PONENCIAS DE LA III REUNION ANUAL DE LA ASOCIACION CIENTIFICA EUROPEA DE ECONOMIA APLICADA (ASEPELT-ESPAÑA)

Biblioteca
de Socioeconomía
Sevillana

Sevilla, 1992

Edita: Patronato de Asesoramiento Económico.
Diputación de Sevilla.
Realización Técnica: Dialpa, S.L.
I.S.B.N.: 84-86946-15-8.
Depósito Legal: SE-923/1992.

PRESENTACION

LA transformación de la provincia de Sevilla en los últimos años es un claro referente de la labor y esfuerzo que desde esta Institución que presido se viene realizando para el desarrollo y promoción socio-económica de sus gentes. De ahí el interés que venimos mostrando en la difusión de los trabajos de quienes hacen posible el estudio de estas materias.

Por ello, es una satisfacción para mí presentarles este nuevo ejemplar de la Biblioteca de Socioeconomía Provincial, en el que se recogen las ponencias presentadas en la III Reunión Anual de ASEPELT-ESPAÑA (Asociación Científica Europea de Economía Aplicada, Capítulo Español). En el citado volumen que viene a sumarse a los ya existentes publicados con anterioridad en esta Colección, se abordan diversos temas relacionados con el comercio exterior, la política monetaria, cartera de divisas o los desequilibrios regionales.

Materias de gran trascendencia, sobre todo, si tenemos en cuenta que, con los acuerdos tomados a nivel comunitario en la última reunión de Maastrich, y con los objetivos de un mercado único que inicia su camino a partir de 1993, se nos plantean retos importantísimos a los que tendremos que hacer frente para que la provincia hispalense, al igual que la Comunidad Autónoma, estén presentes en los furgones de cabeza dentro de la CEE cuando finalice la década.

Miguel Ángel Pino Menchén
Presidente de la Diputación Provincial y
Presidente del Patronato de Asesoramiento Económico

PROLOGO

QUE la Administración pública establezca canales de difusión para la investigación universitaria supone apostar por la integración de diferentes maneras de intervenir socialmente. En definitiva, la preocupación por conocer mejor la realidad, característica del mundo universitario, es siempre condición para una mejor aplicación de las decisiones públicas.

La publicación de las ponencias que se presentaron a la III Reunión Anual de la **«Asociación Científica Europea de Economía Aplicada, capítulo español»** es una oportunidad para conocer una diversidad de puntos de vista y temáticas que en el ámbito de la economía aplicada dan continuidad a un esfuerzo que se remonta a 1986.

El rigor y diversidad que las caracterizan dan buena cuenta de las preocupaciones de esta asociación. La proximidad de los temas tratados con ámbitos territoriales y de actuación que afectan a las instituciones eran motivo suficiente para que la Diputación de Sevilla acogiese su publicación. Con ello damos un paso más en nuestra andadura de colaboración científica con la Universidad, además de incorporar a la **Biblioteca de Socioeconomía Sevillana** un título que, por la variedad de trabajos originales incluidos, seguirá situando a esta colección en referencia obligada cuando de conocer la socioeconomía de y en la provincia de Sevilla se trate.

Emilio Carlos Carrillo Benito
Vicepresidente de la Diputación Provincial de Sevilla

INTRODUCCION

En los días 19 y 20 de junio de 1989 tuvo lugar, en la Facultad de Ciencias Económicas y Empresariales de Sevilla, la III Reunión Anual de la «Asociación Científica Europea de Economía Aplicada, capítulo español» (ASEPELT-ESPAÑA). Dicha asociación tiene como objeto el organizar, promover y favorecer los trabajos originales de carácter científico en el dominio de la economía aplicada. La asociación española comenzó su andadura en el año 1986, realizando su primera reunión en Barcelona (1987) y la segunda en Valladolid (1988).

En la tercera reunión se presentaron un conjunto de ponencias que fueron agrupadas en cuatro partes.

En la primera, denominada Economía Española, se recogieron ponencias sobre aspectos financieros de política monetaria, comercio exterior, economía de la salud, enseñanza y un trabajo sobre migraciones interiores.

En la segunda parte, llamada Economía Regional, se presentaron ponencias sobre agricultura en la Vega Alta de Sevilla, tendencias sectoriales y fuerza de trabajo en Andalucía, sobre actividades y paro en Galicia, ayudas regionales en Castilla y León y los movimientos migratorios en Las Palmas. En esta segunda parte se incluyeron trabajos generales sobre Clasificación de las Regiones Europeas, Desequilibrios Regionales, Indicadores de Bienestar, Modelización Regional y la Nueva División Territorial de la ciudad de Sevilla.

En la tercera parte se recogieron sobre Estadística y Econometría trabajos sobre la función de consumo, colinealidad, variables cualitativas, respuesta aleatorizada, series temporales, índice de Gini y temas relacionados con el teorema central del límite.

Por último, en la cuarta parte, se incluyeron ponencias sobre aplicaciones matemáticas al pert, a la valoración de empresas en ambiente de riesgo, auditoría, cartera de divisas, asignación de recursos, localización, precios y tecnología.

La III Reunión de ASEPELT-ESPAÑA pudo cumplir todos sus objetivos gracias a las generosas ayudas recibidas de instituciones públicas, como la Facultad de Ciencias Económicas y Empresariales, la Universidad (Extensión Universitaria), el Excelentísimo Ayuntamiento de Sevilla, y la Consejería de Educación y Ciencias de la Junta de Andalucía; e instituciones privadas, como Cruzcampo, Monte de Piedad y Caja de Ahorros de Sevilla, Colegio de Economistas de Sevilla, Expo'92 y la Caja de Pensiones «La Caixa». Quiero agradecer la ayuda del decano de la Facultad, Profesor Camilo Lebón Fernández, que compartió las obligaciones de organización. También, quiero aquí resaltar, el tiempo que un grupo de profesores dedicaron, con mucha imaginación al Congreso. Igualmente quiero dar las gracias a las secretarias de los Departamentos de Economía Aplicada y Teoría Económica y Economía Política, por la labor previa de organización.

Por último, quiero exponer mi más profundo agradecimiento a la Diputación Provincial de Sevilla, y en concreto, a Emilio Carrillo Benito, Diputado Provincial de Sevilla, por su generosa aceptación de publicar las ponencias del Congreso en la honrosa «Biblioteca de Socioeconomía Provincial».

Bernardo Pena Trapero
Presidente de ASEPELT-ESPAÑA

INDICE

TOMO 1

Página

Introducción 11

SECCION 1.ª ECONOMIA ESPAÑOLA

La financiación de las Haciendas locales (especial consideración al caso de Andalucía)
José Vallés Ferrer 21

El espacio financiero europeo y su impacto en las Cajas de Ahorro españolas
Joaquín Guzmán Cuevas 29

«Nuevos productos financieros» y trascendencia en el sistema financiero español
Gerardo Terrón Muñoz 39

Monetary policy and the spanish business cycle.
Adolfo Castilla, Peter Pauly 49

Estimación de la oferta y la demanda de exportación del sector exterior español frente a la C.E.E. *José Boza Chrino, Carles Murillo Fort* 59

Una aplicación del análisis de datos al análisis del comercio exterior de España
José María Alba Riesco 77

Principales resultados de una aplicación del análisis multivariante a los principales índices de productividad del subsector agrícola español
José María Montero Lorenzo 93

Estudio de diferentes variantes analíticas sobre la financiación de la Seguridad Social
P. Fernández Martínez, A. Pulido Martínez, B. Pena Trapero 105

Modelos para «count data» en la estimación del número de consultas médicas
Monserrat Guillén Estany, Carlos Murillo Fort 131

Evolución del gasto público de la prestación farmacéutica
Miguel Angel Fajardo Caldera, Florentino Fajardo Moreno 145

Diferencias interprovinciales en la oferta sanitaria española
Carlos M.ª Fernández-Jardón 157

Un modelo de análisis de demanda de estudios
Xelo Colom, M. Creu Molés, José-Ginés Mora 169

SECCION 2.ª ECONOMIA REGIONAL

Una aplicación del anafaco a tablas de intercambios.
Las migraciones interiores (1970, 1980, 1987). *Catalina N. Juaneda Sampol* 183

Los mercados de trabajo como mecanismos de asignación de recursos humanos.
«La movilidad laboral espacial. Evidencia empírica en España»
José Manuel González Pérez 199

Influencia de la Comunidad Europea en la agricultura de la vega alta de Sevilla
Birgitta Tazelaar, Manuela de Paz 213

Sectores económicos con futuro en Andalucía
Arturo E. Gutiérrez Fernández 227

Tendencias sectoriales en Andalucía. Modelización econométrica de los valores añadidos
A. Clavero, A. Fernández, M. Ladoux, G. Martín-Reyes. J.M. Otero,
J. Sánchez y F. Trujillo 237

La fuerza de trabajo en Andalucía. Perspectivas para 1992
J.M. Otero, A. Clavero, A. Fernández, M. Ladoux, G. Martín Reyes,
J. Sánchez y F. Trujillo 247

Cambio tecnológico y función empresarial: Expectativas de la economía andaluza
José M. O'Kean Alonso, Luis A. Palma Martos, José L. Martín Navarro 257

Actividad y paro en la encuesta de condiciones de vida y trabajo. España vs. Galicia
Luis Lamas Alonso, M. Dolores Linares Cuerpo 267

Estrategia sectorial del capital extranjero en la industria de Castilla y León.
Especial referencia a la zona fronteriza con Portugal
Rosario Pedrosa Sanz, Josefa E. Fernández Arufe 285

Las regiones fronterizas ante el Mercado Unico Europeo. El caso de Castilla y León
Angel de los Ríos, Olga Ogando Canabal, Josefa E. Fernández Arufe 295

Un análisis del grado de selectividad de las distintas ayudas regionales en Castilla y León
J. Olga Ogando Canabal, Belén Miranda Escolar, J. Eugenia Fernández Arufe .. 307

El sector industrial de Castilla y León: Dimensión de los establecimientos industriales.
M.ª del Carmen Mantero García-Lorenzana, José Luis Martínez Guerrero 323

Movimiento migratorio en la provincia de Las Palmas
Carmen Rosa Suárez Moreno 331

Criterios de clasificación de las regiones europeas y su aplicación al caso español:
Regiones similares. *Joaquín Aranda Gallego.* 343

Una aproximación a los desequilibrios de las regiones europeas.
Francisco J. García Cerezo, Jorge L. García Pozzy. 355

Indicadores de bienestar social. Un análisis comparativo regional.
J.M. Casas Sánchez y F.J. Callealta Barroso 365

Modelización regional (análisis funcional y soporte informático).
Los modelos Cataluña 2000 y Baleares 2000.
J. Arcarons y M. Parellada 379

La nueva división territorial del término municipal de Sevilla
Enrique López Lara, Manuel Marchena Gómez 389

SECCION 3.ª ESTADISTICA Y ECONOMIA

La función de consumo con expectativas racionales en la economía española
Antonio Calvo-Flores Segura, José M. Medina Ibáñez 409

Discusión de algunos contrastes empíricos de la función de consumo.
Una propuesta alternativa. *Marc Sáez & Carles Murillo* 419

Análisis del problema de la colinealidad: Aplicación de la metodología Ridge
Josep M.ª Martínez Boronat 431

Diagnósis en variables cualitativas
M.P. Martín-Guzmán y F. Cea 445

Aplicación del algoritmo en el análisis Bayesiano del diseño de Warner
Carlos Arias Martín, Jesús Basulto Santos, Javier Busto Guerrero 455

Representación racional tipo PADE de la función de distribución normal y su aplicación en la computación de modelos TOBIT
Concepción González y Gines Guirao Pérez 463

Técnicas de predicción a nivel profesional
A. Pulido 471

Obtención de estimadores para un modelo bilineal simple de seris temporales
Antonio Calvo-Flores Segura 483

Modelos ARMA con errores ARCH aplicados a la valoración de opciones sobre acciones
Rosa María Lorenzo Alegría, Francisco P. Calatayud 491

Una tentativa de especificación dinámica vía modelos VARMA
Marc Sáez & Víctor Cano 505

Descomposición del índice de Gini
Joan Baro LLinas 515

Continuidad muestral y teorema central del límite
Juan Gómez García 531

SECCION 4.ª APLICACIONES MATEMATICAS

Algoritmos de asignación de recursos
Miguel Angel Hinojosa Ramos, Amparo Mármol Conde 545

Utilización de los modelos probabilísticos para el PERT, que permiten una ponderación variable del valor más probable en análisis de inversiones.
Rafael Herrerías Pleguezuelo 557

Aplicación de la normalización de variables aleatorias a un modelo de fijación de precios en un ambiente de riesgo: Modelo APT
Eduardo Reymundo García, Rocío García Villanueva, Lucía Borrero Bejarano ... 563

Aplicación de la normalización de variables aleatorias a un modelo de fijación de precios en un ambiente de riesgo: Modelo CAMP
Victoriano García Barrera, Javier Gamero Rojas, Lucía Borrero Bejarano 571

Estudio probabilístico de un sistema parcialmente redundante
Miguel Gutiérrez Fernández 577

Optimización de una cartera de divisas
J.M. Farfán, J.J. García, F.M. Guerrero, C.M. Morejón y R. Villagra 593

Sensibilidad en el problema de Weber con restricciones
José Muñoz Pérez, Francisco Velasco Morente 609

Localización de centros peligrosos
José Muñoz Pérez, Francisco Velasco Morente 623

Un método de muestreo informático para una auditoría
Enrique Durand Baquerizo, José Juan Lafuente López, José Miguel Ponce Núñez 635

Aplicación de la estimación por intervalo en la valoración de empresas en ambiente de riesgo. *R. Herrerías, S. Miguel Uceta* 647

Presencia en caos en un modelo de expectativa de precios
M.ª Dolores Soto Torres, Ramón Fernández Lechón 659

SECCION 1.ª

ECONOMIA ESPAÑOLA

LA FINANCIACION DE LAS HACIENDAS LOCALES

(Especial consideración al caso de Andalucía)

José Vallés Ferrer
Universidad de Sevilla

1.— BIENESTAR CIUDADANO Y HACIENDA LOCAL

Existe un falso dilema entre calidad de vida y desarrollo económico. El hombre moderno, que vive en la sociedad actual, urbana y rural, pide y desea más y más calidad de vida a medida que su nivel de renta aumenta. No quiere mejorar su nivel de renta y riqueza a costa de un empeoramiento de su calidad de vida, pues desea que ambas variables mejoren y aumenten a la vez. En la sociedad urbana, en las ciudades y sus áreas metropolitanas este hecho se acusa con más intensidad; los ciudadanos demandan bienes y servicios públicos y sociales de forma creciente. Es más, esta demanda, ya creciente de por sí, se vuelve insostenible en épocas de crisis industrial como la actual, con efectos diferenciadores y acusados en las grandes ciudades y sus zonas de influencia.

La hacienda local debería ser, pero no es, una hacienda al servicio del bienestar ciudadano, al servicio del mejoramiento de la calidad de vida. Sería necesario prestar mayores y mejores servicios públicos. Cabría producir servicios sociales. La hacienda local tendría que ser una Hacienda, *independiente, expansiva, redistributiva* y *eficaz*. Pero los hechos, los datos de la realidad de nuestro país, no permiten precisamente catalogarla de esta manera, ya que la hacienda local española ha venido languideciendo desde siempre. Ha sido, lo es menos, una eferma crónica cuya única salvación pasaba y pasa por cambios estructurales en la misma.

Es necesario modernizar nuestra hacienda local; no hacerlo es permitir una situación insostenible que tarde o temprano explotará. La sociedad actual, y más con un Gobierno socialista, presiona a los poderes públicos para obtener más bienestar ciudadano. Dar este bienestar exige una hacienda local fuerte y rigurosa que permita generar y financiar *salario social*, en definitiva, calidad de vida a los ciudadanos. Calidad de vida y salario social se convierten, pues, en dos caras de la misma moneda. Son dos objetivos irrenunciables de la sociedad actual que los poderes públicos en general o el poder público local en particular tienen que impulsar para hacerlos una realidad.

La hacienda local se convierte ante esta situación en protagonista del desarrollo ciudadano; potenciar e incrementar esta hacienda local es la gran tarea que tenemos delante de nosotros. No hacerlo, no caminar en esta dirección, sería tanto como desoír a una sociedad agobiada por la escasez de bienestar social y de salario social y permitir un deterioro de las instituciones cuyo último perjudicado sería el propio Estado. Por el contrario, consolidar el Estado, reforzarlo, es tanto como *reforzar* y *consolidar* a las haciendas locales, consolidando su autonomía, disminuyendo sus tutelas y permitiendo que las mismas se desarrollen por sí solas, sin más limitaciones que las impuestas por la propia dinámica económica y social.

Las Corporaciones Locales también son *Estado*. Y precisamente porque son Estado hay que tratarlas y dinamizarlas como requiere toda tarea de Estado. Dinamización cuyo punto de partida no es otro que una mayor y mejor hacienda local.

2.— LA FINANCIACION DE LAS HACIENDAS LOCALES

2.1.— Financiación centralizada versus financiación múltiple descentralizada.

La historia de la hacienda local española es bastante desesperante. *Dependencia de la hacienda del Estado, insuficiencia de recursos propios y escasez financiera*, constituyen algunas de sus características más claras. Pero toda hacienda dependiente de otra no es buena ni mala por definición, depende de la forma de esta dependencia. La financiación de la hacienda local en nuestro país ha sido hasta tiempos recientes una financiación centralizada, sin reglas (o sea discrecional) que no ha permitido descentralizar el gasto público en España ni mejorar la calidad de vida de los ciudadanos. Ha generado poco salario social y no ha permitido mejorar el hábitat de nuestras ciudades.

Todo nacía y moría en Madrid. La discrecionalidad era norma de comportamiento y el que llegaba antes, antes se llevaba el poco o mucho dinero que existía. Los ayuntamientos han vivido durante muchos años de esta forma atípica, o han malvivido según se mire. El poder central discrecionalmente entregaba bienes y prebendas a los ayuntamientos que lo solicitaban; pero al solicitarlo todos solamente se contentaba a unos pocos. La dicotomía centro-periferia, o la polémica norte-sur también aquí encuentra alguna explicación. Paralelamente a esta situación no reglada o discrecional existía una fiscalidad autóctona *insuficiente, regresiva* y con *poca capacidad recaudatoria*; muchas figuras fiscales y escasez recaudatoria eran (y hasta cierto punto son) sus resultados. Naturalmente en este *modelo de financiación centralizada*, la *financiación de los déficit* de los servicios locales corría a cargo de la hacienda central, que los cubría (mas mal que bien y normalmente con retraso) mediante transferencias a las haciendas locales.

Más recientemente, aún sin perder el carácter marcadamente centralizado de la financiación de las haciendas locales, se ha sustituido la discrecionalidad por la regla pues con el nacimiento del Fondo de Compensación Municipal, todos los municipios participan de los fondos del Estado, lo que supone evidentemente un avance respecto a la situación anterior, pero sin salirnos del modelo de financiación centralizada. Lamentablemente, en una segunda etapa, se ha vuelto a la discrecionalidad en el tratamiento del fondo. Y seguimos sin desarrollo del art. 142 de la Constitución Española.

La situación descrita no puede continuarse. Por aquí no vamos a ningún sitio. La alternativa no puede ser otra que *flexibilizar* y *modernizar* la financiación de las haciendas locales. Hay que ir a un modelo de *financiación múltiple descentralizada*. Un modelo de financiación múltiple estable pasa necesariamente por la distribución de las capacidades de pago entre los diversos niveles de hacienda; dicho en otros términos, por la existencia de una imposición autónoma al nivel de la hacienda local que permita allegar recursos suficientes, completada con una participación en los ingresos del Estado, adecuada al grado de competencias que desempeñan actualmente las entidades locales, y que, entre otras cosas, sirva de compensación de impuestos satisfechos por los contribuyentes de la hacienda local que recibe la transferencia, a la hacienda central. Es pues un modelo de suma de sumandos, que sin renunciar a nada permita la autosuficiencia de la hacienda local, al servicio de la generación de unos mejores y mayores servicios públicos y sociales que tantos y tantos ciudadanos demandan.

2.2.— La Ley 39/88 reguladora de las Haciendas Locales.

En cumplimiento de la exposición de motivos de la Ley 24/83 el Gobierno de la nación, ha desarrollado recientemente la Ley Reguladora de las Haciendas Locales, que busca hacer realidad el mandato constitucional.

Los ayuntamientos deberán exigir, de acuerdo con la presente Ley y las disposiciones que la desarrollan, los siguientes impuestos:

a) Impuesto sobre Bienes Inmuebles.
b) Impuesto sobre Actividades Económicas.
c) Impuesto sobre Vehículos de Tracción Mecánica.

También el artículo 60 de la Ley, en su apartado 2.º, determina que los ayuntamientos *podrán* exigir el Impuesto sobre Construcciones, Instalaciones y Obras y el Impuesto sobre el Incremento de Valor de los Terrenos de Naturaleza Urbana.

Dejando de lado la imposición municipal obligatoria, bastante debatida en estos momentos, veamos con algún detenimiento la imposición municipal potestativa contemplada en esta ley.

La primera modalidad impositiva se concreta en la conversión *en tributo directo* de lo que antes se configuraba como *tasa*. Se evita así, la obligada correlación entre el coste del servicio y el importe de la tasa, configurándose los elementos del tributo en la propia ley y no en la ordenanza fiscal. En tal sentido, y aunque sólo sea a efectos prácticos representa un avance que, desde el punto de vista técnico, resulta factible ante la generalidad del hecho imponible.

De cualquier forma, al tratarse de una modalidad potestativa, las corporaciones respectivas valorarán al cuantificarla, su incidencia en el campo de la construcción, como factor que incrementa el coste y teniendo en cuenta la necesidad de viviendas en su término municipal. En tal sentido puede considerarse como un elemento que según las necesidades pueda utilizarse para el fomento de la construcción.

La segunda modalidad, que también con carácter potestativo se contempla en la Ley, es el antiguo Impuesto sobre el Incremento de Valor de los Terrenos, configurado, ciertamente, con algunas modificaciones respecto a la legislación anterior. Desaparece, dentro del impuesto, la modalidad de Tasa de Equivalencia, y afecta, por ello, con carácter exclusivo a las transmisiones y no a la tenencia durante un determinado período de tiempo.

3.— EL CASO DE ANDALUCIA

3.1.— Aspectos generales

Hasta ahora hemos definido tres principios básicos en materia de financiación: *la internalización de costes, la independencia financiera* y *la participación creciente en los tributos del Estado*; principios que dicho sea de paso nos acercan más que nos separan de Europa. Suponen, como hemos visto, una apuesta por la modernización y el progreso de las haciendas locales. Y sobre todo por la distribución de las capacidades de pago entre los diversos niveles de hacienda en España. En definitiva, por la descentralización del gasto público total. Supone pasar de un modelo *centralista* de financiación a otro de financiación *múltiple descentralizado*.

La conquista de la autonomía municipal, la disminución de las desigualdades territoriales y locales y sobre todo la realización de un proyecto de vida progresista en común dependen en buena medida de ellos. Son la condición *necesaria*, pero no la *suficiente*. En el caso de Andalucía hay que realizar determinados acoplamientos, hay que añadir dos nuevos sumandos; el *saneamiento*, por un lado, y la *participación de los municipios en los fondos regionales*, es decir la creación del *Fondo Regional de Cooperación Municipal*.

Por todo ello se establecen medidas de cooperación en la Comunidad Autónoma y las Entidades Locales de Andalucía, para contribuir al saneamiento económico de sus haciendas; y podrán acogerse a estos beneficios, dice su art. 2, las Entidades Locales cuya carga financiera al 31-12-87 alcanzase el 25 por ciento de su endeudamiento; o bien, los que sumando sus déficit reales, debidamente revisados, a 31-12-87, con sus cargas financieras anuales, sobrepasen el porcentaje indicado en el apartado anterior.

El Decreto 238/88, de la Consejería de la Presidencia, por el que se aprueban medidas de saneamiento de las haciendas locales, *si se aplica en todo su contenido*, como es de esperar, es *verdaderamente una medida de saneamiento* y una *auténtica cooperación* de la Comunidad Autónoma respecto de las haciendas de los Ayuntamientos y Diputaciones de Andalucía.

A mayor abundamiento, su relación con el R.D.L. 781/86, y con la Ley Reguladora de las Haciendas Locales, de reciente aparición, lo convierten en una arma poderosa de política financiera que las Corporaciones Locales andaluzas no pueden renunciar. Estamos convencidos de que el Gobierno Regional, hará una aplicación *racional* y *rigurosa* del decreto de Saneamiento, al servicio de una menor carga financiera local y del subsiguiente *relanzamiento* de la *actividad inversora* de los ayuntamientos y diputaciones de Andalucía.

Lo contrario, además de frustar las lógicas y legítimas aspiraciones de los Entes Locales, nos situaría en una dinámica de *deterioro municipalista* que a nada ni a nadie iba a beneficiar. La búsqueda de unas haciendas locales andaluzas, *potentes*, *eficaces* e *inversores* está en juego con la aplicación del decreto de Saneamiento.

3.2.— El saneamiento de las haciendas andaluzas.

Hemos mantenido y lo seguimos haciendo que uno de los objetivos básicos de la hacienda local es su modernización y potenciación; en el caso de la Comunidad Autónoma Andaluza, este objetivo se revitaliza, debido sobre todo a la necesidad de su saneamiento. El Gobierno Regional para ayudar a la búsqueda de este objetivo, a través del *Decreto 238* de junio de 1988 ha diseñado un conjunto de medidas de política financiera en materia de *saneamiento* que deben ayudar a muchos Entes Locales de Andalucía.

En concreto se dice que en aplicación de la tutela financiera que le otorga el artículo 62 de su Estatuto, se pretende paliar con la presente norma la difícil situación financiera y económica en que se encuentran determinadas Corporaciones Locales andaluzas.

El decreto 238/88, de la Consejería de la Presidencia, por el que se aprueban medidas de saneamiento de las Haciendas Locales, *si se aplica en todo su contenido*, como es de esperar, es *verdaderamente una medida de saneamiento* y una *auténtica cooperación* de la Comunidad Autónoma respecto de las haciendas de los ayuntamientos y diputaciones de Andalucía.

A mayor abundamiento, su relación con el R.D.L. 781/86, y con la Ley Reguladora de las Haciendas Locales, de reciente aparición, lo convierten en un arma poderosa de política financiera que las Corporaciones Locales andaluzas no pueden renunciar. Estamos convencidos de que el Gobierno regional hará una aplicación *racional* y *rigurosa* del decreto de saneamiento, al servicio de una menor carga financiera local y del subsiguiente *relanzamiento* de la *actividad inversora* de los ayuntamientos y diputaciones de Andalucía.

Lo contrario, además de frustar las lógicas y legítimas aspiraciones de los Entes Locales, nos situaría en una dinámica de *deterioro municipalista* que a nada ni a nadie iba a beneficiar. La búsqueda de unas haciendas locales andaluzas, *potentes, eficaces* e *inversoras* está en juego con la aplicación del decreto de saneamiento.

3.3.— El Fondo Regional de Cooperación Municipal.

El segundo sumando, el más importante, consiste en la creación del Fondo Regional de Cooperación Municipal, en cumplimiento o desarrollo del artículo 142 de la Constitución Española. Fondo Regional *reglado, no discrecional*, al igual que se contempla en la Ley Reguladora de Haciendas Locales. Es decir, se trata de ir sustituyendo la idea de *cupo* o de *cantidad global* a repartir (previa negociación política), por la de *porcentaje*, mediante fórmula reglada que funcione automáticamente, sin necesidad de negociación política de ninguna clase.

Ya hemos visto anteriormente que la reglamentación del fondo corresponde a los Gobiernos Autónomos; esperamos y deseamos que en Andalucía se trabaje en esta dirección desde ahora mismo, al objeto de garantizar a los gobiernos locales un volumen de ingresos suficiente para financiar sus necesidades. Un claro exponente de esta voluntad política ha quedado plasmada en la Ley de Presupuestos de 1989 aprobada por el Parlamento de Andalucía en el que estableció, por primera vez,

un crédito no finalista de 1.000 millones de pesetas, denominado «de equilibrio de los servicios municipales», verdadero embrión del futuro Fondo Regional.

A nuestro modesto entender se trataría de establecer un fondo que cumpla por lo menos, dos objetivos básicos; por una parte, un objetivo de *equidad vertical*, redistribuyendo el conjunto de ingresos públicos entre los distintos niveles de gobierno (autónomo y local), sobre la base de la insuficiencia de los ingresos tributarios propios de las Corporaciones Locales. En segundo lugar, un objetivo de *equidad horizontal*, redistribuyendo el conjunto de ingresos que correspondan a los gobiernos locales entre las distintas unidades, con el fin de garantizar que todas ellas dispongan de un volumen de recursos equivalente —independientemente de su capacidad fiscal— por unidad de necesidad.

Conseguir este Fondo Regional de Cooperación Municipal es el gran reto que los municipalistas andaluces tienen delante; desde la Federación Andaluza de Municipios y Provincias y desde el seno mismo de los Entes Locales esta petición está justificada, pues es el cierre del modelo de *financiación múltiple descentralizada*, que desde el primer momento estamos defendiendo.

4.— BALANCE FINAL

Si hay respuesta a los problemas planteados será posible la realización de una política fiscal y presupuestaria favorecedora de la *coordinación* (que no competencia) entre los tres niveles de hacienda: *central, regional* y *local*. La hacienda local puede y debe coordinarse con los demás niveles de hacienda; no puede vivir más tiempo aislada y descoordinada del resto. Hay que trabajar (y, por supuesto, legislar) en los tres niveles de hacienda pública de forma idéntica, desarrollando la Constitución y el Estatuto de Autonomía para Andalucía, bajo el lema de lo que es bueno para uno lo es para los demás y viceversa.

Otro tanto va a suceder con la solución de los problemas de *saneamiento* de las Haciendas Locales; éstas deben recibir ayuda de los otros niveles de hacienda (central y regional) regladamente, no discrecionalmente, ya que las disfuncionalidades actuales perjudican a todos sus integrantes.

La relación hacienda central-hacienda local debe marcarla, preferentemente, el presupuesto del Estado, en el que se fijarán las cuantías presupuestarias a transferir a las haciendas locales, así como los criterios de distribución. Otro tanto debe suceder entre la hacienda regional y la hacienda local a través del presupuesto de la Comunidad Autónoma andaluza.

Concluyendo, pues, un sistema de economías locales racionales y modernas, como el que estamos defendiendo para Andalucía, solamente puede conseguirse mediante la *compatibilización* entre las distintas haciendas, trasvasando competencias de *arriba a abajo* y de *abajo a arriba* y *reglando* las transferencias financieras de los niveles superiores de hacienda a la hacienda local. En definitiva, aumentando cualitativamente y cuantitativamente la participación del sector público local respecto del sector público regional y nacional.

Si todo ello es posible, y entendemos que lo es, la hacienda local andaluza entrará en una dinámica de trabajo más innovadora y expansiva, contribuyendo en mayor medida al desarrollo económico de Andalucía.

EL ESPACIO FINANCIERO EUROPEO Y SU IMPACTO EN LAS CAJAS DE AHORRO ESPAÑOLAS

Joaquín Guzmán Cuevas
Universidad de Sevilla

1.— INTRODUCCION

España es uno de los países europeo-comunitarios, junto con Alemania, Italia y Bélgica, donde las cajas de ahorro obstentan un alto peso específico dentro del sistema financiero. En la actualidad, el sector de cajas de ahorro lo forman 77 entidades que controlan el 42% de los recursos ajenos del total del sistema, ejerciendo en casi su totalidad un tipo de negocio bancario tradicional al por menor en el marco de sus regiones de origen y solamente es a partir del 1 de enero de 1989 cuando se les concede a las cajas la libertad de establecimiento en todo el territorio nacional.

Considerando de forma general las tendencias vigentes en los mercados financieros internacionales y la entrada en vigor del Acta Unica Europea, a las cajas de ahorro se les presentan dos tipos de condicionamientos o retos principales: el cumplimiento del nivel mínimo de capitalización y el mantenimiento o crecimiento de la actual cuota de mercado.

En base a los trabajos elaborados por la Comisión Europea y el conocido Comité Cooke de supervisión bancaria, a las entidades de crédito comunitarias se les exigirá a partir del 1-1-1993 un coeficiente de activo de riesgo (fondos propios sobre activos computables) que se situará en torno al 8%. En la actualidad todavía no se ha fijado la composición exacta de dicho coeficiente —debido a los problemas de armonización entre los distintos países miembros—, por lo que no cabe realizar un análisis detallado de la situación actual respecto al nivel del futuro coeficiente de solvencia. No obstante, si nos basamos en datos comparativos, podremos obtener una idea aproximada del grado de dificultad de las cajas de ahorro españolas para cumplir el nivel mínimo de capitalización.

De una parte, hay que señalar en el plano teórico que la legislación vigente en España establece un coeficiente de activo de riesgo del 7,5% y además un «gearing ratio» del 5%, por lo que hay que considerar a España con un nivel de exigencia de capitalización bancaria, no muy distante al que entrará en vigor en la Comunidad Europea en 1993.

De otra parte, en el plano de los datos reales, tampoco parece que el sistema bancario español se encuentre en una situación especialmente difícil en este sentido. A tenor de informaciones obtenidas de distintas fuentes se desprende claramente que en los últimos años y en términos comparativos, el sistema bancario en general y el sector de cajas de ahorro en particular, está en España genéricamente más capitalizado que en los países de su entorno económico.

Este aceptable nivel de capitalización se debe fundamentalmente a las medidas adoptadas por las autoridades monetarias españolas a raíz de la crisis bancaria surgida a partir de 1978 y que se prolongó hasta 1985. Sin embargo, aunque genéricamente los indicadores no son preocupantes, exiten un número considerable de cajas (26 entidades en 1988) que han tenido que recurrir a mecanismos extraordinarios para cubrir el coeficiente de solvencia. Este hecho ha propiciado la cuestión sobre la posibilidad de privatizar las cajas de ahorro españolas, tal como se hizo en su momento con el grupo TSB en el Reino Unido. Sin embargo, el proceso de privatización de las cajas de ahorro encuentran grandes obstáculos en España, al menos a corto plazo, por dos razones fundamentales:

a) En España, la mayoría de las cajas de ahorro están fuertemente enraizadas en sus zonas de origen, poseyendo una componente social que forma parte de su «personalidad». En los órganos de gobierno de las Cajas más del 80% de sus miembros son representantes de los ahorrado-

res y de los municipios donde actúa la entidad. Tradicionalmente, los órganos representativos de las cajas de ahorro (especialmente la Confederación Española de Cajas de Ahorro) se han opuesto abiertamente a cualquier posibilidad de privatización del sector.

b) Existen estrategias para cambiar el coeficiente de solvencia que no supone necesariamente aumento de los recursos propios. De hecho, en los últimos años, algunas entidades han frenado sus políticas de crecimiento para reforzar su capitalización. Así en 1986 había 38 cajas de ahorro que inclumplían el gearing ratio del 5%, y en 1988 este número se redujo a 26 entidades. De otra parte, también habría que señalar la tendencia de las autoridades españolas a solucionar los problemas más graves de capitalización, promoviendo operaciones de integración con otras cajas. Pero a ello nos referimos posteriormente.

En cualquier caso, el nivel de recursos propios viene a depender en última instancia de la generación de beneficios, y el volumen de éstos está lógicamente en función de la competitividad alcanzada, que a su vez queda reflejada en gran medida en la cuota de mercado.

En este sentido, hay que señalar que, según la OECD, entre los países de la CE con mayor importancia de las cajas de ahorro, es España donde únicamente se ha producido un crecimiento sostenido de este sector en el período 1980-1986.

Pero si bien dentro de las fronteras españolas las cajas de ahorro se han desenvuelto positivamente en los últimos años, las proyecciones de futuro no son tan halagüeñas cuando se considera algunos indicadores de competitividad respecto al marco comunitario. En España, tradicionalmente, las cajas de ahorro han incurrido en unos costes de transformación más elevado que el sector de bancos privados, y a su vez, los costes de explotación en el total del sector financiero español, son genéricamente superior al de los principales países de la CEE.

Este riesgo de futuro para el sector financiero español queda plasmado explícitamente en las estimaciones de Price Waterhouse sobre la reducción de precios de los productos financieros y que ha servido de apoyo para el conocido informe de P. Cechini. Aunque cualquier estimación numérica sobre el impacto del Mercado Unico Europeo hay que tomarla en gran reserva (1), el conocimiento de la reciente historia del sistema financiero en España y sobretodo los datos y estudios comparativos disponibles son lo suficientemente elocuentes como para prever una situación particularmente difícil en el sistema financiero español a partir de 1992 (2).

2.— ALTERNATIVAS ESTRATEGICAS

Ante estas perspectivas de futuro hay que plantearse cuáles pueden ser las posibles estrategias a medio y largo plazo a seguir por las cajas de ahorro españolas en el escenario europeo. En las páginas siguientes vamos a realizar un intento de sistematización de las distintas alternativas en función de diversos factores: estructura del sector en España; estudios teóricos sobre la integración empresarial en el sector financiero; experiencias habidas en Europa en general y en España en particular; y nuevas vías no experimentadas hasta ahora en España.

Así pues y en base a lo anterior, vamos a analizar cuatro tipos de estrategias que ha nuestro juicio representan esquemáticamente los distintos caminos a seguir por el colectivo de cajas de ahorro: a) aumento de la dimensión a través de fusiones; b) acuerdos de colaboración; c) especialización de productos o mercados y d) integración indirecta. Aunque en la realidad concebimos estas alternativas estratégicas como factibles de interconexión, lo analizamos de forma separada en aras a una mayor claridad expositiva.

---

(1) Véase en este sentido: Batenaberger, E. y Dermine, J.: «*Banking deregulation in Europe*». Economic Policy, abril, 1987.
(2) Ver, entre otros, el Informe sobre la Economía Española 1988, OCDE.

2.1.— Aumento de la Dimensión

Situándonos en una hipotética operación de concentración empresarial, la cuestión principal gira en torno a si la entidad resultante va a alcanzar en última instancia mayores índices de rentabilidad o solvencia. Naturalmente, son numerosos los factores que inciden en estos objetivos últimos, no obstante, tratándose de entidades financieras y desde la perspectiva actual, vamos a centrar la atención en tres de ellos que las consideramos las más relevantes: a) la mayor o menor propensión para diversificar riesgos; b) la posibilidad de aumentar la capacidad innovadora; y c) la existencia o no de economías de escala.

Respecto a la mayor o menor facilidad para diversificar el riesgo financiero, en un principio parece lógico que las entidades de mayor tamaño alcancen mayores niveles de diversificación en un mercado más amplio. Sin embargo, con una óptica más rigurosa es necesario distinguir tres tipos de riesgos:

— El riesgo sectorial, o el derivado de una concentración excesiva de recursos en escasos sectores productivos o de consumo.

— El riesgo geográfico, o el derivado de una concentración excesiva de recursos en una área geográfica reducida (municipio, comarca, pequeña región, etc.).

— El riesgo personal, o el derivado de una concentración excesiva de recursos en la colocación de las inversiones.

Ciertamente, la mayor diversificación de riesgos como consecuencia de un aumento de la dimensión empresarial se verifica en los dos primeros casos, pues como es obvio, el mayor tamaño de la empresa financiera colleva mayores posibilidades de conexión con más sectores y subsectores productivos y de consumo, y también con ámbitos territoriales más amplios. Sin embargo, no necesariamente el aumento de la dimensión empresarial implica una dosis de diversificación más elevada en el riesgo personal, pues ello depende fundamentalmente del factor «gestión» en las distintas modalidades de la inversión financiera (3).

En cuanto a la posibilidad de incrementar la capacidad innovadora como consecuencia de aumentar el tamaño empresarial, es obligada la referencia al profesor Schumpeter cuando señalaba que las grandes empresas poseen una mayor propensión a innovar en razón lógica a su mayor volumen de recursos. Sin embargo, la experiencia real no deja absolutamente demostrada esta conclusión genérica, pues no siempre ni las mejores ni el mayor número de innovaciones financieras corresponden a las entidades de mayor dimensión (4). En cualquier caso, es necesario señalar que, al no existir los sistemas de patentes en los mercados financieros, los efectos de las innovaciones de productos se agotan con relativa rapidez.

Finalmente, hay que cuestionarse si las operaciones de fusión en el sector financiero propician o no procesos de economías de escala. A este respecto, la literatura económica no es excesivamente amplia, no obstante, los estudios empíricos realizados hasta ahora para el caso de EE.UU. parecen evidenciar que la curva de costes medios de la producción presenta tendencia decreciente hasta un cierto punto, a partir del cuál la curva es creciente (5). La conclusión de estos estudios es pues bastante rotunda pero al mismo tiempo demasiado genérica y difícilmente trasladable fuera del contexto norteamericano, pues las variables incidentes directa o indirectamente en el mercado financiero de EE.UU. son muy diferentes a las que afectan al mercado europeo o español. También en el ámbito internacional, existen otros estudios empíricos que ponen de manifiesto la inexistencia de economías de escala entre los grandes bancos del ranking mundial (6), pero tampoco

(3) Este hecho se ha podido comprobar empíricamente en España durante el periodo más agudo de crisis bancaria: 1977-85. Vid. Cuervo, A.: *La Crisis bancaria en España 1977-1985.* Ariel, Barcelona, 1988.

(4) Un inventario resumido y sistematizado de las principales innovaciones financieras en las cajas de ahorro de los países de la CEE, se pueden encontrar en Fobe, F. *«Dix ans d'innovation en caisses d'epargne».* J.C.E., 1988.

(5) Ver, por ejemplo, Benston, G.: *«Economies of Scale in Financial Institutions»* J.M.C. Banking, mayo 1972; Benston, G. y Humphrey, D.: *«Scale economics in banking: A restructuring and reassessment».* Journal of Money, Credit, and Banking, 14, 1982; y Gilligan, T. Smirlock, M. y Marshall, W.: *«Scale and scope economies in the multiproduct banking firm».* Journal of Monetary Economic, 13, 1984.

(6) González Núñez, J.L.: *«Crecimiento de los bancos internacionales (1979-1985)»* Información Comercial Española, julio, 1988

en este caso esta conclusión se puede aplicar con absoluta validez, y por razones obvias, a un sector financiero de las características de las cajas de ahorro.

Para el caso concreto del sector financiero español las investigaciones empíricas realizadas hasta ahora no son excesivamente explícitas sobre cuándo y cómo se producen economías de escalas entre las entidades financieras. Lógicamente, ello se debe a las grandes dificultades existentes para evaluar con precisión todos y cada uno de los parámetros y variables que afectan a los procesos de posible reducción de costes medios. No obstante, del conjunto de estos trabajos parece desprenderse con cierta nitidez la siguiente conclusión: no son las entidades financieras de mayor dimensión las que obtienen mayores cotas de rentabilidad (7). En cualquier caso, como indica el profesor Revell (8) el factor clave del éxito de una operación de fusión bancaria es la gestión y, al menos a corto plazo, es más probable que se incurra en un crecimiento de costes tanto de carácter fijo —como consecuencia de la superposición de medios materiales y humanos— como de carácter variable —derivados de las deseconomías de gestión organizativas y de control—.

Ante este panorama estrictamente teórico, parece claro que no existe suficientes razones de peso que alienten los procesos de concentración en el sector financiero. Sin embargo, en España, al igual que en otros países comunitarios con gran tradición en el sector de cajas de ahorro, se está produciendo desde hace varios años un fuerte movimiento en esta dirección. ¿Cuáles pueden ser los motivos que subyacen en estos planteamientos de fusiones? ¿Son consecuencia exclusiva del impacto previsible de la entrada en vigor del Acta Unica?

A nuestro juicio, los procesos actuales de concentración en el ámbito de las cajas de ahorro españolas se fundamentan en tres razones fundamentales que, aunque interconectadas en algunos casos, son suficientemente explicativas por sí mismas.

En primer lugar, un primer motivo que induce a la concentración del sector, proviene de las dificultades para cubrir los niveles mínimos de capitalización. Ya nos referimos anteriormente al notable número de entidades que han tenido que recurrir a mecanismos especiales para eludir situaciones comprometidas. Actualmente, el Banco de España está presionando a estas entidades para que sean absorbidas por otras, normalmente de mayor dimensión. Este mecanismo de absorción empresarial más que de fusión se ha utilizado con bastante asiduidad en el sector de las cajas rurales y otras cooperativas de créditos en los últimos años (9).

Un segundo motivo que alienta a la integración deriva de las necesidades de mejorar la competitividad de cara a la implementación del mercado financiero europeo. No es necesariamente similar al caso anterior pues no nos referimos a entidades que atraviesen dificultades de solvencia, sino aquéllas que, aún cubriendo los coeficientes exigidos, presentan unos indicadores de eficiencia muy bajos si se piensa en unas condiciones de competencia mucho más duras en el futuro.

En España este tipo de entidades puede identificarse con el núcleo de cajas de ahorro más pequeñas. Así, a título ilustrativo, las diez cajas más pequeñas presentan unos márgenes de intermediación muy elevado —6% sobre activos medios frente al 5,5% de media del sector—, unos gastos de explotación también muy elevados —4,1% sobre activos medios frente al 3,2% de una media del sector—. Este conjunto de entidades poseen una dimensión mínima (10), y su supervivencia se debe principalmente al acentuado carácter localista en el ámbito provincial, comarcal e incluso municipal. Las propuestas de integración en estos casos suele provenir también de las autoridades económicas, al objeto de forzar una renovación de las estructuras empresariales propiciando la modernización de los métodos de gestión.

---

(7) En este sentido puede consultarse, entre otros, Fanjul, O. y Maravall: *«La eficiencia del sistema bancario español»*. Alianza Editorial, 1985; Lafuente, A. y Salas, V.: *«Concentración y resultado de las empresas en la economía española»*, Cuadernos Económicos de ICE, n.º 22 y 23, 1983; Castells, M. et alia: *«El desafío tecnológico. España y las nuevas tecnologías»*. Alianza Editorial, 1986.

(8) Revell, J.R.S.: *«Tamaño y Papel de los Grandes Bancos»*. Boletín de Estudios Económicos, diciembre, 1987.

(9) Desde 1985 han sido más de 25 las pequeñas cooperativas de crédito que han sido absorbidas por las grandes cajas de ahorro españolas.

(10) Sólo a título de referencia hay que señalar que, según los datos de The Banker, a nivel comunitario la dimensión media de las 32 mayores cajas de ahorro supone el 39% de los grandes bancos, mientras que la dimensión media de este grupo de pequeñas cajas españolas no alcanzan el 2% de los grandes bancos nacionales.

Por último, una tercera causa de la concentración de cajas de ahorro estriba en la búsqueda de nuevos mercados y en la necesidad, por tanto, de incrementar el tamaño empresarial. Pero dentro de esta estrategia se pueden distinguir dos modalidades bien diferenciadas: una de carácter claramente ofensiva y otra intrínsecamente defensiva.

De una parte se encuentran las grandes cajas de ahorro que aspiran a jugar un papel más o menos significativo en el escenario de la banca universal siguiendo en cierto modo el modelo alemán. Teniendo en cuenta que en España existe una estructura del sector en las que las diez primeras entidades absorben el 50,5% del mercado, las perspectivas de operar a escala continental proceden principalmente de este núcleo, bien mediante fusiones entre las mismas grandes entidades (11) bien ejerciendo de líder en procesos de integración con cajas más pequeñas.

De otra parte se encuentran las cajas de ahorro de pequeña y mediana dimensión que, sin aspirar a ejercitar el negocio al por mayor, buscan dominar mercados mucho más amplios. Aunque se ha dado casos a escala provincial, este tipo de estrategia se inserta principalmente en las coordenadas regionales, promovidas a instancia de los gobiernos de las Comunidades Autónomas bajo el objetivo esencial de conservar un sector financiero sobre el que ostentan importantes competencias.

2.2.— Acuerdos de Colaboración

Es bien conocido que como consecuencia de los procesos de globalización de la economía y de la intensificación de la competencia extranjera, se viene dando desde los años setenta un movimiento empresarial hacia estrategias de «joint ventures», entendidas éstas como el establecimiento de acuerdos de colaboración entre dos o más empresas en áreas de producción, distribución, investigación, etc., al objeto de garantizar un crecimiento equilibrado y la supervivencia organizacional (12).

En el campo de las instituciones financieras esta fórmula estrátegica posee un carácter netamente ofensivo y viene a materializarse en un convenio mediante el cual se desarrolla, entre entidades de un mismo país o de países distintos, acciones conjuntas en el ámbito de la representación mutua, participación en sociedades instrumentales (leasing, factoring, capital-riesgo, brokers, etc.), financiación de proyectos internacionales, asistencias en inversiones e intervenciones comunes en los mercados respectivos, etc. Lógicamente, todas estas acciones conjuntas van acompañada a una renuncia a la competencia en las respectivas zonas geográficas de actuación.

Aunque unas de las conclusiones de una encuesta de la European Financial Marketing Association sobre planificación estratégica bancaria para 1992, apunta a que los bancos comerciales europeos parecen más dispuestos a competir directamente que a establecer alianzas, y que por tanto la formación de consorcios financieros en Europa tendería a remitir (13), a nuestro juicio, la fórmula «joint ventures» puede constituir una estrategia de crecimiento apropiada para el sector de cajas de ahorro en España, especialmente para el grupo de grandes cajas que aspiren a conjugar su propia organización y raigambre territorial con una proyección continental (14).

2.3.— Estrategia de especialización.

Contrariamente a las dos anteriores, la estrategia de especialización en segmentos o nichos del

---

(11) Esta alternativa ha encontrado hasta ahora graves obtáculos, derivados principalmente de la ya mencionada «personalidad» de las cajas de ahorro españolas, más acentuada aún en las de mayor dimensión, y de diferentes regiones.

(12) Harrigan, K.R.: *«Joint venture an global strategies. Columbia Journal World Business»,* septiembre: 7-16, 1984; Kogut, B.: *«Why International Joint Venture Suceed or Fail».* V Conferencia Mundial de la Sociedad de Dirección Estratégica, Barcelona, 1985.

(13) Encuesta realizada por la EFMA entre 400 instituciones financieras europeas. Actualité Bancaire, Marzo 1987.

(14) De hecho ya se han materializado algunos casos de acuerdos de colaboración con participación de cajas de ahorro españolas. Sirva como ejemplo el convenio de cooperación financiera y de servicios firmado en marzo de 1989 entre la Caixa de Barcelona y la Caisse Générale d'Epagne et de Retraite de Bélgica.

mercado se configura no como una vía hacia el crecimiento, sino más bien como mecanismo de defensa ante la intensificación de la competencia financiera.

Desde un punto de vista teórico, cabe distinguir entre la especialización de mercado y de producto. No obstante, en el sector de las cajas de ahorro españolas, la especialización posee un carácter principalmente geográfico, ajustándose a la estrategia de distribución local o «networking» con las siguientes características:

a) Actuación en áreas geográficas de escasa dimensión (comarcas y provincias), aprovechando el fuerte arraigo local.

b) Producción a bajo coste, basada en activos financieros tradicionales dirigido principalmente a las economías domésticas, pequeñas y medianas empresas y sector público local.

c) Prestación de servicios muy personificados.

A tenor de lo señalado anteriormente sobre la estructura actual de las cajas de ahorro en España, la elección de esta estrategia de especialización corresponde a entidades pequeñas y medianas bien saneadas y no inmersas en los ya mencionados procesos de concentración a nivel regional.

A nuestro juicio, este tipo de entidades pueden encontrar expectativas favorables respecto a esta estrategia de especialización, por dos motivos diferentes.

De una parte por las barreras de protección que hasta ahora han dificultado poderosamente la competencia de la banca internacional en el negocio al por menor. Estas barreras consisten principalmente en:

— Las distintas concepciones y reglamentaciones legales respecto a productos y servicios financieros concretos: cheques, letras de cambio, pagarés de empresas.

— La diversidad en los hábitos bancarios de la clientela individualizada.

— La fuerte inversión en capital físico —inmuebles para sucursales y equipos bancarios— que la banca internacional tendría que realizar para hacer frente a la densa red de oficinas de las cajas de ahorro en España.

De otra parte, las expectativas favorables se derivan del alto grado de viabilidad que puede gozar una estrategia de especialización financiera en una economía como la española. En efecto, los fuertes desequilibrios territoriales y el alto nivel de paro que caracteriza a muchas regiones europeas en general y españolas en particular, hace que se estén planteando cada vez con mayor intensidad modelos de crecimiento económico de «abajo-arriba», basados en programas endógenos de desarrollo local. Los denominados procesos de industrialización difusa y la potenciación de las iniciativas locales de creación de empleo, pueden configurar un mercado especialmente atractivo para las cajas de ahorro «especializadas», por las siguientes razones:

a) Poseen un gran conocimiento del mercado, especialmente en las zonas rurales con bajo nivel de rentas donde apenas se proyectan la gran banca nacional e internacional.

b) Históricamente las cajas de ahorro han representado los intereses económicos locales, materializándose dicha representación incluso jurídicamente en los órganos rectores de las entidades.

c) Como consecuencia de lo anterior, las cajas de ahorro poseen una fuerte relación financiera con el sector público local, lo que facilita su intervención en las inversiones propias de los programas de desarrollo en este campo.

2.4.— La integración indirecta

Como una vía intermedia entre las estrategias ofensivas y defensivas surge la fórmula de integración indirecta o de asociacionismo en torno a un ente aglutinador similar al modelo alemán de los Landesbanks. Dicho ente podría centralizar por él mismo o a través de la creación de las correspondientes sociedades instrumentales, las operaciones y servicios financieros que requieren una gran estructura empresarial: préstamos sindicados a gran escala, asesoramiento de grandes empresas, ingienería financiera, etc. Lógicamente, ello permitiría, al igual que ocurre en Alemania, com-

patibilizar el negocio al por mayor con la estrategia de especialización geográfica principalmente para las cajas de ahorro pequeñas y medianas que persiguen la supervivencia de su identidad jurídica y organizativa.

En España, esta estrategia presenta ventajas adicionales específicas tanto desde una perspectiva teórica como a tenor de la realidad actual del sector. De forma esquemática estas ventajas se circunscriben a los siguientes puntos:

1.— Evitación de los elevados costes que conllevan las estrategias de fusiones y absorciones, tanto en términos de deseconomías de organización a corto plazo, como en términos de costes laborales.

2.— Ante la diversidad de productos y servicios financieros existentes en el mercado es fácil de conseguir economías de alcance («scope economies») a través de una articulación funcional semejante a los denominados «grupos financieros».

3.— Ya existe de hecho en España una importante infraestructura organizativa territorial formada por 15 Federaciones Regionales. Entre las finalidades que se le encomienda a estas entes regionales, se encuentra la de promover y coordinar la prestación de servicios técnicos y financieros de las entidades federadas. Sin embargo, a pesar de que en España todas las cajas de ahorro se hayan integradas en las distintas federaciones, esta estructura territorial posee, en la mayoría de los casos, un carácter puramente formal vacio de contenido.

4.— La estrategia de «integración indirecta» puede rebasar el ámbito regional y alcanzar una esfera de actuación a nivel nacional y comunitario. La configuración actual de los órganos representativas de las cajas de ahorro permiten prever, a medio y largo plazo, una estructura operativa de carácter piramidal asentadas sobre las siguientes bases (15):

a) Agrupación de Cajas de Ahorro de la Comunidad Europea: Coordinación para la realización conjunta de operaciones en los mercados financieros internacionales, participación en las empresas brokers o dealers de ámbito europeo, y conexión de las entidades representadas con los circuitos y organismos de financiación comunitaria.

b) Confederación Española de Cajas de Ahorro: intermediación en la canalización y distribución de los fondos estructurales comunitarios (FEOGA, FEDER y FSE), en las operaciones del Banco Europeo de Inversiones dirigidos al desarrollo regional y las operaciones de préstamo y empréstitos correspondientes a los Nuevos Instrumentos Comunitarios.

c) Federaciones Regionales: coordinación de las cajas pequeñas y medianas bajo el modelo de grupo financiero promovedor de sociedades instrumentales.

Pero junto a estas posibles ventajas de la integración indirecta, también se puede señalar algunos obstáculos que, de hecho en España, han impedido hasta ahora el desarrollo de esta estrategia.

En primer lugar, a tenor de la experiencia reciente, las grandes cajas de ahorro españolas se han desvinculado de cualquier fórmula de asociacionismo colectivo, optando por una estrategia de crecimiento individual. Ello constituye un serio inconveniente para dotar de contenido a las Federaciones Regionales habida cuenta que esas entidades son en general las más dinámicas y las que mayor peso ostentan en los actuales organismos de representación. En segundo lugar, las cajas pequeñas y medianas tampoco tienen en España una fuerte tradición de cooperación en grupo, debido a su acentuada «introversión» y «personalidad local».

Lógicamente, la superación de estos obstáculos requiere una importante dosis de voluntad política, tanto por parte de las autoridades económicas a escala nacional y regional, como por parte de los máximos responsables de los organismos federativos existentes. No obstante, en cualquier caso, una estrategia de asociacionismo operativo en las cajas de ahorro pequeñas y medianas debe plantearse a medio y largo plazo y obligar a las entidades miembro a acometer los procesos de modernización tecnológica y renovación organizativa que actualmente exigen las condiciones del mercado.

---

(15) No se hace referencia al Instituto Internacional de Cajas de Ahorro, creado en 1925, por la gran diversidad y escasa cohesión existente, de cara a una hipotética cooperación operativa, entre las 3.200 cajas de ahorro del mundo.

«NUEVOS PRODUCTOS FINANCIEROS» Y TRASCENDENCIA EN EL SISTEMA FINANCIERO ESPAÑOL

Gerardo Terrón Muñoz

1.— FENOMENOS INTERNACIONALES QUE INCIDEN DIRECTAMENTE EN LA INNOVACION DE LOS MERCADOS FINANCIEROS

1.— La securitización (garantización) (tituvaloración).
2.— La innovación financiera - Banca extranjera.
3.— La automatización.
4.— La deregulation (liberalización).
5.— Intercionalización.

De ellos, la internacionalización fue el fenómeno más importante consistente en superar las barreras financieras nacionales, mediante las Emisiones de Eurobonos y el fortalecimiento del Euromercado.

Hasta los 50, los bancos del mundo entero ejercían lo fundamental de su actividad a partir de sucursales establecidas en territorio nacional. En los 60, los bancos americanos empezaron a moverse y seguir a sus principales clientes, instalándose en las principales plazas financieras del mundo, incrementando sus operaciones, creándose el euromercado.

En los años 70, se unieron los bancos europeos a este fenómeno, basando su desarrollo en los mercados internacionales.

Posteriormente surgió el fenómeno de la desintermediación, es decir, la intervención cada vez menos frecuente de los grandes emisores en los mercados internacionales; en efecto, las multinacionales así como las Autoridades Públicas percibieron que podían dirigirse directamente a los poseedores de fondos teniendo los bancos que adaptarse a esa evolución sustituyendo su papel tradicional de intermediario por el de experto en los mercados financieros.

La concentración, consecuencia subsiguiente de los fenómenos anteriores, sólo los intermediarios financieros de una cierta dimensión podrán desempeñar un papel importante en el plano internacional, dándose movimientos y reagrupamientos a nivel internacional y nacional a los que hoy día estamos asistiendo.

En este período tuvo lugar la desespecialización que evolucionó hacia la deregulation (liberalización). Los bancos observaron que para obtener beneficios debían ampliar su gama de actividades y por tanto tenían que luchar contra las reglamentaciones y encorsamientos institucionales, produciéndose una división en la actividad bancaria, entre «banca al por menor» y «al por mayor», mediante la segmentación del mercado.

La desregulación no consiste en absoluto en una disminución de las garantías jurídicas, se trata de la desregulación en sentido económico que se traduce en una mayor flexibilidad en la actuación de los operadores. Al mismo tiempo que se flexibilizan las concesiones de intermediación y se potencia la interrelación entre los diversos sectores del mundo financiero.

Surge entonces, la securitization (tituvaloración), nueva dimensión que tomó la desintermediación los bancos en vez de prestar dinero directamente a sus clientes, ponen a disposición de éstos su capacidad y nombre para encontrar fondos en el mercado financiero, otorgando líneas de crédito, en caso de que el papel emitido por el cliente no encuentre tomador en la totalidad. El inversor

para su seguridad necesita conocer al emisor; apareciendo el Rating, y dentro de él, el más fiable de STANDARD AND POOR.

Innovación

Este fenómeno provocó el nacimiento de una extensa serie de instrumentos como los NIF, FRN'S, SWAP'S, CONTRATOS DE FUTUROS, con la idea fundamental de eliminar riesgos (cobertura), operaciones que son propias de la «banca al por mayor».

Esto no significa que los retail banking (al por menor) (Banco Meridional), «no hayan estado al loro», sus principales novedades han venido por el lado de la automatización, introducción masiva de tecnología, fundamentalmente tecnología electrónica, disminuyendo esta los costes y haciendo mucho más eficaz la gestión de tesorería y la contabilidad en general, mejorando en medida muy importante los servicios ofrecidos, particularmente los medios de pago (cajeros automáticos —ATM—, tarjeta de plástico, inteligentes, TPV), CASH—MANAGEMENT, HOME—BANKING.

2.— INNOVACION FINANCIERA EN ESPAÑA

Nuevos Productos:

1.— Innovación relativa al control monetario, instrumento sucesivamente a través de Bonos del Tesoro, Préstamo de Regulación Monetaria, Certificados de Depósitos del Banco de España y operaciones con Pagarés del Tesoro.

2.— Innovaciones del Sector Público:

— Nuevas modalidades de Deuda a medio plazo, materializadas en Bonos del Estado, Obligaciones del Estado.

En 1977, las emisiones del Estado no superaron los 20.000 millones de pesetas y ya en el año 1984, había 290.000 millones de pesetas.

— Pagarés del Tesoro, cuyas emosiones se iniciaron en el 1982, alcanzando en 1985 un saldo vivo de 4,8 billones y en 1986 P.T. 6,7 billones.

La evidencia demuestra que el P.T. no desempeña actualmente el papel de instrumento de gestión de tesorería del mercado interbancario, sino más bien un refugio fiscal de escasa rentabilidad, como confirma el B.O.E. del 31 de mayo de 1989.

— Las Letras del Tesoro: se han convertido en la estrella de las inversiones nacionales y extranjeras. Surgieron en 1987, habiendo recibido diferentes retoques legales desde su concepción inicial.

Innovaciones del Sistema Crediticio.

— Captación de recursos a través de nuevos tratamientos como bonos a interes variable (FRN), efectos propia financiación, pagarés bancarios (AFRO), Bonos convertibles.

— La cesión de préstamos.

— Créditos referenciados sobre el MIBOR, los créditos sindicados en pesetas o divisas, en 1988 ascendieron a 1,8 miles de millones de dolares, ocupando la Banca un lugar destacado con 9.040 millones (Yen y $).

— Introducción del Sistema de Anotaciones en Cuenta y el Mercado Telefónico del Banco de España.

Otras innovaciones.

— Pagarés de Empresa (Commercial paper), la 1.ª emisión fue en 1982. Se definen por su uso, son un elemento abaratador del pasivo por su carácter económico, crédito movilizable y divisible para vender al menudeo, su colocación es mediante subasta, como los Pagarés del Tesoro (Sevillana, institución muy activa).

Sus competidores son principalmente las Letras del Tesoro y los pactos de recompra (Repos) de la deuda en anotaciones en cuenta, estando su futuro ligado a la promoción que del mismo realicen el Sistema Bancario.

La tendencia lógica en el mercado de pagarés de empresa nos lleva a una mayor información, transparencia y catalogación de las emisiones. Es necesario el surgimiento de empresas de rating en España con suficiente prestigio que permitan el conocimiento de las emisiones.

Aspectos, tales como:

— Definición de grados de solvencia mínimos.

— Realización de una jerarquización de los mismos, en función de su calidad.

Volumen emitido en 1988, 1.000 millones de $, destacamos la reciente emisión de la Compañía Sevillana de Electricidad.

— Instrumentos Financieros Mercado Hipotecario.

— Combinación de productos de seguro y bancario, surgiendo lo que se ha llamado endowment, de gran incidencia en el mercado hipotecario.

— La reforma del Mercado de Valores, con la introducción del Mercado Continuo.

En España, es a principio de 1987, cuando expertos bancarios empezaron a estudiar como organizar la operativa de los futuros de tipos de interés o fras (forward rate agrements).

Al mismo tiempo, a principios de 1988, otro mercado el de swaps de tipos de interés comenzó a organizarse. Reforzándose la innovación financiera, con la creación del (MEFF) mercado de futuros y opciones de Barcelona.

El FRA, o acuerdo de tipo de interés futuro es un contrato entre dos partes que intetan protegerse mutuamente contra movimientos adversos de los tipos de interés.

Ambas partes acuerdan un tipo de interés para un período de tiempo específico, a contar desde una fecha futura señalada en el contrato, para un determinado importe de moneda.

Estas operaciones las podemos comparar a una apuesta, quien la pierde, paga por la diferencia entre el tipo apostado (fijado en contrato) y el real del mercado, todo ello sobre una cantidad previamente establecida y sin que se produzca intercambio alguno de principal.

El tipo de referencia es de vital importancia, siendo indiscutible, para ello se ha establecido un mecanismo por el que un conjunto de entidades, de las más activas del mercado monetario introducen, diariamente y antes de las nueve y media de la mañana sus precios fra, en la pantalla de telerate y/o reuter, hallándose un tipo medio que sirva de referencia para los contratos fra.

Sus utilizaciones son muy numerosas por parte de las entidades financieras:

Estimar anticipadamente posibles precios de futuros adquisiciones de activos, cobertura ante una situación en que los activos sensibles no se corresponden con los pasivos sensibles, cobertura de una emisión hasta su colocación en el mercado, colocaciones de depósitos a plazo, etc.

En definitiva, se trata de garantizar un tipo de interés en el futuro.

Estos mercados, además de la función de cobertura, ya comentada pueden actuar como agentes especulativos, incidiendo esta faceta en el desarrollo de mercados secundarios de futuros, espacio que ocupa la figura del especulador o creador de mercado y que realizan mediante el arbitraje.

Todos los contratos de futuros conllevan un riesgo de contrapartida, es decir, la posibilidad de que la otra parte incumpla los términos pactados o desaparezca, subsanado mediante el establecimiento de unas garantías. Además los contratos de futuros no se contabilizan en el balance, sino en cuentas de orden, no cubriendo coeficientes de recursos propios.

Finalmente los swaps de tipos de interés, al igual que los fras, están pensados para cubrir riesgos de interés originados tanto por operaciones de activo como de pasivo. Consiste en que cada

parte asume el riesgo de la otra intercambiándose ambas sus flujos monetarios en el tiempo, sin producirse movimientos de principal.

Su operativa es muy fácil, contratándose telefónicamente y confirmándose la operación entre los agentes vía telex. Muy utilizados por las financieras (Potenciales usuarios de swap y futuros con las compañías de seguros y los fondos de pensiones).

Futuros.

El contrato de Futuros, se define como un acuerdo legal transferible y estandarizado, para hacer entrega o recibir una cantidad determinada de una mercancía de una cierta calidad, en un punto específico, en el futuro, a un precio determinado en el momento en que se llega al acuerdo.

«La oferta y la demanda» determinan un precio presente al que se cumplimentará la operación en el futuro, pudiendo negociarse toda clase de activos, fundamentalmente:

— Materias primas.
— Títulos bursátiles.
— Instrumentos financieros (normalizados).
— Divisas.

Opciones.

Surgen frente a los riesgos del tipo de cambio y de tipo de interés, y su desarrollo dependerá del dinamismo de las entidades financieras, de las propias empresas, de los intermediarios y brokers.

Una opción es una transacción en la que una parte compra (buyer) y la otra vende (writer), el derecho (no la obligación) a entregar a un precio acordado (strike price) un instrumento preestablecido, un intercambio por otro, igualmente especificado previamente en una fecha futura.

Tipos de contratos de opciones:

— Call option, derecho de comprar una cantidad fija de títulos o (unidades de...) instrumentos financieros de que se trate a un precio fijado y a una fecha futura.

— Put option, derecho de vender una cantidad fija de títulos o (unidades de...) instrumentos financieros de que se trate a un precio fijado y a una fecha futura.

Elementos de un contrato de opción:

1.— El tipo de opción (call-put)
2.— Nombre del valor (o tipo de instrumento financiero).
3.— Fecha de vencimiento (americana o europea).
4.— Precio de ejercicio de la opción (strike price).

Nuevas Instituciones.

El surgimiento de nuevas instituciones está relacionado e incide directamente en el proceso innovador del Sistema Financiero, en cuanto a agentes de venta y promotores de nuevos productos, como las sociedades de leasing, factoring, las sociedades de crédito hipotecarios, los fondos de inversión mobiliaria y de dinero y más recientemente el nuevo mercado de futuros español.

El mercado de futuros se inicia con la normativa referentes a las inversiones españolas en el exterior, O.M. de 26 de mayo de 1987 y 19 de diciembre de 1988.

Es el 18 de junio de 1988, cuando se produce la primera incorporación de estos instrumentos financieros a nuestro propio país, mediante la circular 9/88 del Banco de España, que regula por primera vez las opciones sobre divisas, que no se negocian en un mercado organizado, quedando pendientes la introducción de los futuros y el resto de opciones, su incorporación se produce a través de la resolución del 21 de marzo de 1989, de la Dirección General del Tesoro y Política Financiera, sobre operaciones a plazo, a futuros y opciones sobre deuda del Estado anotada.

Esta disposición autoriza la contratación a plazo con particulares y prevee el establecimiento de un sistema de compensación y liquidación que permite su contratación.

El contrato será al menos de 100 millones de pesetas y para que accedan los particulares será mediante una entidad gestora.

Han sido regulados dos posibles contratos-tipo de futuros y uno de opciones:

1.— La compra-venta aplazada (simple o con pacto de recompra) de Deuda Pública anotada.

2.— La negociación de un valor nacional o una cesta de valores, también a plazo.

Y el contrato de opciones regulado consiste en la posibilidad de comprar o vender la opción de cualquiera de los dos contratos de futuros regulados.

2.1.— Factores que inciden en la proliferación de nuevos productos.

1.— Rápidos avances tecnológicos (tratamiento de la información y comunicaciones), haciendo posible una competencia más amplia, más productos, más agentes. Conduciendo a una reducción de costes.

2.— Elevación tipos de interés, volatilidad tipos de cambio, la generalización de tasas de inflación, han respaldado el desarrollo de mercados como los de futuros financieros y opciones, con la función de cobertura.

De igual modo, la Banca ha alentado los préstamos a tipo de interés variable.

3.— La incidencia negativa de la Deuda Exterior de numerosos países.

Las instituciones bancarias, se han interesado crecientemente en operaciones fuera de balance, que les reportaba excelentes comisiones, adentrándose en la organización de operaciones como RUF, NIF, etc., emisiones de papel comercial aceptando unos procesos de desintermediación y securitización.

4.— La gran influencia de los Gobiernos, motivada por:

— Las necesidades de financiación (déficits) ampliando la gama de sus activos emitidos.

— Importante proceso de desregulación, supresión de controles sobre los tipos de interés y coeficientes obligatorios, revisiones sobre productos financieros (warrats, swaps), tendiendo a reducir los controles de cambios sobre los movimientos de capitales. En general los Gobiernos han alentado el desarrollo de los mercados monetarios en la idea de conseguir sistemas financieros más competitivos y eficientes.

Un sistema financiero más libre y competitivo es también más vulnerable, la proliferación de instrumentos y mercados que permiten a los agentes desplazar riesgos, no implica una reducción del grado total de riesgos contenido en el sistema. Planteándose riesgos de cogestión, fallos de sistema electrónico, la desintermediación y securitización pueden afectar a la calidad media de la cartera de préstamos y créditos.

Además, el aumento de las operaciones fuera del balance, suscita problemas de información de riesgos al Banco de España.

3.— TRASCENDENCIA EN EL SISTEMA FINANCIERO ESPAÑOL

Estos fenómenos internacionales, en nuestro país, fueron generadores de diversos instrumentos de captación de ahorro por parte del sector público, y finalmente inductores de la liberalización del Sistema Financiero.

La innovación financiera se ha centrado en procurar una reducción en los costes de intermediación (desintermediación).

Las limitaciones impuestos a la Banca Extranjera contribuyeron a desarrollar el mercado interbancario, convirtiéndose en motor de innovaciones a través de los créditos a tipo de interés variable, las letras y pagarés de empresa, en general, la actividad de diseño y asesoramiento (colocación, aval y aseguramiento) en los mercados de títulos emitidos por otros agentes.

Avances recientes:

Liberalización completa de los tipos de pasivos del sistema bancario, la flexibilización del control de cambios, que ha afectado al régimen de autorizaciones de inversiones por no residentes, ductilidad de los coeficientes de inversión y caja.

La estructura de fuentes de servicios financieros parece destinada a experimentar una profunda transformación, debida fundamentalmente a la alteración del propio negocio de la intermediación financiera, tendiendo al concepto amplio de servicio, para mejorar la cuenta de resultados (empresa de servicios en sentido amplio). Siguiendo con las tendencias en otros mercados financieros más desarrollados, la demarción entre las actividades de los distintos agentes que concurran en los mercados financieros tienden a difuminarse.

Conclusiones.

1.— Las innovaciones financieras generadas por el sector público han sido los que han provocado alteraciones de carácter más permanente.

2.— Los costes de intermediación financiera se reducen por dos factores fundamentales:

a) Por permitir a los tomadores de créditos acceder a mayor cantidad de medios y mercados financieros.

b) Permite que ciertas instituciones exploten sus ventajas comparativas.

3.— Los nuevos instrumentos financieros facilitan el arbitraje entre mercados de diferentes países, tendentes a reducir las imperfecciones del mercado.

4.— Ciertos instrumentos y técnicas contribuyen a reducir costes.

5.— Varios instrumentos y técnicas contribuyen a reducir costes.

6.— Las innovaciones financieras facilitan la creación de mercados secundarios, que contribuyen a la gestión.

7.— Mayor cobertura de las necesidades financieras de los tomadores y contribución al aumento de la cultura financiera.

8.— Pérdida de la importancia de la distinción formal entre intermediación en el mercado bancario y en el mercado de capitales.

9.— La innovación financiera permite que ciertos servicios tradicionales sean prestados por proveedores no tradicionales.

10.— Los costes financieros presentan hoy una mayor incertidumbre que en el pasado. Las entidades financieras han tendido a desarrollar instrumentos que vinculan sus productos de activo con sus pasivos cubriendo los riesgos en lo posible.

11.— La Banca extranjera ha sido la protagonista de la innovación financiera, tanto en activo como en pasivo.

12.— El uso de las nuevas tecnologías en el sistema de distribución financiera puede servir a dos estrategias, reducir costes en operaciones de caja o ser instrumento de competencia.

13.— Gran parte del ahorro se va a canalizar hacia productos de previsión y de seguro, necesitando un fuerte impulso de marketing.

14.— Transformación del personal bancario en vendedores.

La innovación de productos en España, cuenta con una serie de escollos, como:

1.— La estrechez del mercado.

2.— La financiación del Tesoro que a través de sus propias emisiones (P.T. y L.T., Bonos del Estado y Obligaciones del Estado, etc.) pueden llegar a saturar el mercado.

3.— Rigidez del marco jurídico nacional.

Estos frenos han influido sobre todo en los instrumentos de cobertura (Swap, FRA'S, etc.) donde el avance ha sido casi nulo. No así, en el mundo de la financiación (Préstamos y créditos sindicados) ganando flexibilidad y eficacia.

Siguiendo la filosofía del Sr. Gorría Cortázar, la innovación debe entenderse, como el conjunto de acciones que desarrolla una empresa para conseguir ventajas competitivas en su mercado, frente a la competencia.

Los productos son una parte de las amplias posibilidades de innovación que tiene una empresa, además de:

— La comunicación de la utilidad de un producto.
— La definición del cómo vender.
— Planteamiento del canal de distribución.

De igual modo, no se está limitando el mundo financiero, sino que está pasando a campos parafinancieros como medio de aprovecharse de las sinergias que se derivan de la red de oficinas y de una extensa base de clientela, como el factoring, los seguros, etc.

De otro lado, la banca extranjera nos ha enseñado como es posible trocear un mercado maduro dirigiéndose a unos segmentos concretos, en los que pueden alcanzarse ventajas competitivas, mediante la segmentación del mercado, y acto seguido su especialización.

De todo el proceso de innovación, la decisión más complicada, es definir cómo llegar al cliente mediante un nuevo concepto de oficina financiera, la inclusión de tecnología en las mismas e inclusión de nuevas técnicas, como el scoring.

Todos estos elementos originados, por los fenómenos que han marcado el inicio del proceso innovador exigen de igual modo la adopción de nuevas técnicas de dirección.

La introducción, aplicación con rigor del marketing, la definición y análisis del mercado, el establecimiento de estrategias flexibles tratando de no realizar planteamientos encorsetados de la actividad financiera, fomento de la formación de sus agentes de ventas invirtiendo en tecnología e introduciendo la ingeniería financiera, como elemento diferenciador ante la competencia, incentivando la trasparencia y la calidad del servicio, caminando en dirección al asesoramiento y satisfacción de las necesidades del cliente en sentido amplio. Es decir, ir con los nuevos tiempos, siendo conscientes de que el negocio en el Sistema Financiero ha dejado de ser la intermediación clásica ocupando su lugar cada día con más fuerza el asesoramiento, en una actividad que ha pasado a llamarse «la industria de servicios financieros», que en su desarrollo utiliza elementos de muy diferente procedencia como seguros, viajes, artículos del hogar, etc.

MONETARY POLICY AND THE SPANISH BUSINESS CYCLE

Adolfo Castilla
Peter Pauly
Universidad Autónoma de Madrid
University of Pennsylvania

ABSTRACT

The purpose of this paper is to test alternative models of the effect of discretionary monetary policy on the business cycle with Spanish data. Specifically, we develop a small scale model that encompasses versions of the standard «Keynesian» model, the «New Classical» model and the «New Keynesian» approach. Within this framework, the methodology involves a series of tests of the unrestricted version of the model against various restricted alternatives. The standard problem of observational equivalence is avoided through specific identifying assumptions. The results inambiguously reject the restrictions imposed by both the «New Classical» and the «New Keynesian» model. The evidence is, however, not sufficient to choose between a traditional Keynesian specification and various hybrid models.

1.— INTRODUCTION

Over the past decade or so, the theory of the business cycle has undergone rather significant changes. Following the challenge of the real business cycle school (Lucas (1972), (1975)), Barro (1981a), Long and Plosser (1983), Eichenbaum and Singleton (1986) McCallum (1987), King, Plosser and Rebelo (1988) and the subsequent focus on the role of intertemporal substitution mechanisms (Barro (1981b), Barro and King (1984), Mankiw, Rotemberg, and Summers (1985)), the attention of a large part of the profession has shifted back to theories that are more Keynesian in spirit; see the reviews in McCallum (1986), Fischer (1988), and Mankiw (1989) as well as the exchange between Prescott (1986) and Summers (1986).

To a large extent, the past (and on going) controversy has been concerned with the potential effects of discretionary monetary policies on short-term fluctuations of real variables. While the standard keynesian paradigm rests, of course, on the assumption of a direct effect of current and lagged policies on real variables, concepts such as the «New keynesian» or the «New Classical» model attach cyclical effects only to policy surprises. The former is best represented by a version of Fischer's (1977) model with multiple overlapping nominal wage contracts, possibly with the additional assumptions of imperfect informations and ther existence of 'menu costs'; more recent versions of this approach can be found in Taylor (1980) or McCallum (1980, 1986). The «New Classical» approach builds on the imperfect information «islands paradigm», and has most extensively been analyzed by Lucas (1972) and Barro (1976, 1980), among many others. The real business cycle model and models relying on intertemporal substitution effects focus entirely on the propagation of real shocks such as changes in preferences and technologies and do, of course, not allow for any monetary effects on real variables. For an excellent review of these issues see Blanchard (1989).

Apart from the substantial intrinsic importance of these theoretical issues, it is certainly of interest to economists and policymakers to examine which of these models can best explain the observed macroeconomic time-series data. Much time and effort has been devoted over the past years to construct new classical models suitable for empirical testing (Sargent (1976), Barro (1977, 1981), Barro and Rush (1980), Mishkin (1983), among others). In all these models, the basic research strategy

has been to capture the effects of current and lagged unanticipated money on real variables, and to test the hypothesis that anticipated money provides no additional explanatory power. Such a methodology is obviously most useful in testing the New Classical model against a traditional Keynesian model as its nearest alternative. The problem of observational equivalence, which is already present in these studies, turns out to be much more difficult to deal with in the case of tests of the New Classical model against the New Keynesian model; for a discussion of these issues see e.g. Buiter (1983). Any econometric technique will have difficulties to distinguish between theories which involve expectational variables that differ only with regard to the timing of the conditioning set. In Weber (1981) it is pointed out that in this type of comparison the prior knowledge of lag lengths in the output equation and in the univariate money process is not sufficient to identify the competing models. Instead, identification requires the presence of a third variable which directly affects the money stock process but does not directly affect the output equation. That will be the strategy employed subsequently.

It is the purpose of this paper to provide a comparative evaluation of the relative strengths of these competing paradigms when applied to the Spanish economy, based upon identifiable and testable restrictions on a generic reduced form representation. As it turns out, the comparison of an unrestricted reduced form of a simple consistent expectation model for short-run deviations from trend activity against a number of restricted alternatives can be interpreted usefully in this context, conditional only on mild prior specification assumptions.

The paper is organized as follows. In section 2 we outline the basic structure of our model and the test procedure. Section 3 contains our empirical results. In section 4 we summarize our findings and indicate directions for future research.

2.— THE MODEL

In the following section, we shall attempt to test empirically the validity of various potential explanations of the effect of monetary disturbances on the business cycle. As an alternative to structural model specification, the analysis will be couched in terms of an unconstrained reduced-form model that allows for both anticipated and unanticipated effects of discretionary monetary policies on short-term fluctuations of real variables.

Our analysis will be based on the following generic reduced form, applicable to a wide class of policy models:

$$(1)\quad Y_t = \sum_{i=0}^{m} b_i \left[X_{t-i} - E_{t-i-1} X_{t-i} \right] + \sum_{j=2}^{n} c_j \left[X_t - E_{t-j} X_t \right] + \sum_{k=0}^{p} a_k E_{t-k-1} X_{t-k} + u_t$$

$$(2)\quad X_t = \alpha(L) X_{t-1} + \delta(L) Z_{t-1} + v_t$$

$$(3)\quad Z_t = \beta(L) Z_{t-1} + w_t$$

where

$$\alpha(L) = \alpha_0 + \alpha_1 L + \ldots + \alpha_q L^q$$
$$\delta(L) = \delta_0 + \delta_1 L + \ldots + \delta_r L^r$$
$$\beta(L) = \beta_0 + \beta_1 L + \ldots + \beta_s L^s$$

are polynomials in the lag operator. Here Y denotes the real endogenous variable of interest, X is the vector of policy variables, and Z is a vector of (weakly) exogenous non-policy variables. The distur

bances are white noise processes with zero cross-equation convariances. $E_{t-j}\ X_{t+i}$ denotes the conditional expectation of X_{t+i}, based on information dated t-j or earlier.

It is easily that under appropriate parametric restrictions the model (1) - (3) contains a wide class of alternative models as special cases. In particular, we can identify the theoretical paradigms which are of interest in the present context as follows:

— *New Classical* : $c_j = 0$ (j=2,..., n); $a_k = 0$ (k=0,..., p)
— *New Keynesian* : $b_i = 0$ (i=1,..., m); $a_k = 0$ (k=0,..., p)
— *Keynesian* : $b_i = 0$ (i=0,..., m); $c_j = 0$ (j=2,..., n)

The strategy in this paper will be to test these restrictions against the rational expectations version of (1) - (3). It is also of interest to note that the unrestricted version of the model can be tested against hybrid alternatives of the form:

— *not New Keynesian:* $c_j = 0$ (j=2,..., n)
— *not New Classical* : $b_i = 0$ (i=1,..., m)
— *not Keynesian* : $a_k = 0$ (k=1,..., p)

While not of interest to the theorist, these composite hypotheses may well be relevant empirical constructs in that it is certainly possible that all three models are rejected by the data, while some intermediate model will be accepted. That kind of information is just as useful from the practical point of view.

The actual implementation of the model involves a priori choices of the lag lengths of both the elements in the surprise equation and the processes for X and Z, as well as the order of these processes. It is with the specification is achieved. In the present application, only relatively short time series are available. For that reason, we restrict the lag lengths in the following way: m=n=p=2, and the polynomials in the rag operator α (L), δ (L), and β (L) are of order 1, respectively.

Imposing the rational expectations restrictions we then obtain the reduced form for Y(t) as:

$$(4)\quad Y(t) = \pi_0 X(t) + \pi_1(t-1) + \pi_2 X(t-2) + \pi_3 Z(t-1) + \pi_4 Z(t-2) + m(t)$$

where

$$\pi_0 = b_0 + c_2$$
$$\pi_1 = b_1 + \alpha_0 (a_0 - b_0)$$
$$\pi_2 = \alpha_0 (a_1 - b_1) - \alpha_0^2 c_2$$
$$\pi_3 = \delta_0 (a_0 - b_0)$$
$$\pi_4 = \delta_0 (a_1 - b_1 - (\alpha_0 + \beta_0) C_2]$$

Efficient estimation of this model involves the joint estimation of (2) - (4) by an appropriate system estimator. In the present case, the generalized methods of moments estimator reduces to nonlinear 3SLS. The cross-equation restrictions imposed by the rational expectations assumptions are observed. All lagged endogenous and exogenous variables are used as instruments.

Note that coefficients α_0, δ_0, and β_0 are identified in (2) and (3). The a's, b's and c's are identified for non-zero α_0, δ_0, and β_0. Furthermore, the three restricted models we attempt to estimate imply the following reduced form parameters:

	New Classical	Keynesian	New Keynesian
π_0	b_0	b_0	$b_0 + c_2$
π_1	$b_1 - \alpha_0 b_0$	b_1	$- \alpha_0 b_0$
π_2	$- \alpha_0 b_1$	0	$- \alpha_0^2 c_2$
π_3	$- \delta_0 b_0$	0	$- \delta_0 b_0$
π_4	$- \delta_0 b_1$	0	$- \delta_0 (\alpha_0 + \beta_0) c_2$

The Keynesian is generally observationally inequivalent to the alternatives unless $\beta_0 = 0$, and even then it is not equivalent if the lag lengths are known. If β_0 is not 0, the New Keynesian and the New Classical model are also inequivalent. Tests of the identifying restrictions are based on

likelihood ratio tests as described in Schmidt and Hoffman (1984); see also Pesaran (1987). In addition, Hansen's (1982) test of the implied orthogonality conditions on the reduced form errors can be applied straighforwardly.

3.— EMPIRICAL RESULTS

In this section, we report preliminary estimation results for the model described above based on data for the Spanish economy. Specifically, we define Y= [log (GNP)], X= [log (money supply(M2)], Z= [log (unemployment (rate)]. The data set consists of annual data for the period 1954-1985; all observations for Y and Z are in logs and in deviations from a quadratic trend.

In Table 1 we summarize estimation results for the rational expectations version of the general model as well as for various restricted versions of the model. A (*) next to a coefficient indicates that the estimate has been constrained at this value. The bottom rows give the value of the minimization criterion (a transformation of the log-likelihood) for the system and the Breusch-Pagan Lagrange multiplier (LM) statistic for serial correlation up to order 2 in the reduced form for Y.

The parameter estimates for the exogenous variable processes are all highly significant. In particular, the feedback effect from unemployment to money supply is very strong and of the correct sign. The estimates for both α_0 and β_0 indicate, however, that higher-order processes for these variables are desirable. The parameter estimates of the full rational expectations reduced form are already indicative for the remainder of our results. Only the parameters of the anticipated parts of money supply are significantly different from zero and of the expected sign. Both the «New Classical» formulation and the «New Keynesian» version generate significant effects of the expected direction only if the anticipated parts of M are excluded. However, in both cases this is combined with a significant loss in explanatory power and obvious dynamic misspecification of the GNP process.

Formal hypothesis tests based on likelihood ratios are presented in Table 2. The test is based on the statistic

$$T= n (Q_0 - Q_1),$$

with $Q_i = (1/n)\, f(i)'\hat{S}^{-1} P_z f(i)$, (i=0, 1); for details see Gallant and Jorgenson (1979). Here f(i) denotes the vector of estimated residuals, while $\hat{S}$ represents the estimate of the variance-covariance matrix. P_z is the projection matrix of instruments, i.e. $P_z = Z (Z'Z)^{-1}Z$. Note that $E'HH'E = Q_i /n$.

Here, the restrictions imposed by the «New Classical» and the «New Keynesian» models are clearly rejected. On the other hand, the restrictions implied by the standard Keynesian textbook model cannot be rejected. This provides some evidence in favor of the existence of a persistent non-neutrality in the Spanish economy. On the other hand, the data set at hand does not appear to allow us to further distinguish between a simple Keynesian model and more elaborate hybrid models which combine elements of two or even three competing hypotheses. While the pure «New Classical» and «New Keynesian» models do not appear to be compatible with the data, any combination of our three competitors may be considered an adequate description of the data set at hand.

The comparison between competing hypotheses in the present case can, however, not be based on standard testing procedures alone, since by and large the models are non-nested. In order to evaluate the relative power of alternative models, we report in Table 3 the results for the J-test proposed by Davidson and McKinnon (1981). For a test of H_1: $y= X\beta_1 + e_1$ against H_2: $y= Z\beta_2 + e_2$ we compute the stadistic

$$J= \beta_2' Z'M_{1y}/\sigma (\beta_2' Z' M_1 Z \beta_2)^{1/2}$$

where β_2 is the parameter estimate of the standard error of the regresion, and M_1 is the least squares projection matrix under H_1. Under the maintained hypothesis J is distributed standard-normal (0,1).

Based on the J-test, however, the initial conclusions remain basically unaltered. The horse race between the three basic models is dominated by a version of the Keynesian model that allows for

systematic effects of both anticipated and unanticipated policy shocks. The test statistic is, however, known to be sensitive to the choice of the maintained hypothesis and further analysis may be needed. In the present case, the non-nested tests do corroborate our findings based on classical nested test procedures.

It is certainly worth pointing out again that these results are contingent on a particular prior dynamic specification. The estimation results indicate strongly that a richer dynamic specification would be desirable. Future work must therefore be based on higher-frequency data which would allow for systematic tests of lag structures.

4.— SUMMARY

The purpose of this paper is to test alternative models of the business cycle with Spanish data. Specifically, we develop a small scale model that encompasses versions of the standard «Keynesian» model, the «New Classical» model and the «New Keynesian» approach. The methodology involves test of the unrestricted version of the model against various restricted alternatives. The standard problem of observational equivalence is avoided through specific identifying assumptions. The results unambiguously reject the restrictions imposed by both the «New Classical» and the «New Keynesian» model in favor of traditional Keynesian representations of the effects of discretionary policies. The evidence is, however, not sufficient to choose between a traditional Keynesian specification and various hybrid models. The incremental significance accorded to some of the expectations-related parameters in the model underscores the need to augment the standard Keynesian paradigm with additional elements.

Table 1: Estimation Results

	R.E.	Class.	Keynes.	Neo-K.	Not K.	Not CL	Not N-K
α_0	1.017	1.011	1.017	1.021	1.019	1.017	1.017
	(686.94)	(775.21)	(710.14)	(655.47)	(674.82)	(686.89)	(687.01)
δ_0	-.058	-.043	-.056	-.068	-.064	-.058	-.058
	(8.69)	(8.28)	(8.82)	(10.02)	(10.04)	(8.69)	(8.64)
β_0	1.055	1.054	1.056	1.052	1.042	1.055	1.055
	(52.02)	(51.99)	(52.21)	(52.22)	(62.92)	(52.00)	(52.01)
b_0	.519	1.303	.541(*)	-.846	1.039	.684	.541
	(1.31)	(3.75)		(1.79)	(0.99)	(3.66)	(3.69)
b_1	-.766	.311	-.538(*)	0(*)	4.299	0(*)	.477
	(1.04)	(1.21)			(2.43)		(3.75)
c_2	.224	0(*)	0(*)	-.203	-3.347	-.345	0(*)
	(.40)			(0.92)	(2.46)	(3.50)	
a_0	.519	0(*)	.541	0(*)	0(*)	.490	.511
	(7.60)		(8.63)			(8.51)	(8.55)
a_1	-.517	0(*)	-.538	0(*)	0(*)	-.488	-.509
	(7.52)		(8.54)			(8.42)	(8.46)
E'HH'E	21.85	39.50	22.83	43.46	35.28	23.71	22.32
LM (Y)	2.73	1.11	2.89	.85	.96	3.56	2.88

Notes: t-values in parentheses. Sample period 1954-1985.

Table 2: Quasi-Likelihood Ratio Tests

Hypothesis	Test Statistic	Conclusion
Classical vs. R.E.	119.50 (3) **	Reject CL
Keynesian vs. R.E.	1.40 (3)	Accept K
Neo-Keyn. vs. R.E.	54.74 (3) **	Reject NK
Not Keyn. vs. R.E.	55.29 (2) **	Reject N-K.
Not Class vs. R.E.	0.04 (1)	Accept N-CL
Not Neo-K. vs. R.E.	0.78 (1)	Accept N-NK

Notes: Test statistic based on Gallant and Jorgenson (1979). Number of restrictions in brackets.
* (**) - significant at the 95% (99%) level.

Table 3: Non-Nested Hypothesis Tests

Hypothesis	Test Statistic	Conclusion
CL vs. K	3.10 **	Reject CL
K vs. NK	.97	Accept K
NK vs. CL	1.98 *	Reject NK
N-K vs. CL	2.33 *	Reject N-K
N-CL vs. K	1.11	Accept N-CL
N-NK vs. CL	0.78	Accept N-NK

Notes: Test statistic based on Davidson and McKinnon (1982).
* (**) - significant at the 95% (99%) level.

REFERENCES

BARRO, R.J. (1976), «Rational Expectations and the Role of Monetary Policy», *Journal of Monetary Economics*, 2, 1-32.

BARRO, R.J. (1977), «Unanticipated Money Growth and Unemployment in the United States», *American Economic Review*, 67, 101-115.

BARRO, R.J. (1981a), «The Equilibrium Approach to Business Cycles» in: R.J. Barro, *Money, Expectations, and Business Cycles* (New York: Academic Press).

BARRO, R.J. (1981b), «Intertemporal Substitution and the Business Cycle», *Carnegie-Rochester Conference Series on Public Policy*, 14, 237-268.

BARRO, R.J. and R. King (1984), «Time Separable Preferences and Intertemporal Substitution Models of the Business Cycle» *Quarterly Journal of Economics*, 99, 1984, 817-839.

BARRO, R.J. and M. Rush (1980), «Unanticipated Money and Economic Activity», in: S. Fischer (ed.), *Rational Expectations and Economic Policy*, (Chicago: University of Chicago Press).

BLANCHARD, O.J. (1987), «Why Does Money Affect Output? A Survey» in: B. Friedman and F. Hahn (eds), *Handbook of Monetary Ecomonics*, (Amsterdam: North-Holland), forthcoming.

BOSCHEN, J.F. and L.O. Mills (1988), «Tests of the Relation Between Money and Output in the Real Business Cycle Model». *Journal of Monetary Economics*, 22, 355-374.

BUITER, W.H. (1983), «Real Effects of Anticipated and Unanticipated Money: Some Problems of Estimation and Hypothesis Testing». *Journal of Monetary Economics*, 11, 207-224.

CHAN, L.K.C. (1988), «Unanticipated Monetary Policy and Real Economic Activity». *Journal of Monetary Economics*, 22, 439-459.

DAVIDSON, R. and McKINNON, J.G. (1981), «Several Tests for Model Specification in the Presence of Alternative Hypotheses», *Econometrica*, 49, 781-793.

EICHENBAUM, M. and SINGLETON, K.J. (1986), «Do Equilibrium Real Business Cycle Theories Explain Postwar U.S. Business Cycles», *NBER Macroeconomics Annual*, 1, 91-135.

FISCHER, S. (1977), «Long-Term Contracts, Rational Expectations, and the Optimal Money Suply Rule», *Journal of Political Economy* 85, 191-205.

FISCHER, S. (1988), «Recent Developments in Macroeconomics», *Economic Journal*, 98, 294-339.

GALLANT, A.R. and JORGENSON, D.W. (1979), «Statistical Inference for a System of Simultaneous, Nonlinear, Implicit Equations in the Context of Instrumental Variables Estimation», *Journal of Econometrics*, 11, 275-302.

HANSEN, L.P. (1982), «Large Sample Properties of Generalized Method of Moments Estimators», *Econometrica*, 50, 1.029-1.054

KING, R.G., PLOSSER, C.I. and REBELO, S.T. (1988), «Production, Growth, and Business Cycles», *Journal of Monetary Economics*, 21, 195-232 (pt. I) and 309-341 (pt. II).

LONG, J.B. jr. and PLOSSER, C.I. (1983), «Real Business Cycles». *Journal of Political Economy*, 91, 39-69.

LUCAS, R.E. jr. (1972). «Expectations and the Neutrality of Money». *Journal of Economic Theory*, 4, 103-124.

LUCAS, R.E. jr. (1975), «Methods and Problems in Business Cycle Theory», *Journal of Money, Credit, and Banking*, 12, 696-715.

LUCAS, R.E. jr. (1987), *Models of Business Cycles*, (Oxford: Basil Blackwell).

MMANKIW, N.G. (1989), «Real Business Cycles: A Neo=Keynesian Perspective», *Journal of Economic Perspectives*, forthcoming.

MMANKIW, N.G., J.J. Rotemberg, and L.H. Summers (1985), «Intertemporal Substitution in Macroeconomics», *Quarterly Journal of Economics*, 100, 225-251.

McCALLUM, B.T. (1986), «On 'Real' and 'Sticky-Price' Theories of the Business Cycle», *Journal of Money, Credit, and Banking*, 18, 397-414.

McCALLUM, B.T. (1987), «Real Business Cycle Models», in: R.J. Barro (ed.), *Handbook of Modern Business Cycle Theory*, (Amsterdam: North-Holland), forthcoming.

MISHKIN, F.S. (1983), *Testing Policy Ineffectiveness and Efficent Markets Models*, (Chicago: University of Chicago Press).

PAGAN, A.F. (1984), «Econometric issues in the Analysis of Regressions with Generated Regressors», *International Economic Review*, 25, 221-247.

PESARAN, M.H. (1987), *The Limits to Rational Expectations* (Cambridge: Cambridge University Press).

PRESCOTT, E.C. (1986), «Theory Ahead of Business Cycle Measurement», *Federal Reserve Bank of Minneapolis Quarterly Review*, Fall 1986, 9-21.

ROTEMBERG, J.J. (1987), «The New Keynesian Microfoundations», *NBER Macroeconomics Annual*, 2, 69-104.

SARGENT, T.R. (1976), «The Observational Equivalence of Natural and Unnatural Theories of Macroeconomics», *Journal of Political Economy*, 84, 631-640.

SUMMERS, L.H. (1986), «Some Skeptical Observations on Real Business Cycle Theory», *Federal Reserve Bank of Minneapolis Quarterly Review*, Fall 1986, 23-27.

TAYLOR, J.B. (1980), «Aggregate Dynamics and Staggered Contracts», *Journal of Political Economy*, 88, 1-23.

WEBER, W.E. (1981), «Prior Information and the Observational Equivalence Problem», *Journal of Political Economy*, 89, 411-415.

ESTIMACION DE LA OFERTA Y LA DEMANDA DE EXPORTACION DEL SECTOR EXTERIOR ESPAÑOL FRENTE A LA C.E.E.

José Boza Chrino
Facultad de CC.EE. y Empresariales
Las Palmas

Carles Murillo Fort
Facultad de CC.EE. y Empresariales
Universitat de Barcelona

INTRODUCCION

El objetivo del trabajo es el estudio con métodos cuantitativos del análisis estructural de las relaciones agregadas del comercio exterior español frente a los países de la C.E.E.

El estudio abarca desde 1966 hasta 1982, años que poseen un interesante contenido histórico-económico, pues recogemos el proceso de la economía española desde que definitivamente abandona el modelo económico autárquico para abrirse al comercio exterior y especialmente al mercado europeo a raíz de la firma del acuerdo de 1970, y concluimos en el año 1982, en el cual se empiezan a llevar a la práctica las primeras medidas tendentes a la futura integración española en la C.E.E.

Operamos bajo dos suspuestos diferentes: en el primero admitimos que el precio de exportación es independiente de la oferta (España sería precio aceptante); por eso, aplicamos el método de estimación sugerido por **Mañas** (1987), el de los M.C. no restringidos. El segundo supuesto, al contrario que el anterior, hace depender el precio de exportación de la oferta de exportación española, siguiendo a **Golsdtein y Khant** (1978), *«el país exportador podría encontrarse con rendimientos crecientes o costes decrecientes»* o como explica **Requeijo** (1985), *«la relación capital/trabajo española respecto a sus compradores europeos, beneficia a España»*. En este caso el método de estimación es el recomendado por **Kloeck y Mennes** (1960), M.C.B.E. con componentes principales.

1.— MODELIZACION DE LA DEMANDA DE EXPORTACION

1.1.— La Demanda de exportación:

En el modelo a desarrollar, la demanda de exportación recoge las cantidades de productor manufacturados que cada uno de los países seleccionados compran a España (1). Se supone que la demanda de exportación es una demanda de importación asignada por cada uno de estos países (2). Así se construirá una ecuación de demanda de exportación para cada país individualmente considerado. Por lo tanto, también se supone que la suma total de las exportaciones a cada uno de ellos, coincide con las contidades totales exportadas al grupo:

$$\sum_{j=1}^{J} x_j = X$$

Donde X_j es la demanda de exportación del j-ésimo país individualmente considerado, y X es la demanda total de exportación del grupo.

Este supuesto es utilizado en nuestro contexto para justificar la existencia de una simetría en-

(1) El modelo que proponemos es de equilibrio. Las cantidades demandadas, en consecuencia, coinciden con las efectivamente exportadas.
(2) Tipo Hickman-Lau (1973).

tre lo que se ofrece y demanda, que nos permita realizar cálculos sobre las diferentes participaciones relativas de cada país en el reparto de las exportaciones españolas hacia dicho grupo de países de la C.E.E.

1.2.— **Precios e Indice de Competitividad**

La primera variable explicativa de las variaciones de las demandas de exportación a los países considerados es el precio relativo de exportación llamado en nuestro modelo índice de competitividad (PXD). Este se construye a partir de dos tipos de precios: el de exportación y el precio de la competencia. Veamos en qué consisten cada uno de ellos y cómo componen finalmente aquel índice.

— **Indice de precio de exportación (PX):**

Se interpreta como el precio de venta de las exportaciones españolas en cada uno de los mercados europeos seleccionados, ya traspasadas las fronteras de estos países. Este precio, teóricamente, ha de recoger los siguientes elementos controlables:

— Los aranceles que recaen sobre las exportaciones
— otros aspectos dignos de tener en cuenta en función de donde se sitúe el punto de venta.
— gastos de comercialización, y
— márgenes comerciales.

Sólo se recoge aquí el primero de dichos, elemento, que es común para todos los países del area del Mercado Común; por eso, para calcular este índice de precio de exportación (PX), utilizamos como su indicador el precio medio anual de las exportaciones de manufacturas (C.V.C.I. cap. 5-9), PX, al cual añadimos, el tipo medio anual de la Tarifa Exterior Común (TEC) impuesta por la C.E.E.

$$PX = \underline{PX}\ (1 + TEC)$$

Se espera una incidencia negativa sobre la demanda de exportación: una subida de este nivel de precios, hace que los productos exportados resulten más caros en el mercado de destino.

Un aumento del nivel de precios medios (PX) y/o una subida del TEC, disminuirá las ventas al exterior, por pérdida de competitividad.

— **Precio de la competencia** (P.C.)

Se define como el precio medio de venta al por mayor de los países exportadores competidores con España en un mismo mercado y con los mismos productos, ponderados por las respectivas cuotas de participación (3):

$$PC_j = \sum_{k=1}^{K} q_{jk} PW_{jk}$$

$$\text{donde } q_{jk} = \frac{X_{kj}}{M_j} \text{ es la cuota de participación } 0 < q_{jk} < 1,$$

X_{XJ} es la demanda de exportación que el j-ésimo país recibe del mercado en cuestión, M_j es el volumen total de las importaciones efectuadas en dicho mercado y PW_{jk} es el índice de precio medio anual de exportación del país j-ésimo en el mercado seleccionado. En nuestro estudio K, refleja

(3) Esta fórmula de cálculo ha sido recogida, de un estudio realizado por Goldstein y Khan (1978) y es la de uso más generalizado.

el número de países competidores, de los que hemos escogido los principales países europeos exportadores de manufacturas, con el objetivo de captar la posición relativa española frente a ellos en el mercado europeo.

Así se puede distinguir la capacidad vendedora española, vía precios, dentro del marco de este sistema de países, donde cada uno de ellos, mediante sus niveles de precios hacen la competencia a España.

Los incrementos del precio de la competencia representan una ventaja para los exportadores españoles. En principio, parte de la demanda total en dicho mercado se desviará hacia la producción española, siempre y cuando este posible efecto positivo no sea ahogado por algún cambio coyuntural de signo contrario en las restantes variables.

Indice de competitividad (PXD)

Este se define como el cociente de los dos precios anteriormente definidos:

$$PXD = \frac{PX}{PC_j} \qquad (j=1, \ldots, 7)$$

donde PX es la tasación de las manufacturas españolas en el mercado europeo y PC_j el de la competencia en dicho país.

Esta relación nos mide el grado de competitividad (vía precio) de las exportaciones españolas en cada punto de destino. La elasticidad precio de la demanda es un coeficiente estructural que nos interesa cuantificar; para cada país comprador de manufacturas españolas:

$$\epsilon_{qXDj} = \frac{PXD_j}{XD_j} \quad \frac{\delta XD_j}{\delta PXD_j} \; ; \qquad \epsilon_Q < 0$$

su signo esperado es negativo, pues se supone que aumentos del precio debilitarán la demanda de las exportaciones españolas, beneficiándose de esto los competidores, que venderán a precios relativamente más baratos. El índice de competitividad viene expresado en dólares con base en el año 1975. Posteriormente se pondera por el tipo de cambio que respecto al dolar tienen una cesta de monedas de los principales países industrializados.

El índice de competitividad que hemos definido no refleja claramente las relaciones que se deberían dar en los mercados de libre competencia, pues como hemos visto éstos precios llevan incorporadas diferentes posibilidades de intervención (TEC, devaluaciones, etc...); sin embargo, el objetivo de un modelo de evaluación de políticas es precisamente analizar el impacto que determinadas intervenciones en el mercado —por ejemplo, vía precios— tendrían sobre las exportaciones españolas.

Diversos estudios estadísticos basados en el análisis «shift and shave» ponen de relieve, para el caso español, que el efecto de la mejor disposición competitiva de nuestras exportaciones ha resultado ser uno de los factores decisivos en la evolución creciente de la demanda de exportaciones **Donges** (1973), Comisión Económica para Europa (1982)—.

1.3.— **Variables n-precio de la Demanda de Exportación: El Nivel de Gasto** (Yj).

Las variables no-precios explicativas de la demanda exterior, a grosso modo, éstas pueden clasificarse en tres grandes grupos:

Primero, aquellas que están *relacionadas con el tiempo*, algunos de estos trabajos incorporan variables desplazadas **Mauleón** (1987), y otros estiman la componente tendencial de las exportaciones **Hickman** y **Lau** (1973).

El segundo grupo lo forman aquellos modelos que utilizan algún indicador del *nivel de actividad económica* del país comprador, de éstos los más empleados son: el nivel de renta real, el nivel de exportaciones totales y el Producto Interior Bruto. Esta última variable es la de uso más generalizado en el estudio de la demanda de exportación. Las limitaciones de ésta las advierten **Magee** (1975), **Khan y Ross** (1975): «*el admitir que la elasticidad renta es positiva, tiene en principio ciertas limitaciones. Por ejemplo, un incremento del nivel de renta exterior puede dirigirse a un mayor crecimiento de la producción, más que al consumo de importaciones*». Con respecto al sector exterior español, existe un claro impacto positivo entre la evolución del nivel de actividad económico europeo y las exportaciones.

En tercer lugar, tenemos la posibilidad de utilizar como variable no-precio para explicar a la demanda de exportación el *nivel de gasto* que los países seleccionados realizan con el exterior. Esta variable fue utilizada recientemente por **Mañas** (1987), que la aplica al caso español. (Modelo MOISSES) tomando el índice de las importaciones mundiales como variable proxy del Nivel de Gasto mundial.

El modelo que proponemos incorpora en la especificación de la ecuación de demanda de exportación el Nivel de Gasto referido a cada país individualmente, la elección de esta variable, se debe que al trabajar con un modelo de flujos bilaterales como el nuestro, las elasticidades que ésta nos proporciona, mide cómo afecta a la demanda de exportación que España recibe de cada uno de ellos los cambios de sus niveles de gastos dedicados a la compra de productos manufacturados en el exterior.

Se supone que aquellos países con elevados niveles de gasto serán mejores clientes para las exportaciones españolas, con lo cual el efecto sobre la demanda se espera positivo:

$$\epsilon_{yj} = \frac{Y_j}{XD_j} \quad \frac{\delta XD_j}{\delta Y_j} \; ; \; \epsilon_{yj} > 0; \; (j=1, \ldots, 7)$$

MEDIDAS DE FOMENTO A LA DEMANDA DE EXPORTACION

Este concepto encierra un conjunto de instrumentos que el sector público tiene para estimular las ventas en el exterior. En nuestro país, a partir de 1959, cuando el modelo económico nacional comienza su transición de una economía cerrada y autárquica hacia otra más abierta al comercio internacional, también empiezan a desarrollarse medidas de fomento a la exportación, tales como facilidades de crédito, seguros de créditos, reducción de impuestos, fomento arancelario, promoción mercantil (ferias, misiones comerciales, etc.) y apoyo administrativo a través de una red de oficinas comerciales de asesoramiento. Todo esto con el objetivo de aumentar las exportaciones, debido a que los años finales de la década de los cincuenta fueron catastróficos para el sector exterior español, con una balanza comercial deficitaria, y las reservas de divisas no podían hacer frente a dichos déficits.

Siguiendo a **Dunlevy J.** (1980), se supone que, una vez estimulada la demanda por mecanismos no precios, ésta con posterioridad tirará de la oferta.

Sin embargo, hemos de advertir que en el modelo sólo se recoge una parcela de estas medidas, sin duda de las más relevantes dentro de la vertiente financiera de la política de fomento a la exportación: la Desgravación Fiscal a la Exportación. El Crédito a la Exportación es recogido directamente en pocos trabajos empíricos y en aquellos que lo han incluido no resulta significativo **Casado et al.** (1982), o su comportamiento está asociado a la tendencia de las exportaciones **Boza J.** (1987). Por otro lado, debemos también llamar la atención acerca del hecho de que los estímulos pueden no tener los resultados esperados, si no van acompañados de otras medidas de Política Exterior, y de una coyuntura económica de los países implicados favorable.

Otro importante mecanismo, que no aparece en el modelo, es el Seguro de Crédito a la Exportación, el cual tiene como finalidad cubrir los riesgos que puedan darse en las operaciones comerciales con el exterior, ya fuera por recesión del contrato o impago, riesgos políticos, etc.

En definitiva, especificamos inicialmente una relación en la que la demanda se define para cada país a partir del precio y del indicador del nivel de gasto:

$$XD_j = f\,(PXD_j,\ Y_j); \qquad (j=1,\ \ldots\ ,\ 7)$$

se espera:

$$\frac{dXD_j}{dPXD_j} < 0; \qquad \frac{dXD_j}{dY_j} > 0$$

Esta función es bastante parecida a la empleada para los estudios de comercio exterior por **Goldstein y Khan** (1978). Los resultados empíricos obtenidos por los trabajos comentados previamente, junto con los objetivos a desarrollar, recomiendan adoptar la siguiente especificación funcional para explicar la demanda de exportación, para cada país (j),

[2.1] $$\ln XD_j = a_{1j} + \alpha_{2j}\ln(PXD_j) + \alpha_{3j}\ln(Y_j) + \delta_j$$

en donde a_1 es el valor de la demanda autónoma, expresada en logaritmos, el resto de las variables son las explicativas, ya definidas en el proceso de selección que de ellas se ha efectuado, y δ_j es la perturbación aleatoria. Los signos teóricamente esperados son los que hemos comentado.

2.— MODELIZACION DE LA OFERTA DE EXPORTACION

2.1.— La Oferta de Exportación:

El modelo aquí propuesto tiene el objetivo de obtener una especificación conjunta de las demandas individuales frente a la oferta, con el propósito de estimarlas posteriormente de modo simultáneo.

Para desarrollar esta función supondremos que la oferta de exportación viene incluída en la oferta de output total de la economía. El sentido de este proceder es situarla dentro de las fronteras, y admitir que el precio-oferta no viene impuesto desde el exterior; por el contrario, el país vendedor a partir de su nivel de productividad, precios interiores, dotaciones de recursos, tipo de cambio, etc. obtendrá su propio nivel de precios relativos. Por eso suponemos que la oferta exterior española XS, que se dirige hacia los países europeos que hemos seleccionado forma parte de la oferta total al exterior, XT. Por definición, entonces, la oferta de exportación dirigida a un país o area geográfica es la diferencia entre la oferta total de exportación XT y la destinada al resto del mundo XRM:

$$XS = XT - XRM$$

2.2.— El Precio de la Oferta de Exportación

Viene definido a partir del cociente de otros dos índices de precios: el de exportación y el índice de precio interior (PE). La finalidad de operar con este cociente radica en obtener un nuevo índice de precio que nos valore hasta qué punto los exportadores están dispuestos a vender en el exterior.

El precio de exportación se interpreta como aquel que recoge los beneficios que los exportadores obtienen por las ventas de los productos, justo cuando la mercancía esta preparada para ser vendida; por lo tanto, su valor viene expresado en unidades F.O.B. (Free On Board).

Se representa por el precio medio de exportación, que se elabora a partir del índice de precio

medio anual del conjuto de productos manufacturados seleccionados en nuestro estudio.

Respecto a su efecto, un aumento del nivel de precios provoca un crecimiento de la oferta de exportación, pues supondría que los exportadores podrían vender más caros sus productos en el exterior.

