.	69583.	75386.	79144.	88569.	50
55	80726.	76895.	59980.	66719.	72652.	76274.	55
60	74929.	76066.	72457.	56518.	62900.	68494.	60
65	52925.	68238.	69274.	65986.	51742.	57584.	65
70	44760.	46763.	60229.	60627.	57012.	44705.	70
75	36391.	35113.	36685.	47249.	47615.	44776.	75
80	21424.	24254.	23403.	24480.	31886.	32133.	80
85	11686.	16551.	18845.	18205.	19240.	25061.	85
TH	1279020.	1266187.	1251712.	1232705.	1215422.	1191182.	TH

MUJERES

0	66962.	59022.	61016.	60564.	57833.	52390.	0
5	85579.	66843.	58917.	60902.	60450.	57724.	5
10	93860.	86073.	67229.	58904.	60827.	60376.	10
15	100884.	94209.	86394.	67210.	58828.	60750.	15
20	105260.	99806.	93203.	85816.	67097.	58729.	20
25	93542.	99746.	97071.	91114.	85606.	66933.	25
30	74463.	87177.	94453.	93857.	90827.	85337.	30
35	71357.	71941.	84659.	93139.	93489.	90470.	35
40	68227.	72037.	72985.	85043.	92633.	92980.	40
45	64848.	67429.	71194.	72131.	84303.	91826.	45
50	81932.	64281.	66840.	70006.	71214.	83231.	50
55	84618.	79878.	62542.	65098.	68806.	69993.	55
60	79887.	81815.	77074.	60347.	63262.	66866.	60
65	64101.	75500.	77242.	72841.	57563.	60344.	65
70	60433.	59896.	70547.	72101.	67432.	53289.	70
75	48811.	52145.	51682.	60839.	62078.	58058.	75
80	31849.	36218.	38646.	38348.	45729.	46661.	80
85	21574.	30011.	34129.	36719.	36698.	43762.	85
TM	1298187.	1284027.	1265821.	1244978.	1224675.	1199719.	TM
T	2577207.	2550215.	2517534.	2477684.	2440098.	2390901.	T

ESCENARIO 6

HOMBRES

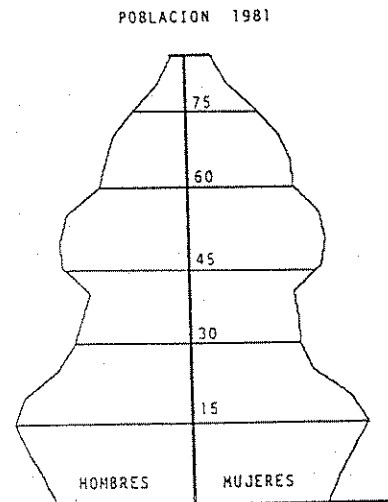
	1986	1991	1996	2001	2006	2011	
0	71112.	65802.	69302.	68421.	63749.	56864.	0
5	90804.	70930.	65633.	69124.	68246.	63585.	5
10	98366.	90640.	70802.	65515.	69000.	68123.	10
15	105356.	98068.	90365.	70587.	65316.	68791.	15
20	111653.	104814.	97563.	89900.	70224.	64980.	20
25	102436.	111021.	104220.	97010.	89391.	69826.	25
30	84277.	101890.	110429.	103665.	96494.	88915.	30
35	77063.	83674.	101161.	82797.	109639.	95803.	35
40	71093.	76255.	82797.	100101.	102923.	101844.	40
45	63904.	69938.	75016.	81451.	108490.	106727.	45
50	80115.	62366.	68255.	73211.	98474.	96105.	50
55	80726.	77210.	60105.	65780.	79491.	76609.	55
60	74929.	76105.	72791.	56664.	70556.	66518.	60
65	52925.	68597.	69674.	66639.	62015.	56774.	65
70	44760.	45727.	59267.	60198.	51876.	44821.	70
75	36391.	35153.	35913.	46547.	57576.	45219.	75
80	21424.	24559.	23724.	24236.	47278.	31906.	80
85	11686.	16838.	19302.	18645.	31413.	24688.	85
TH	1279020.	1279587.	1276318.	1267335.	1251559.	1228096.	TH

MUJERES

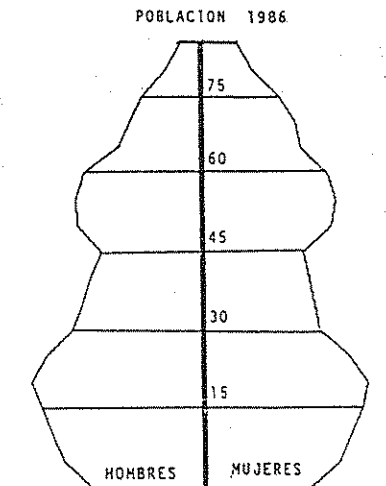
0	66962.	61505.	64777.	63954.	59586.	53151.	0
5	85579.	66836.	61390.	64655.	63833.	59474.	5
10	93860.	85475.	66755.	61315.	64576.	63756.	10
15	100884.	93740.	85365.	66669.	61237.	64494.	15
20	105260.	100714.	93582.	85221.	66557.	61133.	20
25	93542.	105003.	100468.	93353.	85013.	66394.	25
30	74463.	93247.	104672.	100151.	93059.	84745.	30
35	71357.	74171.	92881.	104261.	99758.	92694.	35
40	68227.	70969.	73767.	92376.	103694.	99216.	40
45	64848.	67633.	70351.	73125.	91572.	102791.	45
50	81932.	64024.	66773.	69457.	72195.	90408.	50
55	84618.	80528.	62926.	65628.	68266.	70958.	55
60	79887.	82232.	78257.	61152.	63778.	66341.	60
65	64101.	76202.	78439.	74647.	58331.	60836.	65
70	60433.	59341.	70543.	72614.	69104.	53999.	70
75	48811.	52032.	51092.	60737.	62520.	59498.	75
80	31849.	36689.	39110.	38403.	45653.	46993.	80
85	21574.	30479.	35110.	37427.	36751.	43689.	85
TM	1298187.	1300818.	1296258.	1285146.	1265483.	1240568.	TM
T	2577207.	2580405.	2572576.	2552481.	2517042.	2468664.	T