Por otro lado, el propio Precio Interior (PE), condicionará el destino de la producción. En esta línea algunos de los estudios empíricos explicados utilizan el índice general de precios de la economía, —véase **Goldstein** y **Khan** (1978), **Mañas** (1987)—, como representante de este precio interior. Las excepciones se enmarcan en aquellos trabajos en los cuales el objeto de estudio no son las exportaciones totales sino que se utiliza algún criterio de desagregación, tal y como hemos realizado nosotros al seleccionar solamente los productos manufacturados. El problema radica en que el índice de precios al consumo considera una cesta de bienes más amplia y con gran diversidad de productos, y como consecuencia de esto, su aplicación a nuestro modelo podría generar estimaciones sesgadas debido a su composición. Para evitar este problema podríamos utilizar como proxy el índice de precio de venta de las importaciones procedentes del resto del mundo (K-países) solamente de los productos manufacturados expresados en valor C.I.F. Por eso, se debería elegir para definir el índice del precio interior una combinación lineal los índices de precios medios (PM) de las importaciones españolas de los K países, ponderados por la cuota de participación (m) de cada uno de ellos:

$$PI = \sum_{k=1}^{n} m_k \, PM_k$$

donde $m_k = \frac{X_k}{M}$, es la participación del k-ésimo país.

del resto del mundo sobre las importaciones españolas M, y X_k representa las exportaciones que el k-ésimo país vende a España. Sin embargo este ídice tiene un inconveniente y es que no recoge el papel dual que juega en la ecuación de oferta: por una parte, el coste de los factores esta ligado al nivel general de precios interiores. Además existen diferentes elasticidades entre el mercado interior y el exterior; por tanto, si queremos definir una ecuación de oferta explicada por factores nacionales, la introducción de variables cuya formación es debida a la confluencia de diversos países (intervenciones del exterior), puede distorsionar nuestra concepción de la oferta.

La alternativa que nos parece más razonable a la hora de elegir un indicador del Precio Interior es seguir la práctica normal y seleccionar el índice general de precios interiores, a pesar de los problemas de agregación anteriormente señalados.

En condiciones normales de competencia perfecta, entendemos que el índice general de precios interiores sería suficiente para obtener el índice de precios relativo de precio-oferta. Sin embargo, es interesante, destacar que en el supuesto de intervenciones administrativas dirigidas a favorecer las ventas exteriores vía precios, tal y como ha venido siendo práctica usual en el sector exportador español, entonces el mero hecho de aplicar el cociente que hemos definido entre los precios no recogería las consecuencias de este fenómeno.

En España se ha proporcionado a la oferta de exportación un estímulo vía desgravación. En este estudio, se supone que la desgravación fiscal a la exportación DFE, afecta directamente a la oferta, a través del precio de exportación. Sea PX el índice de precio medio de las exportaciones españolas de los productos manufacturados, y DFE su tipo medio anual de desgravación fiscal a la exportación; entonces definimos, el precio de oferta interior (PE) como:

$$PE = P - DFE\ (PX)$$

Se supone que los oferentes abandonarán las exportaciones si el índice de precio interior P aumenta considerablemente, haciendo más apetecible el mercado nacional. Sin embargo, este desvío de la oferta hacia el mercado interior puede ser amortiguado a través del componente DFE(PX), que es el beneficio propiciado por la intervención en los precios vía incremento del tipo de desgra-

vación fiscal DFE aplicado al hecho de exportar, con lo que los exportadores tienen la posibilidad de ofrecer a unos precios más competitivos en el exterior.

Por otra parte, hay que tener en cuenta las explicaciones que justifican el mantenimiento de la posición conseguida en los mercados extranjeros, a pesar de subidas del Precio Interior a cotas que recomienden las ventas interiores. La causa más relevante es el elevado coste que suele tener el captar y garantizarse parcelas en los mercados exteriores.

Los cambios esperados en la oferta de exportación ante variaciones positivas del índice de Precio Interior PE, son traducidos por una disminución de la oferta de exportación.

PRECIO DE LA OFERTA DE EXPORTACION (PXO)

Se define como la relación de sustitutos que tienen los exportadores nacionales para, vía precio, discriminar entre el mercado nacional y algún mercado exterior. Su expresión es un ratio entre los otros dos índices de precios anteriormente definidos:

$$PXO = \frac{PX}{PE}$$

La elasticidad precio oferta de exportación (p) se espera que tenga una incidencia positiva sobre la oferta de exportación (XS).

$$\varrho = \frac{PXO}{XS} \quad \frac{\delta XS}{\delta PXO}; \qquad \varrho > O$$

Esta elasticidad mide el grado de competitividad de las exportaciones y la conveniencia, de que los exportadores españoles sustituyan el mercado nacional por el exterior, debido a mejores precios.

Dado que el precio de exportación PX, es endógeno, el precio de la oferta PXO también lo es. Por eso la ecuación de oferta que proponemos viene explicada por la variable endógena PXO, y por un conjunto de variables exógenas íntimamente conectadas con la oferta total de la economía y cuyas definiciones presentamos a continuación.

2.3.—Variables no precios de la Ecuación de Oferta

Existen un conjunto de variables no-precios, que se utilizan para explicar la oferta de exportación; nosotros distinguimos dos grupos:

A) Las propias del estado de la economía:

A.1. • Nivel de actividad económica.
A.2. • Presión de la demanda interior.
A.3. • Utilización de la capacidad productiva.
A.4. • Tendencia de las exportaciones.

B) Medidas de fomento a la oferta: Estímulos a la exportación.

De todos estas variables sólo las que intervienen en el modelo serán analizadas detenidamente, y se inferirán sus signos esperados sobre oferta, a raíz de las consecuencias esperadas de sus respectivas evoluciones sobre las exportaciones. Por lo tanto, expondremos una síntesis de carácter estructural de cada variable explicativa seleccionada y lo trasladaremos al contexto de la oferta de exportación española. El motivo de organizar así el estudio tiene su justificación en ciertas crisis coyunturales, por las que tanto la economía mundial como la española atraviesan durante algunos de los años que estudiamos y por las enormes repercusiones que sobre el sector exterior tienen.

Aceptar la relevancia de los determinantes del lado de la oferta como, por ejemplo, el nivel de la producción interna o la presión de la demanda nacional, es contemplar asimismo que las situaciones coyunturales del propio país empeorarían en épocas de recesión, el estado de la producción dirigida hacia el exterior. Alternativamente, aumentos de las ventas interiores coincidirían, bajo estos supuestos y mecanismos de mercado, con disminuciones de las exportaciones.

NIVEL DE ACTIVIDAD ECONOMICA: (PIB)

Por esta variable se entiende la capacidad de crecimiento que tiene la economía española, ya que grandes cambios positivos en la actividad económica generan mayores niveles de output real, que estarán acompañados por avances en los factores de la oferta: mejora de la infraestructura y en general de la productividad total, que conducirán a un aumento de la oferta de exportación. Por eso, el efecto esperado de esta variable sobre la oferta es positivo. Su elasticidad:

$$\varrho_{PIB} = \frac{PIB}{PXS} \quad \frac{\delta PXS}{\delta PIB} \; ; \; \varrho_{PIB} > 0$$

representa el grado en que la oferta aumenta a medida que la actividad económica se desarrolla.

La evolución de esta variable, en el periodo muestral elegido, es creciente; por eso, se aprecia que la oferta de exportación se ha visto afectada positivamente por la evolución global del nivel de actividad económica española. Esto teóricamente se interpreta en la ecuación de la oferta como una ventaja a la exportación provocada por el crecimiento económico.

LA PRESION DE LA DEMANDA INTERIOR

La evidencia empírica sobre los efectos de la presión de la Demanda Interior puede verse reflejada en tres vertientes. Primero, el trabajo de **Minzt** (1967), basándose en test no econométricos, estudió los afectos para E.E.U.U., y observó que las épocas altas del ciclo económico (interior), estaban asociadas con disminuciones en las cantidades exportadas y con aumentos en el precio de exportación. Esto fue posteriormente corroborado por estudios econométricos realizados para E.E.U.U. y otros países industrializados **Artus** (1973), y **Dunley** (1980). Segundo, no existe un consenso entre los investigadores respecto a si el efecto positivo sobre el precio de la exportación de la expansión de la demanda interior es mayor o menor que el efecto negativo que produce sobre la cantidad exportada. Tercero, uno de los principales canales por los que la demanda interior disminuye las exportaciones, es por el llamado *«efecto precedente»,* dado que un giro hacia el mercado nacional produce un debilitamiento en las posiciones competitivas no-precio frente al resto de países exportadores **Ball** (1966), **Artus** (1973). Nuestro modelo intenta captar estos efectos producidos por la expansión de la demanda interior, a través de dos expresiones.

La primera el consumo nacional privado, CNF. La segunda expresión, que nosotros aplicamos en nuestro trabajo, considera la variación media de existencias de productos manufacturados de cada año, VE, como variable proxy de la presión de la demanda interior.

El efecto total sobre la oferta se espera negativo si la variación de existencias decrece debido a aumentos del consumo interior; si la variación de existencias aumenta por contradicción de la demanda interior, o por un rápido crecimiento de la producción de mercancías exportables, entonces esta variable tendrá una incidencia positiva sobre la oferta.

La aplicación de algunas de estas dos variables, está en función de los posteriores resultados que se obtengan en las estimaciones.

3.— VARIABLE DE AMBITO MUNDIAL:

«EL TIPO DE CAMBIO: (ER)»

Para el estudio de esta variable es necesario realizar una división en el periodo muestral elegido. El primer subperiodo corresponde a los años de tipo de cambio fijo, que llega hasta 1969. El segundo, con tipo de cambio flexible, a partir de 1973. El período intermedio suele ser considerado como de transición entre los otros dos.

El tipo de cambio se recoge en el estudio como la variabilidad del cambio medio anual de cada moneda respecto al dólar. Por lo tanto nos reflejará movimientos a largo plazo de las variaciones del tipo de cambio en torno a unos valores significativos para cada uno de los subperiodos.

El efecto directo de esta variable se manifiesta, tanto en la oferta como en la demanda, sobre los precios. Se espera que una devaluación tenga un efecto positivo sobre las exportaciones, aumentando la competitividad exterior debido al abaratamiento del producto. Aunque para que se produzca este efecto, se han de dar condiciones especiales en las elasticidades precio de la oferta y de la demanda de exportación, tal y como explica **Bransom** (1972), *«la variación porcentual en el precio de exportación en término de moneda exterior* (dPX/PX) *asociado con una varición porcentual en la tasa de cambio* (de/e), *siendo e dicha tasa, puede ser expresado como sigue:*

(3.1) $$k = (dPX/PX)\,/de/e) = [1 - (\epsilon^d/\epsilon^S)]^{-1}$$

$$-\infty \leq \epsilon^d \leq 0$$

$$0 \leq \epsilon^s \leq \infty$$

donde ϵ^d *y* ϵ^s *son respectivamente las elasticidades precio de la demanda y de la oferta de exportación».*

Si k=1, el efecto producido por las variaciones del tipo de cambio afectarán a las exportaciones, y será canalizado a través de los precios, por lo que **Godlstein** y **Khan** (1984), le llaman el efecto «pass-through». Para que se cumpla la condición de valor unitario para k, es necesario o bien que la elasticidad oferta tienda a infinito, o que la elasticidad precio de la demanda sea nula. Al contrario, si k=0, entonces la elasticidad de oferta es nula o la demanda tiene una elasticidad que tiende a infinito; en este caso las variaciones del tipo de cambio no producen ningún efecto sobre las exportaciones vía precios.

Siguiendo la práctica habitual, sugerimos que el efecto del tipo ha de ser valorado dentro del contexto de las varaiaciones de los precios. Cuando tengamos el valor estimado de las elasticidades precio de la oferta y demanda de exportación, realizaremos los cálculos propuestos por **Branson** (1972), Con el fin de captar en qué medida se manifiestan las variaciones del tipo de cambio dentro de las variaciones de los precios de la oferta y de la demanda.

Para calcular la variable se ha utilizado el tipo de cambio efectivo real de la peseta con respecto a una cesta de monedas expresadas en dólares con base en el año 1975. Los países seleccionados para estimar esta cesta de monedas, son los mismos que se utilizaron para poderar los precios de la competencia, con el objetivo de recoger así a los más industrializados, que en definitiva son los productores de manufacturas.

Por último, definimos la oferta de exportación, representada por (XS), la cual aparece en el modelo en función de algunas de las variables anteriormente explicadas:

$$XS = f(PXO, PIB, VE)$$

Los efectos teóricamente esperados sobre la oferta de cada una de las variables son:

$$\frac{\delta XS}{\delta PXO} \geq 0 \; ; \; \frac{\delta XS}{\delta PIB} \geq 0 \; ; \; \frac{\delta XS}{\delta VE} \geq 0;$$

La especificación de la ecuación de oferta de exportación queda:

$$[3.2] \ln (XS) = b_o + \beta_1 \ln (PX/PE) + \beta_2 \ln (PIB) + \beta_3 \ln (VE) + \tau$$

donde b_o coincide con $\ln\beta_o$, y τ representa la perturbación aleatoria.

4.— SISTEMA DE ECUACIONES DE DEMANDA Y OFERTA DE EXPORTACION

En este apartado, se exponene los resultados obtenidos de las estimaciones realizadas para la demanda de exportación de cada uno de los países seleccionados de la CEE: Alemania, Bélica (con Luxemburgo), Dinamarca, Francia, Holanda, Italia, y Reino Unido. También se comparan con los expuestos por otros autores.

El periodo muestral abarca los años 1966-1982. Los datos empleados son anuales y provienen de fuentes alternativas, para las variables del lado de la demanda, se utilizan los publicados anualmente por el Fondo Monetario Internacional (F.M.I.)(4). Si por el contrario las variables a las que hace referencia los datos forman parte de la ecuación de oferta, entonces las fuentes estadísticas a las que hemos acudido son por una parte las publicaciones del Instituto Nacioanal de Estadística (I.N.E.), y por otra el Banco de Datos del Centro de Predicción Económica CEPREDE.

Todas las variables vienen expresadas en números con base en 1975, elaborados a partir de medidas en dólares con base en el mismo año.

Los programas computacionales utilizados son dos:

1º.—El **SPSSPC** (Statistic Package for Social Sciences Personal Computer), que nos da la posibilidad de calcular y seleccionar los componentes principales a utilizar en las regresiones y hacer las estimaciones por MCO.

2º.— El **T.S.P.** (Time Series Process), con el que realizamos las estimaciones por MCBE del sistema de ecuaciones.

Las ecuaciones definidas para la demanda y la oferta de exportación son, como ya se ha especificado:

La demanda de exportación del país j XD_j:

$$(4.1) \qquad \ln(XD_j = a_o + \alpha_1 \ln (PX/PC_j) + \alpha_2 \ln(Y_j) + \tau_{1j} \quad (j=1, \ldots, 7)$$

a_o es el término constante expresado en logaritmos, PX es el índice de precio de exportación, PC_j e Y_j son respectivamente el precio de la competencia y el indicador del nivel de gasto en compras exteriores del j-ésimo mercado, y τ_{1j} representa la perturbación aleatoria

$$(4.2) \ln(XS) = b_o + \beta_1 \ln (PX/PE) + \beta_2 \ln (PIB) + \beta_3 \ln (VE) + \tau_2$$

b_o es el logaritmo del término constante, PX es el índice de precio de exportación, PE es el índice de precio interior, PIB el indicador del nivel de actividad económica interior, VE representa la variación de existencias, y τ_2 es la perturbación aleatoria.

La tercera ecuación:

$$(4.3) \qquad XD = XS = X_t$$

(1) DIRECTION OF TRADE STATISTICS (YEARBOOK).

proporciona la solución al modelo, para unos determinados niveles de exportación (X_t) y de Precio de exportación ($PX)_t$ en el momento t. Así, la solución es un continuo ajuste a posiciones de equilibrio entre las cantidades demandadas y ofrecidas, alcanzándose éste por medio de la tercera ecuación, la cual iguala la oferta y demanda a una determinada cantidad de exportación X_t para cada unidad temporal del periodo muestral (un año).

4.1.— **Estimación por Mínimos Cuadros no restringidos**

A continuación vamos a presentar las formas reducidas de las ecuaciones de oferta y demanda de exportación:

$$(4.5) \qquad \ln (XD_j) = a_o + \alpha_1 \ln (PX/PE) + \alpha_1 \ln (PE/PC) + \alpha_2 \ln (Yj) + \tau_j \quad (j=1, \ldots, 7)$$

El supuesto de igualdad entre la oferta y la demanda para un determinado precio de exportación $XD_j \neq XS = X_T$, no se cumple en nuestro caso, pues XS representa la oferta total de exportación española de productos manufacturados que coinciden con la demanda agragada pero no con la de cada uno de los países individualmente considerados. Al no poder aplicar la condición de igualdad entre oferta y demanda de exportación se nos hace imposible estimar simultáneamente el sistema. La alternativa que nos queda es aceptar el supuesto propuesto por **Mañas** (1987), en el que justifica que bajo ciertas condiciones de la oferta de exportación, los parámetros de la forma reducida de la ecuación de demanda de exportación (multiplicadores) coinciden con los de las formas estructurales (elasticidades).

Nosotros también hemos realizado las estimaciones de nuestro modelo bajo estas condiciones de la oferta, y presentamos los resultados obtenidos. Los valores con asterístico se debe a la falta de significatividad estadística de dicha estimación. La significación conjunta de las variables explicativas la exponemos por medio del estadístico F. Para evaluar la especificación del modelo utilizaremos el test de Breusch y Pagan (PB), su valor se contrasta con una X^2 con k-1 grados de libertad, siendo k el número de variables explicativas. En nuestro caso tenemos: $X^2_{(5\%,4)} = 9.49$.

A continuación pasamos a explicar la solución simultánea del sistema de ecuaciones de demandas individuales frente a la oferta de exportación española.

4.2.— **Mínimos Cuadrados Bietápicos con componentes principales**

La posibilidad de estimar el sistema de ecuaciones por M.C.B.E., no es aplicable a nuestro caso concreto, ya que no tenemos los suficientes grados de libertad para operar. En la matriz X de orden nxk hay tantas variables predeterminads k como observaciones n, n=k=17. Según **Johnston** (1972): *«En modelos muy pequeños puede que no se originen dificultades pero en modelos de tamaño mediano y elevado, el número de variables predeterminadas (k) puede exceder fácilmente del número de observaciones muestrales (n), con lo que la primera etapa de los MCBE no se puede llevar a cabo, e incluso en el caso de que k<n puede que tengamos un número insatisfactorio de grados de libertad»*. Esta cuestión la planteamos en el apartado siguiente.

Para resolver el problema relacionado con el tamaño muestral y la estimación de los parámetros, acudimos al método propuesto por **Kloeck** y **Mennes** (1960). Con la técnica de Componentes Principales sustituimos la matriz X de variables predeterminadas, por una nueva «F» de orden (nxp) que contiene los p componentes principales de las variables predeterminaas, siendo p<k, y por consiguente p<n, solucionándosse así el problema de los grados de libertad anteriormente planteado operando con la matriz $Z=[X_iF]$, que nos proporciona los nuevos estimadores «a y b» MCBE con componentes principales.

Para cada país, estudiamos los valores del R^R, las respectivas signficatividades individuales de las variables a partir de las t-student, para el conjunto de variables explicativas expondremos el valor del estadístico F, y para comprobar la existencia de posible autocorrelación de primer orden aplicamos el estadístico Durwin Watson.

ELASTICIDADES DE LAS DEMANDAS DE EXPORTACION ESTIMADAS

Paises	Métodos de estimación	Const-tante	PXDj	Yj	PIB	VE	R
ALEMANIA	M.C. no restring.	—6,8	—1.09	2.24	0.12	0.11 (*)	0.97
	M.C.B.E. con C.P.	—5.4	—0.81	1.99	—	—	0.99
BELGICA	M.C. no restring.	—0.6	—0.78 (*)	1.83	0.64 (*)	0.69 (*)	0.96
	M.C.B.E. con C.P.	—6.7	—1.54 (*)	2.10	—	—	0.97
DINAMARCA	M.C. no restring.	—	—	—	—	—	—
	M.C.B.E. con C.P.	—15.9	0.03 (*)	4.19	—	—	0.81
FRANCIA	M.C. no restring.	—15.6	—0.77	2.62	0.57	0.55	0.98
	M.C.B.E. con C.P.	—6.9	—0.80	2.06	—	—	0.99
ITALIA	M.C. no restring.	—0.03 (*)	—1.23	2.25	1.11 (*)	0.72	0.97
con C.P.	M.C.B.E.	—8.4 (*)	—0.15	1.73	—	—	0.97
REINO UNIDO	M.C. no restring.	—6.7 (*)	—0.38 (*)	1.73	0.11	0.43 (*)	0.99
	M.C.B.E. con C.P.	—0.7	—1.1	1.41	—	—	0.91
HOLANDA	M.C. no restring.	—18.3	—0.79	2.05	0.75 (*)	0.31	0.95
	M.C.B.E. con C.P.	—5.8	—0.39 (*)	1.57	—	—	0.94

(*)Aquellas estimaciones que van acompañadas del asterisco, no son estadísticamente significativas.

Del conjunto de ecuaciones estimadas por mínimos cuadrados no restringidos se observa que las elasticidades precio de la demanda tienen valores próximos a la unidad. Las excepciones son Bélgica y Reino Unido, cuyas elasticidades precio no son estadísticamente significativas. La variable más relevante para todos los países es la que representa al nivel de gasto, Y_j. En cuanto al Producto Interior Bruto español (PIB), sólo resulta explicativo para las ecuaciones de Alemania, Francia y Reino Unido. La Variación de Existencias es la variable que menos significatividad estadística tiene, pues del conjunto de ecuaciones sólo tiene sentido para Italia y en menos medida para Francia.

Como puede apreciarse en los resultados obtenidos por MCBE con componentes principales, todos los coeficientes del precio de exportación PX, de las ecuaciones de demanda (a excepción de Dinamarca) tienen el sino esperado. El nivel de gasto de compras en el exterior Y_j, y el precio de la competencia PC_j, también presentan los signos apriorísticamente esperadsos. Con respec

to a la significavidad a las elasticidades obtenidas, hay que resaltar que en cuanto a la demanda se refiere, para algunos países (Bélgica, Italia y Holanda) los precios no resultan significativos.

El resultado más crítico desde un punto de vista teórico, es el signo no esperado del precio de exportación en la ecuación de demanda danesa $\alpha_{31} > 0$, pero este inconveniente es atenuado por la no significatividad de esta variable, y ver el valor del estadístico t-Student es muy bajo t = 0.03. Nosotros entendemos que a partir de los resultados obtenidos, la demanda de exportación que recibimos de Dinamarca presenta una inercia marcada principalmente por su creciente gasto en compras al exterior a lo largo del período estudiado, siendo la elasticidad estimada de esta variable la mayor obtenida de todos los países estudiados (α_{32} = 4.19).

Si analizamos detenidamente las elasticidades de las demandas de exportaciones individuales obtenidas bajo ambos supuestos, podemos apreciar cómo para algunos países europeos, los valores de sus respectivas elasticidades son muy parecidos.

Para Alemania y Francia las estimaciones de las elasticidades de las demandas de exportación por el método de M.C. no restringidos, están muy próximas a los valores obtenidos aplicando M.C.B.E. con componentes principales. Nosotros recomendamos la elección del segundo método, ya que está dentro de nuestro objetivo de partida la solución simultánea del sistema.

Con respecto a Holanda, a pesar de los valores estimados para su demanda de exportación son ligeramente más satisfactorios desde el punto de vista del supuesto de elasticidad oferta tendiendo hacia infinito, estos ya no están cercanos a los obtenidos por M.C.B.E., cuyos resultados son en términos absolutos inferiores. Como se aprecia en cuadro, las elasticidades estimadas del precio de la demanda de exportación es prácticamente la mitad bajo el segundo supuesto (la oferta de exportación no tiende hacia infinito). Lo mismo pero en menor medida le ocurre a la variable nivel de gasto exterior de la economía holandesa, ya que con el segundo método su valor estimado es también inferior.

Italia ofrece unas estimaciones completamente diferentes cuando admitimos alguno de los dos supuestos planteados. La falta de significatividad de los resultados tras aplicar M.C.B.E. con componentes principales, nos da pie para pensar que las estimaciones bajo el supuesto de admitir que la elasticidad de la oferta de exportación con respecto a este país tiende hacia infinito, y así seleccionar los métodos de M.C. no restringidos como más satisfactorios.

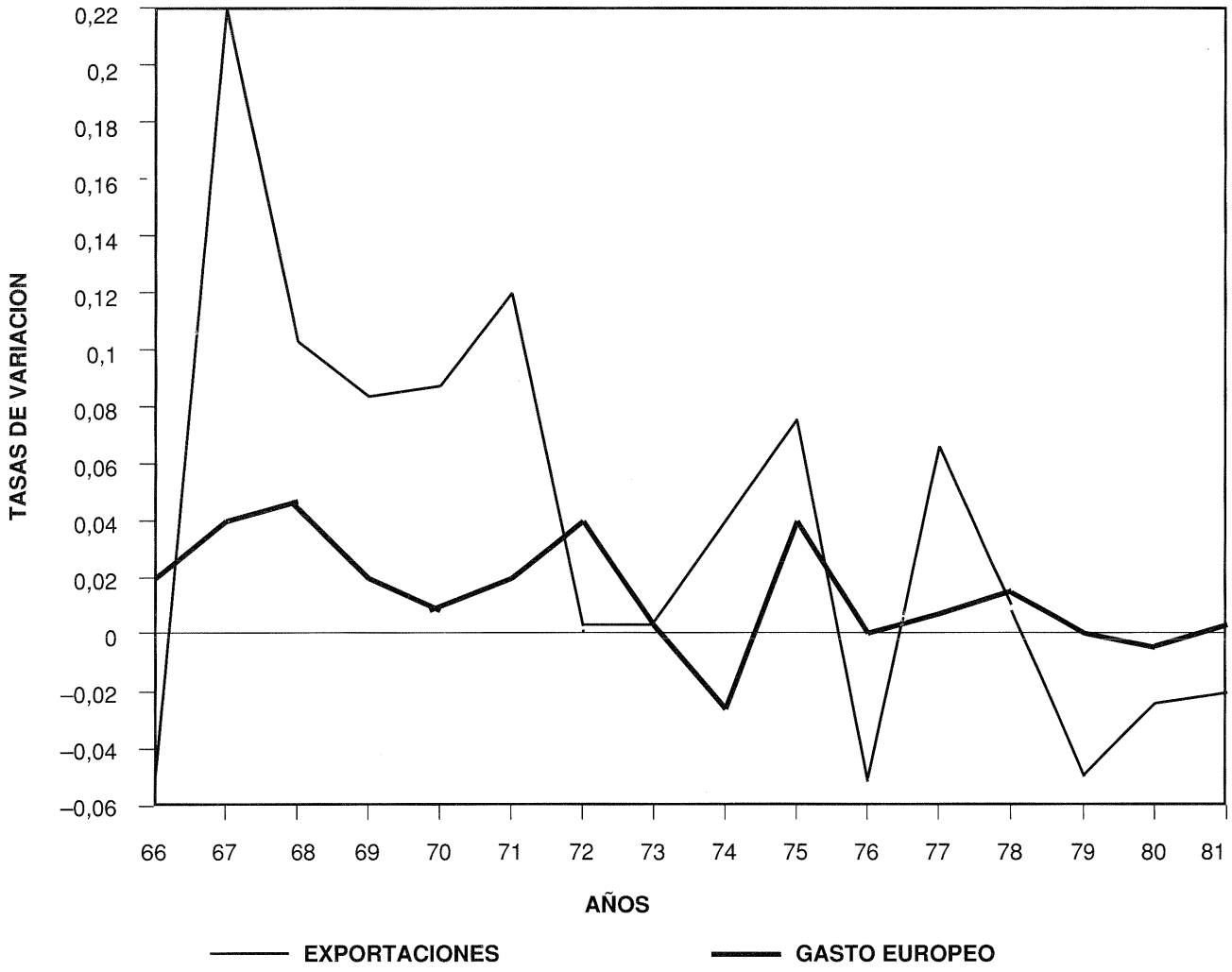
Reino Unido presenta unos resultados que nos recomiendan admitir el segundo supuesto (la elasticidad oferta de exportación no tiende hacia infinito), ya que por el primer supuesto la estimación del precio de la demanda de exportación no es estadísticamente significativo; por eso seleccionamos el método de estimación de los M.C.B.E. con componentes principales.

Los resultados obtenidos para Bélgica no son muy afortunados bajo los supuestos anteriores, ya que la elasticidad estimada para el precio de oferta de exportación resulta no significativa por cualquiera de los métodos de estimación que proponemos, de tal forma que su demanda de exportación viene explicada por el relevante crecimiento económico que durante nuestro período de estudio experimento este país.

Con respecto a Dinamarca, pensamos que la escasa participación que tiene dentro de las exportaciones totales españolas a la C.E.E., además de su escasa relevancia dentro del contexto económico que estudiamos, son los principales motivos de los desafortunados resultados de nuestras estimaciones. Creemos recomendable la utilización de otros métodos de estimación, así como una especificación del modelo más adecuado a las características de este pequeño país.

El cuadro expuesto anteriormente tiene como rúbrica general unos resultados que están dentro de un intervalo de valores afines. Por eso, las implicaciones económicas que de ellos se desprenden no difieren excesivamente de las nuestras. Así pues, para la mayoría de ellos las elasticidades de la demanda de exportación están próximas a la unidad. También en todos ellos la variable que resulta con mayor capacidad explicativa es la que en cada estudio representa al nivel del gasto en las compras exteriores de estos países. Este efecto puede apreciarse en el gráfico donde relacionamos la evolución de dichos niveles de gato con la evolución de las exportaciones españolas. En dicho gráfico se aprecia que en los años de recesión económica internacional, se produce una disminución de las exportaciones a estos países.

GRAFICO 8: EXPORTACIONES-GASTO EUROPEO



Fuente: Banco de Datos de CEPREDE (1984)

El nivel de gasto viene representado por la tasa media anual de importaciones totales M_j de los países elegidos. Las exportaciones de manufacturas por las ventas totales españolas a Europa. Si seguimos el gráfico apreciamos cómo ambas variables mantienen movimientos en el mismo sentido; las variaciones del gasto europeo van acompañados de cambios, en el mismo sentido, de las exportaciones españolas hacia el continente.

Ecuación de Oferta Estimada

ln(XS) =	17,86	+ 0,831ln(PX/PE) +	0,32ln(VE)	+ 2,18ln(PIB)
	[15,61]	[3,02]	[3,06]	[10,21]
	n = 17	$R^2 = 9.99$	F(3,13) = 396	D.W. = 1,93

El precio de oferta para las exportaciones españolas al mercado europeo nos resultó ligeramente inelástica ($\beta_1 = 0.83$). Sin embargo, consideramos que este valor está acorde con los propuestos por otros estudios.

La elasticidad obtenida para el Producto Interior Bruto nos indica el impacto positivo ($\beta_2 = 0.32$) que el crecimiento de la economía española tiene sobre el desarrollo del sector exportador español. Durante los años de referencia de nuestro trabajo en general las tasas de variación del PIB español han dido positivas, aunque con algunas excepciones. Nosotros creemos que entre las principales causas de esto destaca la favorable relación capital/trabajo en que se encontraba la economía nacional, durante el proceso de industrialización. Aquella evolución positiva, junto con el extraordinario auge económico internacional durante la mayoría de los años de estudio, han hecho posible el auge del sector exportador de manufacturas en España.

La Variación de Existencia VE, tiene una elasticidad estimada importante ($\beta_3 = 2.18$); por eso, deducimos que la oferta de exportación española se ha visto fuertemente condicionada por la evolución de la demanda interna. El signo positivo de esta elasticidad nos informa que en general esta demanda nunca ha sido lo suficientemente importante como para contraer a la oferta exterior española.

Conclusiones

Respecto a las estimaciones de la oferta de exportación, no cabe duda que la importancia del proceso de crecimiento de la economía española después del abandono del modelo «autárquico», que nos mantenía aislado del comercio internacional. En este sentido hay que destacar que España se encontró con unas características internas que en el momento de arranque (principio de los años sesenta), permitieron la creación y/o el desarrollo de un sector industrial capaz de realizar ofertas en el exterior. Además todas las variables aparecen con los signos esperados y son estadísticamente significativos. Los R^2 (corregidos) son satisfactorios: $0.81 < R^2 < 0.99$. El estadístico D.W. alcanza valores cercanos al 2.

Los efectos del tipo de cambio estimados a través del precio de la demanda de exportación, resultaron importantes con respecto a tres países: Alemania (k = 0.49), Francia (k = 0.32) y Reino Unido (k = 0.25). Sin embargo hay que tener en cuenta que las devaluaciones que se han llevado a cabo durante nuestro período de estudio no siempre han tenido sobre las exportaciones el efecto esperado, a pesar contar con la posibilidad de su importante incidencia sobre el precio de la demanda de exportación. Suponemos que eso se debe principalmente a dos hechos: que la situación económica internacional se encontraba en momentos depresivos, y/o que las devaluaciones no iban acompañadas de otras medidas de Política Económica, que contuviesen la inflación interior.

Como hemos visto, el supuesto de elasticidad oferta de exportación tendiendo hacia infinito (Mínimos Cuadrados no restringidos), no parece recomendable desecharlo, al menos para algunos países como es el caso de Italia y Holanda, para los que desde la óptica de los resultados es preferible adoptar este supuesto.

Las elasticidades de las variables que hemos elegido para especificar nuestras ecuaciones de comercio exterior resultan con los signos esperados y sus valores en términos absolutos están de acuerdo con otros estudios.

De nuestra estimación deducimos que el hecho que mayor transcendencia ha tenido, durante los años de estudio, sobre la evolución del comercio exterior español ha sido el vertiginoso crecimiento económico que experimentan las economías europeas, el cual motiva mayores demandas

de exportación. La importancia de esta variable se manifiesta observando que para años de recesión económica (crisis del petróleo), las exportaciones sufren considerables descensos.

La elasticidad del índice de competitividad (precio de la demanda de exportación) varía según los países, pero por término medio está próxima a la unidad. Las exportaciones españolas son, vía precios, competitivas con las de países con mayores niveles de industrialización.

ARTUS, 1973 «*The Short-run effects of domestic demand pressure on export delivery delays for machinery*», Journal of International Economics, vol. 3 p. 21-36.

BOZA, J.1987 «*Los modelos M.I.M.I.C. en el comercio exterior. Aplicación del caso de España frente a la C.E.E.*», II.ª Jornadas de Modelos Económicos. Barcelona 1987.

BRANSON, W., 1972 «*The trade effects of the 1971 currency realigments*», Brooking Paper on Economics Activity, vol. 1, p. 15-69.

CASADO et alia. 1982 «*Factores determinantes de las exportaciones españolas*». Papeles de Economía, n.º 11, p. 256-285.

DONGES, J.1973 «*La configuración de la exportación industrial española*» Información Comercial Española, n.º 481-482, p. 185-208.

DUNLEYY, J. 1973 «*A test of the capacity pressure hypothesis with a simultaneous equations model of export performance*», The Review of Economics and Statistics, vol. LXII, n.º 2, p. 131-135.

GOLDSTEIN, M. and KHAN, M., 1978 «*The supply and demand for exports: a simultaneous approach*», The Review of Economics and Statistics, vol. LX, n.º 2, p. 275-286.

KHAN, M and ROSS, K. 1975 «*Cyclical and secular income elasticities od demand for imports*» The Review of Economics and Statistics, vol. LVII, p. 357-361.

HICKMAN, G. and LAU, J., 1973 «*Elasticities of substitution and export demands in a world trade model*», *European Economic Review, vol. 4, p. 347-380.*

JOHNSTON, J, 1972 «Métodos econométricos», Editorial Vicens-Vives, Barcelona.

KLOECK, T. and NENNES, L. 1960 «*Simultaneous equation estimation based on principal component of predetermined variables*», Econométrica, vol. 28, p. 45-61.

MAGEE, S. 1975 «*Prices, Income and foreing trade: a survey of recent economic studies, in P.B. Kenen (ed.), International Trade Finance: Frontiers for Research.* Cambridge University Press.

MAÑAS, L. 1987 «*Especificación de una función de exportación para la economía española: estimación y predicción*», Ministerio de Economía y Hacienda. Dirección General de Planificación, documento: SGPD-D-87003.

MAULEON, I, 1986 «Una función de exportación para la economía española», Investigaciones Económicas, vol. X, n.º 2, p. 357-378.

MINZT, I, 1967 «*Cyclical fluctuations in the export of the United States since 1879*, National Bureau of Economic Research, New York, Studies in Bussiness Cycles, n.º 15.

REQUIJO, J., 1985 «*Introducción a la Balanza de Pago de España*», Editorial Tecnos, Madrid.

UNA APLICACION DEL ANALISIS DE DATOS AL ANALISIS DEL COMERCIO EXTERIOR DE ESPAÑA

José María Alba Riesco
Universidad de Sevilla

1.— INTRODUCCION

En el presente trabajo se hace un análisis de la composición del comercio exterior de España, durante el período 1966 a 1987.

El interés por realizar este análisis surgió tras la lectura del texto del profesor Requeijo: *Introducción a la Balanza de Pagos de España*, al observar la excelente oportunidad que brindaba el estudio del comercio exterior para la aplicación de la metodología del Análisis de Correspondencias, y con ello contribuir a la difusión del mismo en sus aplicaciones al estudio estructural de la economía española.

Los resultados obtenidos concuerdan, como no podía ser de otra manera, con los apuntados por el profesor Requeijo, proporcionando además, y ello es lo más interesante de este estudio, una perspectiva visual, propia del Análisis de Correspondencias, que permite apreciar las principales características de la composición del comercio exterior de España y su evolución temporal.

No es éste el lugar adecuado para exponer la metodología del Análisis de Correspondencias que puede ser consultado, a tal fin, entre otras monografías especializadas, en el texto de los Profesores Lebart, Morineau y Fenelon: *Tratamiento Estadístico de Datos*, publicado en castellano.

2.— FUENTES

Los datos utilizados sobre exportaciones e importaciones son los proporcionados por la Dirección General de Aduanas y que han sido recogidos en la publicación de la Dirección General de Previsión y Coyuntura del Ministerio de Economía y Hacienda: *Apuntes y Documentos Económicos, Economía Española: Series Históricas*, de julio de 1988. Estos datos vienen dados en millones de pesetas, y se han utilizados las medias anuales de cada año, por lo que el total de las exportaciones e importaciones de cada año es de hecho doce veces la cantidad que se ha considerado. Dado que se trata simplemente de un factor de escala en los datos, y que éste no perturba las proporciones, se ha preferido utilizar directamente las medias anuales y no hacer ninguna corrección a los mismos.

Se ha considerado la clasificación CUCI cuyos diez grandes grupos son:

0 Productos alimenticios y animales vivos.
1 Bebidas y tabaco.
2 Materias primas excepto combustibles.
3 Combustibles.
4 Aceites y mantecas de origen animal y vegetal.
5 Productos químicos.
6 Artículos manufacturados.
7 Maquinaria y material de transporte.
8 Artículos manufacturados diversos.
9 Otros productos N.E.P.

En todo el estudio se utilizan en las tablas y gráficos los números de los diferentes grupos para su representación, y en caso de que sea necesario especificar si se trata de importaciones o de exportaciones irán seguidos de la correspondiente letra I o E.

Los datos originales utilizados se proporcionan en las Tabla 1 y 2 del anexo.

3.— ANALISIS DE LAS EXPORTACIONES

El histograma de los valores propios, con los porcentajes de inercia explicados, para los datos de las exportaciones es:

EDICION DE LOS VALORES PROPIOS (SUMA= .029151)

	VAL.PROP.	PORCENT.	ACUMUL.	HISTOGRAMA DE LOS VALORES
2	.015639	53.65	53.65	**********
3	.006173	21.17	74.82	**********
4	.004719	16.19	91.01	**********
5	.001098	3.77	94.78	*****
6	.000954	3.27	98.05	***
7	.000283	.97	99.02	*
8	.000138	.47	99.49	*
9	.000111	.38	99.87	*

Se aprecia como los dos primeros valores propios acumulan el 74.82% de la inercia, y los tres primeros más de 90% de la misma. Vemos pues que con dos factores, a lo más tres, es suficiente para representar los datos de las exportaciones.

Las masas (pesos), coordenadas y contribuciones, absolutas y relativas, para los primeros seis factores se proporcionan a continuación:

NOMB.	MASAS	DIST/O	COORDENADAS						CONTRIBUCIONES ABSOLUTAS						CONTRIBUCIONES RELATIVAS					
			F1	F2	F3	F4	F5	F6	F1	F2	F3	F4	F5	F6	F1	F2	F3	F4	F5	F6
0	.139	.05	.20	—.07	—.01	—.05	.00	—.01	34.6	11.5	.3	28.7	.1	3.4	.84	.11	.00	.05	.00	.00
1	.020	.09	.28	—.00	.04	.03	—.05	.05	10.0	.0	.8	2.2	5.2	16.1	.88	.00	.02	.01	.03	.03
2	.031	.01	.04	—.05	—.06	—.04	.03	.01	.3	1.5	2.8	3.6	2.9	2.0	.12	.23	.33	.10	.07	.01
3	.067	.11	—.25	—.20	.08	—.00	—.03	.01	26.9	44.4	9.6	.1	4.4	3.6	.56	.37	.06	.00	.01	.00
4	.019	.13	.23	—.13	.15	.14	.15	—.00	6.5	4.8	8.5	33.0	42.4	.0	.41	.12	.16	.15	.16	.00
5	.077	.01	—.09	—.01	—.06	—.00	.04	.02	4.1	.1	5.5	.1	12.4	13.9	.57	.01	.23	.00	.10	.03
6	.260	.02	—.03	.09	.08	—.01	.00	—.0*	1.5	32.9	34.4	4.4	.2	.0	.06	.51	.41	.01	.00	.00
7	.273	.01	—.06	.02	—.08	.01	.00	—.01	6.3	2.5	36.6	3.1	.2	2.6	.34	.05	.59	.01	.00	.00
8	.110	.02	.10	—.00	—.00	.05	—.05	—.00	6.8	.0	.0	24.8	32.1	.6	.64	.00	.00	.16	.18	.00
9	.004	.22	—.34	—.19	.13	—.01	—.01	—.20	3.0	2.3	1.5	.0	.0	57.8	.52	.16	.08	.00	.00	.18

Se aprecia aquí como el mayor peso de las exportaciones totales de este período corresponde a los grupos 7, 6 y 0 de la clasificación CUCI, pesos que representan en 27.3%, 26% y 13.9% respectivamente.

El primer eje se explica (71.5%) por los grupos 0, 1 y 3, oponiéndose los dos primeros, que son los Alimentos, bebidas y tabaco, al tercero que es el grupo de Combustibles. Por ello en la representación gráfica de los dos primeros ejes, el eje 1 (horizontal) opone las exportaciones de Combustibles (izquierda del eje) a las exportaciones de Alimentos, bebidas y tabaco (derecha del eje).

El segundo eje se explica (77.3%) también por las exportaciones de Combustibles y por las

exportaciones de Artículos manufacturados, mientras que el tercer eje recoge las exportaciones de Artículos manufacturados y la de Maquinaria y material de transporte que proporcionan una alta explicación (71%) para dicho eje.

En la representación del plano de los dos primeros ejes factoriales, se aprecia como los primeros años de la serie estudiada (1966 a 1974) se caracterizan por unas exportaciones en las que predominan los Alimentos, bebidas y tabaco, y los Aceites y grasas de origen animal y vegetal. La importancia de estas exportaciones se refleja también en la tabla de perfiles proporcionada en el anexo, donde aparecen los datos ordenados según el primer factor, con su peso correspondiente (la suma de cada fila es 1000).

Los años del período 1975 a 1981 se caracterizan, frente a los del período anterior, por la mayor importancia relativa que adquieren las exportaciones de los artículos manufacturados, en detrimento de los Combustibles, así como el continuado incremento de las exportaciones de productos químicos y de Maquinaria y material de transportes. Se aprecia también una disminución progresiva de los grupos de Alimentos, Bebidas y Tabaco, y de Aceites y grasas de origen animal y vegetal (grupos 0, 1 y 4).

Los últimos años, 1982 a 1987, siguen la clara tendencia marcada en los años anteriores, con proximidad a las exportaciones de Productos Químicos y Maquinaria y Material de Transporte. Los Artículos Manufacturados se mantienen al nivel de los años anteriores con un aumento progresivo en los dos últimos años.

En este plano factorial se distinguen con claridad estos subperíodos como conglomerados aislados, lo que pone de manifiesto la presencia de fuertes cambios estructurales en las exportaciones de este período.

Cuando fijamos nuestra atención en el otro plano factorial, ejes 2 y 3, se aprecia con claridad como los años 1986 y 1987 se diferencian de los demás años de la década, por un mayor peso de las exportaciones de los grupos Maquinaria y Material de Transporte, Materias Primas excepto Combustibles, y Productos Químicos.

Se observa como los diferentes años del período considerado se distribuyen secuencialmente a lo largo del eje 2, mostrando como han evolucionado las exportaciones españolas desde finales de los años sesenta hasta la década de los ochenta, en que han ido adquiriendo importancia las exportaciones de los artículos manufacturados a medida que se avanzaba en el proceso de industrialización del país. En palabras del profesor Requeijo, *«el desarrollo de la economía española se refleja en su oferta exportable»*.

4.— ANALISIS DE LAS IMPORTACIONES

Las importaciones españolas aparecen dominadas a lo largo de este período por el notable peso que tienen los Combustibles. Este hecho aparece reflejado, de manera indirecta, en el histograma de los valores propios, donde se aprecia como hay un factor dominante, y de hecho los dos primeros ejes explican el 96,13% de la inercia.

En la tabla donde aparecen las masas (pesos), distancia al origen, coordenadas y contribuciones, absolutas y relativas, se aprecia como el mayor peso de las importaciones durante este período corresponden a los grupos: Combustibles (30.1%), Maquinaria y Material de Transporte (23.1%), seguido a mayor distancia por el grupo de las Materias Primas excepto Combustibles (11.5%).

EDICION DE LOS VALORES PROPIOS (SUMA= .065107)

	VAL.PROP.	PORCEN.	ACUMUL.	HISTOGRAMA DE LOS VALORES
2	.053566	82.67	82.67	**********
3	.009019	13.85	96.13	**********
4	.000846	1.30	97.42	*
5	.000635	.98	98.40	*
6	.000338	.52	98.92	*
7	.000310	.48	99.40	*
8	.000240	.37	99.76	*
9	.000139	.21	99.98	*

Esta polarización de las importaciones se aprecia también en el hecho de que el primer eje viene explicado en un 82.7% por los dos primeros grupos ya señalados, mientras que el segundo eje relevante aparece explicado por los grupos Materias primas excepto combustible, y Maquinaria y material de transporte, en un 64.4%.

EDICION DE LAS COORDENADAS Y CONTRIBUCIONES

NOMB.	MASAS	DIST/O	COORDENADAS						CONTRIBUCIONES ABSOLUTAS						CONTRIBUCIONES RELATIVAS					
			F1	F2	F3	F4	F5	F6	F1	F2	F3	F4	F5	F6	F1	F2	F3	F4	F5	F6
0	.087	.03	−.09	.12	.02	.05	.02	.01	1.3	13.2	5.5	31.3	8.3	1.5	.31	.53	.02	.09	.01	.00
1	.014	.02	−.00	.02	−.03	−.05	−.01	.06	.0	.1	1.1	6.2	.8	16.1	.00	.04	.04	.18	.01	.23
2	.115	.04	.19	−.01	−.04	−.01	.2	44.0	1.0	27.9	1.1	1.8	.03	.92	.00	.04	.00	.00		
3	.301	.11	.33	−.05	.00	.00	.00	−.00	59.5	6.9	.4	.4	.6	1.8	.98	.02	.00	.00	.00	.00
4	.004	.17	−.09	.32	.03	.08	−.14	−.10	.1	4.1	.5	3.4	20.1	12.6	.05	.60	.01	.04	.11	.06
5	.091	.02	−.14	.01	.04	−.02	.01	.02	3.4	.1	15.7	6.6	2.4	16.3	.87	.01	.06	.02	.00	.02
6	.095	.05	−.21	.06	−.01	.03	.05	−.01	7.9	3.2	1.2	13.4	57.4	4.3	.87	.06	.00	.02	.04	.00
7	.231	.06	−.23	−.09	−.02	−.01	−.01	−.01	23.2	20.4	13.6	3.4	8.1	6.0	.86	.13	.01	.00	.00	.00
8	.056	.04	−.16	−.10	.04	.01	−.01	.02	2.8	6.6	13.3	1.7	.9	10.0	.65	.26	.05	.00	.00	.01
9	.006	.25	.37	.14	−.26	.08	−.02	.12	1.6	1.3	47.8	5.5	.5	29.6	.56	.08	.27	.02	.00	.06

La representación en el plano factorial de los dos primeros ejes muestra con claridad la presencia de cuatro subperíodos dentro del período de veintidos años que venimos estudiando. El primero de ellos, años 1966 a 1973, corresponde a los años de energía barata, y se trata de un grupo aislado en el que la importación de combustibles tiene poca importancia, se trata de un 10% a un 16% del total de las importaciones de cada año de este subperíodo. Es notable, por contra, el peso de las importaciones de Maquinaria y material de transporte, entre el 25% y el 29%, como corresponde a una economía en pleno proceso de industrialización.

El segundo de los subperíodos anunciados lo forman los años que van de 1974 a 1979, años caracterizados por un mayor peso de las importaciones de Combustibles, debido al alza de los precios derivados de la primera crisis petrolera, así como por un ligero descenso en el peso de las importaciones de los artículos de los grupos Maquinaria y material de transporte y Artículos manufacturados. Destaca también el mayor relieve que adquiere el grupo de Materias primas excepto combustibles.

Los años que van de 1980 a 1985 forman un grupo aislado en la representación gráfica del plano factorial, en su comercio exterior, por las importaciones de los combustibles que triplican prácticamente el peso que tenían en los primeros años setenta, así como por el notable descenso que se producen en las importaciones de los Artículos manufacturados y en Maquinaria y material de transporte.

Los dos últimos años, 1986 y 1987, rompen con la situación anterior, y constituyen el cuarto

de los subperíodos ya anunciados. La característica más notable de las importaciones en estos años es que el peso de las importaciones de los Combustibles se aproxima al que tenían el final de la década de los sesenta y, por el contrario, adquieren un relieve considerable las importaciones de Maquinaria y material de transporte (29.1% en 1986, y 34.8% en 1987). En la representación gráfica del plano factorial de los dos primeros ejes se aprecia además como se produce una proximidad de estos dos años con el grupo 8: Artículos manufacturados diversos.

5.— ANALISIS CONJUNTO DE IMPORTACIONES Y EXPORTACIONES

Se aprecia en el histograma de los valores propios como los dos primeros ya explican el 86.7% de la inercia total, y con los tres primeros factores se alcanza ya un porcentaje de explicación superior al 90%.

La observación de la representación en el plano factorial de los dos primeros ejes pone de manifiesto las conclusiones ya apuntadas en los apartados anteriores, que pasamos a comentar a continuación.

El primer eje se explica suficientemente (74.2%) por las importaciones de Combustibles y de

EDICION DE LOS VALORES PROPIOS (SUMA= .055985)

	VAL.PROP.	PORCENT.	ACUMUL.	HISTOGRAMA DE LOS VALORES
2	.034571	61.75	61.75	**********
3	.013967	24.95	86.70	**********
4	.002827	5.05	91.75	*****
5	.002469	4.41	96.16	****
6	.000633	1.13	97.29	*
7	.000415	.74	98.03	*
8	.000286	.51	98.54	*
9	.000182	.32	98.67	*

Maquinaria y material de transporte mientras que el segundo eje tiene una explicación más compartida entre las exportaciones y las importaciones de los diferentes grupos, destacando las importaciones de Materias primas excepto combustibles (25.1%), las exportaciones de Maquinaria y material de transporte (20.4%) y de Combustibles (14.2%), mientras que los restantes grupos aportan menos del 10% de forma individual a la explicación de este eje.

Las conclusiones más relevantes que podemos apreciar en la observación del plano factorial de los dos primeros ejes son:

a) Los años 1966 a 1973 aparecen como un grupo aislado muy alejado del centro de gravedad, con proximidades a las importaciones de Productos alimenticios y animales vivos, Aceites y mantecas de origen animal y vegetal, y de Artículos manufacturados. Las exportaciones se mantienen en general alejadas de estos años con la excepción del grupo de Bebidas y tabaco. En resumen es un período con un marcado signo importador.

b) El período que va de 1974 a 1979 muestra una proximidad al centro de gravedad consecuencia de la atracción ejercida por las importaciones de Combustibles y las exportaciones de Artículos manufacturados. En este período se aprecia la proximidad de las importaciones de Materias primas excepto combustibles, y las exportaciones de Productos alimenticios, bebidas y tabaco, debido principalmente a la mayor penetración de nuestros productos agrícolas en los países de la C.E.E.

c) Los años ochenta, hasta 1985, aparecen claramente dominados por las importaciones de combustibles, pero se aprecia ya en ellos una tendencia a amortiguar el peso de éstas, y a ser sustituido, como característica relevante de nuestro comercio exterior, por las exportaciones de Ar-

tículos manufacturados, Productos químicos, y Maquinaria y material de transporte. Se aprecia como España es ya, a todas luces, un país industrializado.

d) Los dos últimos años, 1986 y 1987, del período considerado aparecen claramente diferenciados como un grupo aislado, con una proximidad reveladora a las importaciones de Maquinaria y material de transporte y a los Artículos manufacturados diversos, que se muestran como los elementos característicos del comercio exterior de estos años. Por último, señalar que se produce un alejamiento notable respecto de las importaciones de combustibles, siguiendo la tendencia ya marcada en este sentido durante los años 1984 y 1985.

6.— CONCLUSION

Como ya ha sido dicho la finalidad principal de este trabajo es la de mostrar con un ejemplo las grandes posibilidades que tiene la metodología del Análisis de Correspondencias en las aplicaciones al análisis estructural de la realidad económica, principalmente en lo que respecta a sus gráficos, metodología que permite alcanzar un alto nivel descriptivo necesario para la explicación de la realidad mostrada por los datos. Por ello queda sólo manifestar que si con este trabajo se contribuye a despertar el interés y la inquietud por esta metodología y sus aplicaciones, habrá merecido la pena el esfuerzo y conseguido su principal objetivo.

REFERENCIAS

Requeijo, J.: *Introducción a la Balanza de Pagos de España*. Ed. Tecnos, 1987.

Lebart-Morineau-Fenelon: *Tratamiento estadístico de datos*. Ed. Marcombo, 1985.

ANEXO

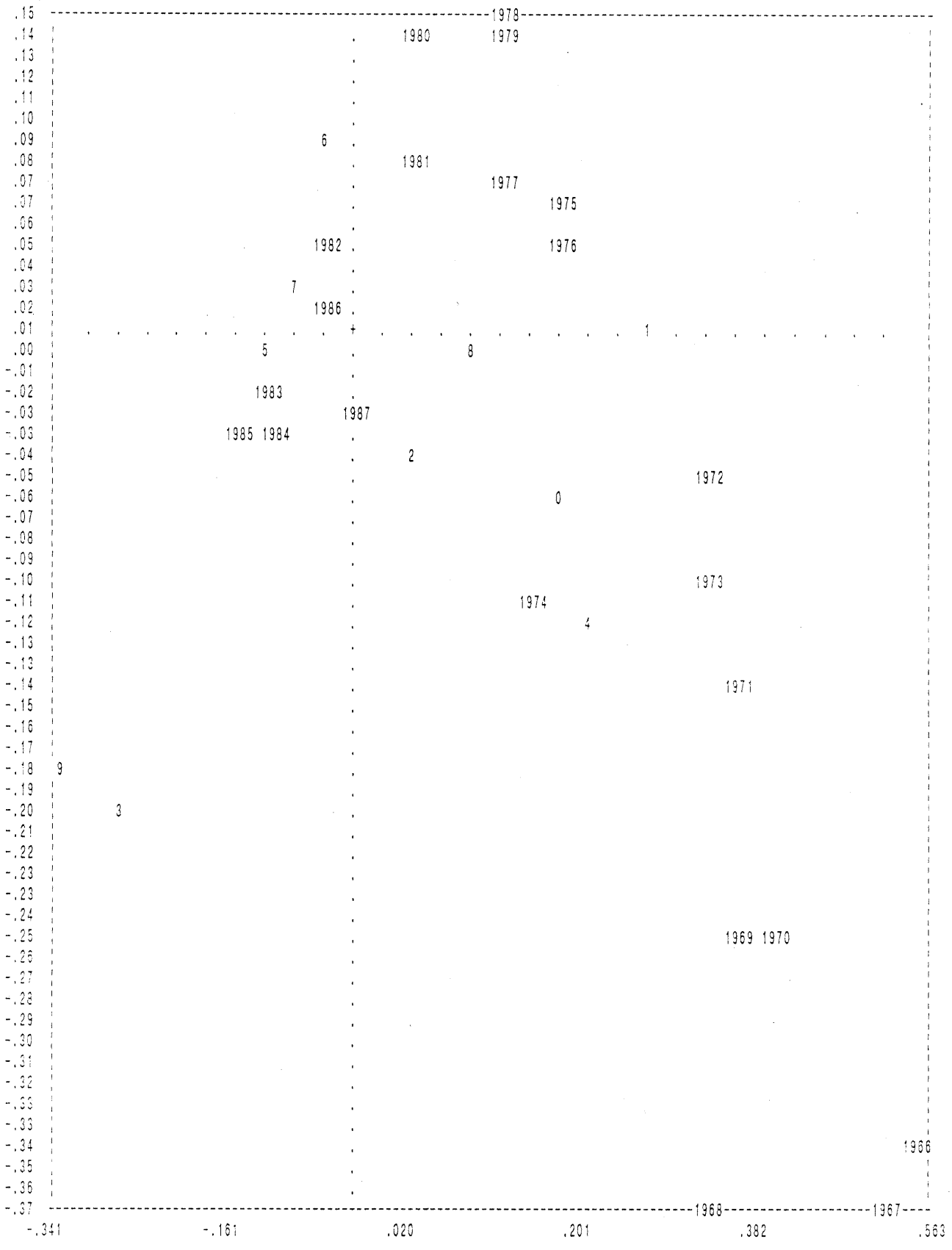
Tabla 1.—Exportaciones en millones de pesetas. Clasificación CUCI

	0E	1E	2E	3E	4E	5E	6E	7E	8E	9E
1966	2.233	258	334	280	239	387	866	1.027	619	23
1967	2.546	298	361	411	327	442	977	914	759	19
1968	2.846	352	431	901	191	561	1.553	1.346	1.164	24
1969	2.896	383	491	714	407	631	1.985	1.938	1.612	28
1970	3.601	468	546	764	819	731	2.396	2.717	1.861	20
1971	3.704	543	586	733	1.036	826	3.446	3.625	2.617	18
1972	4.499	752	598	739	456	919	4.370	4.428	3.654	21
1973	5.302	1.081	745	1.183	1.004	1.155	5.474	5.443	3.804	31
1974	5.662	1.260	1.124	2.301	1.246	2.571	7.308	7.588	4.889	48
1975	6.430	1.142	1.130	1.207	577	1.919	9.445	9.414	5.344	81
1976	8.265	1.626	1.524	1.808	998	2.909	12.474	11.956	6.910	142
1977	10.415	1.814	1.980	2.390	1.406	4.133	17.512	16.519	8.292	148
1978	12.565	2.004	2.405	2.097	1.837	5.571	25.111	21.311	10.373	188
1979	15.660	2.705	2.708	1.938	2.256	7.771	29.871	26.919	11.811	129
1980	16.296	2.843	3.873	4.765	2.789	9.033	37.651	31.990	12.368	242
1981	23.369	3.159	5.003	9.259	2.549	11.214	47.262	39.738	16.384	432
1982	23.799	3.668	5.331	13.333	2.612	13.456	52.743	51.299	19.323	596
1983	29.029	4.225	6.973	21.037	3.808	18.119	65.493	61.880	24.357	1.184
1984	38.052	4.597	8.904	27.942	5.874	24.371	83.578	83.702	31.456	2.420
1985	38.835	5.354	10.218	32.004	6.688	29.020	90.583	92.819	34.629	1.861
1986	41.150	5.707	10.070	19.978	3.926	26.480	75.195	97.706	35.037	1.075
1987	50.226	6.047	13.008	21.725	5.354	30.525	75.178	109.077	37.272	1.202

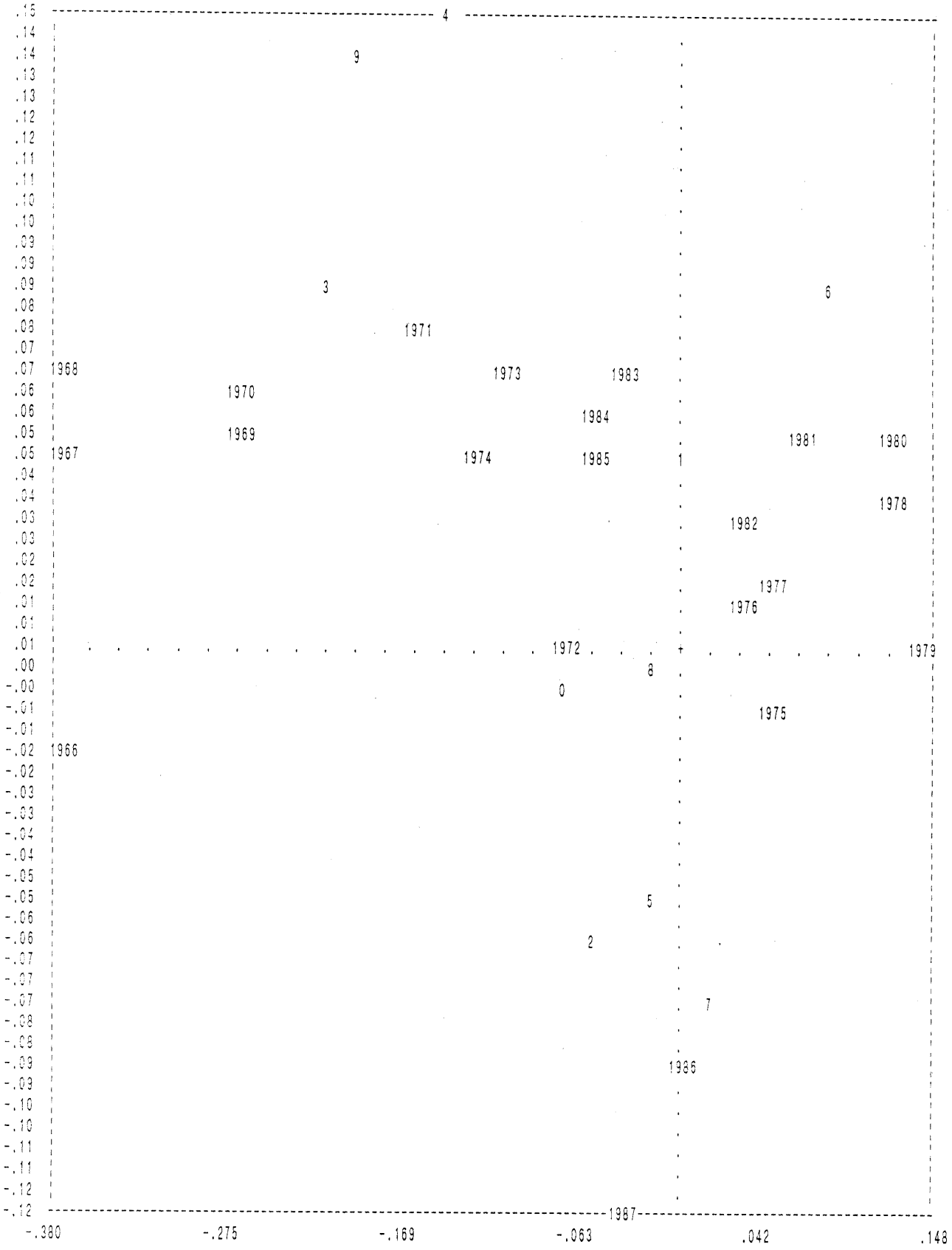
Tabla 2.—Importaciones en millones de pesetas. Clasificación CUCI

	0I	1I	2I	3I	4I	5I	6I	7I	8I	9I
1966	2.636	260	2.795	1.723	164	1.564	2.954	5.021	743	93
1967	2.449	371	2.499	2.175	132	1.619	2.526	5.059	807	69
1968	2.461	376	3.322	3.158	138	2.150	2.615	5.296	912	117
1969	2.775	448	4.296	3.089	168	2.685	3.749	6.153	1.146	184
1970	2.805	423	4.726	3.659	159	2.915	4.423	7.127	1.260	192
1971	3.249	587	5.027	4.735	154	3.067	3.492	7.008	1.470	162
1972	3.926	595	6.267	5.241	211	3.984	4.357	9.661	2.041	180
1973	5.840	710	7.510	6.063	238	5.050	5.747	12.759	2.586	293
1974	7.947	807	11.343	18.738	286	7.465	8.403	15.448	3.187	432
1975	8.903	862	10.675	20.007	773	6.624	8.451	17.009	3.574	805
1976	8.497	1.286	13.555	28.419	399	8.927	10.695	19.991	4.698	985
1977	11.783	1.534	15.877	31.860	509	10.166	11.277	22.200	6.085	1.254
1978	12.794	1.904	17.290	33.809	823	11.724	10.712	23.115	6.537	536
1979	14.228	1.818	20.233	42.846	720	14.229	13.311	26.826	7.432	355
1980	16.416	2.342	25.505	77.667	776	15.014	16.825	35.864	10.088	1.519
1981	18.538	2.844	27.081	104.967	895	18.642	18.164	43.017	11.987	1.401
1982	23.178	3.836	29.717	114.771	716	21.525	23.440	55.262	14.627	2.602
1983	28.279	5.327	37.155	139.372	789	26.822	24.913	64.973	16.952	3.362
1984	28.616	6.289	45.573	145.229	1.159	31.567	28.482	78.038	17.650	3.146
1985	30.998	6.044	47.078	150.772	1.274	35.611	34.422	91.607	21.988	2.975
1986	39.662	5.920	38.993	77.650	1.354	45.609	49.373	118.560	29.611	830
1987	42.594	6.468	42.402	82.209	1.476	53.599	59.340	174.806	38.733	860

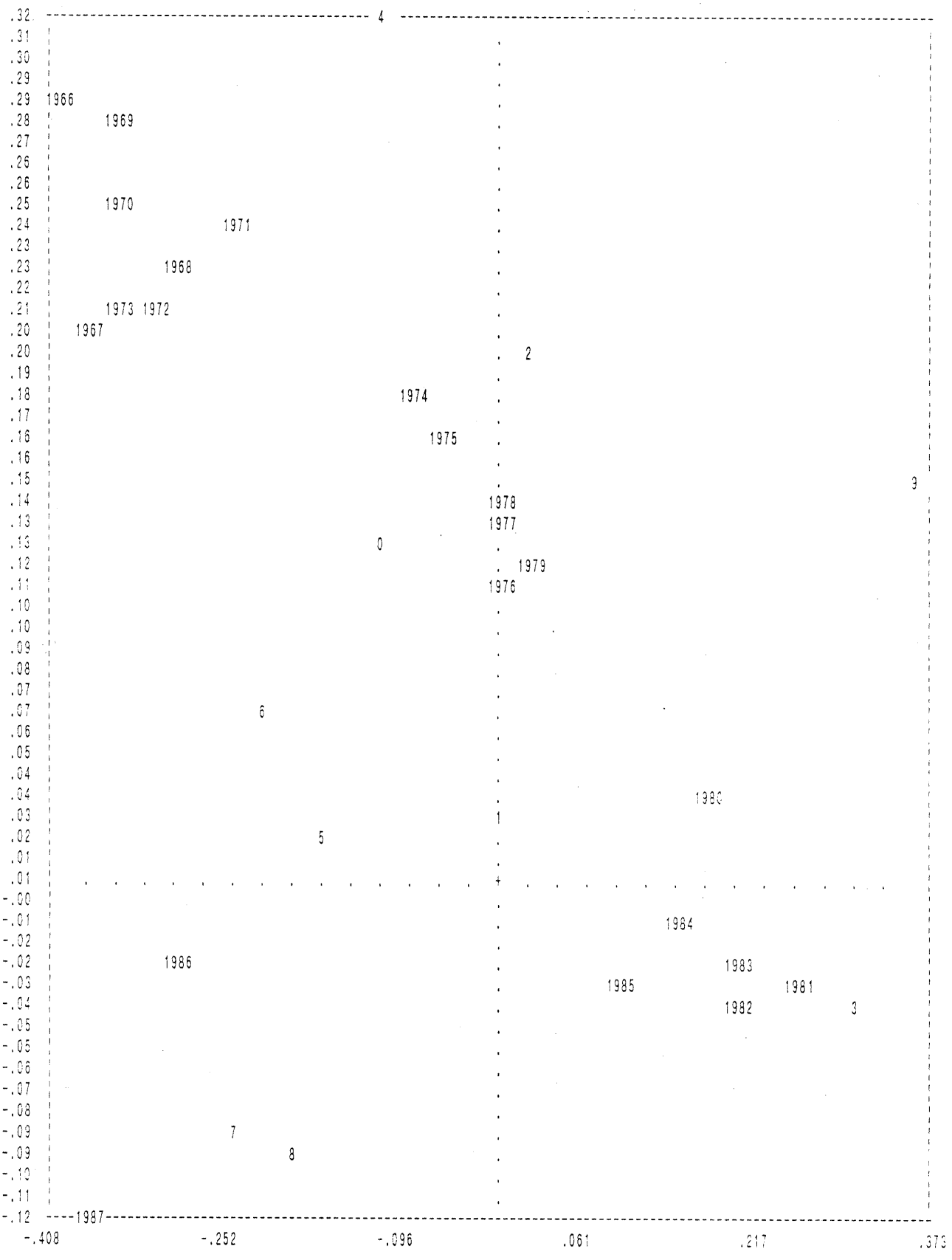
Exportaciones: Representación en el plano factorial de los cos primeros ejes



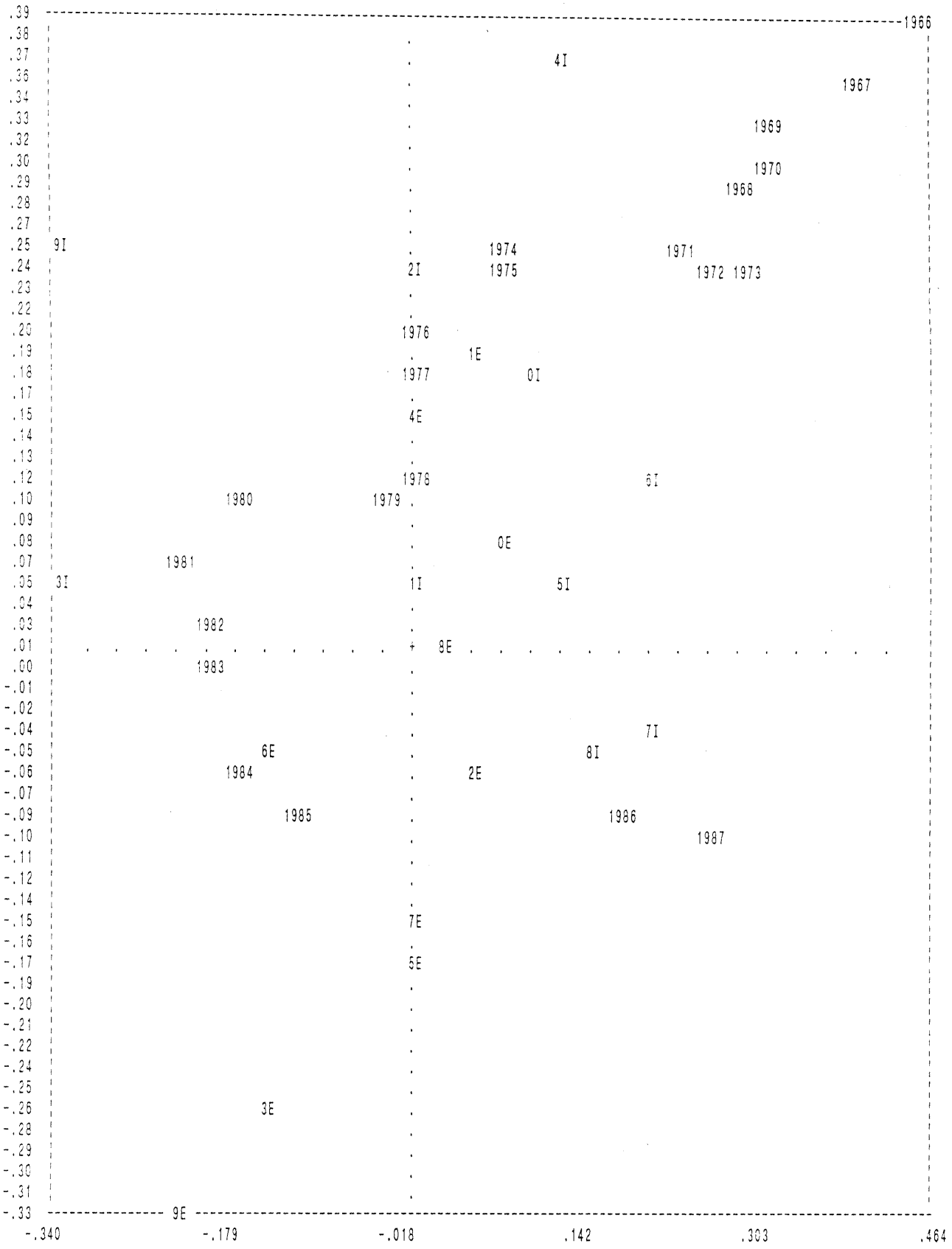
Exportaciones: Representación en el plano factorial de los ejes 2 y 3



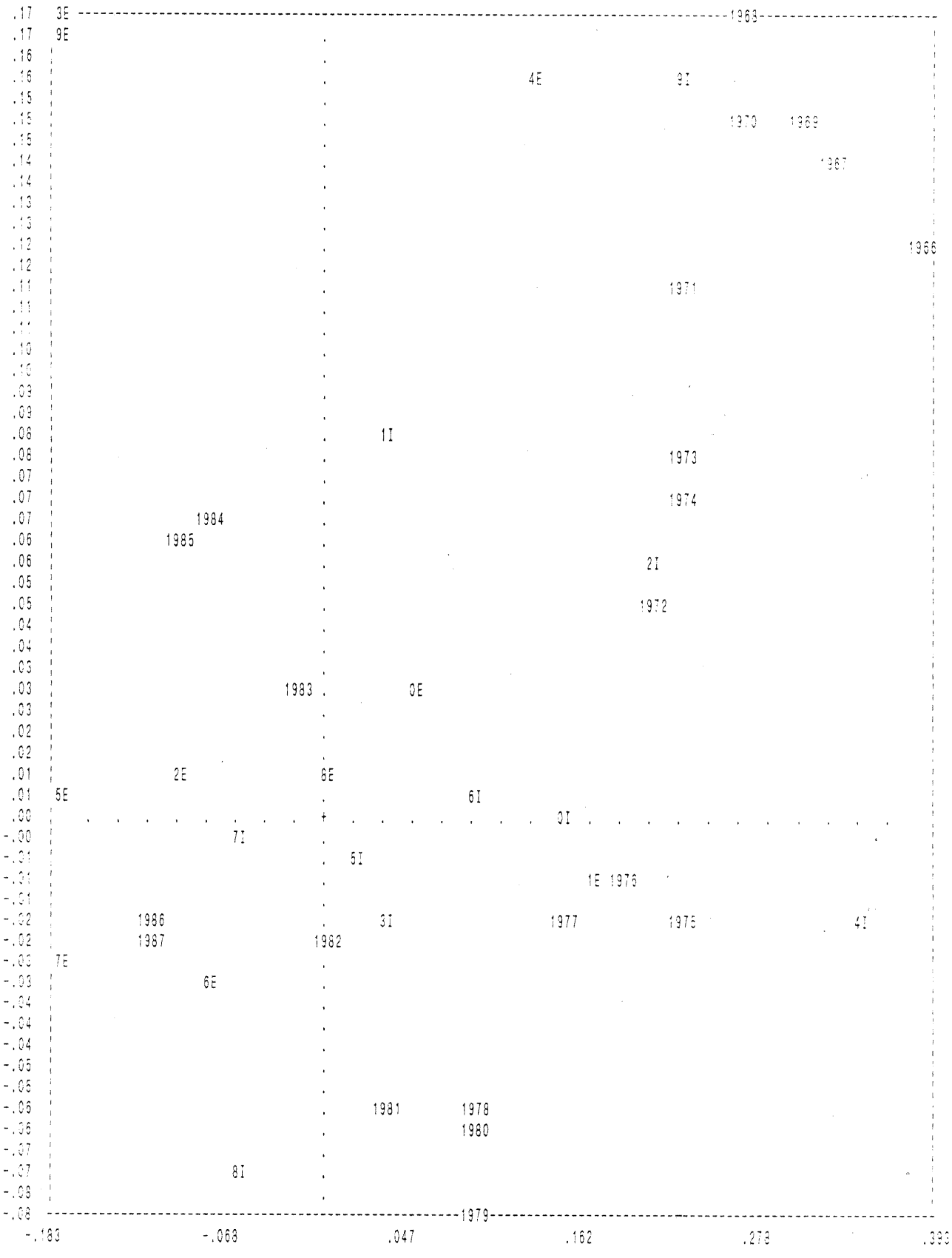
Importaciones: Representación en el plano factorial de los dos primeros ejes



Exportaciones/Importaciones: Representación en el plano factorial de los dos primeros ejes



Exportaciones/Importaciones: Representación en el plano factorial de los ejes 2 y 3



Exportaciones: Perfiles de las filas (suma de una fila = 1.000)

	9	3	5	7	6	2	8	0	4	1
1985	5	94	85	271	265	30	101	114	20	16
1984	8	90	78	269	269	29	101	122	19	15
1983	5	89	77	262	277	30	103	123	16	18
1982	3	72	72	276	283	29	104	128	14	20
1986	3	63	84	309	237	32	111	131	12	18
1987	3	62	87	312	215	37	107	144	15	17
1981	3	52	71	253	300	32	104	148	16	20
1980	2	39	74	263	309	32	102	134	23	23
1978	2	25	67	255	301	29	124	151	22	24
1979	1	19	76	265	294	27	116	154	22	27
1977	2	37	64	256	271	31	128	161	22	28
1974	1	68	76	223	215	33	144	167	37	37
1976	3	37	60	246	257	31	142	170	21	33
1975	2	33	52	257	257	31	146	175	16	31
1973	1	47	46	216	217	30	151	210	40	43
1972	1	36	45	217	214	29	179	220	22	37
1968	3	96	60	144	166	46	124	304	20	38
1969	3	64	57	175	179	44	145	261	37	35
1971	1	43	48	212	201	34	153	216	60	32
1970	1	55	53	195	172	39	134	259	59	34
1966	4	45	62	164	138	53	99	356	38	41
1967	3	58	63	130	139	51	108	361	46	42
	9	3	5	7	6	2	8	0	4	1

Importaciones: Perfiles de las filas (Suma de una fila = 1.000)

	7	6	8	5	4	0	1	2	3	9
1966	280	165	41	87	9	147	14	156	96	5
1987	348	118	77	107	3	85	13	84	164	2
1967	287	143	46	92	7	139	18	142	123	4
1973	273	123	55	108	5	125	15	160	130	6
1969	249	152	46	109	7	112	18	174	125	7
1970	257	160	46	105	6	101	15	171	132	7
1972	265	119	56	109	6	108	16	172	144	5
1986	291	121	73	112	3	97	15	96	191	2
1968	258	127	44	105	7	120	18	162	154	6
1971	242	121	51	106	5	112	20	174	164	6
1974	209	113	43	101	4	107	11	153	253	6
1975	219	109	46	85	10	115	11	137	258	10
1978	194	90	55	98	7	107	16	145	284	4
1977	197	100	54	90	5	105	14	141	283	11
1976	205	110	48	92	4	87	13	139	292	10
1979	189	94	52	100	5	100	13	142	302	3
1985	217	81	52	84	3	73	14	111	357	7
1984	202	74	46	82	3	74	16	118	376	8
1980	178	83	50	74	4	81	12	126	384	8
1982	191	81	50	74	2	80	13	103	396	9
1983	187	72	49	77	2	81	15	107	401	10
1981	174	73	48	75	4	75	11	109	424	6
	7	6	8	5	4	0	1	2	3	9

PRINCIPALES RESULTADOS DE UNA APLICACION DEL ANALISIS MULTIVARIANTE A LOS PRINCIPALES INDICES DE PRODUCTIVIDAD DEL SUBSECTOR AGRICOLA ESPAÑOL

José María Montero Lorenzo
Facultad de Ciencias Económicas y
Empresariales de la Universidad Autónoma de Madrid.

1. INTRODUCCION

El Censo Agrario de España de 1982 introduce la clasificación de las explotaciones agrarias según su orientación técnico-económica (OTE) la cual se basa en el análisis de la composición de sus resultados económicos y se define como el sistema de producción de una explotación agraria caracterizado por la contribución relativa de las distintas especulaciones a su dimensión económica.

Dicha clasificación genera una tipología de OTEs que, en el subsector agrícola y a nivel principal son las siguientes:

1. Cereales.
2. Otros cultivos agrícolas.
3. Horticultura.
4. Viticultura.
5. Frutales/Otros cultivos permanentes.
6. Horticultura y cultivos permanentes.
7. Otros policultivos.

Pues bien, para cada una de esta OTEs, hemos elaborado dos índices de productividad que hemos considerado básicos en el subsector agrícola español: la productividad media de la mano de obra y la productividad media de la superficie agrícola utilizada, estudiando, para cada uno de estos dos índices, las siguientes cuestiones:

En primer lugar, a través del análisis de la varianza, estudiaremos la incidencia de las OTEs agrícolas en los dos índices reseñados con el objeto de ver cuáles son las más los estimulan.

En segundo término, y a través del análisis factorial, llevaremos a cabo la extracción de los factores subyacentes a las concreciones de dichos índices en cada OTE.

Por último, y dado que a cada Comunidad Autónoma le asignaremos dos vectores de siete coordenadas que no son más que las cuantificaciones de los índices en cuestión para cada una de las siete OTEs agrícolas, se clasificarán dichas Autonomías en función de la similitud de sus vectores. Para ello nos apoyaremos en la técnica estadística del análisis de conglomerados.

2.— DEFINICIONES PREVIAS

Comenzaremos esta serie de definiciones señalando que, por PRODUCTIVIDAD MEDIA DE LA MANO DE OBRA se entiende el valor monetario de la producción bruta (neto de ciertos costes directos ocasionados por esta producción) que genera un trabajador asalariado a tiempo completo en 275 jornadas o un trabajador no asalariado en 300 o más jornadas.

El valor monetario de la producción bruta neto de los costes directos antes aludidos se denomina MARGEN BRUTO TOTAL (MBT) y se mide en unidades de dimensión económica (UDES), que en nuestro país equivalen a cien mil pesetas. El trabajo que realiza un asalariado a tiempo completo durante 275 jornadas, o durante 300 o más si no es asalariado, se define como UNIDAD DE TRABAJO AÑO (UTA). Por tanto la productividad media de la mano de obra puede definirse como el MBT que genera, en media, una UTA.

Se entiende por PRODUCTIVIDAD MEDIA DE LA SUPERFICIE AGRICOLA UTILIZADA el valor monetario de la producción bruta, neto de ciertos costes directos, que proporciona una hectarea

de SUPERFICIE AGRICOLA UTILIZADA (SAU), que es aquélla superficie dedicada a tierras labradas, pastos y pastizales. En otros términos, la productividad media de la SAU es el MBT que proporciona, en media, una hectárea de SAU.

Obviamente las definiciones expuestas de los índices de productividad tienen que ser consideradas en ausencia de las dotaciones de otros factores productivos.

3.— RESULTADOS DE LA APLICACION DEL ANALISIS MULTIVARIANTE A LA PRODUCTIVIDAD MEDIA DE LA MANO DE OBRA DEL SUBSECTOR AGRICOLA ESPAÑOL

3.1.— La incidencia de las OTEs del subsector agrícola español en la productividad media de la mano de obra

Con el análisis de la varianza que se llevará a cabo en este epígrafe, pretendemos contrastar la siguiente hipótesis: «Las OTEs agrícolas actúan de manera significativamente igual sobre la productividad media de la mano de obra».

Para ello hemos desarrollado un modelo de dos factores, el factor OTE y el factor geográfico relativo a la Comunidad Autónoma de ubicación de la explotación, del tipo:

$$X_{ijk} = \mu + OTE_i + CA_j + e_{ijk} \qquad \text{donde}$$

X_{ijk} = observación k-ésima del nivel i del factor OTE y del nivel j del factor CA.
μ = media general.
OTE_i = efecto producido por el i-ésimo nivel del factor OTE
CA_j = efecto producido por el j-ésimo nivel del factor CA
niveles del factor OTE= las siete OTEs principales del subsector agrícola
niveles del factor CA= las diecisiete Autonomías españolas y donde las interacciones entre los factores no son computables por disponer tan solo de una observación por celda. Además se ha operado una transformación logarítmica de los datos a fin de cumplimentar el requisito de normalidad.

Los resultados obtenidos han sido los siguientes:

TABLA 1
Análisis de la varianza de log.
(Productividad media de la mano de obra en las explotaciones agrícolas).

Fuente de variación	Grado de libertad	Suma de cuadrados	Cuadrado medio	F	Distribución
Total	118	48'857409			
Factor CA	16	22'207080	1'3879425	5'426	
Factor OTE	6	2'092647	0'3487744	1'363	F(6;96;0'05) = 2'219
Error	96	24'557682	0'2558092		

De los resultados obtenidos en la Tabla 1 se desprende que el valor de la F del factor OTE es inferior al reflejado en la columna «Distribución» (1'363 > 2'219) por lo cual aceptamos, con un nivel de significación del 5%, la hipótesis de partida. Es decir, aceptamos que ninguna OTE agrícola favorece la productividad media de la mano de obra más que otra.

3.2.— Los factores subyacentes a la productividad media de la mano de obra de las OTEs del subsector agrícola español

El objetivo que perseguimos en este epígrafe reside en obtener los factores subyacentes a las interrelaciones observadas entre la productividad media de la mano de obra de las diferentes OTEs agrícolas.

Para ello hemos procedido al análisis factorial de la característica «Productividad media de la mano de obra», siendo las variables del modelo las OTEs principales agrícolas. La extracción de los factores se ha llevado a cabo por el método de componentes principales, determinando el número de factores mediante el criterio del «autovalor mayor o igual que 1». La transformación de los factores, para hacerlos más interpretables se ha formalizado mediante el método Oblimín.

La solución factorial obtenida se presenta a continuación:

SOLUCION FACTORIAL

PATRON FACTORIAL

VARIABLE	FACTOR 1	FACTOR 2
Cereales	0.95375	—0.21565
Otros cultivos agrícolas	0.93722	—0.10831
Otros policultivos	0.71041	0.30128
Viticultura	0.62959	0.31248
Frutales/Otros cultivos permanentes	0.57745	0.50463
Horticultura, huerta y flores	—0.14255	0.88756
Horticultura y cultivos permanentes	0.41008	0.73586

ESTRUCTURA FACTORIAL

VARIABLE	FACTOR 1	FACTOR 2
Otros cultivos agrícolas	0.89943	0.21870
Cereales	0.87851	0.11713
Otros policultivos	0.81554	0.54916
Frutales/Otros cultivos permanentes	0.75353	0.70611
Viticultura	0.73861	0.53215
Horticultura y cultivos permanentes	0.66683	0.87894
Horticultura, huerta y flores	0.16713	0.83782

CORRELACION ENTRE FACTOR 1 Y FACTOR 2: 0,34891

Del patrón y la estructura factorial obtenidos tras haber rotado los factores, se desprende la existencia de dos factores, el factor 1, que subyace claramente a la productividad media de la mano de obra obtenida en «Cereales» y «Otros cultivos agrícolas» y el Factor 2, que incide también de manera clara en «Horticultura, huerta y flores». Las demás variables presentan correlaciones moderadas con ambos factores, aunque el Factor 1 incide más en el índice de productividad de «Otros policultivos», «Viticultura» y «Frutales/otros cultivos permanentes» y el Factor 2 en el de «Horticultura y cultivos permanentes.

Por ello, creemos asegurar que el Factor 1 es un ente dimensional ya que subyace a OTEs con un elevado MBT (apoyado en la dimensión física de las explotaciones) y un moderado número de UTAs, lo cual las significa como las orientaciones con mayor productividad media de la mano de obra. El Factor 2 es más fácilmente interpretable, pareciendo claro que tiene mucho que ver con la intensidad de las propias orientaciones hortícolas.

3.3.— **Clasificación de las Comunidades Autónomas españolas en función de la similitud de su estructura de productividad media de la mano de obra.**

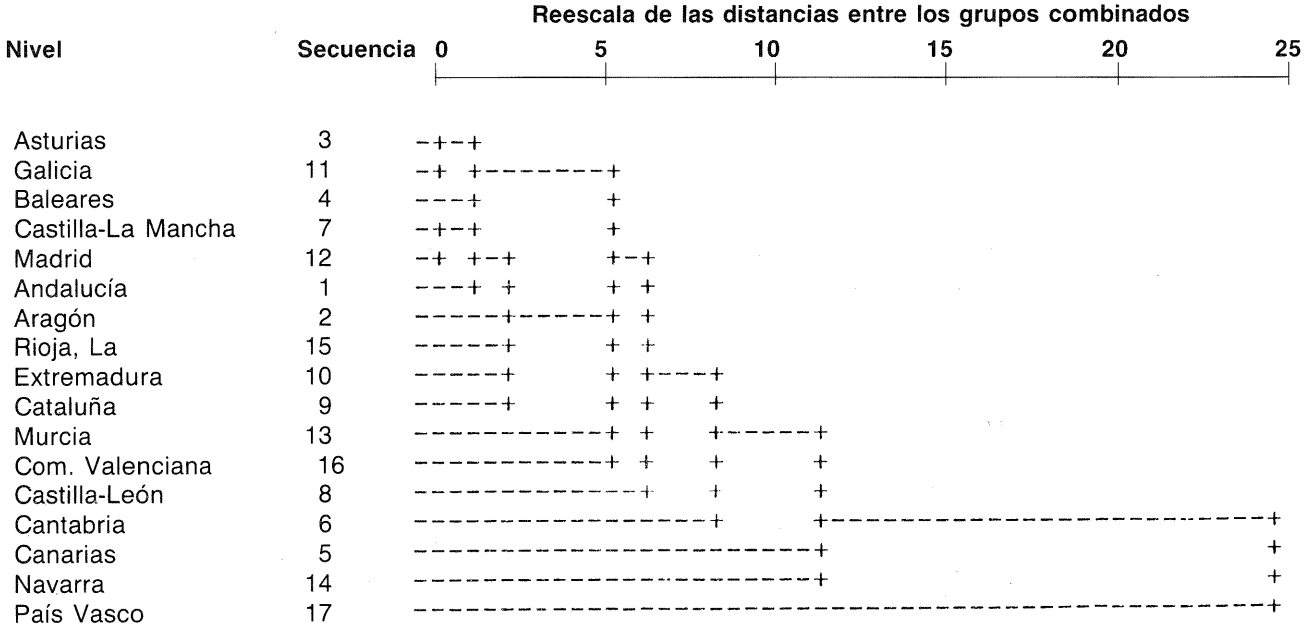
La estructura de productividad media de la mano de obra es un vector de siete coordenadas, cada una de las cuales representa dicha productividad en cada una de las siete OTEs principales del subsector agrícola. Tal estructura de productividad media de la mano de obra caracterizará a las Autonomías españolas y permitirá agruparlas, de acuerdo con la similitud de las mismas, por medio del análisis de conglomerados.

Pues bien, para medir la homogeneidad de las Autonomías respecto de la estructura aludida, hemos elegido la distancia enclídea y para agruparlas en cada etapa del análisis se ha seguido el método «single linkage». El proceso de formación de conglomerados se ha llevado a cabo mediante el método «jerárquico aglomerativo» y la representación gráfica del proceso de agrupación se da en forma de dendogama.

El análisis de conglomerados, a nivel de Comunidad Autónoma, de la productividad media de la mano de obra revela dos particiones múltiples y una singular muy separada de las anteriores. En el primer conglomerado múltiple destacan dos subgrupos: el formado por Asturias, Baleares, Galicia-La Mancha, Madrid y Andalucía, y el constituído por Aragón, La Rioja, Extremadura y Cataluña. Murcia, Castillai-León, la Comunidad Valenciana y Cantabria también forman parte de este primer conglomerado siendo las Autonomías más atípicas dentro de él (especialmente Cantabria).

Canarias y Navarra conforman el segundo conglomerado múltiple y el País Vasco, con una estructura de productividad media de la mano de obra más distinta a la del resto de Autonomías, constituye la partición individual. (Véase dendograma 1).

Dendograma 1.



4.— Resultados de la aplicación del análisis multivariante a la productividad media de la superficie agrícola utilizada del subsector agrícola español.

4.1.— La Incidencia de las OTEs del subsector agrícola español en la productividad media de la superficie agrícola utilizada

En este epígrafe nuestro objetivo no es otro que el contrastar, mediante el análisis de la varianza, si las distintas OTEs agrícolas actúan de manera significativamente igual sobre la productividad media de la SAU. Con la metodología reseñada en el epígrafe 3.1., que no explicitamos dada la escasez de espacio con que contamos, se han obtenido los siguientes resultados:

TABLA 2:
Análisis de la varianza de log. (Productividad media de la superficie agrícola utilizada en las explotaciones agrícolas)

Fuente de variación	Grado de libertad	Suma de cuadrados	Cuadrado medio	F	Distribución
Total	118	129'59525			
Factor CA	16	69'97974	4'3737340	22'817	
Factor OTE	6	41'21379	6'8689644	35'835	F(6;96;0'05) = 2'219
Error	96	18'401723	0'1916846		

donde el nivel tabular del Factor OTE es inferior al obtenido en el análisis (2'219 < 35'835) por lo cual rechazamos la hipótesis nula de partida y comprobamos, mediante el test de Tukey, qué OTEs tienen mayor influencia sobre la variable de nuestro interés.

TABLA 3:
Comparación de medias: Test de Tukey de log. (Productividad media de la superficie agrícola utilizada en las explotaciones agrícolas).

Nivel	Denominación nivel	Media	Grupos homogéneos
1	Cereales	—1'5551402	*
4	Viticultura	—0'8325241	*
7	Otros policultivos	—0'6840637	*
2	Otros cultivos agrícolas	—0'6418474	*
5	Frutales/Otros cultivos permanentes	—0'4535046	* *
6	Horticultura y cultivos permanentes	—0'1616920	*
3	Horticultura, huerta y flores	0'5214336	*

A la vista de la configuración de los grupos homogéneos podemos concluir que la OTE que más estimula la productividad media de la SAU es «Horticultura, huerta y flores», seguida del grupo formado por «Viticultura», «Otros cultivos/agrícolas», «Otros policultivos» y «frutales/Otros cultivos permanentes», OTE está última que solapa con la orientación que sigue en incidencia a estas citadas: «Horticultura y cultivos permanentes». «Cereales» es la OTE agrícola que favorece en menor medida la productivida media de la SAU.

4.2.— Los factores subyacentes a la productividad media de la superficie agrícola utilizada de las OTEs del subsector agrícola español

Con la metodología apuntada en el epígrafe 3.2. se han extraído, para la característica «Productividad media de la SAU en el subsector agrícola español», dos factores subyacentes a las correlaciones observadas entre las OTEs agrícolas. Una vez llevada a cabo la rotación de los mismos por el método Oblimín se ha obtenido la siguiente solución factorial:

SOLUCION FACTORIAL

PATRON FACTORIAL

VARIABLE	FACTOR 1	FACTOR 2
Horticultura y cultivos permanentes	1.00040	0.03008
Horticultura, huerta y flores	0.96050	0.10996
Frutales/Otros cultivos permanentes	0.90280	0.03909
Otros policultivos	0.58279	0.56699
Viticultura	0.56537	0.50282
Cereales	0.16457	1.01232
Otros cultivos agrícolas	0.13013	0.87823

ESTRUCTURA FACTORIAL

VARIABLE	FACTOR 1	FACTOR 2
Horticultura y cultivos permanentes	0.98764	0.39452
Horticultura, huerta y flores	0.919339	0.42226
Frutales/Otros cultivos permanentes	0.91383	0.29770
Otros policultivos	0.82344	0.81434
Viticultura	0.77878	0.74278
Cereales	0.26508	0.94247
Otros cultivos agrícolas	0.50287	0.93346

CORRELACION ENTRE FACTOR 1 Y FACTOR 2: 0.42443

Tras haber rotado los factores observamos que el Factor 1 subyace a la productividad media de la SAU de las explotaciones con orientación «Horticultura y cultivos permanentes», «Horticultura, huerta y flores» y «Frutales/otros cultivos permanentes», mientras que el Factor 2 subyace a la productividad media de la SAU de «Otros cultivos agrícolas» y «Cereales», siendo moderadas las correlaciones existentes entre la productividad media de la SAU de «Otros policultivos» y «Viticultura» y los factores extraídos.

Con estos resultados creemos ver en el Factor 2 un ente dimensional que disminuye la productividad media de la SAU a través de un elevado número de has. de superficie agrícola utilizada. Por contra, interpretamos el Factor 1 como un Factor intensidad que eleva la productividad media de la superficie agrícola utilizada.

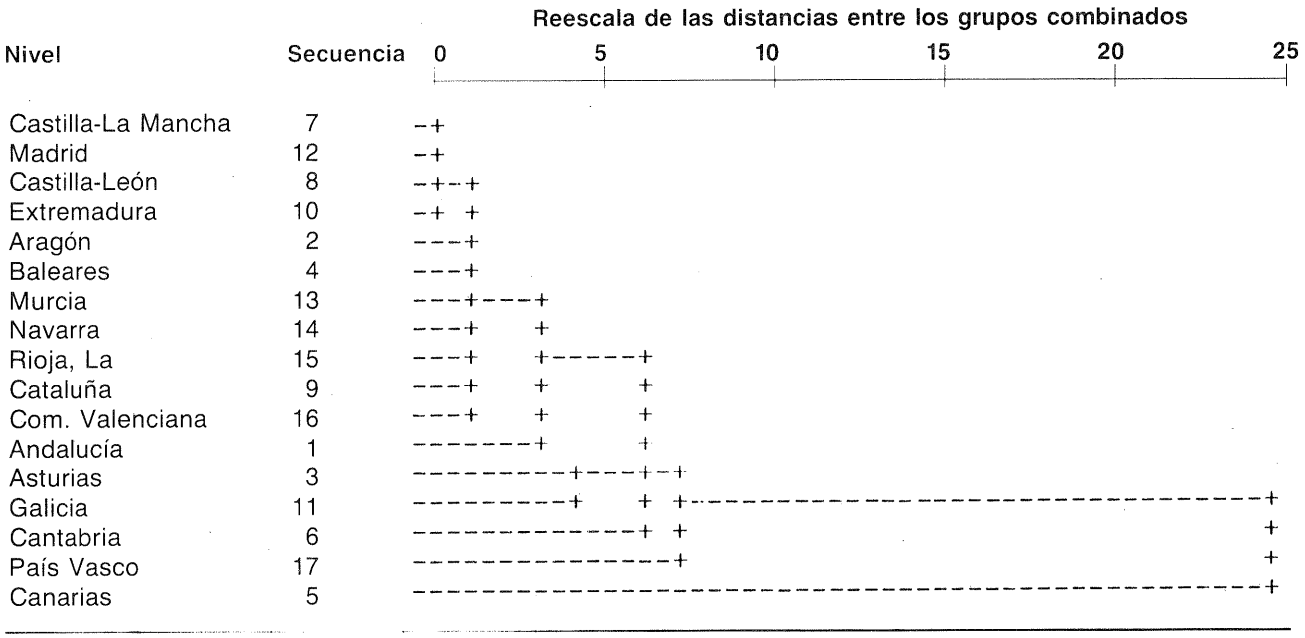
4.3.— Clasificación de las Comunidades Autónomas españolas en función de la similitud de sus estructuras de productividad media de la SAU.

Con la misma metodología aplicada en el epígrafe 3.3. hemos agrupado las Autonomías españolas en función de su similitud de estructuras de productividad media de la SAU. De esta manera, en un corte en el dendograma 2 al nivel 5 de la escala, hemos obtenido cinco particiones básicas (2 múltiples y tres singulares).

El primer conglomerado múltiple se puede dividir en tres subgrupos. El primero de ellos lo forman las Autonomías del interior de la península, el segundo lo constituyen las Comunidades del noroeste y la franja mediterránea de nuestro territorio y el tercero hace referencia a Andalucía.

El segundo conglomerado múltiple está formado por Asturias y Galicia, mientras que Cantabria, el País Vasco y Canaras constituyen las particiones singulares.

Dendograma 2



Cuadro 1:

Productividad media de la mano de obra en las explotaciones del subsector agrícola español, por Comunidades Autónomas y OTEs principales (UDEs)

ORIENTACIONES COMUNIDADES AUTONOMAS	TOTAL AGRICULTURA	OTROS CEREALES	HORTICULTURA CULTIVOS AGRICOLAS	FRUTALES Y HUERTA Y FLORES	HORTICULTURA VITICULTURA PERMANENTES	OTROS OTROS CULTIVOS CULTIVOS	Y CULTIVOS	POLI-
TOTAL NACIONAL	6'85	9'90	7'51	6'42	4'77	6'99	6'44	5'43
ANDALUCIA	6'63	9'29	7'99	6'21	2'63	6'17	6'61	6'12
ARAGON	8'52	9'84	7'49	7'49	6'03	8'49	6'85	7'81
ASTURIAS	3'98	0'83	4'43	3'74	2'66	5'03	4'60	3'93
BALEARES	4'98	1'49	1'32	3'99	4'76	6'12	5'27	4'53
CANARIAS	7'47	0'78	2'40	12'55	2'91	5'12	7'69	5'44
CANTABRIA	5'20	2'76	7'55	4'84	2'66	11'12	2'00	4'91
CASTILLA-LA MANCHA	5'48	7'63	8'74	6'14	2'52	3'64	3'86	5'00
CASTILLA-LEON	9'04	13'07	8'65	3'74	1'87	1'94	2'11	6'05
CATALUÑA	7'25	9'07	4'67	4'44	5'83	7'88	5'35	8'31
EXTREMADURA	6'67	9'29	7'39	3'51	7'48	4'27	3'18	6'73
GALICIA	2'33	0'56	2'48	3'24	2'48	4'23	3'05	2'07
MADRID	4'78	5'88	7'49	3'51	1'82	3'26	3'13	4'11
MURCIA	7'26	4'10	7'41	3'14	8'28	9'42	7'64	8'80
NAVARRA	11'30	12'04	11'98	10'42	4'48	14'37	10'52	10'26
RIOJA, LA	7'19	8'42	9'25	4'87	7'27	7'30	5'38	6'43
COM. VALENCIANA	7'94	6'19	4'59	7'21	9'58	8'17	7'50	7'09
PAIS VASCO	11'66	14'99	15'53	7'64	16'81	22'57	14'95	9'10

FUENTE: Censo Agrario de España 1982 y elaboración propia.

Cuadro 2:
Productividad media de la superficie agrícola utilizada en las explotaciones del subsector agrícola español, por Comunidades Autónomas y OTEs principales (UDEs)

ORIENTACIONES COMUNIDADES AUTONOMAS	TOTAL AGRICULTURA	OTROS CEREALES	HORTICULTURA CULTIVOS AGRICOLAS	FRUTALES Y HUERTA Y FLORES	HORTICULTURA VITICULTURA PERMANENTES	OTROS OTROS CULTIVOS CULTIVOS	Y CULTIVOS	POLI-
TOTAL NACIONAL	0'35	0'17	0'36	2'45	0'32	0'53	0'84	0'29
ANDALUCIA	0'38	0'21	0'39	3'18	0'41	0'37	0'64	0'29
ARAGON	0'23	0'15	0'25	0'75	0'26	0'56	0'48	0'24
ASTURIAS	2'10	0'71	1'89	2'91	1'00	1'27	1'53	1'90
BALEARES	0'41	0'11	0'15	1'10	0'40	0'41	0'79	0'31
CANARIAS	4'40	0'16	0'93	10'56	1'05	3'66	5'01	1'77
CANTABRIA	2'16	0'34	0'96	3'82	1'00	3'21	2'00	1'66
CASTILLA-LA MANCHA	0'13	0'09	0'16	0'54	0'11	0'11	0'19	0'13
CASTILLA-LEON	0'24	0'17	0'36	0'65	0'10	0'12	0'27	0'30
CATALUÑA	0'66	0'34	0'35	2'12	0'54	0'92	0'82	0'57
EXTREMADURA	0'27	0'18	0'60	0'72	0'29	0'24	0'29	0'21
GALICIA	1'53	0'41	1'25	2'93	1'79	1'73	2'10	1'44
MADRID	0'16	0'10	0'30	0'58	0'10	0'12	0'19	0'14
MURCIA	0'49	0'07	0'66	1'30	0'27	0'63	1'01	0'36
NAVARRA	0'47	0'23	0'74	1'48	0'30	1'21	1'07	0'54
RIOJA, LA	0'59	0'23	0'61	1'58	0'56	0'94	0'82	0'53
COM. VALENCIANA	0'95	0'51	0'72	2'36	0'74	0'95	1'18	0'63
PAIS VASCO	1'19	0'34	0'76	3'59	1'54	4'95	3'38	1'21

FUENTE: Censo Agrario de España 1982 y elaboración propia.

ESTUDIO DE DIFERENTES VARIANTES ANALITICAS SOBRE LA FINANCIACION DE LA SEGURIDAD SOCIAL

P. Fernández Martínez
A. Pulido Martínez
B. Pena Trapero
Universidad Autónoma de Madrid

1.— INTRODUCCION

La economía española ha padecido en los últimos años una aceleración fuerte de los gastos del sector público que ha inducido a unos déficits del sector público considerables, como se indica en el cuadro adjunto.

GASTOS TOTALES DE LAS AA.PP.
% P.I.B.

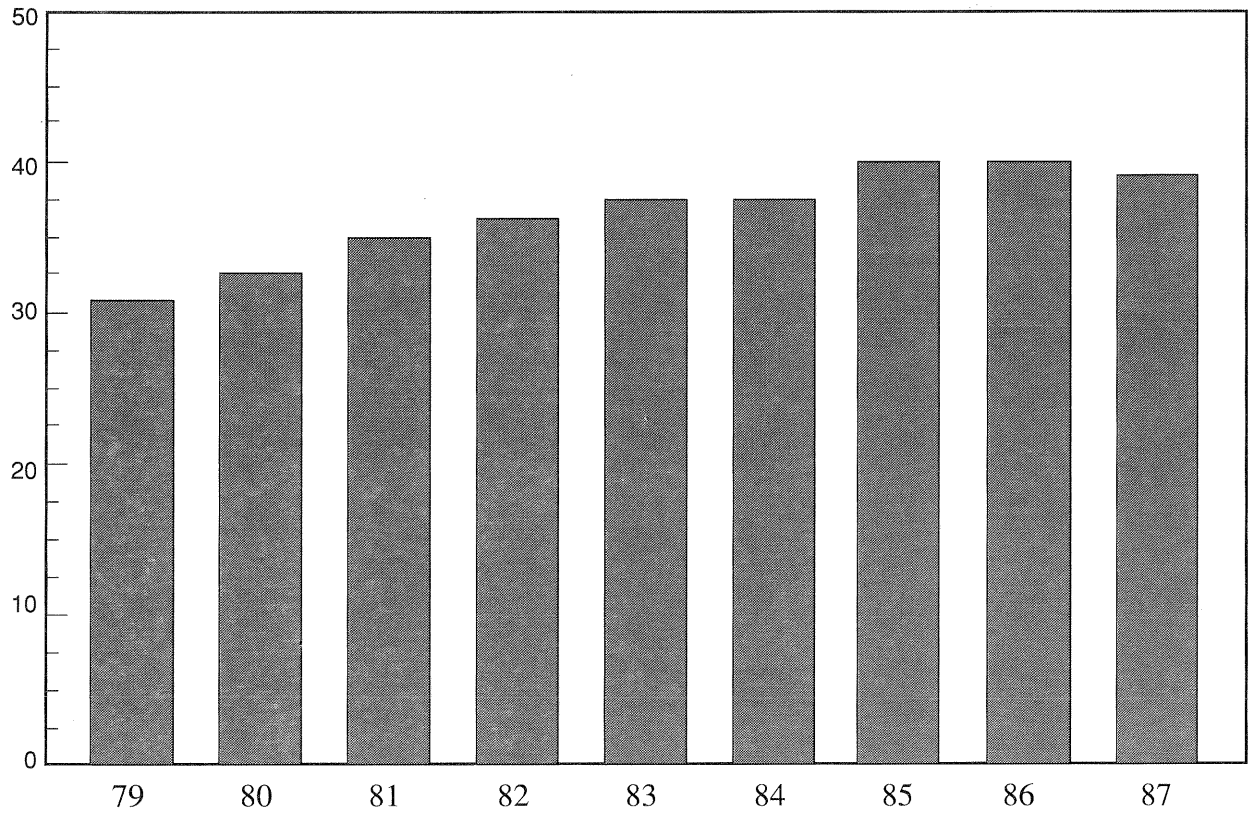
	Gasto AA.PP.
1979	30.4
1980	32.8
1981	35.3
1982	36.6
1983	38.5
1984	38.8
1985	41.8
1986	41.6
1987	40.8

NECESIDAD DE FINANCIACION DE LAS AA.PP.
% P.I.B.

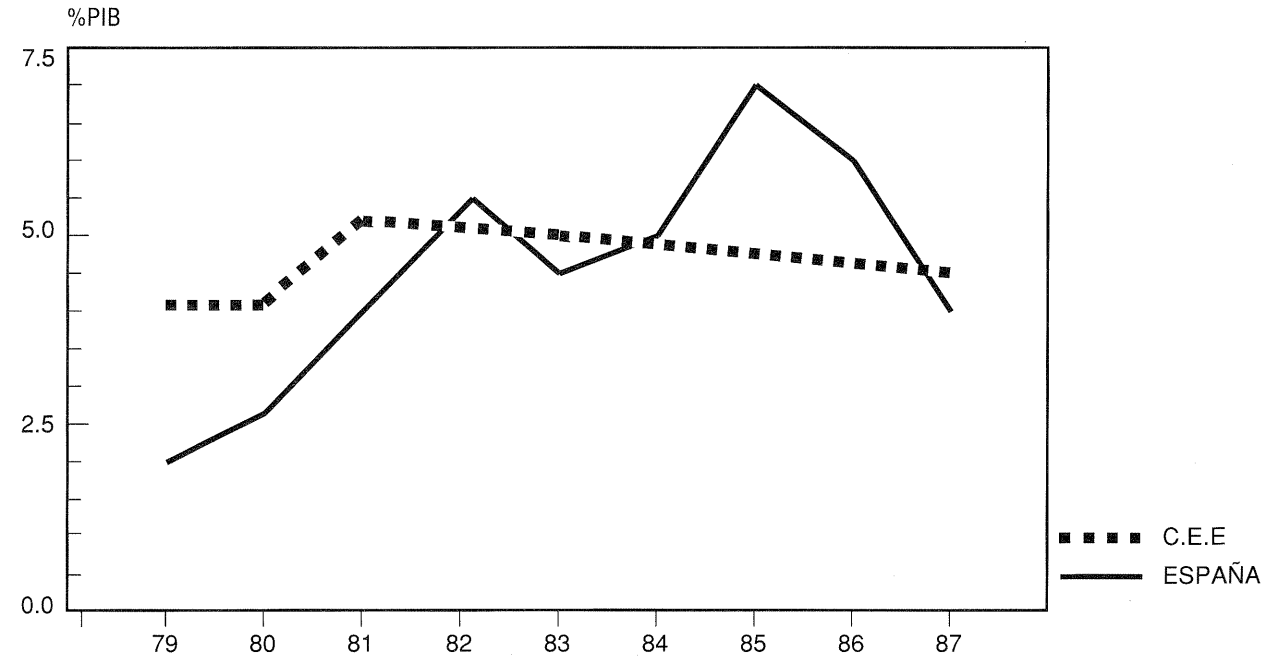
	España	C.E.E.
1979	1.98	3.7
1980	2.65	3.8
1981	3.91	5.3
1982	5.63	5.5
1983	4.80	5.3
1984	5.28	5.3
1985	7.02	5.2
1986	6.05	4.8
1987	3.66	4.5

Es cierto que el déficit del sector público se va reduciendo a partir de 1985, en términos del porcentaje del PIB, pero ello se logra en tanto por la reducción del gasto sino más bien por el incremento de los ingresos. Para muchos analistas este fuerte crecimiento del gasto público es una de las causas de que nuestro crecimiento se quede muy por debajo del crecimiento potencial que permite nuestro sistema económico. Esto conlleva la imposibilidad de una creación de los puestos de

GASTO DE LAS AA.PP EN PORCENTAJE DEL PIB



NECESIDAD DE FINANCIACION DE LAS AA PP
ESPAÑA – ESPAÑA



trabajo al sistema que sería necesario para absorber el paro existente que constituye hoy por hoy el problema número uno de nuestra sociedad.

En este contexto, la Seguridad Social se presenta como una de las causas coadyugantes al aumento del gasto público ya que, como luego veremos, el sistema actual de basar los ingresos del sistema de protección social sobre la masa salarial es a todas luces insuficiente para financiar las prestaciones sociales y tiene que ser ayudado de forma creciente para las transferencias del sector público.

Cabe preguntarse cual va a ser, en los próximos años la situación de la Seguridad Social. ¿Las cotizaciones basadas sobre la masa salarial serán capaces en el futuro de cubrir las prestaciones previsibles? ¿Tendrán las Administraciones Públicas que continuar ayudando a cubrir la diferencia entre prestaciones y cotizaciones? ¿Caben otros sistemas de financiación y cuáles serán, en tal caso, las consecuencias sobre las diferentes variaciones económicas? He aquí un conjunto de preguntas cuya respuesta es de enorme interés para la sociedad.

El presente estudio intenta analizar algunas de las posibles alternativas de financiación (se trata de un trabajo realizado a petición de la Dirección General de Empleo, Asuntos Sociales y Educación de la Comisión de las Comunidades Europeas). En el mismo se abordaron sucesivamente los siguientes aspectos:

En primer lugar se dará una visión rápida del contexto de la Seguridad Social en España, analizando de forma detallada los ingresos y gastos de la misma. A continuación se hará un ejercicio de simulación, utilizando el modelo WHARTON-UAM, a fin de ver cuáles son las consecuencias analíticas de posibles variantes de financiación. Ello supone modelizar los gastos de la Seguridad Social según funciones y, habida cuenta de una hipótesis cierta de ingresos equivalentes al «ceteris paribus», obtener una solución de control que permita comparar respecto a ella los efectos de diferentes alternativas de financiación.

El apartado siguiente se dedicará a conocer los efectos de cada variante sobre las principales magnitudes económicas a fin de obtener la que podríamos llamar variante óptima. El trabajo se cierra con las conclusiones.

A fin de dar una visión global de lo que supone la Seguridad Social en España y de su evolución en el tiempo nos vamos a limitar a dar una serie de datos que no precisan un comentario particular ya que hablan por sí mismos.

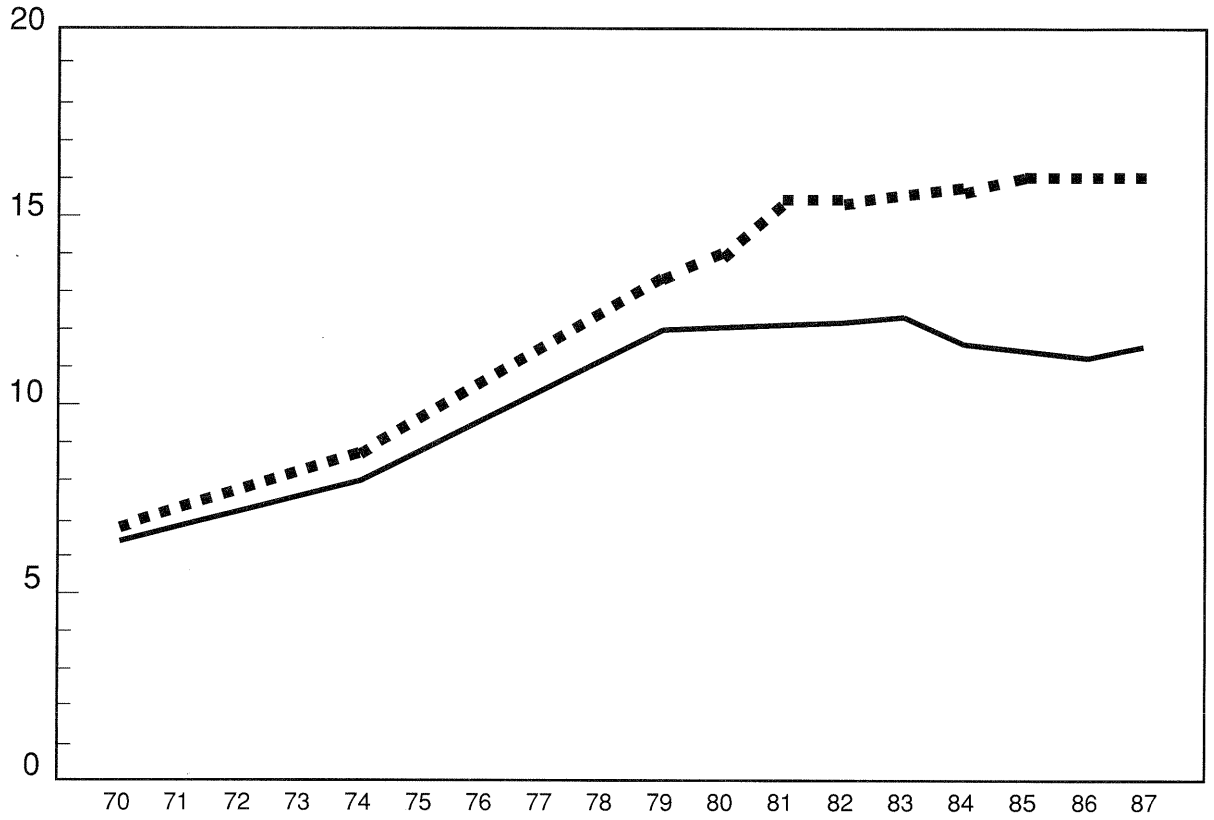
En primer lugar, exponemos en el cuadro adjunto la evolución de las cotizaciones y prestaciones sociales en porcentajes del P.I.B., correspondientes al período 1970-1987.

COTIZACIONES Y PRESTACIONES SOCIALES DEL SECTOR PUBLICO

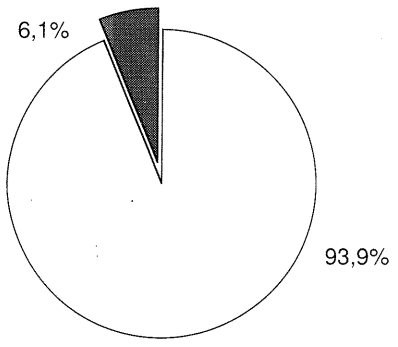
	% P.I.B.			% P.I.B.	
	Cotizaciones	Prestaciones		Cotizaciones	Prestaciones
1970	6.40	6.44	1979	12.03	13.50
1971	7.15	7.56	1980	11.90	14.10
1972	7.65	8.12	1981	12.10	15.64
1973	7.98	8.58	1982	12.08	15.63
1974	8.14	8.78	1983	12.45	15.95
1975	9.33	9.77	1984	11.90	15.88
1976	10.03	10.75	1985	12.01	16.33
1977	10.90	11.38	1986	11.87	16.22
1978	11.55	12.50	1987	11.97	16.38

La lectura del cuadro y gráfico correspondiente nos permite comprobar la creciente importancia que adquieren tanto las prestaciones (pasan del 6,5% al 16,5% del P.I.B.), como las cotizaciones (pasan del 6,5% al 12% del P.I.B.).

COTIZACIONES ——— Y PRESTACIONES ■ ■ ■ ■ ■ ■ ■ ■
EN PORCENTAJE DEL PIB

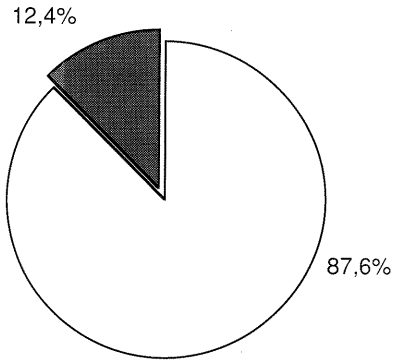


PESO PRESTACIOBES SOCIALES EN EL PIB
1970



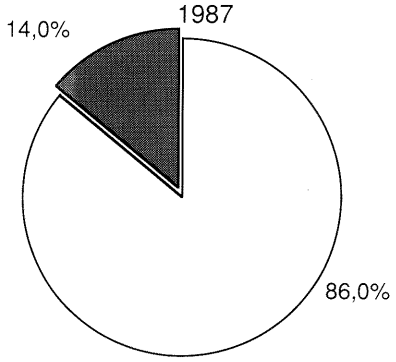
Miles de Millones de PTS

PESO PRESTACIONES SOCIALES EN PIB PESO
1980



Miles de Millones de PTS

PRESTACIONES SOCIALES EN EL PIB
1987



Miles de Millones de PTS

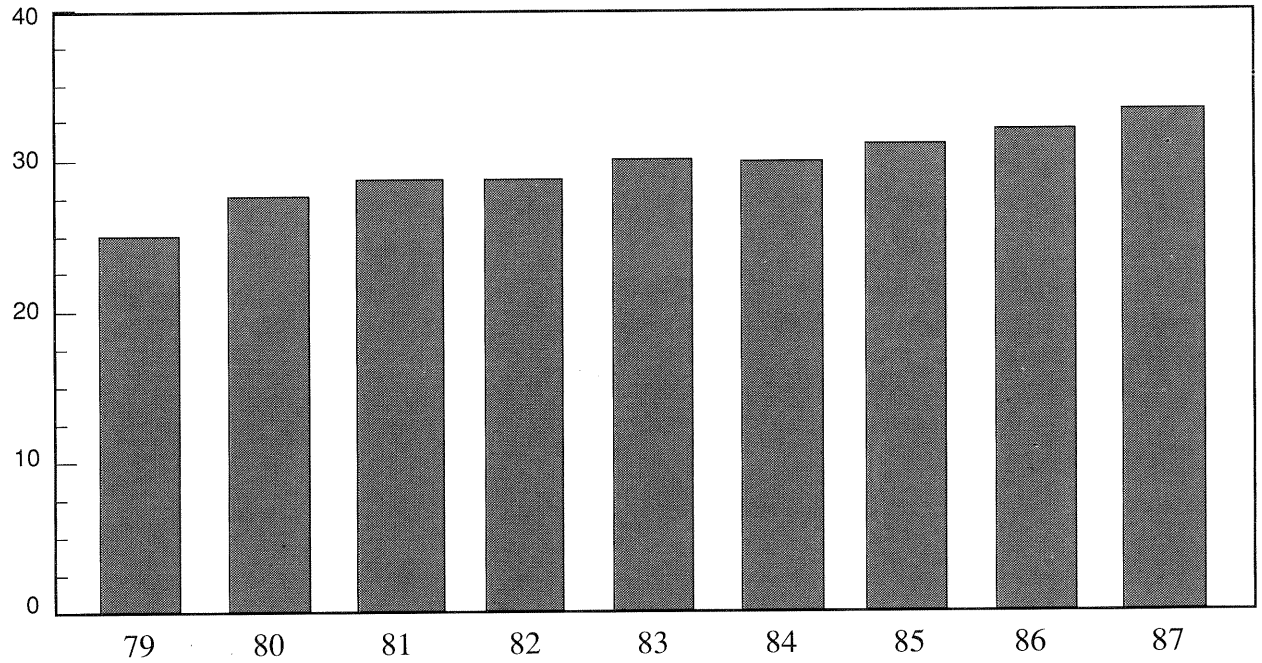
Asimismo, se pone de manifiesto un déficit autónomo creciente, medio como diferencia entre prestaciones y cotizaciones. Este incremento del déficit se explica por el hecho de que, partiendo en 1970 de una situación de equilibrio, las prestaciones pasaron a casi triplicarse (en términos del PIB), mientras que las cotizaciones tan sólo se multiplicaron por dos.

El siguiente cuadro permite observar la importancia creciente de la Seguridad Social, dado el peso que las cotizaciones sociales adquieren frente al resto de los ingresos fiscales, medidos todos porcentajes del PIB.

INGRESOS FISCALES EN PORCENTAJE DEL P.I.B.

CONCEPTOS	1979	1980	1981	1982	1983	1984	1985	1986	1987
Impuestos a la producción e importación	6.37	6.86	7.4	7.88	8.7	9.16	9.75	10.80	10.34
Impuestos sobre la renta y patrimonio	5.88	6.83	7.10	6.71	7.71	8.18	8.39	8.13	10.28
Impuestos s/ el capital	0.18	0.18	0.21	0.17	0.15	0.18	0.21	0.19	0.20
Impuestos para la C.E.	—	—	—	—	—	—	—	0.28	0.38
Cotizaciones sociales	12.11	11.99	12.19	12.17	12.54	11.99	12.01	11.87	11.98
PRESION FISCAL	24.54	25.86	26.90	26.93	29.10	29.51	30.36	31.27	33.18

PRESION FISCAL DEL SECTOR PUBLICO PORCENTAJE DEL PIB



Este cuadro nos indica que las cotizaciones sociales siguen teniendo el mayor peso entre los distintos ingresos fiscales, si bien su importancia relativa, que en 1979 era del doble que la de los impuestos indirectos, en 1987 ya está casi igualada, debido al fuerte incremento de éstos frente a la estabilidad de las cotizaciones.

Ya hemos visto la evolución de las prestaciones de la Seguridad Social a lo largo del tiempo, expresadas en porcentaje de PIB. El cuadro que ahora presentamos nos muestra la distribución de las prestaciones según funciones:

— Prestaciones correspondientes al seguro de desempleo.
— Prestaciones de enfermedad.
— Prestaciones de jubilación y análogas.
— Otras peticiones.

PRESTACIONES POR FUNCIONES

	1970	1975	1980	1985	1987
Enfermedad	177.272	386.356	558.400	574.302	656.242
Desempleo	15.087	66.779	325.200	423.846	429.275
Jubilación	205.624	477.944	875.000	1.200.248	1.313.124
Otros	224.307	284.988	240.000	183.242	182.157

Fuente: Boletín Estadístico del Banco de España.

Quizás lo más destacable sea el salto que han pegado las prestaciones por desempleo y jubilización en el período 1970 a 1980, prosiguiendo a partir de ese año su ritmo creciente, aunque mucho más lento que el correspondiente a la década anterior.

Finalizamos esta visión panorámica del contexto en que se mueve la Seguridad Social con el siguiente cuadro en el que se recogen los otros ingresos, distintos de las cotizaciones, con los que se financian la Seguridad Social, y que corresponden esencialmente a las transferencias corrientes de los diferentes Organismos Públicos al Sistema de la Seguridad Social.

OTROS INGRESOS DISTINTOS A LAS COTIZACIONES EN EL SISTEMA DE SEGURIDAD SOCIAL

	PTS 80
1970	74.13
1971	86.62
1972	103.76
1973	102.66
1974	138.55
1975	107.84
1976	98.20
1977	73.72
1978	161.20
1979	208.66
1980	315.83
1981	387.92
1982	647.25
1983	544.30
1984	611.01
1985	638.78
1986	712.70
1987	807.32

2.— ESTUDIO DE LAS DIFERENTES VARIANTES ANALITICAS DE FINANCIACION DE LA SEGURIDAD SOCIAL

El esquema actual de financiación se basa esencialmente en deducciones sobre la masa salarial soportados por los empleadores y por los empleados. Las Administraciones Públicas comple-

tan la financiación a través de los mecanismos normales de transferencias. Evidentemente los efectos económicos sobre cada agente y sobre el sistema son diferentes según quién sea el que financiacie de forma efectiva, ya que las cotizaciones tienen la naturaleza económica de impuesto, debido a su obligatoriedad y a que gravan un factor productivo y no el resultado de la actividad económica. Por ello, los mecanismos de traslación y de sustitución hacen que se tenga que diferenciar entre el agente que paga y el que soporta los efectos. Es éste un punto importante al que dedicaremos la atención que merece. Lo que ahora nos importa señalar es que el total de la masa a financiar va a depender de las prestaciones sociales que deban de ser financiadas. Por eso interesa previamente conocer las prestaciones por las principales funciones (enfermedad, paro, jubilación y otras) a fin de intentar una adecuada modelización que nos permita predecir su evolución futura.

2.1.— Modelización de los gastos de la Seguridad Social por funciones

Es evidente que una forma de predicción de los gastos consiste en determinar la población sometida a riesgo, y una vez estimada dicha población, aplicándole los distintos tipos de cobertura, se podría obtener el valor total de las prestaciones previsibles. Se trataría en definitiva de un estudio actuarial en donde las variables demográficas juegan el papel predominante.

Tratando de estudiar los efectos de tipo económico sobre el sistema, nuestro enfoque será diferente: se trata de obtener un modelo para cada categoría de gasto (función) que permita relacionar el mismo con factores esencialmente económicos.

Teniendo en cuenta los frecuentes cambios legislativos en esta materia, los datos históricos aportan información difícilmente interpretable si no se toman en consideración aquellos. Por eso, en una primera aproximación, se intentó obtener unos modelos basados exclusivamente en la bondad del ajuste sin hacer intervenir una explicación de tipo causal, entendiendo que era el efecto global sobre la predicción el que importaba y no el específico de cada regresión.

Los resultados obtenidos por este planteamiento pueden verse en el cuadro siguiente.

Resultado de las diferentes regresiones

$$MAL = -16{,}62 + \underset{(12,7)}{1.011{,}21\ T_{-1}} - \underset{(-3,2)}{0{,}147\ EUP}$$

$$R^3 = 0{,}99 \qquad D.W. = 1.15$$

$$CHO = -172{,}59 + \underset{(4,66)}{0{,}022\ PIB} + \underset{(2,03)}{0{,}106\ EUP} \quad AR(1)\ r = \underset{(2,63)}{0{,}54}$$

$$R^2 = 0{,}99 \qquad D.W. = 2{,}00$$

$$RETR = -379{,}13 + \underset{(13,26)}{21{,}51\ P_{-1}} - \underset{(9,19)}{1.036{,}44\ T} + \underset{(4,06)}{0{,}027\ PIB}$$

$$R^2 = 0{,}99 \qquad D.W. = 2{,}13$$

$$OTRAS = -630{,}24 + \underset{(18,6)}{335{,}48\ T} + \underset{(3,55)}{0{,}0518\ E}$$

$$R^2 = 0{,}99 \qquad D.W. = 1{,}73$$

donde:

MAL = Prestaciones por Enfermedad
CHO = Prestaciones por Desempleo
RTR = Prestaciones por Jubilación y análogos.
OTRAS = Otras prestaciones (Suma de las restantes prestaciones)
T = Remuneración de los asalariados por persona ocupada
EUP = Población parada
P = Precios de consumo de las familias
PIB = Producto Interior Bruto
E = Total de Empleos

El Banco de Datos utilizado así como las fuentes estadísticas, se incluyen en el Anexo I.

La modelización anterior que tenía como única base el buscar un buen ajuste, no permite el estudio de la influencia de los factores pertinentes sobre las prestaciones sociales. Tampoco permite comparar los resultados obtenidos entre los diferentes países comunitarios sobre la base de los coeficientes de regresión, al no ser elasticidades. A fin de evitar este inconveniente se procedió a una segunda estimación de los modelos de forma que permitiesen una cierta interpretación causal y la comparación de coeficientes entre países, aunque los ajustes obtenidos fuesen peores. Se obtuvieron de esta forma las siguientes ecuaciones:

Regresiones retenidas

$$WMAL = \underset{}{-0{,}25\ WN} + \underset{(5{,}38)}{1{,}25\ TT} + \underset{(2{,}42)}{0{,}09\ EUPR} - \underset{(2{,}38)}{14{,}05\ FIT79}$$

$R^2 = 0{,}77 \qquad D.W. = 0{,}94$

$$CHO = -172.59 + \underset{(4{,}66)}{0{,}022\ PIB} + \underset{(2{,}03)}{0{,}106\ EUP} \quad AR(1)\ r = \underset{(2{,}63)}{0{,}54}$$

$R^2 = 0{,}99 \qquad D.W. = 2{,}00$

$$WRETR = 5{,}38 + \underset{(0{,}28)}{1{,}00\ WN65} + \underset{(3{,}53)}{1{,}16\ TT}$$

$R^2 = 0{,}57 \qquad D.W. = (2{,}09)$

$$OTRAS = -630{,}24 + \underset{(18{,}6)}{335{,}48\ T} + \underset{(3{,}55)}{0{,}051\ E}$$

$R^2 = 0{,}99 \qquad D.W. = 1{,}73$

Donde:

- WMAL = Prestaciones por enfermedad en % de variación anual
- WN = Población total en % de variación anual
- TT = Remuneración de los asalariados por persona ocupada en % de variación anual
- EUPR = Población parada en % de variación anual
- FIT79 = Variable ficticia (Dummy) que toma el valor 1 en 1970 y cero en los otros años
- CHO = Prestaciones por paro
- PIB = Producto Interior Bruto
- EUP = Población parada
- WRETR = Prestaciones de más de 65 años en % de variación anual
- WNGS = Población de más de 65 años en % de variación anual
- T = Remuneración de los asalariados por persona ocupada
- E = Total de empleos

Conviene hacer las siguientes aclaraciones a las ecuaciones estimadas que acaban de indicarse:

I) Las ecuaciones relativas a las prestaciones por paro —la 2— y a otras prestaciones —la 4— son análogas a las primeramente estimadas. Ello es debido a que las tasas de variación presentan tanta variabilidad que ha sido imposible obtener una ecuación estimada mínimamente aceptable, si se tiene en cuenta, además, que la finalidad última es la proyección de las prestaciones y los ingresos para determinar la futura evolución del déficit autónomo y que las estimaciones en forma de tasas de variación tienen que transformarse en niveles a fin de obtener el montante del déficit, no es excesivamente grave el no tener una modelización que permita la comparación de los coeficientes entre los países comunitarios.

Por otra parte, conviene indicar que la variable que a primera vista parecería la más pertinente para explicar las prestaciones por paro sería el número de parados. Sin embargo, esta variable no fue en ninguna de las especificaciones intentadas estadísticamente significativa. Ello no es de extrañar si se tiene en cuenta que la cobertura del seguro de desempleo es del orden 30%, como puede verse en el cuadro adjunto:

Tasa de cobertura bruta en % (1)	
Período	Tasa
1984	26.40
1985	32.37
1986	31.48
1987	28.97
1988	28.79

Fuente: Síntesis Mensual de Indicadores económicos. D.G. de Previsión y Coyuntura. Mº de Economía y Hacienda
(1) La tasa de cobertura bruta es la relación entre los beneficiarios de prestaciones económicas por desempleo total y el paro registrado.

En tales condiciones es claro que no es el número de parados lo que condiciona las prestaciones, sino la capacidad financiera de la Seguridad Social y la capacidad negociadora de los Sindicatos y grupos sociales para lograr un mayor grado de cobertura.

II) La ecuación de las prestaciones de enfermedad específicas en tasas de variación anual se ha estimado imponiendo la restricción de una elasticidad 1 a la variación de la población. La introducción de una variable ficticia para 1979 vino motivada para mejorar la estimación, ya que en dicho año las series de WMAL presentaba un comportamiento excepcional.

III) La estimación relativa a las prestaciones por jubilación, especificada también en tasas de variación anual, ha sido retenida a pesar de sus deficiencias estadísticas en función de los valores aceptables para los coeficientes, similares a los de los otros países comunitarios.

2.2.— Hipótesis relativas al comportamiento futuro de los ingresos y gastos de la Protección Social

A fin de establecer la solución de control, o básica, una vez introducidas en el modelo WHARTON-UAM las ecuaciones referentes a los gastos que se han señalado anteriormente, su proyección a los años posteriores hasta 1992 va a depender de la predicción realizada por el modelo en función de la evolución prevista para las variables exógenas. La única excepción es la que corresponde a los gastos de gestión o administrativos, cuya evolución se supone que permanece constante en términos reales, reflejando únicamente el crecimiento de precios del sistema, medido por el deflactor implícito del PIB.

Por lo que se refiere a los ingresos las hipótesis introducidas para la solución de control han sido las siguientes:

I) La relación de las cotizaciones a la masa salarial será constante e igual a la del año de partida 1987. De esta forma las cotizaciones serán iguales al factor de proporcionalidad (0,19) para las cotizaciones de los empresarios y 0,0496 para las correspondientes a los asalariados) multiplicado por la masa salarial determinada endógenamente por el modelo.

II) El resto de los ingresos que corresponden esencialmente a las transferencias efectuadas por las Administraciones Públicas para cubrir el déficit, se supone que van a continuar constantes en términos reales, variando únicamente en términos nominales según la evolución del deflactor implícito del PIB.

El conjunto de estas hipótesis intenta obtener una solución básica o de control de tipo natural, de forma que permita modificar las variables exógenas según la evolución esperada de los mismos en la última solución de predicción de CEPREDE (Centros de Predicción Económica) para noviembre de 1988, mientras que los ingresos y gastos administrativos van a permanecer constantes en términos reales, o mantener constante la relación de las cotizaciones a la masa salarial.

De la solución básica obtenida bajo este conjunto de hipótesis únicamente vamos a destacar la evolución prevista del déficit autónomo definido como diferencia entre los ingresos por cotizaciones (incluidas las ficticias) y las transferencias menos los gastos correspondientes a las prestaciones diversas y los gastos de gestión de la Seguridad Social.

Evolución del Déficit Autónomo (Solución básica)		
Años	Déficit (M. mill.pts.)	Tasa de variación
1987	— 384.805	—
1988	— 400.729	4,1%
1989	— 411.940	2,8%
1990	— 288.656	— 29,9%
1991	— 132.149	— 54,2%
1992	— 41.017	— 69,0%

El cuadro anterior muestra cómo en las hipótesis antes señaladas existe un superávit en la Protección Social que aumenta hasta 1989, a partir de cuyo momento este superavit se va reduciendo de forma rápida, de modo que en 1992 se llega prácticamente a un equilibrio entre ingresos y gastos.

De todos modos, lo que interesa destacar es que el interés de la solución básica no radica tanto en los resultados de la misma sino en su papel de referencia frente a las diferentes alternativas de financiación, cuya asimilación se va a exponer más adelante.

2.3.— Diferentes alternativas de financiación

Como se indicó en la introducción, la finalidad de este estudio es ver los efectos sobre las magnitudes económicas que se producirían como consecuencia de distintas formas de financiación de la Seguridad Social.

Hasta ahora los sistemas de financiación se apoyan sobre la masa material, repartiendo las cargas entre los asalariados y los empresarios. Dado el carácter obligatorio de las cotizaciones se pueden asimilar éstas a un impuesto sobre el factor productivo trabajo.

En el caso español el peso más importante de este impuesto recae en los empresarios, los cuales se quejan de que los costes salariales que soportan debido a las cotizaciones a su cargo, superiores a la generalidad de los países comunitarios, lo colocan en inferioridad de condiciones competitivas frente a ellos. La situación relativa puede verse en los cuadros adjuntos.

CUADRO 1

COMPARACIONES INTERNACIONALES DE PRESION FISCAL SOBRE EL TRABAJO ASALARIADO SIN INCLUIR COTIZACIONES FICTICIAS DE LAS ADMINISTRACIONES PUBLICAS

Año 1983

Tipo efectivo de cotizaciones sociales a cargo del empleador[1/]		Tipo efectivos de cotizaciones a cargo de empleador y empleado[1/]		Cuña Fiscal[2/]	
País	Porcentaje sobre remuneración de asalariados	País	Porcentaje sobre remuneración de asalariados	País	Porcentaje sobre remuneración de asalariados
1. Francia	22,9	1. Holanda	40,7	1. Holanda	66,7
2. Holanda	20,9	2. Francia	32,6	2. Francia	57,4
3. ESPAÑA	19,4	Media	26,8	3. Bélgica	56,1
Media	17,3	3. Alemania	25,4	Media	53,2
4. Italia	18,3	4. ESPAÑA	23,9	4. Italia	51,2
5. Bélgica	14,8	5. Italia	23,3	5. Alemania	50,7
6. Alemania	13,9	6. Bélgica	23,1	6. Reino Unido	49,8
7. Reino Unido	10,9	7. Reino Unido	18,5	7. ESPAÑA	40,5

Fuente: EUROSTAT, INE y Dirección General de Planificación, Ministerio de Economía y Hacienda.

Notas: 1) Todas las cotizaciones, tanto las que corren a cargo del empleador como del empleado, se refieren al empleo asalariado e incluyen todas las contribuciones reales obligatorias. Todas las cotizaciones se expresan como porcentaje de la remuneración de asalariados.

2) Incluye, además de las cotizaciones sociales a cargo del empleador y del empleado, los impuestos directos e indirectos pagados por los asalariados.

3) Se supone, por falta de información al respecto, que los impuestos directos e indirectos pagados por los asalariados guardan con respecto al total recaudado la misma proporción que la remuneración de asalariados con respecto a la renta nacional bruta.

CUADRO 2

COMPARACIONES INTERNACIONALES DE PRESION FISCAL SOBRE EL TRABAJO ASALARIADO INCLUYENDO COTIZACIONES FICTICIAS DE LAS ADMINISTRACIONES PUBLICAS

Año 1983

Tipo efectivo de cotizaciones sociales a cargo del empleador[1/]		Tipo efectivos de cotizaciones a cargo de empleador y empleado[1/]		Cuña Fiscal[2/3/]	
País	Porcentaje sobre remuneración de asalariados	País	Porcentaje sobre remuneración de asalariados	País	Porcentaje sobre remuneración de asalariados
1. Francia	26,4	1. Holanda	42,5	1. Holanda	68,5
2. Holanda	22,6	2. Francia	36,1	2. Francia	60,9
3. ESPAÑA	21,8	Media	29,5	3. Bélgica	59,3
4. Italia	21,5	3. Alemania	27,7	Media	55,9
Media	20,0	4. Italia	26,6	4. Italia	54,4
5. Bélgica	18,1	5. ESPAÑA	26,3	5. Alemania	53,0
6. Alemania	16,2	6. Bélgica	26,3	6. Reino Unido	52,4
7. Reino Unido	13,5	7. Reino Unido	21,0	7. ESPAÑA	40,5

Fuente: EUROSTAT, INE y Dirección General de Planificación, Ministerio de Economía y Hacienda.

Notas: 1) Todas las cotizaciones, tanto las que corren a cargo del empleador como del empleado, se refieren al empleo asalariado e incluyen todas las contribuciones reales obligatorias y las ficticias de las Administraciones Públicas. Todas las cotizaciones se expresan como porcentaje de la remuneración de asalariados.

2) Incluye, además de las cotizaciones sociales a cargo del empleador y del empleado, los impuestos directos e indirectos pagados por los asalariados.

3) Se supone, por falta de información al respecto, que los impuestos directos e indirectos pagados por los asalariados guardan con respecto al total recaudado la misma proporción que la remuneración de asalariados con respecto a la renta nacional bruta.

Los cuadros anteriores tomados de la ponencia «Los Efectos Económicos de las Cotizaciones a la Seguridad Social» presentada por A. Zabalza Martí en la conferencia sobre «La Crisis de la Fiscalidad de la Empresa», celebrada en Barcelona el 20 de octubre de 1987, nos permiten comprobar que, en efecto, el tipo efectivo de cotizaciones sociales a cargo del empleador sitúan al empresario español en el puesto 3 de los 7 países considerados, tanto si se incluyen o no las contribuciones ficticias de las Administraciones Públicas. La columna 3 de ambos cuadros nos da la llamada «cuña fiscal» mide, por tanto, la presión fiscal efectiva y total sobre el factor trabajo. La situación de España por lo que a esta variable se refiere es con mucho la más baja de los siete países considerados.

Evidentemente las repercusiones sobre el sistema económico si se modifica la forma de financiación serán diferentes tanto si las contribuciones se reparten de forma distinta entre empresarios y asalariados, como si en vez de apoyarnos exclusivamente en el factor trabajo lo hace en otros factores productivos o en el gasto.

Por esta razón las variantes que se han propuesto para su análisis son las siguientes:

1. Aumento de las cotizaciones de los empresarios.
2. Aumento de las cotizaciones de las familias.
3. Aumento de la fiscalidad directa de las familias.
4. Aumento de los impuestos indirectos a través del IVA
5. Instauración de una nueva cotización social de los empresarios basado en el Valor Añadido.

Inicialmente se consideraron, además, las siguientes variantes:

a) Aumento de la fiscalidad directa sobre los beneficios empresariales.
b) Reducción de las prestaciones sociales.

Ambas variantes fueron, sin embargo, desechadas por su inviabilidad de aplicación ante las presiones sociales que suscitarían.

Para llevar a cabo las simulaciones de estas alternativas se supone que se produciría un impacto ex-ante equivalente al 1% del PIB, y que dicho impacto se mantenía fijo durante todo el horizonte temporal del análisis.

Las 4 primeras variantes son lo suficientemente claras en su intencionalidad para no necesitar un comentario al respecto.

La variante última corresponde a la instauración de una nueva cotización social basada en el Valor Añadido. Al apoyarse en el Valor Añadido generado sanciona a la vez la utilización del factor trabajo y del capital, lo que permitirá observar los efectos de restitución entre factores.

Para la aplicación de esta variante se calculó el cociente entre el 1% del PIB y el Valor Añadido de todas las ramas excepto los «servicios no destinados a la venta» (Administraciones Públicas) y Agricultura, que son ramas a los que no se aplicaría dicha cotización por la naturaleza de las mismas. Llamaremos α al cociente obtenido, que será el tipo efectivo correspondiente al aumento de recursos obtenidos por la introducción de esta nueva cotización. Este tipo se toma en consideración para modificar las ecuaciones referentes al salario real, función de producción y función de costes.

2.4.— Consideraciones teóricas sobre los efectos esperados de las variantes

Como en todo tipo de impuestos, los mecanismos económicos actúan de forma que quién paga el impuesto no es necesariamente quién soporta de hecho sus efectos. En el presente caso actúan dos tipos de mecanismos: traslación y sustitución. Veamos seguidamente con un poco más de detalle estos aspectos.

En las variantes analizadas no hay ninguna duda de quién paga los impuestos: los empresarios en el aumento de sus cotizaciones, ya sean basados en los salarios ya lo sean en el Valor Añadido. Las familias pagan esta forma impositiva en los otros tres casos. Cuando un agente sufre un impuesto intenta si ello le es posible trasladarlo a otro agente distinto. Así los empresarios intentarán hacer soportar por los consumidores vía precios.

Análogamente, los consumidores intentarán trasladar a los precios su aumento de cotizaciones, presionando en las negociaciones sobre los salarios para no perder poder adquisitivo. Además la subida de precios impuesta por los empresarios repercutirá a través de la indicación de los salarios a un aumento de éstos. De esta forma, los efectos iniciales de las variantes serán aumentos de precios —directamente en el caso de aumento del IVA e indirectamente en los otros casos— e iniciación de una espiral inflacionista.

La intensidad de los aumentos de precios será, sin embargo, distinta en los diferentes supuestos. Será máxima en el caso de actuar sobre el IVA ya que ahí el efecto es directo, de menor intensidad en el caso de aumento de cotizaciones empresariales, ya que el efecto sería sobre los costes, dependiendo entonces de la forma en que estos puedan trasladarse en su totalidad a los precios de consumo. Será mínima en el caso de aumento de las cotizaciones de las familias ya que aquí la traslación dependerá de la capacidad negociadora para conseguir aumentos salariales que pueden traducirse en un aumento de precios.

Los otros efectos más significativos se producirán sobre la actividad general. En el caso de aumento de las cotizaciones de los asalariados o de impuestos directos, sobre los mismos habrá una re-

ducción de la demanda al disminuir la renta disponible de las familias, y este efecto será, además reforzado por el hecho de que la propensión marginal al consumo es mayor precisamente en la población asalariada. Por otra parte los incrementos directos de los precios a través del IVA, o de los costes en las otras variantes supone una pérdida de competitividad que puede afectar a la balanza comercial, más frecuentemente en el caso de actuar sobre el IVA que en los otros casos.

El otro mecanismo que actúa ante el efecto de aumento del impuesto es el de sustitución, realizado por los empresarios a través de su elección de los factores de producción, y por los consumidores mediante la sustitución de unos productos por otros. Este mecanismo actuará si se produce una variación en la relación de precios de factores o de productos.

Así, sí existen tipos diferentes de IVA según grupos de productos, los efectos de este variante pueden ocasionar fuertes distorsiones de sustitución.

Por otra parte, la variante de aumento de cotizaciones de los empleadores tanto los centrados en el salario como las basadas en el Valor Añadido tendrán, al menos a corto plazo, un efecto negativo sobre el empleo al aumentar el precio de este factor. Sin embargo el efecto será diferente en ambas variantes ya que en un caso se grava únicamente el factor trabajo, y en el otro se gravan ambos.

Se puede demostrar que la productividad marginal del trabajo y del capital aumentan en la misma proporción cuando se aplica la nueva contribución. Sin embargo, los factores de producción —energía y otros consumos— no aumentan sus costes de utilización con lo que habrá un aumento de utilización de estos factores si las condiciones tecnológicas lo permiten.

3.— ANALISIS DE LOS RESULTADOS DE CADA VARIANTE

En el ANEXO III, se dan las diferencias entre cada variante y la solución de control expresadas en porcentajes, salvo para las variables de empleo, población activa y paro cuyas diferencias se expresan en miles de personas, y las variables referentes a la balanza comercial y a las de capacidad/necesidad de financiación que se expresan en miles de millones de pts. Con la solución básica quizás tuviese más interés expresar las diferencias en % del PIB, pero dado el valor numérico tan bajo que tiene la balanza de pagos y la capacidad/necesidad de financiación en las unidades utilizadas, las diferencias en % del PIB serían insignificantes.

En este apartado vamos a concentrar los efectos de cada variante sobre aquellas magnitudes que consideramos más significativas:

Variante 1: Aumento de cotizaciones empleadores

Diferencias en % solución básica)

	t+1	t+2	t+3	t+4	t+5	Σ
PIB nominal	0,36	0,79	0,56	0,43	0,38	2,52
PIB ptas. 1980	- 0,34	— 0,52	— 0,70	— 0,78	— 0,82	— 3,16
Importaciones	0,27	0,83	0,62	0,49	0,42	2,63
Consumo Familias	0,22	0,64	0,32	0,09	— 0,04	1,23
FBCF empresas	0,32	0,72	0,24	0,11	0,11	1,50
Precios Consumo	0,70	1,55	1,52	1,48	1,47	6,72
Deflactor PIB	0,72	1,34	1,30	1,26	1,27	5,89
Empleo Total (x)	— 19,97	— 29,68	— 44,57	— 54,11	— 68,74	— 217,1
Paro (x)	— 5,09	— 18,20	— 13,90	— 9,76	0,73	—46,22
Nec.financ. AAPP (xx)	1,18	1,21	1,15	1,12	1,09	5,75
B. comercial (xx)	0,001	0,002	0,002	0,002	0,003	0,010

(x) Diferencias en miles con la solución básica.

(xx) Diferencias en miles de millones de pts. con la solución básica.

Lo primero que destaca es que, en general, el efecto más fuerte se produce en el 2.º año, reduciéndose a partir de ese momento, salvo en el caso de un efecto de carácter explosivo como en el empleo.

Como era de esperar el efecto más importante se manifiesta en los precios, tanto de consumo como en los ímplicitos del PIB. Los efectos sobre precios sólo se atenúan muy debilmente con el paso del tiempo.

Los efectos sobre el PIB, Consumo y FBCF, de las empresas va por el aumento de precios, pero en enfermos reales serían negativos y además crecientemente negativos.

Por lo que se refiere al empleo, como era de esperar hay una pérdida creciente de empleo creado que llega a situarse en 68.000 personas al final del período. Sin embargo los efectos sobre el paro son punitivos, en el sentido en que el número de parados desciende débilmente hasta el final del período en que se producen un ligerísimo aumento. Este hecho, un tanto paradógico, se debe a que se bien se reduce el emplo, es aún mayor la reducción de la población activa, motivado por el hecho de que el encarecimiento de los costes salariales produce, como ya es sabido, un encarecimiento del mercado de trabajo que hace aumentar el número de trabajadores desanimados. No se olvide que debido al bajo porcentaje de empleo femenino existe una bolsa potencial de empleo de este colectivo que se ha cifrado en torno al millón y medio de personas, que se incorpora o retira del mercado de trabajo en función de las circunstancias del mismo.

Al ser positivas las diferencias con la solución básica, vemos que se reduce la necesidad de financiación de las Administraciones Públicas y, en cantidades insignificantes la balanza comercial que es fuertemente deficitaria en la solución básica.

La mejoría de la necesidad de financiación se explica debido al aumento de recaudación motivado por el incremento de las cotizaciones. La mejoría en la balanza comercial se debe a la reducción de la actividad.

La estructura del Modelo-Wharton-UAM no permite diferenciar la variante 2 y 3, que se traduce en ambos casos en una reducción de la renta disponible. Los efectos básicos se manifiestan en estas variantes en una fuerte disminución de la demanda (Consumo de las Familias) que se acentúa en los períodos sucesivos. Esta reduccción de la demanda se transmite a las otras variables: PIB, Importaciones, Formación Bruta de capital fijo de las empresas, etc.

Variante 2 y 3: Aumento de cotizaciones de los asalariados o de impuestos directos sobre las familias:
Diferencias en % sobre la solución básica)

	t+1	t+2	t+3	t+4	t+5	Σ
PIB monetario	— 0,39	— 0,53	— 0,61	— 0,67	— 0,70	— 2,90
PIB real ptas. 80	— 0,36	— 0,45	— 0,52	— 0,56	— 0,59	— 2,48
Importaciones	— 0,40	— 0,51	— 0,60	— 0,65	— 0,68	— 2,84
Consumo Familiar	— 0,56	— 0,81	— 0,97	— 1,08	— 1,15	— 4,57
FBCF empresas	— 0,72	— 0,77	— 0,80	— 0,83	— 0,83	— 3,95
Precios de consumo	0	0,01	— 0,02	— 0,03	— 0,04	— 0,08
Deflactor PIB	— 0,01	— 0,04	— 0,06	— 0,07	— 0,07	— 0,25
Empleo Total (x)	— 19,05	— 24,29	— 27,02	— 29,85	— 36,99	— 137,2
Paro (x)	— 45,89	— 54,07	— 61,87	— 62,97	— 59,94	— 284,7
Nec.financ. AAPP (xx)	0,78	0,76	0,73	0,71	0,70	3,68
B. comercial (xx)	0,001	0,002	0,001	0,001	0,002	0,007

(x) Diferencias en miles con la solución básica.
(xx) Diferencias en miles de millones de pts. con solución básica.

Se reduce también lógicamente la creación de empleo, y de forma progresiva de tal manera que al final del período se pierden 37.000 empleos. Sin embargo, nuevamente la fuerte reducción

de la población activa motivada, como vimos antes, por los trabajadores desanimados hace que el efecto de esta variante sobre el paro sea positiva. Este hecho ya ha sido históricamente observado en nuestro país. Así hemos visto en los últimos años cómo una mejora de la actividad económica suponía un empeoramiento del paro debido al aumento de población activa.

Los efectos sobre los precios, como era de esperar, son muy débiles.

Los efectos sobre las necesidades de financiación también aquí son positivos pero de más intensidad que en la variante anterior.

Lo mismo sucede con la balanza comercial cuyo déficit disminuye débilmente como consecuencia de la contratación de la demanda.

En la variante del aumento de la imposición indirecta a través del IVA el efecto más significativo se produce, lógicamente, en los precios de consumo. Las variables de actividad, salvo la F.B.CF, manifiestan valores positivos en relación a la solución básica si se expresan en términos monetarios, pero sucede lo contrario en términos reales.

Variante 4: Aumento del IVA

Diferencias en % sobre la solución básica)

	t+1	t+2	t+3	t+4	t+5	Σ
PIB monetario	0,98	0,81	0,73	0,72	0,75	3,99
PIB real ptas. 80	— 0,06	— 0,21	— 0,27	— 0,29	— 0,30	— 11,30
Importaciones	0,55	0,41	0,32	0,30	0,31	1,89
Consumo Familiar	0,96	0,76	0,60	0,51	0,46	3,29
FBCF empresas	0,27	— 0,23	— 0,33	— 0,31	— 0,26	— 0,86
Precios Consumo	1,39	1,40	1,39	1,40	1,43	7,01
Deflactor PIB	1,08	1,09	1,07	1,09	1,13	5,46
Empleo Total (x)	— 5,18	— 21,16	—31,82	— 45,53	— 73,43	— 177,1
Paro (x)	— 21,09	— 13,84	— 8,61	1,93	25,67	— 15,94
Nec.financ. AAPP (xx)	2,02	1,98	1,90	1,82	1,84	9,56
B. comercial (xx)	0,002	0,003	0,003	0,003	0,004	0,015

(x) Diferencias en miles con la solución básica.
(xx) Diferencias en miles de millones de pts. con la solución básica.

Destaca en esta variante el hecho de que si bien el efecto sobre los precios es fuerte, sin embargo dicho efecto, a partir del segundo año, es menor que en el caso de la variante de aumento de las cotizaciones de los empresarios. Esto indica que la capacidad de traslación del impuesto vía precios de los empresarios es muy fuerte.

Por otra parte el empleo cae de forma progresiva llegándose al final del período a una pérdida de 73.000 personas y, aunque aquí también juega al principio la baja de la población activa que compensa la pérdida de empleos, al final del período hay un aumento del paro que alcanza a 25.000 personas más que en la solución básica.

Los efectos sobre las necesidades de financiación de las Administraciones Públicas y sobre la balanza comercial son similares que en las variantes anteriores: reducción de la necesidad de financiación de las Administraciones Públicas, y del déficit de la balanza comercial. Los efectos son, sin embargo mayores que en aquellas variantes ya que hay una mejoría del PIB en términos monetarios, lo que induce unos mayores ingresos en las Administraciones Públicas.

Variante 5: Instauración de una nueva cotización social de los empresarios basado en el Valor Añadido

Diferencias en % sobre la solución básica)

	t+1	t+2	t+3	t+4	t+5	Σ
PIB monetario	0,71	1,29	1,17	1,11	1,09	5,37
PIB real ptas. 80	— 0,007	— 0,06	— 0,17	— 0,21	— 0,23	— 0,68
Importaciones	0,61	1,30	1,22	1,15	1,12	5,90
Consumo Familiar	0,76	1,42	1,30	1,20	1,14	5,82
FBCF empresas	0,80	1,40	1,06	0,96	0,96	5,18
Precios Consumo	0,68	1,51	1,52	1,51	1,51	6,73
Deflactor PIB	0,70	1,36	1,35	1,34	1,34	6,09
Empleo Total (x)	- 4,56	- 7,45	— 17,47	— 23,19	— 29,65	— 82,32
Paro (x)	44,93	39,26	49,77	54,17	60,89	249,02
Nec.financ. AAPP (xx)	2,27	2,36	2,27	2,21	2,21	11,32
B. comercial (xx)	0	0	0,001	0	0,001	0,002

(x) Diferencia en miles con la solución básica.
(xx) Diferencia en miles de millones de pts. con solución básica.

En esta variante se produce una ligera caida del PIB en términos reales, la más pequeña de todas las variantes, y que se manifiesta de forma creciente a lo largo del tiempo.

Los efectos más significativos se producen sobre el Excedente Bruto de Explotación que se reducen fuertemente en relación con la solución básica.

Al encarecer tanto el factor trabajo, como el uso del capital, se produce un efecto de encarecimiento de los factores que se manifiesta por un fuerte encarecimiento de los precios y consecuentemente de los salarios.

Con relación a la variante 1 —aumento de las cotizaciones de los empresarios— se produce aquí un efecto de sustitución entre trabajo y capital, ya que ahora se incrementan las inversiones a la vez que se reduce el empleo, aunque en menos intensidad que en aquella variante. Sin embargo el efecto sobre el paro debido al comportamiento de la población activa es mayor.

El consumo familiar crece debido al aumento de los salarios y por tanto de la renta disponible de los asalariados.

De todas las variantes es la que permite mayor reducción de las necesidades de financiación, debido a que es la que permite mayor crecimiento del PIB monetario y, por tanto, de la recaudación impositiva. Sobre la balanza comercial los efectos son neutrales.

4.— LA VARIANTE OPTIMA

Del estudio de los efectos sobre las distintas magnitudes de cada una de las variantes óptima, que sería aquella que tendría menos efectos negativos sobre el empleo, los precios, y la actividad. Para ello podríamos analizar los efectos acumulados sobre la solución básica de las distintas alternativas a lo largo de los 5 años (1987-1992). Con esta finalidad se construyó el cuadro siguiente:

Efectos acumulados en todo el período ($t-t_{-1}$) de las diferentes variantes en relación con la solución de control

	1	2 y 3	4	5	N
PIB monetario	2,52	— 2,90	3,99	5,37	5
PIB real ptas. 80	— 3,16	— 2,48	— 1,13	— 0,68	— 5
Importaciones	2,63	— 2,84	1,89	5,90	2 y 3
Consumo Familiar	1,23	— 4,57	3,29	5,82	5
FBCF empresas	1,50	— 3,95	— 0,86	5,18	5
Precios de consumo	6,72	— 0,08	7,01	6,73	2
Deflactor PIB	5,89	— 0,25	5,46	6,09	2
Exced. Bruto Expl.	— 12,34	— 6,74	— 1,24	— 5,59	4
Empleo Total (x)	— 217,07	— 137,2	— 177,1	— 82,32	5
Paro (x)	— 46,22	— 284,7	— 15,9	— 249,0	4
Nec.financ. AAPP (xx)	5,75	3,68	9,56	11,32	5
B. comercial (xx)	0,01	0,007	0,015	0,002	4

(x) Diferencia en miles con la solución básica.
(xx) Diferencia en miles de millones de pts. con la solución básica.

Ateniéndonos a los efectos acumulados parece ser que la variante óptima es la cinco, es decir la que supone instaurar una nueva cotización basada sobre el Valor Añadido. En efecto, dicha variante es la que permite un mayor crecimiento del PIB en términos monetarios y menor caída del mismo en volumen. Respecto al empleo, es la variante que supone una menor reducción del mismo (82.000 personas en todo el período de análisis).

Supone, además, efectos positivos sobre el consumo familiar, la inversión de las empresas y la reducción de las necesidades de financiación.

Como aspectos negativos está su influencia sobre el deflactor del PIB, ya que es la variante que supone un mayor crecimiento de estos precios. No sucede lo mismo con los precios de consumo, aunque también induce un fuerte crecimiento en ellos.

Otro efecto negativo es sobre el paro ya que, a pesar de ser la variante que menos empleo destruye respecto a la solución central, paradógicamente es la que más paro crea debido al fuerte aumento que provoca sobre la población activa, ya que la mejoría relativa de la actividad incita una mayor incorporación al mercado de trabajo de los trabajadores desanimados.

ANEXO I

obs	MAL	MALR	CHOR	CHORR	RETR	RETRR	OTRAS	OTRASR
1970	43.28600	177.2723	3.684000	15.08735	50.20900	205.6246	54.77100	224.3077
1971	54.70100	207.8107	6.646000	25.24935	67.63400	256.9436	72.04201	273.6898
1972	76.39000	269.6137	6.952000	24.53665	85.53500	301.8904	82.36099	290.6879
1973	99.13900	314.1329	7.224000	22.89004	118.2420	374.6629	97.13100	307.7704
1974	124.8170	335.7869	10.56300	28.41694	156.5020	421.0270	107.4300	289.0118
1975	165.9770	386.3563	28.67100	66.77973	205.1990	477.9440	122.3560	284.9883
1976	220.3000	440.5885	47.42300	94.84352	286.7320	573.4490	144.8800	289.7524
1977	312.3400	504.9241	77.04200	124.5449	393.8440	636.6823	171.5190	277.2750
1978	406.7500	552.3908	137.7910	187.1284	572.9270	778.0689	201.4540	273.5865
1979	457.3760	532.8750	216.2000	251.8881	746.0000	869.1420	242.3920	282.4036
1980	558.4000	558.4000	325.2000	325.0000	875.0000	875.0000	240.0000	240.0000
1981	662.9000	579.7388	443.2000	387.6003	1106.900	968.0388	249.8000	218.4624
1982	764.9000	584.2183	439.8000	335.9121	1317.800	1006.514	290.1000	221.5737
1983	846.6000	575.9226	496.2000	337.5536	1591.000	1082.321	307.0999	208.9131
1984	902.2000	553.0342	574.6000	352.2206	1869.700	1146.096	311.1001	190.2421
1985	1014.200	574.3023	748.5000	423.8466	2119.600	1200.248	323.5998	183.2421
1986	1180.500	614.6686	799.4000	416.2356	2407.800	1253.705	334.2999	174.0649
1987	1325.400	656.2426	867.0000	429.2759	2652.100	1313.129	367.8998	182.1575

obs	P	T	TR	E	V	PIB	PIBR	PPIB
1970	24.41780	0.146608	3.860956	122296.60	6985.832	2624.196	10823.32	24.24576
1971	26.32251	0.158535	0.535575	12470.60	7343.129	2961.803	11318.05	26.16.884
1972	28.33313	0.192555	12.65918	12457.89	7952.266	3475.599	12227.08	28.42542
1973	31.55957	0.231234	11.18685	12627.28	8562.020	4190.407	13166.94	31.82521
1974	37.17149	0.279164	9.128164	12770.43	8990.621	5131.291	13866.55	37.00481
1975	42.93369	0.340533	5.183243	12549.06	9157.957	6023.105	13940.90	43.20456
1976	50.00131	0.417435	7.482779	12406.28	9666.473	7247.711	14397.11	50.34143
1977	61.85880	0.541669	7.761276	12266.40	9813.801	9194.995	14831.24	61.99748
1978	73.63448	0.676361	2.865997	12051.80	9908.066	11250.48	15043.99	74.78389
1979	85.8317	0.803305	3.268707	11838.10	10029.10	13157.89	15023.09	87.58444
1980	100.0000	0.941489	2.701950	11483.30	10081.85	15209.13	15209.13	100.0000
1981	114.3446	1.085736	1.071165	11126.50	10019.52	16989.03	15171.32	111.9812
1982	130.9271	1.234165	1.170807	10994.60	10037.21	19567.30	15355.90	127.4253
1983	146.9989	1.404343	1.288872	10879.80	10072.63	22234.67	15633.15	142.2277
1984	163.1364	1.544444	0.976299	10672.80	10032.92	25111.35	15914.43	157.7898
1985	176.5969	1.699903	3.065719	10515.00	10253.04	27913.21	16281.20	171.4444
1986	192.0547	1.841516	0.330649	10779.10	10616.09	31955.32	16803.00	190.1763
1987	201.9680	1.975000	2.252000	11331.03	11166.79	35608.20	17688.86	201.3030

obs	TCHO	EUP	ET	GADM	GADMR	INTOT	COTIZ	OTROSI
1970	1.076337	122.3950	11424.49	16.35400	66.97573	180.9930	162.7680	18.22499
1971	1.549653	191.8950	8047.350	20.00100	75.98440	231.0760	205.6800	25.39601
1972	3.707066	337.4920	3360.579	23.62900	83.39707	292.3350	264.1390	28.19598
1973	4.910715	579.3950	2571.373	29.86300	94.62423	354.9630	232.3720	31.59100
1974	4.983993	647.2930	2562.289	39.03800	105.0213	455.0030	409.3000	45.70300
1975	6.267022	738.0930	2002.396	50.73000	118.1590	589.7080	548.8970	40.81104
1976	6.586243	874.6950	1883.666	55.92600	111.8491	754.8590	709.8040	45.05499
1977	4.875461	628.9140	2515.947	77.41300	125.1447	1024.937	971.5970	53.34003
1978	6.802030	869.8590	1771.795	71.66700	97.32803	1384.875	1253.362	131.5129
1979	8.415610	1068.664	1406.683	59.60000	69.43815	1695.700	1512.000	183.7000
1980	11.44345	1448.797	1003.482	55.30000	55.30000	2013.400	1706.500	306.9000
1981	14.25192	1809.859	780.7018	109.3000	95.58826	2360.800	1923.900	436.9000
1982	16.28836	2065.508	674.9973	77.40000	59.11687	3016.500	2198.300	818.2000
1983	18.11572	2289.500	600.5723	86.20000	58.63989	3330.700	2586.400	744.3001
1984	20.17409	2697.437	529.0350	94.60000	57.98829	3741.300	2801.800	939.5000
1985	21.86571	2942.750	480.8900	114.1000	64.61042	4220.800	3067.900	1152.900
1986	21.49234	2951.059	501.5322	133.8000	69.66766	4806.900	3472.800	1334.100
1987	20.59100	2938.117	550.2905	134.0000	66.34715	5348.300	3897.700	1450.600

IDENTIFICACION DE LAS SERIES

MAL:

NOMBRE: Prestaciones Sanitarias en Pesetas Corrientes
UNIDADES: Miles de Millones de Pesetas
FUENTE: Boletín Estadístico del Banco de España

MALR:

NOMBRE: Prestaciones Sanitarias en Pesetas Constantes
UNIDADES: Miles de Millones de Pesetas 80
FUENTE: Boletín Estadístico del Banco de España

CHOR:

NOMBRE: Prestaciones Económicas por Desempleo en Pesetas Corrientes
UNIDADES: Miles de Millones de Pesetas
FUENTE: Boletín Estadístico del Banco de España

CHORR:

NOMBRE: Prestaciones Económicas por Desempleo en Pesetas Constantes
UNIDADES: Miles de Millones de Pesetas 80
FUENTE: Boletín Estadístico del Banco de España

RETR:

NOMBRE: Prestaciones Económicas por Desempleo en Pesetas Corrientes
UNIDADES: Miles de Millones de Pesetas
FUENTE: Boletín Estadístico del Banco de España

RETRR:

NOMBRE: Prestaciones Económicas en Pensiones en Pesetas Constantes
UNIDADES: Miles de Millones de Pesetas 80
FUENTE: Boletín Estadístico del Banco de España

OTRAS:

NOMBRE: Otras Prestaciones en Pesetas Corrientes
UNIDADES: Miles de Millones de Pesetas
FUENTE: Boletín Estadístico del Banco de España
IDENTIFICACION: CHOR-MAL-RETR Prestaciones Sociales

OTRAS:

NOMBRE: Otras Prestaciones en Pesetas Constantes
UNIDADES: Miles de Millones de Pesetas 80
FUENTE: Boletín Estadístico del Banco de España
IDENTIFICACION: CHORR-MALR-RETRR Prestaciones Sociales

P:

NOMBRE: Deflactor del Consumo Privado
UNIDADES: 1980 = 100
FUENTE: Elaboración Propia
IDENTIFICACION: (CP/CP80) × 100

T:

NOMBRE: Remuneración de Asalariados por Persona Asalariada en Pesetas Corrientes
UNIDADES: Miles de Millones de Pesetas 80
FUENTE: Banco de Datos de Ceprede

TR:

NOMBRE: Remuneración de Asalariados por Persona Asalariada en Pesetas Constantes
UNIDADES: Miles de Millones de Pesetas 80
FUENTE: Banco de Datos Ceprede

E:

NOMBRE: Población Ocupada
UNIDADES: Miles de Personas
FUENTE: Banco de Datos Ceprede

V:

NOMBRE: Consumo Privado Real en Alimentación
UNIDADES: Millones Pesetas del 80
FUENTE: Banco de Datos Ceprede

PIB:

NOMBRE: PIB por el lado de la Demanda
UNIDADES: Miles de Millones de Pesetas
FUENTE: Banco de Datos Ceprede

BIBR:

NOMBRE: PIB Real por el lado de la Demanda
UNIDADES: Miles de Millones de Pesetas del año 80
FUENTE: Banco de Datos Ceprede

PPIB:

NOMBRE: Deflactor del PIB a precios de Mercado
UNIDADES: 1980 = 100
FUENTE: Banco de Datos Ceprede

TCHO:

NOMBRE: Tasa de Paro
UNIDADES: Porcentaje
FUENTE: Banco de Datos Ceprede

EUP:

NOMBRE: Población Parada
UNIDADES: Miles de Personas
FUENTE: Banco de Datos Ceprede

ET:

NOMBRE: Población Ocuapada por Tasa de Desempleo
UNIDADES: Porcentaje
FUENTE: Elaboración Propia
IDENTIFICACION: E/TCHO

GADM:

NOMBRE: Gastos de Administración en el Sistema de Seguridad Social
UNIDADES: Miles de Millones de Pesetas
FUENTE: Boletín Estadístico del Banco de España

GADMR:

NOMBRE: Gastos de Administración en Pesetas Constantes
UNIDADES: Miles de Millones de Pesetas 80
FUENTE: Boletín Estadístico del Banco de España

INTOT:

NOMBRE: Ingresos Totales del Sistema de Seguridad Social
UNIDADES: Miles de Millones de Pesetas
FUENTE: Boletín Estadístico del Banco de España.

COTIZ:

NOMBRE: Cotizaciones a la Seguridad Social
UNIDADES: Miles de Millones de Pesetas
FUENTE: Boletín Estadístico del Banco de España

OTROSI:

NOMBRE: Otros Ingresos de la Seguridad Social
UNIDADES: Miles de Millones de Pesetas
FUENTE: Boletín Estadístico del Banco de España

ANEXO II

Diferencias sobre la solución básica. Variante 1: Aumento de las cotizaciones empresariales

Solución del modelo WUAM - 1992. Pre-junta, solución 3.10 (Augmentation des cotisations entreprises). Marzo 1988, Economía Española.

ecarts en % an compte central

LABEL			1987	1988	1989	1990	1991	1992
GDPM	P.I.B.	i	0	0.36	0.79	0.56	0.43	0.38
GDPMBO	P.I.B.80	i	0	-0.34	-0.52	-0.70	-0.78	-0.82
IMGS	IMPORTATIONS	i	0	0.27	0.83	0.62	0.49	0.42
CP	CONSOMMATION DES MENAGES	i	0	0.22	0.64	0.32	0.09	-0.04
IVFPH	FBCP MENAGES	i	0	0.53	0.90	0.49	0.37	0.39
IVFCP	FBCP ENTERPRISES	i	0	0.32	0.72	0.24	0.11	0.11
EXGS	EXPORTATIONS	i	0	0.82	1.83	1.93	1.99	2.02
EETOT	EMPLOI TOTAL		0	-19.97	-29.68	-44.57	-54.11	-68.74
EL	POPULATION ACTIVE *		0	-25.07	-47.89	-58.46	-63.87	-68.0
EUP	CHOMAGE *		0	-5.09	-18.20	-13.9	-9.76	0.73
PGDPM	PRIX PIB	i	0	0.72	1.34	1.3	1.26	1.27
PMGST	PRIX IMPORTS	i	0	0.68	1.46	1.46	1.43	1.40
PCPI	PRIX CONSOMMATION MENAGES	i	I	0	0.70	1.55	1.52	1.47.48
PIVF	PRIX FBCF ENTREPRISES	i	0	1.15	1.56	1.48	1.41	1.41
PXGS	PRIX EXPORTATIONS	i	0	0.72	1.56	1.52	1.49	1.47
SALEE	SALAIRE BRUT/TETE	i	0	2.59	2.42	2.85	2.14	2.5

* ecarts en milliers

Diferencias sobre la solución básica

Variantes 2 y 3: Aumento de las cotizaciones de los asalariados y aumento de la imposición directa sobre las familias

Solución del modelo WUAM 1987 - 1992. Pre-junta, solución 3.20 (Augmentation des cotisations sociales salaries). Marzo 1988, Economía Española.

ecarts en % an compte central

LABEL			1987	1988	1989	1990	1991	1992
GDPM	P.I.B.	i	0	-0.39	-0.53	-0.61	-0.67	-0.70
GDPMBO	P.I.B.80	i	0	-0.36	-0.45	-0.52	-0.56	-0.59
IMGS	IMPORTATIONS	i	0	-0.40	-0.51	-0.60	-0.65	-0.68
CP	CONSOMMATION DES MENAGES	i	0	-0.56	-0.81	-0.97	-1.08	-1.15
IVFPH	FBCP MENAGES	i	0	-0.65	-0.71	-0.74	-0.75	-0.74
IVFCP	FBCP ENTREPRISES	i	0	-0.72	-0.77	-0.80	-0.83	-0.83
EXGS	EXPORTATIONS	i	0	0.13	0.23	0.26	0.29	0.28
EETOT	EMPLOI TOTAL *		0	-19.05	-24.29	-27.02	-29.85	-36.99
EL	POPULATION ACTIVE *		0	-64.95	-78.37	-88.89	-92.82	-96.93
EUP	CHOMAGE *		0	-45.89	-54.07	-61.87	-62.97	-59.94
PGDPM	PRIX PIB	i	0	-0.01	-0.04	-0.06	-0.07	-0.07
PMGST	PRIX IMPORTS	i	0	0	-0.01	-0.02	-0.02	-0.03
PCPI	PRIX CONSOMMATION MENAGES	i	0	0	-0.01	-0.02	-0.03	-0.04
PIVF	PRIX FBCF ENTREPRISES	i	0	-0.04	-0.14	-0.18	0.19	-0.18
PXGS	PRIX EXPORTATIONS	i	0	-0.01	-0.01	-0.03	-0.04	-0.05
SALEE	SALAIRE BRUT/TETE	i	0	0	0	0	0	0

* ecarts en milliers

Diferencias sobre la solución básica

Variante 4: Aumento del impuesto sobre el valor añadido

Solución del modelo WUAM 1987 - 1992. Pre-junta, solución 3.50 (Augmentation de la TVA). Marzo 1988, Economía Española.

ecarts en % an compte central

LABEL			1987	1988	1989	1990	1991	1992
GDPM	P.I.B.	i	0	0.98	0.81	0.73	0.72	0.75
GDPMBO	iP.I.B.80		0	-0.06	-0.21	-0.27	-0.29	-0.30
IMGS	IMPORTATIONS	i	0	0.55	0.41	0.32	0.30	0.31
CP	CONSOMMATION DES MENAGES	i	0	0.96	0.76	0.60	0.51	0.46
IVFPH	FBCP MENAGES	i	0	0.26	-0.17	-0.27	-0.25	-0.19
IVFCP	FBCP ENTERPRISES	i	0	0.27	-0.23	-0.33	-0.31	-0.26
EXGS	EXPORTATIONS	i	0	2.17	2.34	2.50	2.67	2.83
EETOT	EMPLOI TOTAL *		0	-5.18	-21.16	-31.82	-45.53	-73.43
EL	POPULATION ACTIVE *		0	-26.27	-35.01	-40.41	-43.61	-47.75
EUP	CHOMAGE *		0	-21.09	-13.84	-8.61	1.93	25.67
PGDPM	PRIX PIB	i	0	1.08	1.09	1.07	1.09	1.13
PMGST	PRIX IMPORTS	i	0	0.92	0.98	0.99	1.02	1.07
PCPI	PRIX CONSOMMATION MENAGES	i	0	1.39	1.40	1.39	1.40	1.43
PIVF	PRIX FBCF ENTREPRISES	i	0	0.36	-0.34	0.30	0.31	0.36
PXGS	PRIX EXPORTATIONS	i	0	1.88	1.97	2.03	2.12	2.24
SALEE	SALAIRE BRUT/TETE	i	0	0	0	0	0	0

* ecarts en milliers

Diferencias sobre la solución básica

Variante 5: Instauración de una nueva cotización social sobre el Valor Añadido

Solución del modelo WUAM 1987 - 1992. Pre-junta, solución 3.60 (Instauration d'une nauvelle cotisation sociale employeur assise surr la V.A.). Marzo 1988, Economía Española.

ecarts en % an compte central

LABEL			1987	1988	1989	1990	1991	1992
GDPM	P.I.B.	i	0	0.71	1.29	1.17	1.11	1.09
GDPMBO	P.I.B.80	i	0	-0.007	-0.06	-0.17	-0.21	-0.23
IMGS	IMPORTATIONS	i	0	0.61	1.30	1.22	1.15	1.12
CP	CONSOMMATION DES MENAGES	i	0	0.76	1.42	1.30	1.20	1.14
IVFPH	FBCP MENAGES	i	0	0.98	1.51	1.22	1.14	1.14
IVFCP	FBCP ENTERPRISES	i	0	0.80	1.40	1.06	0.96	0.96
EXGS	EXPORTATIONS	i	0	0.67	1.60	1.66	1.69	1.73
EETOT	EMPLOI TOTAL *		0	-4.56	-7.45	-17.47	-23.19	-29.65
EL	POPULATION ACTIVE *		0	40.37	31.80	32.23	30.98	31.23
EUP	CHOMAGE *		0	44.93	39.26	49.77	54.17	60.89
PGDPM	PRIX PIB	i	0	0.7	1.36	1.35	1.34	1.34
PMGST	PRIX IMPORTS	i	0	0.66	1.44	1.46	1.45	1.44
PCPI	PRIX CONSOMMATION MENAGES	i	0	0.68	1.51	1.52	1.51	1.51
PIVF	PRIX FBCF ENTREPRISES	i	0	1.15	1.65	1.63	1.60	1.59
PXGS	PRIX EXPORTATIONS	i	0	2.60	2.42	2.85	2.67	3.0
SALEE	SALAIRE BRUT/TETE	i	0	2.7	2.72	2.58	2.53	2.48

* ecarts en milliers

MODELOS PARA «COUNT DATA» EN LA ESTIMACION DEL NUMERO DE CONSULTAS MEDICAS

Monserrat Guillén Estany
Carlos Murillo Fort.
Universidad de Barcelona

INTRODUCCION

El objetivo del presente trabajo es el tratamiento estadístico de la modelización de la variable «número de visitas médicas» en un modelo econométrico uniecuacional y, en concreto, la aplicación de la metodología disponible al contexto particular de los datos de la Encuesta de Salud de Barcelona (1986). Variables del tipo de la mencionada, discretas y positivas, se corresponden generalmente a la cuantificación del número de veces que ha ocurrido un suceso en un intervalo de tiempo determinado. En este caso, la variable cuenta el número de ocasiones que el individuo encuestado ha acudido a la consulta médica debido a problemas de salud en el año anterior a la fecha de la entrevista.

Para construir un modelo econométrico adecuado a este tipo de variable es preciso considerar su propia naturaleza. La variable en cuestión toma valores no negativos y enteros. Uno de los objetivos de la metodología presentada en este trabajo es evitar toda aproximación a la variable discreta por medio de una variable continua. Esta solución permite soslayar el mantenimiento de las hipótesis básicas forzadas por la característica de la distribución de la variable explicada en el modelo, aspecto de consecuencias difícilmente predecibles. En la aproximación discreta sugerida se intenta buscar una estructura que explique el comportamiento de la variable y que respete, a la vez, su carácter discreto. En la literatura econométrica, a diferencia de la biométrica, se ha tendido a pasar por alto la fuerte restricción que conlleva trabajar con este tipo de variables dependientes y las consecuencias sobre los resultados de tal descuido.

Los principios elementales del análisis económico plantean una problemática especial cuando se trasladan al comportamiento de los individuos en tanto que efectúan decisiones acerca de inversión de salud y de consumo de servicios sanitarios. La incertidumbre en la concreción de la «necesidad» (Arrow, 1963) de utilizar los recursos disponibles y la efectividad y eficacia de su provisión son los factores determinantes. Desde el punto de vista de la implantación y valoración de políticas económicas, el estudio de la demanda sanitaria juega un papel relevante.

La motivación del presente estudio tiene dos vertientes claramente distintas: de una parte, la modelización de la demanda de atención sanitaria de forma alternativa a la ya desarrollada en anteriores trabajos para los mismos datos (Calonge, 1988), y, por otra, la exploración de una nueva metodología para variables discretas desarrollada aquí, en el contexto de la mencionada aplicación, y fácilmente generalizable a otras situaciones.

La modelización de la demanda sanitaria tiene ya una larga trayectoria y existen en la literatura de este ámbito un buen número de enfoques y propuestas recogidos en diferentes trabajos, Grossman (1972), Muurinen (1982), Murillo y González (1984). En la raíz de todos ellos se encuentra la dificultad de medición del concepto de salud. Así, son múltiples y diversas las modeliaciones y el tipo de variables indicadoras utilizadas, y en consecuencia, los tratamientos estadísticos empleados.

Entre las técnicas más populares de los trabajos citados anteriormente destaca el análisis factorial para la creación de un índice de salud, el uso de variables latentes y, especialmente, los modelos probalísticos.

Habitualmente no se dispone de información de tipo continuo, en su lugar, se trabaja con aproximaciones mediante indicadores de tipo discreto, como por ejemplo los días de enfermedad. La

forma de computar la demanda sanitaria en el presente estudio consiste en medir la cantidad de atención médica que requiere la población en riesgo mediante la definición de la variable «número de consultas médicas realizadas en el año anterio a la fecha de la entrevista».

La ventaja práctica del uso de esta variable sobre las propuestas anteriormente se centra en el hecho de su simplicidad, y a la inmediatez de su obtención al no ser el producto de una agregación de distintos indicadores. Sin embargo, a menudo se le critica su poca capacidad de distinción entre los diferentes usos posibles de la oferta sanitaria, ya sean éstos de carácter preventivo, curativo o de tratamiento.

A continuación, en la Sección 1 presentaremos el tratamiento de las variables contables y los modelos para «count data». A continuación. En la sección 2, siguiendo el esquema de Cameron y Trivedi (1986), discutiremos la aplicación de la metodología presentada a los datos de la Encuesta de Salud de Barcelona en un modelo de demanda de atención sanitaria. Finalmente, la sección 3 concluirá el presente estudio con una discusión de los resultados alcanzados.

SECCION 1

1.1.— ¿Qué son los COUNT DATA y cómo se modelizan?

Los «COUN DATA» se caracterizan por tomar únicamente valores enteros positivos. Frecuentemente denotan el número de veces que ha ocurrido un suceso en un intervalo de tiempo y es por ello que normalmente se asocian a la palabra «contar».

En los modelos que se construyen para explicar el comportamiento de variables endógenas de este tipo es importante destacar que siempre se intenta preservar su positividad, por lo cual son frecuentes los modelos no lineales, descartándose los lineales por inadecuados debido a que podrían dar lugar fácilmente a predicciones negativas.

En cuanto a los posibles modelos aplicables a este tipo de relaciones entre variables, deberemos decir que se dividen en cuatro grandes grupos: En primer lugar, aquellos que realizan una aproximación contínua de la variable endógena (modelis Tobit). Seguidamente, aquellos que buscan una modelización probabilística binaria, es decir, reducen la dimensión de la variable explicada al mero hecho de registrar si ha ocurrido o no el suceso en cuestión, siendo totalmente marginal el número de veces que haya ocurrido (modelos Probit y Logit). A continuación, los modelos de elección discreta que establecen en el valor máximo que puede tomar la variable endógena es un número natural de valor reducido (modelos Probit Ordenado, Multinomial). Finalmente, los modelos que tienen como base distribuciones de probabilidad discretas que permiten proteger el carácter de los «counts» e incluyen las variables explicativas en los modelos a través de los parámetros de esa distribución. Estos últimos, por su especificidad, han comenzado a denominarse en los últimos años, modelis para «count data».

Para esclarecer las diferencias entre los cuatro grupos diremos que los modelos Tobit modelizan la variable discreta como si fuera continua aunque tienen en cuenta que está truncada en cero (es positiva). Los modelos Logit o Probit modelizan la probabilidad de ocurrencia del suceso que computa la variable en cuestión, lo cual supone obviamente una pérdida de información, mientras que los de elección discreta no permiten la presencia de un valor elevado de la variable. Alternativamente, los modelos basados en las distribuciones discretas —de las cuales la distribución de Poisson constituye un ejemplo más sencillo— se centran en la modelización de la esperanza matemática de la variable discreta.

1.2.—Modelos para «COUNT DATA»

Supongamos que disponemos de Y_i, i=1,... N valores enteros positivos tomados por cada

i-ésimo individuo, que representan una característica contable de ese individuo. Para esta variable podemos suponer alguna de las especificaciones siguientes:

El Modelo de Poisson

En el caso más sencillo podremos postular que cada Y_i sigue una distribución de Poisson de parámetro λ_i, lo que quiere decir que:

$$P(Y=k) = e^{-\lambda i} \lambda_i/k! \quad k=0,1...$$

Recordemos que $E(Y_i)=Var(Y_i)=\lambda_i$. La esperanza matemática y la varianza son iguales, lo que impone una restrición fuerte sobre el modelo.

Si para cada individuo disponemos de una serie de variables explicativas X_{1i}, X_{2i},..., X_{ki} entonces podemos construir el modelo:

$$(1) \qquad E(Yi)=\exp(\beta_o + \beta_1 X_{1i} + ... + \beta_k X_{ki})$$

Es fácil reconocer en esta estructura la de un modelo lineal generalizado (McCullagh Nelder, 1983). Por lo tanto, la estimación del vector de parámetros se realiza por el método de máxima verosimilitud que se identifica con la minimización de una función perdida (desviance) de los modelos lineales generalizados y es equivalente a un proceso iterario de mínimos quebrados ponderados.

El Modelo de Poisson Compuesto: La distribución Binomial Negativa.

Siguiendo la línea del modelo anterior, sería interesante introducir una modificación que permitiese la presencia de una dispersión en los datos no restrigida a ser coincidente con el valor medio. Más concretamente, sería deseable posibilitar la existencia de sobredispersión: $E(Y_i) \leq Var(Y_i)$, aspecto atractivo simplemente por razones empíricas.

Esta generalización del modelo anterior conduce a la introducción de un término adicional.

$$(2) \qquad E(Yi)=\exp(\beta_o + B_1 X_{1i} + ... + B_k X_{ki})\exp(\epsilon_i)$$

donde ϵ_i representa un término de error en la especificación de la esperanza de Y_i (Gourieroux, 1984), lo que implica que en el modelo resultante la variable dependiente sea el valor esperado de Y.

En esta situación la correspondiente expresión de la varianza es:

$$V(Y_i)=\exp(X_i\beta)E(\exp(\epsilon_i)) + \exp(2X_i\beta)V(\exp(\epsilon_i))$$

con lo cual, si tomamos $\exp(\epsilon_i)$ tal que $E(\exp(\epsilon))=1$ y $V(\exp(E_i))=\eta^2$, entonces permitimos la existencia de sobredispersión, ya que resulta:

$$V(Y_i)=E(Y_i)+\eta^2 E(Y_i)^2$$

Cuando, concretamente, $\exp(\epsilon_i)$ sigue una distribución gama, entonces la distribución de Y_i tiene una expresión conocida que es precisamente la ditribución binomial negativa.

La diversidad de métodos de estimación de este modelo se discute extensamente en Cameon y Trivedi (1986) así como una forma alternativa de expresar la sobredispersión con un modelo Binomial Negativo alternativo (Hausman, Hall y Grilliches, 1984).

En el presente trabajo, para la estimación del modelo definitivo por (2) con la hipótesis sobre

la distribución de exp(ϵ_i), hemos utilizado un método por etapas que estima primeramente el parámetro η^2 y posteriormente estima β. Dicho procedimiento fue propuesto por Gourieroux (1984).

1.3.—**Contrastes de especificación de Lee**

Según Wedderburn (1974) y Gourieroux (1948), en un modelo de Poisson, los coeficientes de regresión pueden ser consistentes siempre que la media esté funcionalmente especificada de forma correcta, aunque las probabilidades de los sucesos no lo estén. Por lo tanto, es necesario dotar a los modelos propuestos anteriormente de un test distribucional para el modelo de regresión de Poisson.

Uno de los contrastes utilizado en este trabajo es de especificación entre el modelo de Poisson frente a una familia de distribuciones discretas parametrizadas propuesta por katz (1963). El estadístico es simple y resulta computacionalmente muy atractivo. Lee (1984) demuestra que:

$$(3) \qquad (1/\sqrt{2N})\ \Sigma_{i=1}^{N}\ 1/\lambda_i\ [(Y_i - 1)\ Y_i - \lambda_i]^2$$

se distribuye asintóticamente según una distribución NORMAL (0,1) bajo la hipótesis nula (modelo de Poisson) y en las condiciones de regularidad habituales.

Alternativamente, Lee (1984) propone la utilización de otro estadístico para contrastar la especificación de un modelo de Poisson frente a la hipótesis alternativa de un modelo Binomial Negativo del tipo descrito anteriormente. Su expresión es la siguiente:

$$(4) \qquad \Sigma_{i=1}^{N}\ [(Y_i - \lambda_i)^2 - \lambda_i]\ /\ 2\ \Sigma_{i=1}^{N}\ \lambda_i$$

que también se distribuye asintóticamente según una distribución Normal (0,1).

En cualquier caso se trata de contrastes de especificación para modelos anidados: el modelo bajo la hipótesis nula se valora frente a otro modelo (o grupo de modelos) que viene representado en la otra hipótesis. En consecuencia, el rechazo de la hipótesis nula debe interpretarse como la existencia de mayor ajuste de los datos a la especificación representada en la hipótesis alternativa, dado un cierto nivel de confianza fijado a priori.

1.4.— **El instrumental informático para la estimación**

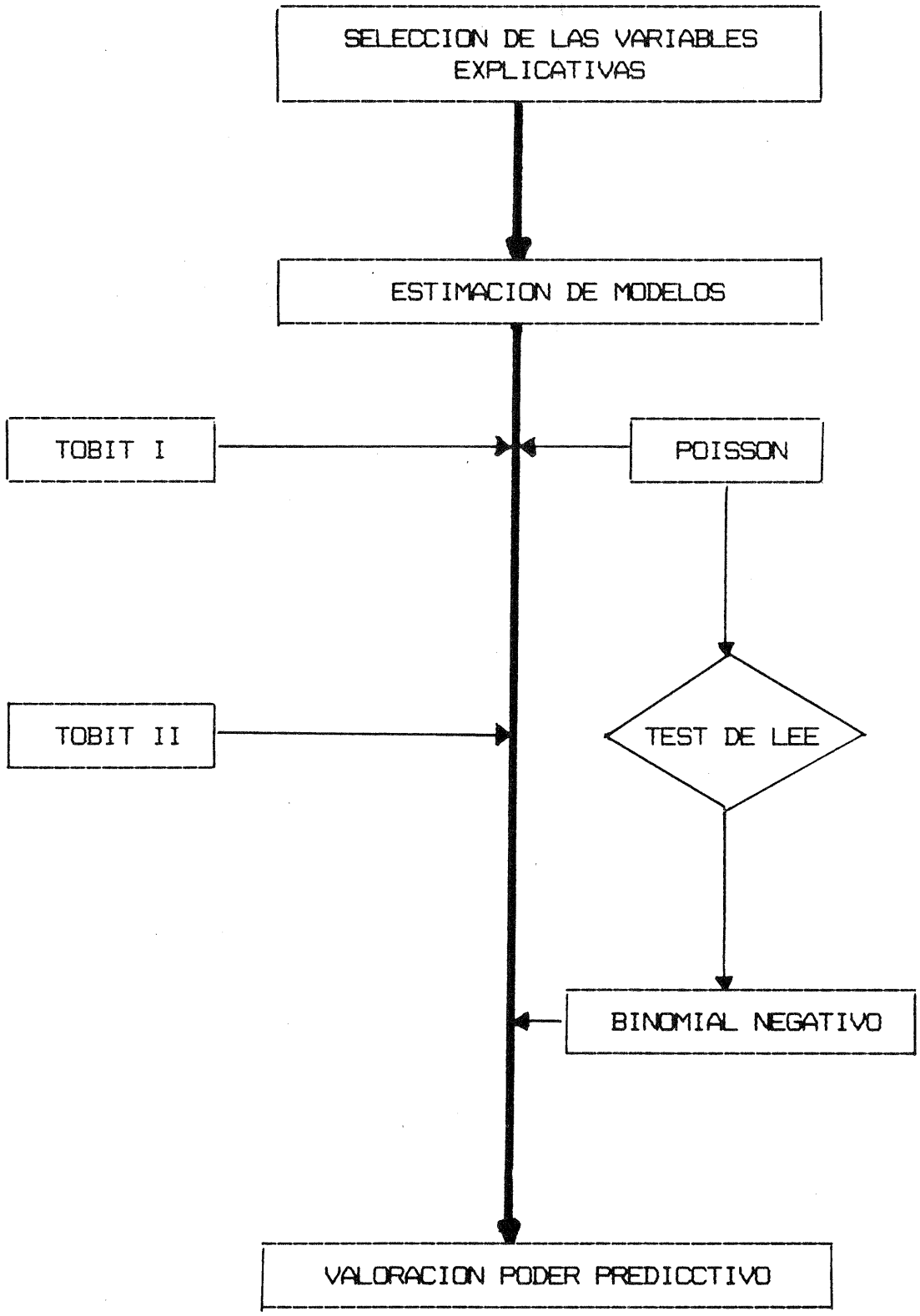
Para la realización de las estimaciones presentadas en este trabajo se han utilizado dos paquetes estadísticos disponibles para *mainframe*, T.S.P. (Time Series Procesor) para la estimación de los modelos Tobit, y S.A.S. (Statistical Analysis System) para la estimación de los modelos para «count data». Aunque para el primer caso el problema de la estimación ya está resulto en una rutina del paquete, para el segundo se utilizó un procedimiento de estimación de modelos no lineales con la modificación correspondiente para adaptarlo a las necesidades de los modelos propuestos. Los listados correspondientes a los programas se encuentran en el Apéndice I.

SECCION 2

2.1.— **Un modelo para la demanda de asistencia sanitaria.**

La Encuesta de Salud de Barcelona fue realizada en 1986 para estudiar el estado de Salud de la población de dicha ciudad así como otras informaciones de tipo socio-económico, tipo de cobertura sanitaria, uso de recursos sanitarios y hábitos y condiciones de vida;

ESQUEMA I


SELECCION DE LAS VARIABLES EXPLICATIVAS
ESTIMACION DE MODELOS
TOBIT I
POISSON
TOBIT II
TEST DE LEE
BINOMIAL NEGATIVO
VALORACION PODER PREDICCTIVO

La modelización de la asistencia sanitaria presenta un interés creciente en la literatura especializada. La discusión se centra en el papel otorgado a la inversión en recursos sanitarios como argumento para la mejora del estado de salud de la población y como mecanismo corrector de desigualdades sociales. De otro lado, un análisis de la efectividad de políticas plantea la necesidad de estudiar la relevancia de las condiciones mórbidas en la determinación del volumen de consumo de recursos sanitarios y, en especial, el peso específico de estos factores frente a otros elementos explicativos tales como, entre otros, las condiciones socio-económicas del individuo.

El modelo incluye dos tipos de variables de «necesidad percibida» por el individuo. Esta se mide por indicadores de efecto —días en los que ha restringido su actividad habitual— y mediante la declaración de la creencia de existencia de algún transtorno de tipo crónico. Como puede apreciarse no se recurre a ninguna medida objetiva relativa al estado de salud ni se evalúa clínicamente la intensidad ni la gravedad de las distintas patologías declaradas. Junto a estas variables, y siguiendo por un momento la tipología de factores explicativos establecido por Andersen (1978), aparecen también en el modelo otras variables de *predisposición* a la utilización como son la edad, la estructura familiar y otras características socio-demográficas en tanto que proxies de la experiencia adquirida con el sistema sanitario así como de las actitudes hacia el mismo. Finalmente, incluimos variables que representan las facilidades en *accesibilidad* al sistema como, por ejemplo, la renta familiar, el coste de oportunidad del tiempo dedicado al consumo del servicio y la cobertura sanitaria.

Calonge (1988) presentó una modelización Tobit de la variable «número de consultas médicas». Presentamos una modelización alternativa cuyo rasgo diferencial es la hipótesis relativa a la distribución de probabilidad de la variable endógena. El proceso seguido se presenta en el Esquema 1.

Para el estudio aquí realizado se seleccionaron aleatoriamente 725 individuos de entre los elementos constitutivos de la población activa entre los entrevistados en la Encuesta de Salud de Barcelona. La Figura 2 muestra un histograma de frecuencias de la variable «número de consultas médicas» en el que puede apreciarse su carácter discreto y el grado de concentración en la respuesta nula (individuos que no han efectuado consulta alguna).

Número de consultas médicas

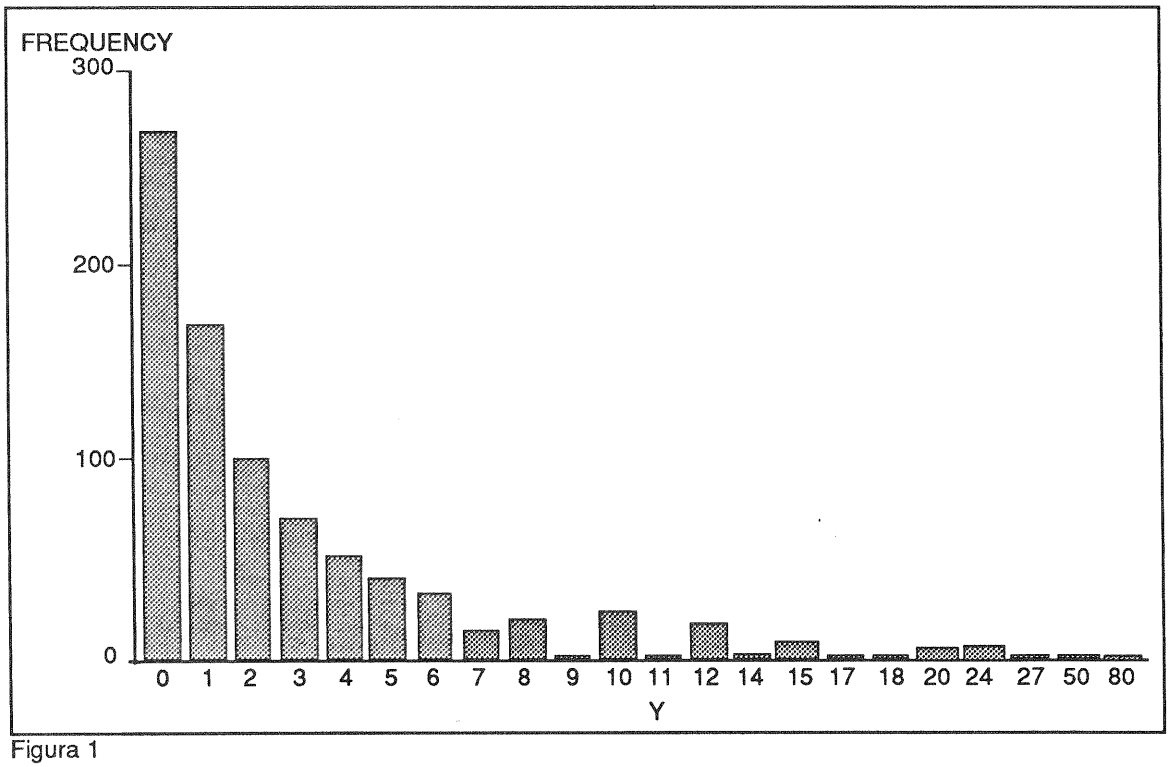


Figura 1

2.2.—**Variables incluidas en el modelo**

Siguiendo las conclusiones que se resaltaban en Calonge (1988) y consultando las variables incluidas en la modelización discutida por Camerón y Trivedi (1986) que también trataron el «número de consultas médicas», las variables utilizadas aquí han sido las que aparecen en el cuadro I, junto a sus estadísticos de resumen.

CUADRO I

VARIABLE		MEDIA	DESVIACION ESTANDAR	MIN	MAX
NUMVIS	nº consultas médicas	2.39	4.91	0.	80.
DTE	=1, residente en distrito 1	0.04	0.21	0.	1.
MB	tamaño familiar	3.69	1.35	1.	9.
EDAT	edad	38.90	12.37	16.	65.
NTRC	nº transtornos crónicos	1.20	1.55	0.	8.
ABEG	nº valor. ingestión alcohólica	1.55	1.02	0.	5.
ETCV	estado civil	0.67	0.47	0.	1.
SEXE	=1, mujer	0.37	0.49	0.	1.
REGLAB	=1, autónomo (régimen laboral)	0.18	0.39	0.	1.
TRC	=1, padece transtorno crónico	0.55	0.50	0.	1.
DAR	días de actividad restringida	1.21	1.47	1.	15.
VALTER	=1, realiza consult. alternat.	0.0	0.19	0.	1.
DAF	=1, afiliación mixta	0.30	0.46	0.	1.
QEDAT	cuadrado edad	1666.40	1009.73	256.	4225.
LING	logaritmo renta familiar	7.03	0.69	4.5	8.0
LNVIS	logaritmo del nº de consultas*	0.56	0.80	0.	4.4

***para el logaritmo de cero se toma 1 y para el de 1 se le asigna 1.1.**

2.3.—**Los resultados.**

En los resultados que se presentan a continuación aparece la estimación de tres modelos diferentes:

a) El Modelo de Poisson.
b) El Modelo Binomial Negativo.
c) El Modelo Tobit I (con variable dependiente NUMVIS).
d) El Modelo Tobit II (con variable dependiente LNVIS).

CUADRO II

β	POISSON		BINOMIAL NEG.		TOBIT I		TOBIT II	
	β	e.s.	β	e.s.	β	e.s.	β	e.s.
Constante	1.27	(0.86)	1.22	(0.88)	0.04	(3.16)	0.05	(0.58)
NTRC	0.21	(0.04)	0.18	(0.05)	1.35	(0.32)	0.22	(0.04)
TRC	0.20	(0.16)	0.36	(0.17)	-0.29	(0.68)	0.08	(0.11)
DAR	0.07	(0.03)	0.05	(0.04)	0.39	(0.20)	0.07	(0.03)
LING	0.03	(0.09)	0.02	(0.09)	0.42	(0.34)	0.07	(0.06)
ETCV	0.29	(0.15)	0.29	(0.16)	1.18	(0.57)	0.19	(0.10)
DTE	-0.45	(0.33)	-0.49	(0.39)	-1.27	(0.86)	-0.14	(0.16)
MB	-0.07	(0.05)	-0.04	(0.04)	-0.27	(0.17)	-0.04	(0.03)
SEXE	0.18	(0.13)	0.11	(0.14)	1.11	(0.58)	0.27	(0.09)
EDAT	-0.06	(0.03)	-0.06	(0.04)	-0.24	(0.13)	-0.04	(0.02)
QEDAT	0.001	(0.000)	0.001	(0.000)	0.003	(0.002)	0.000	(0.00)
DAF	0.22	(0.12)	0.01	(0.16)	0.47	(0.64)	0.01	(0.09)
VALTER	0.68	(0.20)	0.26	(0.42)	3.23	(2.81)	0.33	(0.22)
ABEG	-0.09	(0.06)	-0.07	(0.06)	-0.32	(0.27)	-0.04	(0.04)
REGLAB	-0.20	(0.15)	0.02	(0.13)	-0.89	(0.73)	-0.06	(0.12)
σ^2					6.09	(0.99)	1.01	(0.04)

CONTRASTES DE ESPECIFICACION

POISSON vs. NO POISSON	81.9
POISSON vs BINOMIAL NEGATIVA	101.0

2.4.— **Las predicciones**

En este apartado pretendemos evaluar el poder predictivo del Modelo Binomial Negativo frente al modelo de Poisson, de manera que con una muestra complementaria que habíamos reservado previamente al inicio del proceso de estimación podamos calibrar la capacidad predictiva del modelo.

En la expresión (2) de la sección 1 se escribía explícitamente la forma del modelo Binomial Negativo estimado, en la cual deberemos tener en cuenta que el término incluido para captar la sobre dispersión no afectará, ya que suponíamos su esperanza igual a la unidad. Es importante destacar que dada la formulación establecida, las predicciones se refieren al valor medio de cada Y_i. Dicho valor podrá ser un número real, con lo que, en la predicción se pierde la idea de variable directa. El problema planteado es la asignación a cada valor de la esperanza matemática de Y_i un número entero. Este valor debe representar en nuestro caso el número de consultas médicas predichas para un individuo determinado.

En el cuadro III se presentan los resultados de este proceso de predicción. Aparecen reflejadas las predicciones realizadas con diferentes criterios para la determinación de los niveles de asignación y el tanto por ciento de predicciones correctas alcanzado por cada uno de ellos. Debe resaltarse que para realizar este estudio se aplican las estimaciones halladas a una muestra independiente de 725 individuos diferentes a los usados para realizar las estimaciones y se comparan las predicciones con sus valores verdaderos conocidos.

Para efectuar el cálculo del porcentaje de prediccions correctas tan sólo se tiene en cuenta si el modelo predice adecuadamente la realización o no de consulta médica: es decir, no interesa ver si predice adecuadamente el número de consultas médicas realizadas si nó es correcta la pre-

dicción del hecho de realización de la consulta o, en caso contrario, de la ausencia de visita médica.

Los criterios utilizados son los siguientes

CRITERIO 1: Se asigna a cada predicción el valor de su parte entera. (Corresponde aproximadamente a asignar a cada valor aquel entero que tendría una probabilidad mayor en una distribución de Poisson con media igual al valor predicho). Sin embargo, como sólo analizamos si hay, o no, consulta esto es equivalente a asignar un cero si la predicción es inferior a 1 y uno en caso contrario.

CRITERIO 2: Análogo al anterior pero con una modificación de la cota de asignación a cero que se sitúa en 1.3.

CRITERIO 3: Análogo a los dos anteriores pero con cota situada en 1.4.

CUADRO III

CRITERIO	POISSON	BINOMIAL NEGATIVO
1	66.2	66.4
2	69.1	66.6
3	68.3	66.4

Para ver la forma de la distribución de las predicciones incluímos también los histogramas correspondientes a la comparación efectuada según el criterio 3.

Figura 2

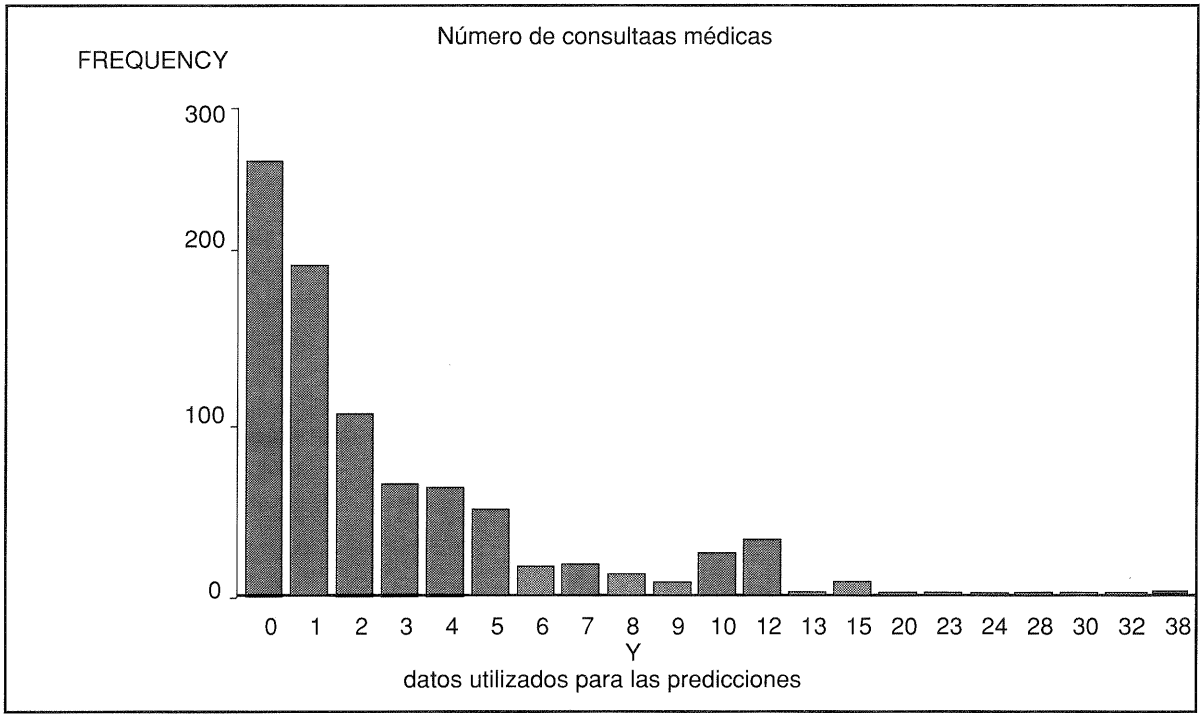


Figura 3

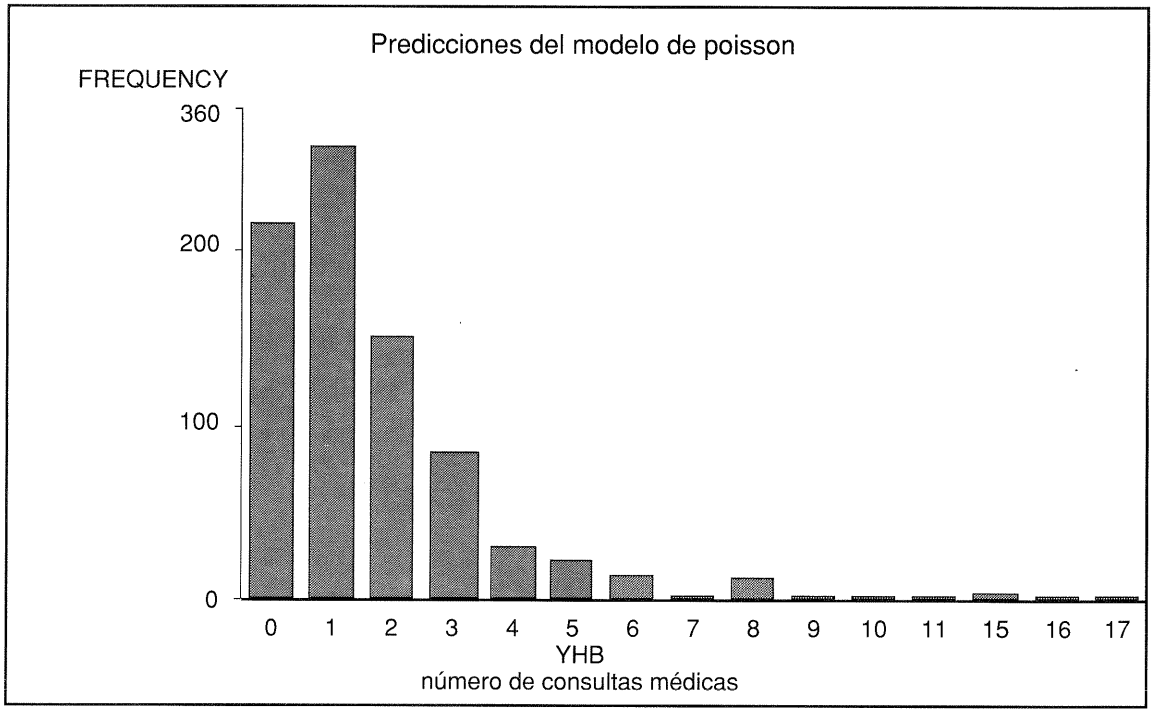
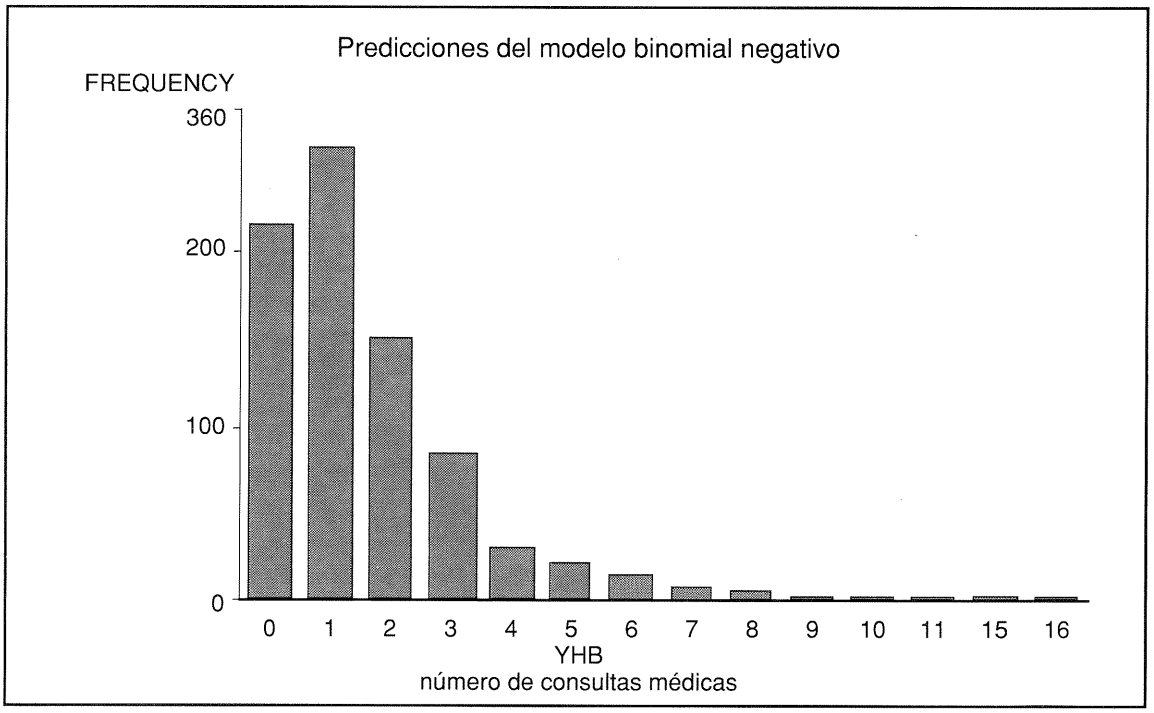


Figura 4



SECCION 3: Discusión de los resultados y conclusiones

Hemos cumplido uno de los objetivos que nos fijábamos al principio de este trabajo que era el de la especificación de un tipo de modelos alternativos, los llamados específicamente para «count

data», en una situación de variables dependientes discretas. Aunque no hemos entrado en el análisis concreto de las medidas de ajuste de los modelos, sí que hemos recurrido a una validación por medio de contrastes de especificación. En este caso concreto parecería obvio rechazar el modelo de Poisson, quizás excesivamente restringido para dar paso a un modelo que admitiera un grado de dispersión de los datos más elevados como es el modelo Binomial Negativo. Este rechazo vendría dado por los test de especificación de Lee que toman valores muy por debajo de las regiones de aceptación de la hipótesis nula.

Es recalcable como también en este estudio se aboga por la utilización de un modelo complejo frente a un modelio más simple tanto en su aspecto formal como computacional a la hora de realizar las estimaciones. Este paso, dado por la «necesidad» de incorporación de la extrema dispersión de los datos respecto a su valor medio ($X=2.64$, $s^2=19.1$) tiene una analogía con la modelización Tobit, tratada en anteriores estudios para los mismos datos, donde un test de especificación sugería la especificación del modelo Tobit con variable dependiente el logaritmo del número de consultas. Nótese que el logaritmo conseguía reducir o quizás eliminar la sobredisposición de los datos.

A grandes rasgos, sin embargo, hay dos observaciones importantes a realizar. Por un lado la comparación de los resultados de los modelos para «count data» con la modelización Tobit y por otro, más concretamente, el análisis de las diferencias entre los dos modelos para «count data» presentados.

En cuanto al primer punto cabe destacar cómo los coeficiente de las variables explicativas toman el mismo signo tanto para un tipo de modelos como para el otro, viéndose así que las conclusiones sobre los efectos sobre la variable explicada serían análogos. Sin embargo, debemos resaltar que la significación de los parámetros no es tan claramente coincidente. Referente a las predicciones se alcanza valores similares que quedan entre el 60% y el 80% de predicciones correctas, sin que por el momento sea éste el factor que permita establecer una preferencia sobre el tipo de modelo más idóneo. Las diferencias no son claramente concluyentes y, además, es obvio que deberemos profundizar más en la investigación sobre el tratamiento de las predicciones.

Respecto a la comparación entre los modelos para «count data» Poisson Binomial Negativo) es asombroso el grado de similitud entre los resultados, donde tan sólo los errores estandard de los coeficientes difieren ligeramente, ya que los obtenidos para el Modelo Binomial Negativo son mayores que los de el modelo de Poisson. En pocas palabras podríamos decir que el Modelo Binomial Negativo infiere intervalos de confianza más anchos que los del modelo de Poisson, precisamente por ser menos restrictivo que éste. Paralelamente, es interesante tener en cuenta que para métodos de estimación alternativos a los empleados en el presente trabajo, el modelo Binomial Negativo puede ser más robusto frente a defectos en la especificación de la distribución del término de perturbación en el valor esperado de Y.

Las predicciones correctas de Poisson resultan superiores para ciertos criterios, aunque por otra parte los histogramas muestran que el Modelo Binomial Negativo aproxima mejor los datos, hablando en términos globales de la distribución de la variable dependiente.

En resumen, ante la decisión de emplear el modelo de Poisson o bien el modelo Binomial Negativo se retorna a la usual disyuntiva coste-eficiencia: el modelo de Poisson es menos costoso en el cálculo, en tanto que el modelo Binomial Negativo es estadísticamente más eficiente y robusto a errores en la especificación.

Este trabajo constituye una línea de investigación recientemente iniciada. En un estudio posterior sería interesante eliminar la incidencia de algunas observaciones influyentes cuyo valor es muy elevado y cuantificar el grado de distorsión que causan. Por otro lado, el análisis debe completarse con la exploración de las medidas de ajuste de los modelos para «count data» y cuáles son las alternativas para la generalización de los modelos presentados, (Mullahy, 1986).

BIBLIOGRAFIA

ALONSO, J., RUIZ, A. y J.M. ANTO. 1988. «Enquesta de Salut de Barcelona 1986», Area de Salut Pública. Ajuntament de Barcelona.

AMEMIYA, T. 1985. Advanced Econometrics. Harvard University Press.

ANDERSEN, R y L. ADAY. 1978. *Access to medical care in te US realized and potencial.* Medical Care, 16, 533.

ARROW. 1963. *Uncertainity and the Welare Economics of Medical Care.* The American Economic Review, 53, 941-073.

CALONGE RAMIREZ, S. 1988. *La demanda sanitaria: evidencia empírica en un modelo Tobit Tesis doctoral.* Universidad de Barcelona.

CAMERON, A.C. y P.K. Trivedi. 1986. *Econometric models based on count data. Comparisons and applications of some estimators and tests. Journal of Applied Econometrics,* vol 1, 29-53.

GOURIEROUX, C. 1984. *Econométrie des variables qualitatives*. Collection «Econométrie et Statistique Avancée». Económica. París.

GROSSMAN, M. 1972. *On the concept of health capital and the demand for health Journal of Political Economy, 80, 2, 223-253.*

HAUSMAN, J., HALL, B.H. y Z. GRILLICHES. 1984. Econometric models for count data with an application to the patents —R & D— relationship. Econométrica, 52, 909-938.

LEEM L-F. 1984. *Specification tests for Poisson regression models.* International Economic Review, vol. 27, no. 3, 689-706.

MADDALA, G.S. 1983. *Limited-dependent and Qualitative Variables in Econometrics* Cambridege University Press.

MC. CULLAGH, P. y J.A. Nelder. 1983. Generalized Linear Models. *Monographs on Statistics and Applied Probability*. Chapman and Hill.

MULLAHY, J. 1986. Specification and Testing of Some Modified Count Data Models. *Journal of Econometrics,* 33, 341-365.

MURILLO, C. y S. Calonge. *Contrastes de Especificación Departament d Econometria, Estadística i Economia Espanyola.* Document de Treball 87/01.

MURILLO, C y B. GONZALEZ. 1984. *Problemas de identificación y estimación de modelos de ecuaciones simultáneas con variables latentes: aplicación a un modelo de producción y demanda de salud.* Universidad de La Laguna.

MURINEN, J.M. 1982. *«Demant for health»* Journal of Health Economics, 1, 5-28.

SAS Institute Inc. 1985. *Sas User's Guide: Basics, Versión 5 Edition.* Cary, NC: Sas Institute Inc.

Trabajo realizado con la ayuda del proyecto CAYCIT PA85-0240-CO3-01.

EVOLUCION DEL GASTO PUBLICO DE LA PRESTACION FARMACEUTICA

Miguel Angel Fajardo Caldera
Universidad de Extremadura

Florentino Fajardo Moreno
Instituto Nacional de la Salud. Badajoz

INTRODUCCION

La sociedad se encuentra preocupada por el nivel de gasto que han alcanzado las prestaciones (sanitarias, sociales, etc.) encomendadas al Estado.

El motivo de esta preocupación no es fundamentalmente por el nivel de gasto actual, sino por la existencia de factores que puedan impulsar en un futuro inmediato a su elevación y no puedan llevarse a efecto dichas prestaciones.

Dentro del conjunto de las prestaciones sanitarias, el gasto público de la prestación farmaceútica adquiere una relevancia especial por la evolución que tendrá en un futuro próximo y por ello va a ser el objeto de nuestro estudio.

También estudiaremos la incidencia que sobre él puedan tener factores demográficos, económicos y sociales, aportando las conclusiones que de ello se deriven.

I.— LA PRESTACION FARMACEUTICA Y EL GASTO PUBLICO

Entendemos por gasto público de la prestación farmaceútica, el gasto ocasionado al Estado por medicamentos y otros productos sanitarios dispensados por recetas médicas a través de las oficinas de farmacia, no incluyendo en él la aportación que abona el consumidor —protegidos por los sistemas estatales de Seguridad Social y Muface—, conocido con el nombre de ticket moderador.

Los datos sobre la evolución del gasto farmaceútico y del gasto público, sus respectivas tasas de variación y el porcentaje que representa el gasto farmaceútico, sobre el gasto público durante el periodo 81-88 en millones de pesetas corrientes se recogen en el siguiente cuadro:

CUADRO 1

GASTO FARMACEUTICO Y GASTO PUBLICO

AÑOS	GASTO FARMACEUTICO	TASA DE VARIACION	GASTO PUBLICO	TASA DE VARIACION	% GF/GP
1981	125.814	—	6.088.284	—	2,06
1982	153.493	21,99	7.379.691	21,21	2,08
1983	170.463	10,66	8.677.555	17,58	1,96
1984	182.539	7,08	9.938.836	14,53	1,83
1985	203.904	11,70	11.781.697	18,54	1,73
1986	220.201	7,99	13.555.350	15,05	1,62
1987	264.001	19,88	14.910.810	9,99	1,77
1988	313.029	18,57	15.614.700	4,72	2,00

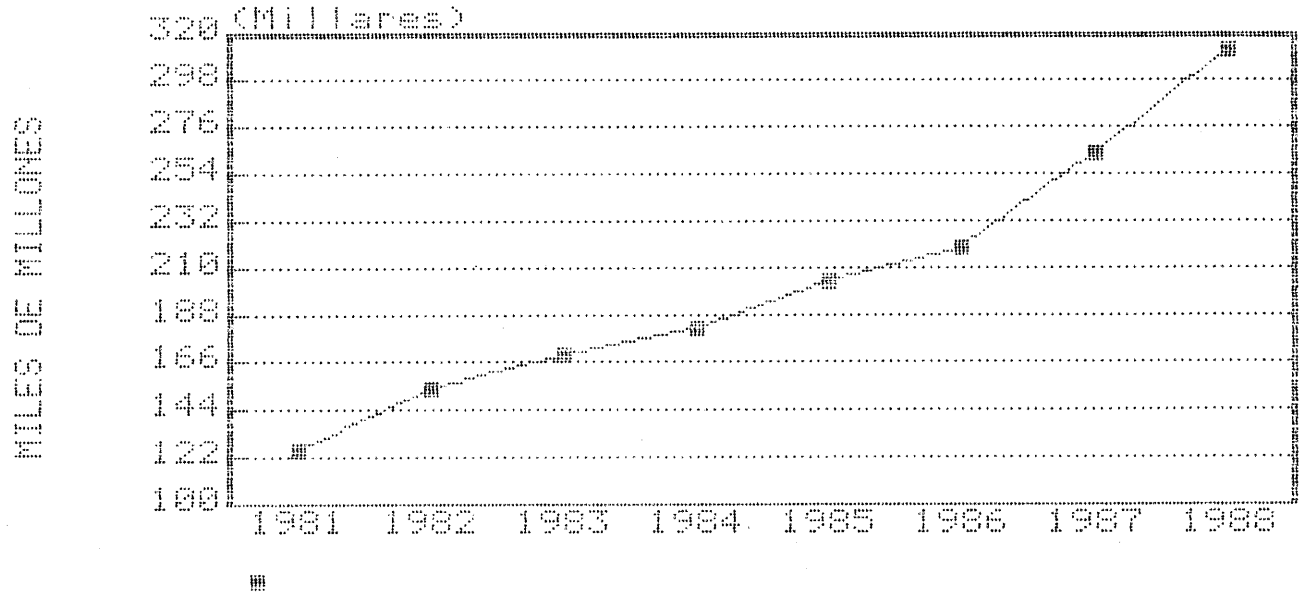
* Memorias e indicadores de INSALUD y de MUFACE

* Informe económico 1987. Banco Bilbao Vizcaya

La evolución del gasto farmaceútico presenta una tendencia creciente durante el período en estudio, habiéndose producido un incremento total de 187.215 millones de pesetas (148,80%). El incremento del gasto farmaceútico durante el período 86-88 representa aproximadamente el 50% del incremento total. Este notable incremento en el período 86-88 es debido principalmente a la alta cobertura de la población que analizaremos posteriormente .

La representación gráfica del crecimiento farmaceútico durante este período puede verse en el siguiente gráfico.