PIRAMIDES DE POBLACION DE CASTILLA Y LEON

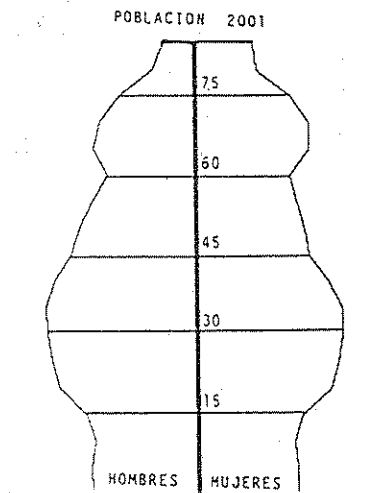
CENSO 1981 PADRÓN 1986 PROYECCIONES PARA EL AÑO 2001



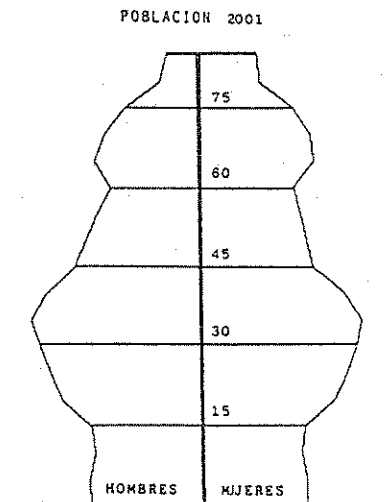
CASTILLA-LEON (CENSO 1981)



CASTILLA - LEON (PADRON 1986)

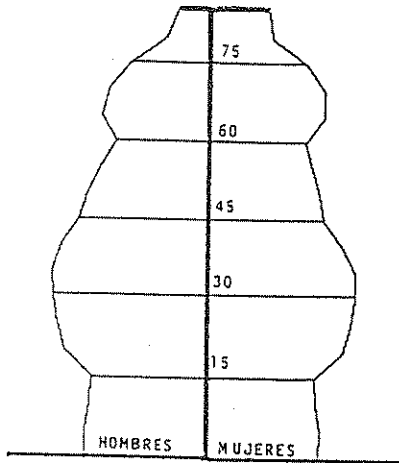


CASTILLA - LEON (ESCENARIO 1)



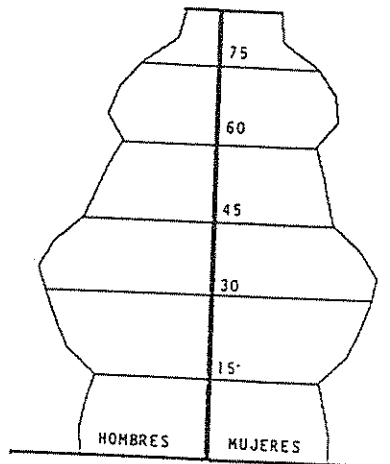
CASTILLA - LEON (ESCENARIO 2)

POBLACION 2001



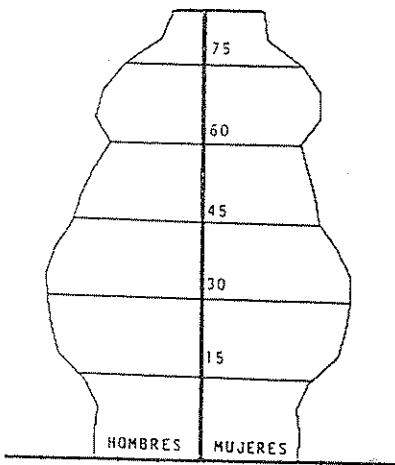
CASTILLA - LEON (ESCENARIO 3)

POBLACION 2001



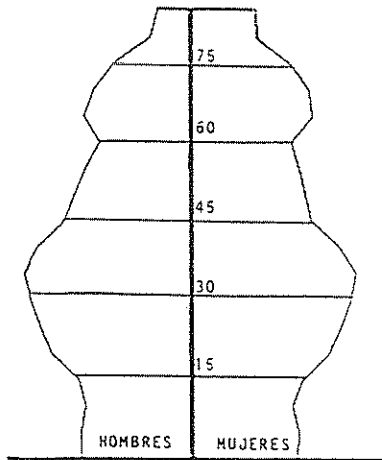
CASTILLA - LEON (ESCENARIO 4)

POBLACION 2001



CASTILLA - LEON (ESCENARIO 5)

POBLACION 2001



CASTILLA - LEON (ESCENARIO 6)

Entidades colaboradoras:
Caja de Ahorros Provincial de Valladolid
Caja de Ahorros Popular de Valladolid
Caja de Ahorros de Salamanca
Cámara de Comercio e Industria de Valladolid



SECRETARIADO DE PUBLICACIONES
UNIVERSIDAD DE VALLADOLID