Gráfica 1



Atendiendo a la evolución que han tenido las tasas de variación del gasto farmaceútico, podríamos distinguir dos períodos:

a) Período 81-84, donde se aprecia una tendencia decreciente en las tasas de variación debida quizás a una política sanitaria de contención de dicho gasto.

b) Período 86-88, donde se produce una tendencia creciente en las tasas de variación debido principalmente a la alta cobertura de dichos años.

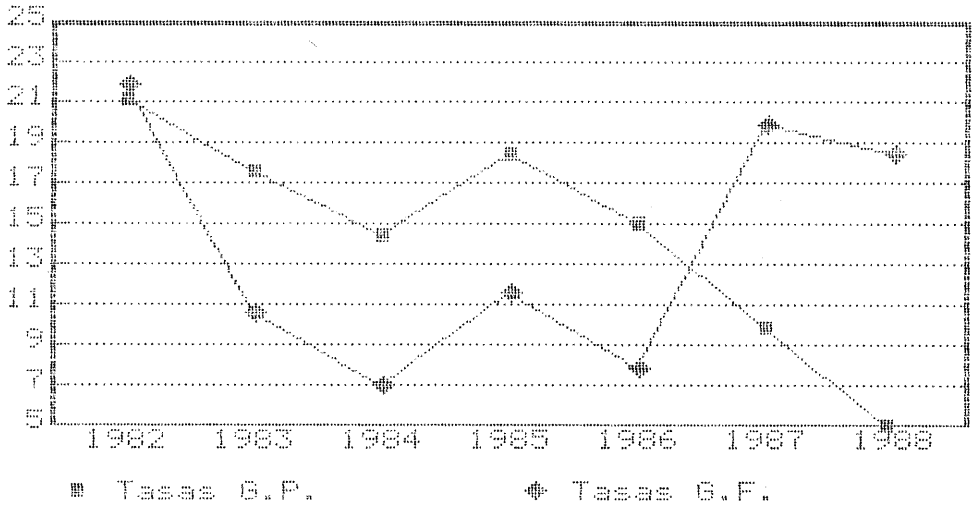
Es necesario destacar que los mínimos alcanzados en ambos períodos se deben a campañas de contención del gasto farmaceútico dirigidas por la Administración Sanitaria.

El comportamiento del gasto público presenta una tendencia creciente habiéndose producido un incremento total de 9,5 billones de pesetas aproximadamente (156,47%) durante el período de estudio.

Las tasas de variación del gasto público presentan una tendencia decreciente a causa de la política de contención del déficit público.

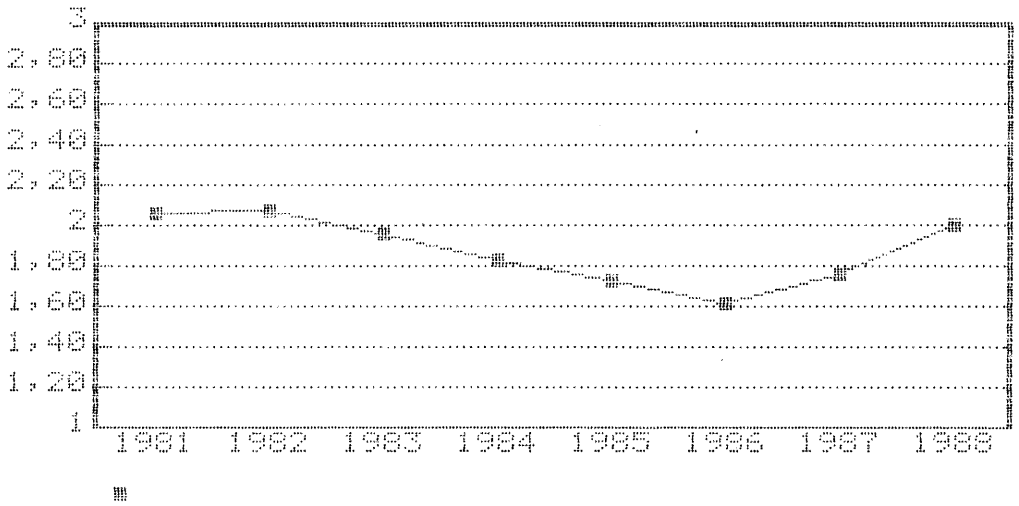
La comparación de las evoluciones seguidas por las tasas de variación del gasto farmaceútico y del gasto público pueden observarse en la gráfica 2, presentando ambas un comportamiento paralelo durante el período 83-86 y una alta discrepancia en años posteriores. Las altas tasas del gasto farmaceútico a partir de 1986, situándose por encima de las del gasto público, nos indican la notable importancia de este gasto dentro del conjunto de partidas del gasto público y por tanto en detrimento de otras.

Gráfica 2



La evolución del porcentaje que representa el gasto farmaceútico sobre el gasto público se reflejan en la gráfica 3, donde se aprecia una tendencia decreciente hasta el año 1986, con un cambio de tendencia a partir de 1987 por las razones antes aludidas.

Gráfica 3



II.— ESTADISTICAS DEMOGRAFICAS Y GASTO FARMACEUTICO

Es evidente que la estructura demográfica de un país incide en los sistemas estatales de prestaciones sanitarias y en nuestro caso en el gasto farmaceútico.

Por ello, a la hora de iniciar el estudio del gasto farmaceútico es preciso tener en cuenta una serie de características demográficas que a continuación detallamos.

POBLACION DE DERECHO

El punto de partida en nuestro estudio de las características demográficas, es la población de derecho, entendida esta, como aquella que tiene su domicilio legal en el lugar del empadronamiento y se encuentra inscrita en el registro oficial establecido al efecto.

Los datos sobre la evolución de la población de derecho para el conjunto nacional y su tasa de variación durante el período 1981-1988, se recogen en el siguiente cuadro.

CUADRO 2

POBLACION DE DERECHO

AÑOS	POBLACION DE DERECHO	TASA DE VARIACION
1981	37.855.861	—
1982	38.067.111	0,558
1983	38.279.246	0,557
1984	38.494.123	0,561
1985	38.709.893	0,560
1986	38.864.732	0,399
1987	38.914.238	0,127
1988	38.949.261	0,090

* Memorias anuales de INSALUD

Como se observa en el cuadro 2, la población de derecho tiene una tendencia creciente, habiéndose producido un incremento total de un millón de personas aproximadamente (2,88%) durante el período en estudio.

La evaluación de las tasas, nos indica, que la población española se va estabilizando con tendencia al crecimiento cero, produciéndose por tanto, un decrecimiento neto de la población, una disminución del peso de las generaciones jóvenes y aumento espectacular de las viejas con efectos importantes de dependencia senil e incremento de cargas sociales y económicas.

POBLACION PROTEGIDA

Uno de los principios constitucionales (art. 41), establece que «los poderes públicos mantendrán un régimen público de Seguridad social para todos los ciudadanos...». Atendiendo a lo establecido en este artículo, los dos sistemas estatales que consideremos en este estudio son, Seguridad Social y Muface, cuyos ordenamientos jurídicos definen la población protegida por ellos, como la formada por los titulares activos y pensionistas y los familiares dependientes y protegidos por ambos (beneficiarios).

Los datos relativos a la población protegida y el porcentaje de cobertura sobre la población de derecho se encuentran recogidos en el siguiente cuadro:

CUADRO 3

POBLACION PROTEGIDA

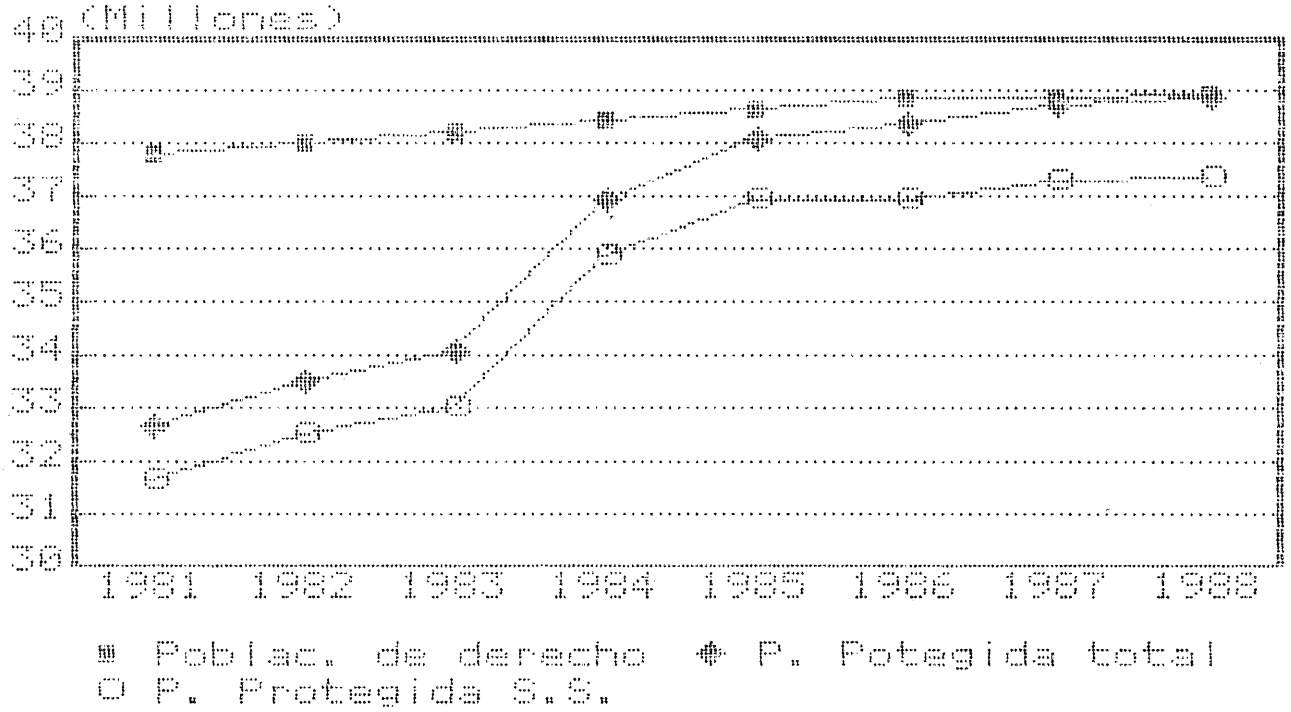
AÑOS	S. SOCIAL	MUFACE	TOTAL	COBERTURA %
1981	31.656.672	990.847	32.647.519	86,24
1982	32.527.275	1.006.254	33.533.529	88,09
1983	33.066.635	1.034.474	34.101.109	89,08
1984	35.876.008	1.101.010	36.977.018	96,05
1985	36.929.922	1.147.449	38.077.371	98,36
1986	36.973.753	1.398.529	38.372.282	98,73
1987	37.347.688	1.437.391	38.785.079	99,66
1988	37.395.185	1.450.512	38.875.079	99,81

* Memorias Anuales de INSALUD y MUFACE.

La evaluación de la población protegida presenta una tendencia creciente durante el período en estudio. Es importante señalar el notable salto en el crecimieno de la cobertura de la población de derecho durante el período 83-85, quizás debido a la política social del amparar a la alta tasa de para que desde 1980 (11,41%), hasta 1985 (21,64%) se había producido en el país.

En la gráfica 4, puede observarse la evolución de la población de derecho y de la población protegida, tendiendo esta última a confundirse con la población total, verificando el mandato constitucional al que nos referíamos al principio de este epígrafe.

Gráfica 4



Se observa también que ha partir de 1985, se produce un crecimiento superior a la población protegida por Muface que en la de la Seguridad Social, debido en parte a la incorporación de nuevos colectivos funcionales y a una mayor oferta pública de empleo.

DISTRIBUCION DE LA POBLACION PROTEGIDA

De toda la población con derecho a la asistencia sanitaria se distinguen dos grupos en base a la prestación farmaceútica, debido a que el gasto que originan es distinto, pues para un grupo, al que llamaremos población protegida activa (PPA), a la hora de recibir la prestación farmaceútica tiene que abonar un tanto por ciento del producto adquirido, mientras que el otro grupo, al que llamaremos población protegida pensionista (PPP) no aporta nada ante la adquisición del medicamento.

Hacemos estas consideraciones por las incidencias que pueden tener en el gasto farmaceútico total tanto por sus volúmenes de población como por la cuantía de los gastos que originan.

A continuación exponemos los datos de ambas poblaciones y sus tasas de variación en el siguiente cuadro.

CUADRO 4

POBLACION PROTEGIDA. DISTRIBUCION

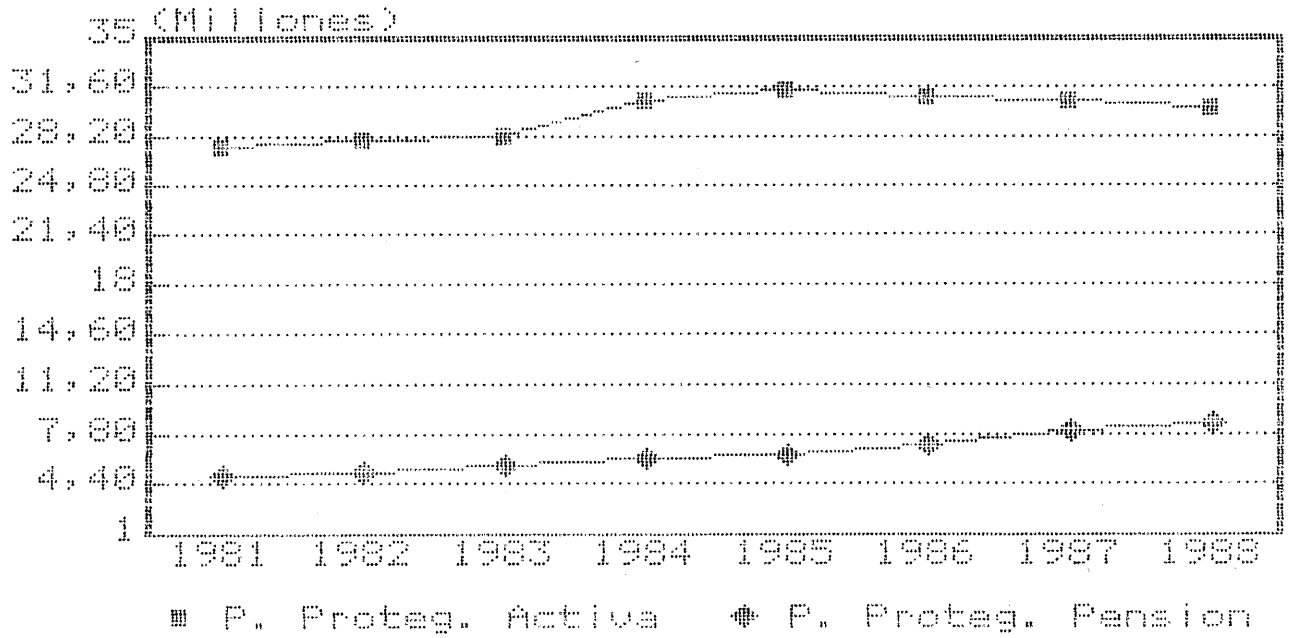
AÑOS	P.P. ACTIVA	TASA	P.P. PENSIONISTA	TASA
1981	27.712.244	—	4.935.275	—
1982	28.195.803	1,74	5.337.7245	8,15
1983	28.440.102	0,86	5.661.007	6.05
1984	30.644.903	7,75	6.332.115	11,85
1985	31.540.775	2,92	6.536.596	3,22
1986	31.081.058	-1,45	7.291.224	11,50
1987	30.740.387	-1,09	8.044.692	10,33
1988	30.245.680	-1,60	8.630.017	7,27

* Memorias e indicadores de INSALUD y MUFACE

Como se puede observar en este cuadro, la evolución de la población protegida activa y la de pensionista presentan diferentes características. Mientras que la población protegida pensionista ha tenido una tendencia creciente con un incremento total de 3.694,742 (74,86%) durante el período 81-88, la población protegida activa se ha caracterizado por dos tendencias distintas, una creciente desde 1981 a 1985 y otra decreciente desde el 85 al 88, estos procesos pueden ser explicados por la propia evolución de la población de derecho, por la política de anticipación de la edad de jubilación y por las jubilaciones anticipadas por la reconversión industrial.

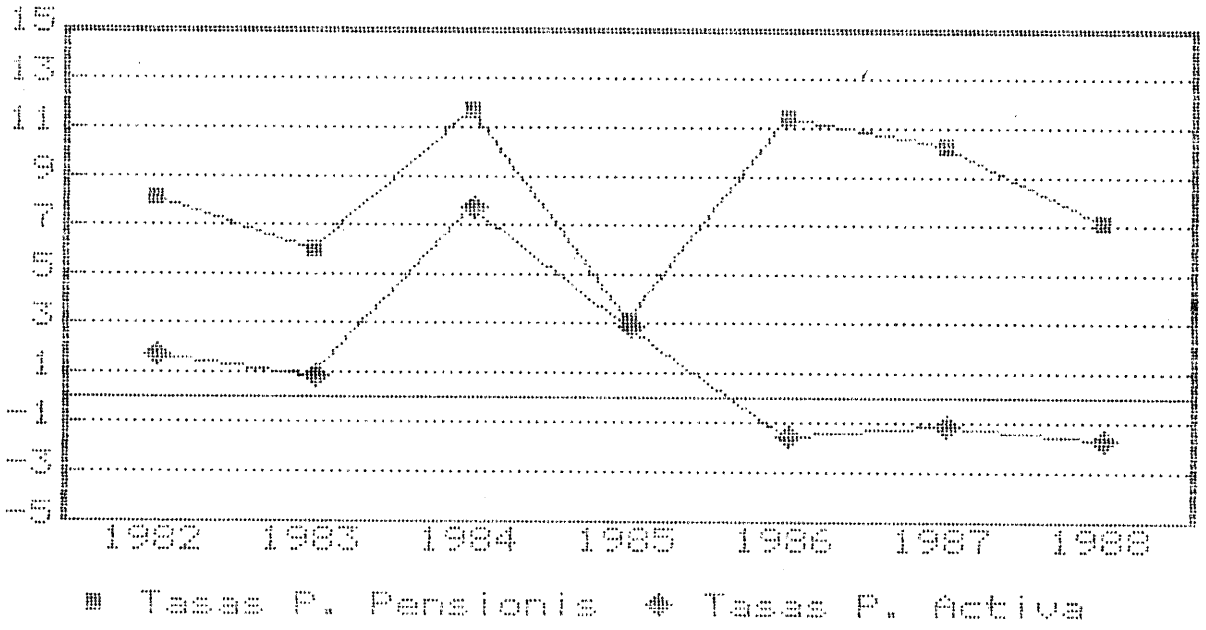
Esta evolución de ambas poblaciones puede observarse en la gráfica 5.

Gráfica 5



La evolución de las tasas de variación de la población pensionista se han mantenido siempre superiores a las de la población activa con una notable separación a partir de 1985 como se observa en la gráfica 6.

Gráfica 6



GASTO FARMACEUTICO DE LAS POBLACIONES ACTIVA Y PENSIONISTA

Por la importancia que sobre el gasto público farmaceútico global tienen las poblaciones activa y pensionista es por lo que hacemos un estudio comparativo con relación al gasto que cada una de ellas origina, que junto con las tasas de variación exponemos en el siguiente cuadro.

CUADRO 5

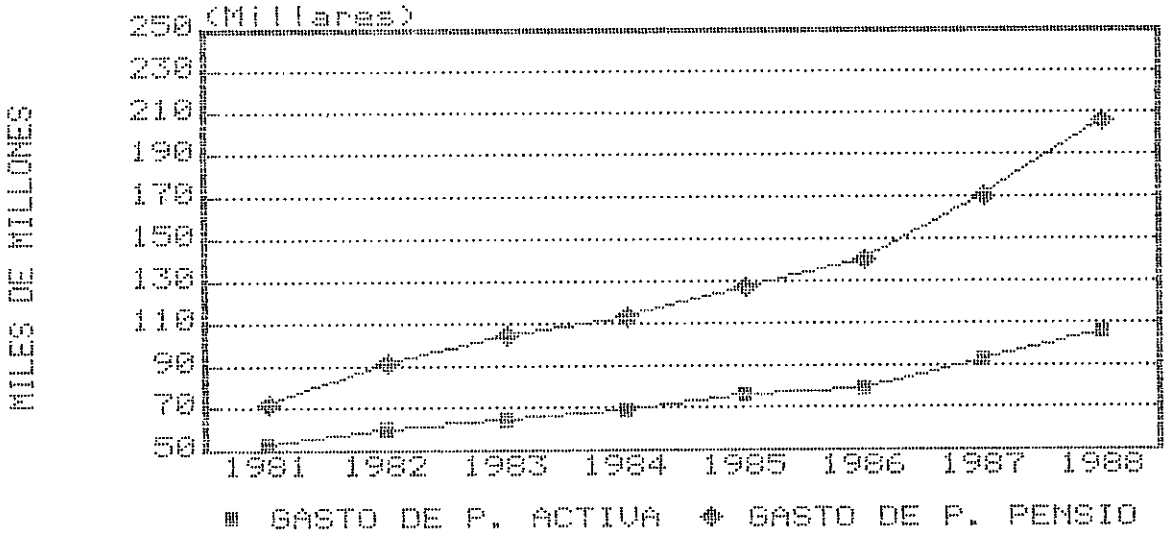
GASTO FARMACEUTICO DE PPA Y PPP

AÑOS	GASTO P.A.	TASA	GASTO P.P.	TASA
1981	53.850	—	71.964	—
1982	61.095	13,45	92.398	28,39
1983	65.350	6,96	105.113	13,76
1984	69.578	6,46	112.961	7,46
1985	76.329	9,70	127.575	12,93
1986	79.695	4,40	140.506	10,13
1987	93.694	17,56	170.307	21,20
1988	106.969	14,16	206.060	20,99

* Memorias e indicadores de INSALUD y de MUFACE

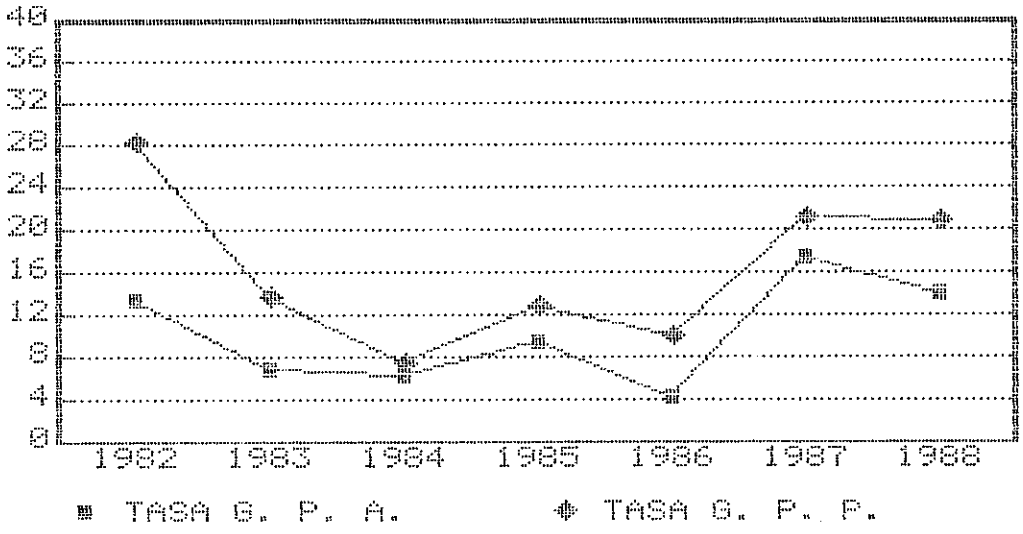
La evolución del gasto farmaceútico de la población protegida activa y pensionista presenta unas tendencias crecientes, con un incremento total de la primera de 53.119 millones de pesetas (98,64%) y de 134.096 millones (186,33%) durante el período 81-88. Una representación de la evolución de dicho gasto puede observarse en la gráfica 7.

Gráfica 7



Si atendemos a las tasas de variación, se observa en la gráfica 8, que las tasas de variación del gasto farmacéutico de la población pensionista se mantienen superiores a las de la población activa con un comportamiento en sus evoluciones semejantes excepto a partir de 1987 que se producen divergencias entre ellas, con tendencias al crecimiento en la población pensionista y decreciente en la población activa.

Gráfica 8



Varias pueden ser las causas del comportamiento del gasto farmacéutico de ambas poblaciones entre las que citaremos como más importantes, el crecimiento de la población pensionista y regresión en la población activa, el ticket moderador que pagan los pertenecientes a la población activa que puede retraer su consumo en contra de la población pensionista que no tiene que aportarlo y por tanto no tiene restricciones al consumo y especialmente al deterioro de la salud de la población pensionista que la obliga a un mayor consumo de medicamentos.

Una vez analizados los distintos apartados que han dado origen a este estudio, reseñamos como colofón las conclusiones que del mismo pueden derivarse.

CONCLUSIONES

1. La población española presenta unas tasas de crecimiento cada vez menor que provocará una serie de efectos entre los que destacaremos los siguientes:

— Un decrecimiento neto de la población.

— Un aumento del peso de las generaciones viejas sobre las jóvenes.

— Incremento de las cargas sociales y económicas.

2. Sobre la estructura de la población española por edades, se observan unos efectos, que son:

— Grupo de 0 a 14 años: población con edad inferior a la mínima laboral. Este grupo presenta tasas decrecientes debido principalmente al descenso de la natalidad y que puede representar un problema en el futuro, puesto que este grupo puede considerarse como el potencial que suministrará los efectivos suficientes para la viabilidad del sistema de protección estatal. (Vease población Banco Bilbao-Vizcaya).

— Grupo 15-64 años: Población, teóricamente activa. Hay un decrecimiento progresivo de las tasas de población de este grupo, debido en parte por la anticipación en la edad de jubilación, con el agravante que, sobre ella recae el peso de la financiación del sistema, por lo que se necesitarán investigar nuevas fuentes financieras.

— Grupo de mas de 65 años: Es la población pensionista. El aumento espectacular de sus tasas de variación, debido en parte al aumento notable de la esperanza de vida de la población española y consumidor en gran parte de las prestaciones sociales y sanitarias del Estado, es el grave problema económico al que se enfrenta la sociedad actual.

Estos problemas que presentan las estructuras de población española ante la financiación de los sistemas de previsión, pueden restringirse al gasto público farmacéutico entre los que destacamos los siguientes:

El gasto público farmacéutico que representa aproximadamente un 20% del gasto sanitario y el 2% del gasto público total, hoy en día, tiende a tener un peso más relevante debido a las estructuras demográficas anteriormente comentadas.

3. La Seguridad Social española, impregnada de una vocación universalista, ha venido ampliando desde 1944 su campo para acoger a un conjunto mayor de colectivo, lo que ha provocado una mas elevada cobertura de la población en asistencia sanitaria, con lo que verifica la universalidad del sistema sanitario español.

4. La demanda de medicamentos es poco sensible a las variaciones de los precios, en parte por la inexistencia de soberanía del consumidor ya que quien decide es el médico y por la importancia que se le atribuye a la salud personal.

5. El establecimiento de campañas sanitarias, dirigidas a las consumidores por medios públicos de difusión y la actualización de información científica del medicamento hacia los facultativos, influirían en un descenso del gasto farmacéutico.

6. El incremento progresivo de la población pensionista y su fácil acceso a la adquisición del producto por la gratuidad de la dispensación y una mayor necesidad del consumo del medicamento, conducen a incrementos notables del gasto.

Una muestra de ello es, con un simple cálculo, observando que un pensionista gasta casi 8 veces lo que un activo, siendo por ejemplo en 1988 el gasto por persona protegida de 678 ptas., correspondiendo el gasto por activo a 278 ptas. y el de pensionista a 2.135 ptas., lo que nos indica la mayor demanda de actos médicos y consumos de medicamentos de esta población.

BIBLIOGRAFIA

LOBO, Félix. *El gasto público de productos industriales para la salud*. Documento de trabajo. Universidad de Oviedo.

Informe Económico 1987. Banco Bilbao-Vizcaya.

Boletines Estadísticos del Banco de España. 1987-89.

Situación 1988/3. Población. Banco Bilbao-Vizcaya.

Anuario de Estadística 1985, 1986, 1987. INSALUD.

MUFACE. Memoria y Balance 1981, 1984, 1985, 1986, 1987.

Indicadores de la Prestación Farmacéutica. INSALUD.

DIFERENCIAS INTERPROVINCIALES EN LA OFERTA SANITARIA ESPAÑOLA

Carlos M.ª Fdz.-Jardón
Universidad de Santiago

1.— INTRODUCCION

Desde 1980 los estados europeos plantean un amplio debate sobre la importancia de la equidad en un sistema de salud. En 1982, McLauchan y Maynad llegan a afirmar que una amplia mayoría de la población elegiría la equidad como primer objetivo de un sistema sanitario.

Pereira (1988) propone que los diferentes enfoques del sistema sanitario radican en una serie de teorías sociales, distinguiendo preferentemente tres: libertarios, liberales y socialdemócratas, Barr (1987). Sin embargo, salvo los libertarios extremos, la gran mayoría son partidarios de una cierta redistribución de los recursos sanitarios.

La distinción que hace entre unos y otros, radica fundamentalmente, en la preferencia a la igualdad —social-demócratas— o a la libertad —liberales—, al menos teóricamente, pero en ambos casos no salen de los presupuestos del utilitarismo, que aunque fundamenta una eficiencia de mercado no asegura su redistribución —Sen (1979).

Recientes trabajos —Fontrodona (1989)— parecen buscar un nuevo fundamento filosófico de la teoría económica que englobe ambas tendencias, fundamentándola en el concepto de persona humana —Gilder (1986)— o recalcando la importancia del factor personal —Iacocca y ot. (1985)— en vez de considerar únicamente los tres factores clásicos de la producción: tierra, capital y trabajo.

A pesar de las diferencias de enfoque, prácticamente todos son partidarios de un mínimo al que tienen derecho todos los ciudadanos y en el que no deben existir discriminaciones. Una de éstas, es la discriminación geográfica.

Wagstaff y ot. (1988) proponen como uno de los parámetros claves a la hora de estudiar los sistemas de distribución de salud, la extensión de las variaciones interregionales o intrarregionales en la disponibilidad de recursos.

En este trabajo tratamos de medir las variaciones interprovinciales que existen en el estado español. El hecho de tener sólo disponible información a nivel provincial hace que otras características de interés —como pueden ser las variaciones intraprovinciales— se salgan del alcance de nuestro trabajo.

Para ello haremos una clasificación de las distintas provincias españolas en lo referente a sus recursos sanitarios ofertados y analizaremos en cada bloque de oferta el comportamiento global conjunto de todas ellas, para de esta forma tratar de determinar en qué aspectos están más necesitadas unas que otras.

Para dicha clasificación haremos uso del análisis de conglomerados, metodología clásica para clasificar poblaciones en grupos —Gordon (1980)— pero con menos aplicaciones en el ámbito de la salud española. Alonso y ot. (1988) la utilizan para localizar grupos según su status de renta, con la idea de medir la influencia de ésta en las desigualdades de salud. Nosotros, consideraremos los aspectos que presenta la oferta sanitaria de cada provincia española, y a partir de esas variables estableceremos los grupos. Debido a tener distintas unidades de medida en las variables, haremos una estandarización previa, dividiendo cada variable por su desviación estándar (1).

(1) Los datos han sido tratados con el programa PKM del paquete BMDP de la Universidad de California. Los aspectos técnicos del programa y los resultados que no se recogen en el texto pueden solicitarse por escrito al autor.

1.— MEDIDAS DE LA OFERTA SANITARIA A NIVEL PROVINCIAL

Los datos han sido tomados del resumen estadístico anual del I.N.E. (1987), del que hemos seleccionado las siguientes variables: Población, que hace referencia a la población de hecho del padrón de 1986 a nivel provincial; médicos, odontólogos, farmaceúticos, ayudantes técnicos sanitarios (ATS), matronas y fisioterapeutas colegiados, según lugar de residencia en el año 1986. Por lo que se refiere al personal que presta servicios en establecimientos sanitarios con régimen de internado hemos desglosado los datos de 1983 en las siguientes variables: personal directivo, médicos, farmaceúticos, otros titulados superiores, personal de enfermería titulados, personal auxiliar de enfermería y personal no sanitario.

Los establecimientos hospitalarios considerados, también según datos de 1983, fueron los siguientes: hospitales generales, quirúrgicos, maternidades, hospitales infantiles, psiquiátricos, hospitales de enfermedades del tórax y otros hospitales. Como el tamaño de los hospitales es de hecho diferente, aunque los costes fijos sean practicamente iguales, se consideraron para tener en cuenta dicho factor, el número de camas en funcionamiento, también desglosadas según los epígrafes anteriores.

Por último consideramos la superficie en Km^2, según los datos del I.N.E. Hay que matizar en este punto que las provincias del Norte de Africa mostrarán en todos los casos un comportamiento anómalo, debido a su pequeña extensión.

Definimos a partir de estas variables una serie de ratios que traten de medir el equipamiento relativo de cada provincia española. Tradicionalmente los criterios utilizados son de equipamiento por persona, aunque en general de tipo agragado. Nosotros, sin dejar éstos, que además desagregaremos al máximo posible, incluiremos los que hacen referencia a la extensión, que en cierta forma nos medirán la distancia promedio que debe recorrer una persona para ser atendida en determinado servicio de salud. Por todo ello, consideraremos seis grandes grupos de ratios que nos ayudarán a clasificar las provincias según sus diferentes en oferta sanitaria.

El primer grupo lo constituyen el número de establecimientos sanitarios por cada 100.000 personas, distinguiendo según la clasificación ya mencionada. Estas ratios nos medirán las posibilidades de ser atendida que una determinada persona tiene en una provincia, en promedio. Llamaremos a este grupo Ratios de Oferta Hospitalaria (ROH).

El segundo grupo viene definido por el número de camas hospitalarias por cada 100 habitantes. Estos indicadores son bastantes similares a los anteriores, pero precisan la distinción entre hospitales grandes o pequeños, indicándonos cuantos habitantes pueden solicitar una deteminada cama hospitalaria. Llamaremos a este grupo Ratios de Oferta de Camas Hospitalarias (ROCH).

El tercer grupo lo constituyen las ofertas de personal sanitario colegiado en cada pronvincia, también desglosado según la clasificación anteriormente indicada: médicos, odontólogos, etc..., por cada 100 habitantes, dándonos en cierta forma la tasa de atención a la que un determinado habitante de esa provincia tendría acceso. Llamaremos a este grupo Ratios de Oferta de Personal Sanitario (ROPS).

El cuarto grupo hace referencia a la distancia promedio que tienen que recorrer las personas para ser atendidas en un determinado centro hospitalario. Nos mide el número de hospitales por cada 100.000 km^2. En realidad estas ratios son indicativas pues habría que estudiar, para su validez estricta, el grado de concentración urbana. Las llamaremos Ratios de Oferta Hospitalaria por Superficie (ROHS).

El quinto grupo hace referencia a la dotación relativa de los establecimientos sanitarios. Como en los datos disponibles no se distingue la dotación según el tipo de hospital, consideraremos como cociente el total de hospitales, aún a sabiendas, de que no en todos los tipos las dotaciones serían similares. Las ratios nos medirán el personal de cada categoría por establecimiento. Las llamaremos Ratios de Dotación Hospitalaria (RDH).

Por último, como parece evidente que, cuanto mayores sean los hospitales, mayor será la dotación, característica que no viene recogida en las ratios anteriores, elaboraremos un grupo que nos mida la dotación por cama hospitalaria, que nos indicará el personal de cada tipo necesario para

atender una cama hospitalaria. También aquí, por las mismas razones que en el párrafo anterior, tomaremos como cociente el total de camas hospitalarias, sin distinguir el tipo de establecimiento. Llamaremos a éstas, Ratios de Dotación de Cama Hospitalaria (RDCH).

2.— RATIOS DE OFERTA HOSPITALARIA

Consideramos en primer lugar las ratios que nos midan el número de establecimientos hospitalarios por cada 100.000 personas. En promedio, en España, encontramos que existen 13,72 hospitales generales; 6,98 quirúrgicos; 1,61 maternidades; 0,1 hospitales infantiles; 3,36 psiquiátricos; 1,02 hospitales de tórax y 1,24 de otro tipo. Aunque los hospitales generales atienden todo tipo de especialidades, a efectos prácticos, supondremos que las características que ofertan respecto a un hospital específico son diferentes. Para evitar los efectos de la dispersión, consideraremos los datos divididos por su desviación estándar (gráfico 1).

Se observa como el número de hospitales generales es significativamente mayor que el resto.

Prácticamente cada grupo viene definido por un tipo de hospital, coincidiendo las grandes ciudades (GC) con los hospitales infantiles, el de hospitales psiquiátricos en general con provincias poco pobladas y los demás no presentan características demográficas especiales.

En resumen, al aumentar la población de las ciudades tiende a ser mayor el número de ofertas, incrementándose especialmente en hospitales infantiles. Las provincias poco pobladas tienden a tener una alta tasa de hospitales generales, faltando sin embargo hospitales más específicos. La posible influencia del tamaño de los establecimientos nos lleva a analizar también la oferta de camas hospitalarias por habitante, tema al que dedicamos el siguiente epígrafe.

3.— RATIOS DE OFERTA DE CAMAS HOSPITALARIAS

Las medidas globales obtenidas en número de camas por cada 1.000 habitantes fueron de 3,187 en hospitales generales, 0,301 en quirúrgicos , 0,04 en maternidades; 0,015 en hospitales infantiles; 1,174 en psiquiátricos; 0,173 en hospitales del tórax y 0,15 en otros hospitales (gráfico 2).

Encontramos que aparece un grupo central (GM) y cuatro en cierta forma residuales. El grupo de los psiquiátricos se reduce unicamente a Palencia y Teruel, mientras que el de las grandes ciudades (GC) contiene a Madrid, Barcelona, Vizcaya y Tenerife. Las provincias del norte de Africa aparecen aisladas por su alta densidad de población en lo que se refiere a hospitales generales, pero son los únicos que tienen.

Para desglosar el grupo central hacemos un nuevo análisis de conglomerados restringido, obteniendo tres subgrupos: El primero formado por las provincias de Asturias, Burgos, Cantabria, Coruña, Guipúzcoa, Alava, Huelva, Baleares, Valencia y Zaragoza, que es ligeramente superior a la media del grupo en casi todos los casos, siendo significativas estas diferencias en número de camas hospitalarias de tórax por cada mil habitantes —2,51— y en quirúrgicas —5,70—.

El segundo subgrupo, que es ligeramente inferior a la media, aunque no significativamente, está formado por Badajoz, Cáceres, Cádiz, Ciudad Real, Huesca, Cuenca, Gerona, Granada, Lérida, Murcia, Pontevedra, Sevilla, Soria, Valladolid, Almería, Málaga y Zamora, siendo especialmente inferior en camas hospitalarias de tórax —0,189 por mil—, maternidades —0,168— y en otros centros hospitalarios —0,55—. Corresponden a las provincias peor dotadas en términos relativos en este aspecto.

El tercer grupo viene caracterizado por un alto índice de camas en hospitales psiquiátricos —26,70—, manteniéndose más o menos a la par en hospitales generales y siendo ligeramente inferior en el resto. Está formado por las provincias de Avila, Navarra, Segovia y Tarragona. Forman, por decirlo así, un subgrupo similar al de Palencia y Teruel, pero sin estar tan distanciados del conjunto total.

Por último quedan dos provincias cuyas características no se adaptan a ninguno de los grupos

anteriormente descritos: Guadalajara, que presenta una alta tasa de maternidades —3,9 por cada mil habitantes—, y en otros hospitales —5,04—, que como vimos era muy similar a la de Tenerife en el epígrafe anterior, aquí se descuelga de ella al tener centros hospitalarios ligeramente más pequeños.

La otra provincia es Las Palmas, caracterizada fundamentalmente por una alta tasa en otros hospitales —16,78 por mil— más de diez veces la media del grupo, y en camas generales —52,19— el doble del grupo. Es claro que el hecho de ser una zona turística influye claramente en la amplitud de esa oferta.

4.— RATIOS DE OFERTA DE PERSONAL SANITARIO

A continuación estudiamos las ratios de oferta de pesonal sanitario, viendo que existe una clara diferencia entre la tasa de médicos y ATS respecto a los otros titulados.

Aparece un grupo extraño formado por las provincias de Salamanca y Soria (SS) con un índice muy alto en médicos, matronas y fisioterapeutas. Las grandes ciudades (GC) aparecen con una tasa superior en casi todas las profesiones, y en este caso incluyen además de Madrid y Barcelona, las provincias de Valencia, Zaragoza y Navarra.

Hay un grupo de alta tasa de titulados superiores —médicos y farmaceúticos— (FM), y por último un grupo de provincias mas desfavorecidas (D) en las que se incluye Alicante, Cádiz, Pontevedra, Lugo, Canarias y Ceuta, que salvo el caso de Lugo, se debe probablemente a su alta densidad de población. Son por tanto provincias con mayores posibilidades de trabajo para los profesionales de la salud.

5.— RATIOS DE OFERTA DE ESTABLECIMIENTOS SANITARIOS POR SUPERFICIE

Estas ratios nos interesan para medir cual es el grado de desplazamiento promedio que un habitante debe realizar para ser atendido en cada tipo de hospital. Evidentemente afectan mucho las características de densidad de población y de superficie, aparte de la dotación hospitalaria que se tenga, por lo que aparecerán fácilmente grupos anómalos. Por este motivo para eliminar este tipo de provincias consideraremos inicialmente tres grupos, dos claramente significados, y en cierta forma residuales y uno central que agrupará a la gran mayoría de las provincias. Este lo desglosaremos con un subsiguiente análisis de conglomerados.

Las medidas globlales de establecimientos por cada cien mil Km^2, son 58,99 hospitales generales; 7,69 hospitales quirúrgicos; 1,73 maternidades; 0,40 hospitales infantiles; 3,09 psiquiátricos, 1.2 hospitales de tórax y 2,12 de otros hospitales, esto significa que corresponden a una distancia media de 2,05 km que debe recorrer cada persona para ir a un hospital general (2); 15,73 para ir a uno quirúrgico; 69,93 para una maternidad; 302,47 para un hospital infantil; 39,15 para un psiquiátrico; 100,82 para un hospital de tórax; y 57,07 para ir a otros centros hospitalarios, aunque como

(2) Haremos las suposiciones de equidistribución espacial, tanto en lo que se refiere a las personas como a los centros hospitalarios. Ambas son, de hecho, falsas, pues los núcleos de población suelen estar concentrados en la mayor parte de España, y los hospitales en ellos, pero es evidente que también existe una gran masa de población desperdigada, que precisamente por esa concentración de los núcleos tienen un mayor desplazamiento. De todas formas los resultados son indicativos —como lo es el concepto de densidad de población, a nivel provincial— de las insuficiencias o no de las dotaciones hospitalarias provinciales.

Para los cálculos de la distancia promedio hemos utilizado la siguiente fórmula: Supongamos que A nos mide el área de un cuadrado que se utiliza como unidad de superficie, y sea 1 la longitud del lado. Si suponemos que existe un hospital en ese área, la distancia promedio a ese hospital vendrá dada por

$$DP_A(1) = (1/A)\int_{-1}^{1}\int_{-1}^{1}\sqrt{x^2 + y^2}\,dx\,dy = 0{,}3826\sqrt{A}$$

En nuestro caso como A son 100.000 km^2 tendremos que la distancia es de 120,9887 km en promedio. Si se tienen N hospitales en esa zona el promedio será simplemente 120,9887/N km que debe recorrer cada persona.

se indica en la nota a pie de página las suposiciones son bastante estrictas y por tanto este tipo de ratios deben mirarse con un cierto espíritu crítico (gráfico 4).

El primero de los grupos residuales está formado por las provincias de alta densidad de población (GD) con buenas dotaciones hospitalarias, que incluye a Madrid , Barcelona, Vizcaya, Guipúzcoa y Tenerife. Salvo en hospitales generales que se ajustan a la media global en el resto aparecen con ratios muy superiores —35,91 hospitales quirúrgicos; 7,29 maternidades; 3,83 hospitales infantiles; 13,82 psiquiátricos; 5,3 hospitales de tórax y 14,7 de otros hospitales; aunque las dispersiones son bastante altas, hasta el punto de que en caso de las maternidades no aparece dicha media como significativamente diferente del global.

El segundo de los grupos residuales está formado por las provincias del norte de Africa (A): Ceuta y Melilla, que debido a su baja extensión presentan una muy alta densidad de población, presentando hasta 263,83 hospitales generales por unidad de superficie, siendo éste el único tipo de hospitales que tienen.

En el tercer grupo se incluyen el resto de las provincias españolas, por lo que vamos a estudiar este grupo con un nuevo análisis de conglomerados. En promedio presentan por unidad de superficie 8,07 hospitales generales; 4,9 quirúrgicos; 1,19 maternidades; 0,03 hospitales infantiles; 2,03 psiquiátricos; 0,79 hospitales de tórax y 0,81 de otros hospitales (GM).

Fundamentalmente encontramos dos subgrupos y cinco provincias residuales. Los dos grupos promedios apenas se diferencian del GM mientras que las provincias residuales presentan características más interesantes. Dos de ellas —Valencia y Sevilla (GC)— se muestran muy similares, destacándose del resto por su tasa de hospitales infantiles. En las demás variables apenas se diferencian de la media global del grupo.

Otras dos Alicante y Las Palmas (O) también presentan medidas similares, discriminándose del resto del grupo por su alta tasa de otros hospitales.

La última de las provincias residuales es Pontevedra, (P) presentando sobretodo una alta tasa de hospitales quirúrgicos —29,04— casi siete veces la media del grupo. También es muy alta su dotación en hospitales generales —20,10— y psiquiátricos —6,7—. Claramente en este caso influye su densidad de población.

6.— RATIOS DE DOTACION HOSPITALARIA

Al tener en cuenta estas ratios, en un principio, construiremos cuatro grupos más o menos grandes y uno residual con dos provincias muy diferenciadas del resto.

Son éstas, las provincias de Madrid y Granada (BD1) que presentan un promedio de 2,78 directivos por centro hospitalario, frente a la media nacional de 2,15 —aquí las diferencias no son significativas—; 108,98 médicos, frente a 45,42 que es la media nacional, por lo tanto más del doble; 1,4 farmaceúticos, cuando la media de España es de 0,76, por consiguiente es también casi el doble; 2,22 de otros titulados superiores, frente a 0,76 a nivel estatal, lo que significa casi el triple; 155, 48 ATS, frente a 65,32 de media de España es de 71,98 y por último 193,85 personal no sanitario frente a los 78,12 de nivel nacional. Esto nos hace sospechar que los centros hospitalarios en estas dos ciudades tienden a ser mayores que en el resto de España, o están muy bien dotadas, por lo que para discriminar estas dos posibilidades, haremos el siguiente grupo de indicadores, que hacen referencia a la dotación por cama y que por tanto tienen en cuenta el tamaño de los centros.

Del resto de los grupos, consideramos en un primer lugar el que está formado por las provincias de Alava, Asturias, Cantabria, Navarra, Zaragoza, Salamanca, Badajoz, Sevilla, Córdoba, Valladolid y Valencia (BD2). Sus características generales son en general de buenas dotaciones, siendo significativas en dotaciones de ATS, auxiliar de enfermería y personal no sanitario.

Un tercer grupo lo forman las provincias de Barcelona, Guipúzcoa, Toledo, Rioja, Murcia y Palencia y viene caracterizado por una alta tasa de otros titulados superiores (O). En el resto se ajustan a la media nacional.

El cuarto grupo está caracterizado por tener una alta tasa de farmaceúticos por centro, y está compuesto de las provincias de Cádiz, Ciudad Real, Soria, Melilla, Cáceres y Albacete.

7.— RATIOS DE DOTACION POR CAMA HOSPITALARIA

En conjunto la media española presenta 1,24 directivos por cada 100 camas hospitalarias; 24,82 médicos; 0,43 farmaceúticos; 0,4 de otros titulados superiores; 34,67 ATS; 38,30 auxiliares de enfermería y 41,43 personal no sanitario, todos ellos por cada cien camas hospitalarias (gráfico 5).

El grupo que consideramos como bien dotado, que incluía Madrid y Granada, aún siguiendo con buenas dotaciones, incluye también ahora las provincias de Valladolid, Zaragoza, Toledo, Huelva y Murcia, lo que es muestra de que en conjunto, Madrid y Granada tienen grandes hospitales.

El segundo grupo lo componen las provincias de Vizcaya, Cantabria, Baleares, Valencia, Alicante, Sevilla, Málaga, Soria y Salamanca. Viene caracterizado por una buena dotación del personal más numeroso: 30.95, médicos por cada cien camas hospitalarias; 43,59 ATS; 45,81 auxiliares de enfermería y 50,6 personal no sanitario; mientras que es escaso el personal más específico. En conjunto pueden considerarse centros bien dotados aunque manteniendo un esquema clásico de la concepción del hospital.

Aparece un grupo ligeramente extraño por las provincias que lo componen Lérida, Pontevedra, Cuenca y Zamora (E), caracterizado por altas dotaciones en directivos y médicos.

Las provincias de Barcelona y Gerona que presentan una tasa muy alta de otros titulados superiores —1,24 por cada cien camas hospitalarias—, posiblemente por la experiencia de los G.I.R. (Gestores Internos Residentes).

El grupo formado por el efecto sustitución de farmaceúticos queda reducido unicamente a Alicante (A), y el resto del grupo no presenta características especiales.

8.— CONCLUSIONES

En resumen, a la vista de los datos y de las ratios estudiadas anteriormente podemos considerar algunos puntos de interés que son comunes a todo el estudio realizado.

En general las provincias con grandes ciudades como Madrid, Valencia, Barcelona, Sevilla, etc., presentan una mayor variedad de oferta de centros hospitalarios, caso parecido al que ocurre en las islas Canarias, parte por el turismo, parte por ser islas y tener una mayor dificultad de acceso a otros puntos de España. Además esos centros, suelen estar mejor dotados que la media nacional. Es interesante destacar el caso de Barcelona como provincia vanguardia en la introducción de otros titulados superiores en los hospitales, lo que la distingue claramente de Madrid, con la que normalmente se agrupa en todos los otros casos.

Junto a éstas, existen otras provincias como por ejemplo Navarra, Cantabria, etc..., que también presentan unas ratios de oferta sanitaria muy buenas, aunque la amplitud de la oferta es inferior.

Las provincias de Ceuta y Melilla, por su pequeña extensión aparecen muy diferenciadas del resto en todo lo referente a las medidas espaciales, aunque sólo tienen hospitales generales ambas. En el resto de las medidas tienden a tener un comportamiento muy similar; estando habitualmente peor dotadas que la media nacional.

Granada presenta características propias —muy parecidas en esto a Madrid— en lo que se refiere a la dotación de los hospitales, con ratios muy superiores a la media nacional, sin embargo estos son grandes en términos relativos.

Salamanca y Soria destacan por su alta tasa de colegiados en profesiones sanitarias, respecto a su población total, quizás por ser ésta relativamente pequeña.

Por último, existen una serie de provincias, normalmente de Castilla, que presentan una alta tasa en algún tipo de centro hospitalario especializado —psiquiátricos, hospitales de tórax, etc.— aunque en general no están bien dotados. Parece más bien una reliquia de tiempos pasados.

Donde parecen detectarse las mayores diferencias entre zonas ricas y pobres es en las dotaciones hospitalarias y en la amplitud de la oferta de centros. Parece que hacia ahí debería dirigirse una buena política redistributiva.

REFERENCIAS

ALONSO, J., MURILLO C., ANTÓ J.M. (1988). Estudio de las desigualdades de salud en Barcelona. Marco teórico y evidencia empírica». VIII Jornadas de Economía de la Salud. Las Palmas.

BARR, N. (1987). «The Economic of the welfare state». Weindelfeld and Nicholson. London.

FONTRODONA, J. (1989). «El utilitarismo y la ética empresarial. Cuaderno Nº 12. Seminario Permanente Empresa-Humanismo. Univ. de Navarra.

GILDER, G. (1986). «El espíritu de la empresa». Espasa Calpe. Barcelona.

GORDEN, A. (1980). «Clasiffication». Marcel Dekker.

IACOCCA, L.; NOVAK, M. (1985).. «Iacocca. Autobiografía de un triunfador». Grijalbo. Barcelona.

I.N.E. (1987). Resumen estadístico. Instituto Nacional de Estadística.

McLAUCHLAN, G.; MAYNARD, A.K. (1982) (eds). «The public/private mix for health». The National provincial Hospitals trusts. London.

PEREIRA, J. (1988). «Equity in health and health care: an overview of normative issues with special reference to Portugal». Working Paper. Univ of York.

SEN, A. (1979). «Sobre la desigualdad económica». Ed. Crítica.

WAGSTAFF, A.; VAN DOORSLASER, E.; PACI, P. (1988). «Equity in the finance and delivery for health care». VIII Jornadas de Economía de la Salud. Las Palmas.

Gráfico 1

RATIOS DE OFERTA HOSPITALARIA

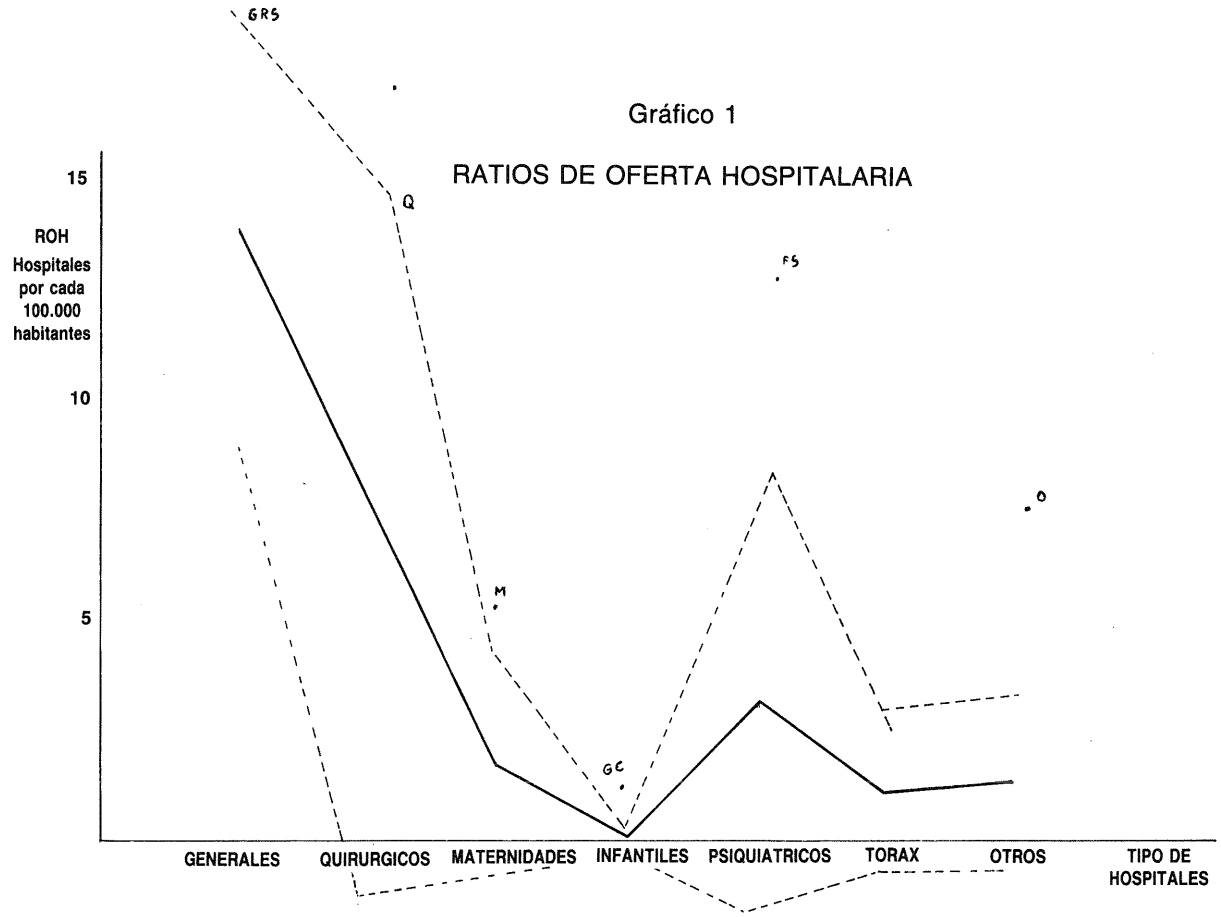


Gráfico 2

RATIOS DE OFERTA DE PERSONAL SANITARIO

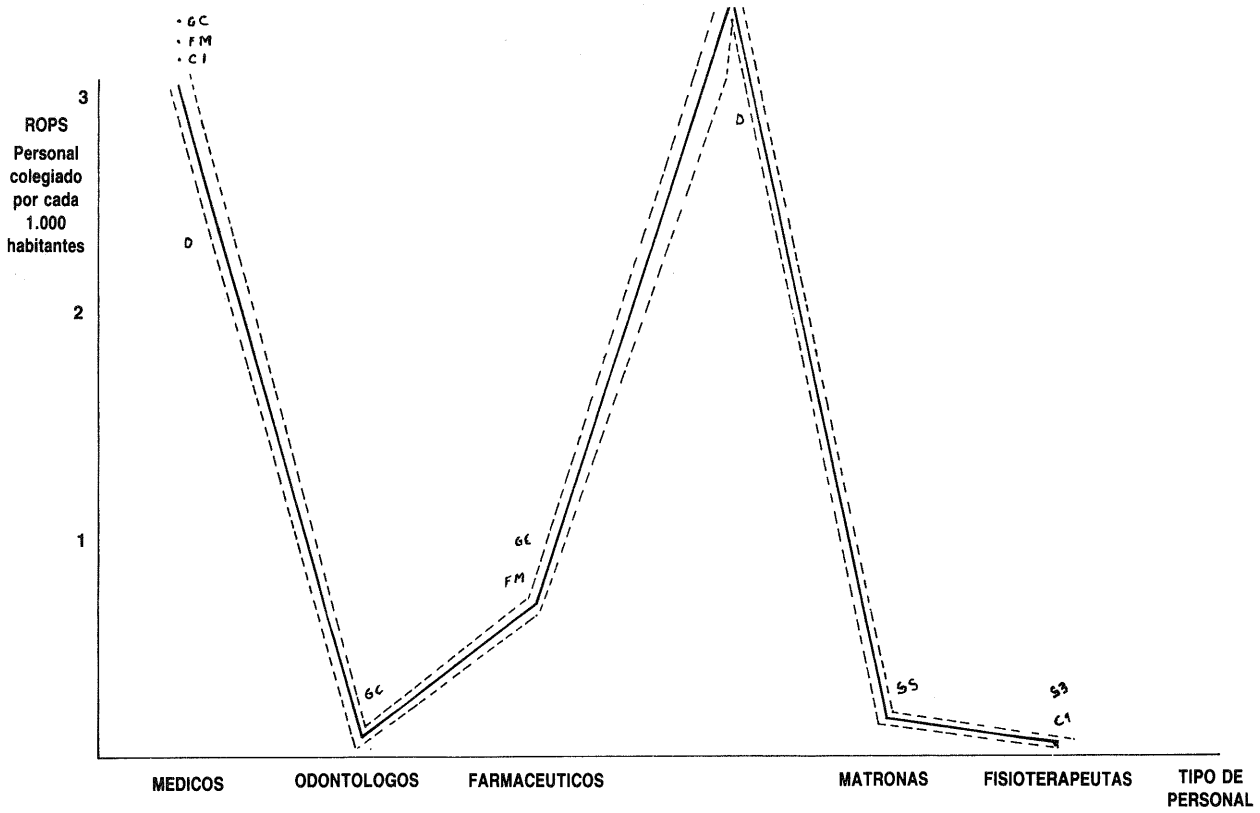


Gráfico 3

RATIOS DE OFERTA DE CAMAS HOSPITALARIAS

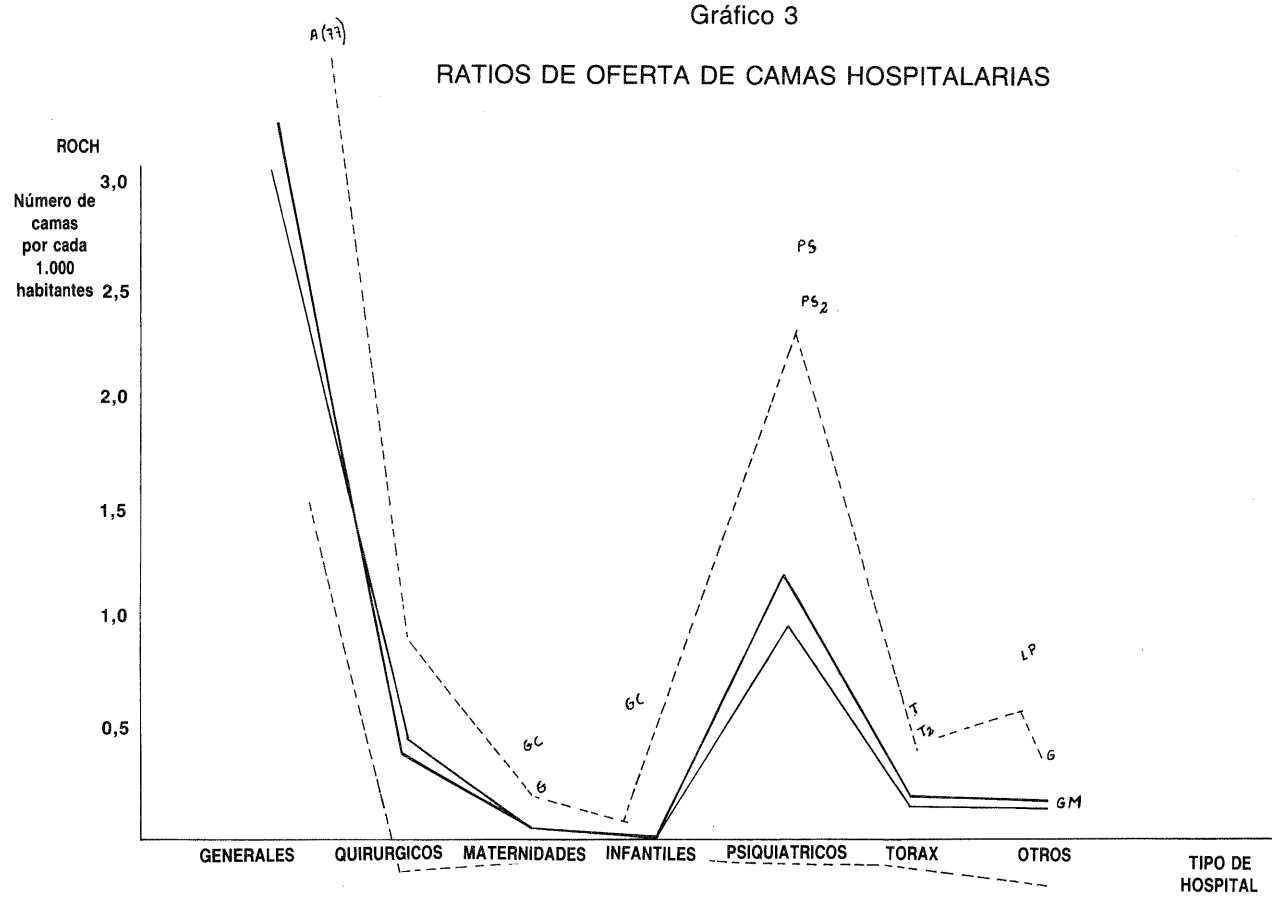


Gráfico 4

RATIOS DE OFERTA DE HOSPITALES POR SUPERFICIE

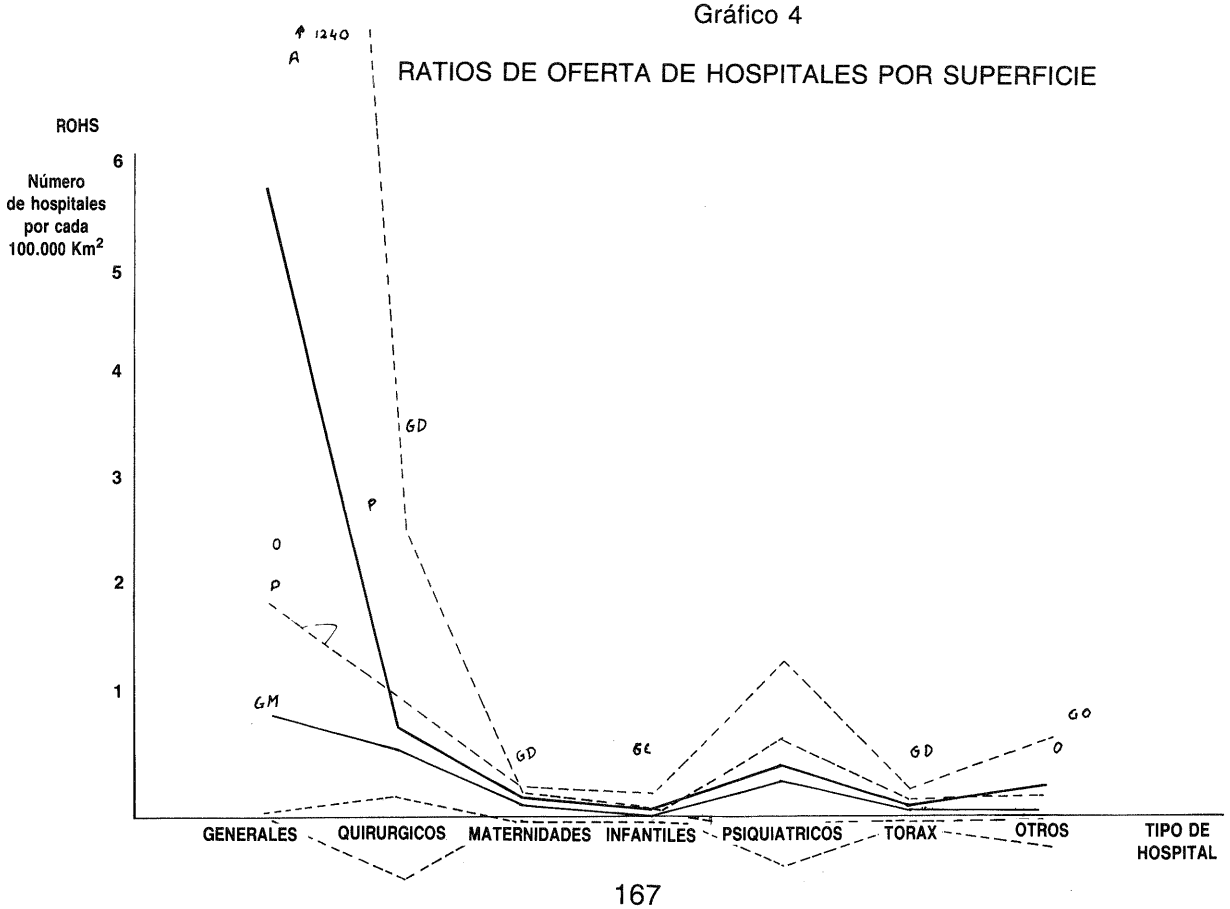


Gráfico 5

RATIOS DE DOTACION HOSPITALARIA

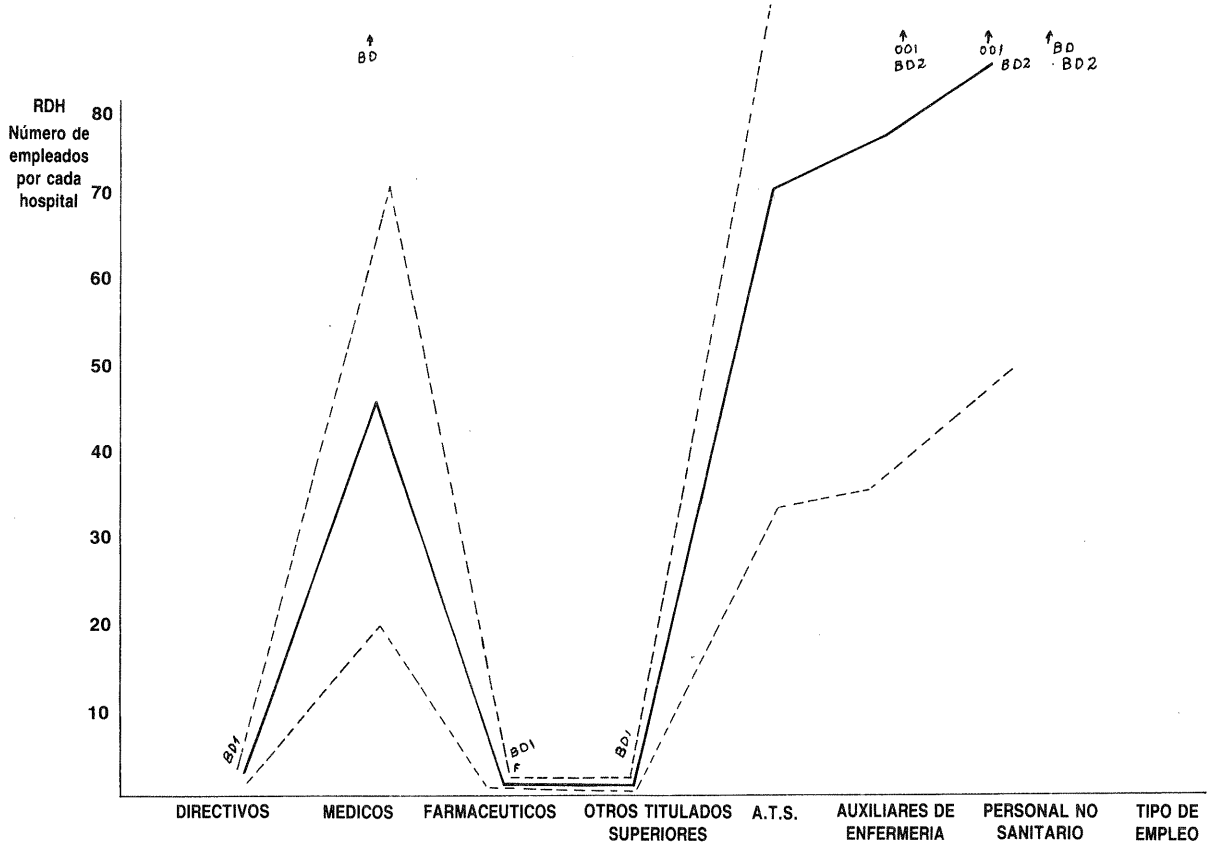
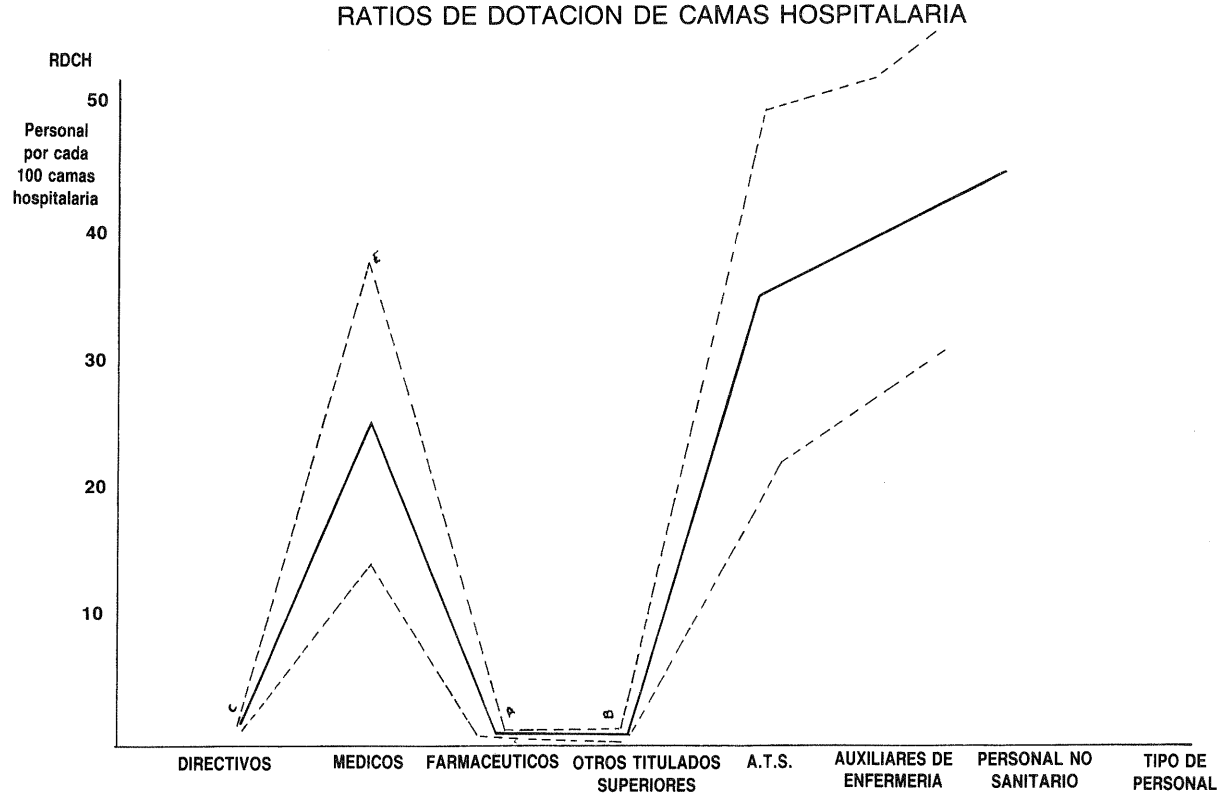


Gráfico 6

RATIOS DE DOTACION DE CAMAS HOSPITALARIA



UN MODELO DE ANALISIS DE DEMANDA DE ESTUDIOS

Xelo Colom
M. Creu Molés
José-Ginés Mora
Universitat de Valencia

1.— FUNDAMENTACION DEL MODELO

Con independencia de la posición desde la que se aborden las relaciones entre educación y economía, es evidente que la educación supone para el individuo que la adquiere todo un conjunto de beneficios y de costes. Entre los primeros hay que señalar: a) Beneficios monetarios: incrementos en los niveles de renta del individuo originados por el aumento de su nivel educativo. b) Mejoras en relación con el empleo: Aumento de las posibilidades de obtención de empleo y de la capacidad para conservar el puesto de trabajo. c) Beneficios no de mercado: Mejoras en las condiciones laborales, en la satisfacción que el trabajo produce sobre el individuo, en la utilización del ocio, en los hábitos de consumo, en los hábitos sanitarios, en la calidad de vida familiar, en las relaciones sociales, y un amplio etcétera.

Por otra parte, la adquisición de educación conlleva importantes costes directos e indirectos, privados y sociales; de entre los privados, son directos los pagos explícitos que realiza el individuo para adquirir mayores niveles de educación: tasas, transportes, libros; mientras que son indirectos los llamados costes de oportunidad: Salarios a los que renuncia el individuo que se dedica al estudio y no a la actividad laboral remunerada.

Estos beneficios y costes de la educación constituyen las componentes esenciales de la función de utilidad que valora la aportación de la educación al individuo que la adquiere. El modelo teórico que sustenta el presente estudio se fundamenta en un enfoque mixto en el que se considera que la adquisición de educación tiene componentes de inversión y de consumo, por lo que la utilidad de la educación se considera constituida por una utilidad presente (representativa de las componentes de consumo) y otra de utilidad futura (en representación de las componentes de inversión); en ambos casos estas utilidades tienen componentes tanto pecuniarias como no pecuniarias.

Es razonable aceptar que el demandante potencial de educación superior valora racionalmente el conjunto de utilidades esperadas, de modo que la decisión que tomará el individuo deberá ser consecuencia del resultado del balance personal entre las utilidades que le ofrece cada alternativa posible. Analizar esta decisión es el objetivo de este estudio. Previamente se ha revisado (Mora, 1989a) un amplio conjunto de modelos de este tipo realizados en otros países. Asimismo, para el sistema universitario español ha sido realizado un estudio cronológico (Mora, 1987) y otro de tipo espacial (Mora 1989b).

2.— MODELO TEORICO

El modelo teórico plantea el problema de la elección que un individuo realiza entre varias alternativas como una optimización de la función de utilidad que cada una de ellas genera sobre el propio individuo, función de utilidad que dependerá de las características personales del individuo que se enfrenta a la elección.

Supóngase que el individuo que acaba el bachiller puede elegir entre varias alternativas. Para cada alternativa k y para cada individuo i se podrá definir una función de utilidad U_{ik}. Designado

X_{ik} al conjunto de variables explicativas y aceptando una relación lineal, entre la utilidad y las variables, se puede escribir:

$$U_{ik} = a. X_{ik}$$

En el supuesto razonable de que no fueran medibles todas las variables y de que existan otras que no considere el modelo, habría que introducirse un término de error. En ese caso:

$$U_{ik} = b. Z_{ik} + E_{ik}$$

Bajo esta situación, un individuo i decidirá tomar la alternativa p cuando la utilidad que ésta genera sea superior a la de cualquier otra alternativa m; es decir, cuando se cumpla que:

$$P(y_i = p) = P(U_{ip} \geq U_{im}) = P(b.Z_{ip} + E_{ip} \geq b.Z_{im} + E_{im})$$
$$= P(E_{im} . E_{ip} \leq b (Z_{ip} - Z_{im})) = F(b(Z_{ip} - Z_{im}))$$

en donde F es la función de distribución de E_{im}-E_{ik}.

En el caso de sólo dos alternativas k, la estimación de los coeficientes b puede hacerse usando regresión probit o logit con resultados equivalentes (Amemiya, 1981).

3.— LOS DATOS

Por encargo del Consejo de Universidades se realizó una encuesta en tres fases (Concejo de Universidades, 1987): la primera, en Abril de 1985, a un grupo de alumnos que estudiaban COU para conocer sus características personales y familiares; la segunda, en Junio y Septiembre del mismo año a los mismos alumnos, para conocer sus calificaciones; y la tercera, en Diciembre, para informarse de la alternativa elegida por esos alumnos en el siguiente curso. El ámbito territorial de la encuesta es estatal, y el número de encuestados con datos utilizables es de 999.

Con los datos de la encuesta se pueden analizar las motivaciones sociales, familiares, económicas que deteminan el que los alumnos que han realizado COU asistan o no, en el siguiente curso, a la universidad. También puede analizarse el efecto de estos factores sobre otra elección que realiza el individuo: la de estudios de ciclo largo frente a los de ciclo corto. Para las dos situaciones objeto de análisis parece interesante desagregar el estudio por sexos, intentando descubrir algún tipo de comportamiento diferencial.

La fundamentación teórica del modelo y los datos disponibles aconsejan la utilización de las siguientes variables explicativas:

a) *Características generales:*

1. SEXO: Valor 1 para mujeres y 0 para hombres.
2. EDAD: Considera la edad de los alumnos que realizaban COU. Se ha agrupado en dos segmentos: alumnos de más de 18 años (1) y alumnos con 18 años o menos (0).

b) *Características socioeconómicas*

3. TICETO: Tipo de centro en el que realiza el COU: privado (1) o público (0). Puede dar alguna información sobre el origen socioeconómico del individuo.
4. BECACO: Beca durante la realización del COU: toma el varlor 1 si disponía de beca y 0 en caso contrario. Esta variable proporcionará una información complementaria a la anterior.
5. GRDURB: Grado de urbanización del municipio de residencia familiar del alumno. Toma valores por intervalos desde el valor 1 para municipios con menos de 2.000 habitantes, hasta 8 para municipios con más de un millón. Esta variable permitirá conocer si existe relación entre el tipo de vida más o menos urbano del individuo y su demanda de educación.
6. POBUNV: Población de residencia del alumno con centros universitarios. Valor 1 en caso positivo y 0 en caso contrario. Esta es una variable que puede reflejar los costes generales que el alumno tendrá que asumir para seguir estudios universitarios.

7. RESFAM: Indica si el universitario reside con los padres (1) o no (0). Complementa a la anterior variable como indicadora de los costes que serán notoriamente más elevados en el caso de tener que residir fuera del domicilio familiar.
8. Indice de desempleo general en la provincia de residencia del alumno. Este índice señala la situación laboral más inmediata al alumno y se relaciona con los costes de oportunidad.

c) *Características familiares*

9. PADEMP: Tener un padre empresario o equivalente (1) frente a no empresario (0).
10. PADPRO: Tener un padre profesional (1) frente a no profesional (0).
11. ESTPAD: Padre con nivel de estudios de bachiller superior o universitario (1) frente a niveles (0).
12. ESTMAD: Nivel de estudios de la madre según la misma escala.

d) *Características académicas*.

13. OPCION: Alumnos con bachillerato de Ciencias (1) o de Letras (0).
14. JUNSEP: Aprobar COU en Junio(1) o en Septiembre(0).
15. NOTCOU: Nota media de COU (de 50 a 100 puntos).

e) *Características individuales.*

16. INTGEN: Intención manifestada de seguir estudios (1) o de no seguir (0).
17. INTNIV: Intención manifestada de seguir estudios de ciclo largo (1) o de ciclo corto (0).
18. INTRAB: Preferencia manifestada por el estudio (1) aunque encontrara empleo.
19. GRADIF: Autovaloración del grado de dificultad de los estudios elegidos Por el alumno puntuado de 1 a 9.
20. GRAPRE: Idem grado de prestigio social.
21. POSEMP: Idem posibilidades de empleo esperadas.
22. RENECO: Idem rentabilidad económica esperada.

4. —RESULTADOS

4.1.— Elección de ir o no a la Universidad.

En la Tabla 1 se presentan los valores obtenidos de los coeficientes probit binomial para el total de individuos, para mujeres y para varones. Como valoración de la bondad del ajuste se ha obtenido el porcentaje de valores de la muestra que son predichos correctamente mediante los coeficientes probit estimados. Se ha realizado también una estimación de la influencia con la que actúa cada una de las variables significativas. El método seguido ha sido el de calcular las variaciones en la probabilidad de la variable dependiente para los valores extremos de cada una de las variables explicativas, dándole al resto de variables implicadas su correspondiente valor medio. Los valores de estos incrementos de probabilidad se presentan en la Tabla 2.

Puede observarse que a) La variable más relevante (+ 46,1% de incremento de probabilidad) es, como era de suponer, la intención manifestada el alumno antes de acabar el COU de ir a la universidad el siguiente curso (INTGEN); esta variable recoge lógicamente todo un conjunto de características personales y familiares presentes a priori en la decisión del alumno (GRDURB), que afecta prácticamente por igual a mujeres y hombres. La influencia negativa de esta variable indica que es más probabable que abandonen los estudios los jóvenes que residen en grandes ciudades que los que residen en pequeñas poblaciones. Este es un resultado verosímil si se tiene en cuenta que los estudiantes de pequeñas poblaciones que han llegado a COU han superado muy posiblemente toda una serie de dificultades (costes, traslados, etc.) que indican una postura más decidida (de ellos y de sus familias) respecto a su asistencia a la universidad. c) El que el municipio de residencia del alumno disponga de algún centro universitario (POBUNV) es la tercera variable en influencia (+ 10,7%) sobre la decisión del alumno de ir a la universidad; tampoco existe diferencia apreciable entre sexos. Es evidente que la existencia de centros universitarios próximos disminuye considerablemente los costes de la educación superior, por lo que es lógica la importancia de esta

variable. d) El rendimiento académico del alumno es otra característica decisiva para la asistencia a la universidad, tanto si se utiliza como valoración el aprobar o no en junio (JUNSEP) como si se toma en consideración la nota de COU (NOTCOU); para ambas variables se aprecian diferencias importantes entre hombres y mujeres: mientras que para ellas es más relevante el aprobar o no en Junio, para los jóvenes influye más la nota media de COU. e) Las cuatro variables restantes tienen influencias moderadas pero con consecuencias de interés. En primer lugar , la edad sólo actúa sobre la demanda femenina: las mujeres por encima de la edad correspondiente a su curso son más reacias (-5,2%) a asistir a la universidad que las más jóvenes. En segundo lugar, el tener un padre empresario (PADEMP) también ejerce una leve influencia positiva (+3,8%) sobre la demanda total y sobre la demanda femenina (+4,2%); este hecho justifica la importancia de estatus socioeconómico familiar en la decisión de ir a la universidad, sobre todo para el caso de las mujeres. En tercer lugar, el alumno que disfruta de beca en COU tiene mayores posibilidades de ir a la universidad, especialmente si es mujer: de nuevo aparece la mayor trascendencia que los condicionamientos económicos tienen sobre la decisión femenina de ir a la universidad. En cuarto lugar, la variable que representa la preferencia manifestada previamente por el estudio frente al trabajo (INTRAB) tiene un efecto moderado (+4,8%), más alto para las mujeres (+7,4%) y no es relevante para los varones: la elección entre estudio y trabajo parece estar más clara entre las mujeres que entre los hombres.

Sintetizando, se puede afirmar que la decisión que toman los alumnos de COU de matricularse o no en una universidad es una decisión que básicamente está tomada antes de finalizar el curso a través de criterios y circunstancias previas del alumno y que no son objeto de análisis en este estudio; esta decisión, previa a la realización del COU, también explica la influencia negativa del tamaño del municipio. Los costes de la educación, medidos por la existencia o no de centros universitarios en la proximidad del alumno, son también muy influyentes. El rendimiento académico del alumno tiene un peso importante sobre su decisión, actuando de modo diferente para varones y mujeres. El estatus económico familiar ejerce una cierta influencia, que es especialmente notable para la demanda femenina. La edad es una característica que sólo afecta a las mujeres. Por último, existen variables que no ejercen ninguna influencia significativa en este modelo: tipo de centro de bachiller, nivel de estudios de los padres y nivel de desempleo del entorno.

4.2.— **Elección entre estudios de ciclo corto o largo.**

En la Tabla 3 se presentan los coeficientes obtenidos del análisis probit binomial, junto con una estimación de la calidad del ajuste. Para las variables significativas se han calculado los incrementos de la probabilidad de elegir estudios de ciclo largo para dos valores de cada una de las variables explicativas, manteniendo el resto de variables en sus valores medios: los resultados se presentan en la Tabla 4. Puede observarse que: a) La variable de mayor influencia (+41,6%) es la que representa el interés manifestado por el alumno en seguir estudios de ciclo largo (INTNIV); esta variable recoge un estado de opinión, más o menos madurado, formado por la experiencia y el entorno de los jóvenes. Es apreciable la diferencia entre hombres (+20,6%) y mujeres (+44,1%): éstas mantienen una posición más coherente entre lo que deseaban y lo que finalmente hacen, mientras que los valores parece que se inclinan, llegado el momento de la realidad, por estudios más cortos, quizá pensando en sus mejores posibilidades laborales, b) La segunda variable en importancia resulta ser el tamaño del municipio de residencia del alumno (GRDURB), de modo que un alumno de una gran ciudad tiene una probabilidad de seguir estudios de ciclo largo de un +24,4% por encima de la de un residente en una pequeña población, valor que aumenta hasta un 31,1% para los varones; es evidente la importancia de la mayor oferta educativa (ligada en cierto modo al tamaño de las ciudades) en la elección de estudios de ciclo largo, siendo los hombres más dependientes de esta oferta, c) La opinión sobre el prestigio de los estudios (GRAPRE) es más elevada lógicamente entre los que siguen estudios de ciclo largo; no se dan diferencias notables entre hombres y mujeres. d) Algo semejante sucede con la siguiente variable más relevante (INTRAB);

los que manifiestan preferencia por el estudio frente al trabajo eligen con mayor probabilidad estudios de ciclo largo; esto sucede para los dos sexos, aunque es algo más relevante para los varones. e) Los estudiantes que han hecho un bachillerato de Ciencias tienen una probabilidad del 12,3% inferior a los de Letras de seguir estudios de ciclo largo, probabilidad que llega hasta el 16% para varones; esta situación se explica posiblemente por la mayor oferta de estudios técnicos de grado medio a los que concurren los estudiantes de ciencias y fundamentalmente los varones. f) El rendimiento académico tiene un efecto relevante sobre la elección de estudios de ciclo largo, tanto si se valora el aprobar en Junio (+13,4%), como si se considera la nota media de COU (+ 13,1); sin embargo, para los varones es relevante la primera (+ 18,6), mientras que para las mujeres lo es la segunda (+20,2). Que el rendimiento académico lleve aparejado una mayor probabilidad de elegir estudios de ciclo largo es concordante con cualquier planteamiento teórico; por otro lado, como se dijo en un párrafo anterior, las diferencias de comportamiento entre mujeres y hombres no son demasiado importantes. g) Los alumnos que residen con sus padres (RESFAM) tienen mayor probabilidad de elegir estudios de ciclo corto (+9,6%), especialmente en el caso de los varones (+12,4%); aunque no son valores altos, contradicen una idea comúnmente aceptada y contrastada de que a menores costes mayor demanda educativa; el resultado en este modelo sólo se explica por las características peculiares de la muestra usada. h) Los alumnos que valoran más las posibilidades de encontrar empleo (POSEMPO) tienen mayor probabilidad (+11,6) de elegir estudios de ciclo corto, especialmente si son varones; este resultado demuestra un cierto estado de desorientación de los alumnos, ya que todas las evidencias (Larro, 1988, por ejemplo) indican lo contrario: son los estudios de ciclo corto los que tienen mayor tasa de desempleo. No se puede generalizar sin embargo y es posible que los alumnos de la muestra, especialmente los varones, hayan elegido estudios de tipo técnico y empresarial con buenas oportunidades laborales. k) Al contrario, los varones que han elegido estudios de ciclo largo valoran más las posibilidades económicas de esto estudios (RENECO), mientras que todos (+6,9%) y especialmente las mujeres (+14,4%) valoran también su mayor dificultad (GRADIF).

Como resumen de este análisis se puede afirmar que la elección de estudios de ciclo largo frente a ciclo corto está controlada fundamentalmente por las características académicas del alumno, de modo que los mejores alumnos prefieren estudios de ciclo largo, consideran estos estudios más difíciles, más prestigiosos, aunque con menores posibilidades de empleo; aquéllos que residen en municipios de mayor tamaño (con mayor oferta educativa) tienen también mayor probabilidad de elegir estos estudios; las características socioeconómicas familiares no son relevantes en esta decisión. Por último, en esta elección sólo aparecen pequeñas diferencias en el comportamiento de ambos sexos.

BIBLIOGRAFIA

AMEMIYA, Takechi (1981). «Qualitative Response Models: A Survey». *J. of Ec. Lit.,* XIX (Dec.), pp. 1483-1536. (Existe versión en castellano en *Cuadernos Económicos de ICE,* n. 39).

CONSEJO DE UNIVERSIDADES (1987): *Demanda de plazas universitarias,* MEC, Madrid.

MORA, José-Gines (1987): «Análisis cronológico de la demanda de educación superior en España, 1962-1983», *Cuadernos de Economía*, 15, pp. 491-514.

MORA, José-Ginés (1989a): «La demanda de educación superior: una revisión de estudios empíricos», *Revista de Educación*, n. 288.

MORA, José-Ginés (1989b): *La demanda de educación superior: un estudio analítico,* Consejo de Universidades, Madrid.

TABLA 1

COEFICIENTES DE LA REGRESION PROBIT BINOMIAL PARA LA ELECCION DE IR O NO A LA UNIVERSIDAD

VARIABLES	COEFICIENTES		
	TOTAL	MUJERES	VARONES
COEF. INDEP.	3,00 (2,69)	5,16 (6,93)	3,14 (2,64)
SEXO	—0,155 (—1,21)		
EDAD	—0,193 (—1,17)	—0,365* (—1,77)	0,110 (0,375)
TICECO	+ 0,0781 (0,555)	—0,0765 (—0,426)	0,351 (1,47)
BECACO	0,471* (1,96)	0,570* (1,83)	0,342 (0,874)
GRDURB	—0,189*** (—3,54)	—0,193*** (—2,90)	—0,212** (—2,09)
POBUNV	0,665*** (3,30)	0,662** (2,57)	0,748** (2,09)
INDES	0,0116 (1,11)	0,0153 (1,16)	0,0125 (0,679)
PADEMP	0,313* (1,95)	0,419* (1,94)	0,194 (0,771)
PADPRO	0,149 (0,860)	0,141 (0,623)	0,309 (1,04)
ESTPAD	—0,00231 (—0,0143)	0,0688 (0,329)	—0,131 (—0,485)
ESTMAD	0,127 (0,779)	0,223 (1,01)	0,0625 (0,245)
JUNSEP	0,592*** (4,07)	0,779*** (3,99)	0,384* (1,70)
NOTCOU	0,0211** (2,30)	0,00522 (0,466)	0,503*** (2,75)
INTGEN	1,59* (1,76)		
INTRAB	0,304** (1,96)	0,489*** (2,498)	—0,0960 (—0,348)
	Obs.: 999 Valor 1: 895 Aciertos: 91%	Obs.: 574 Valor 1: 510 Aciertos: 89%	Obs.: 435 Valor 1: 385 Aciertos 92%

— Las cifras paréntesis son valores del estadístico t.
— Coeficientes significativos al 10% (*), 5% (**) y 1% (***).

TABLA 2

INCREMENTOS EN LA PROBABILIDAD DE IR A LA UNIVERSIDAD PARA LAS VARIABLES SIGNIFICATIVAS

VARIABLES	INCREMENTOS DE PROBABILIDAD		
	TOTAL	MUJERES	VARONES
EDAD (Mayores de 18 años)	—	— 5,2	—
BECACO (Becario de COU)	+ 5,0	+ 4,8	—
GRDURB (Gran ciudad vs. pueblo pequeño)	—15,1	—13,3	—12,9
POBUNV (Población con centro universitario)	+10,7	+ 9,2	+ 9,6
PADEMP (Padre empresario)	+ 3,8	+ 4,2	—
JUNSEP (Aprobar en junio)	+10,0	+12,4	+ 4,6
NOTCOU ($\bar{x}$ + s) vs. ($\bar{x}$ — s)	+ 5,7	—	+10,8
INTGEN (Interés por estudiar)	+46,1	—	—
INTRAB (Preferir el estudio al trabajo)	+ 4,8	+ 7,4	—

—n.u.: variable no utilizada.

TABLA 3

COEFICIENTES DE LA REGRESION PROBIT BINOMIAL PARA LA ELECCION ENTRE ESTUDIOS DE CICLO CORTO O LARGO

VARIABLES	COEFICIENTES		
	TOTAL	MUJERES	VARONES
COEF. INDEP.	1,08** (2,13)	—2,81 (—0,0393)	2,08** (2,82)
SEXO	—0,145 (0,136)		
EDAD	—0,225 (—1,44)	—0,289 (—1,43)	—0,173 (—0,642)
TICECO	0,124 (1,09)	0,188 (1,27)	0,0560 (0,292)
BECACO	0,0293 (0,197)	—0,176 (—0,900)	0,285 (1,15)
GRDURB	0,100*** (—3,12)	0,740* (1,80)	0,130** (2,32)
RESFAM	—0,296** (—2,30)	—0,210 (—1,21	—0,397** (—1,97)
PADEMP	0,0927 (0,733)	0,199 (1,17)	—0,0400 (—0,201)
PADPRO	—0,0528 (—0,365)	0,138 (0,690)	—0,353 (—1,51)
ESTPAD	0,179 (1,33)	0,123 (0,699)	0,311 (1,41)
ESTMAD	0,0271 (0,208)	0,0847 (0,471)	—0,0442 (—0,223)
JUNSEP	—0,369*** (2,84)	—0,239 (1,32)	—0,493*** (2,60)
JUNSEP	0,379*** (—3,36)	0,245 —1,63)	0,531*** (—2,69)
NOTCOU	0,0198** (3,18)	0,0317*** (3,49)	0,0113 (1,27)
INTNIV	1,11** (7,20)	1,19** (5,97)	0,921*** (3,59)
INTRAB	0,407*** (2,74)	0,385* (1,84)	0,529** (2,31)
GRADIF	0,0629* (1,71)	0,135*** (2,73)	—0,00758 (—0,121)
GRAPRE	0,207*** (5,01)	0,215*** (3,97)	0,170** (2,39)
POSEMP	—0,0820*** (—2,57)	—0,0598 (—1,43)	—0,178*** (—3,18)
RENECO	—0,00164 (—0,362)	—0,0418 (—0,730)	0,1398* (1,64)
	Obs.: 895 Valor 1: 615 Aciertos: 73%	Obs.: 510 Valor 1: 343 Aciertos: 68%	Obs.: 385 Valor 1: 272 Aciertos 80%

— Las cifras entre paréntesis son valores del estadístico t.
— Coeficientes significativos al 10% (*), 5% (**) y 1% (***).

TABLA 4

INCREMENTOS EN LA PROBABILIDAD DE ELEGIR ESTUDIOS DE CICLO LARGO PARA LAS VARIABLES SIGNIFICATIVAS

VARIABLES	INCREMENTOS DE PROBABILIDAD		
	TOTAL	MUJERES	VARONES
GRDURB (Gran ciudad vs. pueblo pequeño)	+24,4	+17,4	+31,1
RESFAM (Vivir con los padres)	— 9,6	—	—12,4
OPCION (Bachiller de ciencias)	—12,3	—	—16,0
JUNSEP (Aprobar en junio)	+13,4	—	+18,6
NOTCOU ($\bar{x}$ + $\bar{s}$) vs. ($\bar{x}$ — s)	+ 13,1	+20,2	—
INTIV (Interés por ciclo largo)	+41,6	+44,1	+20,6
INTRAB (Interés por estudio)	+14,6	+13,4	+19,0
GRADIF (Grado de dificultad) ($\bar{x}$ + s) vs. ($\bar{x}$ — s)	+ 6,9	+14,4	—
GRAPRE (Grado de prestigio) ($\bar{x}$ + s) vs. ($\bar{x}$ — s)	+22,6	+22,8	+18,2
POSEMP (Posibilidades de empleo) ($\bar{x}$ + s) vs. ($\bar{x}$ — s)	—11,6	—	—24,2
RENECO (Rentabilidad económica) ($\bar{x}$ + s) vs. ($\bar{x}$ — s)	—	—	+14,1

—n.u.: variable no utilizada.

SECCION 2ª

ECONOMIA REGIONAL

UNA APLICACION DEL ANAFACO A TABLAS DE INTERCAMBIOS LAS EMIGRACIONES INTERIORES (1970, 1980, 1987)

Catalina N. Juaneda Sampol
Universidad de Barcelona

1.— INTRODUCCION (1)

A menudo para la realización de determinados estudios económicos basados en una gran cantidad de información, sea del tipo cuantitativa, cualitativa o ambas a la vez, se plantea el problema de la elevada dimensionalidad de la matriz de datos en la que se recoge dicha información.

Este problema surge, normalmente, en cualquier estudio de datos multidimensionales. La preocupación por este hecho ha provocado a lo largo del tiempo el surgimiento de diversas técnicas de análisis multivariante que se interesan por reducir la elevada dimensionalidad de una matriz de datos: Componentes Principales, Análisis Factorial de Correspondencias (ANAFACO), Escalas Multidimensionales, etc...

Este es precisamente, el problema que puede plantearse en el análisis de cualquier tabla de doble entrada de dimensión elevada: captar el máximo de información proporcionada por la tabla reduciendo la dimensión de la misma y eliminando la información redundante que seguramente se encuentra en ella.

Un caso particular de tabla de doble entrada es una tabla de intercambios, que supone una matriz de datos en la que los individuos o casos que constituyen las filas de la matriz (categorías-fila) son los mismos que los de las columnas (categorías-columnas), y en la que, generalmente, el interés principal de su análisis se centra en la relación existente entre los individuos como categorías-filas y categorías-columna que se caracteriza concretamente por tratarse de flujos entre ambas.

Así pues, si se plantea el análisis de una tabla de doble entrada, será interesante realizarlo mediante alguna técnica que asegure, por un lado, que permita recoger los flujos existentes entre las categorías-fila y las categorías-columna de la tabla, y, mejor aún, representarlos.

Considerando todo lo dicho anteriormente, se consideró adecuado usar el ANAFACO simple como instrumento de trabajo para estudiar una tabla de intercambios cualquiera puesto que, además de reducir la dimensionalidad de la tabla, esta técnica permite contrastar la existencia de asociación entre las categorías establecidas en las filas y las columnas de la tabla y estudiar la estructura de la mencionada asociación proporcionando una forma clara de representación gráfica que contribuye a una fácil visualización de los resultados.

Puesto que la realización de este trabajo corresponde a un interés especial por parte de la autora por dos temas diferenciados: las migraciones interiores en España y las técnicas de Análisis Multivariante, se concretará la aplicación del ANAFACO a la tabla de intercambios que proporcionan las migraciones interiores en España publicadas por el INE, para ilustrar todo lo expuesto anteriormente.

El estudio de las migraciones interiores y, concretamente de su proceso evolutivo, ha tenido siempre un gran interés desde un punto de vista social y económico puesto que, el análisis de los flujos migratorios, sean exteriores o interiores, está íntimamente relacionado con el análisis del crecimiento económico y de los desequilibrios regionales.

(1) Quiero expresar mi agradecimiento al Dr. M.A. Sierra Martínez que me ha brindado sus conocimientos sobre el tema y el apoyo necesario para llevar a término este trabajo.

Los movimientos migratorios en España han seguido un ritmo ascendente desde la década de los sesenta hasta los ochenta, caracterizándose por importantes variaciones en la composición de los flujos interprovinciales que están relacionados con los cambios más relevantes de la estructura económica del país; con la coyuntura económica de cada momento; con la evolución de los mercados de mano de obra asalariada regionales y sectoriales etc... Así pues, las cifras de migraciones interiores proporcionadas por el INE permiten observar, por un lado, el aumento progresivo de los movimientos dentro de cada Comunidad Autónoma en el período que va desde 1960 a 1987 y, por otro, el descenso paulatino de los movimientos entre Comunidades en este mismo período, especialmente entre comunidades alejadas geográficamente. También se refleja el hecho de que lo que fueron en su momento núcleos de inmigración esenciales en los años 60 y principios de los 70 (Madrid y Barcelona principalmente), ven disminuido su protagonismo en los 80 hasta el punto de pasar a ser importantes núcleos de emigración. Este tipo de fenómenos serán los que se intentarán captar a través de la aplicación del ANAFACO a las tablas de migraciones interiores.

La aceptación implícita de la importancia del fenómeno migratorio ha generado históricamente una gran cantidad de trabajos dedicados a su estudio (2). Muchos de los trabajos que se proponen el estudio de este tema en España utilizan como fuente de información la tabla de migraciones interprovinciales que publica anualmente el INE basándose en la Estadística Municipal sobre Movimientos Migratorios. Esta tabla recoge el total de inmigrantes y emigrantes de cada provincia indicando, además, la dirección provincial de cada uno de los flujos. Es, por tanto, una tabla de intercambios con 52 filas y 52 columnas.

La información que llega a proporcinar una tabla de doble entrada de estas proporciones es muy abundante y, al mismo tiempo, difícil de captar en su totalidad. Debido a ello, esta tabla parece adecuada para ser estudiada a través del Análisis Factorial de Correspondencias.

Para apoyar la conveniencia de esta técnica para alcanzar los objetivos propuestos anteriormente, se han realizado para los años 1970, 1980 y 1987 sendos ANAFACO sobre las tablas de migraciones interiores por provincias (origen y destino). La comparación de los resultados para estos tres años permite observar las características diferenciales de los movimientos migratorios a principios y a finales de las dos décadas consideradas en las que se dan importantes cambios económicos y sociales. Estos análisis permiten captar la diversificación de los flujos migratorios interprovinciales debida a estos cambios. Obviamente los ANAFACO realizados no proporcionarán información sobre los motivos de los posibles cambios, sino que permitirán ver únicamente las diferencias en la estructura de los flujos migratorios entre estos tres años.

2.— APLICACION A LAS TABLAS DE MIGRACIONES INTERIORES

El Análisis Factorial de Correspondencias Simple (ANAFACO) es una técnica estadística de análisis multivariante, desarrollada por BENZECRI (1973), que permite analizar la existencia de asociación entre las filas y las columnas de una tabla de contingencia, describiendo, además, la estructura de esta asociación a través de la definición de proximidades en las filas y las columnas de la tabla y permitiendo la representación gráfica de los resultados de manera que sean fácilmente interpretables.

En el caso que nos ocupa, el ANAFACO partirá de una tabla de 51 categorías-fila que representan las 51 provincias de origen de los movimientos migratorios, y 51 categorías-columna que son las provincias de destino (3). La cantidad ubicada en cada casilla de esta tabla representa, pues, el número de individuos que han salido de una provincia determinada para dirigirse a otra. Obviamente, es complicado considerar los 2.601 (51 × 51) datos que proporciona la tabla simultáneamente.

Así pues, la aplicación de un análisis de correspondencias a la tabla mencionada proporciona-

(2) Algunos de entre los más recientes son Pascual Sans (1985), Serrano (1987) y García Barbancho y Delgado (1988). En este último trabajo se propone la Teoría de Grafos para realizar gráficos de la misma índole de los expuestos en este trabajo.

TABLA 1

1970

EDITION DES COORDONNEES ET CONTRIBUTIONS DES LIGNES (provincias de origen)

NOMS	MASSES	DISTO2	COORDONNEES						CTA CONTRIBUTIONS ABSOLUES						CTR COSINUS CARRES					
			F1	F2	F3	F4	F5	F6	F1	F2	F3	F4	F5	F6	F1	F2	F3	F4	F5	F6
ALAV	0.006	4.26	-1.14	0.31	-0.41	-0.40	0.00	0.00	2.5	0.3	0.7	0.7	0.0	0.0	0.30	0.02	0.04	0.04	0.00	0.00
-LBA	0.021	3.42	0.80	0.33	-0.66	0.96	0.00	0.00	4.1	1.2	5.8	12.9	0.0	0.0	0.19	0.03	0.13	0.27	0.00	0.00
-LIC	0.011	2.52	0.47	0.27	-0.51	0.43	0.00	0.00	0.7	0.4	1.7	1.3	0.0	0.0	0.09	0.03	0.10	0.07	0.00	0.00
ALME	0.018	1.09	0.61	-0.33	0.28	-0.27	0.00	0.00	2.0	1.1	0.9	0.9	0.0	0.0	0.34	0.10	0.07	0.07	0.00	0.00
-VIL	0.010	2.02	-0.54	0.62	0.58	0.56	0.00	0.00	0.9	2.1	2.2	2.2	0.0	0.0	0.15	0.19	0.17	0.16	0.00	0.00
BADA	0.056	0.32	0.06	0.06	0.44	-0.04	0.00	0.00	0.1	0.1	6.8	0.1	0.0	0.0	0.01	0.01	0.61	0.00	0.00	0.00
BALE	0.004	0.80	0.38	0.00	-0.26	0.37	0.00	0.00	0.2	0.0	0.2	0.4	0.0	0.0	0.18	0.00	0.09	0.17	0.00	0.00
BARC	0.043	1.52	0.22	0.05	-0.48	0.01	0.00	0.00	0.6	0.1	6.1	0.0	0.0	0.0	0.03	0.00	0.15	0.00	0.00	0.00
BRG	0.015	2.29	-1.11	0.20	0.11	-0.31	0.00	0.00	5.5	0.3	0.1	1.0	0.0	0.0	0.54	0.02	0.00	0.04	0.00	0.00
CACE	0.043	0.96	-0.46	0.29	0.41	0.01	0.00	0.00	2.7	2.0	4.6	0.0	0.0	0.0	0.22	0.09	0.18	0.00	0.00	0.00
CADI	0.033	0.80	0.28	-0.20	0.10	-0.15	0.00	0.00	0.8	0.7	0.2	0.5	0.0	0.0	0.10	0.05	0.01	0.03	0.00	0.00
CAST	0.010	1.84	0.57	0.20	-0.43	0.28	0.00	0.00	1.0	0.2	1.1	0.5	0.0	0.0	0.18	0.02	0.10	0.04	0.00	0.00
CIRE	0.036	0.59	0.27	0.32	0.16	0.49	0.00	0.00	0.8	2.0	0.6	5.6	0.0	0.0	0.12	0.18	0.04	0.40	0.00	0.00
CORD	0.050	0.37	0.40	-0.14	0.30	-0.18	0.00	0.00	2.4	0.6	2.9	1.1	0.0	0.0	0.43	0.06	0.25	0.09	0.00	0.00
CORU	0.010	2.73	-0.80	-0.80	-0.20	0.35	0.00	0.00	1.9	3.5	0.3	0.8	0.0	0.0	0.23	0.24	0.01	0.04	0.00	0.00
CUEN	0.020	1.95	0.46	0.47	-0.19	0.72	0.00	0.00	1.3	2.4	0.5	6.8	0.0	0.0	0.11	0.12	0.02	0.26	0.00	0.00
GERO	0.011	0.67	0.45	-0.33	0.24	-0.34	0.00	0.00	0.7	0.7	0.4	0.9	0.0	0.0	0.30	0.17	0.09	0.18	0.00	0.00
GRAN	0.050	0.99	0.61	-0.32	0.23	-0.25	0.00	0.00	5.6	2.7	1.6	2.0	0.0	0.0	0.38	0.10	0.05	0.06	0.00	0.00
HAD	0.012	1.47	-0.03	0.57	0.34	0.35	0.00	0.00	0.0	2.0	0.8	0.9	0.0	0.0	0.00	0.22	0.08	0.08	0.00	0.00
JUIP	0.017	2.61	-1.11	0.26	-0.28	-0.29	0.00	0.00	6.4	0.6	0.8	0.9	0.0	0.0	0.48	0.02	0.03	0.03	0.00	0.00
HUEL	0.014	1.63	0.22	-0.23	0.34	-0.26	0.00	0.00	0.2	0.4	1.1	0.7	0.0	0.0	0.03	0.03	0.07	0.04	0.00	0.00
HUES	0.014	3.23	0.32	0.28	-0.90	-0.85	0.00	0.00	0.5	0.6	7.3	6.8	0.0	0.0	0.03	0.02	0.25	0.22	0.00	0.00
LEN	0.054	0.37	0.43	0.03	0.08	0.00	0.00	0.00	2.9	0.0	0.2	0.0	0.0	0.0	0.49	0.00	0.02	0.00	0.00	0.00
LEON	0.021	1.57	-0.77	-0.15	0.13	-0.02	0.00	0.00	3.7	0.3	0.2	0.0	0.0	0.0	0.38	0.01	0.01	0.00	0.00	0.00
LERI	0.019	1.29	0.55	-0.35	0.30	-0.57	0.00	0.00	1.7	1.3	1.0	4.0	0.0	0.0	0.23	0.10	0.07	0.25	0.00	0.00
MGR	0.007	4.03	-1.00	0.46	-0.37	-0.62	0.00	0.00	2.2	0.9	0.6	1.9	0.0	0.0	0.25	0.05	0.03	0.09	0.00	0.00
ONGO	0.014	4.47	-0.63	-1.37	-0.01	0.23	0.00	0.00	1.7	14.5	0.0	0.5	0.0	0.0	0.09	0.42	0.00	0.01	0.00	0.00
MADR	0.030	1.64	-0.13	-0.06	-0.57	0.20	0.00	0.00	0.1	0.1	6.2	0.8	0.0	0.0	0.01	0.00	0.20	0.02	0.00	0.00
MLA	0.022	0.76	0.33	-0.31	0.27	-0.29	0.00	0.00	0.7	1.1	1.0	1.3	0.0	0.0	0.14	0.13	0.10	0.11	0.00	0.00
MRC	0.018	2.12	0.63	0.01	-0.20	0.52	0.00	0.00	2.2	0.0	0.4	3.2	0.0	0.0	0.19	0.00	0.02	0.13	0.00	0.00
NAVA	0.009	2.81	-0.76	0.44	-0.37	-0.63	0.00	0.00	1.5	0.9	0.8	2.3	0.0	0.0	0.20	0.07	0.05	0.14	0.00	0.00
OREN	0.009	3.03	-0.92	-1.20	-0.16	0.27	0.00	0.00	1.8	6.9	0.1	0.4	0.0	0.0	0.22	0.47	0.01	0.02	0.00	0.00
PIE	0.009	2.04	-0.57	-0.17	-0.06	0.26	0.00	0.00	0.9	0.2	0.0	0.4	0.0	0.0	0.16	0.01	0.00	0.03	0.00	0.00
PALE	0.016	4.35	-1.39	0.16	0.00	-0.23	0.00	0.00	9.1	0.2	0.0	0.5	0.0	0.0	0.45	0.01	0.00	0.01	0.00	0.00
PALM	0.005	2.05	-0.15	0.14	0.13	0.49	0.00	0.00	0.0	0.1	0.1	0.7	0.0	0.0	0.01	0.01	0.01	0.12	0.00	0.00
PNT	0.010	11.28	-1.11	-2.44	-0.94	1.14	0.00	0.00	3.7	32.0	5.6	8.5	0.0	0.0	0.11	0.53	0.08	0.12	0.00	0.00
SALA	0.019	1.40	-0.82	0.18	0.25	-0.06	0.00	0.00	3.9	0.3	0.7	0.0	0.0	0.0	0.48	0.02	0.04	0.00	0.00	0.00
TENE	0.004	4.58	-0.08	-0.24	-0.28	0.42	0.00	0.00	0.0	0.1	0.2	0.5	0.0	0.0	0.00	0.01	0.02	0.04	0.00	0.00
UNT	0.008	2.14	-0.96	0.07	0.14	-0.05	0.00	0.00	2.1	0.0	0.1	0.0	0.0	0.0	0.43	0.00	0.01	0.00	0.00	0.00
VIGO	0.010	1.86	-0.63	0.59	0.53	0.43	0.00	0.00	1.2	1.9	1.8	1.3	0.0	0.0	0.21	0.19	0.15	0.10	0.00	0.00
ZEVI	0.040	0.70	0.47	-0.26	0.33	-0.27	0.00	0.00	2.7	1.4	2.7	2.0	0.0	0.0	0.32	0.09	0.15	0.11	0.00	0.00
ZORI	0.012	3.38	-0.25	0.64	-0.92	-0.82	0.00	0.00	0.2	2.6	6.2	5.1	0.0	0.0	0.02	0.12	0.25	0.20	0.00	0.00
ZRR	0.014	0.90	0.54	-0.22	0.08	-0.45	0.00	0.00	1.3	0.4	0.1	1.9	0.0	0.0	0.32	0.05	0.01	0.23	0.00	0.00
ZURU	0.020	3.72	0.53	0.51	-1.16	-0.59	0.00	0.00	1.7	2.8	16.8	4.5	0.0	0.0	0.08	0.07	0.36	0.09	0.00	0.00
TOLE	0.023	2.35	-0.20	0.73	0.57	0.81	0.00	0.00	0.3	6.6	4.7	9.9	0.0	0.0	0.02	0.22	0.14	0.28	0.00	0.00
ULE	0.021	1.82	0.39	0.12	-0.41	0.37	0.00	0.00	1.0	0.2	2.2	1.9	0.0	0.0	0.08	0.01	0.09	0.07	0.00	0.00
ULL	0.011	1.25	-0.70	0.20	0.04	0.03	0.00	0.00	1.6	0.2	0.0	0.0	0.0	0.0	0.39	0.03	0.00	0.00	0.00	0.00
VIZC	0.020	2.30	-1.03	0.23	-0.30	-0.19	0.00	0.00	6.4	0.6	1.1	0.5	0.0	0.0	0.46	0.02	0.04	0.02	0.00	0.00
ZAMO	0.013	2.00	-1.04	0.07	0.19	-0.06	0.00	0.00	4.3	0.0	0.3	0.0	0.0	0.0	0.54	0.00	0.02	0.00	0.00	0.00
ZORA	0.018	2.07	0.07	-0.04	-0.11	-0.31	0.00	0.00	0.0	0.0	0.1	1.1	0.0	0.0	0.00	0.00	0.01	0.05	0.00	0.00
ZEME	0.016	2.07	0.17	-0.18	-0.09	0.14	0.00	0.00	0.1	0.3	0.1	0.2	0.0	0.0	0.01	0.02	0.00	0.01	0.00	0.00

EDITION DES COORDONNEES ET CONTRIBUTIONS DES COLONNES **(provincias de destino)**

				CTA							CTR												
)MS	MASSES	DISTO2	ǂ	COORDONNEES						ǂ	CONTRIBUTIONS ABSOLUES						ǂ	COSINUS CARRES						ǂ
			ǂ	F1	F2	F3	F4	F5	F6	ǂ	F1	F2	F3	F4	F5	F6	ǂ	F1	F2	F3	F4	F5	F6	ǂ
_A1	0.018	3.18	ǂ	-1.28	0.31	-0.06	-0.39	0.00	0.00	ǂ	9.2	0.9	0.0	1.8	0.0	0.0	ǂ	0.52	0.03	0.00	0.05	0.00	0.00	ǂ
_B1	0.004	4.31	ǂ	0.37	0.33	-0.74	0.37	0.00	0.00	ǂ	0.2	0.2	1.5	0.4	0.0	0.0	ǂ	0.03	0.03	0.13	0.03	0.00	0.00	ǂ
_I1	0.043	2.41	ǂ	0.67	0.10	-0.38	0.65	0.00	0.00	ǂ	5.9	0.2	3.8	11.9	0.0	0.0	ǂ	0.19	0.00	0.06	0.18	0.00	0.00	ǂ
_M1	0.005	3.63	ǂ	0.58	-0.31	-0.03	-0.18	0.00	0.00	ǂ	0.5	0.3	0.0	0.1	0.0	0.0	ǂ	0.09	0.03	0.00	0.01	0.00	0.00	ǂ
/I1	0.002	3.14	ǂ	-0.70	0.42	0.04	0.28	0.00	0.00	ǂ	0.3	0.2	0.0	0.1	0.0	0.0	ǂ	0.15	0.06	0.00	0.02	0.00	0.00	ǂ
AD1	0.007	1.01	ǂ	-0.32	0.17	-0.06	-0.03	0.00	0.00	ǂ	0.2	0.1	0.0	0.0	0.0	0.0	ǂ	0.10	0.03	0.00	0.00	0.00	0.00	ǂ
AL1	0.009	0.89	ǂ	0.51	-0.13	-0.11	0.12	0.00	0.00	ǂ	0.7	0.1	0.1	0.1	0.0	0.0	ǂ	0.29	0.02	0.01	0.02	0.00	0.00	ǂ
AR1	0.295	0.40	ǂ	0.38	-0.25	0.28	-0.27	0.00	0.00	ǂ	12.5	9.8	14.9	14.1	0.0	0.0	ǂ	0.35	0.15	0.20	0.18	0.00	0.00	ǂ
BR1	0.009	3.86	ǂ	-1.20	0.44	-0.36	-0.36	0.00	0.00	ǂ	3.7	0.9	0.7	0.7	0.0	0.0	ǂ	0.38	0.05	0.03	0.03	0.00	0.00	ǂ
AC1	0.006	1.47	ǂ	-0.44	0.25	-0.09	0.08	0.00	0.00	ǂ	0.3	0.2	0.0	0.0	0.0	0.0	ǂ	0.13	0.04	0.01	0.00	0.00	0.00	ǂ
AD1	0.007	2.71	ǂ	0.23	-0.31	0.02	-0.09	0.00	0.00	ǂ	0.1	0.4	0.0	0.0	0.0	0.0	ǂ	0.02	0.04	0.00	0.00	0.00	0.00	ǂ
AS1	0.013	1.95	ǂ	0.61	0.27	-0.67	0.04	0.00	0.00	ǂ	1.4	0.5	3.5	0.0	0.0	0.0	ǂ	0.19	0.04	0.23	0.00	0.00	0.00	ǂ
.R1	0.004	1.26	ǂ	0.12	0.22	-0.35	0.28	0.00	0.00	ǂ	0.0	0.1	0.3	0.2	0.0	0.0	ǂ	0.01	0.04	0.10	0.06	0.00	0.00	ǂ
OR1	0.010	1.19	ǂ	0.35	-0.10	-0.14	0.00	0.00	0.00	ǂ	0.4	0.1	0.1	0.0	0.0	0.0	ǂ	0.10	0.01	0.02	0.00	0.00	0.00	ǂ
)R1	0.008	8.24	ǂ	-1.05	-2.02	-0.59	0.76	0.00	0.00	ǂ	2.6	17.6	1.7	3.0	0.0	0.0	ǂ	0.13	0.49	0.04	0.07	0.00	0.00	ǂ
)E1	0.003	3.28	ǂ	0.27	0.39	-0.65	0.62	0.00	0.00	ǂ	0.1	0.2	0.8	0.8	0.0	0.0	ǂ	0.02	0.05	0.13	0.12	0.00	0.00	ǂ
ER1	0.018	1.30	ǂ	0.45	-0.21	0.04	-0.24	0.00	0.00	ǂ	1.1	0.4	0.0	0.7	0.0	0.0	ǂ	0.15	0.04	0.00	0.04	0.00	0.00	ǂ
RA1	0.008	1.50	ǂ	0.40	-0.12	-0.24	-0.06	0.00	0.00	ǂ	0.4	0.1	0.3	0.0	0.0	0.0	ǂ	0.11	0.01	0.04	0.00	0.00	0.00	ǂ
)A1	0.002	2.52	ǂ	-0.17	0.26	-0.32	0.22	0.00	0.00	ǂ	0.0	0.1	0.2	0.1	0.0	0.0	ǂ	0.01	0.03	0.04	0.02	0.00	0.00	ǂ
)I1	0.025	1.98	ǂ	-0.85	0.24	0.24	-0.20	0.00	0.00	ǂ	5.3	0.8	0.9	0.7	0.0	0.0	ǂ	0.36	0.03	0.03	0.02	0.00	0.00	ǂ
UE1	0.003	2.05	ǂ	0.22	-0.39	0.05	-0.19	0.00	0.00	ǂ	0.0	0.2	0.0	0.1	0.0	0.0	ǂ	0.02	0.07	0.00	0.02	0.00	0.00	ǂ
'E1	0.005	5.16	ǂ	0.31	-0.07	-0.17	-0.41	0.00	0.00	ǂ	0.1	0.0	0.1	0.6	0.0	0.0	ǂ	0.02	0.00	0.01	0.03	0.00	0.00	ǂ
E1	0.003	1.44	ǂ	0.30	0.05	-0.37	0.02	0.00	0.00	ǂ	0.1	0.0	0.3	0.0	0.0	0.0	ǂ	0.06	0.00	0.10	0.00	0.00	0.00	ǂ
ED1	0.006	3.83	ǂ	-0.94	-0.46	-0.30	0.18	0.00	0.00	ǂ	1.5	0.7	0.3	0.1	0.0	0.0	ǂ	0.23	0.06	0.02	0.01	0.00	0.00	ǂ
ER1	0.008	2.94	ǂ	0.41	0.00	-0.57	-0.57	0.00	0.00	ǂ	0.4	0.0	1.7	1.8	0.0	0.0	ǂ	0.06	0.00	0.11	0.11	0.00	0.00	ǂ
)G1	0.007	4.74	ǂ	-1.00	0.52	-0.72	-0.67	0.00	0.00	ǂ	2.0	1.0	2.2	2.0	0.0	0.0	ǂ	0.21	0.06	0.11	0.10	0.00	0.00	ǂ
UG1	0.002	4.15	ǂ	-0.72	-0.56	-0.45	0.20	0.00	0.00	ǂ	0.4	0.4	0.3	0.1	0.0	0.0	ǂ	0.13	0.08	0.05	0.01	0.00	0.00	ǂ
AD1	0.150	0.81	ǂ	-0.22	0.42	0.43	0.43	0.00	0.00	ǂ	2.2	14.2	17.4	18.4	0.0	0.0	ǂ	0.06	0.22	0.23	0.23	0.00	0.00	ǂ
L1	0.010	3.01	ǂ	0.19	-0.21	-0.11	-0.03	0.00	0.00	ǂ	0.1	0.2	0.1	0.0	0.0	0.0	ǂ	0.01	0.01	0.00	0.00	0.00	0.00	ǂ
)R1	0.009	2.16	ǂ	0.44	0.00	-0.42	0.33	0.00	0.00	ǂ	0.5	0.0	1.0	0.6	0.0	0.0	ǂ	0.09	0.00	0.08	0.05	0.00	0.00	ǂ
AV1	0.018	2.56	ǂ	-0.62	0.28	-0.27	-0.45	0.00	0.00	ǂ	2.1	0.8	0.8	2.3	0.0	0.0	ǂ	0.15	0.03	0.03	0.08	0.00	0.00	ǂ
PE1	0.003	8.83	ǂ	-1.11	-1.80	-0.49	0.62	0.00	0.00	ǂ	1.2	5.6	0.5	0.8	0.0	0.0	ǂ	0.14	0.37	0.03	0.04	0.00	0.00	ǂ
I1	0.007	2.87	ǂ	-0.88	-0.38	-0.05	0.07	0.00	0.00	ǂ	1.8	0.6	0.0	0.0	0.0	0.0	ǂ	0.27	0.05	0.00	0.00	0.00	0.00	ǂ
AL1	0.003	4.49	ǂ	-1.11	0.20	-0.03	-0.11	0.00	0.00	ǂ	1.1	0.1	0.0	0.0	0.0	0.0	ǂ	0.28	0.01	0.00	0.00	0.00	0.00	ǂ
AL1	0.011	3.29	ǂ	-0.16	-0.46	-0.60	0.34	0.00	0.00	ǂ	0.1	1.3	2.5	0.8	0.0	0.0	ǂ	0.01	0.06	0.11	0.03	0.00	0.00	ǂ
)N1	0.007	16.69	ǂ	-1.31	-2.84	-1.06	1.29	0.00	0.00	ǂ	3.4	28.7	4.6	7.2	0.0	0.0	ǂ	0.10	0.48	0.07	0.10	0.00	0.00	ǂ
.L1	0.005	2.29	ǂ	-0.94	0.33	-0.03	-0.03	0.00	0.00	ǂ	1.3	0.3	0.0	0.0	0.0	0.0	ǂ	0.38	0.05	0.00	0.00	0.00	0.00	ǂ
EN1	0.006	2.65	ǂ	-0.19	-0.26	-0.51	0.31	0.00	0.00	ǂ	0.1	0.2	1.0	0.4	0.0	0.0	ǂ	0.01	0.03	0.10	0.04	0.00	0.00	ǂ
N1	0.007	4.50	ǂ	-1.27	0.07	-0.22	-0.17	0.00	0.00	ǂ	3.3	0.0	0.2	0.1	0.0	0.0	ǂ	0.36	0.00	0.01	0.01	0.00	0.00	ǂ
G1	0.002	2.45	ǂ	-0.61	0.18	-0.07	0.18	0.00	0.00	ǂ	0.2	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	ǂ	0.15	0.01	0.00	0.01	0.00	0.00	ǂ
EV1	0.020	2.16	ǂ	0.27	-0.20	0.06	-0.18	0.00	0.00	ǂ	0.4	0.4	0.1	0.4	0.0	0.0	ǂ	0.03	0.02	0.00	0.01	0.00	0.00	ǂ
'OR1	0.001	2.13	ǂ	-0.35	0.26	-0.24	-0.06	0.00	0.00	ǂ	0.1	0.1	0.1	0.0	0.0	0.0	ǂ	0.06	0.03	0.03	0.00	0.00	0.00	ǂ
R1	0.021	1.11	ǂ	0.45	-0.04	-0.14	-0.31	0.00	0.00	ǂ	1.3	0.0	0.2	1.3	0.0	0.0	ǂ	0.18	0.00	0.02	0.09	0.00	0.00	ǂ
cR1	0.004	3.42	ǂ	0.29	0.04	-0.56	0.01	0.00	0.00	ǂ	0.1	0.0	0.8	0.0	0.0	0.0	ǂ	0.02	0.00	0.09	0.00	0.00	0.00	ǂ
OL1	0.005	2.35	ǂ	-0.18	0.37	-0.13	0.32	0.00	0.00	ǂ	0.1	0.4	0.1	0.3	0.0	0.0	ǂ	0.01	0.06	0.01	0.04	0.00	0.00	ǂ
AL1	0.076	1.28	ǂ	0.52	0.33	-0.37	0.50	0.00	0.00	ǂ	6.0	4.4	6.4	12.5	0.0	0.0	ǂ	0.21	0.08	0.10	0.20	0.00	0.00	ǂ
L1	0.018	3.68	ǂ	-1.31	0.22	-0.01	-0.13	0.00	0.00	ǂ	9.3	0.5	0.0	0.2	0.0	0.0	ǂ	0.47	0.01	0.00	0.00	0.00	0.00	ǂ
)I1	0.051	1.60	ǂ	-1.00	-0.14	0.12	-0.12	0.00	0.00	ǂ	15.2	0.5	0.5	0.5	0.0	0.0	ǂ	0.62	0.01	0.01	0.01	0.00	0.00	ǂ
'M1	0.002	3.31	ǂ	-0.89	0.18	-0.21	-0.10	0.00	0.00	ǂ	0.5	0.0	0.1	0.0	0.0	0.0	ǂ	0.24	0.01	0.01	0.00	0.00	0.00	ǂ
R1	0.029	4.03	ǂ	0.09	0.61	-1.28	-0.87	0.00	0.00	ǂ	0.1	5.9	29.8	14.4	0.0	0.0	ǂ	0.00	0.09	0.41	0.19	0.00	0.00	ǂ
EM1	0.004	1.47	ǂ	0.28	-0.29	0.03	-0.11	0.00	0.00	ǂ	0.1	0.2	0.0	0.0	0.0	0.0	ǂ	0.05	0.06	0.00	0.01	0.00	0.00	ǂ

GRAFICO1. 1970

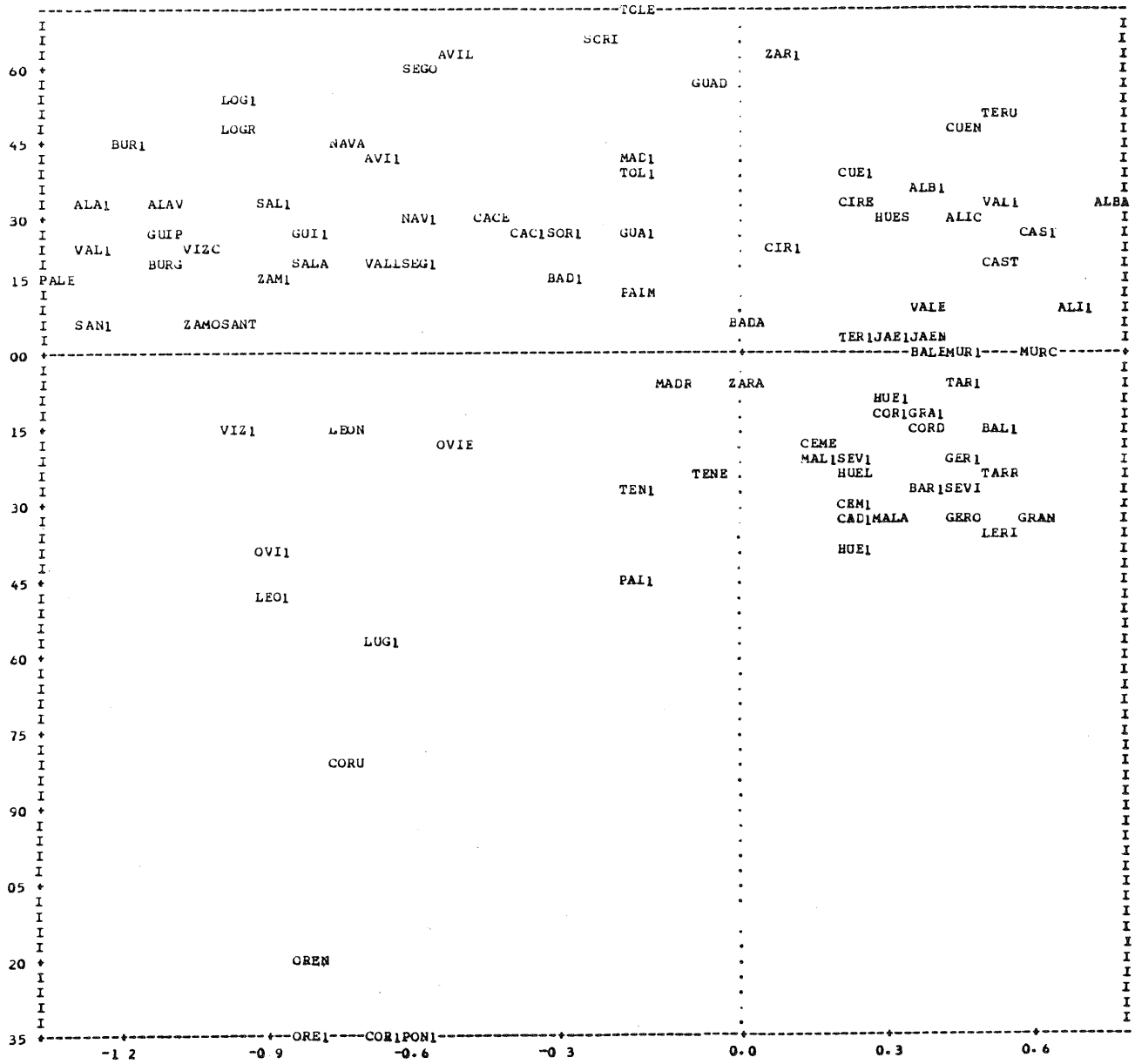


TABLA 2

1980

EDITION DES COORDONNEES ET CONTRIBUTIONS DES LIGNES (provincias de origen)

				COORDONNEES						CTA CONTRIBUTIONS ABSOLUES						CTR COSINUS CARRES					
NOMS	MASSES	DISTO2		F1	F2	F3	F4	F5	F6	F1	F2	F3	F4	F5	F6	F1	F2	F3	F4	F5	F6
ALAV	0.012	1.47		-0.76	-0.25	-0.38	-0.15	0.00	0.00	2.7	0.6	1.5	0.3	0.0	0.0	0.39	0.04	0.10	0.01	0.00	0.00
.BA	0.012	2.56		0.60	0.36	0.02	-0.94	0.00	0.00	1.8	1.3	0.0	11.2	0.0	0.0	0.14	0.05	0.00	0.35	0.00	0.00
.IC	0.023	1.78		0.54	0.23	0.06	-0.64	0.00	0.00	2.6	1.0	0.1	9.6	0.0	0.0	0.16	0.03	0.00	0.23	0.00	0.00
ALME	0.011	1.31		0.58	0.12	0.12	0.02	0.00	0.00	1.5	0.1	0.2	0.0	0.0	0.0	0.25	0.01	0.01	0.00	0.00	0.00
'IL	0.008	1.78		-0.46	1.04	-0.10	0.27	0.00	0.00	0.7	7.5	0.1	0.6	0.0	0.0	0.12	0.61	0.01	0.04	0.00	0.00
.DA	0.020	0.68		0.04	0.51	0.00	0.18	0.00	0.00	0.0	4.4	0.0	0.7	0.0	0.0	0.00	0.38	0.00	0.05	0.00	0.00
BALE	0.010	0.45		0.35	0.14	0.11	-0.23	0.00	0.00	0.5	0.2	0.1	0.6	0.0	0.0	0.27	0.04	0.03	0.11	0.00	0.00
PARC	0.128	0.70		0.52	-0.33	-0.15	0.36	0.00	0.00	13.5	12.0	2.7	17.7	0.0	0.0	0.38	0.16	0.03	0.19	0.00	0.00
.RG	0.014	2.27		-0.97	0.00	-0.55	0.07	0.00	0.00	5.5	0.0	4.0	0.1	0.0	0.0	0.42	0.00	0.13	0.00	0.00	0.00
.RCE	0.015	0.74		-0.27	0.51	-0.11	0.15	0.00	0.00	0.4	3.3	0.2	0.4	0.0	0.0	0.10	0.34	0.02	0.03	0.00	0.00
CADI	0.023	1.53		0.36	0.07	0.22	0.20	0.00	0.00	1.2	0.1	1.0	1.0	0.0	0.0	0.08	0.00	0.03	0.03	0.00	0.00
.ST	0.009	2.04		0.58	0.22	-0.01	-0.49	0.00	0.00	1.2	0.4	0.0	2.3	0.0	0.0	0.17	0.02	0.00	0.12	0.00	0.00
RE	0.019	0.81		0.15	0.70	0.12	0.08	0.00	0.00	0.2	7.8	0.0	0.1	0.0	0.0	0.03	0.60	0.00	0.01	0.00	0.00
CORD	0.021	0.61		0.39	0.14	0.06	0.18	0.00	0.00	1.3	0.4	0.1	0.7	0.0	0.0	0.24	0.03	0.01	0.05	0.00	0.00
ORU	0.017	2.60		-0.63	-0.27	0.97	0.19	0.00	0.00	2.6	1.0	14.3	0.6	0.0	0.0	0.15	0.03	0.36	0.01	0.00	0.00
EN	0.008	1.96		0.26	0.82	0.05	-0.60	0.00	0.00	0.2	4.8	0.0	3.1	0.0	0.0	0.03	0.35	0.00	0.18	0.00	0.00
GERO	0.012	0.82		0.40	-0.07	0.04	0.14	0.00	0.00	0.8	0.0	0.0	0.3	0.0	0.0	0.19	0.01	0.00	0.03	0.00	0.00
GRAN	0.025	1.40		0.59	-0.01	0.06	0.06	0.00	0.00	3.4	0.0	0.1	0.1	0.0	0.0	0.25	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
AD	0.007	1.58		-0.19	0.71	-0.16	0.23	0.00	0.00	0.1	2.9	0.2	0.4	0.0	0.0	0.02	0.31	0.02	0.03	0.00	0.00
EIP	0.038	1.49		-0.83	-0.30	-0.52	-0.06	0.00	0.00	10.4	2.8	9.4	0.2	0.0	0.0	0.46	0.06	0.18	0.00	0.00	0.00
HUEL	0.009	1.72		0.35	-0.01	0.12	0.35	0.00	0.00	0.4	0.0	0.1	1.1	0.0	0.0	0.07	0.00	0.01	0.07	0.00	0.00
ES	0.009	3.51		0.33	-0.38	-0.46	0.57	0.00	0.00	0.4	1.1	1.8	3.1	0.0	0.0	0.03	0.04	0.06	0.09	0.00	0.00
EN	0.021	0.57		0.48	0.20	-0.02	0.12	0.00	0.00	1.9	0.7	0.0	0.3	0.0	0.0	0.40	0.07	0.00	0.02	0.00	0.00
LEON	0.020	1.13		-0.56	0.19	0.21	0.11	0.00	0.00	2.5	0.6	0.8	0.3	0.0	0.0	0.27	0.03	0.04	0.01	0.00	0.00
LERI	0.010	1.98		0.43	-0.11	-0.08	0.30	0.00	0.00	0.7	0.1	0.1	1.0	0.0	0.0	0.09	0.01	0.00	0.05	0.00	0.00
GO	0.010	4.94		-0.78	-0.41	1.56	0.16	0.00	0.00	2.4	1.3	21.6	0.2	0.0	0.0	0.12	0.03	0.49	0.00	0.00	0.00
MADR	0.103	0.67		0.02	-0.35	0.03	-0.55	0.00	0.00	0.0	10.7	0.1	32.3	0.0	0.0	0.00	0.19	0.00	0.45	0.00	0.00
MALA	0.019	1.12		0.36	0.09	0.12	0.21	0.00	0.00	1.0	0.1	0.3	0.9	0.0	0.0	0.12	0.01	0.01	0.04	0.00	0.00
RC	0.016	1.13		0.42	0.32	0.12	-0.26	0.00	0.00	1.1	1.3	0.2	1.1	0.0	0.0	0.16	0.09	0.01	0.06	0.00	0.00
.VA	0.013	1.68		-0.44	-0.23	-0.45	0.01	0.00	0.00	1.0	0.6	2.5	0.0	0.0	0.0	0.12	0.03	0.12	0.00	0.00	0.00
OREN	0.010	3.50		-0.73	-0.26	1.12	0.30	0.00	0.00	2.1	0.5	11.1	0.9	0.0	0.0	0.15	0.02	0.36	0.03	0.00	0.00
.IE	0.018	1.55		-0.55	-0.14	0.47	0.10	0.00	0.00	2.1	0.3	3.6	0.2	0.0	0.0	0.19	0.01	0.14	0.01	0.00	0.00
LE	0.009	3.82		-1.09	0.13	-0.54	-0.05	0.00	0.00	4.3	0.1	2.4	0.0	0.0	0.0	0.31	0.00	0.08	0.00	0.00	0.00
PALM	0.018	0.52		0.05	0.25	0.18	0.06	0.00	0.00	0.0	1.0	0.5	0.1	0.0	0.0	0.00	0.12	0.06	0.01	0.00	0.00
PONT	0.011	3.14		-0.66	-0.21	1.06	0.05	0.00	0.00	2.0	0.4	11.7	0.0	0.0	0.0	0.14	0.01	0.36	0.00	0.00	0.00
OJ	0.008	2.50		-0.69	-0.24	-0.71	0.10	0.00	0.00	1.5	0.4	3.7	0.1	0.0	0.0	0.19	0.02	0.20	0.00	0.00	0.00
RLA	0.013	0.74		-0.53	0.30	-0.18	0.01	0.00	0.00	1.5	1.0	0.4	0.0	0.0	0.0	0.38	0.12	0.04	0.00	0.00	0.00
TENE	0.013	1.14		-0.01	0.09	0.33	-0.11	0.00	0.00	0.0	0.1	1.2	0.1	0.0	0.0	0.00	0.01	0.09	0.01	0.00	0.00
NT	0.010	1.82		-0.72	0.15	-0.12	0.06	0.00	0.00	2.0	0.2	0.1	0.0	0.0	0.0	0.29	0.01	0.01	0.00	0.00	0.00
GO	0.006	2.12		-0.58	0.94	-0.10	0.16	0.00	0.00	0.8	4.4	0.1	0.2	0.0	0.0	0.16	0.42	0.01	0.01	0.00	0.00
GEVI	0.026	0.82		0.36	0.04	0.11	0.13	0.00	0.00	1.3	0.0	0.3	0.4	0.0	0.0	0.16	0.00	0.02	0.02	0.00	0.00
ORI	0.005	1.15		-0.39	0.15	-0.46	0.07	0.00	0.00	0.3	0.1	0.9	0.0	0.0	0.0	0.13	0.02	0.19	0.00	0.00	0.00
RR	0.017	0.82		0.43	-0.09	0.00	0.11	0.00	0.00	1.2	0.1	0.0	0.2	0.0	0.0	0.23	0.01	0.00	0.01	0.00	0.00
ERU	0.008	3.00		0.32	-0.14	-0.24	-0.25	0.00	0.00	0.3	0.1	0.5	0.5	0.0	0.0	0.03	0.01	0.02	0.02	0.00	0.00
TOLE	0.016	2.17		-0.27	1.21	0.01	0.24	0.00	0.00	0.5	19.8	0.0	1.0	0.0	0.0	0.03	0.68	0.00	0.03	0.00	0.00
LE	0.035	1.18		0.42	0.11	-0.05	-0.37	0.00	0.00	2.5	0.4	0.1	5.0	0.0	0.0	0.15	0.01	0.00	0.12	0.00	0.00
LL	0.015	1.83		-0.60	0.20	-0.06	-0.08	0.00	0.00	2.1	0.5	0.1	0.1	0.0	0.0	0.20	0.02	0.00	0.00	0.00	0.00
IZC	0.059	0.79		-0.66	-0.20	-0.07	0.02	0.00	0.00	10.1	2.0	0.3	0.0	0.0	0.0	0.54	0.05	0.01	0.00	0.00	0.00
MO	0.009	2.07		-0.86	0.40	-0.26	0.10	0.00	0.00	2.7	1.2	0.6	0.1	0.0	0.0	0.36	0.08	0.03	0.00	0.00	0.00
RA	0.018	1.25		0.01	-0.07	-0.27	0.11	0.00	0.00	0.0	0.1	1.1	0.2	0.0	0.0	0.00	0.00	0.06	0.01	0.00	0.00
EUT	0.007	2.30		0.32	-0.03	0.07	0.27	0.00	0.00	0.3	0.0	0.0	0.5	0.0	0.0	0.05	0.00	0.00	0.03	0.00	0.00
ELI	0.005	1.31		0.26	0.02	-0.01	0.13	0.00	0.00	0.1	0.0	0.0	0.1	0.0	0.0	0.05	0.00	0.00	0.01	0.00	0.00

EDITION DES COORDONNEES ET CONTRIBUTIONS DES COLONNES **(provincias de destino)**

				CTA							CTR							
)MS	MASSES	DISTOZ	#	COORDONNEES						#	CONTRIBUTIONS ABSOLUES						#	COSINUS CARRES						#
			#	F1	F2	F3	F4	F5	F6	#	F1	F2	F3	F4	F5	F6	#	F1	F2	F3	F4	F5	F6	#
_A1	0.015	2.75	#	-1.08	-0.23	-0.64	0.10	0.00	0.00	#	6.9	0.6	5.5	0.1	0.0	0.0	#	0.42	0.02	0.15	0.00	0.00	0.00	#
B1	0.008	2.25	#	0.53	0.28	-0.02	-0.65	0.00	0.00	#	0.9	0.5	0.0	3.5	0.0	0.0	#	0.13	0.03	0.00	0.19	0.00	0.00	#
I1	0.033	1.05	#	0.37	0.18	0.02	-0.46	0.00	0.00	#	1.8	0.9	0.0	7.5	0.0	0.0	#	0.13	0.03	0.00	0.20	0.00	0.00	#
LM1	0.013	2.05	#	0.68	-0.23	-0.01	0.19	0.00	0.00	#	2.4	0.6	0.0	0.5	0.0	0.0	#	0.23	0.03	0.00	0.02	0.00	0.00	#
I1	0.005	1.91	#	-0.35	-0.21	-0.19	-0.70	0.00	0.00	#	0.2	0.2	0.2	2.5	0.0	0.0	#	0.07	0.02	0.02	0.26	0.00	0.00	#
D1	0.021	0.74	#	0.03	-0.15	-0.24	0.14	0.00	0.00	#	0.0	0.4	1.1	0.4	0.0	0.0	#	0.00	0.03	0.07	0.03	0.00	0.00	#
AL1	0.030	0.38	#	0.44	-0.10	0.01	-0.08	0.00	0.00	#	2.3	0.2	0.0	0.2	0.0	0.0	#	0.51	0.03	0.00	0.02	0.00	0.00	#
AR1	0.079	0.64	#	0.17	0.16	0.17	0.05	0.00	0.00	#	1.0	1.7	2.2	0.2	0.0	0.0	#	0.05	0.04	0.05	0.00	0.00	0.00	#
R1	0.010	1.43	#	-0.78	-0.25	-0.33	-0.11	0.00	0.00	#	2.4	0.5	1.0	0.1	0.0	0.0	#	0.43	0.04	0.08	0.01	0.00	0.00	#
nC1	0.020	0.92	#	-0.38	-0.22	-0.30	-0.27	0.00	0.00	#	1.2	0.8	1.7	1.5	0.0	0.0	#	0.16	0.05	0.10	0.08	0.00	0.00	#
AD1	0.025	1.34	#	0.36	-0.11	0.08	0.18	0.00	0.00	#	1.3	0.3	0.2	0.8	0.0	0.0	#	0.10	0.01	0.01	0.02	0.00	0.00	#
S1	0.014	1.68	#	0.55	0.01	-0.15	-0.33	0.00	0.00	#	1.7	0.0	0.3	1.6	0.0	0.0	#	0.18	0.00	0.01	0.06	0.00	0.00	#
R1	0.011	0.63	#	0.20	-0.15	-0.01	-0.43	0.00	0.00	#	0.2	0.2	0.0	2.0	0.0	0.0	#	0.06	0.03	0.00	0.29	0.00	0.00	#
OR1	0.024	0.60	#	0.40	-0.28	-0.10	0.24	0.00	0.00	#	1.6	1.6	0.2	1.4	0.0	0.0	#	0.27	0.13	0.02	0.09	0.00	0.00	#
TR1	0.015	4.02	#	-0.73	-0.48	1.27	0.05	0.00	0.00	#	3.3	3.0	22.7	0.0	0.0	0.0	#	0.13	0.06	0.40	0.00	0.00	0.00	#
E1	0.005	1.96	#	0.45	-0.13	-0.02	-0.85	0.00	0.00	#	0.4	0.1	0.0	3.8	0.0	0.0	#	0.10	0.01	0.00	0.37	0.00	0.00	#
eR1	0.024	1.18	#	0.66	-0.28	-0.10	0.58	0.00	0.00	#	4.2	1.6	0.2	8.5	0.0	0.0	#	0.37	0.07	0.01	0.29	0.00	0.00	#
RA1	0.022	0.93	#	0.62	-0.15	-0.05	0.21	0.00	0.00	#	3.4	0.4	0.1	1.0	0.0	0.0	#	0.41	0.02	0.00	0.05	0.00	0.00	#
A1	0.007	1.88	#	-0.02	-0.21	0.08	-0.83	0.00	0.00	#	0.0	0.3	0.0	5.1	0.0	0.0	#	0.00	0.02	0.00	0.37	0.00	0.00	#
.I1	0.012	1.69	#	-0.71	-0.16	-0.17	-0.01	0.00	0.00	#	2.4	0.2	0.3	0.0	0.0	0.0	#	0.30	0.01	0.02	0.00	0.00	0.00	#
UE1	0.006	0.81	#	0.23	-0.05	0.16	0.16	0.00	0.00	#	0.1	0.0	0.1	0.1	0.0	0.0	#	0.07	0.00	0.03	0.03	0.00	0.00	#
E1	0.006	2.04	#	0.27	-0.33	-0.26	0.24	0.00	0.00	#	0.2	0.5	0.3	0.3	0.0	0.0	#	0.04	0.05	0.03	0.03	0.00	0.00	#
E1	0.018	0.63	#	0.51	-0.27	-0.09	0.07	0.00	0.00	#	1.9	1.1	0.2	0.1	0.0	0.0	#	0.41	0.11	0.01	0.01	0.00	0.00	#
EO1	0.012	1.52	#	-0.63	-0.36	0.26	0.06	0.00	0.00	#	1.8	1.2	0.7	0.0	0.0	0.0	#	0.26	0.08	0.04	0.00	0.00	0.00	#
FR1	0.015	2.10	#	0.62	-0.44	-0.29	0.64	0.00	0.00	#	2.3	2.4	1.1	6.4	0.0	0.0	#	0.18	0.09	0.04	0.20	0.00	0.00	#
G1	0.010	3.67	#	-0.66	-0.55	0.98	0.28	0.00	0.00	#	1.7	2.4	8.4	0.8	0.0	0.0	#	0.12	0.08	0.26	0.02	0.00	0.00	#
HD1	0.135	0.69	#	-0.24	0.73	0.05	0.23	0.00	0.00	#	3.2	59.7	0.3	7.4	0.0	0.0	#	0.09	0.77	0.00	0.08	0.00	0.00	#
MAL1	0.014	0.88	#	0.25	-0.13	0.07	0.05	0.00	0.00	#	0.4	0.2	0.1	0.0	0.0	0.0	#	0.07	0.02	0.01	0.00	0.00	0.00	#
R1	0.023	1.35	#	0.54	0.00	0.04	-0.50	0.00	0.00	#	2.8	0.0	0.0	6.2	0.0	0.0	#	0.22	0.00	0.00	0.19	0.00	0.00	#
V1	0.016	2.43	#	-0.62	-0.41	-0.68	0.03	0.00	0.00	#	2.4	2.2	6.5	0.0	0.0	0.0	#	0.16	0.07	0.19	0.00	0.00	0.00	#
RE1	0.007	2.57	#	-0.86	-0.50	0.78	0.09	0.00	0.00	#	2.0	1.4	3.8	0.1	0.0	0.0	#	0.29	0.10	0.23	0.00	0.00	0.00	#
TI1	0.014	1.45	#	-0.59	-0.14	0.37	0.02	0.00	0.00	#	1.9	0.2	1.7	0.0	0.0	0.0	#	0.24	0.01	0.10	0.00	0.00	0.00	#
L1	0.008	3.23	#	-0.97	-0.05	-0.28	-0.09	0.00	0.00	#	3.2	0.0	0.6	0.1	0.0	0.0	#	0.29	0.00	0.02	0.00	0.00	0.00	#
PAL1	0.030	0.77	#	0.04	-0.15	0.32	-0.27	0.00	0.00	#	0.0	0.6	2.8	2.4	0.0	0.0	#	0.00	0.03	0.13	0.10	0.00	0.00	#
PON1	0.014	4.01	#	-0.77	-0.51	1.25	0.18	0.00	0.00	#	3.3	3.0	19.7	0.5	0.0	0.0	#	0.15	0.06	0.39	0.01	0.00	0.00	#
O1	0.012	1.84	#	-0.76	-0.43	-0.60	-0.03	0.00	0.00	#	2.7	1.9	3.9	0.0	0.0	0.0	#	0.31	0.10	0.19	0.00	0.00	0.00	#
HL1	0.014	1.28	#	-0.73	0.11	-0.30	-0.01	0.00	0.00	#	3.0	0.1	1.2	0.0	0.0	0.0	#	0.42	0.01	0.07	0.00	0.00	0.00	#
TEN1	0.014	0.65	#	-0.02	-0.13	0.24	-0.23	0.00	0.00	#	0.0	0.2	0.8	0.8	0.0	0.0	#	0.00	0.03	0.09	0.08	0.00	0.00	#
NT	0.012	1.14	#	-0.72	-0.31	-0.19	-0.13	0.00	0.00	#	2.4	0.9	0.4	0.2	0.0	0.0	#	0.45	0.08	0.03	0.01	0.00	0.00	#
GO	0.004	1.59	#	-0.44	-0.12	-0.20	-0.51	0.00	0.00	#	0.3	0.0	0.2	1.1	0.0	0.0	#	0.12	0.01	0.03	0.16	0.00	0.00	#
SEV1	0.037	1.12	#	0.46	-0.06	0.02	0.27	0.00	0.00	#	3.1	0.1	0.0	2.8	0.0	0.0	#	0.19	0.00	0.00	0.07	0.00	0.00	#
OR1	0.004	1.39	#	-0.24	-0.29	-0.42	0.02	0.00	0.00	#	0.1	0.3	0.7	0.0	0.0	0.0	#	0.04	0.06	0.12	0.00	0.00	0.00	#
R1	0.030	0.99	#	0.55	-0.22	-0.19	0.44	0.00	0.00	#	3.7	1.3	1.0	6.2	0.0	0.0	#	0.31	0.05	0.04	0.20	0.00	0.00	#
ER1	0.005	2.44	#	0.49	-0.05	-0.20	-0.08	0.00	0.00	#	0.4	0.0	0.2	0.0	0.0	0.0	#	0.10	0.00	0.02	0.00	0.00	0.00	#
TOL1	0.012	1.67	#	-0.01	-0.21	-0.03	-0.81	0.00	0.00	#	0.0	0.4	0.0	8.0	0.0	0.0	#	0.00	0.03	0.00	0.39	0.00	0.00	#
L1	0.048	1.11	#	0.39	0.26	0.03	-0.55	0.00	0.00	#	3.0	2.8	0.0	15.2	0.0	0.0	#	0.14	0.06	0.00	0.27	0.00	0.00	#
L1	0.024	2.38	#	-0.98	0.07	-0.46	-0.03	0.00	0.00	#	9.0	0.1	4.5	0.0	0.0	0.0	#	0.40	0.00	0.09	0.00	0.00	0.00	#
VIZ1	0.021	1.68	#	-0.83	-0.04	-0.22	-0.01	0.00	0.00	#	5.8	0.0	0.9	0.0	0.0	0.0	#	0.41	0.00	0.03	0.00	0.00	0.00	#
M1	0.004	1.39	#	-0.70	-0.37	-0.11	-0.19	0.00	0.00	#	0.7	0.4	0.0	0.1	0.0	0.0	#	0.35	0.10	0.01	0.03	0.00	0.00	#
R1	0.022	1.78	#	0.04	-0.33	-0.44	0.09	0.00	0.00	#	0.0	2.0	4.0	0.2	0.0	0.0	#	0.00	0.06	0.11	0.00	0.00	0.00	#
CEU1	0.010	2.12	#	0.38	0.07	0.19	0.05	0.00	0.00	#	0.6	0.0	0.3	0.0	0.0	0.0	#	0.07	0.00	0.02	0.00	0.00	0.00	#
MEL1	0.008	1.48	#	0.43	-0.05	0.10	-0.02	0.00	0.00	#	0.6	0.0	0.1	0.0	0.0	0.0	#	0.12	0.00	0.01	0.00	0.00	0.00	#

GRAFICO2. 1980

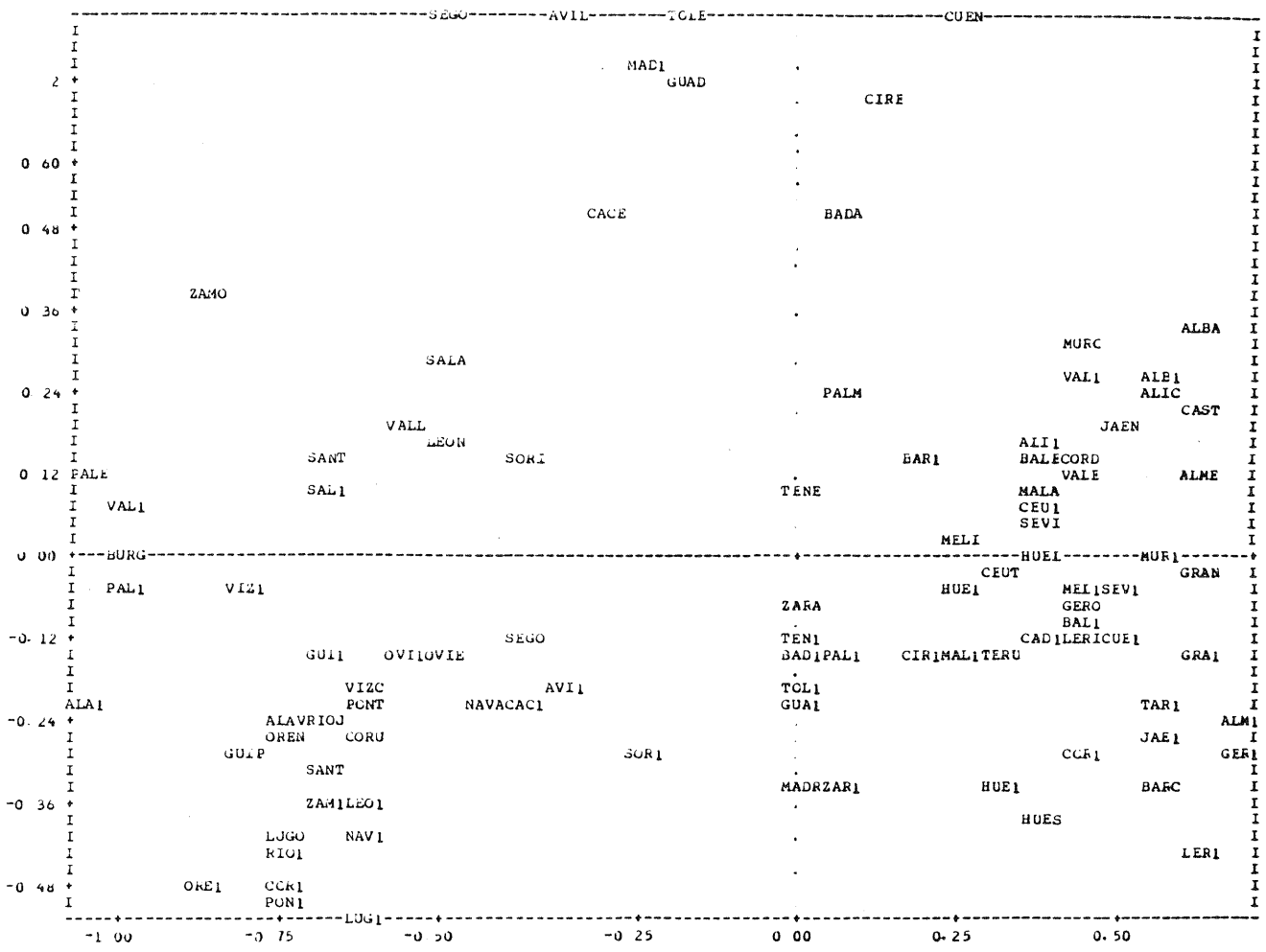


TABLA 3

1987

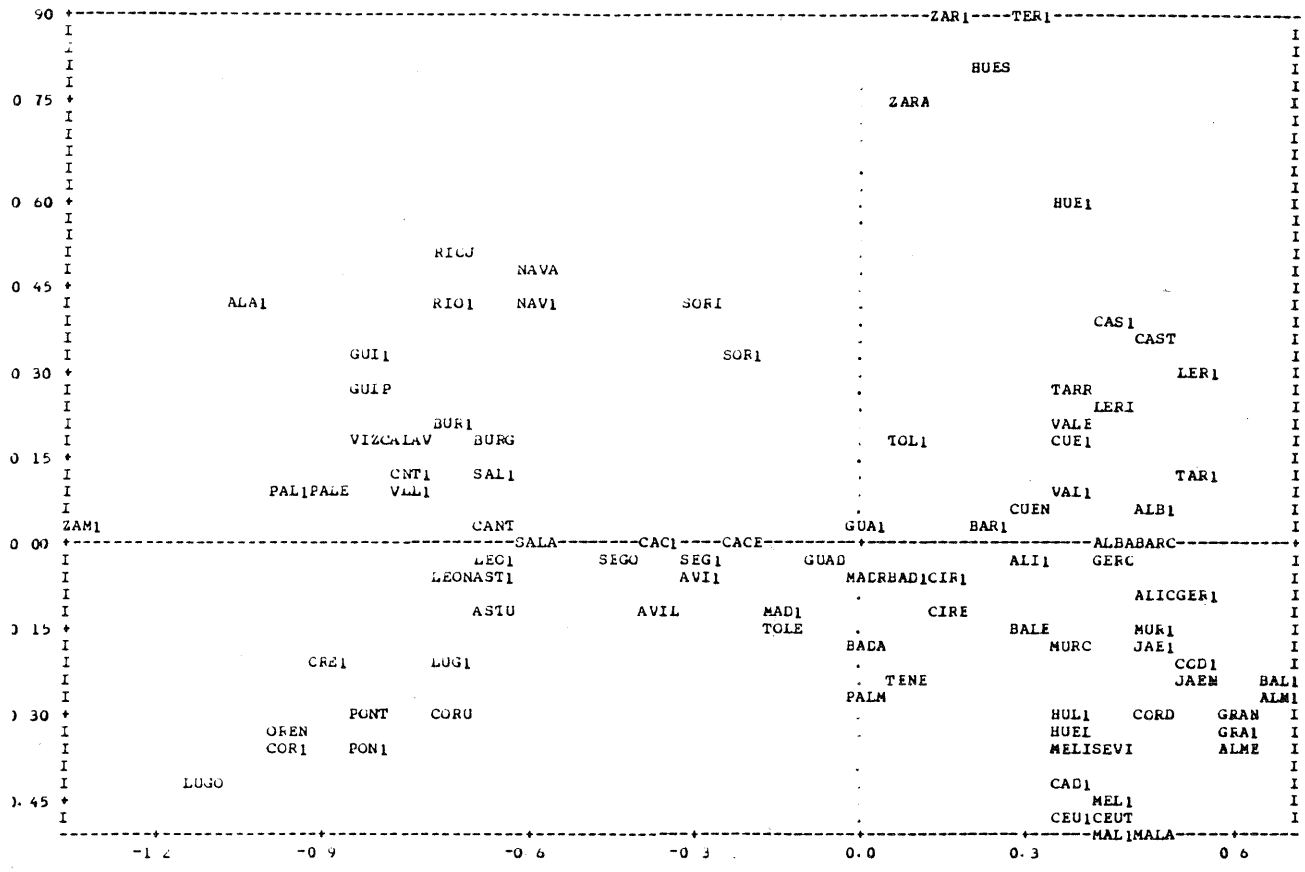
EDITION DES COORDONNEES ET CONTRIBUTIONS DES LIGNES (provincias de origen)

NOMS	MASSES	DISTO2	COORDONNEES						CTA CONTRIBUTIONS ABSOLUES						CTR COSINUS CARRES					
			F1	F2	F3	F4	F5	F6	F1	F2	F3	F4	F5	F6	F1	F2	F3	F4	F5	F6
ALAV	0.010	2.41	-0.75	0.18	0.40	-0.44	0.00	0.00	2.1	0.2	1.3	1.6	0.0	0.0	0.23	0.01	0.07	0.08	0.00	0.00
BA	0.011	1.94	0.45	-0.01	0.18	0.64	0.00	0.00	0.8	0.0	0.3	3.6	0.0	0.0	0.10	0.00	0.02	0.21	0.00	0.00
IC	0.025	1.95	0.48	-0.10	0.14	0.51	0.00	0.00	2.1	0.1	0.3	5.1	0.0	0.0	0.12	0.00	0.01	0.13	0.00	0.00
ALME	0.012	2.06	0.61	-0.34	-0.02	-0.04	0.00	0.00	1.7	0.9	0.0	0.0	0.0	0.0	0.18	0.06	0.00	0.00	0.00	0.00
TU	0.019	1.33	-0.63	-0.13	-0.35	0.09	0.00	0.00	2.8	0.2	1.8	0.1	0.0	0.0	0.30	0.01	0.09	0.01	0.00	0.00
IL	0.007	2.18	-0.39	-0.11	0.37	0.48	0.00	0.00	0.4	0.1	0.7	1.4	0.0	0.0	0.07	0.01	0.06	0.11	0.00	0.00
BADA	0.018	0.77	0.03	-0.17	0.26	0.11	0.00	0.00	0.0	0.3	0.9	0.2	0.0	0.0	0.00	0.04	0.09	0.02	0.00	0.00
BALE	0.019	0.48	0.31	-0.15	-0.01	0.15	0.00	0.00	0.7	0.2	0.0	0.4	0.0	0.0	0.20	0.05	0.00	0.05	0.00	0.00
RC	0.125	0.81	0.48	-0.01	-0.14	-0.49	0.00	0.00	10.8	0.0	1.9	24.1	0.0	0.0	0.29	0.00	0.03	0.30	0.00	0.00
URG	0.016	1.70	-0.62	0.18	0.39	-0.57	0.00	0.00	2.3	0.3	1.8	4.2	0.0	0.0	0.23	0.02	0.09	0.19	0.00	0.00
CACE	0.016	1.22	-0.24	0.00	0.28	0.27	0.00	0.00	0.3	0.0	0.9	1.0	0.0	0.0	0.05	0.00	0.06	0.06	0.00	0.00
DI	0.023	1.62	0.37	-0.41	0.00	-0.03	0.00	0.00	1.2	2.3	0.0	0.0	0.0	0.0	0.08	0.10	0.00	0.00	0.00	0.00
NT	0.011	1.50	-0.63	0.04	0.13	-0.14	0.00	0.00	1.6	0.0	0.1	0.2	0.0	0.0	0.27	0.00	0.01	0.01	0.00	0.00
CAST	0.010	1.51	0.52	0.34	-0.04	0.28	0.00	0.00	1.0	0.7	0.0	0.6	0.0	0.0	0.18	0.08	0.00	0.05	0.00	0.00
TRE	0.015	0.82	0.12	-0.12	0.22	0.43	0.00	0.00	0.1	0.1	0.5	2.3	0.0	0.0	0.02	0.02	0.06	0.23	0.00	0.00
RD	0.018	0.92	0.46	-0.31	0.06	-0.13	0.00	0.00	1.4	1.0	0.1	0.2	0.0	0.0	0.23	0.10	0.00	0.02	0.00	0.00
CURU	0.018	2.92	-0.71	-0.31	-0.86	0.14	0.00	0.00	3.3	1.0	9.9	0.3	0.0	0.0	0.17	0.03	0.25	0.01	0.00	0.00
CUEN	0.008	2.41	0.28	0.07	0.23	0.83	0.00	0.00	0.2	0.0	0.3	4.6	0.0	0.0	0.03	0.00	0.02	0.28	0.00	0.00
RC	0.013	1.77	0.42	-0.03	-0.09	0.01	0.00	0.00	0.8	0.0	0.1	0.0	0.0	0.0	0.10	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
JAN	0.022	2.49	0.65	-0.31	0.04	-0.16	0.00	0.00	3.4	1.2	0.0	0.4	0.0	0.0	0.17	0.04	0.00	0.01	0.00	0.00
GUAD	0.008	1.25	-0.09	-0.04	0.26	0.47	0.00	0.00	0.0	0.0	0.4	1.5	0.0	0.0	0.01	0.00	0.06	0.18	0.00	0.00
IP	0.026	1.85	-0.83	0.26	0.35	-0.44	0.00	0.00	6.6	1.1	2.4	4.0	0.0	0.0	0.37	0.04	0.07	0.11	0.00	0.00
EL	0.009	1.84	0.34	-0.32	-0.04	-0.18	0.00	0.00	0.4	0.6	0.0	0.2	0.0	0.0	0.06	0.06	0.00	0.02	0.00	0.00
HUES	0.009	4.41	0.24	0.82	-0.17	-0.46	0.00	0.00	0.2	3.7	0.2	1.6	0.0	0.0	0.01	0.15	0.01	0.05	0.00	0.00
JAEN	0.020	0.87	0.54	-0.24	0.06	-0.14	0.00	0.00	2.2	0.7	0.0	0.3	0.0	0.0	0.34	0.06	0.00	0.02	0.00	0.00
ON	0.017	1.42	-0.70	-0.06	-0.22	0.13	0.00	0.00	3.1	0.0	0.6	0.2	0.0	0.0	0.35	0.00	0.03	0.01	0.00	0.00
LERI	0.012	2.02	0.39	0.23	-0.19	-0.29	0.00	0.00	0.7	0.4	0.3	0.8	0.0	0.0	0.07	0.03	0.02	0.04	0.00	0.00
LUGO	0.008	7.37	-1.14	-0.41	-1.99	0.18	0.00	0.00	3.9	0.8	24.2	0.2	0.0	0.0	0.18	0.02	0.54	0.00	0.00	0.00
DR	0.120	0.65	-0.04	-0.05	0.10	0.27	0.00	0.00	0.1	0.2	0.9	7.2	0.0	0.0	0.00	0.00	0.01	0.12	0.00	0.00
LA	0.021	2.09	0.46	-0.52	0.03	-0.26	0.00	0.00	1.7	3.4	0.0	1.2	0.0	0.0	0.10	0.13	0.00	0.03	0.00	0.00
MURC	0.019	1.42	0.37	-0.16	0.10	0.41	0.00	0.00	1.0	0.3	0.2	2.5	0.0	0.0	0.10	0.02	0.01	0.12	0.00	0.00
VA	0.013	3.15	-0.54	0.47	0.47	-0.67	0.00	0.00	1.4	1.7	2.1	4.5	0.0	0.0	0.09	0.07	0.07	0.14	0.00	0.00
EN	0.009	4.62	-0.98	-0.32	-1.37	0.11	0.00	0.00	3.2	0.6	12.6	0.1	0.0	0.0	0.21	0.02	0.41	0.00	0.00	0.00
PALE	0.008	2.45	-0.93	0.08	0.28	-0.02	0.00	0.00	2.7	0.0	0.5	0.0	0.0	0.0	0.35	0.00	0.03	0.00	0.00	0.00
PALM	0.017	1.17	0.00	-0.26	-0.13	0.16	0.00	0.00	0.0	0.7	0.2	0.3	0.0	0.0	0.00	0.06	0.01	0.02	0.00	0.00
NT	0.016	3.52	-0.85	-0.31	-1.20	0.08	0.00	0.00	4.2	0.9	16.7	0.1	0.0	0.0	0.21	0.03	0.41	0.00	0.00	0.00
NEJ	0.008	2.68	-0.71	0.50	0.47	-0.63	0.00	0.00	1.5	1.2	1.3	2.6	0.0	0.0	0.19	0.09	0.08	0.15	0.00	0.00
SALA	0.013	0.85	-0.56	0.01	0.31	0.09	0.00	0.00	1.5	0.0	0.9	0.1	0.0	0.0	0.37	0.00	0.11	0.01	0.00	0.00
NE	0.012	2.04	0.03	-0.23	-0.11	0.17	0.00	0.00	0.0	0.4	0.1	0.3	0.0	0.0	0.00	0.03	0.01	0.01	0.00	0.00
GO	0.006	1.78	-0.45	-0.02	0.34	0.40	0.00	0.00	0.4	0.0	0.5	0.7	0.0	0.0	0.11	0.00	0.06	0.09	0.00	0.00
SEVI	0.027	1.34	0.39	-0.35	0.01	-0.15	0.00	0.00	1.5	1.9	0.0	0.5	0.0	0.0	0.11	0.09	0.00	0.02	0.00	0.00
SORI	0.005	1.54	-0.29	0.42	0.27	-0.05	0.00	0.00	0.1	0.5	0.2	0.0	0.0	0.0	0.06	0.11	0.05	0.00	0.00	0.00
RR	0.018	1.15	0.33	0.27	-0.10	-0.02	0.00	0.00	0.7	0.8	0.1	0.0	0.0	0.0	0.09	0.06	0.01	0.00	0.00	0.00
TERU	0.012	11.17	0.77	2.92	-0.80	0.53	0.00	0.00	2.7	62.2	5.9	2.7	0.0	0.0	0.05	0.76	0.06	0.02	0.00	0.00
TOLE	0.016	1.84	-0.15	-0.15	0.29	0.45	0.00	0.00	0.1	0.2	1.0	2.5	0.0	0.0	0.01	0.01	0.05	0.11	0.00	0.00
LE	0.039	1.11	0.33	0.20	0.08	0.42	0.00	0.00	1.6	1.0	0.2	5.5	0.0	0.0	0.10	0.04	0.01	0.16	0.00	0.00
LL	0.016	1.29	-0.66	0.03	0.21	0.11	0.00	0.00	2.6	0.0	0.5	0.2	0.0	0.0	0.34	0.00	0.03	0.01	0.00	0.00
VIZC	0.041	1.48	-0.83	0.18	0.23	-0.40	0.00	0.00	10.5	0.8	1.7	5.2	0.0	0.0	0.47	0.02	0.04	0.11	0.00	0.00
MO	0.011	10.44	-1.38	0.04	0.81	0.71	0.00	0.00	7.7	0.0	5.3	4.4	0.0	0.0	0.18	0.00	0.06	0.05	0.00	0.00
RA	0.019	1.59	0.05	0.75	-0.01	-0.14	0.00	0.00	0.0	6.3	0.0	0.3	0.0	0.0	0.00	0.35	0.00	0.01	0.00	0.00
CEUT	0.007	2.55	0.40	-0.47	0.01	-0.09	0.00	0.00	0.4	0.9	0.0	0.0	0.0	0.0	0.06	0.09	0.00	0.00	0.00	0.00
MELI	0.005	1.08	0.34	-0.35	0.07	-0.03	0.00	0.00	0.2	0.3	0.0	0.0	0.0	0.0	0.10	0.11	0.01	0.00	0.00	0.00

EDITION DES COORDONNEES ET CONTRIBUTIONS DES COLONNES **(provincias de destino)**

												CTA										**CTR**		
OMS	MASSES	DISTO2		COORDONNEES							CONTRIBUTIONS ABSOLUES							COSINUS CARRES						
				F1	F2	F3	F4	F5	F6		F1	F2	F3	F4	F5	F6		F1	F2	F3	F4	F5	F6	
LA1	0.013	3.59		-1.09	0.42	0.57	-0.83	0.00	0.00		5.8	1.4	3.2	7.3	0.0	0.0		0.33	0.05	0.09	0.19	0.00	0.00	
B1	0.011	2.54		0.46	0.05	0.23	0.78	0.00	0.00		0.9	0.0	0.5	5.5	0.0	0.0		0.08	0.00	0.02	0.24	0.00	0.00	
I1	0.039	0.98		0.29	-0.04	0.14	0.32	0.00	0.00		1.2	0.0	0.6	3.3	0.0	0.0		0.09	0.00	0.02	0.11	0.00	0.00	
LM1	0.017	2.98		0.73	-0.27	-0.03	-0.35	0.00	0.00		3.3	0.7	0.0	1.6	0.0	0.0		0.18	0.02	0.00	0.04	0.00	0.00	
T1	0.016	1.41		-0.63	-0.05	-0.26	0.08	0.00	0.00		2.4	0.0	0.8	0.1	0.0	0.0		0.29	0.00	0.05	0.00	0.00	0.00	
I1	0.007	2.08		-0.29	-0.07	0.33	0.44	0.00	0.00		0.2	0.0	0.5	1.0	0.0	0.0		0.04	0.00	0.05	0.09	0.00	0.00	
AD1	0.023	0.70		0.05	-0.05	0.15	-0.13	0.00	0.00		0.0	0.0	0.4	0.3	0.0	0.0		0.00	0.00	0.03	0.02	0.00	0.00	
AL1	0.007	1.91		0.68	-0.24	0.06	0.12	0.00	0.00		1.2	0.2	0.0	0.1	0.0	0.0		0.24	0.03	0.00	0.01	0.00	0.00	
R1	0.057	1.00		0.23	0.03	-0.10	0.10	0.00	0.00		1.1	0.0	0.4	0.5	0.0	0.0		0.05	0.00	0.01	0.01	0.00	0.00	
OR1	0.009	1.30		-0.73	0.19	0.37	-0.22	0.00	0.00		1.9	0.2	1.0	0.4	0.0	0.0		0.41	0.03	0.11	0.04	0.00	0.00	
AC1	0.014	1.08		-0.32	-0.01	0.36	0.04	0.00	0.00		0.5	0.0	1.3	0.0	0.0	0.0		0.10	0.00	0.12	0.00	0.00	0.00	
D1	0.027	1.44		0.35	-0.41	-0.02	-0.14	0.00	0.00		1.2	2.6	0.0	0.4	0.0	0.0		0.09	0.11	0.00	0.01	0.00	0.00	
T1	0.010	1.45		-0.75	0.11	0.17	-0.22	0.00	0.00		2.1	0.1	0.2	0.4	0.0	0.0		0.39	0.01	0.02	0.03	0.00	0.00	
AS1	0.013	1.38		0.44	0.39	0.01	0.30	0.00	0.00		0.9	1.2	0.0	1.0	0.0	0.0		0.14	0.11	0.00	0.07	0.00	0.00	
TR1	0.012	0.77		0.13	-0.06	0.21	0.36	0.00	0.00		0.1	0.0	0.4	1.3	0.0	0.0		0.02	0.00	0.06	0.17	0.00	0.00	
D1	0.022	0.69		0.52	-0.21	-0.01	-0.26	0.00	0.00		2.2	0.6	0.0	1.2	0.0	0.0		0.40	0.06	0.00	0.10	0.00	0.00	
OR1	0.016	5.50		-1.00	-0.35	-1.68	0.13	0.00	0.00		5.8	1.1	32.7	0.2	0.0	0.0		0.18	0.02	0.51	0.00	0.00	0.00	
UE1	0.008	1.94		0.34	0.18	0.18	0.65	0.00	0.00		0.3	0.1	0.2	2.5	0.0	0.0		0.06	0.02	0.02	0.22	0.00	0.00	
R1	0.028	1.60		0.55	-0.08	-0.13	-0.77	0.00	0.00		3.1	0.1	0.4	12.9	0.0	0.0		0.19	0.00	0.01	0.37	0.00	0.00	
A1	0.029	1.24		0.64	-0.33	-0.04	-0.23	0.00	0.00		4.4	1.9	0.0	1.2	0.0	0.0		0.33	0.09	0.00	0.04	0.00	0.00	
UA1	0.011	0.93		-0.01	0.04	0.16	0.44	0.00	0.00		0.0	0.0	0.2	1.6	0.0	0.0		0.00	0.00	0.03	0.21	0.00	0.00	
I1	0.013	3.04		-0.84	0.33	0.42	-0.57	0.00	0.00		3.4	0.8	1.7	3.3	0.0	0.0		0.23	0.04	0.06	0.11	0.00	0.00	
L1	0.010	1.52		0.35	-0.31	0.02	-0.23	0.00	0.00		0.5	0.6	0.0	0.4	0.0	0.0		0.08	0.06	0.00	0.03	0.00	0.00	
UE1	0.006	2.91		0.35	0.60	-0.13	-0.45	0.00	0.00		0.3	1.3	0.1	1.0	0.0	0.0		0.04	0.12	0.01	0.07	0.00	0.00	
AE1	0.016	0.78		0.49	-0.19	0.05	-0.19	0.00	0.00		1.4	0.3	0.0	0.5	0.0	0.0		0.31	0.04	0.00	0.05	0.00	0.00	
O1	0.017	1.27		-0.66	-0.04	-0.25	0.00	0.00	0.00		2.8	0.0	0.8	0.0	0.0	0.0		0.35	0.00	0.05	0.00	0.00	0.00	
ER1	0.010	2.17		0.53	0.28	-0.23	-0.64	0.00	0.00		1.1	0.5	0.4	3.5	0.0	0.0		0.13	0.04	0.02	0.19	0.00	0.00	
LUG1	0.010	2.84		-0.74	-0.22	-0.96	-0.08	0.00	0.00		2.1	0.3	7.2	0.1	0.0	0.0		0.19	0.02	0.32	0.00	0.00	0.00	
D1	0.129	0.64		-0.17	-0.13	0.12	0.23	0.00	0.00		1.4	1.2	1.4	5.4	0.0	0.0		0.05	0.02	0.02	0.08	0.00	0.00	
L1	0.016	2.08		0.41	-0.49	0.08	-0.22	0.00	0.00		1.0	2.3	0.1	0.6	0.0	0.0		0.08	0.12	0.00	0.02	0.00	0.00	
MUR1	0.032	1.30		0.48	-0.14	0.06	0.31	0.00	0.00		2.8	0.4	0.1	2.5	0.0	0.0		0.18	0.01	0.00	0.08	0.00	0.00	
V1	0.017	2.09		-0.55	0.40	0.39	-0.54	0.00	0.00		2.0	1.7	2.0	4.0	0.0	0.0		0.15	0.08	0.07	0.14	0.00	0.00	
E1	0.008	3.38		-0.93	-0.22	-1.14	-0.10	0.00	0.00		2.7	0.2	8.0	0.1	0.0	0.0		0.26	0.01	0.38	0.00	0.00	0.00	
PAL1	0.009	2.34		-0.97	0.08	0.08	-0.22	0.00	0.00		3.3	0.0	0.0	0.3	0.0	0.0		0.40	0.00	0.00	0.02	0.00	0.00	
PAM1	0.027	1.24		-0.02	-0.27	-0.15	0.18	0.00	0.00		0.0	1.2	0.5	0.7	0.0	0.0		0.00	0.06	0.02	0.03	0.00	0.00	
N1	0.016	4.10		-0.85	-0.35	-1.14	0.18	0.00	0.00		4.3	1.2	15.7	0.4	0.0	0.0		0.17	0.03	0.31	0.01	0.00	0.00	
RO1	0.012	2.55		-0.73	0.42	0.50	-0.67	0.00	0.00		2.3	1.2	2.2	4.1	0.0	0.0		0.21	0.07	0.10	0.17	0.00	0.00	
SAL1	0.014	1.14		-0.62	0.11	0.35	0.23	0.00	0.00		2.0	0.1	1.3	0.6	0.0	0.0		0.33	0.01	0.11	0.05	0.00	0.00	
N1	0.016	1.08		-0.02	-0.19	-0.08	0.13	0.00	0.00		0.0	0.3	0.1	0.2	0.0	0.0		0.00	0.03	0.01	0.02	0.00	0.00	
G1	0.005	1.57		-0.30	-0.03	0.26	0.36	0.00	0.00		0.2	0.0	0.3	0.5	0.0	0.0		0.06	0.00	0.04	0.08	0.00	0.00	
SEV1	0.039	1.30		0.46	-0.29	0.03	-0.19	0.00	0.00		3.1	2.0	0.0	1.1	0.0	0.0		0.16	0.07	0.00	0.03	0.00	0.00	
ER1	0.004	1.49		-0.25	0.31	0.19	-0.36	0.00	0.00		0.1	0.2	0.1	0.4	0.0	0.0		0.04	0.07	0.02	0.09	0.00	0.00	
R1	0.028	1.44		0.53	0.12	-0.21	-0.60	0.00	0.00		2.9	0.2	0.9	7.9	0.0	0.0		0.20	0.01	0.03	0.25	0.00	0.00	
ER1	0.011	11.72		0.82	2.95	-0.84	0.45	0.00	0.00		2.9	59.0	6.0	1.8	0.0	0.0		0.06	0.74	0.06	0.02	0.00	0.00	
TOL1	0.019	1.70		0.05	0.17	0.20	0.58	0.00	0.00		0.0	0.3	0.6	5.3	0.0	0.0		0.00	0.02	0.02	0.20	0.00	0.00	
L1	0.042	0.95		0.36	0.10	0.06	0.40	0.00	0.00		2.0	0.3	0.1	5.4	0.0	0.0		0.14	0.01	0.00	0.17	0.00	0.00	
AL1	0.017	1.71		-0.78	0.08	0.33	0.06	0.00	0.00		3.9	0.1	1.4	0.0	0.0	0.0		0.36	0.00	0.06	0.00	0.00	0.00	
VIZ1	0.025	1.71		-0.75	0.12	0.22	-0.31	0.00	0.00		5.2	0.2	0.9	1.9	0.0	0.0		0.33	0.01	0.03	0.06	0.00	0.00	
M1	0.010	11.23		-1.37	0.04	0.85	0.72	0.00	0.00		6.8	0.0	5.2	4.0	0.0	0.0		0.17	0.00	0.06	0.05	0.00	0.00	
R1	0.024	2.16		0.15	0.93	-0.10	-0.25	0.00	0.00		0.2	12.1	0.2	1.2	0.0	0.0		0.01	0.40	0.00	0.03	0.00	0.00	
CEU1	0.006	2.42		0.37	-0.48	0.08	-0.06	0.00	0.00		0.3	0.8	0.0	0.0	0.0	0.0		0.06	0.09	0.00	0.00	0.00	0.00	
MEL1	0.005	1.99		0.38	-0.45	0.03	-0.15	0.00	0.00		0.3	0.6	0.0	0.1	0.0	0.0		0.07	0.10	0.00	0.01	0.00	0.00	

GRAFICO 3. 1987



rá, en última instancia, una representación gráfica que reflejará la proyección simultánea de las 51 provincias como destino y como origen sobre un mismo plano, de manera que se podrán observar las similitudes y diferencias entre provincias, expresadas en términos de distancias, por lo que respecta a su capacidad de atracción o expulsión de migrantes. Se conseguirá, en definitiva, un «mapa» representativo de los movimientos migratorios interiores en España fácilmente interpretable del que se podrán extraer conclusiones de forma más ágil que de la observación de la tabla inicial de 51 filas y 51 columnas.

Así pues, sobre el plano definido por los dos primeros factores de proyección, que son los que recogen el máximo de inercia de la nube de puntos, se proyectarán los 102 puntos (51 + 51). Si dos provincias de origen (destino) tienen un comportamiento emigratorio (inmigratorio) parecido, su proyección será próxima en el plano, significando que los emigrantes de estas dos provincias tienden a dirigirse hacia las demás provincias con una intensidad similar. Por tanto, la proximidad entre provincias de origen (destino) en el gráfico significará que existe parecido en la estructura de repartición de los emigrantes (inmigrantes) de cada una de ellas hacia todas las demás.

Si una provincia de destino es cercana a una de origen implica que las emigraciones de una tienen importancia en las inmigraciones de la otra y viceversa. Es decir, las distancias entre provincias de destino y origen se han de interpretar como medidas de la intensidad de la relación migratoria entre ellas. Pero debe tenerse en cuenta en la interpretación de los gráficos que no se estudia una relación entre dos provincias de origen y destino referidos a dos factores distintos como mínimo. Se deduce pues, que son muchas las interrelaciones que están en juego y que se expresan en cada gráfico.

La representación gráfica de la que se ha hablado, que no es más que una simplificación de los flujos migratorios recogidos en la tabla, será tanto más representativo de ellos cuanto más elevado sea el porcentaje de inercia explicada por los ejes (factores) que se mide a través de los valores propios asociados a cada factor. Para los ANAFACO realizados para 1970, 1980 y 1987 el porcentaje de inercia recogida por los dos primeros ejes es respectivamente 30,61%, 28,39% y 25,26%. En los tres casos los porcentajes son razonablemente elevados si se tiene en cuenta la elevada dimensionalidad de la tabla.

Además, se consideran tradicionalmente una serie de medidas que ayudan a interpretar las posiciones de las provincias de origen y de destino: las Contribuciones Absolutas y las Contribuciones Relativas.

Las Contribuciones Absolutas (CTA) expresan que parte de la variación total explicada por cada factor se atribuye a cada provincia de orígen (destino). Una CTA elevada implicará una presencia importante de la provincia de origen o destino en cuestión en el factor correspondiente. Las Contribuciones Relativas (CTR) miden la calidad de la representación de un punto fila (o columna) sobre cada factor.

Se presentan seguidamente, para cada año, los cuadros que recogen las masas, contribuciones absolutas y contribuciones relativas de las provincias de origen y destino para los dos primeros factores. A continuación, se presentan los gráficos que representan la proyección de los 102 puntos sobre los dos primeros factores. Teniendo presentes las ayudas a la interpretación comentadas anteriormente pueden extraerse múltiples conclusiones sobre el fenómeno migratorio en España.

3.— CONCLUSIONES

Una síntesis de las conclusiones más importantes que se deducen de los gráficos y tablas para 1970, 1980 y 1987 y de su comparación llevar a remarcar los profundos cambios que se han producido en el período 1970-1987 en la intensidad y en las direcciones y sentidos de los flujos migratorios interprovinciales. Se constata la desaparición de las corrientes emigratorias tradicionales hacia las áreas industrializadas que ya no ofrecen los mismos alicientes. Además, se comprueba, co-

(3) Se han agregado Ceuta y Melilla en una sola provincia.

mo dice SERRANO (1987), que se origina un recogimiento general de cada región o Comunidad Autónoma sobre si misma influida probablemente, por el proceso de estructuración de las respectivas autonomías que lleva implícito un aumento de la valoración de lo propio.

Es decir, que en la actualidad los flujos migratorios internos en España se caracterizan por una mayor movilidad general de la población de todas las provincias. La dirección de los flujos ha dejado de ser tan unívoca como en el pasado, dándose una mayor diversificación de los mismos que es debida, siguiendo a GARCIA BARBANCHO y DESGADO (1988) a la mayor movilidad de algunas categorías profesionales (profesionales y técnicos administrativos, etc...), al cambio en la estructura sectorial de la actividad de los migrantes, etc... La pérdida de hegemonia de algunas zonas traidicionalmente industrializadas junto a las motivaciones a una mayor movilidad de la población expuestas anteriormente acaban por potenciar los flujos dentro de las propias comunidades o, en todo caso, entre las comunidades más cercanas geográficamente. Las migraciones a larga distancia cuya motivación solía ser la de encontrar trabajo en otro sector del que se provenía (de la agricultura a la industria, por ejemplo) ha perdido toda vigencia.

Hasta aquí se han expuesto las posibilidades de la técnica de Análisis de Correspondencias para el objetivo propuesto, que queda al margen de la búsqueda de las causas a las que se deben estos profundos cambios que se basará en el conocimiento socio-económico de la realidad: crisis económicas, desequilibrios regionales, cambios estructurales, etc...

LOS MERCADOS DE TRABAJO COMO MECANISMOS DE ASIGNACION DE RECURSOS HUMANOS «LA MOVILIDAD LABORAL ESPACIAL. EVIDENCIA EMPIRICA EN ESPAÑA»

José Manuel González Pérez
Universidad de La Laguna (U.L.L.).

RESUMEN

El responder a la siguiente cuestión: ¿Cómo se distribuyen los trabajadores entre los distintos sectores, o entre los mercados laborales de la economía?, nos permitiría conocer el grado de funcionamiento efectivo de tales mercados como mecanismos asignadores de recursos humanos.

Existen múltiples señales, en el contexto económico real, que justifican las diferencias en las tasas de salarios entre mercados. Ello refleja la necesidad de revisar los supuestos de no existencia de costes de movimientos y de homogeneidad del factor trabajo del modelo teórico simple.

La literatura sobre la movilidad laboral es muy variada, si bien, de toda ella se desprende la impresión de que los mercados de trabajo no desempeñan muy bien su papel de asignador de los recursos. Tal variedad pivota sobre dos líneas de pensamiento una descansa sobre «la hipótesis maximizadora», la cual se concentra en las respuestas apropiadas de los trabajadores a las diferencias en las ventajas económicas (entiéndase ganancias) y la otra línea es «la tesis de empleos vacantes», ésta, en cambio, no responde a criterios de racionalidad maximizadora sino a la racionalidad de elegir el primer empleo disponible en un contexto incierto derivado del alto desempleo.

Esta controversia puede ser importante. Porque de ser válido el último enfoque, la asignación resultante podría no ser de equilibrio en el sentido de compatibilidad de planes entre lo agentes que conviven en esos mercados. Hasta el punto de que los trabajadores puedan ser retenidos en posiciones relativamente ineficientes a bajas tasas de salarios; señal inequívoca de la posible ineficiencia del mercado como mecanismo asignador.

¿Cómo contrastar esto en el contexto de la economía española? Pues aproximándonos al fenómeno de la movilidad espacial considerando necesario incorporar, en los teóricos programas de optimización, las diferencias en las ventajas salariales y en las tasas de desempleo entre las distintas regiones españolas. Este análisis se ha hecho con información de corte transversal, para el año 1980, y segmentada por grupos de edad. Estudiamos los determinantes del porcentaje de personas por grupos de edad que salen de la región i y entran en j en el año. La técnica utilizada es la estimación por M.C.O. de las ecuaciones correspondientes a un modelo de efectos fijos, dado que la información que disponemos es un panel de datos por regiones y por grupos de edad para la primera ecuación e interregional y por grupos de edad para la segunda ecuación.

CONCLUSIONES GENERALES

1.— De los resultados obtenidos tanto para el análisis de los que permanecen como de los que se mueven entre regiones se afirma la contrastación de las implicaciones teóricas con un alto grado de bondad. Esto es: Los recursos humanos se distribuyen bajo una racionalidad optimizadora que pondera las ventajas salariales y la incertidumbre derivada del desempleo.

2.— La aversión al desplazamiento aumenta con la edad.

3.— La Relación Marginal de Sustitución entre las ganancias y la distancia (el cruce de una nueva frontera) es, por su alto valor, indicativo de que la variable distancia recoge apreciaciones de costes subjetivos.

4.— Al realizar el análisis de cada grupo de edad por separado (no como modelo de efectos fijos), los coeficientes de todas las variables independientes del grupo de edad menor de 15 años presenta unos coeficientes intermedios a los del grupo de 15 a 24 años y del de 25 a 63 años; lo cual es sintomático de que no son los menores de 15 años los que toman la decisión de emigrar, sino sus padres que son, precisamente, los que están, con gran probabilidad, en los otros grupos citados.

5.— ¿De la primera conclusión citada se puede entender que los mercados laborables, desde el ámbito espacial, sean buenos mecanismos de asignación de recursos? No lo podemos inferir pues para ello sería necesario contrastar si, en el tiempo, las desviaciones de salarios y de desempleo se cancelarían. Para lo cual se requiere ampliar la cobertura del análisis con un enfoque que combine la información de corte transversal con la de series temporales (una versión preliminar de este enfoque ampliado se cita en el trabajo).

LA MOVILIDAD ESPACIAL

La discusión teórica sobre la movilidad demográfica genera una gran cantidad de hipótesis que son potencialmente susceptibles de verificación empírica. Entre ellas, la principal es si los trabajadores responden a las diferencias de ventajas económicas entre espacios geográficos cuando se mueven espacialmente.

Todos los datos disponibles en España sobre movilidad son de carácter general y no permiten extraer una información pura sobre la movilidad laboral. Esto es, los datos sobre flujos migratorios no detallan la composición del flujo atendiendo al carácter activo de la población. Así pues, la variable endógena a explicar en nuestras estimaciones no se refiere al porcentaje de Población Ocupada que permanece en su región o que se desplaza de una región a otra, sino el porcentaje de la Población de Derecho. De tal manera, con los datos disponibles en España sobre flujos migratorios, es el carácter de esta variable endógena el que impone las limitaciones del análisis.

Afortunadamente, hay suficiente detalle en los datos como para permitir extraer información atendiendo al sexo, y a grupos de edad. El análisis, por tanto, será el resultado de la combinación de datos de corte transversal referidos a cada grupo de edad, conformándose con ello un panel de datos para cada año sujeto a estudio.

Los objetivos que se persiguen en el trabajo son: 1) Analizar los determinantes del porcentaje de personas por grupos de edad que permanecen en una región en el año. Y 2) Analizar los determinantes del flujo migratorio por grupos de edad de una región a otra en el año.

EL ANALISIS DE LOS QUE PERMANECEN

Podemos comenzar el análisis sobre la movilidad espacial en España centrando nuestra atención en aquellos individuos que pueden ser considerados como «los que permanecen», estos son los individuos que en el transcurso del año sujeto a estudio han optado por permanecer en la misma región.

Desde una discusión teórica esperaríamos una alta correlación entre las ganancias de los trabajadores, las tasas de desempleo en cualquiera de las regiones y la proporción de los que permanecen en la región. En resumidas cuentas, se trataría de contrastar la hipótesis de si los individuos o trabajadores responden a las diferencias en las ventajas económicas entre regiones cuando se mueven geográficamente.

De superar esta hipótesis la fase de contrastación, las implicaciones resultantes serían:

En primer lugar, que cuanto mayores sean las ganancias de los trabajadores en una región más fuerte será la atracción hacia las empresas que actúen en esta región como fuentes generadoras de empleo y consecuentemente menos trabajadores desearán dejarla. No obstante, para garantizar que esto ocurra es necesario que concurran varias circunstancias como, que los costes objetivos y subjetivos de desplazarse entre dos regiones excedan a los costes asociados a la permanencia y que la distribución de las tasas de salarios monetarios y de los costes de moverse sobre sus respectivos valores medios sean aproximadamente iguales entre regiones. Si estas condiciones son satisfechas, los trabajadores que dejen empleos de salarios elevados sufrirán pérdidas de ingreso con mayor probabilidad que los trabajadores que dejen empleos de bajos salarios. Consecuentemente, si los trabajadores tienen clara su conducta de intentar maximizar las ventajas netas asociadas con su empleo, esperaríamos que pocos de ellos dejaran el empleo en áreas de altos salarios y, por tanto, que existiera una fuerte relación positiva entre las ganancias medias de una región y el porcentaje de trabajadores que permanecen en la región.

Una segunda implicación, derivada de la conducta propia de maximizar las ventajas netas de carácter económico, aparece al estar los individuos atentos no sólo a las diferencias relativas en ganancias, sino también a las diferencias ocasionadas por los distintos grados de desempleo. Esto se produce porque el desempleo genera incertidumbre en las mentes de los individuos respecto de las posibilidades de empleo futuro, tanto en los ya empleados como en los que no lo están pero que tienen expectativas de ser ocupados. Asumiendo aversión al riesgo en los trabajadores, cuanto mayor sea la tasa de desempleo de una región menos atractiva será ésta, al ser mayor la imputación de costes subjetivos asociados al empleo en las empresas de tales regiones. También cabe destacar, que altas tasas de desempleo en una industria pueden forzar desplazamientos de individuos entre industrias de una misma región o de regiones diferentes, simplemente por el hecho de que los trabajadores de esta industria sean desplazados de sus empleos a una tasa mayor que en las otras industrias. El caso de desplazamientos forzados entre regiones deberá quedar incorporado en el análisis de movilidad espacial.

En la exposición previa, no hemos hecho mención alguna sobre la incorporación en el análisis de los distintos grupos de edad. Esto ha sido posible gracias a los datos disponibles. Pero es importante plantear algunas consideraciones sobre el efecto de la edad en los patrones de la movilidad, previamente expuesta, mediante la imputación de costes de movimiento por parte de los individuos. Manifestaciones de tales costes tenemos muchas; así vemos, como hay resistencia real en los trabajadores al no estar dispuesto a transferir plenamente sus derechos de pensión acumulados en los programas de jubilación asociados a su empleo. También es notorio el que en la medida que avanzamos en edad la predisposición al desplazamiento disminuya por muchas razones, ya que, por ejemplo, cabe destacar el hecho de que los más viejos tengan una tendencia mayor hacia grandes inversiones físicas en una localización dada con lo que podría haber altos costes asociados con la liquidación de tales inversiones. Además los costes subjetivos asociados con el movimiento de trabajadores son mayores en edades avanzadas habida cuenta de las mayores dificultades tanto físicas como psíquicas que existen ante un posible desarraigo del entorno laboral y social.

En definitiva lo que conviene resaltar es que los costes asociados a la decisión de emigrar crecen en gran medida con la edad del trabajador.

Hay una cuestión relevante que aparece tras el análisis de la movilidad laboral que toma en cuenta la estructura de edades. Esta cuestión es la aparición de barreras al libre flujo entre los mercados de trabajo, barreras que tienen como fin asegurarse los trabajadores a sí mismos. De esta manera, podemos advertir cómo un trabajador viejo que contempla la posibilidad de moverse a otro mercado es probable que colisiones con las barreras generadas por un sistema de prioridades en base a la antigüedad. Dicho sistema funciona diferenciando trabajadores de uno y otro mercado, así como los trabajadores del mismo mercado. Por ejemplo, podemos advertir como un trabajador con varios años de antigüedad en un mercado no es lo mismo que uno con los mismos años de antigüedad que trabaja en otro mercado y decida que el nivel de salarios del primer mercado es lo suficientemente atractivo como para inducirle a dejar su actual trabajo para colocarse en el mer-

cado mejor remunerado. Tal decisión, en realidad no es tan simple, pues en el proceso es probable que los cálculos intuitivos del trabajador respondan más a la ilusión del espejismo de las ganancias que a la realidad por varias razones, entre ellas: la motivada por considerarse colocado, en un contexto incierto debido al desempleo. Y, además, la derivada propiamente del sistema de prioridades, dada que este trabajador será requerido en su nueva empresa para desempeñar un empleo básico dentro de la jerarquía intrínseca a tal empresa. Consecuentemente, las diferencias en las tasas de salarios sombras entre los mercados estarían afectadas por una cantidad que tomaría en consideración la reducción del ingreso implícita en su pérdida de experiencia así como cualquier inseguridad inherente al comienzo de la escala jerárquica de la nueva empresa.

LOS RESULTADOS

Los resultados esperados tras los comentarios anteriores se concretarían en que la proporción de personas que permanecen en una región estará positivamente relacionada tanto con las ganancias de la región como con la edad y negativamente con la tasa de desempleo de la región.

Los resultados de la contrastación empírica de esta hipótesis, con los datos de la economía española referidos al año 1980, han sido estimados por mínimos cuadrados ordinarios mediante la técnica del panel de datos apropiada, ya que estamos combinando los datos de corte transversal de cada grupo de edad. Tales resultados quedan expuestos en la ecuación 1.

ECUACION 1 (1)

$$P_{kj} = \underset{(438.06)}{99.0089} + \underset{(2.357)}{.0067\ G_j} - \underset{(3.49)}{.0264\ U_j} + \underset{(5.21)}{.049\ C_j}$$

$$\underset{(5.23)}{-.28\ F_1}\ \underset{(7.71)}{-.42\ F_2}\ \underset{(4.82)}{-.26\ F_3}$$

$R^2 = .77\ \overline{R}^2 = .60\ F = 15.55$ Signif. F.0000
$n = 68.$

Donde P_{kj} señala el porcentaje de personas del grupo de edad K que permanece en la región j, tal variable es el resultado de restarle a la población de derecho del grupo de edad de la región j en el año anterior, los emigrantes y los fallecidos de ese grupo de edad habidos en la región en el año en curso, y dividir la anterior diferencia, por la población de derecho del grupo de edad k en la región j del año anterior menos los fallecidos del grupo de edad k en la región j durante el año estudiado. La variable G_j refleja las ganancias medias por perceptor según su región de procedencia j. U_j es la tasa de desempleo de la región j en porcentaje, esto es, el cociente de la población parada y activa multiplicado por 100. También decidimos incorporar alguna información sobre climatología dado que entendemos que puedo tomar un papel significativo, fundamentalmente recogiendo aspectos subjetivos que se incorporarían de alguna manera como ponderaciones en los costes derivados de la movilidad. A tal efecto C_j recoge la temperatura media anual en grados centígrados de la región j. En consecuencia se esperaría una relación positiva entre los que permanecen y la variable clima.

Por último tenemos las variables ficticias, f_k, siendo K=1, 2, 3. Que recogen la información del grupo de edad correspondiente[2], y permitir medir los efectos fijos por grupos de edad de la variable endógena P_{kj}. Gracias a estas variables ficticias y a la técnica de panel de datos, disponemos de una sola ecuación que describe el porcentaje de personas de cualquier grupo de edad que permanece en la región j. Debemos observar que las variables ficticias no recogen el grupo de edad mayor de 64 años, dado que no es necesario pues queda recogida por defecto en la constante.

(1) En paréntesis los ratios-t
(2) k=1 (grupo de edad menor de 15); k=2 (grupo de edad de 15 a 24 años); k=3 (grupo de edad 25 a 63 años.

Como podemos apreciar en la ecuación estimada, los resultados son bastante interesantes; pues, los determinantes de la variable endógena incorporados en el análisis explican casi un 80% de la varianza y el grado de bondad del conjunto es altísimo, como lo refleja el nivel de significación del estadístico F; además, podemos afirmar que existe un acuerdo general con lo que sugiere el enfoque teórico económico sobre las conductas individuales en el mercado de trabajo. Ya que todos los coeficientes son significativos y se ha contrastado una correlación positiva respecto a las ganancias medias de la región y negativa respecto a la tasa de desempleo de la región. La significación de este último resultado puede deberse al cálculo que hacen los individuos de la incertidumbre generada por el paro en la región o como resultado de un desplazamiento involuntario de los trabajadores debido al desempleo y, ante ello, optan por desplazarse a otra región.

De otra parte también hemos contrastado una correlación positiva entre la variable endógena y la edad de los individuos. Esto lo sabemos relacionando mediante su suma, los coeficientes de las variables ficticias correspondientes a cada grupo de edad con la constante de la ecuación, que refleja el grupo de edad que se toma como referencia (mayores de 64 años). De ahí podemos afirmar que dado el alto valor de la constante, la relación entre la permanencia en la región y cualquier grupo de edad es positiva. Además podemos afirmar que la tendencia a la permanencia en la región aumenta en la medida que los individuos envejecen, a excepción del fenómeno que se produce en el grupo de edad mayor de 16 años y menor de 25. Período en el que el grado de aversión al desplazamiento es mínimo[3]. Los motivos pueden resultar obvios dada la juventud y el elevado grado de estudiantes en las «estadísticas» de población flotante. Por último, como se esperaba, el coeficiente de la variable clima es positivo.

Por tanto, con este análisis de corte transversal referido a distintos grupos de edad, podemos afirmar o validar la implicación teórica de que la tendencia de los trabajadores a permanecer en la región respectiva responde a los diferenciales en ventajas económicas que se produzcan tanto en ganancias como en niveles de desempleo.

EL ANALISIS DE LOS QUE SE MUEVEN ENTRE REGIONES

Obviamente, no haría falta desarrollar un análisis para estudiar el porcentaje de personas por grupos de edad que abandonan una región. Pues se trataría como variable endógena, simplemente, la información complementaria de P_{kj}. Esto es: $M_{kj} = 1 - P_{kj}$ siendo M_{kj} el porcentaje de individuos del grupo de edad K que no permanecen en la región j.

Pero no sería una repetición del análisis preocuparnos por el destino de los que se desplazan de una región. Pues, en realidad, si se desea tener una visión lo más completa posible de la movilidad espacial queda perfectamente justificado analizar la movilidad interregional por grupos de edad. O sea, descubrir los determinantes de los flujos brutos de emigrantes del grupo de edad K que salen de la región i y entran en la región j ($M_{ij,k}$).

La discusión teórico económica sobre movilidad enuciada con anteriorida, constituye un marco suficiente para explicar también los determinantes de $M_{ij,k}$. Pues conforme a las implicaciones de la Teoría económica de la movilidad laboral es de esperar que los flujos brutos de trabajadores entre regiones, fluirán con mayor densidad hacia regiones con tasas de salarios más altos y, en cambio, la intensidad de tales flujos se debilitará conforme mayores sean las tasas de desempleo de las regiones de destino. Además, la contrastación de las implicaciones de la teoría respecto a la relación que existe entre el porcentaje de los que permanecen en la región y las tasas de desempleo, confirman el protagonismo indiscutible que tienen las tasas de desempleo a la hora de explicar los patrones de los flujos brutos de emigrantes entre regiones.

(3) No obstante debemos darnos cuenta de que no toda la constante es reflejo de la aversión al desplazamiento del grupo de edad mayor de 64 años, pues las medias de las variables exógenas afectan al tamaño de la constante. Por tanto lo que podemos inferir son comparaciones entre grupos de edad, pero no podemos saber qué parte de la constante se debe a la aversión al riesgo y qué parte se debe a otros factores como las medias de las variables exógenas utilizadas.

Al disponer de datos con estructura de edades podríamos repetir la metodología aplicada al análisis de P_{kj}. Es decir aplicar la técnica de panel de datos puesto que tenemos todas las variables relevantes en el año sujeto a estudio y para cada uno de los cuatro grupos de edad.

Los datos necesarios para el análisis se consiguen de las mismas fuentes que hemos utilizado para el análisis de P_{kj}. Si bien, tienen un tratamiento diferente, dado queel número de observaciones ha variado al ser la variable endógena, $M_{ij,k}$, los elementos del recorrido de una transformación matricial T, aplicada al conjunto I3(1, 2, 3, 4), que está formado por los índices de cada grupo de edad. De tal manera:

T: I=(1, 2, 3, 4) $\rightarrow R^{17x17}$

t.q T(I) $\in R^{17x17}$, i= 1, 2, 3, 4 serían las matrices que indicarían los flujos migratorios entre las 17 regiones españolas para cada grupo de edad i. De lo cual se deduce que el número de observaciones que conforman tal recorrido es n=1156 a diferencia de las n = 68 del análisis de P_{kj}.

Además, hay que resolver previamente algunos problemas derivados de la naturaleza de la variable endógena $M_{ij,k}$. El problema se produce porque el número de personas pertenecientes a cada grupo de edad difiere. Por lo tanto, sería necesario estandarizar los flujos brutos tomando en cuenta las diferencias en el número de personas en cada grupo de edad y región. Un método para hacerlo sería expresar los datos de la variable endógena porcentualmente, al igual que se hizo en el análisis de P_{kj}. Si bien, con objeto de ahorrarnos más transformaciones, hemos optado por incluir una variable en la regresión que lo tomara en cuenta[4]. Así, esta variable escala, S_{ki}, es la población de derecho por grupo de edad de la región i.

Otra cuestión que surge debido al carácter de la variable $M_{ij,k}$, y que no aparecía en el análisis de $P_{kj,}$ es precisamente que ahora pretendemos analizar el flujo bruto de emigrantes que se produce entre la región i y la región j, para cualquier i y j. De ahí que consideremos una nueva variable relevante a incluir en la regresión, esta variable es la distancia entre i y j, D_{ij}[5]. La razón es obvia pues capturará de forma implícita imputaciones de costes objetivos y subjetivos habidos en las tomas de decisión del emigrante potencial.

LOS RESULTADOS

Los resultados de la contrastación empírica de esta nueva hipótesis, con los datos de la economía española referidos al año 1980, han sido también estimados por M.C.D., tales resultados quedan expuestos en la ecuación 2.

ECUACION 2[6]

$$M_{ij,k} = \underset{(5,58)}{-480,501} + \underset{(4,23)}{,4077\ G_j} \underset{(2,32)}{+5,35\ U_1}$$

$$\underset{(2,67)}{-13,46\ D_{ij}} \underset{(5,27)}{+15,85\ C_j} \underset{(11,93)}{+,00017\ S_{ki}}$$

$$\underset{(2,52)}{+49,37\ F_1} \underset{(3,202)}{+60,91\ F_2} + \underset{(3,093)}{68,92\ F_3}$$

R^2 =,50 F=47,10 Signif. F=,0000
n=1156

(4) Las dos alternativas señaladas son igualmente válidas; si bien, la variable escala tiene la peculiaridad de permitir ver con mayor claridad el impacto de las otras variables exógenas en la eciación de regresión.

(5) La justificación de la variable distancia en el estudio de las migraciones es obvia por la íntima relación entre migración y desplazamiento. Esta relación ha sido resaltada por varios autores como Chatelain (1963); Olsson, G. (1965); Courgeau (1970). Un comentario crítico interesante sobre la distancia como factor que aproxima los conceptos de migración interna e internacional se encuentra en Tapinos, G. (1974).

(6) Ratios-t en paréntesis.

Donde $M_{ij,k}$ es el número de personas que salen de la región i y entran en la región j, del grupo de edad k; G_j es la ganancia media por perceptor en la región llegada j; U_1 es la tasa de desempleo de la región de salida i, en tanto por ciento; D_{ij} es una variable proxi de la distancia entre las regiones i y j, que se representa por el número aproximado de fronteras a cruzar por un individuo entre la región i y la región j; C_j es la temperatura media anual en grados centígrados de la región j; S_{ki} es la variable escala, anunciada anteriormente para estandarizar lus flujos brutos de emigrantes debido al problema que ocasiona la distinta dimensión de los cuatro grupos de edad. Tal variable está formada por la población de derecho menos los fallecidos por grupos de edad de la región de salida i; y por último F_x, donde K= 1, 2, 3, sería una variable ficticia para recoger los efectos fijos por grupos de edad en la variable endógena.

Pues, de hecho, la ecuación a estimar corresponde a un modelo con efectos fijos, dado que la información que disponemos es un panel de datos (interregional y grupos de edad en 1980). Para la estimación de estos efectos fijos, es necesario introducir variables ficticias que toman valor 1 para un grupo de edad concreto y cero para el resto. Estas variables ficticias permiten recoger las características diferenciadoras de partida entre los distintos grupos de edad que no quedan recogidas en los componentes inducidos de la ecuación. De manera que tales diferencias se dejarán notar en las ordenadas en el origen, pues la pendiente de la recta de regresión estimada reflejará el componente inducido por las distintas variables independientes y, además tal pendientes es la misma para cualquier grupo de edad.

Al apreciar la ecuación 2, lo primero que debemos destacar es el grado de significación de los coeficientes de todas las variables independientes incorporadas, lo cual queda de manifiesto por los ratios-T expresados en paréntesis.

En cuanto a los signos que relacionan a cada una de las variables con $M_{ij,k}$, podemos corroborar que son los esperados por las implicaciones teóricas. Así, observamos una correlación positiva con las ganancias medias en la región de destino y con las tasas de desempleo de la región de origen. Respecto a la variable distancia, como era de esperar, existe una relación negativa. Lo cual, justifica la implicación de la existencia de un mayor imputación de costes objetivos y subjetivos asociados a la movilidad conforme la distancia. En cuanto al clima existe una relación positiva, pues en la medida que crece la bondad climática en las regiones mayor es el atractivo de las mismas. El coeficiente de la variable escala es muy significativo y redudido, lo cual es lógico dado el gran tamaño de la variable. Recordemos que esta variable sólo tiene el cometido de reescalar todas las variables y especialmente la variable endógena $M_{ij,k}$ tomando en cuenta el número de personas que conforman el grupo de edad K. Por último, respecto a la edad el signo de la relación es negativo para cualquier grupo de edad debido al alto valor negativo de la constante de la ecuación que, como se recordará, refleja, por defecto, los efectos fijos (ordenada en el origen) del grupo de edad mayor de 64 años. Este resultado es consecuente con el que obtuvimos cuando analizábamos los determinantes del porcentaje de permanencia de individuos del grupo de edad K en una región, P_{kj}. Aquel resultado mostró una relación positiva entre la edad y P_{kj}. A este respecto, podemos advertir cómo el grupo de edad que presenta una mayor constante en valor absoluto es el de mayores de 64 años; en el resto de los grupos la predisposición a la permanencia es francamente menor[7].

Una cuestión curiosa sería plantearnos determinar el «tradeoff» entre la distancia y las ganancias media de la región de destino, esto lo podemos saber dividiendo los coeficientes respectivos. Así, para los datos de la economía española del año 1980 se requeriría una variación en el ingreso de aproximadamente 33.000 pesetas para cruzar una nueva frontera interregional. Al resolver esta curiosidad estamos en condiciones de corroborar nuestra afirmación anterior sobre que la variable distancia recogería información de imputaciones de costes tanto objetivos como subjetivos aso-

(7) Evidentemente como apuntamos en la nota (3), la totalidad de la constante no nos mide el grado de aversión al desplazamiento por razón exclusiva de la edad. Esto justificará un próximo comentario sobre los grados de aversión al desplazamiento mediante la estimación de regresiones para cada uno de los grupos de edad por separado.

ciados al desplazamiento. Realmente se nos antoja alta esta magnitud de 33.000 pesetas [8]. Pues considerando el horizonte temporal que emplean los trabajadores en la toma de decisiones, el valor presente descontad de una variación del ingreso de esta magnitud supera considerablemente el coste monetario objetivo de moverse. Por lo tanto, la variable distancia de alguna manera posibles costos subjetivos ante una posible emigración. Otra cuestión que cubre la variable distancia, comúnmente reconocida por diversos autores, es que capta el impacto de las barreras al flujo de la información entre mercados de trabajo de áreas diferentes. De ahí que pueda considerarse a la distancia como un filtro a través del cual la información sobre los mercados de trabajo fluye (aspectos salariales, tasas de desempleo, discriminaciones de edad, aspectos gremiales, etc.)[9].

Antes de haber estimado el modelo de efectos fijos expuestos en la ecuación 2, estimamos resultados parciales por grupos de edad. A tal fin, lo que hemos hecho es simplemente estimar los efectos de los determinantes de los flujos migratorios brutos para cada grupo de edad por separado, esto se consigue censurando la información no correspondiente al grupo de edad respectivo. Uno de los provechos que extraeremos de este análisis será poder ver las distintas aversiones al riesgo derivado del desplazamiento en cada grupo de edad; para ello, podemos comparar entre los distintos grupos de edad la magnitud de los coeficientes de las distintas variables exógenas.

Las estimaciones se explicitan en los modelos 3º, 4º, 5º y 6º que hacen referencia por orden creciente a los distintos grupos de edad.

ESTIMACIONES DE LOS DETERMINANTES DE LOS FLUJOS BRUTOS DE EMIGRACION INTERREGIONAL POR GRUPOS DE EDADES.
(En paréntesis los ratios-t en valores absolutos).

Variable Endóg.	MODELO 3	MODELO 4	MODELO5	MODELO 6
$M_{ij,k}$	$K<15$	$15\leq k<25$	$25\leq k<64$	$64\leq k$
Variables Exóg.				
G_j	,367 (2,0577	,4447 (3,015)	,719 (2,35)	,0993 (2,92)
U_i	6,52 (1,400)	4,29 (1,12)	11,07 (1,47)	1,55 (1,95)
D_{ij}	-13,48 (1,44)	-12,7 (1,66)	-24,7 (1,55)	-3,42 (1,93)
C_j	16,18 (2,897)	15,19 (3,29)	28,67 (3,006)	3,46 (3,26)
S_{ki}	,000164 (5,222)	,00024 (5,25)	,00017 (5,68)	,000079 (5,27)
Cte.	-422,8 (2,82)	-433 (3,51)	-785,4 (3,08)	-103 (3,64)
R^2	,43	,43	,44	,43
F	13,29	13,58	13,7	12,97
Signif. F	0,0	0,0	0,0	0,0
n	289	289	289	289

(8) El calificativo no es superlativo por considerar previsible la realización de viajes para visitar a la familia y de todo tipo de actividades que ayuden a mitigar la nostalgia.

(9) Esta apreciación de la distancia como filtro de información y conformación de barreras se encuentra desarrollada en Gallaway, L.E. (1967)

Como dijimos antes podemos apreciar la aversión al desplazamiento por razón de edad comparando los coeficientes de las variables exógenas. De esta manera, comprobamos cómo tales coeficientes son muy pequeños y significativos para los mayores de 64 años, lo que sin duda es señal de su aversión a emigrar pues están significativamente poco estimulados por el trabajo, la renta o el clima. Otra peculiaridad a destacar es que el grupo de menores de 15 años presenta unos coeficientes intermedios a los del grupo de 15 a 24 años y del grupo de 25 a 63, lo cual es sintomático de que no son los menores de 15 años los que toman la decisión de emigrar sino sus padres que son, precisamente, los que están con gran probabilidad en los dos grupos citados.

Haciendo también en este análisis segmentado por grupo de edades, una estimación sobre la relación de sustitución entre ingresos medios y la distancia, podemos ver claramente cómo el cociente de los dos coeficientes puede ser interpretado como una medida de imputación de costes de movimiento (de cruzar fronteras); por ejemplo, para los mayores de 64 años se detectan unos pequeños coeficientes de las variables exógenas, obviamente si los restantes parámetros son pequeños el coeficiente de la distancia también lo ha de ser para reflejar el coste de moverse, y, efectivamente, así lo hace, resultando necesario para este grupo aproximadamente 35.000 pts. para cruzar una frontera. Cabe destacar al respecto, que los niños son los que tienen asociado el coste más alto con aproximadamente 37.000 pts.(10).

Como comentario final del análisis realizado sobre la movilidad interregional, podemos comprobar que los resultados obtenidos han sido francamente buenos, pues los signos de todos los coeficientes de las variables explicativas son los esperados por las implicaciones teóricas; los niveles de significación de tales coeficientes son buenos en el modelo general de efectos fijos expresados en la ecuación 2, y en cuanto al resto de los modelos parciales pueden considerarse que están bastante bien, habida cuenta de la caída en el número de observaciones, tal número cae de 1156 a 289 observaciones, por lo cual es lógico que algunos coeficientes tengan unos niveles de significación «bajo». No obstante, se puede observar que en el peor de los casos, en el cuarto modelo, el coeficiente de U_1 es significativo al 74%. En el resto de los modelos todos los coeficientes son significativos por encima del 85%. Otra cuestión que también cabe apreciar como positiva es que el test de la F, que es un test del conjunto, es perfectamente significativo en cualquiera de los modelos. Una connotación no tan positiva es que ha caído la cobertura explicativa de la varianza de la variable endógena $M_{ij,k}$, manifestada por las magnitudes de los R^2, situándose entorno al 50% en el modelo de efectos fijos y al 40% en los modelos parciales. Esto puede ser indicativo de que variables independientes no especificadas en las ecuaciones que están correlacionadas con las variables independientes incorporadas estén produciendo resultados espúreos. Esto podría ser corregido mediante alguna variable independiente nueva, incrementando la estructura del modelo(11). No obstante, la gran consistencia del análisis de los flujos brutos de emigrantes estre regiones con el análisis de «los que permanecen», parece sugerir que los resultados obtenidos sobre los flujos brutos de emigrantes por grupos de edad entre las distintas regiones españolas son válidos.

CONCLUSION

Tras los resultados obtenidos tanto para el análisis de los que permanecen como de los que se mueven puede afirmarse la contrastación de las implicaciones teóricas con un alto grado de bondad. De lo cual, podría aparentemente derivarse la conclusión de que la estructura de mercados laborales en España tiene un buen funcionamiento, en cuanto al papel que debe tener todo

(10) Las estimaciones nos señalan que el segundo grupo requiere 28.411 pts. y el tercer grupo 34.000.

(11) Hay que señalar como positivo el paso del análisis parcial al global mediante el panel de datos, fundamentalmente por haber reducido la multicolinealidad entre las variables permitiendo que las variables independientes muestren una relación significativa dependiente (Ecuación 2). De otra parte, también debemos advertir que el problema de la colinealidad limita el uso de otras variables de educación de los trabajadores, segmentación ésta que estaría altamente correlacionada con la segmentación atendiendo a la edad; Sobre este tema podemos citar a Lansing y Mueller (1967), pp. 43-44 y 51-53.

mercado de ser un mecanismo que asigne eficientemente los recursos. En tal sentido, se ha contrastado que las diferencias en ventajas económicas entre regiones diferentes estimulan mecanismos que relacionan a los distintos mercados laborales mediante la movilidad de recursos humanos en el ámbito espacial. Estas personas, en un sentido formal, toman la decisión de permanecer o desplazarse mediante la resolución de un programa de optimización de una función objetivo que recoja los diferenciales netos de las ventajas económicas que ofrece la región en la que está respecto de las restantes. Ahora bien, ¿esto es sinónimo de que el mercado laboral en España sea un buen mecanismo de asignación de recursos? La respuesta sería afirmativa si tal movilidad garantizara, en el tiempo, la cancelación de las diferencias regionales en ganancias medias y en tasas de desempleo. Lo cual sería sintomático de que estariamos en el equilibrio a largo plazo, ya que de no existir diferenciales netos en las ventajas de tipo económico, la tasa de migración neta de cualquier región, explicada por este motivo, sería nula.

La cuestión planteada anteriormente sobre la eficiencia, como mecanismo asignador de recursos, del mercado laboral español no puede ser contestada a la luz de los resultados obtenidos, pues tal análisis se refiere a un período. Siendo imprescindible la ampliación de la cobertura del análisis hacia un enfoque que combine los datos de corte transversal con datos de series temporales. Pues el objetivo que se persigue es ver si se producen fuerzas endógenas en el sistema, que nos lleven a contrastar si existe, o no, un proceso de debilitamiento en las diferencias salariales y de desempleo, en el tiempo, entre las regiones[12].

BIBLIOGRAFIA

BUNTING, R.L. (1960); «Labor Mobility: sex, race and age», *The Review of Economics and Statistics*, May, 1960, pp.229-231.

BUNTING, R.L. (1961); «A test of the Theory of Geographic Mobility», *Industrial and Labor Relations Review*, February 1961, pp.432-445.

CHATELAIN, A. (1963); «Les migrations de la population», *Revue Economique, janv.* 1963, pp. 1-17.

COURGEAU, D. (1970); «Les Champs migratoires». París, INED, 1970.

GALLAWAY, GILBERT & SMITH (1967); «The Economics of Labor Mobility: An empirical analysis», Wstern Economic Journal, June 1967, pp.211-223.

GALLAWAY, L.E. (1968); «Geographics Flows of Hired Agricultural Labor: 1957-1960», *American Journal of Agriculture Economics*, May 1968, pp.199-212.

GALLAWAY, L.E. (1969); «Geographic Labor Mobility in the United State 1957 to 1960. Research Report n.º 28. Socil Security Administration, Washington: U.S.G.P.O., 1969.

GALLAWAY, L.E. (1969); «Age and Labor Mobility Patterns», *Southern Economic Journal, Octubre 1969,* pp.171-180.

GARCIA BARBANCHO, A. (1967); «Las Migraciones Interiores Españolas. Estudio cuantitativo desde 1900». *Madrid. Publ. del Instituto de Desarrollo Económico.* 1967.

GARCIA BARBANCHO, A. Y DELGADO CABEZA, M. (1988); «Los Movimientos Migratorios Interregionales en España desde 1960». Papeles de economía española.

GORDON, I. (1982); «The cyclical sensivity of regional migration, employment and unemployment diferentials».

GREENWOOD, M.J., (1969); «An Analysis of determinants of Geographic Labor Mobility in the United States». *Review of Economics and Statistics,* May 1969, pp.189-194.

(12) Esta hipótesis la pretendo contrastar en mi tesis doctoral. Una versión preliminar se encuentra en Vol. 1 de Comunicaciones del I Congresos Regional de Economía de Castilla y León, 24, 25 y 26 de Noviembre de 1988: José M. González Pérez (1988), «Las migraciones internas, salarios y desempleo: Contrastación empírica en la economía española e implicaciones para la política de empleo regional»; pp. 339-364.

LANSING, J.B. (1964); «The propensity to move. Labor Mobility Publication n.º 3, Area Redevelopment administration, U.S. Departament of Labor. Washinton, D.C.: U.S.G.P.O., 1964.

LANSING & MORGAN, (1967); «The effect of Geographic Mobility on Income», Journal of Human Resources, Fall 1967, pp.449-460.

LANSING & MUELLER, EVA (1967); «The Geographic Mobility of Labor. Ann Arbor, Michigan: Institute for social Research, University of Michigan, 1967.

LESTER, R. (1956); «On choice in Labor Markets: Comment», Industrial and Labor Relations Review, July 1956, pp.641-642.

MARTIN GODFREY (1979); «Economics variables in the migration: Some thougts on the Todaro hipothesis». Journal of Development Studies 10(1), 1973.

OLSSON, G. (1970); «Distance and human interaction a migration study, Geografiska annaler, vol. 47 Ser. B 1965. 1.

PARNES, H.S. (1954); «Research on Labor Mobility: An appraisal of research findings in the United States, Bulletin n.º 65, New York: Social Science Research Council, 1954.

PEDREÑO MUÑOZ, A. (1982); «Análisis crítico de algunos factores económicos en la teoría de las migraciones», Anales de la Universidad de Alicante, Facultad de Ciencias Económicas y Empresariales, n.º 1, 1982.

PISSARIDES, C.A. & MASTER, I. Mc. (1984); «Regional Migration, Wages and Unemployment: Empirical evidence and implication for policy». Center of Labour Economics, London School of Economics, disscusion paper n.º 204. Set. 1984.

RAIMON, R.L. (1962); «Interstate Migration and Wage Theory», *Review of Economics and Statistics, November*1962, pp. 428-432.

RAIMON, R.L. (1964); «Labor Mobility and Wage Inflexibility», *American Economic Review,* May 1964, pp. 133-155.

SCHULTZ, T.W. (1961); «Investment in Human Capital», A.E.R., March 1961, pp.1-17.

SJASTAD, L.A. (1962); «The Cost and Returns of Human Migration», Journal of Political Economy, October 1962, suplement, pp. 80-93.

STIGLER, G. (1962); «Information in the Labor Market», Journal of Political Economy, Octubre 1962, pp.64-105.

STIGLER, G. (1961); «The Economics of Information», Journal of Political Economy, June 1961, pp.213-225.

TAPINOS, G. (1974); «L'economie des migrations internationales». Fondation nationale des sciences politiques/Armand Colin». 1974.

TOHARIA, L. (1983); «El mercado de trabajo: Teorías y aplicaciones». *Compilación e introducción de Luis Toharia.* Alianza universidad textos. Alianza editorial.

VEDDER & GALLAWAY (1970); «Mobility of Native Americans», Journal of Economic History, 1970.

INFLUENCIA DE LA COMUNIDAD EUROPEA EN LA AGRICULTURA DE LA VEGA ALTA DE SEVILLA

Birgitta Tazelaar
Universidad de Utrecht
Manuela de Paz
Universidad de Sevilla

1.— INTRODUCCION

Este artículo se basa en un estudio realizado bajo los auspicios del Programa Erasmus en el período 1988-89 (1). Hemos creido conveniente recoger aquí los primeros resultados de dichas investigaciones por su especial interés para la agricultura, no sólo de la zona en estudio, sino también en otras áreas andaluzas o españolas para las que es posible establecer un cierto paralelismo.

El objetivo general que nos planteamos es el análisis de los cambios en la producción agrícola que han tenido lugar en los últimos años según los diversos grupos de agricultores y si dichos cambios están relacionados con la entrada en la Comunidad Europea. Este objetivo cuenta con una primera dificultad doble: el corto tiempo transcurrido desde la adhesión y la circunstancias de encontrarnos aún en el período transitorio de incorporación. Tres años es ciertamente poco tiempo para hacer una evaluación; no obstante, en una zona de gran potencial agrícola como la que vamos a estudiar, es de esperar una reacción rápida e incluso anticipada ante un acontecimiento con tantas posibles repercusiones para la región. Por esto, el estudio tiene el interés de mostrar la velocidad de reacción que tanto agricultores como asociaciones agrícolas intermedias están teniendo.

La Vega de Sevilla es especialmente interesante a estos propósitos. Se trata de una región de gran tradición en regadíos y de un alto potencial agrícola. Nuestro estudio se centra en la zona de regadío de la Vega Alta que con sus elevadas temperaturas, la gran cantidad de horas de sol, la calidad de la tierra, la abundancia de agua, la larga experiencia de sus agricultores y sus buenas condiciones de accesibilidad externa, tanto por carretera como por ferrocarril, la hacen una de las regiones mejor situada para la agricultura de toda Europa. Todo esto permite esperar que si en esta zona no se han producido cambios con suficiente rapidez en relación a la variación del contexto que supone nuestra adhesión a la Comunidad, tampoco se producirán en otras zonas menos dinámicas de Andalucía y del resto de España; por lo que este análisis puede ser un buen indicador de dicha reacción. Hemos escogido una pequeña superficie representativa de la comarca, el municipio de Tocina, situada en el corazón del área en estudio con dos particularidades que la hacen la más apropiada para el análisis empírico: es uno de los dos únicos municipios (junto con Brenes) donde el regadío ocupa toda la superficie cultivable y está lo suficientemente lejos de la capital (a diferencia de Brenes) como para minimizar la influencia urbana. Además, como veremos más adelante, también se ha tenido en cuenta su atractivo fondo socioeconómico que facilita su transformación y adaptación agrícola.

Aquí nos preocupa en especial *los agricultores* y sus *decisiones*. Lógicamente, no consideramos que éstos sean un grupo homogéneo en una región con tanta variedad de cultivos y tamaños de explotación (ver censo de 1982). Por esto, hemos escogido una serie de variables (tamaño de las explotaciones, posesión de maquinaria, nivel de organización empresarial...,) para reunirlos en diferentes grupos o «farming systems» más homogéneos que suponemos reaccionarán de forma diferente ante los cambios de contexto que se están produciendo.

Por último, nos planteamos el hecho de que la distancia entre un agricultor en la Vega y Bruse-

(1) En el marco de un convenio entre la Universidad de Utrecht y la Univesidad de Sevilla. Hay que agradecer especialmente aquí el trabajo de Marjolein Zanen.

las es demasiado grande para esperar que se produzca alguna relación de influencia directa. La decisión de los agricultores de producir ciertos cultivos depende de varios factores, uno de los más importantes es la información y las espectativas provenientes de las instituciones agrarias, que funcionan normalmente como un efectivo enlace entre el agricultor y la Comunidad. Por supuesto existen otros factores que juegan un papel importante en la decisión sobre qué producir como, por ejemplo, las posibilidades tecnológicas, la accesibilidad social al cambio y las características personales; pero para nuestros objetivos son estas asociaciones que conectan agricultor y Comunidades lo que más nos interesa.

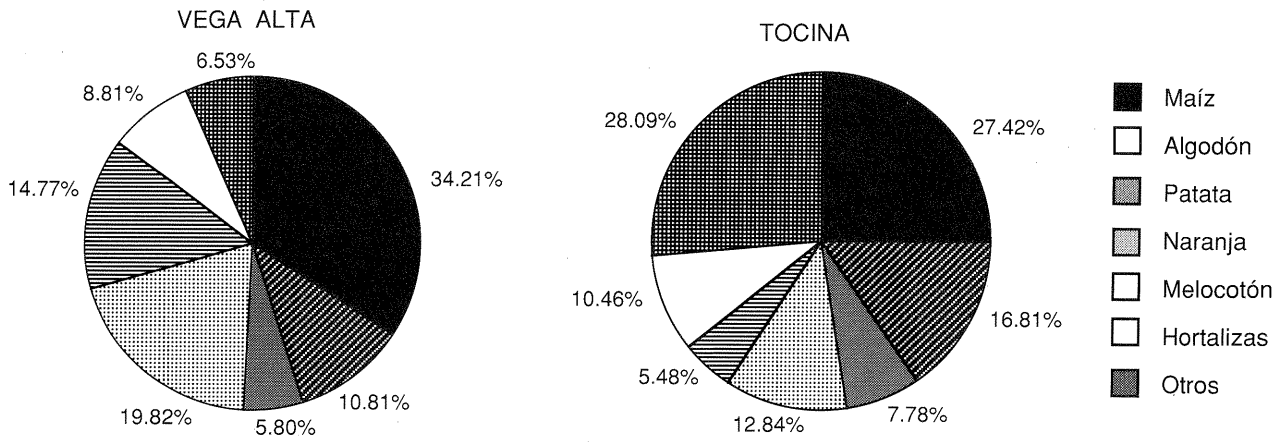
Así, el problema en estudio en esta investigación se puede concretar en *dos preguntas*: cuál es el proceso de cambio en la estructura productiva de la zona en contraposición al fondo socioeconómico y agroinstitucional y si tiene ese proceso de cambio relación con la adhesión de España a la Comunidad. Esto, además, según el camino seguido aquí, obliga a penetrar en la heterogeneidad de los agricultores y sus enlaces con las instituciones agrarias actuales, que nos lleva a otras preguntas intermedias importantes para la investigación como: ¿qué sistemas agrarios existen en la zona?, ¿qué cambios han tenido lugar en sus estructuras productivas durante los últimos diez años?, ¿tiene esos procesos de cambio relación con las conexiones entre agricultores e instituciones agrarias?..

La información necesaria para nuestro análisis, se ha obtenido en dos etapas: una primera de recopilación de datos de fuentes secundarias, que ha sido usada fundamentalmente para la descripción general del área de referencia y del contexto Europeo, y una segunda, que ha consistido en la realización de una encuesta directa a los agricultores y entrevistas a las instituciones agrícolas intermedias de mayor interés. La encuesta se ha realizado a una muestra de 50 agricultores de Tocina escogidos aleatoriamente de un total estimado de entre 110 y 120. La distribución por grupos y otras características de los encuestados se expondrán más adelante. Esta encuesta nos permite salvar el obstáculo más importante a la hora de hacer una investigación agrícola como la nuestra: la escasez de datos en algunos aspectos y la falta de fiabilidad y accesibilidad de los demás.

2.— EVOLUCION DE LA PRODUCCION AGRICOLA EN LA VEGA ALTA Y TOCINA EN EL CONTEXTO DE LA CE

La primera cuestión de nuestro estudio es quizás la más conocida y analizada por lo que pasaremos por ella con rapidez, nos remitimos para un análisis más profundo a la bibliografía existente. Así, si observamos en primer lugar la figura 1, podremos distinguir (aunque los datos no son muy fiables, son suficientes a este nivel de agregación) la estructura productiva actual tanto para toda la Vega Alta como para Tocina. En ella se observa la gran semejanza estructural de ambas zonas,

Figura 1.: *Estructura productiva de la Vega Alta de Sevilla y Tocina en 1988.*



FUENTE: Cámara Agraria, 1988.

que nos garantiza una representatividad adecuada. La paradoja del gran potencial de la zona para la producción de productos hortofrutícolas (a pesar de algunos riesgos de heladas en invierno), y el alto uso para cultivos tradicionales de bajo rendimiento es uno de los aspectos que se observan y que requerirá más nuestra atención.

En una visión global de la estructura agrícola de Tocina, los datos de la encuesta (cuadro 1) muestran diferencias claras con los datos proveniente de la Cámara Agrícola; aunque se mantiene las características más relevantes. Así, dos tercios de la tierra es ocupada por cultivos tradicionales: maíz y algodón, aunque las tendencias de ambas es muy diferente en los últimos años: el maíz desciende en importancia mientras crece el algodón, como vimos de forma general en el punto anterior. Los cultivos de frutas —por su parte— ocupan casi el tercio restante especialmente naranja y melocotón, también aquí el cultivo de naranjas está estacionado mientras crece espectacularmente el de melocotón. Se observa, además, ausencia casi absoluta de hortalizas. De hecho, de los cincuenta agricultores encuestados sólo uno produce judías verdes como cultivo de verano. No obstante, algunos planean cultivar hortalizas, especialmente espárragos, en la próxima temporada. Por último, destacar el papel de las patatas que, aunque se cultiva en pequeñas cantidades, lo hacen gran número de agricultores (20%) y la desaparición total de la remolacha muy relacionada con su escaso futuro una vez cerrada la fábrica de azúcar y desaparecidos los precios administrativos e ingresado en la CE donde los precios son más bajos, con mayor productividad y un claro superávit de producción. La actividad ganadera, de cierta importancia en otra época en Tocina, hoy día casi ha desaparecido.

Cuadro 1: Estructura productiva de Tocina

	1988		1983		1978	
Cultivos	**% ha.**	**% empr.**	**% ha.**	**% empr.**	**% ha.**	**% empr.**
Maíz	35,0	62	49,0	57	44,2	38
Algodón	30,6	30	14,0	29	18,5	44
Patata	1,8	20	1,3	16	1,2	13
Naranja	12,8	26	15,9	29	17,1	29
Melocotón	17,5	22	13,7	8	7,2	4
Remolacha	—	—	1,5	4	8,0	13
Forrajes	0,3	8	0,5	14	0,6	20
Otros (1)	2,1	6	4,0	8	3,1	7
Act. Ganadera	—	22	—	24	—	36

(1) Fundamentalmente girasol y trigo fuera del municipio.
FUENTE: Encuesta, 1989.

En cuanto a las instituciones agrícolas, en la figura 2 se recoge esquemáticamente su realidad en la zona. Como puede verse, en resumen, un gran número de instituciones están presente en Tocina, especialmente destacan las organizaciones comerciales que juegan un buen papel en las decisiones de ventas de los agricultores; así como las industriales que aportan un considerable valor añadido a la zona, con un futuro envidiable.

Figura 2: *Asociaciones en Tocina*

Tipo	**Asociaciones**	**Actividades principales**	**Lugares de venta**	**Otras observaciones de interés**
Servicios Públicos	Extensión Agraria (1970)	Asesoramiento, información, ayuda y promoción de nuevos cultivo y asociaciones y cooperativas.		Realiza su función a través de visita o por correo
	Cámara Agraria Local (1977)	Fundamentalmente acciones administrativas, colabora con otras instit. oficiales		

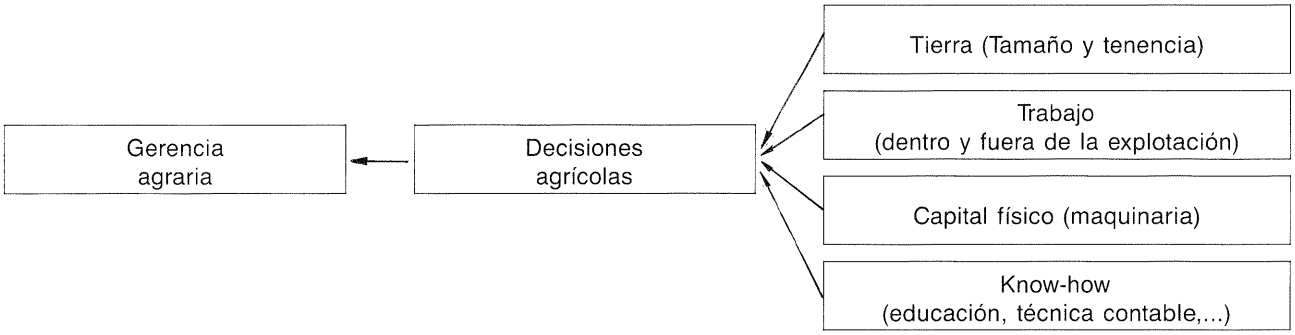
Figura 2: *Asociaciones en Tocina* (Continuación)

Tipo	Asociaciones	Actividades principales	Lugares de venta	Otras observaciones de interés
Asociaciones de Agicultores	ASAGA (1977)	Participación en negociaciones de precios, defensa de los intereses de los asociados, formación, información, asesoría...		Asociada a la COPA
	Jóvenes Agricultores (1977)			Asociada a la CEJA
Instituciones Financieras	Caja Rural P. de Sevilla Caja P. de Ah. San Fernando	Actividades crediticias preferenciales o no		Canalizan subvenciones al tipo de interés tanto de organizaciones públicas como privadas.
Organizaciones Suministradoras	San Luis (1977).	Oferta de insumo de maíz.		
	Eurosemillas (1977).	Oferta de insumo de algodón		
Organizaciones Comerciales	Cofrutex (1961)	Comercialización de naranja, melocotón, pomelo y maíz, oferta de insumo de maíz	España (60%) Francia, Benelux, Alemania y Gran Bretaña (40%)	Avances tecnológicos y cartas informativas
	San Luis (1977)	Comercialización y oferta de insumo de maíz	Multinaciones en España	Precios pagados a los agricultores por las multinacionales
SAT	Supra (1985)	Comercialización de naranja, melocotón y nectarina, cultivo de árboles frutales.	España (10%), Francia (90%)	Especializado en productos de primera calidad.
	El Junquillo (1984)	Comercialización naranja, melocotón, pomelo y nectarina. Cultivo de árboles frutales	Francia (70%). Suiza, Gran Bretaña e Italia (30%)	Idem anterior
	El Recreo (1988)	Comercialización naranja, y próximamente melocotón, espárrago y otras hortalizas		
Agro-industrias	Eurosemillas (1977)	Almacenaje, comercialización, moteado, producción de semillas y oferta insumos	España	Recibe el algodón de toda la Vega
	Meneu Export (1976)	Comercialización de espárrago, melocotón, nectarina y otras hortalizas	Alemania	Multinacional alemana
	Sevillanas (1987)	Enlatado de hortalizas	España, Alemania, Francia	Comercialización relacionada con Meneu Export, capital mayoritario de gruvo navarro «Napal»
	Los Rosales (1967)	Producción patatas fritas	Sevilla, Huelva	La patata proviene de fuera del municipio fundamentalmente de Brenes

3.— CARACTERISTICAS PRODUCTIVAS DE LOS DISTINTOS GRUPOS DE AGRICULTORES

Es el momento de comenzar a desagregar el conjunto de agricultores en grupos homogéneos y observar las distintas reacciones ante el cambio de contexto a través de las diversas decisiones adoptadas y su interconexión con las instituciones intermedias antes descritas. Las variables que nos servirán para agruparlos, por tanto, será aquellas que más relación tienen con las decisiones (ver figura 3).

Figura 3: *Variables más influyentes en la decisión de los agricultores*



Se ha calculado la correlación de las variables utilizadas a través de la función Tau (Kendall's Tau B exactamente), por su conveniencia para muestras pequeñas. En ella se puede apreciar la alta correlación existente. Las variables con mayor correlación son las que se han usado para comparar los diversos grupos de agricultores. Ha sido el tamaño de la tierra la escogida como punto clave porque muestra claramente la más fuerte correlación. La composición de los grupos se ha chequeado, no obstante, a través de otras informaciones complementarias sobre los agricultores, aunque esto ha ocasionado cambios en pocos casos. Al final, se ha constituido cuatro grupos: ganaderos, pequeños, medianos y grandes agricultores. En la figura 4 se muestra en forma resumida las características más relevantes de cada grupo.

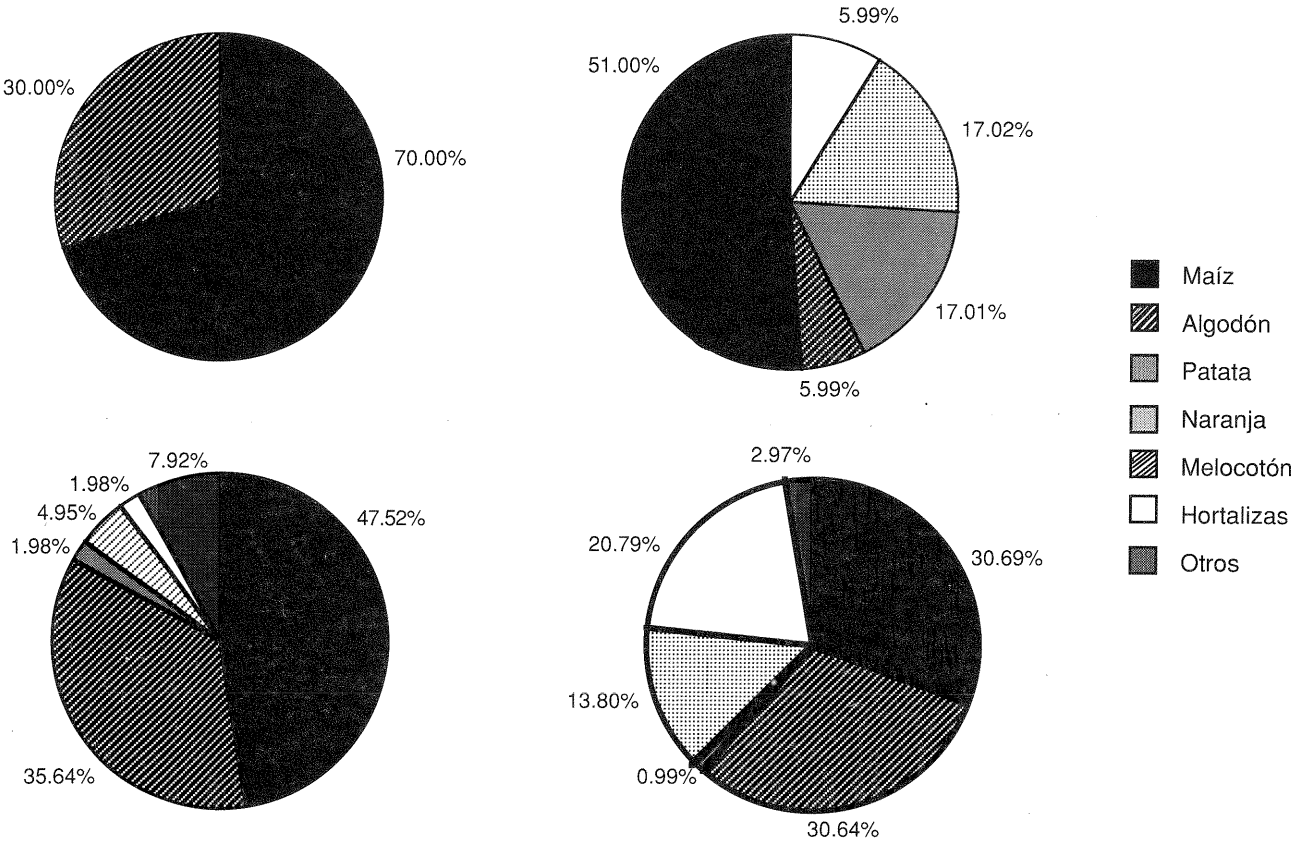
Figura 4: *Resumen de las características de los grupos de agricultores*

Grupo	Número de agricultores (en la encuesta)		Características principales
1	1988	12	Pequeños ganaderos (6-15 vacas), explotaciones intensivas en trabajo, la tierra es normal-
	1983	10	mente arrendada. La mayoría tienen una segunda fuente de ingresos. Nivel de educación
	1978	7	y contabilidad bajo.
2	1988	19	Agricultores a muy pequeña escala: entre 0,3 y 5 has. Casi la mitad tiene su principal acti-
	1983	16	vidad económica fuera de su explotación. Nivel educativo y de contabilidad bajo.
	1978	15	
3	1988	12	Agricultores de escala media: entre 6 y 18 has. con una media de 11,2 has., 4 has. de ellas
	1983	11	arrendadas. Todos poseen un tractor y un remolque, sólo un 25% tienen alguna actividad
	1978	7	económica fuera de la explotación. Nivel de educación y de contabilidad permanece bajo.
4	1988	12	Agricultores con grandes (más de 18 ha.) y/o moderadas explotaciones. La mayoría (2/3)
	1983	12	poseen dos tractores o más. El nivel educativo es relativamente alto y el de gestión empre-
	1978	12	sarial remarcablemente alto (con alto nivel de computarización en la mayoría de los ca-
			sos). El 42% de ellos dirigen sus tierras con más casas familiares.

3.1.— Estructura productiva de cada grupo de agricultores en 1988

En el cuadro 2 recogemos el porcentaje tanto de agricultores como de tierra en cada grupo, que nos muestra una visión clásica de la distribución de tierras en Andalucía que no necesita mayor comentario. El aspecto clave aquí es cómo usan esa tierra cada uno de los grupos. Nos interesa especialmente dos puntos: primero, los tipos de cultivo en cada grupo con su importancia relativa; y, en segundo lugar, la combinación de cultivos más frecuentes. La pregunta aquí es si existe tipos diferentes de estructuras productivas entre los distintos grupos de agricultores. Así, en la figura 5 se recoge la importancia relativa de los principales productos en cada grupo. A simple vista se observa las diferencias que podemos resumirlas en cinco: primero, todos los grupos dedican una parte importante de su tierra al tradicional cultivo del maíz; los agricultores medianos y grandes pare

Figura 5: *Estructura productiva de los cuatro grupos de agricultores.*



cen reservar una parte de su tierra para riesgos bajos. Un segundo aspecto es la gran parte que ocupa el algodón en los grupos tercero y cuarto (36% y 31% respectivamente). Un tercer elemento claro es que la mayor parte de los grandes agricultores tiene frutales (naranja y melocotón), especialmente melocotón, que necesitan grandes inversiones y altos riesgos. Los medianos agricultores, por el contrario, dedican una parte muy pequeña de sus tierras (7%) a los frutales; parece que ellos prefieren tomar menos riesgos y producir cultivos más seguros y tradicionales. Esto se puede explicar en parte por la circunstancia de que una gran porción de la tierra de que disponen es arrendada y, por tanto, cultivos permanentes que necesitan una gran inversión (como naranja y melocotón) están excluidos. En las tierras propias parecen tomar pequeños riesgos, ya que para muchos de ellos es ésta la única fuente de ingresos. Por último, en quinto lugar, los pequeños agricultores dedican sorprendentemente una gran parte de sus tierras a los frutales; incluso el melocotón ocupa una parte relativamente grande de su tierra. Es notable el hecho de que este grupo sí asuma el riesgo de plantar frutales mientras no lo hace el tercer grupo. Por último, parece que es la patata el cultivo principal de los pequeños agricultores en relación a los otros grupos aunque el porcentaje no sea muy elevado.

Cuadro 2.—Tierra disponible por cada grupo

Grupo	% de agricultores	% de has.
1	14	1
2	38	4
3	24	14
4	24	81

FUENTE: Encuesta, 1989.

Cuadro 3: *Combinaciones de cultivos en los distintos grupos de agricultores (en %)*

Combinación / Grupo	1	2	3	4
Un cultivo tradicional (1)	100	47	33	8
Combinación de cultivos tradicionales (2)	—	16	50	17
Naranja o melocotón	—	21	—	8
Naranja y/o melocotón con uno o más cultivos tradic.	—	16	17	67

(1) Maíz, algodón, patata o forraje
(2) Maíz y algodón o maíz y patatas
FUENTE: Encuesta, 1989.

En cuanto a la combinación de cultivos de cada grupo (cuadro 3), también se observa claras diferencias entre ellos. Lógicamente el grupo cuarto es el más diversificado; dos tercios de los agricultores de este grupo producen una combinación de frutales con uno o más cultivos tradicionales. La mitad de ellos incluso cultivan una combinación de naranja, melocotón, maíz y algodón. Los medianos, sin embargo, se encuentran en el extremo opuesto; su combinación más importante es maíz con algodón (50%) y un tercio más cultiva sólo un producto tradicional. Los pequeños están más diversificados, aunque un 63% cultiva una o más productos tradicionales, más de un tercio cultivan uno de los frutales considerados con o sin otro cultivo tradicional. Así, los tipos son claros: los grandes obviamente tiene suficiente tierra, capital, trabajadores y organización para tomar riesgos (plantando árboles frutales) y al mismo tiempo diluirlo (diversificando sus cultivos); los medianos son los más unilaterales y los pequeños agricultores tienen un nivel de diversificación bastante favorable. Si en vez de estudiar las hectarias consideramos la producción total, todo lo anterior se confirma incluso en mayor grado. En resumen, parece clara la gran especialización de los grandes agricultores en frutales particularmente melocotón (el 98% de la producción se realiza por este grupo); la especialización muy notoria de los medianos agricultores en producciones tradicionales (maíz, algodón y patata) y la muy propicia diversificación de los pequeños agricultores, especializados en maíz y patatas, pero también en naranja (8% del total de la producción) y melocotón, en incremento como veremos a continuación; aunque su importancia relativa en el conjunto tanto de tierra como de producción es mínima, sólo destaca en la producción total de patatas (24%). Lo importante ahora es ver cómo han evolucionado cada uno de estos grupos en la última década y comprobar la flexibilidad de cada uno de ellos para adaptarse a los cambios de contexto. Nos centraremos en los grupos segundo, tercero y cuarto por razones obvias.

3.2.— Evolución productiva de cada grupo de agricultores en la década 1978-1988

La estructura productiva de cada grupo está siempre sujeta a cambios. Es importante estudiar esta evolución porque nos permitirá decir algo no sólo de su comportamiento futuro, sino también sobre la influencia que la Comunidad está ejerciendo en cada uno de los grupos considerados y si todos reaccionan de la misma forma ante los cambios de contexto. Así, en los cuadros 4 a 6 se recoge la evolución de los cultivos principales en cada grupo de agricultores. En resumen, podemos destacar la importancia relativa aún de los cultivos tradicionales en los tres grupos analizados, aunque resalta de forma sorprendente el grupo de medianos agricultores que dedica un 86% de sus tierras al cultivo de maíz, algodón y patata. Además, hay que destacar el distinto comportamiento en los últimos años (desde 1985) del grupo de pequeños agricultores y de los grupos medianos y grandes en relación al relevo de maíz por algodón que se produce en estos últimos, mientras que en el primero el trasvase es exactamente el inverso. Ello muy relacionado al alto coste de la mano de obra y a la mecanización producida, no posible en las pequeñas explotaciones. También hay que decir aquí que este relevo comienza antes en los medianos agricultores (1985) que

en los grandes (1987). En cuanto a la patata, es un cultivo que sólo tiene importancia en los pequeños agricultores y se mantiene bastante estable a lo largo de la década en todos los grupos. Otro cambio compartido por todos es la desaparición del cultivo de la remolacha azucarera y la estabilidad en el cultivo de la naranja, aunque en el grupo de los medianos desciende fuertemente en los últimos años y algo también en los grandes. Por último, en cuanto al melocotón, signo de dinamismo y adaptación a las nuevas posibilidades del entorno, son los grandes agricultores los que primero reaccionan (ya en 1981) con fuertes incrementos de producción, les siguen (a partir de 1984) los pequeños y medianos, aunque estos últimos aún muy tímidamente (sólo representa en 1988 un 2% de las tierras mientras en los pequeños representaba ya un 9%; en los grandes un 21%).

Cuadro 4.—Evolución de la estructura productiva de los pequeños agricultores. 1978-1988 (%).

Producto	1988	1983	1978
Maíz	51	25	14
Algodón	6	12	26
Patata	17	20	14
Naranja	17	15	14
Melocotón	9	—	—
Otros	—	28	32

FUENTE: Encuesta, 1989.

Cuadro 5.—Evolución de la estructura productiva de los agricultores medianos. 1978-1988 (%).

Producto	1988	1983	1978
Maíz	48	55	30
Algodón	36	23	50
Patata	2	2	2
Naranja	5	18	18
Melocotón	2	—	—
Otros	7	2	—

FUENTE: Encuesta, 1989.

Cuadro 6.—Evolución de la estructura productiva de los agricultores a gran escala 1978-1988 (%).

Producto	1988	1983	1978
Maíz	31	49	48
Algodón	31	12	14
Patata	1	1	1
Naranja	14	16	17
Melocotón	21	16	9
Otros	2	6	11

FUENTE: Encuesta, 1989.

4.— RELACION DE LOS DIVERSOS GRUPOS DE AGRICULTORES CON LAS INSTITUCIONES PRESENTES EN LA ZONA

Por último, para completar nuestro análisis pasamos a continuación a analizar si existe relación entre las instituciones agrarias de la zona y los distintos grupos de agricultores y si esta relación son más intensas en unos grupos que en otros. Una vez visto esto, la pregunta será si esta relación va más allá de lo puramente comercial; es decir, si realmente, según la información obteni-

da a través de la encuesta y las entrevistas realizadas, pueden ser consideradas como un efectivo enlace con la Comunidad, cuál es el valor extra de la relación con el resto del mundo a través de las instituciones; en otras palabras qué lejos están esas instituciones en relación al resto del mundo, en este caso la CE, qué relaciones tiene con ella, cuáles con las perspectivas de evolución y cómo se transfieren. Por último, diremos algo sobre las perspectivas de cada grupo de agricultores en relación a su participación en las instituciones.

4.1.—Relación entre los farming systems y las instituciones locales

A qué instituciones nos estamos refiriendo y cuáles son sus características parece haber quedado claro en el punto 1. No obstante, existen todo un grupo de ellas con las cuales ninguno de los agricultores encuestados tiene relación; nos referimos concretamente a: Meneu Export, Sevillanas, Los Rosales (patatas), Supra, El Junquillo y El Recreo. Esto no es extraño si tenemos en cuenta el pequeño alcance de relación de estas empresas con los agricultores, que además son normalmente extrictamente comerciales. Las relaciones con las demás instituciones se recogen en el cuadro 7.

Cuadro 7.—Relaciones entre los grupos de agricultores y las diversas instituciones agrarias presentes en la zona (%).

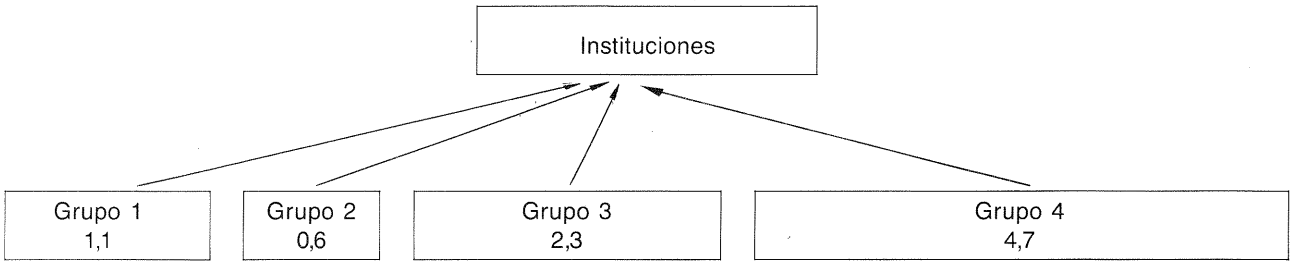
Grups. de Agric. / Inst. Agrarias	1	2	3	4	Total
1. Extensión Agraria	43	16	42	94	44
Por carta	100	100	60	18	50
Por contacto personal (1)	—	—	40	82	50
2. Miembros de cooperativas	14	11	33	83	34
3. Asociaciones agrarias	—	5	42	67	28
ASAGA	—	—	25	67	22
Jóvenes Agricultores	—	5	25	—	8
4. Con dinero prestado de banco	29	16	75	58	42
A largo plazo	14	—	17	33	14
A corto plazo	14	16	58	25	28
5. Venta a cooperativas (2)	50	13	33	78	45

(1) En la oficina de Extensión Agraria o en la explotación.
(2) De maíz, algodón y naranja exclusivamente.
FUENTE: Encuesta, 1989.

Parece evidente que los grandes agricultores tienen una relación más fuerte con el mundo exterior que los medianos, que a su vez tienen mayor relación con las instituciones que los pequeños agricultores. La cuantificación de la intensidad de esta relación la podemos representar a través de un índice que agrupa todos las diversas relaciones analizadas más arriba. El resultado puede observarse en la figura 6. Podemos ver claramente como los grandes agricultores tienen un índice que dobla al de los medianos y estos cuadruplican la intensidad de relación de los pequeños. El índice de los ganaderos es alto a causa de los pocos agricultores en este grupo.

Concluyendo, vemos claras diferencias entre los distintos grupos en cuanto a su relación con las instituciones. Los grandes agricultores están fuertemente representados en todas, los medianos sólo tienen alta intensidad de relación con las instituciones financieras, en todos los otros casos la relación de este grupo alcanza alrededor del 35%; los pequeños agricultores son los menos representados, su relación con el resto del mundo es insignificante. Por último, los ganaderos es un grupo difícil de comentar a causa de sus diferentes actividades económicas. También este grupo supuestamente recibe servicios de extensión, puede recibir préstamos de bancos y puede ser miembro de asociaciones agrarias. Podemos ver que hay una relación cierta de hecho, de este grupo con el resto del mundo a través de las instituciones, pero la experiencia ha sido que este grupo desvió toda la información que recibió.

Figura 6: *Indice de intensidad de relación entre los grupos de agricultores y las instituciones agrarias presentes en la zona.*



4.2.— Relación de las diferentes instituciones e industrias agrarias con la CE

Una vez analizados los enlaces de los diferentes grupos agrícolas con las instituciones es necesario, para completar el modelo expuesto en la introducción, estudiar la relación entre estas instituciones y la Comunidad. La pregunta aquí hace referencia al alcance de su información sobre las políticas y medidas comunitarias y cómo usan esa información; es decir, si efectivamente transmiten esta información a los agricultores y si estas políticas comunitarias les afecta en sus funciones. En las figuras 7 a 9 se resumen las relaciones de las instituciones y la CE.

Figura 7.: *Fuentes y usos de la información de la CE por las distintas instituciones*

Instituciones	Fuente de Información	Usos	Transferencia de información
Extensión Agraria	Junta de Andalucía	Promoción de cultivos y hortalizas	si
Cámara Agraria	Cámara Agraria en Madrid	Posters y boletines	pasiva
Asociaciones Agrarias	COPA/CEJA	Sindical	si
Oferentes de Insumos	No se conoce	Promoción	no se conoce
Organizaciones Financieras	Oficina Central	Boletines	si

Figura 8: *Fuentes y usos de la información comunitaria por las cooperativas y SAT*

Nombre	Fuentes de inform.	Usos	Transf. de inform.	Perspectivas Futuras
Cofrutex	OPA	Aplicada para ayuda para destruir 250 mil kg. de naranjas	si	Problemas con la producción de naranja, posibilidad de expandir cultivo espárrago
San Luis	ASAGA	Ninguno	si	Espera competir con mayor calidad
Supra	propia oficina infor. y ASAGA	Cuidado extra en calidad y embasado	si	Beneficios por la caida aranceles
El Junquillo	propia oficina información	Cuidado extra en calidad y embasado	si	Beneficios por la caída de aranceles
El Recreo	propia oficina información	Comercializar productos con buenas perspectivas	si	Espera crecer y diversificarse

Figura 9: *Usos de información de la CE y futuras perspectivas para la industria*

Nombre	Inform.	Uso	Perspectivas Futuras
Euro-Sevilla	si	Cuidado extra en calidad	Precios de algodón será más bajo. Espera competir con mejor calidad
Meneu-Export	si	Comercializar nuevos productos con buenas perspectivas	Tendrá ventajas de los cambios en la situación de los mercados
Sevillanas	si	Enlatar productos con buenas perspectivas	50% de crecimiento en tres años

FUENTE: Encuesta, 1989.

Parece claro lo que está ocurriendo con las instituciones agrícolas en relación a la Comuidad. El servicio de extensión promueve nuevos cultivos y cooperativas y las asociaciones de agricultores se fusionan. No obstante, los cambios más destacables son la creación de una nueva industria de transformación de espárrago (Sevillana) y una nueva SAT (El Recreo) para la comercialización de productos promocionados, ambos con ayudas del FEOGA. Además, El Junquillo y Supra prestan atención extra a la calidad y el empaquetado de sus productos y están preparados para la integración completa. También Meneu Export juega un importante y progresivo papel en las reacciones ante nuevas posibilidades ofrecidas por la Comunidad. Esto puede ser considerado como signos hacia la «California de Europa». La desventaja, no obstante, de estas instituciones es su rango limitado; sólo pocos agricultores están implicados en ellas como miembros o a través de contratos.

Es resaltable aquí la cuestión sobre si todos los grupos de agricultores se beneficiarán por igual de esto. Los pequeños y medianos agricultores claramente parece que son los más tradicionales tanto en relación con los cultivos como a su visión y perspectiva. Su relación con las instituciones es débil y lo mismo su conocimiento general sobre las nuevas posibilidades ofrecidas por la CE. Más de la mitad de ambos están inseguros en cuanto a qué hacer cuando los problemas se agraven y dudan si tendrán sucesor que continúe la explotación. La sentencia «lo último que tiene que elegir mi hijo es el campo» es común entre los agricultores de esos dos grupos. Los grandes agricultores por el contrario son más optimistas en la obtención de beneficios de las nuevas instituciones existentes. Muchos de ellos (75%) son los más al día en la atención a nuevas posibilidades y apremios de la CE; también muchos de ellos (75%) están seguros sobre su sucesor. Por tanto, la conclusión es clara este grupo de agricultores es el que más se está beneficiando de las instituciones y sus informaciones; y es probable que reaccionen rápidamente y con fuerza a las nuevas posibilidades de los mercados.

5.— CONCLUSION

Sólo nos queda recopilar las conclusiones derivadas de este trabajo. Así, en este artículo nos hemos planteado el proceso de cambio en la estructura productiva de la Vega Alta de Sevilla en relación al trasfondo socio-económico y agroindustrial y si ese proceso de cambio está relacionado con la adhesión española a la CE. Para ello nos hemos planteado dos preguntas. En primer lugar qué grupos de agricultores (farming systems) existen en Tocina (como lugar representativo de la zona) y qué procesos de cambio ha tenido lugar en su producción en los últimos diez años; en segundo lugar, si ese proceso de cambio está relacionado con los enlaces entre agricultores e instituciones agrarias.

En cuanto a la primera pregunta hemos podido observar cómo —como preveíamos al principio— los *procesos de cambio* de cada farming systems han sido diferentes. Los *grandes* agricultores parece ser los más diversificados en cuanto a la estructura productiva y los que han experimentado un mayor incremento en productos nuevos con grades posibilidades, fundamentalmente en melocotón. Son también los más relacionados con las instituciones intermedias presentes en la zona y, por tanto, los que más se benefician de la información proveniente de la CE en cuanto a las posi-

bilidades de nuevos cultivos, asociaciones, ayudas,... Es decir, son los más dinámicos en cuanto a la adaptación a las nuevas circunstancias.

Los medianos, por el contrario, sorprendentemente son los que presentan una estructura productiva más tradicionales y con menos cambios en el período analizado. Es quizás el grupo más destacable aquí porque sus posibilidades son muy otras. Las explicaciones de este grupo tiene condiciones muy adecuadas para una mayor diversificación con hortalizas fundamentalmente. Es verdad que se trata de un colectivo en el que la mitad tiene tierra alquilada y, por tanto, no susceptible en principio de grandes inversiones. No obstante, esto no justifica la no dedicación de su tierra a hortalizas que no necesitan una inversión grande. La razón fundamental, sin embargo, dada además su escasa participación en las instituciones agrarias de la zona, parece estar relacionada con el desinterés y el escaso dinamismo de los agricultores de este grupo muy poco propensos a asumir riesgos aunque esto signifique menos beneficios. No obstante, parece que los mismos cambios del contexto le harán cambiar de actitud si quieren sobrevivir, dado que las perspectivas tanto para el maíz como para el algodón no son muy halagüeñas en los próximos años.

Los pequeños agricultores están más diversificados. Su evolución en la estructura productiva ha sido continuación a la iniciada por los grande agricultores. Así, este grupo ha comenzado a incrementar con fuerza la producción de melocotón en los últimos años. A pesar de su poca relación con las instituciones locales y sus condiciones no tan favorables como el grupo anterior, parece más dinámico y más dispuesto a asumir riesgos.

En cuanto a la segunda pregunta, partimos de asumir que la información comunitaria puede ser transferida fundamentalmente a través de las organizaciones agrarias y éstas pueden estimular a la innovación en este camino. Parece existir una clara relación entre la evolución productiva de los grandes agricultores y su grado de participación en las organizaciones. La alta participación de este grupo en las instituciones agrarias hace obvio su mayor accesibilidad a la información de la CE. Esto podría explicar porqué son innovadores en nuevos productos como melocotón o espárragos. Los efectos de dispersión de estas innovaciones, sin embargo, resulta muy escasas. A pesar de la presencia de muchas organizaciones comerciales, la información comunitaria no parece ser transferida a los medianos y pequeños agricultores. Su ratio de actividad en esas organizaciones es muy baja.

Así, si observamos la estructura productiva y su desarrollo podemos extraer algunas conclusiones. Toda la Vega Alta de Sevilla y en concreto Tocina es un área de enorme potencial para la obtención de diferentes cultivos espcialmente frutas y hortalizas; sin embargo, gran parte de la tierra está aún dedicada al *maíz*; de hecho, para todos los grupos de agricultores el maíz es el cultivo más importante. Las interesantes perspectivas comunitarias de otros productos como frutas (especialmente melocotón) y hortalizas (por ejemplo, espárragos) no han rebajado aún su producción.

Otro cultivo tradicional que además ha sido el más producido en los últimos dos años es el *algodón*. La subida del algodón está claramente influido por los mejores precios debido a la política comunitaria y muy relacionado con el incremento de mecanización especialmente en los medianos y grandes agricultores. No obstante, las perspectivas futuras para este cultivo son muy inseguras, porque dependen de las negociaciones a nivel comunitario, dado que la competitividad en el mercado mundial es muy baja a pesar de los esfuerzos en mecanización que se están produciendo en la zona.

No obstante, es destacable en general el incremento de melocotón y espárragos particularmente, en la zona en la que se observa un esfuerzo generalizado de respuesta a las nuevas circunstancias, aunque con las limitaciones antes señaladas. Extensión Agraria, por su parte, podría jugar un papel mayor en la promoción, especialmente en el colectivo de los medianos agricultores; mientras que la Cámara Agraria, quizás podría tener un rol mucho más estimulante en la oferta de información sobre mercados, cultivos, precios, ayudas...

Un gran número de aspectos quedan sin analizar en profundidad y deberán ser objeto de futuras investigaciones. La naturaleza de las relaciones entre agricultores y CE, por ejemplo, es excesivamente compleja así como el papel intermedio de las instituciones; por lo tanto requerirá otras investigaciones que completan esta visión desde otros puntos de vista. Además, sería necesario realizar análisis parecidos al aquí presentado en otras zonas para poder generalizar sus resultados.

SECTORES ECONOMICOS CON FUTURO EN ANDALUCIA

Arturo E. Gutiérrez Fernández
Universidad de Sevilla

INTRODUCCION

La economía regional está en auge, esto no es algo nuevo, quizás desde la perspectiva española sí podemos afirmar que, tras la incorporación la CEE, han cobrado vitalidad desde una doble perspectiva que no deja de presentar influencias mutuas.

a) La vertiente del gasto público a nivel nacional y regional.

b) La vertiente del desarrollo regional propiamente dicho.

Nos vamos a centrar en el análisis de los sectores industriales con futuro en Andalucía, asumiendo desde el primer momento que cada región debe fortalecer o crear una estructura industrial competitiva en aquellos sectores en los que dispone o puede disponer de ventajas competitivas, por lo que asumimos desde el primer momento la necesidad de impulsar un desarrollo desequilibrado a nivel sectorial.

El futuro de las empresas y sectores productivos regionales y nacionales dependen de su competitividad, que en definitiva es tanto como decir de su capacidad para mantener o crear ventajas comparativas o competitivas sobre los competidores.

Cuando nos referimos al término de competitividad, lo hacemos tanto a nivel interno (1) como externo (2). La extrategia empresarial es la que define la importancia en función del mercado de referencia.

Es un hecho constatado, que unos países y regiones son más competitivos que otros. Lo cierto es, que el comercio mundial no muestra síntomas de crecimiento espectaculares, siendo los países y/o regiones más competitivos aquellos que son capaces de incrementar su cuota en el mercado internacional a costa de otros, España y Andalucía tienen dos frentes de actuación a nivel internacional:

1) El primero y más importante, mejorar su competitividad dentro de la CEE, con efectos positivos en la desviación de comercio.

2) El segundo que influye y es influido por las actuaciones en el primero de los frentes de actuación señalado, se refiere, a la necesidad de mejorar la competitividad internacional aumentando su cuota de mercado.

Se trata por tanto, de impulsar las empresas y/o sectores a nivel regional en mejores condiciones de competitividad.

2. REPERCUSIONES DE LA ENTRADA DE ESPAÑA EN LA CEE

Hacer un balance de la evolcuión de la economía española distinguiendo los efectos positivos y negativos de la adhesión, no es tarea fácil, pues es necesario separar los efectos propios de la integración, de aquellos que son resultado de la oferta de otras variables externas o internas, sin

(1) Eficacia o productividad.
(2) Grado de Innovación y dinamismo.

olvidar que dos o tres años son insuficientes como horizonte temporal para poder hacer valoraciones consistentes. Por ello conviene diferenciar (3):

a) Los efectos estáticos, que afectan fundamentalmente a los flujos comerciales a corto y medio plazo.

b) Los efectos dinámicos, que han de analizarse a largo plazo, afectando a variables tales como, productividad, tecnología, concentración de la actividad económica, etc.

La evolución de los intercambios comerciales, es normalmente un buen indicador de la competitividad de la economía. Ciertamente que los primeros años de adhesión, han supuesto para la economía española la acentuación de los desequilibrios comerciales, pues se ha empezado a producir un desarme arancelario progresivo, que ha reducido el precio de los productos importados de la CEE, a la vez que desaparecería la imposición indirecta española que concedía subvenciones encubiertas a la exportación de mercancías españolas. El efecto de la pérdida de competitividad de sectores y de empresas nacionales, no ha sido otro que el aumento de las importaciones de productos comunitarios y la disminución de las mismas de Estados Unidos y el Resto del Mundo.

La CEE es hoy la primera zona de destino de nuestras exportaciones, pues en 1986 absorvía el 54.8% del comercio español sabiendo que la adhesión, como hemos señalado, ha traído un sensible deterioro del saldo comercial con dicha área, pasando de un superavit de 317.000 millones de pesetas en la balanza comercial en 1985, a un déficit de 198. 366 millones en 1986.

Es lógico, que siendo la CEE nuestro principal proveedor, sea el principal beneficiario del impulso de la demanda interna española, que sigue creciendo a mayor ritmo que nuestra economía, además de los efectos propios de la desviación de comercio.

Las exportaciones españolas difícilmente van a compensar el aumento de las importaciones a corto y medio plazo, debido a factores tales como (4):

a) El predominio de la pequeña y mediana empresa con niveles de comercialización exterior bajas.

b) Los sectores fuertes de la especialización internacional de España, llevan años en fase de reconversión y se enfrentan con competencias muy fuertes de los Nuevos Países Industrializados.

c) El sector frutas y hortalizas no jugará en los primeros años el papel compensador, por el tratamiento que se le ha dado en el Tratado de Adhesión.

d) La desgravación fiscal a la exportación con la implantación del IVA es más neutral.

e) El grueso de las exportaciones e importaciones de España se realiza con los países desarrollados.

Sin duda, la liberalización de la economía española está siendo un revulsivo trascendental para mejorar la competitividad empresarial, pues la productividad de la empresa española se ha visto afectada negativamente en la última década por (5):

— La obsolescencia técnica y económica de las instalaciones de producción.

— Escasa innovación de proceso y producto, que la ha llevado a la pérdida relativa de productividad, calidad o bien a la dependencia tecnológica.

— Escasa ocupación de la capacidad productiva, utilizando los mercados exteriores en una estrategia de comercialización marginal.

— El comportamiento inflacionista de la economía y de los costes salariales durante la crisis.

Sin dejar a un lado los problemas históricos tales como:

— La carencia de una clase empresarial dispuesta a asumir riesgos e innovar.

—El papel del sector financiero que controlando buena parte de la industria, le ha preocupado más la rentabilidad de la inversión, que adoptar una actitud empresarial de innovación y riesgo.

---

(3) Díez de Castro, E. y Gutiérrez Fernández, A. y otros: Estudio Socioeconómico de la Provincia de Sevilla. Documento 6, pag. 4 y 5.
(4) Ibidem, pag. 15.
(5) Ibidem, pag. 4.

3.— SECTORES CON FUTURO.

Cualquier profundización y estudio de los sectores con futuro a nivel regional y/o nacional debe incorporar una metodología clara al respecto. A continuación vamos a hacer algunas reflexiones acerca de los sectores con mejores perspectivas a nivel regional, para lo cual nos vamos a apoyar en una investigación recientemente terminada por encargo de la Diputación Provincial de Sevilla, en la que hemos trabajado un equipo de profesores de varios departamentos de la Universidad de Sevilla.

Las conclusiones que se derivan de dicha investigación se refieren a la provincia de Sevilla, pero sin ánimo de ser exhaustivos sí podemos afirmar que los sectores con futuro en la provincia de Sevilla lo han de tener a nivel regional, por lo que indudablemente si el estudio se realizase a nivel regional aparecerían algunos sectores más.

El criterio que hemos seguido en la investigación recientemente terminada para la provincia de Sevilla, así como en la que estamos realizando a nivel regional, se ha basado en distinguir claramente la no equivalencia entre sectores tradicionales y sectores en declive, planteamiento este que ha sido habitual en la política de reconversión industrial en algunos países incluido el nuestro.

La experiencia de la República Federal de Alemania, Estados Unidos, Japón y muchas más, recientemente la de Francia, son ejemplos más que suficientes para rechazar dicha dicotomía (6).

Como ejemplo basta señalar que sectores industriales como el siderúrgico y el textil en dichos países son hoy industrias prósperas, dinámicas y competitivas en los mercados internacionales.

Renunciar al desarrollo de las actividades clásicas creemos que responde a una estrategia de especialización internacional del trabajo, que no tiene en cuenta la realidad industrial, pues establece una desconexión entre actividades tradicionales y actividades punta, cuando la experiencia ha demostrado, que no sólo son suceptibles de establecer ventajas en los progresos alcanzados en las actividades punta, sino que el avance precisamente de los últimos está directamente vinculado al aprovechamiento que puedan hacer las actividades tradicionales de dichos progresos.

Por ello, cuando nos referimos a sectores con futuro a nivel nacional, regional o provincial, hay que afirmar, que sin desdeñar las llamadas actividades punta, éstas surgirán o serán atraídas, en la medida que se desarrollen los sectores tradicionales más competitivos e incorporen tecnologías punta (biotecnologías, telecomunicaciones u otras tecnologías industriales).

La selección de sectores objeto de estudio que nos ha permitido conocer los sectores con futuro en la provincia se ha basado:

1) Sectores de especialización en la provincia en base al empleo, ya que no se ha podido disponer de datos de producción para un detalle del CNHE de tres dígitos.

2) Existencia de materias primas o recursos que puedan en el futuro favorecer un crecimiento autosostenido.

3) Sectores calificados inicialmente como actividades punta, como son la electrónica y las telecomunicaciones.

El resultado de dicha selección nos ha llevado a estudiar 29 sectores a nivel provincial que les hemos llamado «Sectores Industriales de gran atracción».

---

(6) Espi Martínez, J.: «La política industrial española», Instituto de Estudios Económicos. Madrid 1980, pag. 45 y ss.

SUBSECTORES INDUSTRIALES DE GRAN ATRACCION

Minerales y productos no metálicos.

13.—Materiales de construcción.
15.—Hormigón y derivados de cemento.
16.—Piedra Natural, abrasivos y otros.
17.—Vidrio y sus manufacturas.
18.—Productos cerámicos.

Productos químicos

23.—Abonos y plaguicidas.
30.—Otros productos químicos de consumo.

Productos alimenticios, bebidas y tabacos.

47.—Aceites y grasas.
48.—Mataderos e industrias cárnicas.
49.—Industrias lácteas.
50.—Conservas vegetales.
52.—Molinería.
53.—Pan, bollería, pastelería y galletas.
54.—Azúcar.
55.—Cacao, chocolate y productos de confitería.
56.—Productos de alimentación animal.
57.—Productos de alimenticios diversos.
60.—Vino.
62.—Cerveza.
63.—Bebidas analcohólicas.
64.—Tabaco.

OTROS SUBSECTORES DE INTERES

33.—Carpintería metálica, estructuras y calderería.
39.—Maquinaria y material eléctrico.
40.—Material electrónico.
72.—Confección en serie.
77.—Industrias del corcho.
79.—Muebles de madera.
82.—Artes gráficas.
98.—Frío industrial.

El paso siguiente ha sido analizar las Ventajas Competitivas, partiendo de la eficacia económica en términos de asignación de recursos. Distinguiendo las Ventajas Específicas de la Provincia, de la empresa, y los factores externos que contribuyen o no a optimizar las ventajas anteriores:

a) Ventajas Específicas de la Provincia.

— Los recursos que pueden estar sujetos a explotación y transformación.
— Los costes de producción.
— El aprovechamiento del modelo tecnológico o modelo con el que están produciendo los sectores.

b) Ventajas Específicas de Empresa. Reflejan decisiones económicamente eficientes a nivel empresarial.

— Economía de escala.
— Innovación tecnológica de producto y/o proceso.
— Canales de distribución.
— Integración vertical.
— Política comercial, etc.

c) Factores externos.—Contribuyen o no a optimizar las ventajas anteriores.

— Existencia de infraestructuras adecuadas.
— Los recursos humanos y su formación.
— El papel de las Administraciones Públicas en cuanto a intervención o apoyo que pueden prestar a todos o algunos sectores, mediante la Política Económica y especialmente mediante las Políticas Fiscal y Monetaria.
— El dinamismo de la Economía Internacional o Nacional.

La conjunción en un momento dado de las Ventajas Específicas a nivel provincial y regional y de las empresas y la incidencia de los factores externos, permiten conocer a través de distintos métodos la competitividad sectorial. En el Estudio al que me estoy refiriendo hemos aplicado tres métodos:

a) El análisis comparativo de costes, precios y de los factores que los determinan, utilizando en este caso información nacional y comunitaria de Valor añadido, Costes de Personal y Excedente Bruto, ya que se carece de ella a nivel provincial.

b) Análisis comparativo del comercio exterior para cada uno de los sectores a nivel provincial, nacional y comunitario, mediante el análisis «trade performance» (7) y la penetración de las exportaciones provinciales.

c) El tercer método empleado, se sustenta en una encuesta a empresarios de los sectores seleccionados, con objeto de conocer su actitud competitiva, a través del análisis de su posición y dimensiones estratégicas y fuerzas competitivas (8).

Se ha tenido en cuenta a su vez la incidencia del desarme arancelario, la implantación del IVA, la presión fiscal sobre la empresa española, y en general los factores externos que hemos señalado.

El cuadro 1 recoge la síntesis de la incidencia en los precios de la diferencia de costes de personal / P.O. y Excedente Bruto / P.O. una vez añadida la incidencia arancelaria y el IVA (9). Según se observa, no sólo los costes de personal son menores en España, sino que el excedente bruto es muy superior por lo que da un margen de maniobra importante sobre los precios, superior al 11,88% en todos los sectores excepto en la Construcción Naval, sin que pueda afirmarse que la Política Fiscal esté actuando negativamente sobre la empresa española.

Ciertamente, que el alto precio del dinero a corto y largo plazo como consecuencia de la Política Monetaria y los altos costes de intermediación bancaria, se han convertido en uno de los principales factores externos con incidencia negativa para nuestra competitividad, al igual que las infraestructuras de transportes y determinados estrangulamientos en la formación de los recursos humanos.

---

(7) $VCR = \frac{x - u}{x + u} \times 100$

(8) Díez de Castro, E., Gutiérrez Fernández, A., y otros: Ibidem documento 7.

(9) Los datos manejados de VAB han sido para 1981.

CUADRO 1

Incidencias en los precios de la diferencia de cte. per./per. ocup. y el exed./per. ocup. (en%). 1981.

NOMBRE	SECTORES
Materiales de construcción	13-15-16-18
Vidrio	17
Produc. químicos de base	23-30
Productos metálicos	33
Material elec. de equipamiento	39
Material de telecomunicaciones	40
Aparatos electrónicos, radio, televisión, etc.	40
Aparatos electrodomésticos	39
Resto construcción eléctrica y electrónica	39
Otro material de transporte	36
Construcción y reparación naval	42
Construcción y reparación aérea	44
Alimentación, bebidas y tabaco	47-48-49-50-52-53-54-55-56-57-60-62-63-64
Confección	72
Madera y muebles de madera	79
Impresión	82
Corcho	77

CTE.PER./ PER.OCUP. %	EXCED./ PER.OCUP. %	(1)%	DIFER. ARANC. (2)%	IMPUES. I.V.A. (3)%	(1)+(2)+(3)
9,01	-3,86	15,15	-7,31	-4,03	3,81
9,30	5,92	15,22	-8,30	-4,40	2,52
10,89	4,58	15,47	-9,06	-1,57	4,84
25,79	2,59	28,38	-12,28	-3,48	12,62
11,56	6,59	18,15	-12,28	-4,48	1,39
11,60	9,34	20,94	-12,28	-4,48	4,18
9,97	11,55	21,52	-12,28	-4,48	4,76
4,79	7,09	11,88	-12,28	-4,48	-4,88
11,25	4,99	16,24	-12,28	-4,48	-0,52
12,94	3,01	15,95	-14,23	-4,30	-2,58
9,96	-11,21	-1,25	-8,81	-5,76	-15,82
15,26	1,65	16,91	-1,20	-4,30	11,41
10,34	1,76	12,10	15,00	0,03	27,13
9,34	—	—	—	-4,80	—
31,98	-0,49	31,49	-3,84	-4,25	23,40
27,74	-2,11	25,63	—10,23	-4,86	10,54
—	—	—	0,87	-4,25	—

(1) Repercusiones en el precio en caso de igualar el exced./per. ocup. en España con la C.E.E.
* No se incluye el tabaco.
FUENTE: I.N.E. encuesta industrial 1981-1984 Eurostat y elaboración propia.

Como resultado de los distintos análisis realizados, son 22 las actividades que destacan como sectores de futuro, sin que ello nos permita exclusivizar en estas las únicas que van a tener posibilidades de crecimiento, pues eso sería tanto como negar que la evolución económica se basa en el mayor o menor dinamismo empresarial individual o colectivo. Se trata de sectores a nivel agregado con enormes posibilidades de sustentar el crecimiento autosostenido de la provincia y de ejercer de motor de su economía, haciendo posible a medio y largo plazo la aparición de nuevas actividades de especialización, siempre que mejore la articulación económica provincial y regional.

Dichos sectores son los siguientes:

1.—Alimentación, bebidas y tabacos y frío industrial. Que comprende a efectos de este análisis once sectores: lácteo, azúcar, cerveza, bebidas analcohólicas, aceites y grasas, vino, conservas vegetales, pan, bollería, pastelería y galletas, productos de confitería, alimentos diversos y frío industrial.

2.—Corcho.

3.—Muebles de madera, piedra natural, abrasivos y otros.

4.—Vidrio.

5.—Cerámica.

6.—Confección en serie.

7.—Artes gráficas y edición.

8.—Maquinaria y material eléctrico.

9.—Material electrónico.

10.—Productos químicos de consumo.

11.—Carpintería metálica.

5.— **PERSPECTIVAS.**

El Programa Andaluz de Desarrollo Económico (PADE) establece que las actividades con mayor potencial, por su implantación como por su futuro prometedor, son aquéllos relacionados con el complejo agroindustrial, el turismo y otras industrias cuyo potencial de crecimiento se viene apuntando en los últimos años.

El complejo agroindustrial, entendido como actividad, más amplia que la industria agroalimentaria, debe incluir: industrias suministradoras de input (químicas, servicio, etc.) y transformadoras de sus productos (agroalimentarias).

Se vienen dando argumentos a favor y en contra de una estrategia de desarrollo basada en la potenciación de las industrias transformadoras de la industria agroalimentaria en Andalucía.

a) Entre las razones en contra cabe apuntar:

a-1.—La demanda de productos agroindustriales es de elasticidad renta positiva, pero menor que la unidad, con lo que ello conllevaría de promocionar un sector con perspectiva de demanda futura moderadamente creciente.

a-2.—Existe una tendencia regresiva en cuanto a la participación de los productos agroindustriales en las cifras de comercio mundial.

a-3.—La expansión de la agroindustria regional, implicaría la intensificación de las actividades primarias y, debido a esto una mayor sobreexplotación de los recursos naturales.

a-4.—La industria del vino y de las grasas que serían sectores a potenciar, son productos competitivos en los mercados internacionales y con problemas de excedentes a nivel comunitario.

b) Entre las razones a favor cabe apuntar:

b-1.—La fuerte implantación actual, existiendo tradición y conocimiento en determinados sectores.

b-2.—Se trata de un sector estratégico para Andalucía cuya potenciación puede permitir integrar el tejido productivo.

b-3.—La importancia del mercado comunitario y la diferencia de costes relativos, debe producir una importante desviación de comercio por un lado y un crecimiento del sector a costa del de otros países.

Es evidente que una política de desarrollo industrial que trate de aprovechar la dinámica del mercado interior debe de tener en cuenta:

1.—La demanda de productos intermedios que no se satisface desde la región.

2.—Las actividades que se encuentran inmersas en una dinámica expansiva a nivel regional, nacional o internacional.

En cualquiera de los dos casos las oportunidades de producción deben situarse dentro de las posibilidades tecnológicas de Andalucía, siendo enorme las posibilidades empresariales en actividades de tecnología intermedia para la producción de complementos, industrias auxiliares, etc. y mucho más si tenemos en cuenta, que los servicios han dejado de ser una actividad que ocuparía al resto de los sectores para convertirse en una actividad autónoma (turismo, ocio, deportes, actividades para la tercera edad, servicios personales e industriales y la Administración Pública), que impulsa la actividad económica.

Es desde luego una oportunidad para Andalucía satisfacer la demanda de productos industriales manufacturados no básicos, tales como: productos químicos de limpieza, manufacturas metálicas, instalaciones frigoríficas, material de escritorio y mobiliario en general, etc. Productos estos para cuya producción no se necesitan grandes instalaciones ni procesos tecnológicos complejos.

Sin duda, todos o casi todos los grandes sectores de especialización regional que figuran con valores superiores a 100, deberán ser tenidos en cuenta con el futuro y mucho más sabiendo que se da una presencia destacada de sectores transformadores de recursos naturales y vinculados a la base primaria, pues según se observa, hay una relación muy ajustada entre los sectores de especialización con las actividades con futuro en la provincia de Sevilla y por tanto en Andalucía.

SECTORES DE ESPECIALIZACION	1984
Minerales metálicos	548,27
Minerales no metálicos: extracción	212,84
Alimentación: bebidas y tabaco	209,97
Agua	140,69
Minerales no metálicos: industria	136,67
Minerales: producción y primera transformación	101,65

Ahora bien, si las perspectivas económicas en Andalucía son buenas, ya que en los cuatro últimos años el crecimiento económico andaluz viene siendo superior al nacional y comunitario, no es menos cierto, que el autosostenimiento del despegue económico va a depender en gran medida del capital autóctono y del empresario regional, de su reinversión en la región en el primero de los casos y de la aparición de un empresario que asumiendo riesgos sepa estar a la altura de las circunstancias y del momento que nos ha tocado vivir. De no ser así oportunidades parecidas no suelen repetirse con carencia y volveremos a caer en viejos tópicos y disquisiciones acerca del atraso secular andaluz, o bien asimilaremos otras culturas empresariales a través de la colonización correspondiente de quienes tengan más visión de futuro que nosotros.

TENDENCIAS SECTORIALES EN ANDALUCIA. MODELIZACION ECONOMETRICA DE LOS VALORES AÑADIDOS

A. Clavero, A. Fernández, M. Ladoux,
G. Martín-Reyes, J.M. Otero, J. Sánchez y F. Trujillo
Universidad de Málaga

1.— INTRODUCCION

Este trabajo forma parte de un proyecto de modelización de la Economía Andaluza, denominado MEDEA, en el cual venimos trabajando desde hace dos años y que, a su vez, enlaza con el proyecto HISPALINK de modelización regional integrada. En este último participan una docena de equipos universitarios de toda España, encargado cada uno de ellos de la modelización de sus respectivas comunidades autónomas y de la actualización de la base de datos.

MEDEA es, por tanto, un modelo satélite de HISPALINK y por consiguiente las relaciones de causalidad serán unidireccionales, de LINK a MEDEA, haciendo uso del enfoque «top-down» para la formulación de lo modelos econométricos regionales, siendo el modelo nacional el Wharton-UAM.

Nuestro modelo MEDEA consta en la actualidad de tres bloques de ecuaciones:

1) El bloque de Valores Añadidos de ocho sectores productivos: Agricultura, Bienes de Consumo, Bienes Intermedios, Bienes de Equipo, Energía, Construcción, Transportes y Comunicaciones y Servicios. Las ecuaciones se formulan desde el punto de vista de la demanda y se distinguen, a priori, dos tipos de sectores, esto es, «sectores locales» y «sectores mixtos», según el destino de su producción. La formulación teórica de estas ecuaciones en términos generales para los «sectores mixtos» ha sido la siguiente:

$$VA = F(VAN, IP, VA(-1),...)$$

donde:

VA= Valor Añadido Bruto Regional p.m. (pesetas constantes 1980) del sector correspondiente.

IP= Indices de Precios del sector a nivel nacional.

VAN= Valor Añadido Nacional de cada sector, p.m. pesetas constantes de 1980.

En el caso de los «sectores locales» no figuraría VAN y en su lugar deberían aparecer como explicativas los Valores Añadidos Brutos del resto de los sectores productivos regionales, o al menos de algunos de ellos. En ambos casos, la especificación se consideraba abierta a otras posibles variables explicativas.

2) El segundo bloque está constituido por los Empleos Sectoriales, que se determinan a través de funciones de demanda derivada; siendo de tipo Cobb-Douglas las funciones de producción implícitas. Las variables explicativas fundamentales son la relación Salario/Precio del capital y los Valores Añadidos de cada sector regional.

3) El último bloque hace referencia al Mercado de Trabajo y las variables endógenas que trata de explicar son la Población Activa y la Tasa de Paro.

La formulación anterior da lugar a un modelo recursivo por bloques y en este trabajo hacemos referencia exclusivamente a la estimación y simulación del bloque de Valores Añadidos. El bloque del Mercado de Trabajo es objeto de otra comunicación, en tanto que el bloque de Empleos se encuentra en fase de estimación.

A continuación figura el modelo finalmente estimado así como algunos comentarios sobre cada una de las ecuaciones del mismo. La relación de variables incluidas en el modelo se detalla en el Apéndice.

2.— MEDEA: BLOQUE DE VALORES RAPIDOS

El modelo consta de ocho ecuaciones estocásticas y dos de definición. La base de datos regional, que corresponde al Proyecto HISPALINK como ya hemos comentado, se extiende desde 1970 a 1987, datos anuales. Dado que originalmente algunas de las series sólo llegaban hasta 1985, las hemos completado hasta la fecha citada. En el momento en el que tengamos disponibles los datos correspondientes a 1988 procederíamos, en su caso, a realizar prediciones. En la actualidad, nos encontramos en la fase de estimación y simulación del modelo, cuyos resultados se exponen a continuación:

Ecuación 1:

VAAN= -134968.76 + 0.31 VAES + 0.24 VAAN (-1) + e
(6.11) (2.11)

R2= 0.87; F= 46.52; D= 2.47

Ecuación 2:

VEAN= 115.94 - 159.07 PEN + 0.12 VEES + 0.07 VOAN + e
(-5.76) (3.80) (2.20)

R2= 0.84; F= 24.35; D= 1.76

Ecuación 3:

VQAN= -16165.78 + 0.60 VQAN (-1) + 0.07 VQES
(5.05) (3.37)
-22839.84 W1 -36914.76W2 + e
(-4.51) (-5.27)

R2= 0.92; F= 34.53; D= 2.48

Ecuación 4:

VKAN= -10819.16 - 186.55 PBE + 0.04 VKES
(-4.89) (2.21)
+ 42.74 IBE (-1) + 39.75 INKES + 15027.27 W3 + e
(2.53) (2.33) (3.24)

R2= 0.92; F= 26.3; D= 2.84

Ecuación 5:

VCAN= -40173.29 + 0.07 VCES + 0.58 VCAN (-1) + e
(1.67) (3.15)

R2= 0.92; F= 79.99; D= 2.17

Ecuación 6:

VIAN= VEAN + VQAN + VKAN + VCAN

Ecuación 7:

VBAN= 57.57 + 0.27 IEBES (-2) + 0.01 CBES
(3.99) (4.18)
+ 0.08 INBES (-1) - 1.46 PBES - 22.95 W4 + e
(3.10) (-3.05) (-3.22)

R2= 0.84; F= 10.17; D= 2.79

Ecuación 8:

VZAN= -52960.49 + 0.10 VZES + 64569.39 EFZ
(9.89) (4.27)
+ 0.20 VZAN (-1) + e
(2.52)

R2= 0.99; F= 1480.01; D= 1.57

Ecuación 9:

VSAN= -76507.95 + 0.04 VSES + 0.80 VSAN (-1) + e
(1.93) (4.19)

R2= 0.97; F= 210.30; D= 1.78

Ecuación 10:

VTSAN= VZAN + VSAN

Ecuación 1: Agricultura

El VAB del sector agrícola en Andalucía ha mejorado su posición relativa con respecto al conjunto nacional, produciéndose esta mejora de una forma paulatina a lo largo del período estudiado. La estrecha relación entre ambos valores añadidos se pone de manifiesto si consideramos que el nacional explica, por sí solo, el 83% de las variaciones del VAB regional. Adicionalmente, se incluyó la propia variable retardada un período por dos razones, la primera fue simplemente mejorar el ajuste, en un intento de captar los dientes de sierra que presenta la gráfica de la variable. La segunda razón estriba en la inercia con la que evoluciona el sector, en el que las decisiones de producción de un año están fuertmente condicionadas por la historia más recientemente. La variable retardada explica, individualmente, el 52% de las variaciones totales.

La alta correlación existente entre las dos variables explicativas es la causa de que la inclusión de VAAN (-1) no mejore espectacularmente el coeficiente de determinación, no obstante, no afecta de una manera sustancial al coeficiente de VAES, que en la regresión individual ascendía a 0.37. Es preciso señalar, sin embargo, que el coeficiente de la variable retardada sí cambia significativamente respecto al que exhibía en la regresión individual (0.68). Entre la multicolinealidad y los errores de especificación, nos hemos decantado por la primera en la ecuación finalmente propuesta.

En relación a la simulación del VAB agrícola (véase gráfico 1), cabe señalar que se captan los dientes de sierra correspondientes a 1976-78 y 1985-87, apareciendo como punto negativo el año 1980, para el que se simula un diente inexistente. El valor del Coeficiente de Desigualdad de Theil asciende a 0.41.

Ecuación 2: Energía

Desde el punto de vista de la estimación los resultados son correctos. Los signos son los esperados, las tres variables explicativas consideradas son significativas y el estadístico de Durbin-Watson indica ausencia de autocorrelación, lo que se confirmó mediante un análisis de los residuos. El valor no excesivamente elevado del coeficiente de determinación vendría explicado, en parte, por la aparición de residuos atípicos en 1982 y 1987. El primero de ellos cabe atribuirlo, al menos provisionalmente, a que la disminución experimentada por la serie en ese año se amplifica en parte por un cambio en la fiscalidad de los productos petrolíferos y por la aplicación del deflactor nacional al dato regional. El error de 1987 se debe, sin dudad, a que el dato de ese año se ha obtenido mediante la aplicación del correspondiente Indice de Producción Industrial de Andalucía, mientras que para el periodo 1970-86 las obervaciones del VAB sectorial son las correspondientes a la base de datos de HISPALINK.

La presencia, como variables explicativa, de la suma de los VAB de tres sectores productivos

regionales (VOAN) ha motivado la necesidad de estimar esta ecuación mediante Mínimos Cuadrados Biepáticos, habiéndose construido previamente el instrumento apropiado.

A pesar de que en la formulación original este sector se consideraba como local, la ecuación finalmente estimada, en la que se incluye como variable explicativa el VAB nacional, viene a indicarnos que, realmente, debe ser considerado como un «sector mixto». Dada la composición de este sector, integrado por actividades como Extracción de Carbones y Minerales Energéticos, Coquerías, Crudos y Productos Petrolíferos Refinados y Energía Eléctrica, Gas y Agua, es razonable su inclusión dentro de los «sectores mixtos».

La simulación del VAB (véase gráfico 2) es razonablemente aceptable, si se tienen en cuenta los problemas de ajuste ya citados. El Coeficiente de Desigualdad de Theil asciende a 0.39. Sin duda, cuando la observación correspondiente a 1987 sea homogénea con las anteriores, tanto el ajuste como la simulación mejorarán significativamente.

Ecuación 3: Bienes Intermedios

Como puede observarse, de acuerdo con las razones «t», todas las variables son explicativas y el modelo es significativo en su conjunto, con alto poder explicativo y sin problemas de autocorrelación en las perturbaciones. Los signos de los coeficientes son los esperados, detectándose una evolución creciente del VAB regional, que viene explicado en función del nacional y de la propia variable retardada.

La introducción del W2 puede justificarse rigurosamente, pues obedece a un cambio de fuente estadística, de la Estadística Industrial a la Encuesta Industrial en 1978. En cambio, W1 trata de recoger, simplemente, un descenso anormal del VAB regional en 1981-82, cuyas causas no están determinadas con precisión.

La ecuación ajustada justifica la consideración del Sector Bienes Intermedios como mixto, en tanto que la influencia del VAB nacional es notoria.

En relación a la simulación (véase gráfico 3), cabe concluir que es altamente aceptable, recogiendo los descensos bruscos de 1978 y 1982. El Coeficiente de Desigualdad de Theil, cifrado en 0.27, justifica plenamente la afirmación anterior.

Ecuación 4: Bienes de Equipo

La dificultad en la modelización del VAB de este sector se pone de manifiesto si se considera que a las variables que figuraban inicialmente en la especificación teórica, Precios del Sector y VAB nacional , ha sido preciso añadir otras como la Inversión Bruta en Bienes de Equipo. En caso de no incluir estas últimas variables, el coeficiente de determinación apenas superaría el 78% y quedaría por explicar buena parte del comportamiento de VAB.

La inclusión de la variable W3 obedece al fuerte incremento que, según la Contabilidad Regional, experimenta la variable en 1982. Especialmente acusado es el aumento del subsector de Material de Transporte, todavía sin justificar. El hecho de que 1982 sea un año atípico en otros sectores abona la tesis de que sea un problema eminentemente estadístico.

Respecto a la simulación (véase gráfico 4), es de destacar la práctica coincidencia de los valores reales y simulados a partir de 1985, así como que el conjunto de la simulación se aceptable, quizás con la excepción de 1977. El Coeficiente de Desigualdad de Theil asciende a 0.29, uno de los más bajos obtenidos.

Ecuación 5: Bienes de Consumo

Los resultados de la estimación muestran la existencia de una fuerte colinealidad entre los regresores, como se evidencia por el elevado coeficiente de determinación y la aparente no significatividad del VAB nacional. Como puede apreciarse al observar la gráfica de la variable (véase gráfico 5), su comportamiento es relativamente extraño. No sorprende, por tanto, que la simulación no arroje resultados brillantes, presentando un Coeficiente de Theil de 0.68, el más elevado, con diferencia, de todos los obtenidos.

Ecuación 6: Total Sector Industrial

La simulación del VAB del Total Sector Industrial, que aparece en el gráfico 6, muestra un sorprendente grado de ajuste, teniendo en cuenta que se define como la suma de cuatro variables endógenas, una de las cuales (VCAN) es la que presenta la peor simulación y, al mismo tiempo, es la que podera más en el conjunto del Sector Industrial. El Coeficiente de Desigualdad de Theil asciende en este caso a 0.34.

Ecuación 7: Construcción

Aún cuando en teoría se define como un sector local típico y, por tanto, no deberían aparecer variables nacionales como explicativas, en la práctica no ha sucedido así. La no significatividad de variables como el incremento de la población y la ausencia de datos regionales para variables como crédito e inversión en el sector, nos motivaron a la inclusión de diversas variables de ámbito nacional, tales como: Inversión Extranjera en Construcción y Solares, Inversión Nacional en Construcción y Crédito al Sector Privado.

La inclusión de W4 obedece a la aguda recesión experimentada por el sector en 1976-77, tras un período de fuerte expansión. A pesar de ello, y de la inclusión de otros cuatro regresores, el coeficiente de determinación apenas alcanza el 84%, lo que constituye una buena muestra de la dificultad que comporta la modelización de este sector. Esta situación se refleja en el relativamente elevado Coeficiente de Desigualdad de Theil, que toma un valor de 0.41 y en la presencia de algunos dientes de sierra en los valores simulados (gráfico 7), debido sin duda a la presencia de variables retardadas.

Ecuación 8: Transportes y Comunicaciones

El VAB del Sector de Transportes y Comunicaciones viene explicado, sustancialmente, por el VAB nacional y la propia variable endógena retardada. Con un peso específico menor aparece la Eficencia Relativa del Sector, definida como la participación de la productividad aparente (VAB/Empleo) andaluza en la nacional.

Cabe destacar el elevado coeficiente de determinación que se alcanza y la significatividad de todas las variables.

El Coeficiente de Desigualdad de Theil asciende a 0.05, lo que, junto a la gráfica de los valores reales y simulados muestran a las claras que este sector ha quedado perfectamente modelizado.

Ecuación 9: Servicios

De esta ecuación cabe señalar que su estructura es muy similar a la anterior, con la única diferencia de que no es preciso introducir una variable tipo eficiencia para conseguir un coeficiente de determinación del 97%. Si bien la presencia de multicolinealidad justificaría el exiguo valor del estadístico «t» del coeficiente correspondiente al VAB nacional. En suma, los servicios en Andalucía muestran una fuerte inercia y una elevada dependencia del comportamiento del sector a nivel nacional.

La simulación del VAB de este sector muestra que los valores simulados se encuentran sistemáticamente por debajo de los reales en el período 1972-79, para pasar a encontrarse sistemáticamente por encima hasta 1986. Este comportamiento que, a su vez, provocan que el Coeficiente de Desigualdad de Theil ascienda a 0.43.

Ecuación 10: Total Servicios

La simulación del VAB del Total Servicios viene marcada por la simulación del Subsector Servicios (ecuación 9), tanto en la gráfica de la simulación, como en el valor del Coeficiente de Theil, que en este caso asciende a 0.33.

APENDICE

Lista de variables

CBES=	Crédito al sector privado. España.
EFZ=	Eficiencia relativa del transporte y comunicación. Andalucía.
IBE=	Inversión bienes de equipo. España.
IEBES=	Inversión extranjera en edificación y terrenos. España.
INBES=	Inversión en construcción. España.
INKES=	Importaciones netas de bienes de equipo. España.
PBE=	Indice de precios bienes de equipo. España.
PBES=	Indice de precios de construcción. España.
PEN=	Indice de precios energía. España.
VAAN=	Valor añadido agricultura. Andalucía.
VAES=	Valor añadido agricultura. España.
VBAN=	Valor añadido construcción. Andalucía.
VCAN=	Valor añadido bienes de consumo. Andalucía.
VCES=	Valor añadido bienes de consumo. España.
VEAN=	Valor añadido energía. Andalucía.
VEES=	Valor añadido energía. España.
VIAN=	Valor añadido total industria. Andalucía.
VKAN=	Valor añadido bienes de equipo. Andalucía.
VKES=	Valor añadido bienes de equipo. España.
VOAN=	VQAN + VCAN + VZAN
VQAN=	Valor añadido bienes intermedios. Andalucía.
VQES=	Valor añadido bienes intermedios. Andalucía.
VSAN=	Valor añadido en servicios. Andalucía.
VSES=	Valor añadido en servicios. España.
VTSAN=	VZAN + VSAN
VZAN=	Valor añadido en transportes y comunicaciones. Andalucía.
VZES=	Valor añadido en transportes y comunicaciones. España.
Wi=	Variables dicotómicas.

Gráfico 1

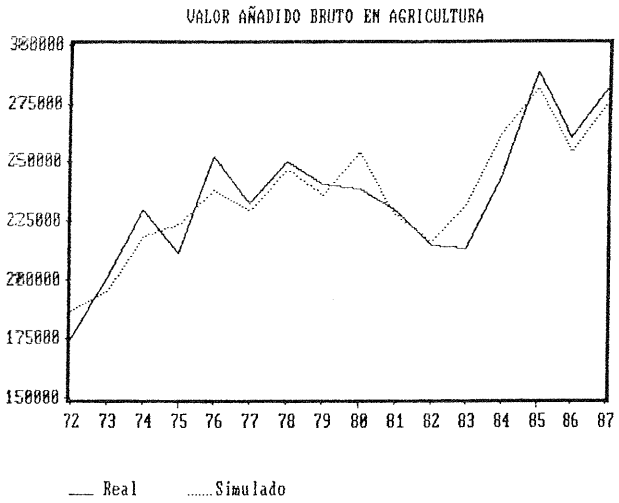


Gráfico 2

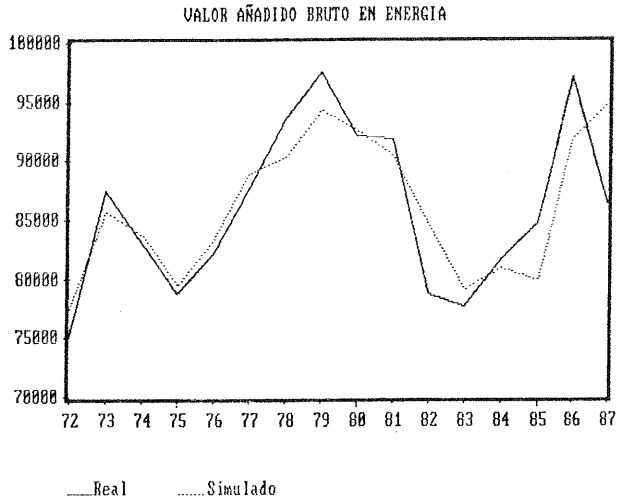


Gráfico 3

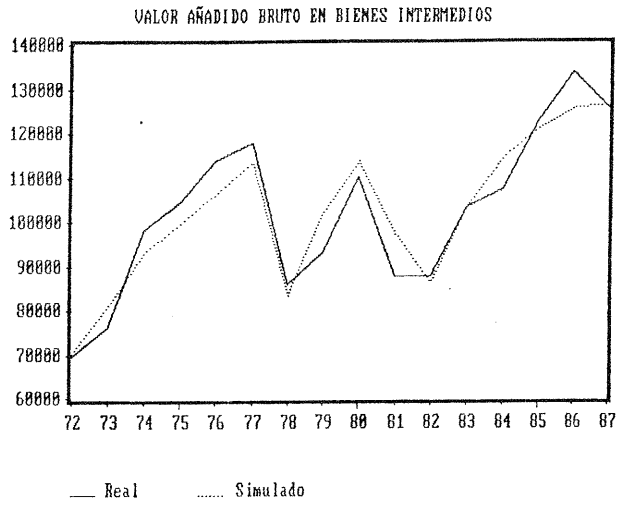


Gráfico 4

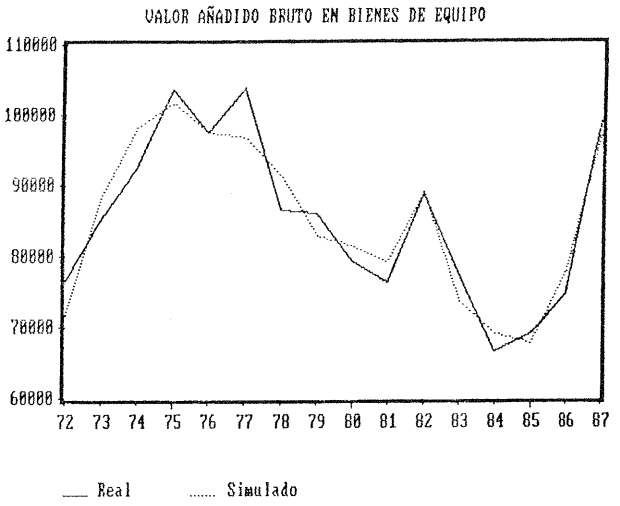


Gráfico 5

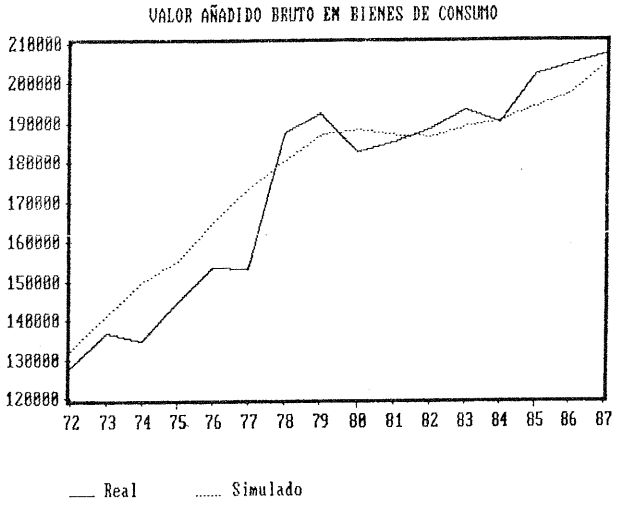


Gráfico 6

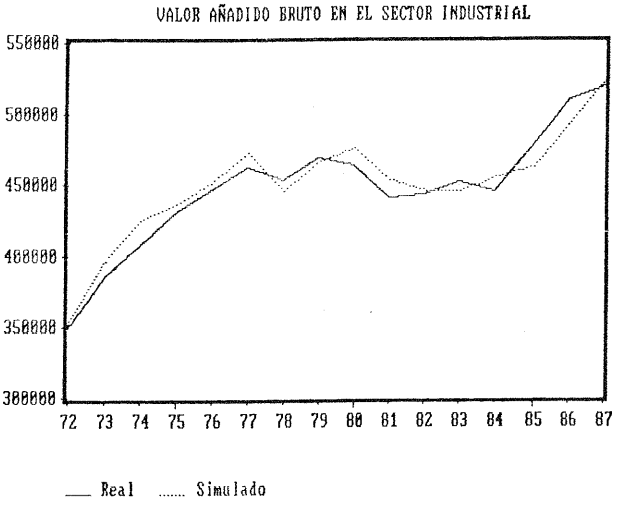


Gráfico 7

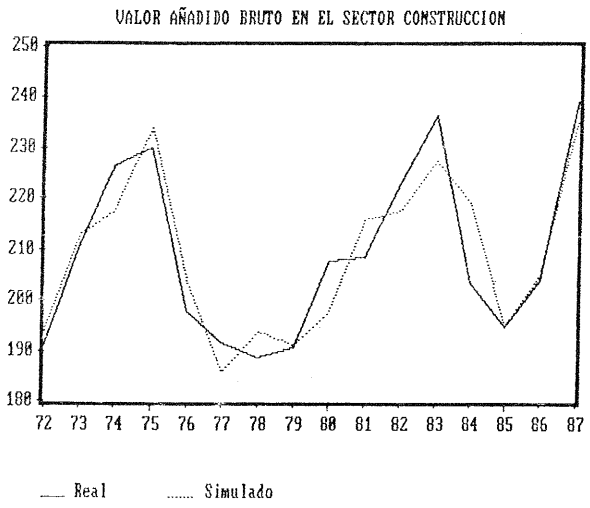


Gráfico 8

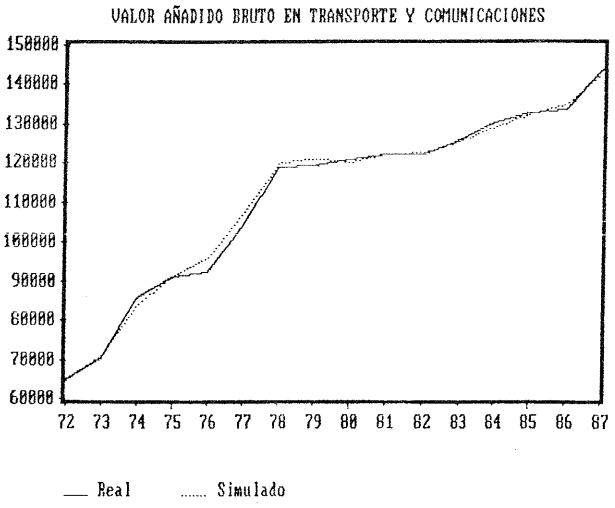


Gráfico 9

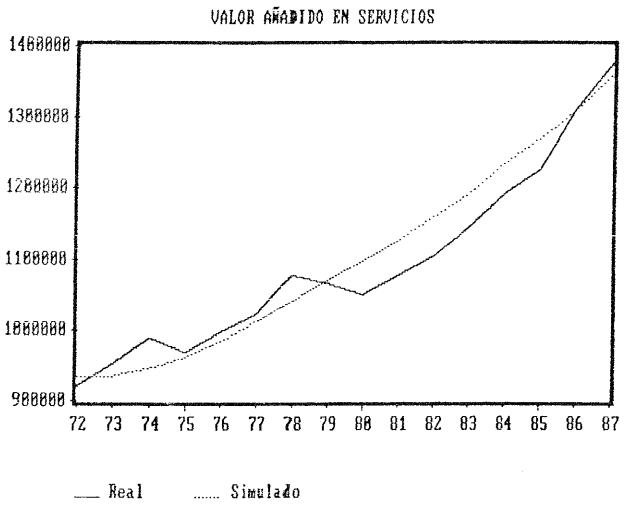
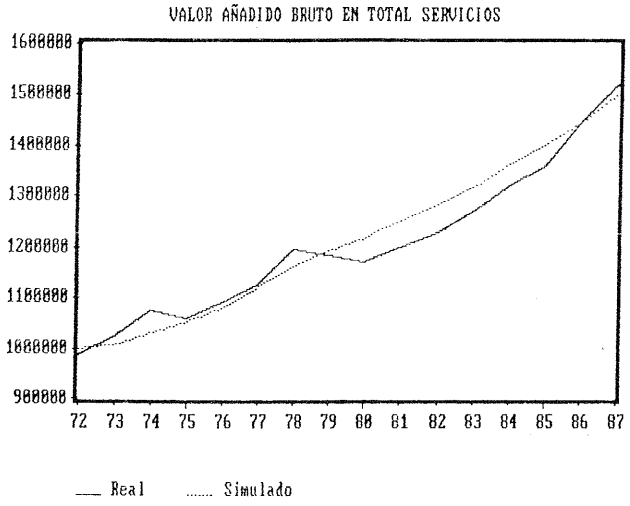


Gráfico 10



LA FUERZA DE TRABAJO EN ANDALUCIA. PERSPECTIVAS PARA 1992

J.M. Otero, A. Clavero, A. Fernández, M. Ladoux,
G. Martín-Reyes, J. Sánchez y F. Trujillo.
Universidad de Málaga.

1.— INTRODUCCION.

Como es bien sabido, Andalucía es la Comunidad Autónoma española con mayores tasas de paro. En el último trimestre de 1988, la tasa de paro andaluza fue del 28,1%, del orden 10 puntos por encima de la media nacional. Los 672 miles de parados andaluces representan el 24,8% del paro español.

Por sectores destacan los 148 miles de parados del sector agrícola, que representan el 66,4% del paro agrícola español. La agricultura es por excelencia el sector expulsor de mano de obra, a causa de la crisis de la agricultura tradicional y de la estructura de la propiedad de la tierra. La escasa industrialización del sistema productivo andaluz, incapaz de absorber esa fuerza laboral excedentaria, constituye la causa má importante del paro en la región.

Desde la perspectiva de la edad y del sexo, destacan por su importancia relativa el paro juvenil y el paro femenino.

La atonía del mercado de trabajo desde el inicio de la crisis de los setentas hasta bien entrada la década actual ha producido el *efecto de desánimo* en buena parte de la población en edad de trabajar, por lo que la tasa de actividad ha venido descendiendo a niveles alarmantes (Fig. 1). En la segunda parte de esta década, la destrucción de puestos de trabajo ha sido compensada por la creación de nuevos empleos, lo que ha motivado la recuperación de la tasa de actividad (Fig. 2). El crecimiento de la población activa ante las expectativas favorables del mercado de trabajo ha motivado qe el aumento neto de la ocupación no se haya manifestado inmediatamente en la reducción de la tasa de paro (Fig. 3). Hasta el año 1988 no se produce la disminución de esta tasa.

Cuando se pretende trazar las perspectivas del mercado de trabajo a medio plazo, se plantean dos cuestiones básicas:

a) ¿Cuál será el crecimiento de la población activa?

b) ¿Cuál va a ser el ritmo de crecimiento del empleo en la región?

La primera cuestión se refiere a la oferta de fuerza de trabajo y la segunda a la demanda. El problema es que no se pueden contestar ambas por separado. La respuesta correcta exige un planteamiento simultáneo.

El presente trabajo, constituye una primera aproximación a una modelización más compleja (1). Aquí vamos a hacer uso de un planteamiento recursivo que, aunque ignora el efecto de una variable como el salario, tiene en cambio en cuenta el hecho de que la creación de puestos de trabajo estimula el crecimiento de la tasa de actividad. Así, para responder a la primera cuestión es preciso disponer de una respuesta a la segunda. En consecuencia, lo que aquí se expone es un modelo de oferta de fuerza de trabajo para Andalucía con el que se obtienen proyecciones de población activa y paro, bajo dos escenarios de empleo regional, con horizonte 1992. Para el ajuste del modelo se utilizan datos de la Encuesta de Población Activa (E.P.A.). El comportamiento es diferente para varones y mujeres por lo que la modelización se realiza por separado para ambos sexos.

---

(1) En estas mismas Jornadas, presentamos otra ponencia que consituye un primer intento de modelización macroeconómica de Andalucía, que podría conectar recursivamente con el modelo de fuerza de trabajo objeto de la presente ponencia. Ambos trabajos forman parte de un proyecto en curso, MEDEA (Modelo Econométrico y Demográfico de la Economía Andaluza), que constituye la aportación andaluza al proyecto interuniversitario español HISPLINK.

2.— MODELO DE FUERZA DE TRABAJO.

El enfoque usual en este tipo de modelización consiste en ejecutar una función que explique el comportamiento de la tasa de actividad. Pero hemos encontrado, sin embargo, que se obtienen resultados más acurados si en lugar de modelizar la tasa de actividad se explica directamente el comportamiento de la población activa.

La población activa depende de dos tipos de factores, uno demográfico, que determina la población potencialmete activa, y el otro de naturaleza económica, como el salario y el empleo, que influyen en la tasa de actividad. Tras diversas pruebas, nuestro modelo incluye básicamente dos variables explicativas de la población activa: la población mayor de 16 años y la ocupación. Los datos se han tomado directamente de la E.P.A.

Puesto que el comportamiento observado para la población activa en relación a la ocupación difiere ampliamente según el sexo, se han estimado dos ecuaciones, una para varones y otra para mujeres. Los resultados de las estimaciones se exponen a continuación.

Ecuación 1

$$AVAAC = -513{,}66 + 0{,}5135\ VA16 + 127{,}395\ LAVAOC + U_t$$

«t»...(17,52) (2,94)

$R^2 = 0{,}9904$ D.W. =2,04

en donde u_t sigue el proceso $(1-0{,}6443\ L)\ u_t = 61+0{,}81215\ L^8)\ \epsilon_t$ siendo ϵ_t ruido blanco.

Ecuación 2

$$AMUAC = -3523{,}5 + 0{,}63889\ MU16 + 420{,}6788\ LAMUOC + U_T$$

«t» (4,7) (6,5)

$R2 = 0{,}985$ D.W. = 2,03

con

$$u_t = 0{,}7779\ u_{t-1} + \epsilon_t$$

Las estimaciones se han realizado para el periodo muestral comprendido entre el primer trimestre de 1981 y el cuarto de 1988 (2) Los significados de las variables son los siguientes:

AVAAC = Varones activos.
VA16 = Población masculina mayor de 16 años.
AVAOC = Varones ocupados.
LAVAOC = Logaritmo de AVAOC.

AMUAC = Mujeres activas.
MU16 = Población femenina mayor de 16 años.
AMUOC = Mujeres ocupadas.
LMUOC = Logaritmo de AMUOC.

El uso de las variables en forma logarítmica se justifica por el hecho de que durante el periodo muestral se ha registrado un fuerte incremento de la población activa no justificado por la fuerza demográfica, principalmente por lo que concierne a la población femenina. El motivo es el aumento de las tasas de actividad, excesivamente bajas a comienzos de la década, motivado por la crea-

(2) Se ha elegido 1981 como inicio del período muestral por dos motivos. Primero porque se trata de la fecha de inicio de las series actualizadas de la E.P.A. y cualquier intento de cubrir un período más amplio habría obligado a forzar algún tipo de armonización más o menos subjetiva de los datos anteriores a 1981. Segundo, porque en 1981 se produce por primera vez desde los inicios de la crisisa de los setenta un aumento de la población ocupada (véase la Fig. 2) y dada la irreversibilidad de las reacciones económicas, la ampliación del período muestral implicaría estimar un modelo más complejo que incluyera cambios estructurales. Dado que en el período de predicción esperamos que la tónica de crecimiento de la ocupación se mantenga, esta última alternativa de modelización comportaría complicaciones innecesarias.

ción de nuevos empleos. Es de esperar que a corto plazo esta reacción de la población activa pueda seguirse manteniendo pues las tasas de actividad, sobre todo la femenina siguen siendo muy bajas. Sin embargo, en las predicciones a medio y a largo plazo no tiene sentido admitir que una relación lineal con coeficiente para AMUOC superior a la unidad pueda mantenerse sin cambios estructurales, pues ello implicaría que las tasas de actividad pueden crecer indefinidamente. La variable en forma logarítmica atenúa a medio y largo plazo el efecto de la creación de empleo sobre el crecimiento de la población activa.

Los modelos estimados poseen un buen ajuste. Sus respectivas simulaciones dinámicas históricas aparecen en las Figs. 4 y 5, y las correspondientes al paro (masculino, femenino y total) en las Figs. 6, 7 y 8.

3.— PERSPECTIVAS PARA 1992

De acuerdo con las ecuaciones estimadas, para obtener las predicciones de población activa es preciso disponer de predicciones de la población (masculina y femenina) mayor de 16 años así como información de futuro sobre el empleo.

Para obtener las predicciones de población mayor de 16 años se han aplicado a las series de la E.P.A. las mismas tasas de crecimiento que se han predicho según sexos en Otero y Sánchez (3). De acuerdo con estas predicciones, las tendencias observadas durante los años pasados de la presente década no se van a mantener porque la disminución de las tasas de natalidad que comenzó a producirse entre 1970 y 1975 están comenzando a surtir sus efectos en la población mayor de 16 años (véase la Fig. 9). La disminución de la fuerza demográfica no va a aliviar, sin embargo, significativamente la tensión del mercado de trabajo, ya que el paro, sobre el femenino, no es sensible a esta variable.

La otra variable sobre la que se necesita información predictiva es el empleo. Lo que ocurra en el futuro con el empleo regional depende de muchos factores económicos exógenos entre los que hay que contar las políticas estatal y regional, así como las decisiones de los inversores privados.

En ausencia de mayor información, vamos a considerar dos escenarios alternativos. El primero supone que durante los años 1989 a 1992 se va a mantener la tendencia observada desde finales de 1984, lo que implica la creación de unos 44 miles de empleos netos para varones al año y 28 miles para mujeres. Esta hipótesis puede resultar algo optimista puesto que las perspectivas del entorno nacional e internacional señalan un ligero descenso en el ritmo de crecimiento de la actividad económica.

La segunda hipótesis sobre la ocupación se basa en el supuesto de que el ritmo de crecimiento del empleo va a coincidir con la media nacional predicha por el modelo de la economía española WUAM (4), que se sitúa en el 2,4%. Este aumento se va a repartir entre ambos sexos de manera proporcional a los crecimientos de ocupación observados en el caso andaluz desde finales de 1984. Esta segunda hipótesis es pesimista en el sentido no sólo de que se va admitir una disminución en el ritmo de crecimiento del empleo, sino que este va a dejar de crecer más en Andalucía que en España, rompiéndose la tónica observada durante los últimos años.

Ambos escenarios aparecen representados para los costes des varones y mujeres en las Figs. 10 y 11, respectivamente. Los resultados de las predicciones pueden observarse en las Figuras 12 a 18 y en Cuadro 1.

---

(3) J.M. Otero y J. Sánchez. *La Población en Andalucía. Un estudio prospectivo: 1985-1995.* Consejería de Economía y Fomento. Sevilla 1987. Estas predicciones se realizaron cuando aún no estaba disponible el Censo de 1986 y en estos momentos se está llevando a cabo su actualización. Los resultados de las predicciones de población activa deberán, pues, revisarse en función de las nuevas predicciones de población mayor de 16 años. Sin embargo, no es de esperar cambios importantes en el resultado final ya que la población activa y el paro no son variables muy sensibles a los cambios en la población mayor de 16 años.

(4) CEPREDE. XVI Junta Semestral de Predicción, 18 y 19 de Mayo de 1989. Resumen de las perspectivas económicas, pág. 32. También han: A. Pulido, «Entorno nacional e internacional»; II Jornadas de HISPALINK; Valencia, 23 y 24 de Mayo de 1989. (A publicar por el Consejo Superior de Cámaras de Comercio).

4.— CONCLUSIONES.

Es de esperar que el problema del paro se atenúe en Andalucía de aquí a 1992, si se mantiene el actual ritmo de crecimiento de la ocupación. Esta afirmación, de acuerdo con el modelo, tiene en cuenta no solo factores demográficos sino también el hecho de que las tasas de actividad por sexos son desigualmente sensibles a la creación de nuevos empleos. En el caso de las mujeres, la población activa es más sensible a los incrementos de ocupación que en el de los varones, hasta el punto de que el paro femenino va a seguir creciendo aunque se creen más empleos y sin que apenas influya en el mismo el ritmo de creación de empleos (véase la Fig. 15). En cambio, el paro masculino disminuirá a medida que se estimule la ocupación, siendo bastante sensible a los cambios en esta variable (ver la Fig. 14).

Bajo una hipótesis optimista, es de esperar que la tasa de paro global disminuya del 28% actual al 24% a finales de 1992 (ver Fig. 18 y Cuadro 1). Este resultado global enmascara, sin embargo, el hecho de que la tasa de paro de los varones puede reducirse del 24,6% a finales de 1988 al 17,9% para 1992 (ver Fig. 16), permaneciendo prácticamente constante la tasa de actividad (Cuadro 1). En el caso de las mujeres no hay reducción previsible de la tasa de paro ni aún en el caso más optimista, manteniéndose la tasa actual, del 36,4%, con leves oscilaciones (Fig. 17); la tasa de actividad femenina aumentaría, en cambio, de forma muy significativa, pasando del 28 al 33% (Cuadro 1).

Cuando se habla de plazos superiores a cuatro o cinco años, es preciso tener en cuenta otros factores que no están presentes en el modelo y que, sin embargo, podrían influir sobre la fuerza de trabajo. Por ejemplo que es previsible que las tensiones demográficas que se vienen operando en el norte de Africa, vayan a propiciar la inmigración, aunque sea clandestina, de mano de obra en el mercado andaluz. Este fenómeno no parece tan lejano, pues ya se viene manifestando en mercados de trabajo locales relacionados, por ejemplo con el servicio doméstico.

Por otra parte, el derecho a la libre circulación en los países de la C.E. que comenzará a partir de 1993 propiciará el movimiento del factor trabajo ya que los salarios no es probable que actúen como variable equilibradora de los mercados internacionales debido a las actuaciones de los sindicatos. Esto significa que es de esperar que se opere un cambio en el modelo migratorio actual (5). Las implicaciones de este cambio para el mercado de trabajo andaluz dependen de muchos factores y deberían ser objeto de un estudio particular.

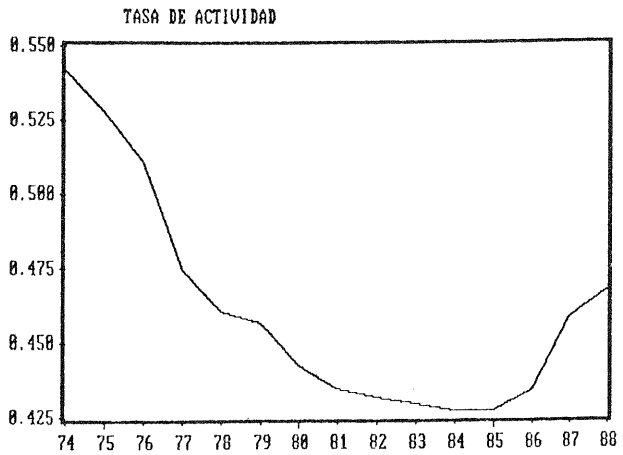
Por todo lo que antecede, está plenamente justificado que se consideren prioritarias por el gobierno estatal las actuaciones en el mercado de trabajo andaluz previstas en el P.D.R. (6). Es preciso también combinar estas medidas directas sobre el mercado de trabajo con toda clase de acciones indirectas, ya sean de carácter macroeconómico, sectoriales o regionales, que repercutan en la creación de empleo en Andalucía.

---

(5) P. Schwanse (OECD): «Demographic Trends and Population Movements in Europe». Congreso Internacional sobre Política Regional en la Europa de los 90. Madrid 29 de Mayo a 2 de Junio de 1989.

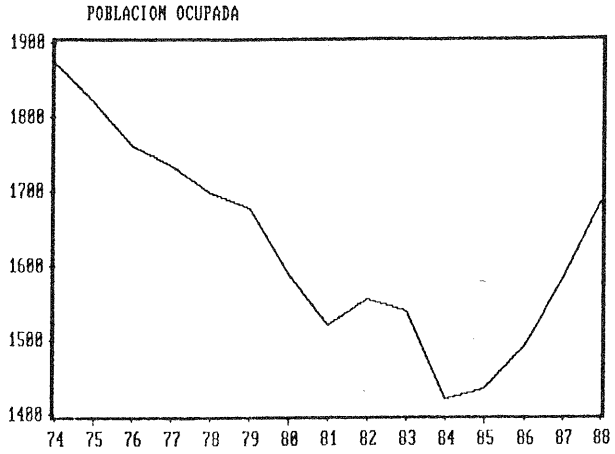
(6) *Plan de Desarrollo Regional de España 1989-1993.* Ministerio de Economía. 1989. Madrid. Este Plan establece que las «actuaciones en materia de empleo, orientación y formación profesional» son de especial importancia en las regiones afectadas por el objetivo n.º 1 del anexo al Reglamento (CEE) 2052/88 del Consejo de 24 de Junio de 1988.

FIG. 1



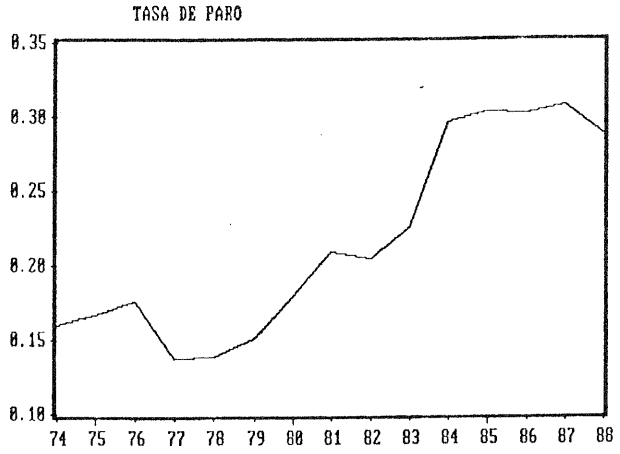
Fuente: E.P.A. y elaboración propia

FIG. 2



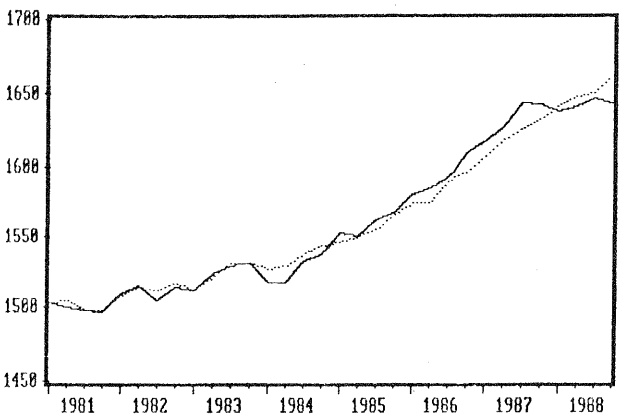
Fuente: E.P.A. y elaboración propia

FIG. 3



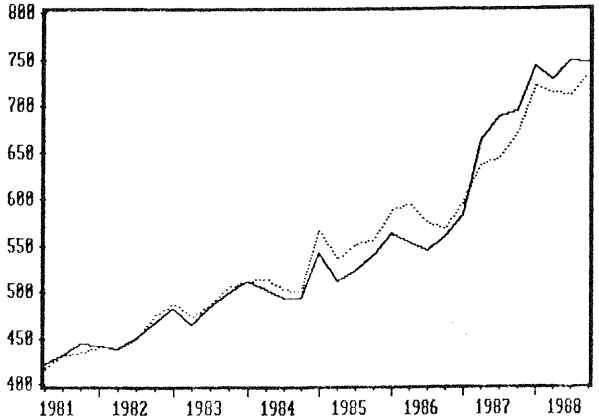
Fuente: E.P.A. y elaboración propia

FIG. 4



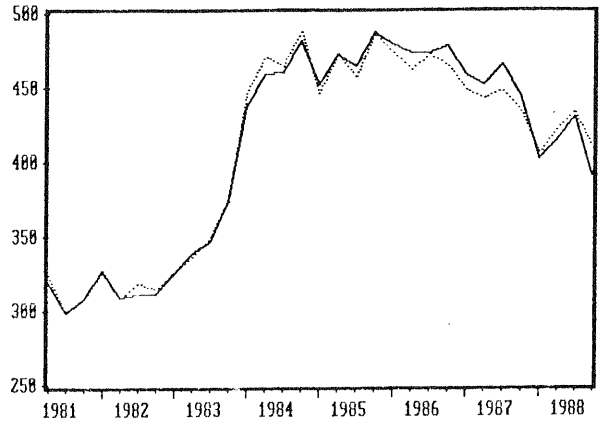
Real ..... Simulado

FIG. 5



Real ..... Simulado

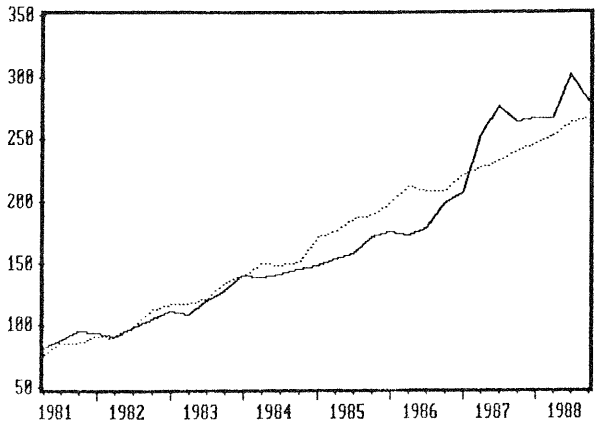
FIG. 6



Real ..... Simulado

FIG. 7

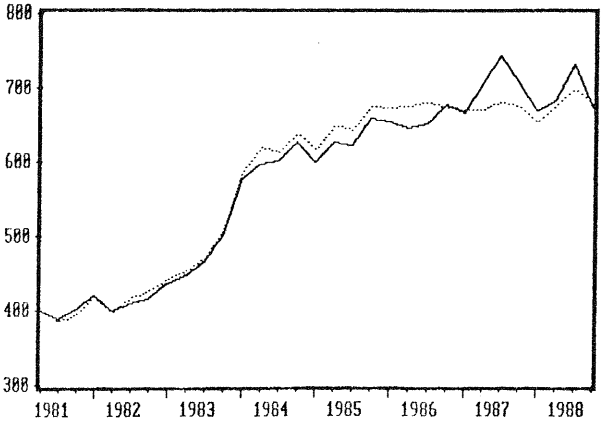
MUJERES PARADAS (Miles)



Real Simulada

FIG. 8

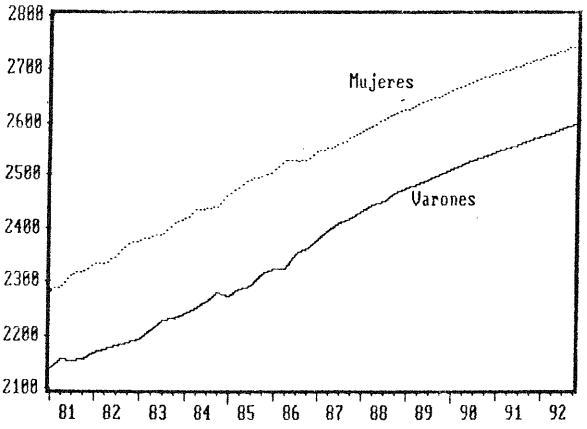
PARADOS (Miles)



Real Simulado

FIG. 9

POBLACION MAYOR DE 16 AÑOS (varones y mujeres)



Fuente: E.P.A. y proyecciones propias

FIG. 10

ESCENARIOS DE EMPLEO (Varones)

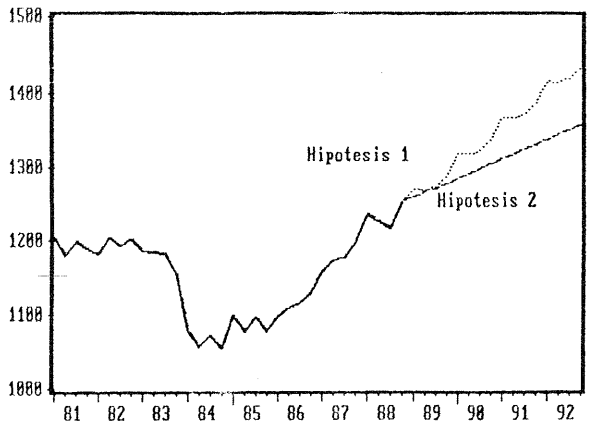


FIG. 11

ESCENARIOS DE EMPLEO (Mujeres)

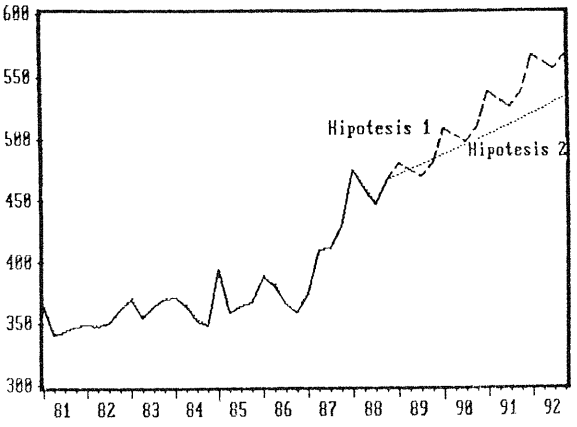


FIG. 12

PREDICCIONES DE POBLACION ACTIVA (Varones)

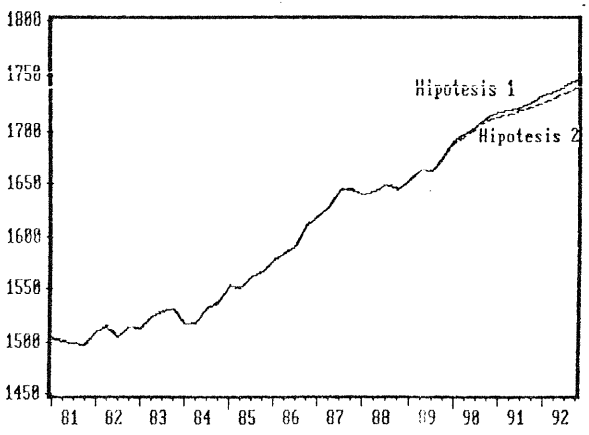


FIG. 13

PREDICCIONES DE POBLACION ACTIVA (Mujeres)

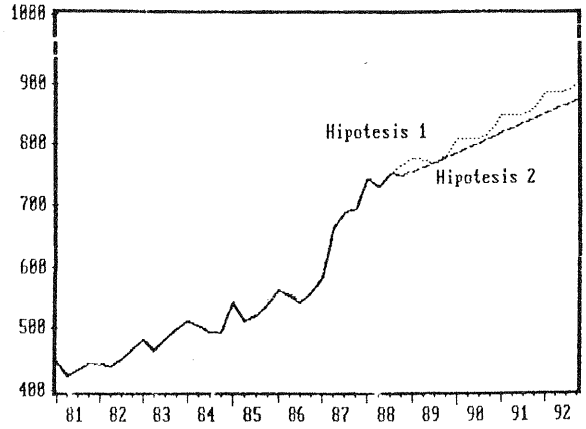
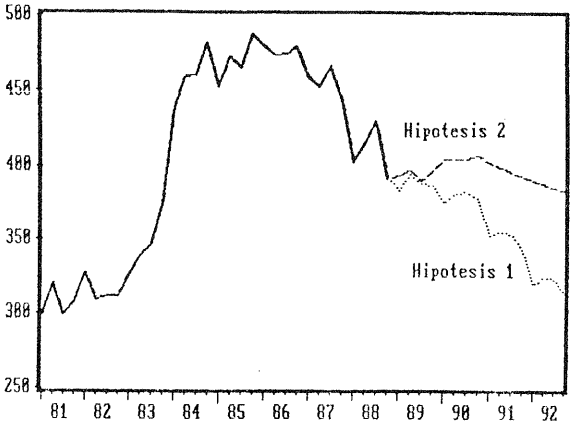


FIG. 14

PREDICCIONES DE PARO (miles de varones) 13



Paro Observado

FIG. 15

PREDICCIONES DE PARO (miles de mujeres)

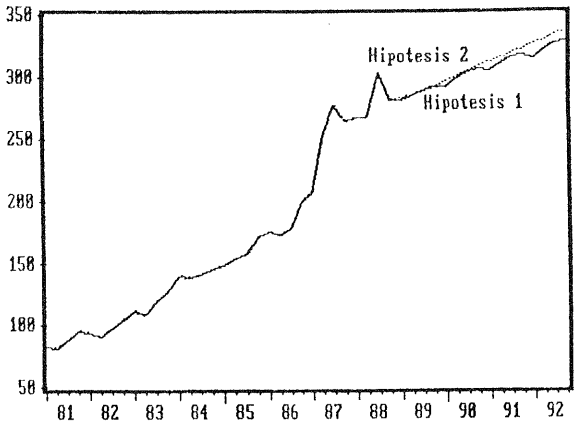
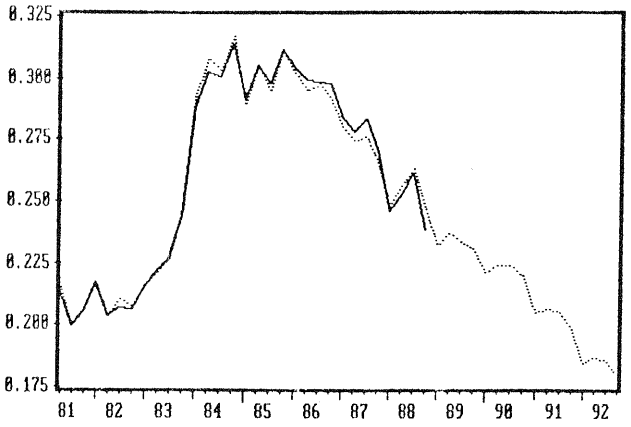


FIG. 16

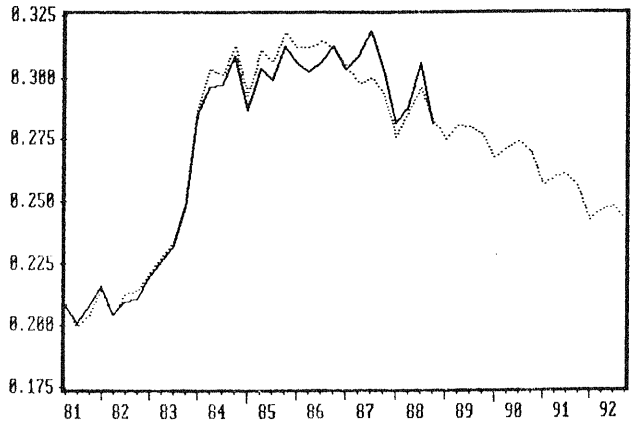
TASA DE PARO (varones)



___Real .....Predicha (bajo la hipótesis 1.)

FIG. 18

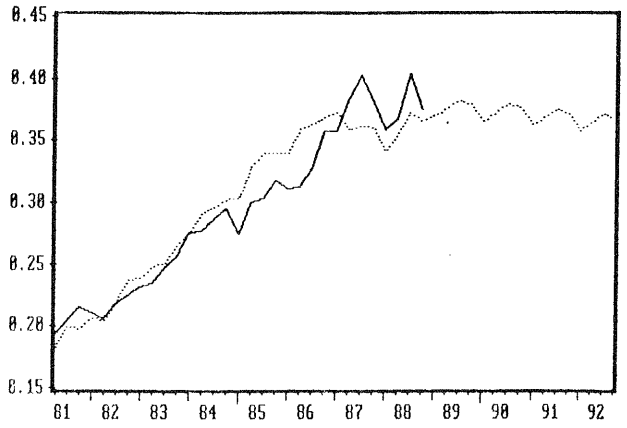
TASA DE PARO (Varones y mujeres)



___Real ..... Predicha (bajo la hipótesis 1.)

FIG. 17

TASA DE PARO (Mujeres)



___Real .....Predicha (bajo la hipótesis 1.)

CUADRO 1

obs	FTPV	FTPM	FTP	FTAM	FTAV
1988.4	0.246412	0.364186	0.282468	0.280114	0.673718
1989.1	0.231840	0.369288	0.275205	0.290017	0.667481
1989.2	0.236966	0.375239	0.280339	0.288340	0.669027
1989.3	0.233169	0.381480	0.279656	0.286865	0.666004
1989.4	0.230525	0.377816	0.277028	0.291448	0.669357
1990.1	0.221043	0.364432	0.267136	0.301276	0.673642
1990.2	0.224015	0.371496	0.271320	0.300253	0.673303
1990.3	0.223917	0.378614	0.273411	0.299320	0.673449
1990.4	0.219527	0.375421	0.269830	0.303911	0.675021
1991.1	0.204596	0.361559	0.256281	0.313143	0.674728
1991.2	0.206215	0.368113	0.259463	0.312198	0.673648
1991.3	0.204755	0.374642	0.260547	0.311299	0.673001
1991.4	0.198003	0.370774	0.255255	0.315535	0.672853
1992.1	0.184117	0.357033	0.242437	0.324304	0.673262
1992.2	0.186341	0.363641	0.246065	0.323507	0.672665
1992.3	0.185312	0.370183	0.247496	0.322737	0.672320
1992.4	0.178921	0.366334	0.242467	0.326776	0.672346

FTPV = Predicción de la tasa de paro, varones.
FTPM = » » » » » , mujeres.
FTP = » » » » » , (varones y mujeres).
FTAM = » » » » » , actividad (mujeres).
FTAV = » » » » » , (varones).

CAMBIO TECNOLOGICO Y FUNCION EMPRESARIAL: EXPECTATIVAS DE LA ECONOMIA ANDALUZA

José M. O'Kean Alonso
Luis A. Palma Martos
José L. Martín Navarro

Universidad de Sevilla

(La versión completa de esta ponencia será publicada en la Revista de Estudios Andaluces)

1. En los últimos treinta años se ha desarrollado un considerable interés de los economistas por la variable cambio tecnológico. Gran parte de los estudios empíricos realizados[1] han demostrado que el crecimiento económico de este período ha sido motivado por cambios en la tecnología utilizada en los procesos productivos.

La rapidez con la que el stock tecnológico se modifica y la complejidad de la información en el proceso de difusión tecnológica, origina un proceso permanente de aparición de nuevas actividades que reemplazan a otras en declive o absorben excedentes de recursos generados por la modernización tecnológica. Los efectos de esta ininterrumpida dinámica sobre el crecimiento económico son significativos y en este proceso la figura del empresario adquiere una especial relevancia, que le convierte en un catalizador imprescindible del desarrollo económico.

2. La función empresarial y el agente empresarial pasan por ser conceptos escasamente elaborados por el análisis económico convencional. Numerosos economistas han denunciado esta deficiencia[2] y es por ello que las escasas aportaciones realizadas adquieren especial relevancia. Junto a la tradicional elaboración del empresario innovador de Schumpeter, merecen ser destacadas las teorías de Leibenstein, Kirzner o la igualmente conocida teoría de Knight. Todas ellas aportan un enfoque distinto de la acción empresarial, aunque son significativos sus puntos en común[3].

Según estas teorías, la actividad empresarial consistiría en aquella acción encaminada a disminuir las ineficiencias de la empresa (Leibenstein)[4], percibir y captar las oportunidades de beneficios existentes en el mercado (Kirzner)[5], estimar el futuro en un marco de incertidumbre (Knight)[6], e innovar[7] (Schumpeter)[8]. Con frecuencia uno de los principales problemas que implica el análisis de la actividad empresarial, radica en la dualidad de planos que presenta, de un lado la perspectiva que estudia qué hacen los empresarios —hipótesis funcional— y aquella otra que intenta acotar quién realiza la función empresarial —hipótesis indicativa—. En los trabajos de desarrollo económico se ha adoptado mayoritariamente este segundo enfoque, pero a nuestro juicio con una visión muy reducida.

3. El estudio indicativo de la función empresarial, arroja una distinción inicial entre empresarios individuales y corporaciones en las que la actividad empresarial es desempeñada por altos directivos y el consejo de administración. Estos directivos y los empresarios individuales, conformarían inicialmente el conjunto de agentes que desarrollarían la acción de vislumbrar y captar las oportunidades de beneficio, estimar el futuro afrontando la incertidumbre, buscar de manera permanente la reducción de las ineficiencias de la empresa y contribuir de forma significativa al cambio tecnológico mediante la innovación de sus distintas formas. Todos ellos constituirán «the entre-

(1) Mansfield, E. (1988)
(2) Entre otros autores, Blaug, M. (1983), p. 117-118; Baumol, W. (1968), p. 64; Kirzner, I. (1973), p. 7; y especialmente Casson, M. (1982), p. 9.
(3) Véase al respecto Casson (1891) y O'kean (1989)
(4) Leibenstein, H. (1969, 1979).
(5) Kirzner, I. (1973, 1979, 1985).
(6) Knight, F. (1921).
(7) Schumpeter, J.A. (1912), pp. 77.
(8) Schumpeter, J.A. (1950), p. 181.

preneurial network», la red social empresarial[9]. Sin embargo, la propia expansión de la función empresarial en la gran corporación y la pronunciada intervención del Estado en las economías mixtas occidentales, permiten adoptar una macrovisión de la función empresarial en la que numerosos agentes e instituciones del entramado social desempeñan algunas de las funciones descritas. Desde esta perspectiva el tejido empresarial estaría conformado tanto por los empresarios individuales y los altos ejecutivos, como por las Universidades, institutos de investigación, centros de servicios y consultorías, así como por los departamentos de diversa naturaleza de la Administración que con su acción contribuyen a elaborar e implantar la estrategia competitiva empresarial. Sin duda el papel de estas instituciones no consideradas tradicionalmente como miembros del tejido empresarial, alcanzan una especial relevancia en la función innovadora, dada la interconexión existente con el desarrollo científico y la importancia de los canales de información en la difusión tecnológica. La amplitud y calidad de la red empresarial refleja la dinamicidad empresarial y el potencial innovador de una economía, resultando de especial interés en los procesos de planificación y estudios del desarrollo económico identificar con acierto los agentes que integran dicho «network».

4. En relación con esta idea amplia del tejido empresarial, el Estado puede llevar a cabo un importante papel de distinta intensidad. A modo de clasificación, podemos diferenciar cuatro acciones:

a) la acción liberal, caracterizada por una regulación mínima de la vida económica, renunciando incluso a alterar el entorno empresarial.

b) la acción exógena es aquella en la que el Estado actúa modificando el entorno empresarial; y por ello su acción debe ser tenida en cuenta por los agentes empresariales porque modifica las oportunidades de beneficios existentes, crea otras nuevas, pero también puede contribuir a dificultar el desempeño de la función empresarial, al emitir señales contradictorias o trazar políticas de incentivos erróneas o mal implantadas.

c) la acción endógena se caracteriza porque el Estado o cualquiera de sus departamentos desempeñan algunos de los vectores de la función empresarial, pero sin llegar a constituirse en empresarios en el sentido tradicional.

Con esta actuación el Estado más que incidir en el tejido empresarial, se integra en el mismo y consigue que empresarios rutinarios pasen a convertirse cuando menos en empresarios imitadores utilizando una tecnología existente en otros ámbitos pero desconocida por este segmento del tejido empresarial, o incluso lleguen a realizar innovaciones en el sentido schumpeteriano.

d) Finalmente el Estado puede acometer la acción empresarial, creando empresas públicas o participando directamente en proyectos empresariales que estime de interés.

Como puede apreciarse, la concepción del tejido empresarial como una amplia red de agentes sociales de diversa naturaleza que incluya la Administración Pública, puede ofrecer un marco adecuado para estudiar el desempeño de una actividad empresarial que genere crecimiento y cambio social. En esta dirección las políticas públicas se han centrado en fomentar la acción innovadora por entender, en perjuicio de los otros vectores empresariales, que promueve más directamente el cambio económico, alcanzando especial significación en los programas de desarrollo regional.

5. Es un interesante trabajo sobre innovación, tecnología y reorientación del desarrollo regional, señala Sweeney[10] la importancia del potencial empresarial, el potencial innovador, la información y comunicación y el potencial sinergético (redes interconectadas), como factores relevantes del desarrollo regional. El conocimiento del tejido empresarial y de las potencialidades de innovación de cada región, debe constituir el paso previo en la definición de una estrategia de desarrollo económico regional. La combinación de los distintos niveles de los factores señalados ofrece en opinión de este autor una clasificación de diversos tipos de regiones atendiendo fundamentalmente a la capacidad de innovación tecnológica y dinámica empresarial. Sweeney diferencia hasta seis clases de regiones:

(9) O'Kean, J.M., Barzelay, M. & Stone, A. (1988).
(10) Sweeney, G.P. (1988).

a) Regiones «innovadoras y empresariales» que son aquellas con un gran número de industrias basadas en la ciencia y la alta tecnología, origen de las principales innovaciones.

b) Regiones «tecnicamente avanzadas y empresariales» que son aquellas que están orientadas a la manufactura y a la tecnología más que las del grupo anterior, aunque tienen su mismo grado de desarrollo económico.

c) Regiones «cíclico-tecnológicas», zonas que dependen de un solo sector y por lo tanto están fuertemente especializadas y por ello expuestas a las variaciones de la actividad económica.

d) Regiones «empresariales y especializadas» donde es el dinamismo empresarial el principal factor de desarrollo de un proceso de prosperidad económica.

e) Regiones «técnicamente aisladas» que son aquellas dominadas fundamentalmente por el sector agrícola —como es el caso de las regiones periféricas de la CEE—, con un bajo potencial innovador y con una industria que consiste de forma esencial en plantas filiales de grandes empresas nacionales o multinacionales.

f) Finalmente las regiones «con bajo potencial empresarial de innovación» en las que están incluidas algunas áreas y capitales de zonas agrarias, presentan un tejido empresarial dedicado al comercio y los servicios junto con empresas industriales de escasa dimensión y no competitivas.

A juicio de Sweeney la definición de estrategias de desarrollo económico regional deben basarse en el análisis de la comarca concreta, para poder identificar las necesidades específicas de cada una de ellas: una de las causas más frecuentes del fracaso de este tipo de políticas es la falta de adecuación entre las necesidades y las medidas llevadas a cabo, así como de coherencia con el resto de políticas regionales y nacionales. En general concluye Sweeney proponiendo políticas que (a) pongan énfasis en los contactos personales y la mejora de la información y su intercambio con las empresas; (b) presten más atención a la transferencia de tecnologías a las PYMEs; (c) otorguen más responsabilidad a las autoridades locales en la creación de nuevas actividades; (d) abandonen la tentación de crear una industria de alta tecnología, para perseguir de manera prioritaria la difusión tanto de la tecnología como de las innovaciones.

6. En este marco puede ser útil una reflexión general sobre la economía andaluza y sus expectativas de futuro. Los estudios sobre el tejido empresarial andaluz son escasos, no sabemos mucho de los diversos agentes que desempeñan los distintos vectores empresariales en Andalucía. La Encuesta de Población Activa del cuarto trimestre de 1988, reflejaba como 360.100 personas eran empresarios o miembros de cooperativas de un total de 1.717.800 ocupados (20.96%, 19.13% en el País Vasco, 11.78% en la Comunidad de Madrid, 21.17% en la Comunidad valenciana y el 18.03% en Cataluña). Sectorialmente el 23.96 eran empresarios y miembros de cooperativas del sector agrícola, el 9.05% pertenecían a la industria, el 8.54 a la construcción y el 58.45 a los servicios. Del conjunto de empresas y según los datos referentes al alta a la Seguridad Social para 1987[11], el 87.68% de las empresas andaluzas no emplea más de 10 trabajadores y el 96.13% no supera los 30.

En gastos de I+D para 1983[12] el 2,33% del gasto nacional de empresas se hizo en Andalucía, en Cataluña se llevó a cabo el 30.5%, en Madrid el 41.56% y en el País Vasco el 11,03%. La distribución del gasto I+D de centros públicos y de Universidades contribuyó a redistribuir el potencial innovador asignando a Andalucía el 14.21%, mientras que en Cataluña representó el 10.94% y en el País Vasco el 1.39%, aunque el gasto en Madrid fue el 47.37% del total nacional.

Este conjunto de cifras aunque poco significativas reflejan una impresión generalizada puesta de manifiesto en variados escritos, a saber: la debilidad del tejido empresarial andaluz y la posible clasificación de Andalucía como «región con bajo potencial empresarial e innovador». La extensión de la región andaluza y su diversidad, obliga a matizar cualquier generalización. Zonas como el Campo de Gibraltar o el núcleo petroquímico de Huelva pueden ser calificados como «regiones cíclico-tecnológicas», mientras otras comarcas podrían definirse mejor como «regiones técnicamente aisladas» o «empresariales y especializadas». Sin embargo cuesta trabajo aceptar que existan áreas del tipo (a) o (b) siguiendo la tipología expuesta.

(11) Vallés, J., Guzmán, J. & De Paz, M. (1988), p. 270.
(12) Martín, C. & Rodríguez L. (1988), p. 155.

El sector público ha intentado repetidamente dinamizar la actividad económica en la comunidad andaluza, mejorar el clima empresarial y la actuación innovadora del tejido empresarial andaluz. Hasta principios de los 80, las políticas implantadas pueden ser consideradas como «acciones exógenas», tendentes a incentivar la inversión empresarial en determinados sectores, pero sin llegar a desempeñar parte alguna de la función empresarial, es decir sin integrarse en el «network» empresarial. Este es el caso de los Polos de Desarrollo, Zonas de Expansión Industrial, Grandes Areas de Expansión Industrial, Planes de Reconversión y más recientemente los programas de apoyo a la actividad empresarial, o las Zonas de Urgente Reindustrialización. Otras acciones han sido de carácter «empresarial» por medio de la empresa pública, bien a través de SODIAN o en la actualidad siguiendo algunas líneas estratégicas del Instituto de Fomento de Andalucía.

7. Actualmente tres bloques de la estrategia pública de desarrollo regional, merecen ser destacados en el intento de ampliar y completar el tejido empresarial andaluz, afectando principalmente a la función empresarial innovadora y al cambio tecnológico en general. Las líneas aludidas de la estrategia pública en Andalucía, podrían quedar caracterizadas por:

* Una primera tendente a captar acciones de innovación y cambio tecnológico puro, centrada principalmente en atraer empresas de carácter multinacional y reconocida actividad investigadora en alta tecnología. Esta acción es compatible con la atracción de empresas españolas, que cooperan activamente en proyectos de investigación comunes con otras empresas europeas en los programas comunitarios. Son empresas de carácter nacional y principalmente relacionadas con sectores públicos (telecomunicaciones principalmente) o sectores estratégicos en el campo de la defensa etc. Estas empresas pueden ser públicas o privadas, pero sobre ellas el Estado ejerce una fuerte influencia en la elaboración de sus estrategias de I+D o incluso en la financiación de sus proyectos.

Esta línea de la estrategia pública en Andalucía parece concentrarse en los parques tecnológicos. Se plantea entonces el problema de la inversión en infraestructura, la disponibilidad de capital humano de alta cualificación (que posteriormente puede revertir en el resto del tejido empresarial innovador en actividades de imitación mediante la creación de empresas de tecnología intermedia o alta), y los incentivos a la inversión, así como preparar el entorno adecuado para disipar incertidumbres. En concreto nos referimos al proyecto del Parque Tecnológico de Málaga y las actuaciones previstas sobre la isla de La Cartuja tras la celebración de la Exposición Universal de 1992.

Los objetivos que persigue la conversión de la Cartuja en un parque tecnológico son los de crear un centro de investigación que impulse un sector industrial de alta tecnología, competitivo en nuevos productos y que proporcione la infraestructura necesaria para la modernización de los procesos de transformación andaluces.

Para lograr los fines descritos, Andalucía ofrece algunas ventajas como la de tener unos costes relativos menores respecto a otras regiones, unido a un alto nivel de vida que en opinión de los organizadores puede propiciar la llegada de mano de obra cualificada, condición esencial para el éxito del proyecto.

Son múltiples los beneficios esperados de esta actuación tanto para el conjunto de la nación (posibilidad de llevar a cabo una política de reequilibrio del Estado, rentabilizar las inversiones realizadas en la Expo, etc.) como para la Junta de Andalucía (potenciar el desarrollo de el Sur de España), reforzando y completando el tejido empresarial innovador andaluz) o para el propio Ayuntamiento de la ciudad.

Como ya hemos reseñado, otra de las actuaciones que en este campo tiene previsto realizarse es la promoción del Parque Tecnológico de Málaga, proyecto que pretende servir de motor de desarrollo de empresas industriales andaluzas que generen empleo en sectores de tecnología avanzada.

El Parque Tecnológico se pretende diseñar como un polígono de alta calidad de urbanización, cercano a la Universidad y dedicado fundamentalmente al apoyo de nuevas empresas a las que se le facilitará líneas especiales de financiación, con la intención de crear un Centro de Innovación Empresarial.

* Una segunda línea de la estrategia intentaría incorporar al tejido innovador a empresas e instituciones con potencial de investigación por su propia naturaleza (institutos tecnológicos, uni

versidades), o que deban este potencial al hecho de pertenecer a un sector obligado a un constante proceso de cambio ante la evolución de productos y mercados. Este es uno de los objetivos del Plan Andaluz de Investigación Científica y Desarrollo Tecnológico y los incentivos que se estructuran al respecto. El Plan está en una fase avanzada de elaboración según nuestra información. El Plan constituye junto a la línea de implantación de parques tecnológicos, «acciones exógenas» si bien con un fuerte efecto sobre el tejido empresarial regional, intentando convertirlo en una red más amplia y notablemente más dinámica.

* La tercera línea intenta modificar el tejido empresarial autóctono de carácter rutinario transformándolo en un tejido cuando menos imitador, que incorpore una tecnología más avanzada. Esta acción de naturaleza claramente «endógena» se concreta en los Planes de Actuación originariamente implantados por el IPIA y ahora bajo la competencia del IFA. En esencia, consisten en elaborar e implantar una estrategia sectorial innovadora en cualquiera de los sentidos de la innovación: aunque de hecho se trata principalmente de un instrumento de difusión tecnológica, pero no sólamente es ésto. Los Planes de Actuación se caracterizan por su aplicación microeconómica, la consideración de la problemática global de las empresas del sector y la elaboración de forma coordinada y conjunta de una estrategia competitiva, en la que diversos agentes sociales como empresarios, sindicatos, coorporaciones locales y la propia Administración desarrollan de forma conjunta los diversos vectores de la función empresarial, integrándose de diferente forma en el «network». Son además flexibles y abiertos, por lo que pueden introducirse en todo momento aquellas modificaciones que los agentes implicados estimen unanimemente convenientes.

De las recomendaciones de Sweeney para la reorientación de la política regional de desarrollo endógeno, los Planes de Actuación son los que más se ajustan a las acciones que han demostrado un mayor éxito: se basan principalmente en contactos personales, manteniendo una tupida red de intercambios de información a través de la Mesa del Plan; se aplican principalmente a sectores de PYMES con ventajas competitivas endógenas no explotadas; integan a las autoridades locales y departamentos descentralizados de la Administración autónoma o nacional; y finalmente persiguen una difusión tecnológica efectiva en el tejido empresarial autóctono, sin perseguir alcanzar centros de tecnología punta.

Como instrumento de política regional, quizá sea el más efectivo y la experiencia de los últimos años, así como la imaginación demostrada, merecerían un fuerte apoyo de la Administración regional, que según nuestra información no se está produciendo con la consistencia que debiera[13].

Un gran problema presentan los Planes de Actuación: requieren para su puesta en práctica un personal muy cualificado en «conocimiento ordinario» y con grandes dotes de persuasión, con más mentalidad empresarial que burocrática. Seleccionar este personal es muy difícil, porque no se encuentra y porque a veces la rigidez del aparato administrativo público no lo permite. Por esta causa, sólo es posible acometer un número reducido de planes.

8. Como impresiones para un futuro debate y ulteriores estudios pueden realizarse algunas precisiones finales sobre la política de desarrollo regional referidas al tejido empresarial:

1) La falta de lazos de interconexión entre los subtejidos empresariales carece de instrumentos correctores. Si bien el objeto del Plan Tecnológico es integrar en el tejido empresarial a sectores dispersos o ajenos a la acción innovadora, a la vez que fomenta la investigación del subtejido ya innovador, es difícil creer que los estratos más rutinarios de empresarios del «network» andaluz, tengan acceso a estos programas. Los Planes de Actuación pueden aportar más a este fin, pero quizá el efecto sinergético que produzcan se ha reducido al estar limitados en su aplicación a prácticas productivas muy concretas y ámbito geográfico puntual.

2) De acuerdo con las recomendaciones de Sweeney, los planes Cartuja 93 y el Parque Tecnológico de Málaga obedecen a líneas de actuación no recomendadas y posiblemente son políticas inadecuadas en regiones aisladas o con bajo potencial empresarial y de innovación. Un posible

(13) Sobre la gestión del IPIA y la naturaleza de los Planes de Actuación véase: Barzelay, M. & O'Kean, J.M.: «Gestión Pública Estratégica: Conceptos, Análisis y Experiencias. El caso I.P.I.A.». En el que se estudia con detalle el Plan de Actuación de la comarca de mármol de Macael.

efecto negativo de estas políticas pudiera ser la agudización de la dualidad de la economía andaluza, diferenciándose el tejido empresarial en dos estratos, uno innovador de tecnología punta y otro operando con técnicas anticuadas y espíritu rutinario. La solución no sería renunciar a los proyectos aludidos sino intentar evitar la brecha con políticas que actúen en un grado de tecnología intermedia, al que tengan fácil acceso los empresarios del estrato inferior y que sirva de difusión de la alta tecnología.

3) Los Planes de Actuación, se ajustan en cambio perfectamente, a las líneas de las acciones consideradas más eficaces. Su mayor inconveniente radica en la dificultad de encontrar personas adecuadas que los pongan en práctica como se ha dicho. Pretender acometer un número inabarcable de Planes, podría frustar las expectativas que en algunos sectores productivos han despertado. Por otro lado creemos que el apoyo prestado no ha sido contínuo ni suficiente y entre funcionarios de la Administración autónoma se conciben como un conjunto de ayudas financieras a sectores en dificultades, criticados a veces por departamentos ajenos a los órganos gestores, pero que pueden estrangular la dinámica de los Planes. Hay que insistir en que los Planes son ejemplo de la «acción endógena» del Estado respecto a la función empresarial, aunque canalicen políticas «exógenas» de promoción del tejido empresarial y que por ello requieren un tratamiento especial.

Junio de 1989
Sevilla

BIBLIOGRAFIA

BARZELAY, M. & O'KEAN, J.M. (1989): *Gestión Pública Estratégica: Conceptos, Análisis y Experiencias: el caso IPIA*. Instituto de Estudios Fiscales-Madrid, 1989.

BAUMOL, W. (1968): *Entrepreneurship in Economic Theory*. «American Economic Review», 58, pp. 64 a 71.

BLAUG, M. (1983): *Marx, Schumpeter y la teoría del empresario.* «Revista de Occidente», Extra V, 21-22, pp. 117 a 130.

CASSON, M. (1982): *The entrepreneur. An economic theory*. Barnes & Noble Books-Totowa, NJ, 1982.

KIRZNER, I. (1973): *Competencia y Función Empresarial.* Unión Editorial-Madrid, 1975.

KIRZNER, I. (1979): *Perception, Opportunity and Profit.* The University of Chicago Press-Chicago, 1979.

KIRZNER, I. (1985): *Discovery and The Capitalist Process*. The University of Chicago Press-Chicago, 1985.

KNIGHT, F. (1921): *Riesgo, Incertidumbre y Beneficio*. Aguilar-Madrid, 1947.

LEIBENSTEIN, H. (1969): *Entrepreneurship and Development*. «American Economic Review», 58(2), pp.72 a 83.

LEIBENSTEIN, H. (1969): *The General X-Efficiency Paradigm and the Role of the Entrepreneur.* En Rizzio, M.J.: «Time, Uncertainty and Disequilibrium», D.C. Heath-Lexington, Mass., 1979; pp.127 a 139.

MANSFIELD, E. (1988): *Propiedad Intelectual, Tecnología y Crecimiento Económico.* «Perspectivas Económicas», n.º3, pp. 12 a 17.

MARTIN, C. & RODRIGUEZ, L. (1988): *Datos para una política tecnológica de dimensión regional.* «Papeles de Economía Española», n.º 35, pp. 153 a 164.

O'KEAN, J., BARZELAY, M. & STONE, A. (1988): *Promoción empresarial: Estrategias.* «Información Comercial Española», n.º 663, pp.92 a 103.

O'KEAN, J.M. (1989): *Aportaciones a la teoría económica de la función empresarial*. «Boletín de estudios economícos», abril 1989, pp.151 a 165.

SANCHEZ GIL, M. (1966): *Naturaleza y evolución de la función empresarial.* Aguilar-Madrid, 1969.

SCHUMPETER, J.A. (1912): *Teoría del desenvolvimiento económico*. Fondo de Cultura Económica-México, 1976.

SCHUMPETER, J.A. (1947): *La respuesta creadora en la historia económica*. En: «Ensayos», pp.221 a 232; Oikos-Tau-Barcelona, 1968.

SCHUMPETER, J.A. (1950): *Capitalismo, Socialismo y Democracia.* Orbis-Barcelona, 1983.

Sweeney, G.P. (1988): *Innovación, tecnología y reorientación del desarrollo regional*. «Papeles de Economía Española», nº 35, pp.115 a 131.

ACTIVIDAD Y PARO EN LA ENCUESTA DE CONDICIONES DE VIDA Y TRABAJO. ESPAÑA VS. GALICIA

Luis Lamas Alonso
Facultad de CC. Económicas
Universidad de Santiago

M. Dolores Linares Cuerpo
Insituto Galego de Estadística
Xunta de Galicia

1.— INTRODUCCION

En el análisis que realizan Raymon y Castañer (1) sobre la situación de desempleo en España, se atribuye la mayor parte de la responsabilidad del paro que se crea en España a partir de la crisis del petróleo y de la que en estos últimos años se está saliendo al incremento de activos que se produce como consecuencia de la gran incorporación de mujeres al mercado de trabajo. Este fenómeno es especialmente significativo en el caso de las mujeres casadas ya que este colectivo presenta una gran sensibilidad a caer en el desánimo laboral, pasando de desempleadas a inactivas cuando se da una situación de desempleo regresiva tal como se dió en la primera parte de esta década, y de volver a acceder al mercado buscando trabajo cuando las perspectivas de encontrar empleo mejoran.

Tal como se observa en los gráficos 1.a y 1.b, la situación del empleo se deteriora sobre todo en la primera mitad de la década, hasta que a partir de 1985 empieza a crecer el empleo y, con ello la población activa en el total español. En el caso gallego, este incremento de población activa no se da por lo menos hasta 1988.

¿Cuáles son las diferencias entre Galicía y España? de los dos causas que citan los previos autores, y que por otra parte están en todos los artículos de Economía, nos fijaremos fundamentalmente en dos: la presencia de jóvenes que accedente como parados al mercado de trabajo y, que como parados les falta toda la experiencia laboral de anteriores generaciones, y, por otra parte, la presencia en el mercado laboral gallego de dos generaciones distintas de mujeres. La primera, que la distinguiremos como la generación «mayor» corresponde con mujeres, especialmente rurales, que se incorporaron al mercado de trabajo en condiciones de desarrollo de economía campesina, cuyo trabajo era de Ayudas Familiares en una granja sin ningún tipo de remuneración. Las segundas son situaciones de mujer «joven», que pretende incorporarse o bien a un trabajo en los sectores industrial o de servicios o quedarse como inactiva en su domicilio. De ambos procesos, los jóvenes y las mujeres, toman perfecta cuenta la probabilidad de estudiar, con lo que esta variable se convierte en factor explicativo de las probabilidades de estar activo, ocupado o estar en paro.

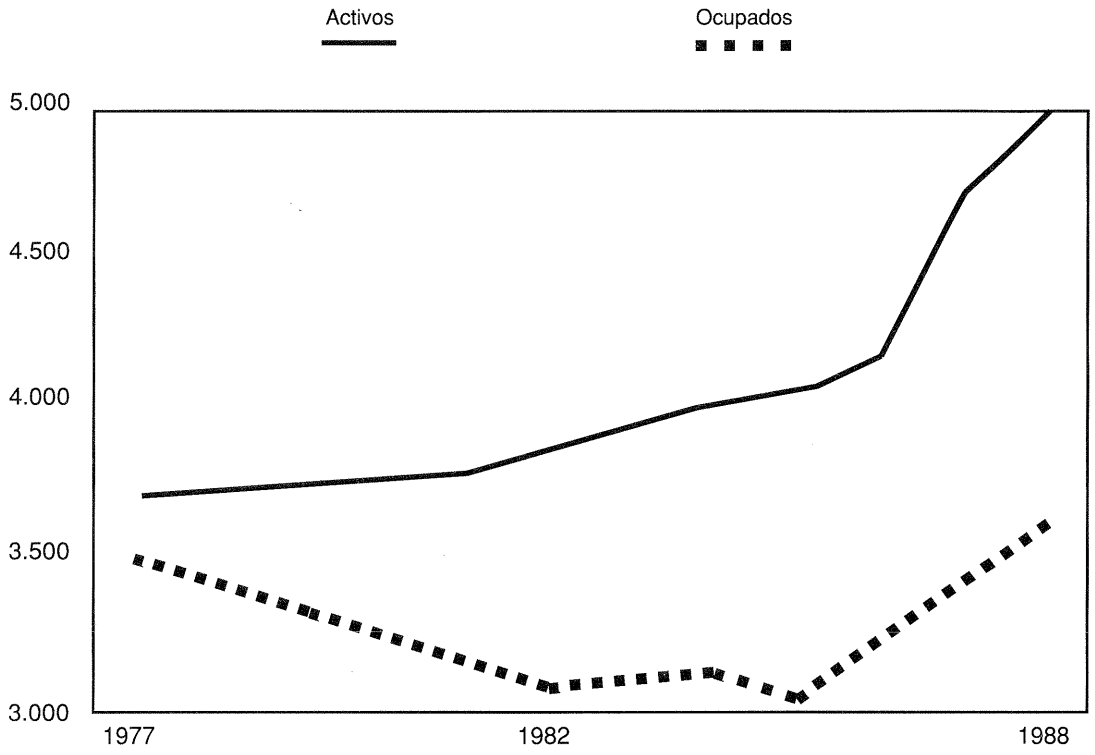
El programa del trabajo es el siguiente (2). En la sección II se comentarán los cuadros estadísticos que responden a las probabilidades de ser activo, estar en paro o estar ocupado, tal como se desprenden de la propia Encuesta de Condiciones de Vida y Trabajo (ECVT). En la sección III se obtienen estimadores logit para ambas condiciones (bajo los supuestos de quem tanto la variable dependiente como las variables independientes, se distribuyen como marginales 0 y 1) y se proporcionan los distintos resultados. Por último, en la sección IV se proporcina un resumen de los resultados y conclusiones.

---

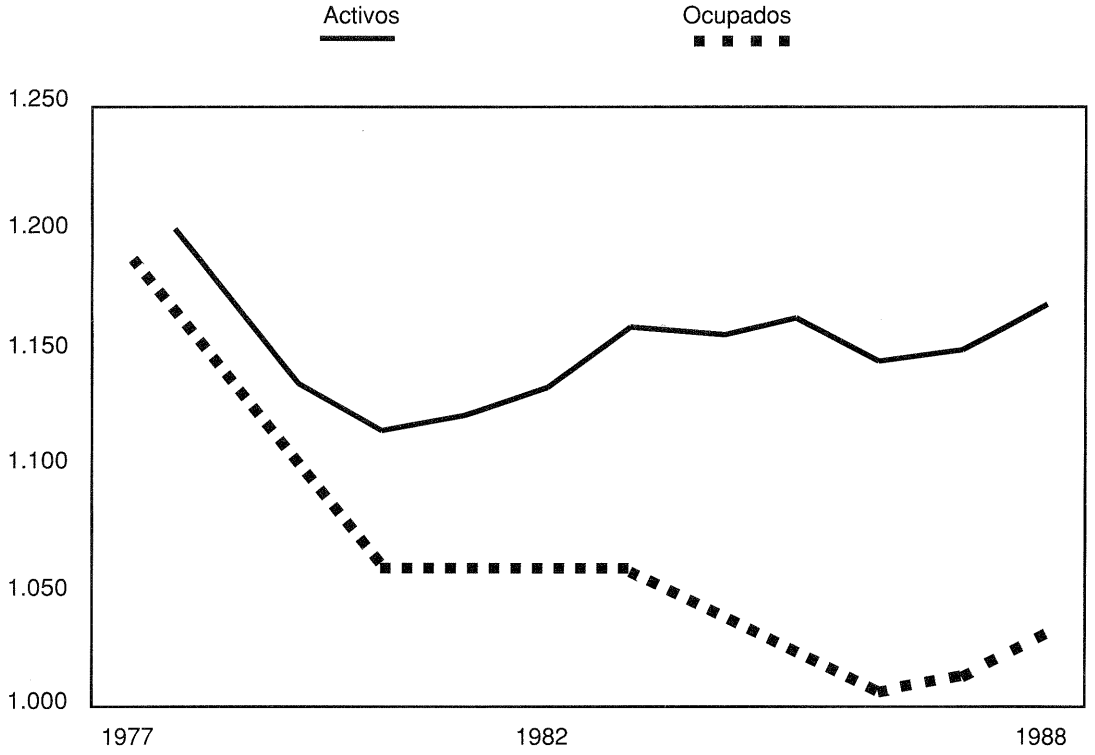
(1) Raymond, J.L. y J.M. Castañer, *Algunos rasgos de la actividad y el paro según la encuesta de condiciones de vida y trabajo.* Fundación FIES, 1988.

(2) El trabajo se ha realizado de la siguiente forma: en primer lugar el Instituto Galego de Estadística nos ha proporcionado los datos relativos de toda la ECVT, facilitada por el Ministerio de Economía. Más adelante, un ordenador AT se obtuvo y produjo los cruces de variables por medio del programa SPSS y se presenta por medio del programa Lotus 1-2-3. Por último se obtuvieron los coeficientes de logit por medio del programa LIMDEP.

ACTIVOS Y OCUPADOS. ESPAÑA
1977 – 1988



ACTIVOS Y OCUPADOS. GALICIA
1977 – 1988



2.— CARACTERISTICAS DE LA POBLACION EN EDAD DE TRABAJAR. ESPAÑA vs. GALICIA.

En esta sección vamos a analizar la información de los cuadros derivados de la crostabulación de los datos en tablas de doble (o superior) entrada. Siguiendo los trabajos de Raymon y Castañer lo realizamos para las variables ocupación, paro y participación. Las observaciones generales acerca del método de trabajo y la comparación con los resultados de la Encuesta de Población Activa (EPA) vienen en el artículo de Raymon y Castañer, por lo que no los repetimos en esta comunicación.

2.1.— La tasa de actividad.

Las tablas 1.a a 2.b recogen la diferenciación de tasas de actividad para los distintos sexos, estados civiles y Edad o Nivel de Estudios para cada uno de las areas de trabajo (España o Galicia). Dejando aparte las consideraciones generales sobre España, dirijamos nuestra atención a los resultados para Galicia y su diferenciación con el total de España.

Como se ve en los cuadros 1.a y 1.b, para los distintos grupos de edad los hombres gallegos presentan una estructura de actividad (participación en el mercado laboral) similar a la española. Esta similitud se refiere a que a medida que aumenta la edad, aumenta el grado de incorporación al mundo laboral, excepto para el último tramo de edad en el que ésta disminuye drásticamente. En el caso de las mujeres el comportamiento en Galicia y España es bastante distinto. Mientras que en España las mujeres más jóvenes tienen una tasa de actividad que se acerca bastante a la de los hombres, en Galicia esta tasa presenta un nivel muy inferior a su correspondiente masculina, la diferencia ronda los 14 puntos porcentuales. Además, la tasa de actividad de las mujeres gallegas para este grupo de edad se coloca muy por debajo de la correspondiente para España.

Cuadro 1.a

TASAS DE ACTIVIDAD POR GRUPOS DE EDAD, ESTADO CIVIL Y SEXO. ESPAÑA

	AMBOS SEXOS			HOMBRES			MUJERES		
EDAD	No Casados	Casados	Total	No Casados	Casados	Total	No Casados	Casados	Total
16-19	47,8	36,8	47,5	48,9	75,0	49,3	46,5	26,7	45,5
20-34	76,3	61,8	67,7	81,5	94,9	88,1	70,2	43,3	52,2
35-54	68,4	55,7	57,7	77,7	91,5	89,1	60,6	30,5	35,0
55-64	34,5	37,3	36,6	50,4	58,0	55,1	28,6	19,4	22,4
TOTAL	59,7	52,2	54,9	68,1	80,9	76,4	52,2	31,5	37,8

Cuadro 1.b

TASAS DE ACTIVIDAD POR GRUPOS DE EDAD, ESTADO CIVIL Y SEXO. GALICIA

	AMBOS SEXOS			HOMBRES			MUJERES		
EDAD	No Casados	Casados	Total	No Casados	Casados	Total	No Casados	Casados	Total
16-19	42,6	28,0	42,0	49,0	54,8	49,0	35,4	28,0	42,0
20-34	66,6	60,0	62,8	70,4	91,2	80,1	60,2	60,0	62,8
35-54	61,6	61,1	73,5	71,1	88,9	86,7	49,8	61,1	61,1
55-64	60,5	47,2	48,8	73,5	58,0	59,3	54,3	47,2	48,8
TOTAL	57,7	57,1	57,3	64,0	81,1	75,3	49,5	57,1	57,3

Las tablas españolas son de Raymon y Castañer (Obra cit.).

Cuadro 2.a

TASAS DE ACTIVIDAD POR SEXO, ESTADO CIVIL Y NIVEL DE ESTUDIOS. ESPAÑA

	AMBOS SEXOS			HOMBRES			MUJERES		
EDAD	No Casados	Casados	Total	No Casados	Casados	Total	No Casados	Casados	Total
Anlf./Sin Estudios	47,9	42,3	43,5	63,7	70,7	68,9	37,6	24,5	27,1
Primarios Completos	67,6	52,9	56,9	77,8	86,0	83,4	57,6	30,7	37,2
Bachiller o F.P.	60,4	63,7	62,1	63,4	89,2	76,1	57,5	40,7	48,8
Superiores o Medios	72,4	80,1	76,9	76,7	92,9	86,5	67,5	65,1	66,1
TOTAL	59,7	52,2	54,9	68,1	80,9	76,4	52,2	31,5	37,8

Cuadro 2.b

TASAS DE ACTIVIDAD POR SEXO, ESTADO CIVIL Y NIVEL DE ESTUDIOS. GALICIA

	AMBOS SEXOS			HOMBRES			MUJERES		
EDAD	No Casados	Casados	Total	No Casados	Casados	Total	No Casados	Casados	Total
Anlf./Sin Estudios	53,6	50,3	50,8	64,5	71,9	70,4	41,8	35,3	36,2
Primarios Completos	60,1	59,0	59,4	65,7	88,1	78,3	51,6	32,5	38,6
Bachiller o F.P.	49,5	73,5	61,7	50,5	88,2	71,7	48,5	45,3	47,2
Superiores o Medios	76,0	81,6	79,8	88,0	90,9	90,0	64,7	69,4	67,6
TOTAL	57,7	57,1	57,3	64,0	81,1	75,3	49,5	36,5	39,9

Las tablas españolas son de Raymon y Castañer (Obra cit.)

Otro hecho diferenciador y quizás el más característico del mercado de trabajo gallego, es la alta tasa de actividad de las mujeres en el último tramo de edad. Así, mientras que los resultados para España muestran una drástica reducción en la tasa de actividad de las mujeres pertenecientes al último grupo de edad, en Galicia este grupo exhibe una tasa de actividad que es superior al del grupo inmediatamente anterior y a la de las mujeres más jóvenes. Es precisamente el peso de la población activa femenina de edad avanzada lo que hace que la tasa de actividad femenina en Galicia sea superior a la media del Estado y que la tasa de actividad global también sea superior.

Respecto a la variable estado civil se observa que, tanto en Galicia como en España, son los hombres casados los que presentan una mayor inclinación a incorporarse al mercado laboral. La mayor diferencia entre Galicia y España se produce en el grupo de «no casados» para los que en España la tasa de actividad es mayor.

En las mujeres, para ambos espacios económicos, la situación es la inversa. Las mujeres casadas tienen una tasa de participación bastante inferior a la del otro grupo. Obsérvese que las diferencias por grupos de edades entre Galicia y España a las que nos referimos antes, son especialmente llamativas en el caso de las mujeres casadas pertenecientes al último grupo de edad; mientras que en España su tasa de actividad es de un 19,4%, en Galicia es de un 36,6%.

Pasando al examen de los resultados por nivel de estudios, se observa que a medida que aumenta este, mayor es la inclinación a incorporarse a la vida activa. Esta relación directa entre nivel de estudios y tasa de actividad es mayor en las mujeres que en los hombres tanto en el total del estado como en Galicia. Las diferencias de comportamiento entre ambos se manifiestan en el grupo de «analfabetos y sin estudios». En efecto, prácticamente toda la diferencia entre la tasa de actividad gallega y la española viene determinada por la mayor participación en el mercado laboral, de po-

blación que o carece de instrucción o su nivel es mínimo. De nuevo es en las mujeres en donde la diferencia para este nivel de estudios es de un 27,1%, para Galicia es de un 36,2%, debido fundamentalmente a las mujeres casadas.

2.2.— La tasa de paro.

Donde se hacen más patentes las diferencias entre ambos mercados de trabajo (el español y el gallego) es precisamente en las respectivas tasas de paro. Especialmente en la mujer referida al agro gallego presenta como característica su alta participación en el mercado de trabajo como poblacion activa ocupada; de esta situación de ocupación pasa a la de inactiva, no entrando por tanto en el numerador y denominador de la tasa de paro.

El desglose de las tasas de paro por sexo y edad que aparece recogido en los cuadros 3.a y 3.b muestra diferencias muy significativas entre ambos espacios económicos. Así, mientras que en España las tasas femeninas son muy superiores a las masculinas en todos los grupos de edad, en Galicia esto sólo ocurre para las mujeres jóvenes; a partir de los 35 años las tasas de paro masculinas superan ligeramente a las femeninas.

Cuadro 3.a

TASAS DE PARO POR GRUPOS DE EDAD, ESTADO CIVIL Y SEXO. ESPAÑA

	AMBOS SEXOS			HOMBRES			MUJERES		
EDAD	No Casados	Casados	Total	No Casados	Casados	Total	No Casados	Casados	Total
16-19	40,4	14,3	39,8	34,4	(*)	33,7	47,8	25,0	47,1
20-34	29,7	19,9	24,4	27,7	10,8	18,7	32,5	31,1	31,7
35-54	14,9	15,0	15,0	15,6	9,3	10,3	14,1	27,0	23,6
55-64	12,8	13,9	13,6	9,2	12,4	12,0	15,2	17,9	16,7
TOTAL	26,9	16,3	20,1	25,1	10,4	15,0	28,9	27,3	28,0

Cuadro 3.b

TASAS DE PARO POR GRUPOS DE EDAD, ESTADO CIVIL Y SEXO. GALICIA

	AMBOS SEXOS			HOMBRES			MUJERES		
EDAD	No Casados	Casados	Total	No Casados	Casados	Total	No Casados	Casados	Total
16-19	29,8	(*)	28,9	24,2	(*)	23,8	38,7	(*)	36,8
20-34	19,6	14,5	16,	16,4	10,7	13,4	25,9	20,9	23,1
35-54	9,7	8,7	8,8	10,3	9,1	9,2	8,5	8,0	8,1
55-64	4,0	3,8	3,8	4,7	4,2	4,2	3,5	3,2	3,3
TOTAL	19,3	9,3	12,3	16,7	8,5	10,9	23,6	10,7	14,8

Las tablas españolas son de Raymon y Castañer (Obra Cit.)
(*) Casilla no evaluable debido al reducido tamaño muestral

Si nos fijamos ahora en los niveles que alcanzan estas tasas en Galicia y España, vemos que claramente las mayores diferencias se producen en tasas correspondientes a las mujeres y dentro de éstas a los grupos de edad más avanzados. En efecto, en España la tasa para el grupo de edad de 35 a 54 años es tres veces superior a la gallega y para el último grupo se multiplica por cinco. Este hecho está directamente relacionado con la alta tasa de actividad de la mujer gallega en la

agricultura y la peculiaridad de este sector en nuestra economía. Dicho con otras palabras, una alta proporción de mujeres de edad avanzada se encuentran ubicadas en el ámbito rural trabajando en el sector primario fundamentalmente como ayudas familiares o propietarias de explotaciones. Esta situación perdura prácticamente hasta el final de su vida sin pasar a engrosar las cifras de paro, puesto que en ningún momento se encuentran en situación de búsqueda de empleo.

La tasa de paro de las mujeres jóvenes muestra una situación opuesta a la anterior. Como señalamos en el apartado de actividad, estos grupos de mujeres tenían una tasa de actividad inferior a la que presentaban las mujeres para el total del estado. En consecuencia, es previsible que parte de las diferencias entre las tasas vengan explicadas por un mayor índice de «desánimo» entre las mujeres gallegas para incorporarse al mercado de trabajo.

Los cuadros 4.a y 4.b presentan los niveles de desempleo de acuerdo con el nivel de estudios. Como se ve la estructura de la diferencia entre los sexos, si se exceptúa el primer grupo de edad, es similar entre ambos mercados.

En los hombres a medida que aumenta el nivel de educación disminuye la tasa de paro. Esto no es cierto para las mujeres, en las que solamente se reduce sustancialmente la misma en el nivel de educación superior. Otro dato que llama la atención es que el nivel de estudios para las mujeres casadas parece no afectar significativamente a su tasa de paro, si se exceptúa el nivel de estudios superior. Para este, la tasa de paro es sustancialmente inferior a las de «no casadas».

Cuadro 4.b

TASAS DE PARO POR SEXO, ESTADO CIVIL Y NIVEL DE ESTUDIOS. ESPAÑA

	AMBOS SEXOS			HOMBRES			MUJERES		
EDAD	No Casados	Casados	Total	No Casados	Casados	Total	No Casados	Casados	Total
Anlf./Sin Estudios	19,1	21,3	20,8	21,3	15,9	17,0	17,9	30,9	27,0
Primarios Completos	29,4	17,4	21,3	29,6	11,7	17,0	29,1	28,2	28,5
Bachiller o F.P.	30,4	13,1	21,4	25,7	4,6	13,5	35,5	29,9	33,1
Superiores o Medios	22,9	3,9	11,2	19,9	1,6	8,2	26,6	12,0	15,9
TOTAL	26,9	16,3	20,1	25,1	10,4	15,0	28,9	27,3	28,0

Cuadro 4.b

TASAS DE PARO POR SEXO, ESTADO CIVIL Y NIVEL DE ESTUDIOS. GALICIA

	AMBOS SEXOS			HOMBRES			MUJERES		
EDAD	No Casados	Casados	Total	No Casados	Casados	Total	No Casados	Casados	Total
Anlf./Sin Estudios	5,9	8,5	8,0	5,1	10,8	9,8	7,3	5,1	5,5
Primarios Completos	21,0	13,2	16,2	17,8	10,5	13,2	27,1	19,8	22,9
Bachiller o F.P.	36,8	4,5	17,3	34,6	0,8	11,2	39,4	18,2	30,7
Superiores o Medios	9,1	2,6	4,7	8,2	(*)	2,4	10,3	7,1	8,2
TOTAL	19,3	9,3	12,3	16,7	8,5	10,9	23,6	10,7	14,8

Las tablas españolas son de Raymon y Castañer (Obra cit.)
(*) Datos no suficientes parfa la estimación.

Dejando aparte las diferencias entre los niveles de las tasas en Galicia y España, la diferencia más importante entre ambos espacios económicos se produce para el nivel educativo más bajo. El reducido nivel de paro que este nivel educativo (sobre todo en mujeres) soporta en Galicia está

directamente relacionado con el fenómeno que anteriormente apuntábamos. Esto es, la alta proporción de mujeres de edad avanzada ocupadas en el sector primario que presumiblemente poseen un nivel educativo muy bajo.

2.3.— La tasa de ocupación

Con respecto a la información sobre la tasa de ocupación que aparece en los cuadros 5.a, 5.b, 6.a y 6.b no añaden nada nuevo a los comentarios efectuados sobre la tasa de participación. Esencialmente el análisis en el mismo, con la ocupación sustituyendo a la actividad en el numerador, lo que hace que las hipótesis sean más bien en torno al comportamiento de la ocupación como reflejo de las tasas de actividad y de paro.

Cuadro 5.a

TASAS DE OCUPACION POR GRUPOS DE EDAD, ESTADO CIVIL Y SEXO. ESPAÑA

	AMBOS SEXOS			HOMBRES			MUJERES		
EDAD	No Casados	Casados	Total	No Casados	Casados	Total	No Casados	Casados	Total
16-19	28,5	31,6	28,6	32,1	75,0	32,6	24,3	20,0	24,1
20-34	53,6	49,5	51,2	59,0	84,6	71,6	47,4	29,8	35,6
35-54	58,2	47,3	49,1	65,5	83,0	79,9	52,0	22,3	26,7
55-64	30,1	32,1	31,6	45,7	49,1	48,5	24,3	15,9	18,6
TOTAL	43,6	43,7	43,7	51,0	72,5	65,0	37,1	22,9	27,2

Cuadro 5.b

TASAS DE OCUPACION POR GRUPOS DE EDAD, ESTADO CIVIL Y SEXO. GALICIA

	AMBOS SEXOS			HOMBRES			MUJERES		
EDAD	No Casados	Casados	Total	No Casados	Casados	Total	No Casados	Casados	Total
16-19	29,9	28,0	29,8	37,1	54,8	37,4	21,7	21,9	21,7
20-34	53,5	51,3	52,2	58,9	81,4	69,4	44,6	30,3	35,0
35-54	55,7	55,8	55,7	63,8	80,9	78,7	45,6	32,8	34,0
55-64	58,1	45,4	46,9	70,1	55,6	56,8	52,4	35,4	38,0
TOTAL	46,6	51,8	50,3	53,4	74,2	67,1	37,9	32,6	33,9

Cuadro 6.a

TASAS DE OCUPACION POR SEXO, ESTADO CIVIL Y NIVEL DE ESTUDIOS. ESPAÑA

	AMBOS SEXOS			HOMBRES			MUJERES		
EDAD	No Casados	Casados	Total	No Casados	Casados	Total	No Casados	Casados	Total
Anlf./Sin Estudios	38,6	33,3	34,4	50,0	59,4	57,3	31,2	16,9	20,0
Primarios Completos	47,7	43,7	44,8	54,8	75,9	69,2	40,9	22,0	26,6
Bachiller o F.P.	42,1	55,3	48,8	47,1	85,1	65,9	37,1	28,6	32,7
Superiores o Medios	55,7	76,7	68,3	61,2	91,3	79,4	49,5	59,8	55,6
TOTAL	43,6	43,7	43,7	51,0	72,5	65,0	37,1	22,9	27,2

Cuadro 6.b

TASAS DE OCUPACION POR SEXO, ESTADO CIVIL Y NIVEL DE ESTUDIOS. GALICIA

	AMBOS SEXOS			HOMBRES			MUJERES		
EDAD	No Casados	Casados	Total	No Casados	Casados	Total	No Casados	Casados	Total
Anlf./Sin Estudios	50,4	46,0	46,7	61,2	64,1	63,5	38,7	33,5	34,2
Primarios Completos	47,5	51,2	49,8	54,0	78,9	68,0	37,7	26,0	29,7
Bachiller o F.P.	31,3	70,2	51,0	33,0	87,5	63,7	29,4	37,1	32,7
Superiores o Medios	69,1	79,5	76,0	80,8	90,9	87,9	58,0	64,5	62,1
TOTAL	46,6	51,8	50,3	53,4	74,2	67,1	37,9	32,6	33,9

Las tablas españolas son de Raymon y Castañer (Obra cit.)

3.— ANALISIS MICROECONOMETRICO DE LA ACTIVIDAD Y EL PARO

Frente a la estimación de las tasas de actividad o paro por medio de las tabulaciones cruzadas, se propone en Econometría la utilización de métodos de respuesta cualitativa y más concretamente, el método de los modelos logit. Este método presenta (como todos los de análisis cualitativo) la ventaja de proponer, como alternativa a la estimación por tablas cruzadas, la posibilidad de estimar la probabilidad de estimar la probabilidad de que la variable estudiada sea igual a 1, manteniendo distintos valores de las variables independientes, lo cual permite variar las probabilidades en el supuesto de *ceteris paribus.*

Desde esta óptica, la estimación que vamos a realizar se base en tres tipos de variables. En la primera se trata de la «tasa de participación» que se fundamenta en el concepto de población activa sobre la población total; la segunda a la «tasa de paro» que supone la población en paro, sobre la población activa y, por último, la tasa de ocupación, aunque sobre ésta, lo mismo que en las tablas, no sacaremos conclusiones.

La finalidad de esta sección es la determinación de los efectos «aislados» (modificación de una variable manteniendo las demás constantes) o comparación de individuos iguales, exceptuando una variable, manteniendo las demás características constantes y observando el efecto en las probabilidades. En este supuesto hay que tener en cuenta que estamos trabajando en condiciones de *ceteribus paribus,* esto es, que el modelo está bien identificado y la estimación es correcta.

3.1.— Las tasas de participación.

El estudio logit de las tasas de actividad se realiza sobre los modelos de hombres (solteros y casados), mujeres solteras y mujeres casadas, tal como lo realizan Raymond y Castañer.

En los hombres el hecho de estar casado hace referencia a una característica que aunque incrementa la probabilidad de estar activo, no tiene efectos cruzados con otras variables con lo cual la inclusión de una variable simple en el modelo es suficiente. No pasa lo mismo con las mujeres, ya que el comportamiento de las mujeres casadas y no casadas recoge diferencias sustanciales.

El hombre casado tiene una mayor probabilidad de participar, tanto en el caso gallego como en el español, lo cual se explicaría seguramente por las responsabilidades familiares de los hombres casados.

De la variable edad, para los hombres no se recoge diferencias sustanciales (casi todas ellas con parámetros que cumplen el criterio de significatividad), lo mismo que para el nivel de estudios que el hombre ha realizado.

Con respecto a las mujeres solteras se encuentra que la constante es negativa (aunque no significativa), que es lo contraro a lo que pasa en el caso español.

Con respecto a la variable edad se observa, aparte de la forma de U invertida que tienen casi todas estas curvas, que, mientras que en España no son significativas, si lo son en Galicia. En lo que se refiere a las tasas por edades se desvirtúan las significatividades por edades al introducir la escolarización como factor, ya que es este factor asociado con la edad lo que proporciona a la pirámide de edades una estructura de edad «joven» o «mayor».

Cuadro 7.a

MODELOS LOGIT EXPLICATIVOS DE LA PROBABILIDAD DE PARTICIPAR. España (*) (**)

Variables Explicativas	Total Hombres	Mujeres Solteras	Mujeres Casadas
Constante	1,221 (9,10)	0,200 (1,35)	—1,021 (13,26)
De estado Civil			
Casado	0,739 (6,35)	—	—
Nivel de Estudios			
Primarios Completos	0,678 (5,58)	0,522 (2,81)	0,130 (1,36)
Bachiller o F.P.	0,165 (1,40)	0,346 (1,92)	0,462 (4,22)
Medios o Superiores	0,601 (3,18)	0,482 (1,90)	1,515 (8,95)
Edad			
De 16 a 19 años	—1,548 (9,39)	—0,715 (3,69)	—0,319 (0,51)
De 20 a 24 años	0,105 (0,64)	0,293 (1,60)	0,393 (4,30)
De 55 a 59 años	—1,139 (7,74)	—0,622 (2,83)	—2,234 (1,57)
De 60 a 64 años	—2,299 (17,31)	—1,643 (7,32)	—0,778 (4,19)
Tamaño Muestral	3321	1310	2995

(*) Los estadísticos «t» se recogen entre paréntisis.
(**) Categoría excluida: Soltero, Analfabeto o sin estudios primarios completos, de 35 a 45 años de edad.

Cuadro 7.b

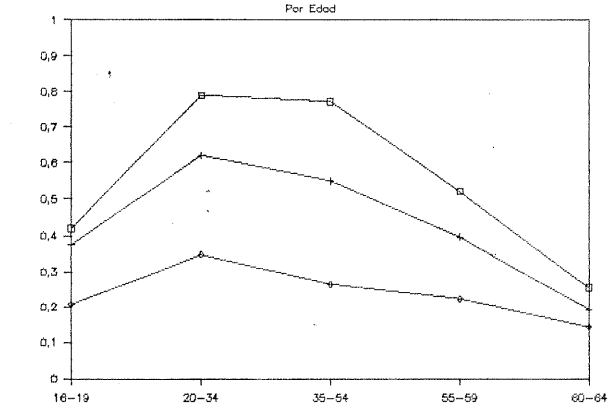
MODELOS LOGIT EXPLICATIVOS DE LA PROBABILIDAD DE PARTICIPAR. GALICIA (*) (**)

Variables Explicativas	Total Hombres	Mujeres Solteras	Mujeres Casadas
Constante	0,767 (3,50)	—0,322 (1,14)	—0,653 (6,75)
De estado Civil			
Casado	0,886 (4,43)	—	—
Nivel de Estudios			
Primarios Completos	0,724 (3,90)	1,105 (3,36)	—0,123 (0,92)
Bachiller o F.P.	0,317 (1,30)	0,854 (2,31)	0,540 (2,14)
Medios o Superiores	1,291 (3,52)	1,107 (2,51)	1,497 (5,74)
Edad			
De 16 a 19 años	—1,711 (5,74)	—1,267 (3,36)	—0,263 (0,31)
De 20 a 34 años	—0,197 (0,85)	0,028 (0,08)	0,084 (0,56)
De 55 a 59 años	—1,180 (5,26)	0,505 (1,04)	0,154 (0,83)
De 60 a 64 años	—1,676 (7,63)	—0,208 (0,45)	—0,080 (0,42)
Tamaño Muestral	1242	409	1456

(*) Los estadísticos «t» se recogen entre paréntisis.
(**)Categoría excluida: Soltero, Analfabeto o sin estudios primarios completos, de 35 a 45 años de edad.

PROBABILIDAD DE PARTICIPAR.ESPANA.

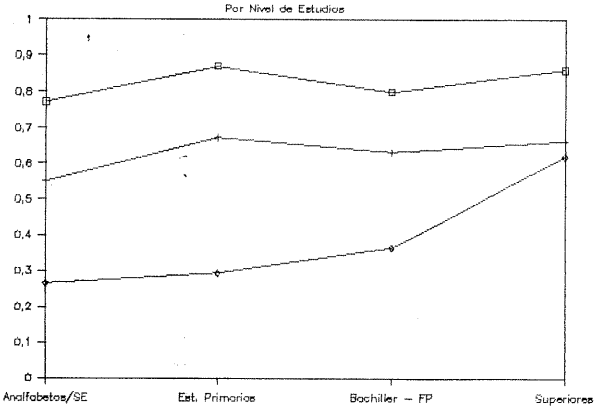
Por Edad



HOMBRES + MUJERES SOLTERAS ◇ MUJERES CASADAS

PROBABILIDAD DE PARTICIPAR.ESPAÑA

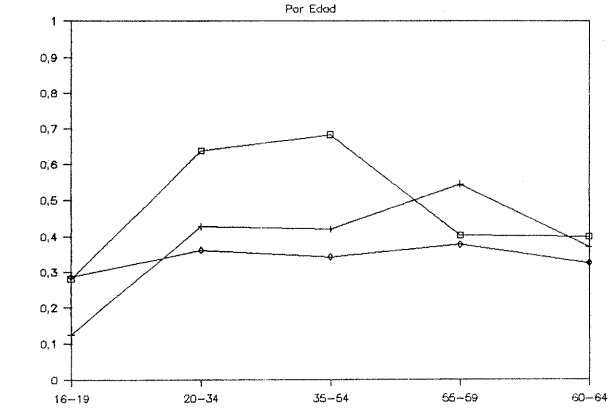
Por Nivel de Estudios



HOMBRES + MUJERES SOLTERAS ◇ MUJERES CASADAS

PROBABILIDAD DE PARTICIPAR.GALICIA.

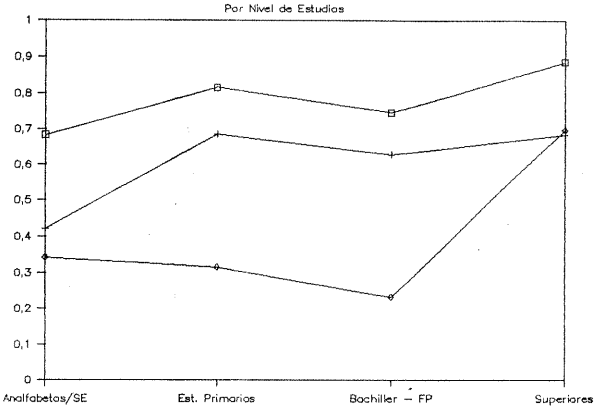
Por Edad



HOMBRES + MUJERES SOLTERAS ◇ MUJERES CASADAS

PROBABILIDAD DE PARTICIPAR.Galicia

Por Nivel de Estudios



HOMBRES + MUJERES SOLTERAS ◇ MUJERES CASADAS

En lo que se refiere a las mujeres casadas se observa un cierto paralelismo entre las curvas de las mujeres casadas españolas y gallegas y que este paralelismo se da por la utilización del nivel cultural dentro de la estructura del modelo logit. Es precisamente este nivel cultural el que proporciona una cierta homogeneidad al modelo.

En los gráficos 2.a, 2.b, 2.c y 2.d se representa la probabilidad que indicaría el modelo logit para cada hombre soltero, cada mujer soltera y cada mujer casada. Al contrario que lo realizado por Raymon y Castañer se refleja al individuo en puridad, simplemente añadiendo a cada individuo excluido el coeficiente propio de cada categoría, mientras que en el caso de Raymon y Castañer se le aplica la corrección de cada categoría al valor del individuo «modal». Se ha aplicado el mismo criterio a las distribuciones de España, con lo que cualquier diferencia que pueda existir se debe reflejar como diferencia de criterios en la construcción de la base de cálculo.

Por lo que respecta a los cuadros 7.a y 8.b que reflejan las probabilidades de participar por niveles de estudios, los gráficos son relativamente similares, exceptuando el nivel de estudios de las mujeres casadas con Bachillerato o FP que probablemente tendríamos que achacar más bien a un error muestral. Sin embargo, la diferencia entre la probabilidad de participar en Galicia y España se vuelve más complicada cuando se trata de examinar esta conducta con respecto a la edad. En España, esta conducta con respecto a la edad sigue un camino más o menos regular entre los hombres y las mujeres casadas, situándose la mujer soltera entre ambos extremos. En Galicia la situación es más confusa. Por una parte las mujeres casadas mantienen una participación más o menos regular en torno al 30%. Los hombres mantienen una proporción superior trabajando, excepto en el interval de edad de 55 a 59. Pero sobre todo son las mujeres solteras las que presentan una actividad mayor en el grupo de 55-59 años, lo que supone una cierta irregularidad en torno al problema de la participación en la actividad que es creciente hasta los sesenta años y que más adelante se reduce aunque no demasiado.

3.2.— La tasa de paro

Los cuadros 8.a y 8.b nos proporcionan los valores estimados de los coeficientes en modelos logit para hombre (solteros y casados) mujeres solteras y mujeres casadas, siempre bajo el supuesto de división dicotómica de todas las variables.

En el estudio original de Raymon y Castañer no se sacan conclusiones demasiado importantes acerca del comportamiento de los coeficientes en las cifras de paro de los distintos modelos. Unicamente la decisión de los hombres casados de trabajar más y los efectos importantes en los hombres a causa del nivel de instrucción no asignándole demasiada importancia a la edad, que consolida su relevancia a partir de los 35 años. Las mujeres casadas tienen un paro mayor sufriendo un sustancial recorte del paro cuando presentan una educación superior o media.

En Galicia el resultado es prácticamente el mismo, tanto para hombres que sufren un descenso clarísimo al estar casado (coeficiente igual a 0,442) como para las mujeres que estabilizan su nivel de paro a partir de la edad de 35 años. Lo mismo que hacían Raymon y Castañer y más en nuestro caso, el pequeño tamaño muestral hace necesario considerar estas conclusiones como un resultado relativamente menor. Se necesitaría mayor número de casos para sacar conclusiones más significativas.

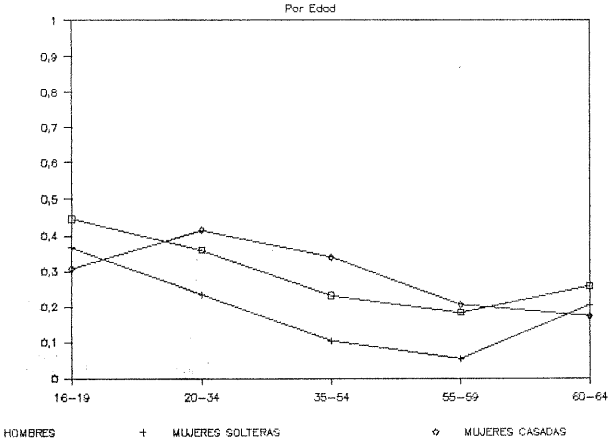
Con respecto a los cuadros 3.a, 3.b, 3.c y 3.d únicamente señalar la poca coherencia que hay sobre estos cuadros. Como medida más general sobresale la tendencia que se observa en el cuadro 3.d. a igualar las probalidades de estar en paro para todos los individuos según se incrementa la edad.

3.3.— La tasa de ocupación

En los cuadros 6.a y 6.b se representan, con las mismas definiciones que en los cuadros

PROBABILIDAD DE PARO.ESPAÑA.

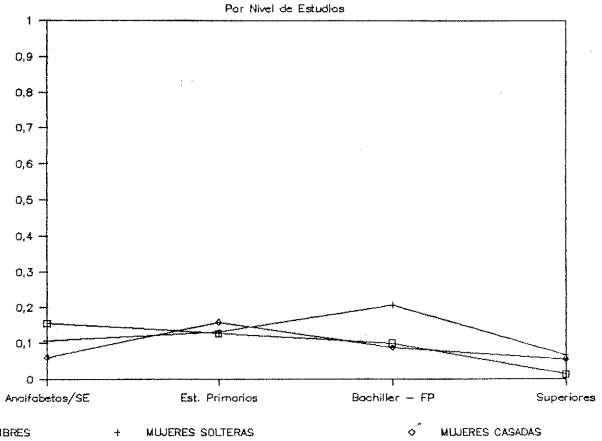
Por Edad



HOMBRES + MUJERES SOLTERAS ◇ MUJERES CASADAS

PROBABILIDAD DE PARO.Galicia

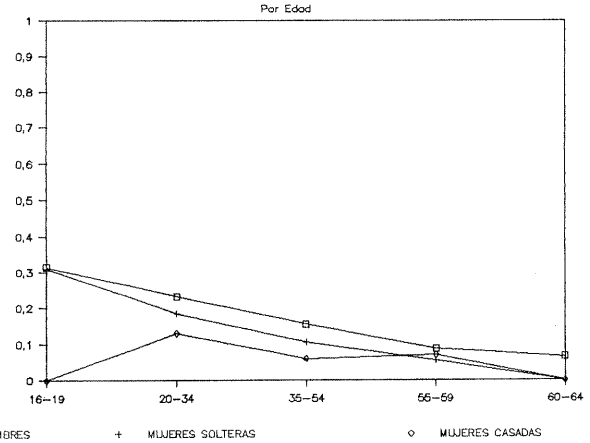
Por Nivel de Estudios



HOMBRES + MUJERES SOLTERAS ◇ MUJERES CASADAS

PROBABILIDAD DE PARO.GALICIA.

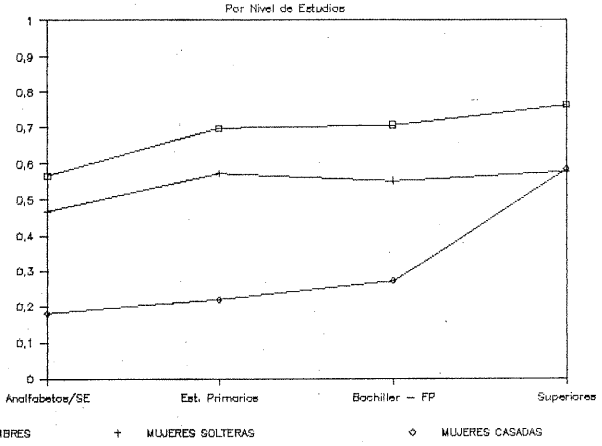
Por Edad



HOMBRES + MUJERES SOLTERAS ◇ MUJERES CASADAS

PROBABILIDAD DE OCUPACION.ESPAÑA

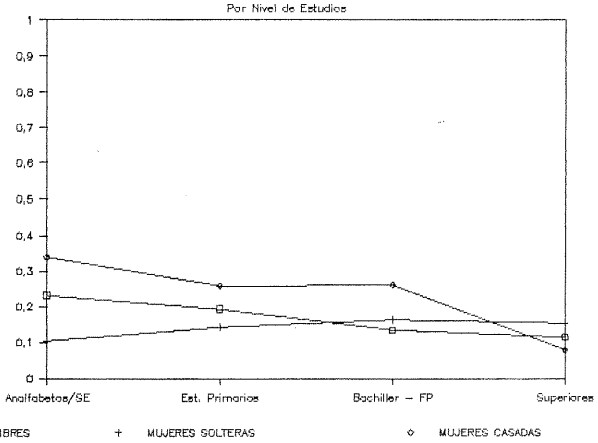
Por Nivel de Estudios



HOMBRES + MUJERES SOLTERAS ◇ MUJERES CASADAS

PROBABILIDAD DE PARO.ESPAÑA

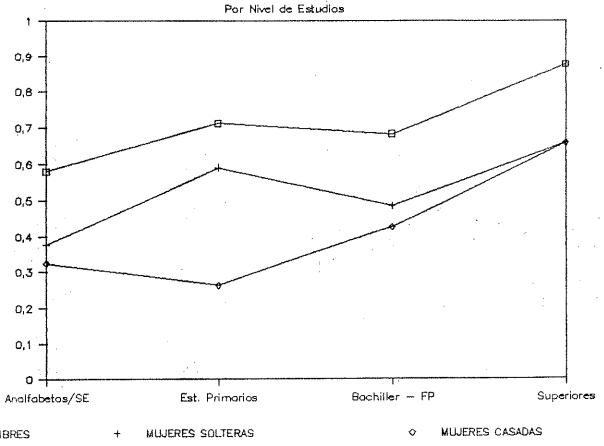
Por Nivel de Estudios



HOMBRES + MUJERES SOLTERAS ◇ MUJERES CASADAS

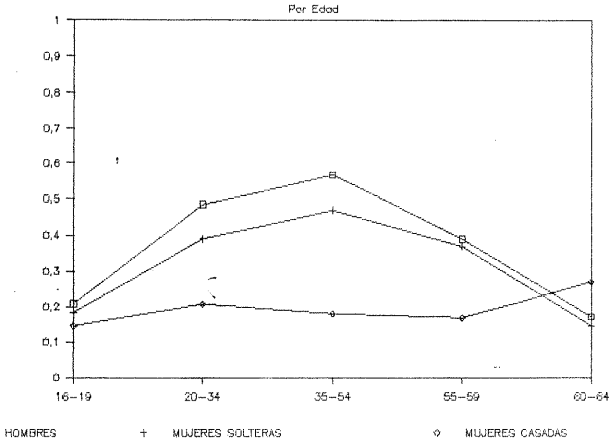
PROBABILIDAD DE OCUPACION.Galicia

Por Nivel de Estudios



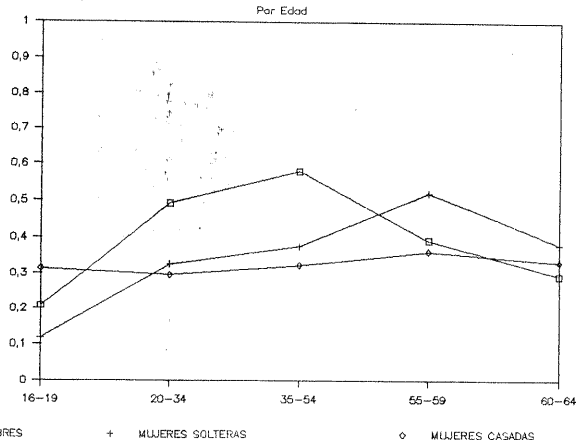
HOMBRES + MUJERES SOLTERAS ◇ MUJERES CASADAS

PROBABILIDAD DE OCUPACION.ESPAÑA.



HOMBRES + MUJERES SOLTERAS ◇ MUJERES CASADAS

PROBABILIDAD DE OCUPACION.GALICIA.



HOMBRES + MUJERES SOLTERAS ◇ MUJERES CASADAS

Cuadro 8.a

MODELOS LOGIT EXPLICATIVOS DE LA PROBABILIDAD DE ESTAR EN PARO. ESPAÑA (*) (**)

Variables Explicativas	Total Hombres	Mujeres Solteras	Mujeres Casadas
Constante	—1,203 (8,25)	—2,160 (5,65)	—0,667 (5,21)
De estado Civil			
Casado	—0,084 (6,60)	—	—
Nivel de Estudios			
Primarios Completos	—0,230 (1,64)	0,374 (1,10)	—0,394 (2,12)
Bachiller o F.P.	—0,667 (4,45)	0,531 (1,64)	—0,382 (1,97)
Medios o Superiores	—0,851 (3,62)	0,459 (1,17)	—1,803 (3,44)
Edad			
De 16 a 19 años	0,989 (5,20)	1,624 (4,59)	—0,147 (0,13)
De 20 a 34 años	0,625 (4,33)	0,984 (2,91)	0,325 (1,99)
De 55 a 59 años	—0,294 (1,05)	—0,709 (0,69)	—0,688 (2,07)
De 60 a 64 años	0,141 (0,61)	0,800 (1,70)	—0,905 (1,93)
Tamaño Muestral	2537	684	943

(*) Los estadísticos «t» se recogen entre paréntisis.
(**)Categoría excluida: Soltero, Analfabeto o sin estudios primarios completos, de 35 a 45 años de edad.

Cuadro 8.b

MODELOS LOGIT EXPLICATIVOS DE LA PROBABILIDAD DE ESTAR EN PARO. GALICIA (*) (**)

Variables Explicativas	Total Hombres	Mujeres Solteras	Mujeres Casadas
Constante	—1,696 (5,36)	— 2,134 (3,20)	— 2,745 (8,73)
De estado Civil			
Casado	0,442 (1,56)	—	—
Nivel de Estudios			
Primarios Completos	—0,240 (0,87)	0,231 (0,34)	1,070 (2,94)
Bachiller o F.P.	—0,514 (1,37)	0,786 (1,14)	0,388 (0,70)
Medios o Superiores	—2,641 (2,56)	— 0,519 (0,59)	— 0,104 (0,18)
Edad			
De 16 a 19 años	0,913 (1,99)	1,331 (1,98)	—11,528 (0,02)
De 20 a 34 años	0,496 (1,72)	0,645 (1,04)	0,894 (2,70)
De 55 a 59 años	—0,648 (1,31)	— 0,701, (0,59)	0,158 (0,27)
De 60 a 64 años	—0,962 (1,56)	—10,144 (0,08)	—10,633 (0,10)
Tamaño Muestral	928	215	501

(*) Los estadísticos «t» se recogen entre paréntisis.
(**)Categoría excluida: Soltero, Analfabeto o sin estudios primarios completos, de 35 a 45 años de edad.

anteriores, los correspondientes parámetros de la función logit de la ocupación en la actividad productiva. Lo mismo que para el análisis de crosstabulaciones ignoraremos los resultados de este modelo ya que, en gran medida, son el reflejo de lo dicho en el problema de la participación y del paro. Fundamentalmente lo que tendríamos que comentar aquí es la baja ocupación de las mujeres, tal como señalamos en el comentario sobre el paro y la participación, pero creemos que la explicación es más convincente a través de las tasas anteriores. Igual nos parece el caso de los

Cuadro 9.a

MODELOS LOGIT EXPLICATIVOS DE LA PROBABILIDAD DE ESTAR OCUPADO. ESPAÑA (*) (**)

Variables Explicativas	Total Hombres	Mujeres Solteras	Mujeres Casadas
Constante	0,273 (2,49)	—0,126 (0,86)	—1,518 (17,02)
De estado Civil			
Casado	0,927 (9,50)	—	—
Nivel de Estudios			
Primarios Completos	0,565 (5,26)	0,423 (2,27)	0,245 (2,12)
Bachiller o F.P.	0,603 (5,44)	0,337 (1,85)	0,530 (4,34)
Medios o Superiores	0,892 (5,55)	0,449 (1,95)	1,862 (12,03)
Edad			
De 16 a 19 años	—1,603 (10,08)	—1,365 (6,47)	—0,254 (0,37)
De 20 a 34 años	—0,339 (2,92)	—0,327 (1,96)	0,176 (1,75)
De 55 a 59 años	—0,726 (5,52)	—0,416 (1,90)	—0,080 (0,49)
De 60 a 64 años	—1,850 (15,24)	—1,645 (6,42)	0,523 (2,68)
Tamaño Muestral	3321	1310	2995

(*) Los estadísticos «t» se recogen entre paréntisis.
(**)Categoría excluida: Soltero, Analfabeto o sin estudios primarios completos, de 35 a 45 años de edad.

Cuadro 9.b

MODELOS LOGIT EXPLICATIVOS DE LA PROBABILIDAD DE ESTAR OCUPADO. GALICIA (*) (**)

Variables Explicativas	Total Hombres	Mujeres Solteras	Mujeres Casadas
Constante	0,325 (1,65)	—0,510 (1,79)	—0,740 (7,51)
De estado Civil			
Casado	0,764 (4,31)	—	—
Nivel de Estudios			
Primarios Completos	0,584 (3,54)	0,881 (2,67)	—0,294 (2,09)
Bachiller o F.P.	0,442 (2,00)	0,455 (1,21)	0,448 (1,73)
Medios o Superiores	1,634 (4,71)	1,172 (2,70)	1,399 (5,55)
Edad			
De 16 a 19 años	—1,665 (5,84)	—1,501 (3,87)	—0,043 (0,51)
De 20 a 34 años	—0,355 (1,83)	—0,222 (0,65)	—0,132 (0,84)
De 55 a 59 años	—0,764 (3,66)	0,597 (1,24)	0,169 (0,89)
De 60 a 64 años	—1,204 (5,82)	0,023 (0,05)	0,041 (0,21)
Tamaño Muestral	1242	409	1456

(*) Los estadísticos «t» se recogen entre paréntisis.
(**) Categoría excluida: Soltero, Analfabeto o sin estudios primarios completos, de 35 a 45 años de edad.

gráficos 5.a, 5.b, 5.c, y 5.d, donde se confunden (o al menos esa es nuestra opinión) las tasas de paro y de participación que no llegan a explicar las diferencias que existen entre el fenómeno en sí (caída de la ocupación que lleva a muchas mujeres a pasar a inactivas) con su representación gráfica.

4. CONCLUSIONES

Las conclusiones de este trabajo son menos expeditivas de lo que proponíamos al principio del mismo, esto es, encontrar en la edad el verdadero causante de toda la disfunción que existe en el mercado de trabajo gallego. Mientras que en análisis de los cruces de variables nos salía que era esta variable, edad, la que proporcionaba la explicación a muchas de las interrogantes que habíamos planteado, el análisis logit realizado posteriormente revela a la variable nivel de estudios como la que proporciona la mayor parte de la explicación a los cuadros y gráficos de Raymon y Castañer supone una limitación, ya que significa deshechar todas las mujeres (y los hombres) cuya edad es igual o superior a 65 años, que en Galicia suponen un tanto por ciento bastante grande con respecto a la población activa agraria. Otro problema, ya denunciado por Raymon y Catañer, es el problema de falta de representatividad de las muestras elegidas, lo que hace que, especialmente en el caso gallego, la significación de los coeficientes sea nula, o lo que es lo mismo, los estimadores nos valgan únicamente como indicativos de la situación en general sin poder hacer afirmaciones bajo el respaldo estadístico.

Este trabajo nos pone en disposición para efectuar las siguientes investigaciones sobre el tema por lo menos en las siguientes líneas:

1) Profundizar en el estudio de las características de la población que se incorpora al mercado de trabajo y en aquélla que está trabajando incluso para edades que superen los 65 años.

2) Seguir trabajando con la ECUT para Galicia, pero en la medida de lo posible intentar encontrar fuentes de datos más amplias y, concretamente, la Encuesta de Población Activa.

3) Intentar, en la medida de lo posible, reproducir para España el mismo análisis que hagamos sobre Galicia, para comparar sobre los mismos niveles que nos interese. Sin embargo es evidente que muchas veces el nivel de análisis nos lo dan otros investigadores trabajando sobre temas muy parecidos.

ESTRATEGIA SECTORIAL DEL CAPITAL EXTRANJERO EN LA INDUSTRIA DE CASTILLA Y LEON. ESPECIAL REFERENCIA A LA ZONA FRONTERIZA CON PORTUGAL (*)

Rosario Pedrosa Sanz
Josefa E. Fernández Arufe
Universidad de Valladolid

(*) Este trabajo constituye un resumen de la comunicación original presentada en la Tercera Reunión Anual de ASEPELT-ESPAÑA (Sevilla, 19 y 20 de Junio de 1989).

1.— INTRODUCCION

Castilla y León, constituida por nueve provincias, dos de ellas (Zamora y Salamanca) fronterizas con Portugal, es, no sólo la región más extensa de las 17 Comunidades Autónomas integrantes del territorio español, tras la Constitución de 1978, sino, también, de la Europa Comunitaria.

En ella, el capital extranjero ha desempeñado un destacado papel en el desarrollo industrial, aportando, en buena medida, los medios financieros y tecnológicos para ello (1).

Por tal motivo, el objetivo central del presente trabajo es determinar la vinculación existente entre las empresas industriales castellano-leonesas y los grupos multinacionales, a través de la inversión y técnica extranjeras; su procedencia; cuáles son los sectores a los que pertenecen sus actividades; y dónde están localizadas espacialmente estas últimas, particularmente en la zona fronteriza con Portugal.

Se trata, en suma, de detectar la estrategia sectorial seguida por los inversionistas extranjeros en el espacio geográfico reseñado y su contribución al desarrollo industrial, a fin de preveer las posibles consecuencias derivadas de la integración en el mercado único y llegar a formular algunas directrices que atraigan el ahorro exterior hacia las áreas de frontera con Portugal y hagan posible su crecimiento.

A fin de obviar las limitaciones e imperfecciones de los datos oficiales disponibles en España a nivel regional, la fuente estadística utilizada ha sido la resultante de la elaboración de un censo de empresas operantes en Castilla y León, de nueva creación o ya existentes, en las que hace su aparición el capital foráneo en el período comprendido entre 1960 y 1988, no sólo a través de la modalidad de inversión directa, sino, también, a través de la de los contratos de transferencia tecnológica.

Esto implica, evidentemente, tener que considerar los resultados obtenidos en términos de aproximación y relatividad y no en términos absolutos, como hubiera sido deseable; lo que no impide, no obstante, tipificar el comportamiento del capital exterior en la industria de la Comunidad Autónoma objeto de estudio.

Tales resultados, referidos a las 324 empresas censadas, en función de los sectores a los que pertenecen sus actividades industriales principales, han sido analizados primeramente a nivel global, teniendo en cuenta las modalidades y el grado de control extranjero ejercido, así como la procedencia del mismo.

Seguidamente, se ha descendido a nivel provincial, a fin de determinar la localización sectorial de los establecimientos industriales (2) de las empresas castellano-leonesas vinculadas a intereses foráneos y de cuantificar la contribución de estos últimos al desarrollo industrial.

---

(1) Véase, Pedrosa Sanz, R. (1987): «Capital extranjero en la industria de Castilla y León». Ed. Universidad de Valladolid/Banco del Oeste. Valladolid.

(2) Entendiendo por tales, según la definición del INE dada al respecto, «toda Unidad productora de bienes y servicios (fábrica, taller, mina, etc.) situada en un emplazamiento físico definido y que está bajo la dirección o control de una sola empresa. Los elementos satélites o anejos que, situados en sus inmediaciones, realizan determinadas fases del proceso productivo, se considera forman parte del mismo».

Finalmente, se ha pasado a efectuar un análisis más detallado de los valores obtenidos en el espacio fronterizo de Castilla y León con Portugal, en los niveles provincial (Zamora y Salamanca), comarcal (Sanabria, Aliste y Sayago, comarcas de Zamora; y Vitigudino y Ciudad Rodrigo, de Salamanca) y municipal, constituyendo, este último, propiamente, la «raya» con el país vecino (3), en sentido estricto.

2.— ESPECIALIZACION SECTORIAL Y POLARIZACION GEOGRAFICA DEL CAPITAL EXTRANJERO EN LA INDUSTRIA DE CASTILLA Y LEON

En términos globales, los resultados obtenidos ponen de manifiesto que, en las 324 sociedades industriales castellano-leonesas censadas, existe un elevado control efectivo por parte de firmas extranjeras; ejercido por medio de la inversión directa, exclusivamente, en un 45,4% de ellas, a través del que permiten los contratos de asistencia técnica y de tecnología extranjera suscritos, en un 19,4% y mediante el que les otorga la combinación de las dos modalidades de penetración referidas, en el 35,2% restante. Por tanto, resulta evidente la preponderancia de la primera de las formas indicadas, sobre la segunda.

En ella, si se separan las participaciones foráneas en las dos categorías comúnmente aceptadas, esto es, mayoritarias (iguales o superiores al 50% del capital social de la firma) y minoritarias (inferiores al 50% del mismo), resultaría, que en el 59,4% de las 261 empresas industriales de la Comunidad Autónoma de Castilla y León en las que hace su aparición la inversión exterior directa, entre 1960 y 1988, predominaría la participación mayoritaria.

El análisis de la procedencia, por bloques y países, de esta forma de penetración del capital extranjero en la industria del área geográfica objeto de estudio, permite resaltar dos aspectos significativos:

1. El único bloque digno de mención es el de OCDE, dentro del cual, los países comunitarios absorben el grueso de las inversiones directas canalizadas hacia la industria castellano-leonesa (el 52,11% del total).

2. La distribución por países individuales de procedencia revela, asímismo, una gran concentración en un reducido número de ellos. Francia (19,16%), R.F. de Alemania (11,11%), Suiza-Liechtenstein (8,43%) y Estados Unidos (16,86%), básicamente.

Por su parte, el origen de la segunda de las modalidades de penetración del capital extranjero consideradas, esto es, la contratación de tecnología extranjera por las industrias castellano-leonesas, es, prácticamente, el mismo que el de la inversión directa.

En efecto, por bloques de países, los comunitarios destacan, nuevamente, como proveedores de tecnología a Castilla y León, absorbiendo el 62,57% del total; en tanto que, a nivel individual, la R.F. de Alemania, Francia, Estados Unidos y el Reino Unido ofertan, en conjunto, el 65,59% de los contratos suscritos con firmas extranjeras.

Este elevado grado de selectividad que se viene detectando en el capital extranjero canalizado hacia la industria regional se observa, igualmente, en la penetración sectorial y territorial del mismo; reforzando, aún más, los fuertes desequilibrios existentes en la estructura productiva industrial, en tal sentido.

Así, a nivel sectorial, la preferencia de los inversionistas extranjeros por las actividades manufactureras y, dentro de ellas, por un reducido número de subsectores, «Fabricación y Artículos Me-

(3) Constituida por los siguientes municipios fronterizos: *Sanabria:* 1. Hermisende; 2. Requejo; 3. Pedralba de la Pradería; 4. Puebla de Sanabria; 5. Manzanal de Arriba; *Aliste:* 6. Figueruela de Arriba; 7. Trabazos; 8. Rábano de Aliste; 9. Alcañices; 10. Fonfría; *Sayago:* 11. Villadepera; 12. Villardiegua de la Ribera; 13. Torregamones; 14. Fariza; 15. Villar del Buey; 16. Fermoselle; *Vitigudino:* 17. Villarino de los Aires; 18. Pereña; 19. Masueco; 20. Aldeadávila de la Ribera; 21. Mieza; 22. Vilvestre; 23. Saucelle; 24. Hinojosa de Duero; 25. La Fregeneda; 26. Sobradillo; 27. Ahigal de los Aceiteros; *Ciudad Rodrigo:* 28. La Bouza; 29. Villar de Ciervo; 30. Aldea del Obispo; 31. La Alameda de Gardón; 32. Fuentes de Oñoro; 33. Espeja; 34. La Alamedilla; 35. La Alberguería de Argañan; 36. Casillas de Flores; y 37. Navasfrías.

tálicos y Bienes de Equipo», «Alimentación, Bebidas y Tacabo» y «Fabricación de Sustancias y Productos Químicos», concretamente, es a todas luces evidente.

Entre los tres, aglutinan el 68,2% del número total de empresas con capital extranjero recogidas en el censo; resultando ser los más expansivos y dinámicos de toda la industria castellano-leonesa y estando encuadrados en las actividades de mayor aportación al Valor Añadido Bruto industrial regional y de mayor productividad.

Dicho porcentaje se situaría en el 76,8%, si se sumara la contribución de las industrias energéticas en todas sus formas. Estas, aunque no pueden ser consideradas como típicamente manufactureras, cuentan, en la Comunidad Autónoma de Castilla y León, con un importante potencial productivo, de cara a su aprovechamiento, y vienen acrecentando su aportación a la producción industrial regional en los últimos años (4).

En ellas, prepondera la participación directa minoritaria inferior al 25% de su capital social (al igual que en las de la madera y corcho); mientras que, en las actividades relacionadas con la alimentación, química, fabricación de artículos metálicos y bienes de equipo, tal participación es superior al 50%, lo mismo que en las industrias textiles, papeleras, diversas y de servicios. Además, es destacable el hecho de que, en el 38,2% de las empresas alimentarias castellano-leonesas vinculadas a intereses extranjeros, el capital es exterior en su totalidad (5).

En el ámbito territorial, la distribución geográfica de los establecimientos industriales de las sociedades detectadas con capital foráneo en Castilla y León constituye un nuevo indicador de la fuerte concentración del mismo, en la estructura provincial regional.

Valladolid y Burgos son las provincias que polarizan el mayor número de aquéllos (134 y 122, respectivamente); polarizando, junto con León y Palencia (en donde se encuentran ubicados 57 y 37 de tales establecimientos), el 83.1% de las 421 plantas localizadas en la geografía regional.

Consecuentemente, los resultados expuestos ponen de manifiesto varios hechos de suma importancia, sobre las extrategias localizacionales seguidas por los inversionistas extranjeros en la industria de Castilla y León:

1. Muestran que las ventajas que ofrecen los espacios provinciales que poseen una mayor y mejor estructura poblacional, una más completa red de transportes y comunicaciones, unas estructuras productivas adecuadas, una más equilibrada y rentable distribución sectorial, una aceptable dinámica industrial, una buena dinámica económica y, en definitiva, un menor grado de subdesarrollo, han primado sobremanera en la elección de la ubicación de las plantas industriales vinculadas a intereses foráneos.

2. Evidencian, como consencuencia de lo anterior, la preponderancia ejercida, en la captación de ahorro y tecnología exteriores, por el eje de desarrollo económico Valladolid-Palencia-Burgos, el más importante de la región, desde el punto de vista de la dotación de infraestructuras, del crecimiento industrial y del bienestar global; siendo reducida en las restantes provincias que conforman la región.

3.— ESTRATEGIA E IMPACTO DEL CAPITAL EXTRANJERO EN LA INDUSTRIA DE LA ZONA FRONTERIZA DE CASTILLA Y LEON CON PORTUGAL

Zamora (junto con Avila y Soria) y, en menor medida, Salamanca (lo mismo que Segovia) resultan ser las zonas menos atractivas para la canalización de esa inversión y técnica extranjeras.

En ellas, se localizan 25 empresas subsidiarias de multinacionales extranjeras (el 7,7% de las

(4) Véase, para su comprobación, Ogando Canabal, J.O. (1988): «Polarización y difusión de la actividad industrial en Castilla y León». I Congresos de Economía Regional de Castilla y León. Comunicaciones 2. Salamanca, p. 120.

(5) Precisamente, dos de los aspectos más relevantes de la presencia extranjera en la alimentación española, en los últimos años, han sido el crecimiento de su participación sobre el total del mercado y el incremento del número de empresas vinculadas a intereses foráneos. Alimarket (1988): «Informe Anual'88 de Alimentación, Bebidas y Distribución». Tomo I. Ed. Publicaciones Profesionales S.A. Madrid, pp. 18-29.

sociedades censadas), con 28 instalaciones (8, en Zamora y 20, en Salamanca), equivalentes al 6,7% del total de establecimientos industriales castellano-leoneses vinculados al capital foráneo.

«Alimentación, Bebidas y Tabaco» (8 firmas); «Energía, Agua, Gas, Electricidad y Minería» (4 empresas, pero con 7 plantas); «Textil, Confección, Cuero y Calzado» (con 4) e «Industrias Metálicas Básicas» y «Fabricación de Artículos Metálicos y Bienes de Equipo» (con otras 4), guardando estrecha relación con lo acontecido a nivel regional, han sido los sectores más participados por los capitalistas internacionales, al concentrar el 80 y el 82,2% de las sociedades y establecimientos industriales contabilizados, respectivamente.

Ahora bien, tan sólo una empresa (Iberduero, S.A.), con participación minoritaria en su capital y perteneciente a la segunda de las actividades mencionadas, tiene instalaciones ubicadas en los municipios comarcales fronterizos con Portugal (4, concretamente, el 0,95% del total censado).

Una de ellas, en Villalcampo (Aliste-Zamora) y las tres restantes, en Villarino de los Aires, Aldeadávila de la Ribera y Saucelle (Vitigudino-Salamanca), municipios, estos últimos, de la «raya» con el país vecino.

Lógicamente, las implicaciones que se derivan de este reducido grado de penetración del capital extranjero en la industria castellano-leonesa limítrofe con la zona lusa con inmediatas, a efectos de su contribución al desarrollo industrial provincial y regional, medida, a través de la creación de nuevas firmas, de la inversión efectuada por las empresas vinculadas a él y de los empleos generados por esta última variable.

Tomando como referencia el período 1975-1986, la relación de «Inscripciones definitivas de nuevas industrias y ampliaciones» en el Registro Industrial permite comprobar, en primer lugar, que, en consonancia con el escaso poder de atracción ejercido por la región en su conjunto sobre el ahorro exterior, tan sólo se detecta presencia extranjera en el capital de 4 nuevas unidades productivas (6), creadas todas ellas en la provincia de Salamanca, pero ninguna en los espacios comarcales y municipales fronterizos tomados en consideración.

Las 4 nuevas unidades referidas, representativas del 1,69% del total provincial y del 14,29% de los 28 establecimientos censados para 1960-1988, pertenecen a los sectores de «Fabricación de Artículos Metálicos y Bienes de Equipo» (en un 50%), «Fabricación y Pastas de Madera, Papel y Productos de Papel», e «Industrias Diversas y Servicios»; y ponen de manifiesto que la entrada de capitales foráneos en la industria de la zona limítrofe con Portugal, al igual que en la de Castilla y León, se ha llevado a cabo, en su mayor parte, durante la etapa desarrollista (1960-1974).

En segundo lugar, considerando la inversión bruta en activos fijos reales efectuada por las sociedades censadas en Zamora y Salamanca, vinculadas a intereses foráneos, el análisis de los resultados obtenidos, para 1975-1986, permite extraer las siguientes conclusiones al respecto:

1. El volumen de la inversión en maquinaria y bienes de equipo realizada por las firmas referidas ascendió, en ambas provincias, a 3.440 millones de pesetas constantes de 1975; equivalentes al 7,27% del total efectuado por subsidiarias castellano-leonesas de las multinacionales extranjeras.

2. Ahora bien, si reducida es esta contribución al desarrollo industrial regional, no sucede lo mismo con la relativa al ámbito provincial, por cuanto, el 55,05% de la inversión global llevada a cabo en Salamanca y el 26,79% de la de Zamora, ha sido materializada por unidades productivas con intereses foráneos. Porcentajes, no obstante, inferiores al del conjunto regional (72,25%).

3. La actividad inversora de las referidas sociedades, ubicadas en Zamora y Salamanca, se ha centrado, fundamentalmente, en la creación de nuevos establecimientos industriales (en un 64,91%) y no en la ampliación y mejora de las instalaciones existentes (35,09%), aunque con diferencias muy marcadas entre ambas provincias.

Así, en tanto que, en Salamanca, en contraposición a lo sucedido en la industria de Castilla y León, ha predominado la inversión en la primera de las modalidades indicadas (nuevas industrias); en Zamora, se ha canalizado, de forma exclusiva, hacia la segunda de ellas. Además, se da la circunstancia de que, en esta provincia, una sola empresa, «Ebro, Compañía de Azúcares

(6) Pertenecientes a las Sociedades: Nachi Industrial, S.A.; Papeleras Reunidas S.A. y Empresa Nacional del Uranio, S.A. (ENUSA).

y Alcoholes, S.A.» (con participación extranjera mayoritaria, recientemente), ha aglutinado el volumen total detectado en aquélla, en su planta de Toro.

4. A nivel sectorial, «Alimentación, Bebidas y Tabaco» (33,7%), «Industrias Diversas y Servicios» (27,5%), «Fabricación de Artículos Metálicos y Bienes de Equipo» (25%) y «Fabricación de Pastas de Madera, Papel y Productos de Papel» (13%) han concentrado el 99,2% de la inversión industrial realizada por las sociedades con capital extranjero en el área objeto de estudio.

Teniendo en cuenta que, el 98,9% de la canalizada hacia «Industrias Diversas y Servicios», ha sido efectuada por ENUSA, para actividades relacionadas con la energía, se constata que han sido, en mayor medida, los subsectores más participados por el capitalismo internacional en las dos provincias fronterizas, al igual que en la industria regional en su conjunto, los que mayormente han contribuido al reducido desarrollo industrial de aquéllas.

5. Por último, hay que señalar que no se ha contabilizado inversión alguna en el Registro Industrial, procedente de la única empresa censada con capital extranjero en los municipios comarcales fronterizos, en sentido estricto, con Portugal, en niguna de sus plantas industriales.

En tercer lugar, analizando los efectivos de personal generados por las inversiones en activos fijos reales, de las unidades productivas conexionadas con multinacionales internacionales, en la industria de Castilla y León limítrofe con Portugal, los resultados obtenidos reflejan diferencias significativas, según sea la desagregación que se haga de ella.

Así, en términos absolutos, el número global de puestos de trabajo creados, por este concepto, ha sido de 798, en la industria salmantina en su totalidad, aunque ninguno en la «raya» con el país vecino.

El mayor volumen de los mismos (797) proviene, al igual que a nivel regional, de la inversión industrial en nuevas empresas (el 99,87%), en detrimento de los originados por la correspondiente a la de las ampliaciones de activos fijos (1 empleo), lo que pone de manifiesto, nuevamente, la «relativa» dinamicidad industrial que se viene detectando en los últimos años en este espacio geográfico.

Representativos del 3,13%, únicamente, de los empleos generados en la industria castellano-leonesa, por las firmas que revisten las características apuntadas, pero del 24,46% del total de los originados por la inversión industrial llevada a cabo globalmente en Salamanca, se han concentrado, exclusivamente, en tres de los sectores más participados por el capital extranjero en este área: «Industrias Diversas y Servicios» (301 efectivos de personal, el 37,72%), «Fabricación de Pastas de Madera, Papel y Productos de Papel» (300 empleos, el 37,59%) y «Fabricación de Artículos Metálicos y Bienes de Equipo» (197, 24,69%).

Los dos primeros absorben el 60,44 y el 49,26%, respectivamente, de los puestos de trabajo originados por la inversión efectuada en su conjunto, por las sociedades castellano-leonesas con intereses extranjeros, en las actividades industriales aludidas.

Finalmente, en cuarto lugar, profundizando, más si cabe, en el análisis y calculando los coeficientes (inversión/número de industrias), (puestos de trabajo/número de industrias) e (inversión/puestos de trabajo), se comprueba que:

1. La inversión media, inferior, en términos generales, en las unidades productivas consideradas de las provincias de Zamora y Salamanca (143 millones de pesetas constantes de 1975), a la de las del territorio regional en su conjunto (155 millones), aunque elevada, alcanza sus mayores cotas en las actividades diversas y de servicios (473 millones), papeleras (445 millones) y de la fabricación de artículos metálicos y bienes de equipo (215 millones).

2. El empleo medio generado por la inversión industrial objeto de estudio es de 33 puestos de trabajo por empresa, en Salamanca de manera exclusiva, al no dar lugar a ninguno en Zamora, como tampoco en la «raya» con Portugal. Esa cifra es notablemente inferior a la obtenida para la industria castellano-leonesa, por el mismo concepto (84 empleos), y a la detectada en los subsectores del papel (300 trabajadores) y de las industrias diversas y servicios (151 puestos de trabajo).

3. Corolario de lo anterior, es que las unidades productivas salmantinas vinculadas a firmas extranjeras son más intensivas en capital, que las de Castilla y L eón de iguales características, tanto por término medio como en las actividades industriales relacionadas con la fabricación de

artículos metálicos y las producciones diversas y de servicios, al ser más elevado el ratio inversión/puestos de trabajo. Hecho que guarda estrecha conexión con los cambios innovadores y tecnológicos que se vienen registrando en la economía mundial de los últimos años.

4.— POSIBLES LINEAS DE ACTUACION Y CONSECUENCIAS DERIVADAS DE LA INTEGRACION EN EL MERCADO UNICO

En definitiva, los resultados reflejados en los apartadoso anteriores permiten calificar a la zona de Castilla y León fronteriza con Portugal, particularmente a la «raya» con el país vecino, como un «área con bajo potencial empresarial y de innovación», en la terminología de Sweeney (7).

Dominada por la agricultura (especialmente Zamora), como sucede con la mayoría de los aspectos periféricos de la CEE, y por organizaciones administrativas y de servidios dotadas de una mínima orientación tecnológica, el empresario encuentra, en ella, su campo de acción en los servicios (principalmente en Salamanca), más que en la industria y en la creación de nueva riqueza económica.

Las industrias, muy pequeñas en la mayor parte de los casos, están aisladas de la mejor práctica o técnica extranjeras, cuya adquisición le resulta francamente difícil, según se ha podido comprobar en este trabajo; y no son competitivas internacionalmente. Es decir, están dentro de una débil cultura empresarial y dependen, en esencia, de la creación de riqueza en otras localidades (portuguesas y castellano-leonesas) que comercian a través de ellas.

En consecuencia, únicamente si se llegase a constituir en un lugar crecientemente atractivo para la producción, se podría favorecer no sólo a la producción doméstica de sus empresas locales, sino, también, a la producción internacional de otras.

Los requisitos imprescindibles para ello, a la vista de las estrategias de localización seguidas por las sociedades multinacionales en la industria de Castilla y León, serían, prioritariamente, la corrección de los desequilibrios y de la situación de atraso estructrual que padece la zona, así como la dotación de una adecuada y completa red de infraestructuras (de transportes, comunicaciones, servicios,...) para la misma.

Objetivos que, podrían conseguirse, de llevarse a buen término la «Operación Integrada de Desarrollo de las provincias de Salamanca y Zamora (Castilla y León)», elaborada a requerimiento de la Comisión de las Comunidades Europeas y de la que, hasta el momento, ha sido aprobada la «Seguda Fase del Estudio Preparatorio» (el 26 de octubre de 1988); así como el «Programa Transfronterizado Hispano-Portugués de Desarrollo Regional. Subsector local», de 11 de abril de 1989, gestionado por el Ministerio para las Administraciones Públicas (MAP).

Por otra parte, hay que tener en cuenta que, Europa es, y va a ser cada vez más, un mercado bastante unitario, donde lo que priman son las ventajas de la integración sobre las de la localización (8).

Las implicaciones derivadas de este hecho pueden ser múltiples y variadas, particularmente para aquellos directivos tanto de las empresas castellano-leonesas en vías de internacionalización, a los que les señalará cuál debe ser el camino a seguir en líneas generales, como, también, de las firmas puramente locales, que tengan alguna relación con sociedades de la CEE.

Si compiten con ellas, tendrán que tener en cuenta que éstas se van a volver más integradas, lo que conllevará que «serán cada vez más eficientes en costes y que su modo de actuar será cada vez menos regional y local y más europeo», ante lo cual deberán juzgar «si su mejor alternativa va a ser tratar de obtener similares eficiencias de escala, quizá internacionalizando su empresa, o fusionándola con otras; o bien localizarse más, especializándose en servir el mercado regional

(7) Sweeney, G.P. (1988): «Innovación, tecnología y reorientación del desarrollo regional». Papeles de Economía Española, nº 35; pp. 125-126.

(8) Martínez Echezárraga, J.I. y Jarillo Mossi, J.C. (1988): «La respuesta de las multinacionales ante el reto de 1992». Información Comercial Española, nº 662; p. 82.

y local mejor que nadie, ofreciendo aquellos productos valiosos para su clientes que una empresa europea integrada no pueda ofrecer».

Evidentemente, la concentración empresarial ofrece ventajas desde la óptica del bienestar colectivo, en la medida que permita el acceso a mayores economías de escala y reduzca los costes medios de producción y los precios. Ventajas que serán más intensas en los sectores con demanda creciente (telecomunicaciones, informática, material médico-quirúrgico,...), que en los sectores maduros o en declive (vidrio, química básica, productos cerámicos, máquinas-herramientas,...) (9).

Al ser la estructura industrial del espacio fronterizo de Castilla y León considerado, débil y, además, tradicional, el beneficio que pudiera obtener del mercado único, por esta vía de la concentración empresarial, sería, por tanto, más bien, reducida.

En consecuencia, la potenciación de sectores con mayores expectativas de desarrollo debería constituirse en una de las tareas a cumplir por las administraciones regional y local, fomentando, para ello, cuándo y dónde sea posible, la cooperación transfronteriza entre las empresas castellano-leonesas y portuguesas.

Máxime teniendo en cuenta que ésta es una medida de política industrial que la Comisión de las Comunidades Europeas viene utilizando, de forma explícita o implícita, a la hora de apoyar a las sociedades europeas capaces de considerar como su campo de actuación toda la CEE y aprovechar las economías de escala derivadas de un gran mercado de consumidores (10), y que la Comisión, de forma coyuntural, intenta favorecer la presencia de las empresas españolas y portuguesas en los diversos proyectos y programas establecidos al efecto (11).

(9) Véase, Oliva, P. de la y Orgaz García, L. (1989): «Algunos efectos del mercado único sobre la economía industrial». Boletín Económico de ICE, n.º 2182, del 8 al 14 de mayo; pp. 1901-1906.

(10) Véase, Rodríguez de Tembleque Moreno, M.ª T. y Méndez Alonso, J.M. (1988): «La cooperación transfronteriza entre empresas en el marco comunitario». Boletín Económico de ICE n.º 2154, del 24 al 30 de octubre, y de 2155, del 30 de octubre al 6 de Noviembre; pp. 3845-3855 y 3941-3948, respectivamente.

(11) Véase, Comisión de las Comunidades Europeas (1987): «Médidas de la Comunidad Europea en favor de las PYMES. Manual Práctico. Edición 1986». Luxemburgo, pp. 181 y ss.

LAS REGIONES FRONTERIZAS ANTE EL MERCADO UNICO EUROPEO. EL CASO DE CASTILLA Y LEON

Angel de los Ríos
Olga Ogando Canabal
Josefa E. Fernández Arufe
Universidad de Valladolid.

1.— INTRODUCCION

El objetivo del presente trabajo consiste en analizar las características y potencialidades de la zona fronteriza de Castilla y León con Portugal, algo ineludible para plantear cualquier estrategia de Política Económica de la misma, la cual está justificada por la necesidad de fortalecer la cohesión económica y social en la Comunidad Europea.

A tal fin se ha tomado como marco territorial de referencia la lista de municipios fronterizos que aparece recogida en la siguiente página.

Aunque es evidente que los efectos espaciales de la línea fronteriza van más allá de los núcleos poblacionales que se asientan en la misma, estos pierden intensidad a medida que nos vamos alejando del ámbito citado. Teniendo en cuenta lo anterior, en el presente trabajo, parecería lógico considerar solamente los municipios estrictamente fronterizos, pero como el tamaño de estos es sumamente reducido, en relación con otras zonas peninsulares, nos ha parecido oportuno integrar en el espacio fronterizo también a los municipios colindantes.

En el caso español, cuando se procede a realizar un análisis espacial, hay que hacer necesaria referencia a las limitaciones del aparato estadístico disponible que aquí se acrecentan dado que el nivel territorial elegido, como se ha comentado en líneas precedentes, ha sido el municipal.

El material que se ha podido emplear ha estado constituido, básicamente, por los censos de Población y los Padrones Municipales de habitantes del Instituto Nacional de Estadística, no contando con información para estudiar, en profundidad, variables relevantes como son la estructura sectorial y el stock de capital del área considerada.

El trabajo aparece estructurado en tres grandes apartados: En el primero, se trata de situar a las regiones fronterizas españolas y portuguesas en el marco comunitario, prestando atención a los efectos de las fronteras sobre el territorio y a la posición que ocuparán estas zonas en el marco del Gran Mercado Europeo; en el segundo se analizan las características de la zona fronteriza de la Comunidad Autónoma de Castilla y León y en el tercero se sientan las bases para la articulación de estrategias de desarrollo en el área citada.

2. LAS REGIONES FRONTERIZAS EN EL MARCO COMUNITARIO

2.1. Frontera y Territorio.

La tendencia de las sociedades humanas a delimitar el territorio sobre el que se asientan ha dado lugar con el transcurso del tiempo a las fronteras, esto es, al establecimiento de líneas imaginarias que delimitan con la máxima exactitud el territorio de los estados soberanos y que dividen el espacio (1).

(1) Petrus Bey, J.M. señala al respecto: «La necesidad de comprender que las fronteras son construcciones mentales imaginadas e introducidas por los hombres con el fin de establecer un cierto orden espacial en el territorio que ellos habitan» Petrus Bey, J.M. (1987): «La frontera Hispano-Portuguesa como factor geográfico de integración». En: Encuentros/Encontros de Ajuda. Actas, Ponencias y Comunicaciones. Ed. Excma. Diputación Provincial de Badajoz. Servicio de Publicaciones. Pág. 295-303.

Cabe sospechar que su mera existencia tendrá consecuencias sobre las actividades humanas que se desarrollan en los espacios que se extienden, inmediatamente, a ambos lados de la raya fronteriza. De todos ellos a nosotros nos preocupa, desde el punto de vista de los objetivos señalados, aquellos que afectan a la actividad económica, analizada esta última desde la dimensión espacial.

A la hora de identificar los mismos, conviene tener presente la ubicación geográfica concreta de la línea fronteriza, pudiéndose, distinguir, al respecto, entre dos casos extremos y antagónicos, como son, por una parte, la superposición de la frontera con accidentes naturales que suponen claras discontinuidades en el territorio, y por otra, la imposición de una línea fronteriza sobre espacios geográficos continuos o uniformes. Ha de señalarse que, desde nuestro punto de vista, tienen especial relevancia las del segundo tipo, ya que son las disfuncionalidades espaciales «creadas» por la imposición de fronteras las relevantes, dado que en los casos en que el propio territorio impide o pone serias dificultades al tráfico económico, la superposición de la frontera no cabe esperar que tenga efectos significativos, así como tampoco su eliminación.

Los aspectos más negativos de la frontera se derivarían del carácter periférico de estas regiones, ya que al constituir uno de los límites del territorio y, por tanto, el extremo de un espacio económico, estarán lejos del centro geográfico del mismo, aunque esto no implique, necesariamente, lejanía del centro económico, que no tiene porque coincidir con el geográfico. Esta ubicación en la periferia tendrá como consecuencia más apreciable una baja dotación de infraestructuras, y más concretamente de las de transporte; ya que si bien es cierto que las comunicaciones terrestres, entre los países limítrofes, deben pasar necesariamente a través de la frontera, los espacios entre estos puntos, situados a lo largo de la misma, son puntos terminales de la red lo que muy probablemente repercutirá en que sus condiciones no tengan calidades similares al resto de la misma.

Otro aspecto negativo radica en un potencial conflicto de intereses entre las autoridades locales y las nacionales, al ser la frontera algo que está bajo la competencia de las autoridades centrales. Ello puede condicionar la iniciativa local e introducir complicaciones y distorsiones administrativas que supongan algún tipo de limitación a la actividad económica.

Los aspectos positivos, incentivos que la frontera crea a la actividad económica, dependerán de la relevancia que el carácter periférico tenga, y sólo en el caso de que esta característica no sea demasiado acusada podrá considerarse relevante. Así estos se concentran en los puntos de ruptura, o puntos fronterizos, para desde allí irradiar sus efectos al resto del territorio. De entre ellos, los más importantes son los que se puedan derivar de las diferencias de precios a ambos lados de la frontera. Para su análisis procederemos a diferenciar entre los precios de los bienes y de los factores.

En el caso de estos últimos el más importante es el del trabajo, ya que su relativa movilidad geográfica permite que las diferencias citadas puedan operar como factor ventajoso de localización de actividades industriales intensivas en mano de obra en el lado de la frontera con precios más bajos. En lo relativo al capital, no parece, sin embargo, que las diferencias de precios den lugar a efectos similares, ya que su mayor movilidad, no sólo funcional sino también geográfica, no concede a las zonas fronterizas mayores ventajas.

Por lo que respecta al precio de los bienes, son de sobra conocidos los efectos de atracción que por ello supone para los consumidores del lado donde son más elevados; lo que puede dar lugar a un importante tráfico ilegal de mercancías cuando existen Limitaciones a la importación o exportación, o se aplican elevadas exacciones a las mismas; ahora bien si estas circunstancias no concurren, las diferencias de precios constituyen un importante atractivo turístico comercial que deja notar sus mayores efectos sobre los municipios más próximos a la frontera.

No obstante, no sólo las diferencias de precios de los bienes atraen potenciales compradores, sino también determinados servicios pueden encontrar ventajas locacionales en los puestos fronterizos, como ejemplo podía citarse algunos relativos a la salud (ortodoncia). Complementarios de los anteriores y de otras actividades típicamente fronterizas se desarrollan otros subsectores de servicios como el bancario en su vertiente cambiaría, el de hostelería, etc.

De todo lo anterior, se deduce que las consecuencias de carácter económico de las fronteras sobre los espacios contiguos a la misma, no van a tener una distribución uniforme, ya que la exis

tencia de puntos (puertas en el muro) a través de los que se permite, y por tanto concentra, el intercambio entre los dos Estados fronterizos, implicará la polarización de determinadas actividades económicas, en los mismos, en tanto que los tramos intermedios constituyen una especie de fondo de saco (2), donde el hecho fronterizo se mostrará negativamente en toda su extensión.

2.2. **Las zonas fronterizas en el marco del Gran mercado**

Por otra parte, el carácter fundamentalmente periférico de las regiones fronterizas va a quedar condicionado en un futuro inmediato por la consecución de un verdadero Mercado Unico en la Comunidad Económica Europea, fenómeno que afectará al desenvolvimiento futuro de estos espacios. Así, los efectos positivos o negativos de la frontera, a los que hemos hecho referencia en líneas precedentes, habrán de ser analizados y valorados en el contexto citado con anterioridad.

En este sentido, la creación de un verdadero mercado interior europeo va a suponer la eliminación de una serie de restricciones (3) que dificultan el funcionamiento de las distintas empresas, favoreciendo un clima más competitivo que abre nuevas posibilidades a los distintos agentes económicos; liberando, el proceso mencionado, recursos para otros usos alternativos pudiendo incrementarse el nivel de consumo y de inversión en el interior de la Comunidad.

Desde el punto de vista de las consecuencias sobre la distribución espacial no existen argumentos suficientes para esperar resultados esperanzadores, una vez que la base sobre la que se asienta la teoría neoclásica ha sido duramente contestada (4).

Según el informe Padoa-Schioppa (5) en el marco del programa interior existen elementos que pueden favorecer a las regiones atrasadas, pero también se detectan otros que pueden tener un efecto contrario. Entre los primeros, el citado informe recoge las mejoras de la competitividad de los servicios de transporte y telecomunicación que deberían atenuar las desventajas geográficas de las regiones periféricas de la Comunidad y, entre los segundos, cabe citar la liberalización de los servicios financieros que permitirá elevar las economías de escala que ofrecen los centros especializados. De todos modos, los mayores desafíos regionales para la Península Ibérica se producirán por la combinación de la ampliación y de la apertura del mercado interior, a que hemos hecho referencia, dadas las diferencias de productividad entre las regiones más industrializadas y las menos desarrolladas en el marco de la Comunidad.

En estos mismos términos se manifiesta la Comisión de las Comunidades Europeas (6) al señalar que la supresión de todos los obstáculos que dificultan la libre circulación de las mercancías, de los servicios y de los capitales, beneficiará, básicamente, a las regiones mejor situadas y más atractivas de la Comunidad, constituyendo un desafío para las regiones periféricas que están muy alejadas de los grandes centros de la oferta y de la demanda y donde la densidad de población es menor que en el conjunto de la Comunidad, situación en la que se encuentra la región objeto de análisis en el presente trabajo.

Otros autores (7) subrayan que la situación de dichos espacios periféricos puede ser analiza-

(2) Pagés Madrigal: «El problema de los centros y villas históricas de la raya ibérica». En: Encuentros/Encontros de Ajuda. Actas, Ponencias y Comunicaciones. Ed. Excma. Diputación Provincial de Badajoz. Servicio de Publicaciones. Pág. 305-321.

(3) Las principales barreras que persisten en la Comunidad Europea son las siguientes: diferencias en las regulaciones técnicas entre paises, retrasos en las fronteras, lo que impone costes adicionales sobre el comercio, restricciones en la competencia de los mercados públicos y finalmente, restricciones en las transacciones de ciertos servicios y actividades en los paises comunitarios. Un análisis amplio de esta temática puede consultarse en: «1992: La nouvelle économie européenne. Une evaluation des effets économiques protentiels de l'achévement du marché interieur de la Communauté européenne». Economie Européenne, numéro 35. Mars 1988.

(4) Cuadrado Roura, J.R. (1988): «Políticas Regionales: hacia un nuevo enfoque». Papeles de Economía Española nº 35.

(5) Tommaso Padoa-Schioppa (1987): «Eficacia, Estabilidad y Equidad: una estratégia para la evolución del sistema económico de la Comunidad Europea». Ed. Alianza Editorial. Madrid. Pág. 122.

(6) Commission des Communautés Européennes (1987): «Troisieme rapport periodique de la Commission sur la situation et l'evolution socioeconomique des regiones de la Communauté». Bruxelles. Pág. IX.

(7) Keeble, Offord and Walker (1988): «Peripheral regions in a community of Twelve member states». Commission of the European Comuunities. Pág. 25.

da, en base a la existencia de disparidades marcadas en la accesibilidad relativa de las distintas regiones dentro de la Europa de los 12, lo que indica que si los costes de transporte tienen alguna importancia para la localización y el crecimiento de la actividad de los servicios en los años 80, las regiones más periféricas de la Comunidad están en una considerable desventaja comparativa en relación con las regiones centrales. El concepto de perifericidad, en el contexto específico del desarrollo económico regional, es sinónimo de relativa accesibilidad o inaccesibilidad a la activa económica, lo que refleja, en definitiva, que la distancia física impone costes en términos monetarios, de tiempo, información, acceso, etc., afectando a la naturaleza y economías de escala de la actividad económica en las distintas áreas.

Los resultados del índice empleado (8), califica a todas las regiones españolas como periféricas aunque es preciso resaltar el carácter relativamente más favorable de algunas de ellas, concretamente Madrid, País Vasco, Navarra, Cataluña y Valencia (9).

Por otra parte, tal como aparece recogido en la siguiente Tabla, la adhesión de España y Portugal, en Enero de 1986, ha ampliado considerablemente el número de regiones periféricas en la Europa Comunitaria.

TABLA 1

REGIONES PERIFERICAS EN LA EUROPA DE LOS 10 Y EN LA EUROPA DE LOS DOCE

	CEE 10	%	CEE 12	%
Número de regiones de nivel II.	36	25'4	60	36'1
Población de 1983 en millones.	58'6	21'5	106'6	33'3
Territorio en 1983 en miles de Km^2	664'4	40'2	1.260'1	56'1

FUENTE: Keeble, Offord y Walker (1988): «Peripheral regiones in a community of twelve member states». op. cit. pg. 35.

Así, según se desprende de los anteriores datos, la ampliación de la Comunidad ha incrementado el número de regiones periféricas en 24, la población que vive en las mismas en 48 millones y la superficie en 595 mil kilómetros cuadrados.

Por otra parte, la Comisión de las Comunidades Europeas (10), a través de un índice sintético

(8) El índice empleado es el siguiente:

$P_i = \sum_{j=1}^{j=1} M_J^n/D_{ij} + M_i/D_{ii}$, donde P_i es la accesibilidad o perifericidad de la región i, M_j es una medida del volumen de actividad económica en la región J, y D_{ij} es una medida de la distancia entre la región i y la región j. M_i/D_{ii}, incorpora la contribución del propio volumen de actividad económica de la región (M^1 en relación a su indice global de perifericidad o (centralidad), concretamente

$$D_{ii} = 1/3 \sqrt{\frac{\text{área de la región en Km}^2}{\pi}}$$

Keeble, Offord y Walker (1988): «Peripheral regiones in a community of twelve member states». Commission of the European Communities». op. cit. págs. 13 y 16.

(9) Algunos estudios efectuados para el caso español, empleando otras técnicas de análisis, llegan a resultados diferentes, dado que por un lado, identifican la línea costera del Mediterráneo y el Valle del Ebro como los dos grandes ejes de crecimiento del pais, junto con Madrid, mientras que por otro, observan un claro retroceso en la Cornisa Cantábrica (Asturias, Cantabria, País Vasco) y el relativo empobrecimiento y vacío demográfico de amplias zonas de la Meseta y algunas áreas aisladas del Sur. La diferencia más significativa está en que el País Vasco aparece en una situación relativamente más favorable que en el resto de las regiones españolas, en el contexto comunitario. Cuadrado (1988): «Tendencias Económico-Regionales antes y después de la crisis en España». Papeles de Economía Española nº 34 Pág. 45.

(10) Commission des Communautes Européenes (1987): «Troisieme rapport periodique de la Commission sur la situation et l'evolution socioeconomique des regiones de la Communauté». Bruxelles. Pág. 23.

identifica como regiones con un mayor grado de desigualdad regional, en el contexto comunitario, a Grecia, Irlanda, el Mezzogiorno italiano (haciendo excepción de los Abruzzos), Portugal, España e Irlanda del Norte, subrayando que en el interior de España existen diferencias importantes.

En este sentido, la región Española mejor situada es Baleares en el puesto 35 con un índice de 66'8, frente a una media para la Comunidad de los doce de 100, y la que ocupa, por el contrario, la peor situación es Andalucía, Castilla y León, se coloca en una posición intermedia ocupando el lugar 16 con un índice respectivo de 55, por debajo de Portugal, país para el que la Comunidad no realiza una análisis a escala regional. Lo anterior denota que la región, objeto de estudio en el presente trabajo, sufre importantes problemas estructurales pudiendo ser tipificada, utilizando la metodología de la Comunidad, como una región poco desarrollada, periférica, agrícola y fronteriza.

Para las regiones fronterizas españolas y portuguesas como espacios periféricos y subdesarrollados de la Comunidad Europea, según se ha puesto de relieve en las anteriores páginas. Los efectos de la integración en el mercado interior se producirán a través de la eliminación de las restricciones comerciales impuestas por la frontera y por la explotación de las posibles ventajas comparativas (11) lo lo que puede suponer un sacudida radical de todas las estructuras regionales, lo que a su vez implicaría la existencia de procesos de ajuste relativamente profundos, justificándose, por lo tanto, una decidida intervención de los poderes públicos.

Desde el punto de vista de las regiones fronterizas, la eliminación de las fronteras puede favorecer una mejora substancial de la situación económica y social de los ciudadanos que residan en las mismas, pero para su desarrollo la Comunidad considera necesario un intervencionismo en los siguientes ámbitos:

- — Planificación común y transfronteriza de la planificación regional y urbana.
- — Planificación común y transfronteriza a nivel de las regiones circunscripciones y municipios en los ámbitos de medio ambiente, abastecimiento energético y de agua, eliminación de aguas residuales y basuras, etc...
- — Cooperación transfronteriza en lo relativo a la planificación y utilización de instalaciones de la sanidad, para garantizar una utilización de un aprovechamiento mejor.
- — Racionalización, en la frontera del tráfico de cercanías de personas y mercancías, a fin de resolver el problema de los puntos de congestión y de asegurar una circulación fluida.
- — Cooperación transfronteriza en lo relativo a la política educativa y cultural, así como en el deporte y el turismo, y en particular el fomento de la enseñanza de idiomas extranjeros para alentar los intercambios culturales entre países vecinos.
- — Colaboración transfronteriza de las oficinas de empleo en la política del mercado de trabajo, en particular, en la provisión de puestos de trabajo (12).

Para instrumentar las propuestas anteriores es necesario identificar los problemas básicos del área objeto de estudio (13), tarea que abordaremos en las siguientes páginas.

3. CARACTERISTICAS DE LA ZONA FRONTERIZA DE LA COMUNIDAD AUTONOMA DE CASTILLA Y LEON

La zona fronteriza que nos ocupa es un área marginal en el espacio regional, dado que los niveles de renta per cápita de las comarcas situadas en ese entorno (Sanabria, Sayago y Aliste), son los más reducidos de todo el territorio castellano-leonés (14). De todos modos una imagen adecuada de la situación en la que está la misma puede obtenerse a partir del estudio de los denomi-

(11) Tommasso Padoa-Schioppa (1987): «Eficacia, Estabilidad y Equidad: una estrategia para la evolución del sistema económico de la Comunidad Europea». Op. cit. pág. 122.
(12) Véase al respecto: PE DOC A2 - 170/86 pág. 6.
(13) Ver en este sentido: PE DOC A2 -142/88 pág. 11.
(14) Junta de Castilla y León (1987): «Plan de Desarrollo Económico Regional 1986-1990». Valladolid, pág. 112.

nados factores de potencialidad entre los que cabe citar los siguientes (15): dotación de recursos naturales, población, localización geográfica, tamaño y estructura del sistema de población, estructura sectorial de la economía y el stock de capital.

Respecto a la localización geográfica, esta no sólo es una subregión que reúne la condición de periférica extrema, en la medida en que forma parte de una región que lo es, sino que, dentro de ésta, ocupa una posición absolutamente periférica, y además limita con una zona de Portugal que asimismo es marginal en su entorno nacional, debido a las tendencias mostradas por la dinámica económica, en ambos países, que han tendido a ubicar en las zonas costeras las principales actividades productivas. En consecuencia, debe considerarse como un espacio escasamente accesible, con las negativas consecuencias sobre las potencialidades de desarrollo que de ello se derivan.

El segundo de los factores de potencialidad que vamos a analizar es el relativo a la población regional así como la estructura del sistema de asentamientos territoriales. El Padrón Municipal de 1986 arrojaba para el área objeto de estudio una población de 51.335 habitantes, y una densidad de 12 h/Km^2, inferior a la media regional (27 h/Km^2), que, a su vez, está por debajo de la nacional (76 h/Km^2), y esta última, de la de la Comunidad Europea que se situaba en 142,9 h/Km^2).

Esta escasa población se mostraba además en franca regresión, ya que, entre 1970 y 1986, se redujo en 16.947 habitantes, lo que representa una pérdida del 25% de la población censada en 1970, porcentaje que debe considerarse sumamente elevado cuando se pone en relación con el período en que se produce, que como es de sobra conocido se caracteriza por la eclosión y desarrollo de la crisis económica que afecta en mayor grado a las regiones industrializadas, destino en el pasado, de gran parte de la población que emigró de las áreas periféricas (16).

Por otra parte, en la Tabla 2 se ha recogido la evolución de la población en la zona fronteriza, comparando esta última con la de las provincias en que está ubicada, la región, España y la Comunidad Europea.

TABLA 2

EVOLUCION DE LA POBALCION DE DERECHO EN LA ZONA FRONTERIZA DE CASTILLA Y LEON. (Variación de Porcentaje)

	1981/1970	1986/1981	1986/1970
Zona fronteriza	—20'86	—5'00	—24'82
Salamanca	—4'16	—1'37	—5'47
Zamora	—11'88	—2'55	—14'12
Castilla y león	—3'19	—0'03	—3'22
España	—10'75	+2'42	+13'43
CEE 12	+5'25	+1'10	+6'41

FUENTE: Elaboración propia en base a los datos del INE: «Censos de Población», «Padrón Municipal de Habitantes» y Eurostat: «Cuentas Nacionales».

En base a la información anterior, podemos afirmar que el espacio, objeto de estudio, sigue la tendencia regional, aunque las distancias son muy significativas. Detectamos que las mayores

(15) Ver el trabajo de Biehl: Groupe d'etude infraestructure: L'impact de l'infraestructure sur le developpement regional. Document Commission des Communautés européenes. 1986.

(16) Este resultado difiere del obtenido por de Keeble y colaboradores, que detectan un incremento de población mayor en las regiones periféricas que en las centrales de la Comunidad Europea. Concretamente, en el periodo 77-83 las regiones periféricas crecen un +3'6, situándose la media respectiva para la CEE en +2'1. Keeble, Offord y Walker (1988): «Peripheral regiones in a community of twelve member states». Commission of the European Communities». op. cit. pág. 55.

pérdidas poblacionales se sitúan, en ambos casos, en el período 1970/1981, aunque los cambios registrados entre 1981 y 1986 afectan, en menor medida, a aquella que a la Comunidad Autónoma y a las provincias de Zamora y Salamanca.

Alternativamente el comportamiento de la variable analizada es Positivo, tanto en el conjunto del territorio español como comunitario, aunque, en estos ámbitos territoriales, el crecimiento de la población se frena a partir de 1981.

El pesimismo sobre los recursos humanos se acrecienta al considerar la composición de la población por edades, ya que como muestra la Tabla 3, la población de la zona fronteriza se nos muestra excesivamente envejecida y con escaso pero de la juventud.

TABLA 3

COMPOSICION DE LA POBLACION POR EDADES
CENSO DE POBLACION DE 1981

	FRONTERA	CAST. Y LEON	ESPAÑA
Menores de 16	16,2%	24,4%	27,4%
16 a 64	60,1%	61,3%	61,4%
65 y más	23,7%	14,3%	11,2%

FUENTE: Elaboración propia en base a los datos del I.N.E. «Censo de Población de 1981».

Respecto a la forma en que esta población se asienta sobre el territorio debemos señalar que la dimensión media de los municipios considerados es aproximadamente de 642 h, no existiendo ningún municipio mayor de 3.000 h. Por otra parte, el despoblamiento al que hacíamos referencia en el párrafo anterior, ha afectado prácticamente a todos ellos (Tabla 4). De hecho, exceptuando 4 de los mismos (17), el resto disminuyó su población en el intervalo temporal considerado.

Conviene, sin embargo, matizar más estos datos, ya que si se considera la evolución de la población en el período 1981-1986, aunque se mantiene la tendencia a la pérdida de población, son 15 los municipios que escapan a la tendencia apuntada, aunque en ningún caso los incrementos son demasiado significativos, sino, más bien, indicativos de la falta de oportunidades de emigración.

TABLA 4

EVOLUCION DE LOS MUNICIPIOS POR Nº DE HABITANTES

	1970	1986
Menores de 250	6	13
250 a 500	18	26
500 a 1.000	31	27
1.000 a 1.500	16	7
1.500 a 2.000	5	5
Mayores de 2.000	4	2

FUENTE: Elaboración propia en base a los datos del I.N.E. «Censo de Población de 1970» y «Padrón Municipal de Habitantes de 1986».

(15) Ver el trabajo de Biehl: Groupe d'etude infraestructure: L'impact de l'infraestructure sur le developpement regional. Document Commission des Communautés européenes. 1986

(16) Este resultado difiere del obtenido por de Keeble y colaboradores, que detectan un incremento de población mayor en las regiones periféricas que en las centrales de la Comunidad Europea. Concretamente, en el período 77-83 las regiones periféricas crecen un +3'6, situándose la media respectiva para la CEE en +2'1. Keeble, Offord y Walker (1988): «Peripheral regiones in a community of twelve member states». Commission of the European Communities». op. cit. pág. 55.

(17) Estos municipios son Fuentes de Oñoro que crecio en 452 h, Puebla de Sanabria 223, Villar de la Yegüa 37 y Villar de Argañan 46, aunque este último municipio experimentó una pérdida de población en el período 81-86.

En definitiva, los datos de población y ubicación espacial de la misma muestran con extrema claridad que nos encontramos ante un área rural, cuyas características condicionan las potencialidades de desarrollo de la misma.

Otro de los factores de potencialidad en la estructura sectorial de la economía, que vamos a medir, dadas las limitaciones que ofrece la información estadística disponible, a través de los porcentajes de población ocupada en los distintos sectores de actividad económica (18).

Teniendo en cuenta el Censo de Población de 1981, observamos que en más de 70 municipios la actividad agrícola emplea porcentajes superiores al 40% de la población. El sector secundario (construcción incluida) ocupa más del 25% de la población en tan sólo 11 municipios, que quedan reducidos a 5 Cuando exigimos un porcentaje superior al 30% (19). Una idea más exacta de esta actividad industrial se obtiene cuando vemos que de esos 5 tan sólo dos: Aldeadavila de la Rivera y Villarino (ambos de la provincia de Salamanca) son mayores de 1.000 h aunque menores de 2.000, y en ellos el 19% y el 21% respectivamente de la población ocupada lo está en el sector energético, y el 10,9 y el 16,9 respectivamente corresponde a la construcción, con lo cual el resto de la actividad industrial tan sólo ocupa al 8,7 y 4,8% respectivamente.

Lo que concierne al sector servicios, en 19 municipios la Población ocupada superaba el 30%, de los cuales sólo 6 superaban los 1.000 h. En este contexto destaca Fuentes de Oñoro, donde el citado sector emplea al 77,3%, lo que es un claro reflejo de la especialización fronteriza de este municipio, ubicado sobre la carretera N-620 sobre la que transitan una parte importante de los intercambios comerciales que Portugal realiza con el resto del continente a través de este sistema de transportes, transitando también por ese punto geográfico uno de los ramales del ferrocarril que conecta Portugal con España y Europa. Una situación en cierto modo similar es la de Alcañices, que cuenta asimismo con puesto fronterizo, aglutinando el sector servicios al 56,2% de la población ocupada. Acusada especialización, en este mismo sentido, muestra Puebla de Sanabria (56,3%), aunque aquí no es la frontera la que la explica en su totalidad, sino una cierta orientación hacia el sector turístico, así como su ubicación sobre la carretera N-525 que comunica al sur de Galicia con el centro de España.

Esta especialización no se deja nota, sin embargo, en los restantes puestos fronterizos, ya que en Torregamones el sector servicios ocupa al 14'4% y en Fermoselle al 14'7% respectivamente. Cabe, no obstante, suponer que tras la integración de España y Portugal, en 1986, en la CEE se hayan producido variaciones apreciables que no recoge la fuente estadística empleada.

El análisis de los recursos naturales (20) es el que sin duda arroja un saldo más positivo para la zona, ya que cuenta con abundantes recursos. De ellos los más relevantes son los energéticos, que están constituidos por el aprovechamiento hidroeléctrico del tramo fronterizo del río Duero. Así, en 1985 se contabilizaban 9 grandes centrales con una potencia instalada de 2.372.200 Kw. Sin embargo, la abundancia de un factor como la energía no se revela como un factor de atracción de la actividad industrial. Ello es debido a que el sistema de precios de la electricidad es unificado para todo el territorio, no primando, por lo tanto, la proximidad a los puntos de producción; otra razón estriba en el hecho de que las centrales hidroeléctricas, en los sistemas eléctricos complejos, suelen funcionar como centrales de reserva, esto es, entran en funcionamiento sólo en las horas puntas, debido a su enorme flexibilidad.

En lo que concierne a la infraestructura, si bien el concepto es más amplio que la dotación de carreteras, el análisis de la misma se centrará, básicamente, en este pundo debido a que existen serias dificultades para obtener información a nivel municipal relativa a otras variables tales como centros educativos, sanitarios, etc...

---

(18) Este dato lo ofrece el Censo de 1981 municipalizado, pero al no proporcionar los elementos necesarios para calcular la población ocupada resulta imposible calcular la distribución porcentual del conjunto de la zona.

(19) Estos municipios son los de Aldea del Obispo, Gallegos de Argañán, Aldeavilla, Barruecopardo, Villarino.

(20) Hemos de señalar en este punto la existencia de un interesante trabajo sobre esta misma zona realizado por V. Cabero Diéguez y J.I. Plaza Gutiérrez: «El sector fronterizo de Salamanca y Zamora con Portugal. tradición y modernización». En: Encuentros/Encontros de Ajuda. Actas, Ponencias y Comunicaciones. Ed. Excma. Diputacion Provincial de Badajoz. Servicio de Publicaciones. Pág. 247-275.

En términos generales, la dotación de carreteras por uniad de superficie en la región es ligeramente superior a la media nacional como consecuencia de la posición central que la Comunidad Autónoma Castellano-Leonesa ocupa en el territorio nacional.

En la Tabla 5 se ha recogido el número de kilómetros de carreteras en las dos provincias fronterizas, Zamora y Salamanca.

TABLA 5

KM DE CARRETERAS 1985

Provicias	Km	%	Km/1.000	Km/Km²
Salamanca	3.624	2'3	10'1	0'29
Zamora	2.527'8	1'6	11'4	0'24
España	151.435'3	100	3'9	0'30

FUENTE: INE: «Anuario estadístico de España 1987».

Según la información contenida en la tabla anterior, las provincias de Zamora y Salamanca, únicamente participan con un 3'9% en el número total de Km de carreteras existentes en nuestro país, aunque la densidad por superficie es similar a la media nacional, estando situada la densidad por habitante por encima de esta última debido al proceso de despoblamiento que han sufrido ambas provincias.

Existen, no obstante, diferencias importantes en el espacio regional, en lo que se refiere a la dotación cuantitativa de este tipo de infraestructura, siendo necesario resaltar, en este sentido, las carencias de la zona fronteriza con Portugal (Salamanca, Zamora y parte de León).

Por otra parte, si tenemos en cuenta la calidad de la infraestructura de carreteras existentes, la situación es menos favorable. Así tomando en consideración la situación de las carreteras según tipo de firme y según la anchura de la calzada, las principales deficiencias de la zona fronteriza con respecto a la situación media nacional se ubican en el segundo de los campos mencionados, dado que el 97'8% de las mismas tienen un ancho de calzada inferior a 5m.

Finalmente, el cierre de las líneas férreas que integraban la red ferroviaria secundaria regional, afecta sensiblemente el área que nos ocupa, produciendo la incomunicación por ferrocarril de la zona oeste de la región (León, Salamanca y comunicación con Extremadura).

Ya analizadas las características estructurales del área fronteriza de Castilla y León pasamos seguidamente a esbozar las conclusiones más significativas para poder identificar las bases que, según nuestra opinión, han de guiar el intervencionismo público en este territorio.

CONCLUSIONES

Partiendo del hecho, tal como se recoge en el Plan de Desarrollo Regional de España (21), de que las ayudas a la inversion productiva son más eficaces en espacios que cuentan con una buena infraestructura de acogida, en la zona que nos ocupa el instrumento prioritario de acción regional debe de ser el gasto público en infraestructura, en base a que un mejor equipamiento de infraestructuras incrementa la productividad de la inversión privada, al mejorar la accesibilidad y reducir los costes de transporte.

Concretamente se deberían de potenciar, entre otras, las siguientes actuaciones:

— El desarrollo de una infraestructura de comunicaciones, en la línea de las recomendaciones efectuadas por la CEE, que permita una mejor vertebración territorial de la zona fronte-

(21) Ministerio de Economía: «Plan de Desarrollo Regional de España 1989-1993». Págs. 52 y 53.

riza, vertebración para la que es imprescindible desarrollar programas de cooperación transfronteriza entre España y Portugal.

— Divulgación de las posibilidades turísticas de uno de los espacios naturales más atractivos de Castilla y León, así como la dotación y promoción de las infraestructuras turísticas para el pleno aprovechamiento de los citados recursos.

PROVINCIA DE SALAMANCA

COMARCA DE CIUDAD RODRIGO

ALAMEDA DE GARGON (LA)
ALAMILLA (LA)
ALBERGUERIA DE ARGAÑAN (LA)
ALDEA DEL OBISPO
BOUZA (LA)
CAMPILLO DE AZARA
CARPIO DE AZABA
CASILLAS DE FLORES
ESPEJA
FUENTE GUINALDO
FUENTES DE OÑORO
GALLEGOS DE ARGAÑAN
ITUERO DE AZABA
NAVASFRIAS
PAYO (EL)
PUEBLA DE AZABA
PUERTO SEGURO
VILLAR DE ARGAÑAN
VILLAR DE CIERVO
VILLAR DE LA YEGUA

COMARCA DE VITIGUDINO

AHIGAL DE LOS ACEITEROS
ALDEADAVILA DE LA RIVERA
BARRUECO PARDO
BERMELLAR
CABEZA DEL CABALLO
CEREZAL PEÑAHORCADA
FREGENEDA (LA)
HINOJOSA DEL DUERO
LUMBRALES
MASUECO
MIEZA
MILANO
PEÑA (LA)
PEREÑA (LA)
REDONDA (LA)
SALDEANA
SAN FELICES DE LOS GALLEGOS
SAUCELLE
SOBRADILLO
TRABANCA
VIDOLA (LA)
VILLARIÑO
VILLASBUENAS
VILVESTRE
ZARZA DE PUMAREDA (LA)

PROVINCIA DE ZAMORA

COMARCA DE ALISTE

ALCAÑICES
FIGUERUELA DE ARRIBA
FONFRIA
GALLEGOS DEL RIO
MAHIDE
PINO
RABANALES
RABANO DE ALISTE
SAMIR DE LOS CAÑOS
SAN VITERO
TRABAZOS
VIÑAS

COMARCA DE SANABRIA

ASTURIANOS
CERNADILLA
COBREROS
HERMISENDE
LUBIAN
MANZANAL
MOMBUYE
PALACIOS DE SANABRIA
PEDRALBA DE LA PRADERIA
PUEBLA DE SANABRIA
REQUEJO
VILLADECIERVOS

COMARCA DE SAYAGO

ARGAÑIN
FARIZA
FERMOSELLE
FORNILLOS DE FERMOSELLE
GAMONES
MORALIÑA
MUGA DE SAYAGO
TORREGAMONES
VILLADEPERA
VILLAR DEL BUEY
VILLARDIEGUA DE LA RIBERA

UN ANALISIS DEL GRADO DE SELECTIVIDAD DE LAS DISTINTAS AYUDAS REGIONALES EN CASTILLA Y LEON

J. Olgal Ogando Canabal
Belén Miranda Escolar
J. Eugenia Fernández Arufe
Universidad de Valladolid

1.— INTRODUCCION

El objetivo del presente trabajo consiste en analizar la eficacia de la política de incentivos a la inversión tomando, como marco territorial de referencia, la Comunidad Autónoma de Castilla y León.

Los incentivos regionales han sido el principal elemento de la Política Regional contemporánea, y, concretamente, de la española dado que han constituido la base de figuras de acción regional como los polígonos industriales, polos, áreas y centros de crecimiento, etc...

En el caso de la región que nos ocupa, el principal instrumento de acción regional, hasta fechas muy recientes ha sido, por el volumen de recursos que ha canalizado, la Gran Area de Expansión Industrial de Castilla la Vieja y León (GAEI), de ahí que el análisis se centre, básicamente, en el medio citado. Esta última, se creó mediante el Real Decreto 2.620/1979, de 11 de octubre (B.O.E. de 15 de noviembre de 1979), planteándose como meta a alcanzar la potenciación y jerarquización del sistema urbano regional y, en definitiva, la corrección de los desequilibrios intrarregionales de la región castellano-leonesa. Para ello, se seleccionaron una serie de municipios y actividades como preferentes, pudiendo recibir las empresas que se acogieran a los mismos un suplemento adicional de subvención del 5% en cada uno de los casos (1).

La necesidad de adaptar este instrumento a los criterios vigentes en las Comunidades Europeas, por un lado, y de simplificar las ayudas regionales, por otro, modifica algunos de los beneficios que contemplaba la GAEI, al desaparecer los incentivos de tipo fiscal e incluir una bonificación de hasta el 50% en la cuota empresarial a la Seguridad Social correspondiente a los puestos de trabajo aprobados y creados en el proyecto, durante un período máximo de dos años (2). En este sentido, la nueva ley de incentivos regionales para la corrección de desequilibrios económicos interterritoriales, especifica que las Grandes Areas de Expansión mantendrán su vigencia durante un año, a contar desde la entrada en vigor de la ley, excepto en el caso de aquéllas localizadas en Comunidades Autónomas en las que se creen zonas promocionales.

En definitiva, el instrumento, objeto de análisis, agota su vigencia en junio de 1988, fecha en la que Castilla y León es declarada Zona de Promoción Económica (3), justificando, el hecho mencionado, la realización de este trabajo.

Hoy en día, existe un creciente escepticismo en cuanto a la capacidad de los incentivos para atraer inversiones a las regiones atrasadas, aunque, a pesar de ello, los mismos siguen ocupando una posición preponderante en las distintas políticas de acción regional. Hay varios factores que justifican, según algunos autores (Cuadrado Roura, J.R., 1988 p. 83), la actitud mencionada pudiendo citar, entre otros, los siguientes:

a) Los empresarios no otorgan especial importancia a los incentivos como condicionantes de

(1) Los municipios preferentes y los incentivos adicionales, financieros y fiscales, que se consideraban en la Gran Area de Expansión Industrial de Castilla la Vieja y León, se recogen en el Real Decreto 2.620/1979, de 11 de octubre (B.O.E. de 15 de noviembre de 1979).

(2) Ver, en este sentido, Ley 50/1985, de 23 de diciembre, de incentivos regionales para la corrección de desequilibrios económicos interterritoriales (B.O.E. de 27 de diciembre).

(3) Real Decreto 570/1988, de 3 de junio, de delimitación de la zona de promoción económica de Castilla y León. (B.O.E. de 8 de junio).

sus decisiones de localización (Drucker, P., 1989, pp. 1 a 13; Ministerio de Obras Públicas y Urbanismo, 1987 y Aurioles Martín, J., 1988).

b) La disminución del atractivo que ofrecen determinadas regiones atrasadas dado que los costes de la mano de obra no son más reducidos, en estas zonas, que en las más industrializadas.

c) La pérdida de capacidad de las regiones industriales en declive para atraer inversiones del exterior.

Otros productos (Biehl, D., 1988, p. 299) subrayan que las ayudas a la inversión productiva son más eficaces en espacios que cuentan con una buena infraestructura de acogida, ya que en su ausencia los incentivos, aunque sean muy intensos, influyen poco en las decisiones de localización no siendo, en definitiva, adecuados para atraer nuevas industrias a las áreas atrasadas, aspectos en los que pretende incidir, especialmente, este trabajo.

A tal fin, procederemos a realizar un análisis sectorial y territorial de esta figura de acción regional, con el fin de precisar si la misma ha logrado los objetivos que se pretendían en el momento de su creación: la potenciación y jerarquización del sistema urbano regional.

En el marco del análisis sectorial se han agrupado los distintos proyectos acogidos a los beneficios de este instrumento, teniendo en cuenta la Clasificación Nacional de Actividades Económicas (CNAE) (4), con la finalidad de medir la contribución del mismo a la diversificación de la estructura productiva regional.

En el segundo de los campos, se ha pretendido analizar si los municipios señalados como preferentes, que gozaban de una subvención adicional, han conseguido, o no, atraer inversiones en mayor grado de otras zonas del territorio regional.

El material estadístico utilizado ha sido facilitado por la Dirección General de Promoción Industrial de la Consejería de Economía y Hacienda de la Junta de Castilla y León, sin cuya elaboración hubiera sido imposible realizar la investigación presente.

2.— ANALISIS SECTORIAL DE LOS PROYECTOS DE INVERSION EN LA GAEI DE CASTILLA LA VIEJA Y LEON

La primera de las variables que vamos a analizar lo constituye la distribución sectorial de los proyectos aprobados durante el período de vigencia de la GAEI, datos que aparecen recogidos en la Tabla I.

En base a la información citada, hay que subrayar que existe una correlación entre la especialización productiva regional (5) y la distribución sectorial de los proyectos aprobados, dado que son las «Industrias de productos alimenticios, bebidas y tabaco», «Agricultura, ganadería y pesca» y las «Industrias transformadoras de los metales» las que aglutinan el 61.67% del total de proyectos presentados, estando situadas las demás actividades a una distancia considerable de las mismas.

A nivel provincial se puede generalizar el comentario precedente con la excepción del sector de «Industrias transformadoras de los metales». En este ámbito, el peso de la actividad señalada es más elevado en las provincias de la región que cuentan con un mayor nivel de industrialización, como es el caso de Burgos (22,07) y Valladolid (16,32), mientras que en el marco de las «Industrias alimenticias, bebidas y tabaco» sobresalen provincias con un menor grado de desarrollo como son Salamanca (52,01), Zamora (46,58) y Avila (38,84).

Una variable más ilustrativa, es la distribución sectorial de la inversión (Tabla II), observándose divergencias importantes en relación con el análisis ya señalado, dado que el sector agrario no so-

(4) Ver, en este sentido, Instituto Nacional de Estadística (1984): «Clasificación Nacional de Actividades Económica. Año 1974». Edita: Instituto Nacional de Estadística. Madrid

(5) Los sectores industriales que presentan unos mayores coeficientes de localización en la región castellano-leonesa son los de «Material de transporte» contabilizado, según la C.N.A.E., en el grupo de «Industrias Transformadoras de los métales» (2,69); «Caucho, plástico y otras manufacturas» (1,52) y «Productois alimenticios, bebidas y tabaco» (1,27). Por otra parte, la especialización agraria nacional es importante al aportar la región citada, a la Producción Final Agraria Nacional el 13,74%.

bresale especialmente por el volumen de inversión acogido a los beneficios de la GAEI, cediendo su puesto al grupo «Extracción y transformación de minerales no energéticos».

Por lo que respecta al empleo (Tabla III), los resultados son similares al destacar, también, por el volumen de empleo generado, las «Industrias de productos alimenticios, bebidas y tabaco» (24,68), «Industrias transformadoras de los metales» (16,49) y «Extracción y transformación de minerales no energéticos» (11,40).

En términos generales hay que subrayar, por otra parte, la escasa importancia de las actividades de servicios, campo en el que inciden, actualmente, las nuevas orientaciones este instrumento a consolidar la misma y no a diversificarla (Ogando Canabal, J.O., 1983).

Con el fin de detectar las características de los proyectos presentados, hemos elaborado los ratios siguientes: el empleo medio por proyecto, la inversión media por proyecto y la intensividad en capital o mano de obra de los mismos.

Por lo que se refiere al primero de ellos (Tabla IV), cabe destacar, en términos generales, el reducido número de empleos que generan las empresas acogidas a los beneficios de este instrumento (9,73), resultando interesante subrayar, no obstante, el mayor poder de generación de puestos de trabajo de ciertas actividades de servicios, frente a las industriales, haciendo excepción de «Energía y agua» (44,20). En este último ámbito sobresalen, asimismo, el sector de «Transformación del caucho y materias plásticas» (22,75), «Otras industrias manufactureras» (26,63).

Por otra parte, se observa una escasa creación de empleo en el sector de «Productos alimenticios, bebidas y tabaco» (7,74), situación extrapolable a todas las provincias que integran el territorio castellano-leonés con la posible excepción de Valladolid (11,46) y Burgos (10,32).

En cuanto a la inversión media por proyecto (Tabla V), la mayor dimensión de los mismos corresponde a la actividad «Industrias del papel, artes gráficas y edición», «Energía y agua» e «Industrias de transformación del caucho y materias plásticas» justificada, por un lado, en base a la presencia de grupos nacionales importantes, la empresa pública, en el sector del papel y en el de la energía y, por otro, por la existencia de firmas vinvuladas al capital extranjero («Industrias de transformación del caucho y materias plásticas) (Pedrosa Sanz, R., 1986). Asimismo, sobresale, por las razones citadas, la elevada cifra que arroja la dimensión media de los proyectos del sector «Enería y agua» en la provincia de Salamanca, cifra que corresponde a las inversiones realizadas en aquélla, por la Empresa Nacional del Uranio (ENUSA) (6).

El hecho anterior denota una falta de coordinación de lo que, en teoría, son dos instrumentos de acción regional: los incentivos y la empresa pública, lo que justifica la escasa eficacia del instrumento utilizado, ya que, el objetivo del mismo consiste en atraer la inversión privada hacia las zonas más atrasadas debiendo la inversión pública instrumentarse independientemente de la política de incentivos.

Por el contrario, la menor dimensión se concentra en los sectores tradicionalmente intensivos en mano de obra (Textil, Agricultura y ganadería, Madera, Construcción y Productos alimenticios, bebidas y tabaco), sectores, por otra parte, en los que se detecta una gran presencia de la pequeña y mediana empresa y un reducido grado de modernización.

De igual modo, en la Tabla VI, se ha recogido el tamaño de los proyectos de inversión clasificando a los mismos en cinco intervalos, integrando, el primero de ellos, a los menores de 75 millones de pesetas y el último a aquéllos que superan los 10.000 millones. A la vista de los datos, se observa que el 25,82% de los mismos son inferiores a 75 millones, seguidos a escasa distancia, por los comprendidos entre 1.000 y 10.000 millones (23,25%) y los de 150 a 500 millones (22,63%).

A nivel provincial, la menor dimensión de los proyectos se ubica en las provincias castellano-leonesas con un reducido nivel de desarrollo industrial: Segovia, Soria y Salamanca, fundamentalmente. Por el contrario, en las provincias de Burgos y Valladolid el tamaño de aquéllos es mayor que en las anteriores, al representar los superiores a 150 millones de pesetas el 73,03% y el 61,58%, respectivamente. De todos modos, estos resultados son, meramente, indicativos dada la alta pre-

(6) La «Empresa Nacional del Uranio» ha absorbido, en el año 1982, más del 10% de la subvención que la GAEI ha otorgado a los distintos proyectos localizados en las once provincias que integraban la misma; esto es, las comunidades autónomas de Catilla y León, La Rioja y Cantabria.

sencia de firmas vinculadas al capital extranjero en los proyectos de mayor tamaño que, por otro lado, se han acogido a los beneficios financieros y fiscales de este instrumento de acción regional.

La última de las variables a la que haremos referencia lo constituye la intensividad de capital, información contenida en la Tabla VII. En términos generales, la mayor intensividad de capital se detecta en el sector de «Industrias del papel, artes gráficas y edición» seguido, a una distancia considerable, por el sector de la «Construcción». Este último hecho viene justificado por la inclusión, dentro de esta actividad de la CNAE, de la urbanización de suelo industrial, inversión pública en infraestructura que, sorprendentemente, también se ha beneficiado de la subvención. Las ramas industriales con una intensividad de capital menor son, de nuevo, los sectores tradicionales como el Textil, el Cuero y el Calzado.

Finalmente, se ha tratado de medir la importancia de la selectividad sectorial de este instrumento cuantificando la subvención adicional canalizada hacia las actividades consideradas preferentes en el Real Decreto anteriormente mencionado (Tablas VIII, IX y X).

A nivel provincial se denota que, es en las provincias menos industrializadas donde el incentivo sectorial tiene mayor relevancia, ubicándose un elevado número de proyectos en los sectores calificados como preferentes. En este sentido, destaca el caso de Salamanca (61,6%), de Soria (63,0%), y el de Segovia (53,8%), tendencia extrapolable al porcentaje de inversión y empleo que corresponde a los sectores citados con la excepción de Segovia, donde, a pesar de ubicarse el 53,8% de los proyectos de toda la provincia, únicamente, el 27,0% de la inversión y el 25,1% del empleo corresponde a los mismos.

En definitiva, teniendo en consideración estas dos últimas variables, podemos concluir que, aunque el instrumento analizado trataba de afectar recursos en dichos sectores, el éxito logrado ha sido limitado dado que más del 60% de la inversión y de los empleos se concentran en otras actividades, lo que indica que en un contexto económico caracterizado por grandes cambios estructurales, los criterios de selectividad que se definan, en un momento dado, para la aplicación de la Política Regional, deben revisarse periódicamente.

Una vez analizadas las características de los proyectos de inversión integrados en la GAEI, procederemos a realizar un análisis territorial de los mismos, con el fin de verificar si este instrumento ha logrado el objetivo que se proponía alcanzar en el momento de su creación: la descentralización de las actividades industriales, preferentemente, hacia los espacios con un menor nivel de desarrollo en el ámbito regional.

3.— ANALISIS TERRITORIAL DE LOS PROYECTOS DE INVERSION EN LA GAEI DE CASTILLA LA VIEJA Y LEON

Considerando la distribución provincial del número de expedientes de los proyectos acogidos a los beneficios de la GAEI, se observa que son los núcleos industriales más importantes de la región, Burgos y Valladolid, los que sobresalen por el volumen que acaparan (28,07%). No obstante, es más significativo tener en cuenta la variable inversión ya que ambas provincias aglutinan el 45,4% de la inversión total regional acogida a los beneficios de este instrumento.

Este hecho se corrobora si se tiene en cuenta la importancia del incentivo territorial (para fomentar la localización industrial en los municipios definidos como preferentes en el Real Decreto, Tablas VIII, IX y X), dado que el incentivo sólo es relevante en aquellas provincias donde la capital ha sido declarada como municipio preferente (Soria, Salamanca, Avila y Zamora).

Por otra parte, además de las capitales de provincia, únicamente han logrado atraer un volumen considerable de inversión los siguientes municipios:

— Villamuriel de Cerrato.
— Miranda de Ebro.
— Guijuelo.
— Valverde del Majano.
— Benavente.

El caso de Villamuriel de Cerrato, en la provincia de Palencia, no es significativo dado que en el mismo está instalada una factoría de la empresa FASA-RENAULT, que absorbe el 94,5% de la inversión total acogida a los beneficios de la GAEI, en dicho municipio. Este hecho puede extrapolarse, en parte, a Miranda de Ebro, localidad en la que ENCE (Empresa Nacional de Celulosa), perteneciente al INI, aglutina el 61% de la inversión total de dicho municipio.

El caso de Guijuelo, en la provincia de Salamanca, es diferente al configurarse como núcleo en el que existe una gran potencialidad de desarrollo endógeno. En efecto, el modelo del crecimiento endógeno, una de las líneas prioritarias en torno a la que gira la reforma de los Fondos Estructurales de la Comunidad, basa su estrategia no ya en el fomento de la movilidad del capital y la mano de obra (política de incentivos) hacia las zonas atrasadas, sino en lograr un uso eficiente de la mano de obra y de otros recursos locales con el fin de aumentar la competitividad de las producciones autóctonas en las que pueden existir ciertas ventajas comparativas. Concretamente, en el municipio de Guijuelo, existe una tradición secular en las producciones cárnicas, sobre todo procedentes del porcino. La mayor parte de las inversiones que se han acogido a los beneficios de la GAEI, en esta zona, han correspondido a esta rama de actividad. Se observa, pues, que la senda del desarrollo no es sólo el resultado de las ventajas de localización para las nuevas empresas procedentes del exterior, sino también de la capacidad del empresariado local para sacar partido de esas ventajas.

Por último, el caso de Valverde del Majano, en la provincia de Segovia y, el de Benavente, en la Zamora, son muy similares. En ambos, el papel desempeñado por la dotación de infraestructuras ha sido determinante para atraer la inversión hacia estas zonas. En el primero de los municipios considerados, la existencia de un polígono industrial, debidamente dotado, ha sido crucial (Pedrosa Sanz, R. y Ogando Canabal, J.O., 1989, p. 667). En el segundo, las infraestructuras de transporte han constituido el factor relevante.

4.— CONCLUSIONES

Del análisis anterior se pueden extraer las siguientes conclusiones:

1. La importancia de las infraestructuras como factor de localización industrial dado que todos los núcleos que, de algún modo, sobresalen están situados en los ejes de comunicaciones principales de la región.

2. La escasa influencia de los incentivos como variable explicativa de los procesos de descentralización productiva, fenómeno detectado en las distintas economías regionales europeas a lo largo de los años ochenta, y con cierta significación, en el espacio objeto de estudio (Ogando Canabal, J.O.,; Pedrosa Sanz, R. y Fernández Arufe, J.E., 1987).

3. La importancia de las economías de aglomeración como factor de localización industrial.

Con el fin de ponderar con mayor rigor esta última variable se ha procedido a cuantificar el número de proyectos, empleos y volumen de inversión ubicados en los muncipios mayores de 10.000 habitantes (Tabla XI).

En términos generales, estos veinte municipios absorben el 44,73% de la inversión total acogida a los beneficios de la GAEI. Descendiendo a nivel municipal, los núcleos urbanos con un mayor protagonismo son las capitales de provincia, con un claro predominio de Valladolid y Burgos, contrastándose, así, la tesis esbozada en líneas precedentes.

En definitiva, los datos manejados ponen de manifiesto la escasa influencia de los incentivos en aquellas áreas que no cuentan con una suficiente dotación de infraestructuras ni con la presencia de iniciativas empresariales locales, revelándose, en este contexto, la política de incentivos comom un instrumento con escaso poder de atracción de empresas procedentes de otras áreas y, totalmente ineficaz para atender a los fines que, en su día, se le encomendaron.

Este hecho está avalando el reconocimiento, por parte de algunos economistas (Granados Cabezas, V. y Seguí Pérez, V., 1988, p. 64), de la necesidad de variar el énfasis de la política regional de los aspectos compensatorios a los de promoción de la potencialidad local dentro de las ópticas

de la política de oferta, marco en el que la dotación de infraestructuras, no sólo de carácter cuantitativo sino también cualitativo (Giaoutzi, M., 1989) y la cualificación de la mano de obra se constituyen como factores estratégicos de localización (Premus, R., 1984, p. 49 y Yasufuku, M., 1989) que debe, en definitiva, potenciar toda política de acción regional.

BIBLIOGRAFIA

AURIOLES MARTIN, J. y PAJUELO GALLEGO, A. (1988): «Factores determinantes de la localización industrial en España». En: *Papeles de Economía Española*, n.º 35. Edita: Confederación Española de Cajas de Ahorro. Madrid.

BIEHL, D. (1988): «Las infraestructuras y el desarrollo regional». En: *Papeles de Economía Española*, n.º 35. Edita: Confederación Española de Cajas de Ahorro. Madrid.

CUADRADO ROURA, J.R. (1988): «Políticas regionales: hacia un nuevo enfoque». En: *Papeles de Economía Española*, n.º 35. Edita: Confederación Española de Cajas de Ahorro. Madrid.

DAVEZEIS, L. y PURD'HOMME, R. (1988): «El creciente papel de los servicios en las políticas y análisis regionales». En: *Estudios Territoriales*, n.º 26. Edita: Ministerio de Obras Públicas y Urbanismo. Madrid.

Drucker, P. (1988): «The dot's and dont's of industrial location. The management view». Ponencia presentada en el Congreso de Política Regional en la Europa de los años noventa. Madrid.

GIAOUTZI, M. (1989): «Telecommunications infraestructure and regional development». Ponencia presentada en el Congreso de Política Regional en la Europa de los años 90. Madrid.

GRANADOS CABEZAS, V. y Segui Pérez, V. (1988): «Las crisis de las políticas regionales: Un problema teórico». En: *Revista de Estudios Regionales*, n.º 21. Edita: Univesidades de Andalucía. Málaga.

Instituto Nacional de Estadística (1984): «Clasificación Nacional de Actividades de desarrollo endógeno». Edita: Instituto Nacional de Estadística. Madrid.

MINISTERIO DE OBRAS PUBLICAS Y URBANISMO (1987): «Areas rurales con capacidad de desarrollo endógeno». Edita: Ministerio de Obras Públicas y Urbanismo. Madrid.

OGANDO CANABAL, J.O. (1983): «Política Económica y crecimiento industrial: Aproximación al caso de Castilla y León (1959-1980)». Edita: Diputación Provincial de Valladolid. Valladolid.

OGANDO CANABAL, J.O. (1988): «Polarización y difusión de la actividad industrial en Castilla y León». Ponencia publicada en las Actas del I Congreso de Economía Regional de Castilla y León. Edita: Junta de Castilla y León. Salamanca.

OGANDO CANABAL, J.O.; Pedrosa Sanz, R. y Fernández Arufe, J.E. (1987): «Crisis económica y comportamiento industrial en los distintos municipios españoles: Una referencia al caso de Castilla y León». En: *Anales de Estudios Económicos y Empresariales*, n.º 2. Edita: Universidad de Valladolid. Valladolid.

Pedrosa Sanz, R. (1986): «Capital extranjero en la industria de Castilla y León». Edita: Universidad de Valladolid. Valladolid.

PEDROSA SANZ, R. y OGANDO CANABAL, J.O. (1989): «El suelo industrial como factor de desarrollo regional: El caso de Castilla y León». En: *Boletín Económico de Información Comercial Española*. N.º 2.170. Edita: Ministerio de Economía y Hacienda. Madrid.

PREMUS, R. (1984): «Urban Growth and Technological Innovation». En: Urban Economic Development. Edita: Bingham, R. y Blair, J. Londres.

YASUFUKU, M. (1989). «Japan's business activities in Spain: Fujitsu's experience». Ponencia presentada en el Congreso de Política Regional en la Europa de los años noventa. Madrid.

ANEXO ESTADISTICO

Tabla I

Distribución sectorial de los proyectos aprobados durante el período de vigencia de la GAEI de Castilla la Vieja y León (%). (1981-1988)

Ramas de actividad de la C.N.A.E.	Avila	Burgos	León	Palencia	Salamanca	Segovia	Soria	Valladolid	Zamora	Total
Agricultura, ganadería, caza, silvicultura y pesca	10,74	11,37	13,07	18,00	12,82	45,17	27,37	12,85	13,70	19,92
Energía y agua	0,83	0,33	5,68	2,00	0,73	1,56	0,36	0,35	—	1,19
Extracción y transformación de minerales no energéticos	12,40	10,03	18,75	10,50	6,59	5,92	8,03	6,25	9,59	9,06
Industrias transformadoras de los metales: Mecánica de precisión	4,13	22,07	9,66	9,50	4,76	5,61	10,58	16,32	7,53	10,72
Industrias de productos alimenticios, bebidas y tabaco	38,84	22,07	35,23	26,50	52,01	20,87	17,52	34,03	46,58	31,03
Industria textil	—	4,68	0,57	0,50	3,30	0,31	2,19	1,04	1,37	1,76
Industria del cuero	—	0,33	—	1,50	—	—	0,36	—	0,68	0,29
Industria del calzado y vestido y otras confecciones textiles	3,31	3,68	3,98	4,00	1,83	1,87	2,19	2,43	1,37	2,67
Industria de la madera, corcho y muebles de madera	11,57	8,70	6,82	4,00	4,03	5,61	22,26	10,76	4,79	8,96
Industria del papel y fabric. de artículos de papel; artes gráficas y edición	1,65	3,34	1,14	3,00	0,73	2,18	1,09	2,78	2,05	2,05
Industrias de transformación del caucho y materias plásticas	1,65	6,69	—	3,00	2,20	2,49	1,09	2,43	1,37	2,57
Otras industrias manufactureras	0,83	0,67	—	0,50	0,37	0,31	—	0,69	—	0,38
Construcción	1,65	2,01	—	2,00	1,10	3,12	0,36	1,39	2,05	1,57
Comercio, restaurantes y hostelería	9,52	2,34	5,11	12,50	8,06	4,05	5,84	7,64	7,53	6,53
Transportes y comunicaciones	—	—	—	—	0,37	—	0,73	—	—	0,14
Instituciones financieras, seguros y servicios prestados a las empresas	0,83	—	—	—	—	—	—	0,35	1,37	0,19
Otros servicios	1,65	1,67	—	2,50	1,10	0,93	—	0,69	—	0,95
Total	100,00	100,00	100,00	100,00	100,00	100,00	100,00	100,00	100,00	100,00

Fuente: Elaboración propia en base a los datos proporcionados por la Junta de Castilla y León.

Tabla II

Distribución sectorial de la inversión acogida a los beneficios de la GAEI de Castilla y León (%). (1981-1989)

Ramas de actividad de la C.N.A.E.	Avila	Burgos	León	Palencia	Salamanca	Segovia	Soria	Valladolid	Zamora	Total
Agricultura, ganadería, caza, silvicultura y pesca	4,10	2,39	9,13	5,87	8,32	17,97	13,53	8,05	15,29	8,06
Energía y agua	1,72	0,23	13,78	2,14	15,74	5,00	0,48	0,14	0,00	3,59
Extracción y transformación de minerales no energéticos	26,82	12,90	35,45	7,43	4,67	11,07	10,29	3,14	17,01	12,10
Industrias transformadoras de los metales: Mecánica de precisión	3,20	20,93	6,93	42,14	3,10	12,91	11,58	20,15	4,14	17,42
Industrias de productos alimenticios, bebidas y tabaco	32,12	17,84	25,99	17,51	46,18	20,65	20,11	38,48	46,33	27,67
Industria textil	—	2,02	0,16	0,12	1,90	0,06	0,98	0,48	0,55	0,89
Industria del cuero	—	0,08	—	0,39	—	—	0,05	—	0,55	0,11
Industria del calzado y vestido y otras confecciones textiles	1,21	0,97	0,67	1,14	0,64	0,49	2,13	0,71	0,94	0,95
Industria de la madera, corcho y muebles de madera	6,27	3,65	2,56	0,63	1,84	5,65	25,89	14,97	2,41	7,06
Industria del papel y fabric. de artículos de papel; artes gráficas y edición	1,37	16,03	0,34	4,49	7,07	10,84	1,85	2,19	0,60	6,62
Industrias de transformación del caucho y materias plásticas	0,77	19,69	—	1,20	0,91	3,85	1,03	2,93	0,87	5,87
Otras industrias manufactureras	6,78	0,08	—	0,47	0,06	0,24	0,00	0,49	0,00	0,53
Construcción	1,18	0,58	—	0,96	2,20	4,15	0,30	0,78	2,04	1,17
Comercio, restaurantes y hostelería	12,93	1,22	4,98	11,91	6,30	3,70	8,17	6,94	8,79	6,27
Transportes y comunicaciones	—	—	—	—	0,30	—	3,61	—	—	0,32
Instituciones financieras, seguros y servicios prestados a las empresas	1,08	—	—	—	—	—	—	0,15	0,47	0,11
Otros servicios	0,45	1,38	—	3,60	0,79	3,42	—	0,42	—	1,27
Total	100,00	100,00	100,00	100,00	100,00	100,00	100,00	100,00	100,00	100,00

Fuente: Elaboración propia en base a los datos proporcionados por la Junta de Castilla y León.

Tabla III

Distribución sectorial de los empleos creados por los proyectos acogidos a la GAEI de Castilla la Vieja y León (%). (1981-1988)

Ramas de actividad de la C.N.A.E.	Avila	Burgos	León	Palencia	Salamanca	Segovia	Soria	Valladolid	Zamora	Total
Agricultura, ganadería, caza, silvicultura y pesca	3,68	3,06	8,48	7,85	5,97	17,21	12,99	6,81	13,39	8,27
Energía y agua	2,51	0,05	21,55	12,25	19,08	2,50	0,09	0,03	0,00	5,41
Extracción y transformación de minerales no energéticos	23,73	10,94	28,04	11,71	5,62	11,64	7,53	4,50	9,23	11,40
Industrias transformadoras de los metales: Mecánica de precisión	6,11	23,92	9,75	11,95	8,88	16,05	12,48	26,15	12,47	16,49
Industrias de productos alimenticios, bebidas y tabaco	22,40	16,41	17,93	21,91	37,18	18,68	20,19	31,99	43,90	24,68
Industria textil	—	4,22	1,12	0,12	1,82	0,04	1,80	1,45	1,06	1,68
Industria del cuero	—	0,12	—	1,03	—	—	0,37	—	0,56	0,19
Industria del calzado y vestido y otras confecciones textiles	6,73	4,46	4,03	3,98	5,57	2,59	5,82	2,25	1,48	3,98
Industria de la madera, corcho y muebles de madera	9,63	7,81	4,24	1,81	4,49	11,10	25,83	7,66	4,93	8,81
Industria del papel y fabric. de artículos de papel; artes gráficas y edición	1,02	2,38	0,46	2,78	0,30	5,62	0,79	1,77	0,63	1,90
Industrias de transformación del caucho y materias plásticas	0,70	20,89	—	3,32	2,37	3,48	1,02	3,70	0,99	5,99
Otras industrias manufactureras	11,20	0,60	—	0,60	—	0,36	—	0,77	—	1,04
Construcción	—	—	—	—	0,30	2,41	—	1,14	1,90	0,62
Comercio, restaurantes y hostelería	9,87	1,57	4,39	16,48	6,85	5,04	7,49	10,60	8,17	7,12
Transportes y comunicaciones	—	—	—	—	0,54	—	3,60	—	—	0,44
Instituciones financieras, seguros y servicios prestados a las empresas	1,17	—	—	—	—	—	—	0,23	1,27	0,20
Otros servicios	1,25	3,59	—	4,22	1,04	3,30	—	0,94	—	1,78
Total	100,00	100,00	100,00	100,00	100,00	100,00	100,00	100,00	100,00	100,00

Fuente: Elaboración propia en base a los datos proporcionados por la Junta de Castilla y León.

Tabla IV

Empleo medio por proyecto en los sectores acogidos a los beneficios de la GAEI de Castilla la Vieja y León

Ramas de actividad de la C.N.A.E.	Avila	Burgos	León	Palencia	Salamanca	Segovia	Soria	Valladolid	Zamora	Total
Agricultura, ganadería, caza, silvicultura y pesca	3,62	3,74	7,22	3,61	3,46	2,66	3,75	6,46	9,50	4,04
Energía y agua	32,00	2,00	42,20	50,75	193,50	11,20	2,00	1,00	—	44,20
Extracción y transformación de minerales no energéticos	20,20	15,13	16,64	9,24	6,33	13,74	7,41	8,78	9,36	12,25
Industrias transformadoras de los metales: Mecánica de precisión	15,60	15,05	11,24	10,42	13,85	20,00	9,31	19,53	16,09	14,96
Industrias de productos alimenticios, bebidas y tabaco	6,09	10,32	5,66	6,85	5,31	6,25	9,10	11,46	9,16	7,74
Industria textil	—	12,50	22,00	2,00	4,11	1,00	6,50	17,00	7,50	9,24
Industria del cuero	—	5,00	—	5,67	—	—	8,00	—	8,00	6,33
Industria del calzado y vestido y otras confecciones textiles	21,50	16,82	11,29	8,25	22,60	9,67	21,00	11,29	10,50	14,52
Industria de la madera, corcho y muebles de madera	8,79	12,46	6,92	3,75	8,27	13,83	9,16	8,68	10,00	9,56
Industria del papel y fabric. de artículos de papel; artes gráficas y edición	6,50	9,90	4,50	7,67	3,00	18,00	5,67	7,75	3,00	9,00
Industrias de transformación del caucho y materias plásticas	4,50	43,35	—	9,17	8,00	9,75	7,33	18,57	7,00	22,65
Otras industrias manufactureras	143,00	12,50	—	10,00	0,00	—	13,50	—	26,63	
Construcción	0,00	0,00	—	0,00	2,00	5,40	0,00	10,00	9,00	3,85
Comercio, restaurantes y hostelería	10,50	9,29	9,56	10,92	6,32	8,69	10,13	16,91	10,55	10,60
Transportes y comunicaciones	—	—	—	—	11,00	—	39,00	—	—	29,67
Instituciones financieras, seguros y servicios prestados a las empresas	15,00	—	—	—	—	—	—	8,00	9,00	10,25
Otros servicios	8,00	29,80	—	14,00	7,00	24,67	—	16,50	—	18,15
Total	10,55	13,88	11,13	8,29	7,43	6,99	7,90	12,19	9,72	9,73

Fuente: Elaboración propia en base a los datos proporcionados por la Junta de Castilla y León.

Tabla V

Inversión media por proyecto en los sectores acogidos a los beneficios de la GAEI de Castilla la Vieja y León

Ramas de actividad de la C.N.A.E.	Avila	Burgos	León	Palencia	Salamanca	Segovia	Soria	Valladolid	Zamora	Total
Agricultura, ganadería, caza, silvicultura y pesca	25.181,86	26.387,08	53.893,87	34.829,19	36.770,06	16.889,52	23.791,44	62.545,10	70.299,61	31.000,92
Energía y agua	137.791,00	87.998,00	187.072,60	114.468,75	1.217.686,50	136.313,80	63.981,00	39.000,00	—	230.972,52
Extracción y transformación de minerales no energéticos	142.917,68	161.507,20	145.811,75	75.553,94	40.148,06	79.449,39	61.702,86	50.202,26	111.763,48	102.344,20
Industrias transformadoras de los metales: Mecánica de precisión	51.510,60	119.073,58	55.298,39	473.837,54	36.886,17	97.728,83	52.695,09	123.271,75	34.642,52	124.440,14
Industrias de productos alimenticios, bebidas y tabaco	54.627,65	101.495,82	56.908,69	70.576,41	50.320,36	42.022,19	55.272,23	112.912,48	62.669,67	68.319,69
Industria textil	—	54.145,64	22.200,00	26.440,00	32.656,67	8.123,00	21.567,83	46.241,67	25.247,00	38.576,70
Industria del cuero	—	30.150,00	—	27.665,33	—	—	6.474,00	—	50.494,00	28.352,33
Industria del calzado y vestido y otras confecciones textiles	24.263,50	33.127,96	12.992,43	30.336,27	19.811,88	11.197,39	46.797,48	28.993,16	43.038,50	27.342,08
Industria de la madera, corcho y muebles de madera	35.803,97	52.704,13	28.901,33	16.813,88	25.847,86	42.790,37	55.989,77	138.833,60	31.639,05	60.362,41
Industria del papel y fabric. de artículos de papel; artes gráficas y edición	54.737,00	601.850,07	23.277,50	160.000,17	547.062,00	211.139,57	81.536,00	78.778,50	18.438,33	247.367,04
Industrias de transformación del caucho y materias plásticas	30.585,50	369.710,65	—	42.585,27	23.581,57	65.602,50	45.108,67	120.446,00	40.191,00	174.741,39
Otras industrias manufactureras	541.900,00	14.386,25	—	100.417,00	8.563,00	33.012,00	—	70.014,00	—	106.586,56
Construcción	47.265,00	36.418,17	—	51.195,50	113.584,00	56.530,80	39.283,00	55.766,50	62.594,00	56.788,24
Comercio, restaurantes y hostelería	86.091,00	65.428,79	75.160,69	101,789,09	67.382,44	90.682,48	73.535,46	73.524,86		
Transportes y comunicaciones	—	—	—	—	45.976,00	—	237.911,00	—	—	173.932,67
Instituciones financieras, seguros y servicios prestados a las empresas	86.000,00	—	—	—	—	—	—	42.955,00	21.550,00	43.013,75
Otros servicios	18.124,50	103.991,15	—	153.988,84	40.546,33	155.181,00	—	61.047,50	—	101.771,30
Total	66.055,36	125.581,31	77.121.87	106.819,23	56.682,03	42.464,63	48.146,81	99.854,28	62.995,16	76.611,87

Fuente: Elaboración propia en base a los datos proporcionados por la Junta de Castilla y León.

Tabla VI

Tamaños de los proyectos de inversión acogidos a los beneficios de la GAEI de Castilla y León

Inversión	Avila	Burgos	León	Palencia	Salamanca	Segovia	Soria	Valladolid	Zamora	Total
Menos de 75 millones	34,01	14,33	27,60	19,72	39,73	40,81	37,72	21,99	26,41	25,82
De 75 a 150 millones	13,97	12,74	21,36	13,25	10,51	24,66	16,82	16,36	16,06	15,56
De 150 a 500 millones	20,98	22,30	21,14	19,01	16,04	21,89	32,32	21,06	39,24	22,63
De 500 a 1.000 millones	31,04	14,73	20,56	10,03	—	12,64	—	14,35	18,29	12,74
De 1.000 a 10.000 millones	—	35,90	9,34	37,98	33,72	—	13,14	26,24	—	23,25
Más de 10.000 millones	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
Total	100,00	100,00	100,00	100,00	100,00	100,00	100,00	100,00	100,00	100,00

Fuente: Elaboración propia en base a los datos proporcionados por la Junta de Castilla y León.

Tabla VII

Intensividad de capital de los proyectos acogidos a los beneficios de la GAEI de Castilla la Vieja y León (miles de pesetas)

Ramas de actividad de la C.N.A.E.	Avila	Burgos	León	Palencia	Salamanca	Segovia	Soria	Valladolid	Zamora	Total
Agricultura, ganadería, caza, silvicultura y pesca	6.965,19	7.064,26	7.467,22	9.645,01	10.635,97	6.344,51	6.350,03	9.682,71	7.399,96	7.681,32
Energía y agua	4.305,97	43.999,00	4.433,00	2.255,95	6.292,95	12.170,88	31.990,50	39.000,00	—	5.225,62
Extracción y transformación de minerales no energéticos	7.075,13	10.672,28	8.764,64	8.178,52	6.339,17	5.783,67	8.237,99	5.179,25	11.944,19	8.356,42
Industrias transformadoras de los metales: Mecánica de precisión	3.276,32	7.914,26	4.921,85	45.469,26	2.644,00	4.886,44	5.659,84	6.311,30	2.152,93	8.320,66
Industrias de productos alimenticios, bebidas y tabaco	8.977,27	9.836,60	10.052,25	10.304,55	9.476,78	6.719,54	6.071,09	9.853,45	6.840,35	8.829,88
Industria textil	—	4.331,65	1.009,09	13.220,00	7.943,51	8.123,00	3.318,13	2.220,10	3.366,27	4.173,50
Industria del cuero	—	6.030,00	—	4.882,12	—	—	809,25	—	6.311,75	4.476,68
Industria del calzado y vestido y otras confecciones textiles	1.128,53	1.969,77	1.151,23	3.677,12	876,63	1.158,35	2.228,45	2.569,01	4.098,90	1.883,34
Industria de la madera, corcho y muebles de madera	4.075,25	4.229,34	4.178,51	4.483,70	3,124,47	3.093,28	6.109,80	15.999,41	3.163,91	6.311,53
Industria del papel y fabric. de artículos de papel; artes gráficas y edición	8.421,08	60.792,94	5.172,78	20.869,59	182.345,00	11.729,98	14.388,71	10.164,97	6.146,11	27.485,23
Industrias de transformación del caucho y materias plásticas	6.796,78	8.528,50	—	4.645,67	2.947,70	6.728,46	6.151,18	6.485,55	5.741,57	7.715,48
Otras industrias manufactureras	3.789,51	1.150,90	—	10.041,70	—	4.126,50	—	5.106,22	—	4.003,25
Construcción	—	—	—	—	56.792,00	10.468,67	—	5.576,65	6.954,89	14.756,00
Comercio, restaurantes y hostelería	8.199,14	7.046,18	7.865,65	9.321,36	7.009,73	4.462,46	6.655,06	5.362,94	6.973,19	6.937,26
Transportes y comunicaciones	—	—	—	—	4.719,64	—	6.100,28	—	—	5.862,90
Instituciones financieras, seguros y servicios prestados a las empresas	5.733,33	—	—	—	—	—	—	5.369,38	2.394,44	4.196,46
Otros servicios	2.265,56	3.489,64	—	10.999,20	5.792,33	6.291,12	—	3.699,85	—	5.607,23
Total	6.258,97	9.045,73	6.932,30	12.893,09	7.630,27	6.077,19	6.096,22	8.193,17	6.481,53	7.876,30

Fuente: Elaboración propia en base a los datos proporcionados por la Junta de Castilla y León.

Tabla VIII

Selectividad sectorial y territorial de los proyectos acogidos a la GAEI de Castilla la Vieja y León (1981-1988)

(Número de proyectos aprobados)

	Incentivo Sectorial		Incentivo Territorial		Ambos Incentivos		Total
Provincias	(*)	%	(*)	%	(*)	%	
Avila	48	39,67	54	44,63	19	15,70	121
Burgos	94	31,44	60	20,07	20	6,69	299
León	59	33,52	22	12,50	4	2,27	176
Palencia	50	25,00	36	18,00	9	4,50	200
Salamanca	172	63,00	126	46,15	92	33,70	273
Segovia	173	53,89	44	13,71	19	5,92	321
Soria	169	61,68	141	51,46	75	27,37	274
Valladolid	109	37,85	69	23,96	24	8,33	288
Zamora	58	41,73	45	32,37	16	11,51	139

(*): Número de proyectos aprobados en cada caso.

%: Representa el porcentaje sobre el total de los proyectos aprobados en cada provincia.

Fuente: Elaboración propia en base a los datos proporcionados por la Junta de Castilla y León.

Tabla IX

Selectividad sectorial y territorial de los proyectos acogidos a la GAEI de Castilla la Vieja y León (1981-1988)

(Inversión aprobada)

	Incentivo Sectorial		**Incentivo Territorial**		**Ambos Incentivos**		**Total**
Provincias	**(*)**	**%**	**(*)**	**%**	**(*)**	**%**	
Avila	1.873.034,12	23,43	4.754.241,97	59,48	1.191.788,19	14,91	7.992.698,72
Burgos	7.560.249,44	20,13	9.461.164,36	25,20	875.635,36	2,33	37.548.811,44
León	4.864.620,05	35,84	1.215.615,80	8,96	230.614,00	1,70	13.573.448,92
Palencia	2.896.578,88	13,56	3.420.967,56	16,01	969.731,00	4,54	21.363.845,89
Salamanca	8.278.375,71	53,50	6.992.242,14	45,19	5.422.563,14	35,04	15.474.193,76
Segovia	3.685.656,06	27,06	2.908.998,57	21,36	727.579,57	5,34	13.621.145,77
Soria	7.222.159,02	54,75	8.955.537,67	67,88	5.025.797,28	38,10	13.192.226,24
Valladolid	8.730.305,18	30,36	5.288.482,79	18,39	1.738.152,87	6,04	28.758.031,50
Zamora	3.014.885,18	32,77	3.133.393,45	34,06	775.161,56	8,43	9.199.002,58

(*): En miles de pesetas corrientes.

%: Representa el porcentaje sobre el total de la inversión aprobada en cada provincia.

Fuente: Elaboración propia en base a los datos proporcionados por la Junta de Castilla y León.

Tabla X

Selectividad sectorial y territorial de los proyectos acogidos a la GAEI de Castilla la Vieja y León (1981-1988)

(Número de empleos creados)

	Incentivo Sectorial		Incentivo Territorial		Ambos Incentivos		Total
Provincias	(*)	%	(*)	%	(*)	%	
Avila	370	28,97	656	51,37	216	16,91	1.277
Burgos	855	20,60	731	17,61	113	2,72	4.151
León	740	37,79	185	9,45	18	0,92	1.958
Palencia	518	31,26	304	18,35	80	4,83	1.657
Salamanca	932	43,80	794	37,31	527	24,77	2.128
Segovia	561	25,01	470	20,95	66	2,94	2.243
Soria	1.307	60,40	1.392	64,33	856	39,56	2.164
Zamora	397	27,90	562	39,49	152	10,68	1.423

(*): Número de empleos creados en cada caso.
%: Representa el porcentaje sobre el total de empleos en cada provincia.
Fuente: Elaboración propia en base a los datos proporcionados por la Junta de Castilla y León.

Tabla XI

Características de los proyectos de inversión acogidos a los beneficios de la GAEI de Castilla la Vieja y León en los Municipios de más de 10.000 habitantes (%)

Municipios	Nº de proyectos	Empleos	Inversión
Aranda de Duero	13,71	8,43	7,14
Astorga	1,14	0,56	0,37
Avila	21,49	17,54	17,73
Béjar	6,23	5,03	2,76
Bembibre	1,14	0,51	0,93
Benavente	8,63	19,82	14,99
Burgos	33,11	56,06	56,18
Ciudad Rodrigo	4,03	4,04	5,41
León	10,80	6,08	19,59
Medina del Campo	6,94	5,95	0,86
Miranda de Ebro	9,03	6,38	17,01
Palencia	20,50	18,04	13,54
Ponferrada	3,98	6,54	9,70
Salamanca	15,02	17,62	22,17
S.Andrés del Rabanedo	5,68	3,58	2,67
Segovia	10,90	11,81	10,35
Soria	28,47	37,20	49,07
Valladolid	36,11	50,97	62,24
Villablino	0,57	0,26	0,05
Zamora	15,83	14,13	8,54

Nota: Los porcentajes se han calculado sobre los totales de la provincia a la que pertenecen los diferentes municipios.
Fuente: Elaboración propia en base a los datos proporcionados por la Junta de Castilla y León.

EL SECTOR INDUSTRIAL DE CASTILLA Y LEON: DIMENSION DE LOS ESTABLECIMIENTOS INDUSTRIALES

Mª del Carmen Mantero García-Lorenzana
José Luis Martínez Guerrero
Universidad de León.

LA DIMENSION DE LOS DINTINTOS ESTABLECIMIENTOS INDUSTRIALES

Uno de los parámetros de análisis más interesantes de la industria es la dimensión de las empresas, debido a que ciertas ventajas competitivas están íntimamente relacionadas con el tamaño, por ejemplo, obtener economías de escala, capacidad de investigación e innovación tecnológica, posibilidad de acceder a nuevos mercados (exportación) etc.

Existen diversos criterios para medir la dimensión empresarial, siendo las variables más utilizadas: el número de empleados, volumen de ventajas, y valor añadido. Es difícil determinar qué variable ofrece una mejor medida del tamaño empresarial, ya que ninguna proporciona un valor inequívoco, siendo deseable, cuando el material estadístico disponible lo permita, el uso simultáneo de varios criterios. En nuestro caso utilizaremos, exclusivamente, el número de empleados como variable representativa del tamaño empresarial.

Características del tejido industrial en las tres zonas geográficas consideradas es la reducida dimensión de sus establecimientos (ver cuadro I.1 del anezo I), lo que supone una fuerte implantación e importancia de la pequeña empresa. Veamos su distribución en los tres grandes grupos de caracterización empresarial: pequeñas (hasta 49 trabajadores), medianas (de 50 a 499) y grandes (de 500 en adelante).

	PEQUEÑAS (%)	MEDIANAS (%)	GRANDES (%)
AVILA	99,37	0,55	0,08
BURGOS	93,94	5,70	0,36
LEON	96,75	2,98	0,27
PALENCIA	96,47	3,29	0,24
SALAMANCA	98,21	1,79	—
SEGOVIA	99,14	0,70	0,16
SORIA	97,57	2,30	0,13
VALLADOLID	95,83	3,74	0,43
ZAMORA	99,44	0,56	—
CASTILLA-LEON	97,21	2,59	0,20
ESPAÑA	95,06	4,63	0,31

El peso relativo de la pequeña empresa es superior en Castilla-León que en España, en detrimento de la mediana y gran empresa. La pequeña empresa castellano-leonesa representa un 97,21% del total de establecimientos, y dentro de este colectivo un 86,43% se situaría en el marco dimensional de lo que se denomina industria artesanal (menos de 10 trabajadores). A nivel nacional, dicho colectivo empresarial representa un 95,08% del total, con una participación de la empresa artesanal del 76,73%.

La importancia de la pequeña empresa en el ámbito provincial es superior a la del conjunto nacional, excepto en Burgos (93,94%), destacando Avila (99,37), Segovia (99,14%) y Zamora (99,44%). La única provincia donde la proporción de la mediana empresa toma un valor superior

al de la nación (4,63%) es Burgos (5,70%). La absorción de empresas consideradas grandes, presenta cifras más elevadas en Burgos (0,36%) y Valladolid (0,43%) que en España (0,31%).

Para profundizar más en el análisis, hemos elaborado los cuadros I.2 y I.3 del anexo I, limitándonos a examinar las peculiaridades de la industria fabril o manufacturera de Castilla-León (no se consideran por tanto, la industria extractiva y energética ni la construcción).

La absorción de la empresa calificada pequeña se situaba en 1978 para el conjunto del sector manufacturero en un 97,45% de los establecimientos y en un 42,13% del empleo, con una plantilla media de 4,4 trabajadores por empresa, mientras que en período 1979-86, el 97,91% de las empresas creadas y el 75,18% del empleo generado se encuadraban en dicha categoría empresarial, con una plantilla media de 8,9 personas. La absorción de la mediana empresa era en 1978 del 2,37% de las empresas y del 30,42% del empleo, con un tamaño medio de 128,8 trabajadores; representando en el período 1979-86 un 2,09% de los establecimientos industriales y un 24,82% del empleo, con un tamaño medio por empresa creada de 137,8 personas. En 1978 la gran empresa integraba el 0,8% de las plantas productivas y el 27,45% del empleo, con una plantilla media por establecimiento de 1.502,5 personas; no habíendose creado ninguna empresa en el período 1979-86 dentro de esta categoría empresarial.

Por ramas de actividad, se advierte como la importancia de la pequeña empresa en 1978 supera a la del conjunto de la industria manufacturera, tanto en empresas como en empleo, en «alimentación», bebidas y tabaco» (plantilla media de 3,3 personas), «madera, corcho y muebles» (tamaño medio de 4,1 trabajadores) y «transformados metálicos» (con una media de 3,5 empleados por establecimiento), fenómeno que se repite en el periodo 1979-86, si bien con un incremento notable del tamaño medio de las nuevas empresas (6,8; 9,8 y 8,6 personas, respectivamente). En los subsectores «madera, corcho y muebles», «papel y artes gráficas» e industria metálica básica» el cien por cien de la inversión en la creación de nuevas empresas fue realizada por las de menor dimensión.

En el subsector «material y maquinaria eléctrica» se aprecia como la anbsorción de la mediana empresa en el periodo 1979-86 (14,29% de las empresas y 71,79% del empleo) es muy superior a la registrada en 1978 (10,14%) de las empresas y 48,93 del empleo), con una plantilla media por empresa creada de 198,5 trabajadores, frente a los 192,3 empleados en 1978.

Los subsectores donde la gran empresa alcanza porcentajes superiores es en «productos químicos» y «material de transporte».

Uno de los rasgos diferenciadores de las empresas de menor dimensión es el elevado porcentaje que representa el personal no remunerado sobre el empleo total, debido al carácter familiar de estas explotaciones. En el cuadro I.4 del anexo I recogemos dichos porcentajes para cada subsector industrial.

Se comprueba como la proporción del empleo no asalariado en el conjunto de la industria es superior en Castilla-León (16,57%) que en España (13,09%), lo que viene a confirmar la mayor implantación de la pequeña empresa en nuestra región. Unicamente en la provincia de Valladolid se registra un valor inferior (10,41%) al de la media nacional.

Las ramas de actividad donde la empresa de reducido tamaño hace acto de mayor presencia son «alimentación, bebidas y tabaco», «textiles, cuero y calzado», «madera, corcho y muebles» y «construcción». Esta situación se advierte, prácticamente, en los tres ámbitos geográficos, si bien, los porcentajes obtenidos en Castilla-León están por encima de los registrados en España.

Los subsectores «productos energéticos y agua» y «material de transporte» se definen como las actividades industriales donde la presencia de la pequeña empresa es más débil a nivel regional, alcanzando valores por debajo de los obtenidos en el conjunto nacional.

CUADRO I.1

ESTRUCTURA DIMENSIONAL DEL NUMERO DE ESTABLECIMIENTOS INDUSTRIALES SEGUN LAS PERSONAS OCUPADAS. 1978
(porcentajes)

AREAS GEOGRAFICAS	PERSONAS OCUPADAS						
	De 1 a 9	De 10 a 19	De 20 a 49	De 50 a 99	De 100 a 499	De 500 y Más	TOTAL (*)
AVILA	92,11	4,53	2,73	0,39	0,16	0,08	100,00
BURGOS	80,58	7,46	5,80	2,95	2,75	0,36	100.00
LEON	86,25	5,88	4,62	1,23	1,75	0,27	100.00
PALENCIA	86,44	5,18	4,85	1,81	1,48	0,24	100,00
SALAMANCA	89,39	5,28	3,54	0,92	0,87	—	100.00
SEGOVIA	87,10	6,80	5,24	0,31	0,39	0,16	100.00
VALLADOLID	79,22	9,35	7,26	1,80	1,94	0,43	100.00
ZAMORA	93,88	3,69	1,87	0,25	0,31	—	100.00
CASTILLA-LEON	86,43	6,17	4,61	1,27	1,32	0,20	100.00
ESPAÑA	76,73	10,10	8,23	2,47	2,16	0,31	100,00

FUENTE: Elaboración propia en base a datos del INE: «Censo Industrial de 1978».
(*) Los porcentajes se han calculado tomando el total de establecimientos en los que figuran las personas ocupadas, no considerándose, por tanto, aquellos en los que no consta el número de empleados.

CUADRO I.2

ABSORCION ECONOMICA SEGUN LAS PERSONAS. CASTILLA-LEON. 1978
(porcentajes)

	PEQUEÑA		MEDIANA		GRANDE	
	EMPRESAS	EMPLEO	EMPRESAS	EMPLEO	EMPRESAS	EMPLEO
ALIMENTACION, BEBIDAS Y TABACO	98,36	58,25	1,52	28,92	0,12	12,83
TEXTIL, CUERO Y CALZADO	94,67	40,00	5,16	51,44	0,17	8,56
MADERA, CORCHO Y MUEBLES	99,02	77,22	0,98	22,78	—	—
PAPEL Y ARTES GRAFICAS	91,43	33,33	8,25	49,80	0,32	16,87
PRODUCTOS QUIMICOS	87,19	15,32	10,33	27,80	2,48	56,88
MATERIALES DE CONSTRUCCION, VIDRIO Y CERAMICA	96,96	63,72	2,94	32,48	0,10	3,80
INDUSTRIA METALICA BASICA	83,33	25,33	16,67	74,67	—	—
TRANSFORMADOS METALICOS	98,16	57,28	1,84	47,72	—	—
MATERIAL Y MAQUINARIA ELECTRICA	88,41	24,10	10,14	48,93	1,45	26,97
MATERIAL DE TRANSPORTE	89,74	4,55	5,13	4.14	5,13	91,31
INDUSTRIAS DIVERSAS	96,49	51,50	3,51	48,50	—	—
TOTAL SUBSECTOR	97,45	42,13	2,37	30,42	0,18	27,45

FUENTE: Elaboración propia en base a los cuadros elaborados por Pedro B. Moyano y Pedro Martín en su ponenecia «Rasgos estructurales básicos del sector industrial manufacturero castellano-leonés», presentada en el 1.º Congreso de Economía Regional de Castilla-León, citando como fuente el INE: «Censo Industrial de 1978».

CUADRO I.3

ABSORCION ECONOMICA SEGUN LAS EMPRESAS CREADAS EN EL PERIODO 1979-86 SEGUN LAS PERSONAS OCUPADAS. CASTILLA-LEON.
(porcentajes)

INDUSTRIA MANUFACTURERA	PEQUEÑA		MEDIANA	
	EMPRESAS	EMPLEO	EMPRESAS	EMPLEO
ALIMENTACION, BEBIDAS Y TABACO	98,25	84,77	1,75	15,23
TEXTIL, CUERO Y CALZADO	93,33	79,21	6,67	20,79
MADERA, CORCHO Y MUEBLES	100,00	100,00	—	—
PAPEL Y ARTES GRAFICAS	100,00	100,00	—	—
PRODUCTOS QUIMICOS	94,55	64,12	5,45	35,88
MATERIALES DE CONSTRUCCION, VIDRIO Y CERAMICA	98,63	57,41	1,37	42,59
INDUSTRIA METALICA BASICA	100,00	100,00	—	—
TRANSFORMADOS METALICOS	97,98	83,23	2.02	16,77
MATERIAL Y MAQUINARIA ELECTRICA	85,71	28,21	14,29	71,79
MATERIAL DE TRANSPORTE	100,00	100,00	—	—
INDUSTRIAS DIVERSAS	97,78	46,63	2,22	53,37
TOTAL SUBSECTOR	97,91	75,18	2,09	24,82

FUENTE: Elaboración propia en base a los cuadros elaborados por Pedro B. Moyano y Pedro Martín en su ponenecia «Rasgos estructurales básicos del sector industrial manufacturero castellano-leonés», presentada en el 1.º Congreso de Economía Regional de Castilla-León, citando como fuente el INE: «Censo Industrial de 1978».

CUADRO I.4

PORCENTAJE DE PARTICIPACION DE LOS «NO ASALARIADOS» SOBRE EL TOTAL DE EMPLEOS. AÑO 1885

RAMAS PRODUCTIVAS	AVILA	BURGOS	LEON	PALENCIA	SALAMANCA	SEGOVIA	SORIA	VALLADOLID	ZAMORA	CASTILLA Y LEON	ESPAÑA
PRODUCTOS ENERGETICOS Y AGUA	3,80	1,24	0,21	1,26	2,58	5,73	7,28	0,98	4,99	0,92	1,29
MINERALES Y METALES	46,15	0,72	0,59	3,17	0,39	32,00	5,56	0,29	12,07	1,31	0,34
MINERALES Y PRODUCTOS NO METALICOS	18,05	6,15	3,94	2,68	10,06	5,38	4,41	5,70	6,36	5,77	5,71
PRODUCTOS QUIMICOS	—	2,01	1,20	2,92	2,37	0,84	—	1,20	—	1,52	1,35
PRODUCTOS METALICOS Y MAQUINARIA	15,73	3,70	5,29	3,54	10,51	6,40	14,55	5,58	14,60	5,86	3,93
MATERIAL DE TRANSPORTE	1,26	—	—	0,62	—	—	—	0,66	—	0,70	2,53
ALIMENTACION, BEBIDAS Y TABACO	42,35	19,45	40,25	25,72	41,24	29,53	17,72	16,59	44,16	28,37	19,74
TEXTILES, CUERO Y CALZADO	41,91	18,46	47,70	45,63	28,60	34,78	26,99	30,87	43,14	30,56	17,91
PAPEL, ARTICULOS DE PAPEL E IMPRESION	18,89	4,30	10,98	7,39	7,87	14,77	5,38	6,41	11,11	6,92	6,17
MADERA, CORCHO Y MUEBLES	28,73	25,19	33,11	49,81	42,86	21,71	18,01	25,45	59,28	29,51	23,00
CAUCHO, PLASTICOS Y OTRAS MANUFACTURAS	9,40	7,06	31,32	22,85	33,42	6,57	4,11	6,72	32,20	10,12	14,37
CONSTRUCCION	27,09	28,27	25,57	20,50	24,79	29,03	23,61	23,83	29,59	25,70	22,08
TOTAL INDUSTRIA	24,68	14,67	15,18	14,38	24,75	20,44	18,18	10,41	32,22	16,57	13,09
TOTAL INDUSTRIA	24,68	14,67	15,18	14,38	24,75	20,44	18,18	10,41	32,22	16,57	13,09

FUENTE: Elboración propia en base a datos del Banco de Bilbao: «Renta Nacional de España y su distribución provincial».

MOVIMIENTO MIGRATORIO EN LA PROVINCIA DE LAS PALMAS

Carmen Rosa Suárez Moreno
de la Universidad de Las Palmas.

1. MOVIMIENTO MIGRATORIO

En su sentido más ámplio, Wilian Petersen define la «migración», como el desplazamiento de personas a una distancia significativa y con carácter relativamente permanente.

Según los estudios realizados sobre movimientos transatlánticos, cuando en un país se dan las condiciones que determinan la propensión a emigrar, el volumen, destino y momento del movimiento dependen en gran parte de los ciclos económicos del país a que se dirige, aunque no siempre las emigraciones son por motivos económicos. Hay otras emigraciones: la persecución religiosa, la falta de libertad política, como ocurrió después de la guerra civil española, o las guerras mundiales, por motivos de salud, clima, etc.

Estos movimientos pueden agruparse de la siguiente forma:

A) Espaciales, referidos a cambios de las personas en el espacio físico con ánimo de establecer su residencia en un lugar diferente al de partida. Este tipo de movimiento lo desagregamos en: intermunicipal, rural-urbano, interinsulares, interprovincial (Canarias-Península) e Internacional. A su vez este último se desagrega según nación de destino y/o áreas geográficas.

B) Profesionales, referidos a los cambios de profesión que se dan en la población económicamente activa; pudiéndose distinguir los cambios entre los asalariados y el de los patronos o empresarios según las diferentes ramas de actividad.

C) Por último, aún cuando las estadísticas oficiales no lo registran, tienen mucha importancia los cambios ideológicos políticos, religiosos, etc.

Aunque las migraciones más importantes suelen ser por motivos económicos, para mejorar es decir, buscar puestos de status superior o incluso para mí la más importante sería la de buscar un empleo por necesidad obligando a la persona a desplazarse con carácter transitorio o en muchos casos de forma permanente creándose problemas socio-económicos de difícil solución.

CARACTERISTICAS DE LOS MIGRANTES

La población migrante suele ser diferente a la población general en cuanto a su estructura por sexo, edad, estado civil y otras características demográficas, económicas y sociales. Estas diferencias quizás se acentúan respecto de la población que acoge los migrantes, por lo menos en aspectos vinculados a las condiciones económicas y sociales, tales como la ocupación y el nivel cultural.

En las migraciones internas y externas predominana los adolescentes y adultos jóvenes, la razón es que estos se adaptan más fácilmente a los cambios, pero además siendo jóvenes pueden aprovechar más rápidamente las nuevas oportunidades que se les ofrecen.

También se advierte diferencias culturales y de ocupación acentuadas. Generalmente, la gran masa de inmigrantes adultos que llegan a una ciudad o a una región, está formada por trabajadores poco cualificados y con bajo nivel de instrucción. Este hecho está de acuerdo con la circunstancia de que proceden de regiones pobres atrasadas, y por otra partem porque dichos trabajadores son los que poseen inferiores condiciones y posibilidades de ocupación en su propia tierra. Una parte importante de las migraciones del campo a la ciudad está constituida por asalariados que acuden

a los centros urbanos en busca de empleos mejor remunerados y estables, sobre todo en las manufacturas, tranportes y ciertos servicios. La renta del sector agrícola es muy inestable y a veces se reduce a los trabajos de estación. En esta situación no es extraño que se produzca la emigración. Muchas veces los gobiernos preocupados por la despoblación del campo han tratado de contrarrestarla. La disminución de la emigración a partir de la primera guerra mundial, debido a las restricciones políticas impuestas a la emigración y a la inmigración por los países que las practicaban, fue más bien un cambio hacia la migracion neomercantilista, en el que la riqueza del Estado nacional se convierte en el principal criterio para juzgar si el movimiento es deseable y en qué situación el Estado estimulará o impedirá, impondrá o evitara la emigración.

Es importante tener en cuenta que gran número de pasajeros que entran o salen de un país, sólo una parte son emigrantes.

Se cuentan como emigrantes los que salen de un país para fijar su residencia permanente en otro y, el criterio aceptado generalmente es el de que tiene que residir en el país receptor más de un año. Esto aplicado a la emigración interna tendríamos que cuantificar el número de individuos que permanecen en otra región distinta de la suye durante un tiempo superior a un año. Pero es importante tener en cuenta que la mayoría de las emigraciones son de carácter temporal por períodos de tiempo cortos.

Las razones para que se produzca la emigración son muchas. Por ejemplo, si intentamos averiguar cual es el motivo para que se produzca una inmigración importante en nuestras islas y en concreto en Fuenteventura podríamos decir que esa razón es puramente económca, la gente necesita trabajo, y si están parados saldrán de su región o país en busca del mismo.

Es importante hacer algunas matizaciones y es que a la mayoría de los países o regiones menos desarrolladas les afecta negativamente las corrientes de la emigración de personal cualificado. Que ocurre en la actualidad, pues se da el proceso circulatorio dentro del sector de regiones ricas dando lugar a una atracción de trabajo cualificado de las más pobres a las más ricas.

Por otra parte, en aquellas regiones menos desarrolladas los inmigrantes cualificados solían formar una clase separada, y con frecuencia trataron de mantener una relativa escasez de personas capacitadas. Hoy lo que se intenta es la difusión rápidamente de los conocimientos técnicos.

INMIGRACION EN CANARIAS. CONSIDERACIONES ESPECIFICAS AL CASO DE FUERTEVENTURA

En Canarias la emigración es algo que históricamente se ha podido analizar una emigración importante se produce hacia América principalmente hacia Cuba, Venezuela, Argentina, etc. Pero cuando estos países establecen barreras a la entrada hacia los años sesenta, se producen pequeños movimientos migratorios hacia países europeos. En cuanto a los movimientos migratorios nacionales se puede decir que el saldo es desfavorable a Canarias en 9.582 personas en el período 1971-1975, y aún hoy sigue siendo desfavorable.

En los años sesenta se produce el «boom» turístico en Canarias dando lugar a una emigración interior de la zona norte y centro hacia el sur y hacia la capital. La razón es muy sencilla, la gente busca rentas más altas y más seguras, puesto que historicamente el campo canario ha sido castigado y se quiere aprovechar esa nueva riqueza. Durante este siglo la emigración de las islas periféricas hacia Las Palmas y Tenerife ha sido constante. Pero con la masificación turística producida en G. Canaria y con las oportunidades que ofrece Fuerteventura y Lanzarote se produce una emigración en sentido contrario. Esta nueva inmigración da lugar a un desplazamiento de mano de obra no sólo desde G. Canarias y Tenerife a Fuerteventura y Lanzarote, sino se produce también una inmigración, sobre todo de andaluces y gallegos, que no tienen más remedio que desplazarse a las islas ya que el paro les obliga a buscar trabajo fuera de su región. Esta nueva inmigración inesperada asusta un poco ya que está creando algunos problemas en las islas que no dispone de medios, y que además puede llevar a la destrucción ecológica.

Esto es grave pues, frente a una demanda de bienes y servicios elevada debido a una inmigración masiva no solo de canarios, sino de trabajadores peninsulares y extranjeros nos encontramos con una oferta de viviendas, saneamientos, sanidad, transportes etc., insuficientes. Como ejemplo podemos señalar en caso de Fuerteventura, donde existe una fuerte demanda de centros de enseñanza (Formación Profesional, E.G.B. y B.U.P.).

No hay suficientes viviendas quedándose los trabajadores en la misma obra en barracones en condiciones no deseables.

La infraestructura portuaria es deficiente, provocando serios problemas en el abastecimiento de productos de primera necesidad dando lugar a un notable incremento de los precios, y dependencia de las importaciones motivado por el abandono del sector primario.

Una parte de estas inmigraciones son profesionales (técnicos medios, superiores, funcionarios) que ocupan la mayoría de los puestos de status superior, frente a una población canaria con poca cualificación profesional y bajo nivel cultural.

La inmigración puede acelerar la urbanización, pero la consecuencia de una rápida urbanización es la decadencia del medio ambiente urbano. La ciudad se caracteriza en gran parte por barrios chabolas y barrios bajos; los servicios urbanos inadecuado, que incluyen vivienda pobre, suministro de agua, alcantarillado y transporte; la explotación incontrolada del suelo; densidades excesivas de población; educación e instalaciones recreativas deficientes; y servicios comerciales y marketing ineficientes.

ANALISIS DE LOS DATOS Y CONCLUSIONES

El progresivo incremento del predominio de los sectores económicos secundarios y terciarios sobre el primario, el fuerte proceso de urbanización y consecuente éxodo rural son algunas de las principales causas que han ocasionado importantes movimientos poblacionales dentro de nuestra provincia, dando lugar a una mayor concentración de la población canaria en las zonas urbanas. Siendo la concentración mcho mayor en Las Palmas seguida de Lanzarote y mucho menor es la concentración en Fuerteventura.

Según los datos del anexo:

Para el gráfico 1 en el período que va desde 1976 a 1985 se observan algunas variaciones. La emigración a países no europeos es variable teniendo una tendencia creciente hasta 1979 (92 emigrantes); posteriormente decrece y luego vuelve a crecer hasta alcanzar 147 emigrantes en 1984, bajando en 1985 donde solo emigraron 30 personas.

Otro dato importante es que no existe mucha variación por sexos, siendo ligeramente superior la emigración masculina.

Analizando las características de la emigración canaria podemos llegar a la siguiente conclusión: según el gráfico 5 se produce un incremento en la emigración de profesionales y técnicos, muchas veces estos emigrantes no son nativos, sino trabajadores que en su día emigraron a Canarias y ahora vuelven a su lugar de origen. También tiene una tendencia ascendente la emigración del personal administrativo, comerciantes y vendedores, trabajadores del sector servicios, agricultura ganadería y pesca, y es variable la tendencia de la industria y los peones no agrarios.

Si comparamos la emigración de trabajadores activos y trabajadores no activos podemos considerar que la emigración de los trabajadores no activos es superior durante el periodo 1976-1985, exceptuando la emigración de 1980 donde casi llega a igualarse, los no activos sumaban 2.495 mientras que la población activa sumaban 2.488 personas.

Si comparamos la emigración con la inmigración se comprueba fácilmente que la inmigración tiene una tendencia similar a la emigración, pero aquella supera a esta durante todo el periodo que va desde 1976 hasta 1985.

La inmigración de varones es ligeramente superior a la de las mujeres.

Los residentes extranjeros son numerosos de acuerdo con la gráfica número 9 son los europeos

los que van a la cabeza seguidos por los americanos e indios, los asiáticos y los africanos respectivamente.

En cuanto a la inmigración dentro de la provincia para el periodo 1976-1983 el gráfico número 7 nos muestra que es inferior a la inmigración peninsular pasando a ser ligeramente superior la inmigración provincial para los años 1984-1985 debido al incremento del turismo en Lanzarote y Fuerteventura donde se produce un incremento en la construcción, actividades comerciales y de servicios.

Estos movimientos poblacionales han dado lugar a un abandono del sector primario, lo cual a largo plazo puede suponer problemas para la conservación del medio ambiente.

Otra cuestión importante que debe ser tenida en cuenta es que la población inmigrante peninsular suele tener una mayor y mejor preparación y es lógico que ocupe puestos de status superior.

Con todo ello podemos decir que es necesario mejorar la estructura socio-económica de la provincia, haciendo una adecuada programación de los recursos físicos y financieros para mejorar la situación del nativo.

La solución a corto y medio plazo está en fomentar programas que permita un desarrollo equilibrado basado en:

A) Programas para mejorar el factor trabajo construyendo una adecuada I.E.S. (Infraestructura, equipamiento y servicios), es decir no se debe considerar como lujo los hospitales, el alcantarillado etc.

B) La educación hace que el trabajo sea más productivo. Por lo tanto, hay que aumentar los presupuestos para la mejora de la enseñanza, y en caso necesario conceder ayudas económicas para que las personas que quieran formarse para ocupar puestos de escala superior puedan salir de las islas menores y adquirir esos conocimientos.

En definitiva, si queremos el desarrollo será necesario realizar inversiones que permitan alcanzar ese objetivo.

ANEXO

Gráfico 1

EMIGRACION A PAISES NO EUROPEOS

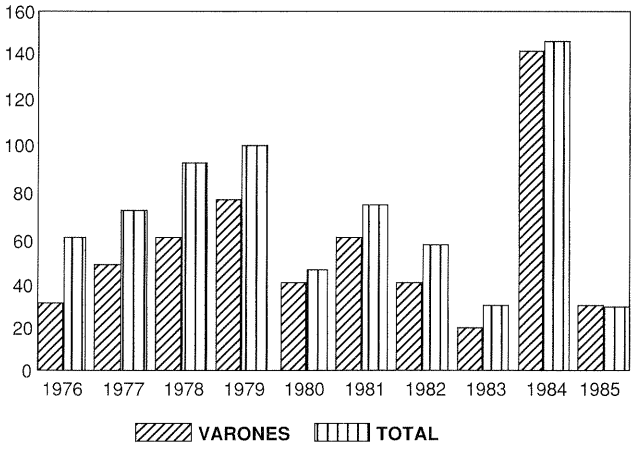


Gráfico 2

MIGRACIONES INTERIORES

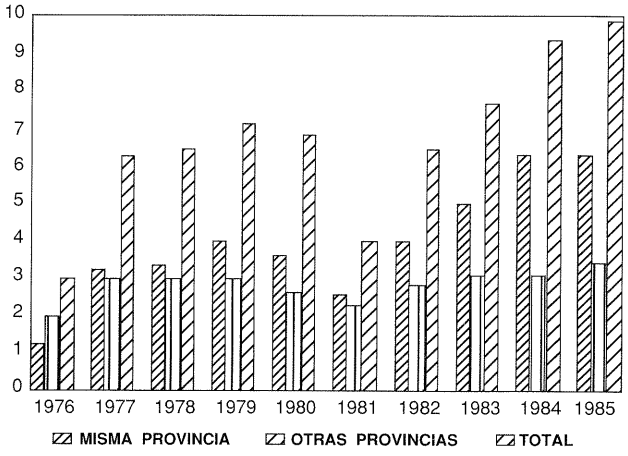


Gráfico 3

EMIGRACION CANARIA

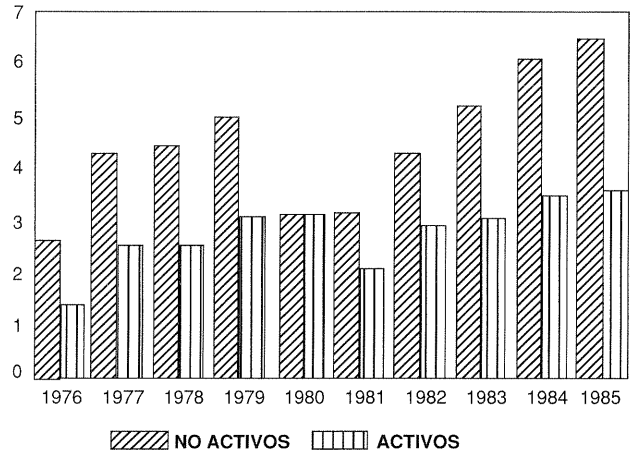
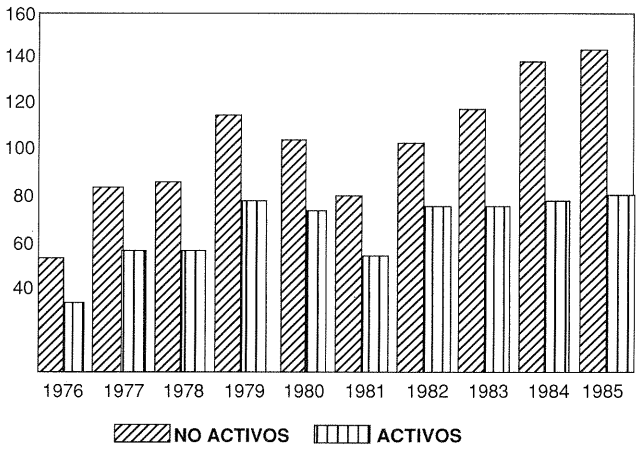


Gráfico 4

INMIGRANTES EN LA PROV. DE LAS PALMAS



MILES MILES MILES MILES

Gráfico 5

EMIGRANTES CLASIFICADOS POR SECTORES

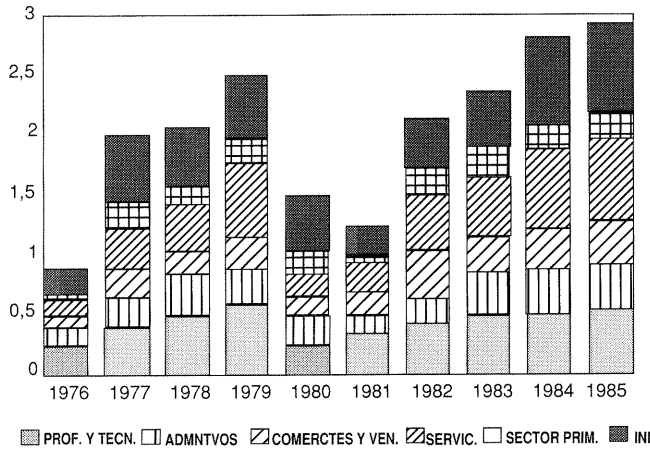


Gráfico 6

INMIGRACION POR SECTORES DE ACTIVIDAD

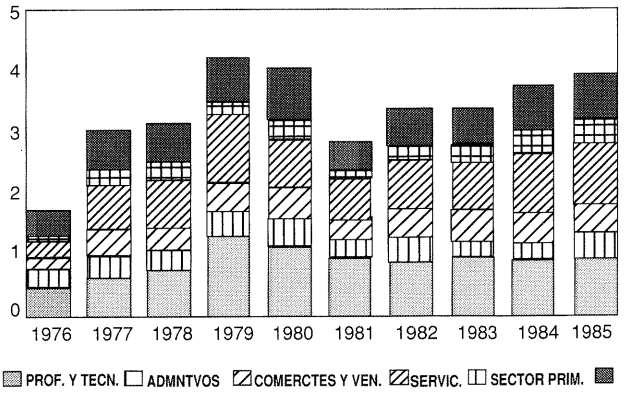


Gráfico 7

INMIGRACION EN LA PROVINCIA DE LAS PALMAS

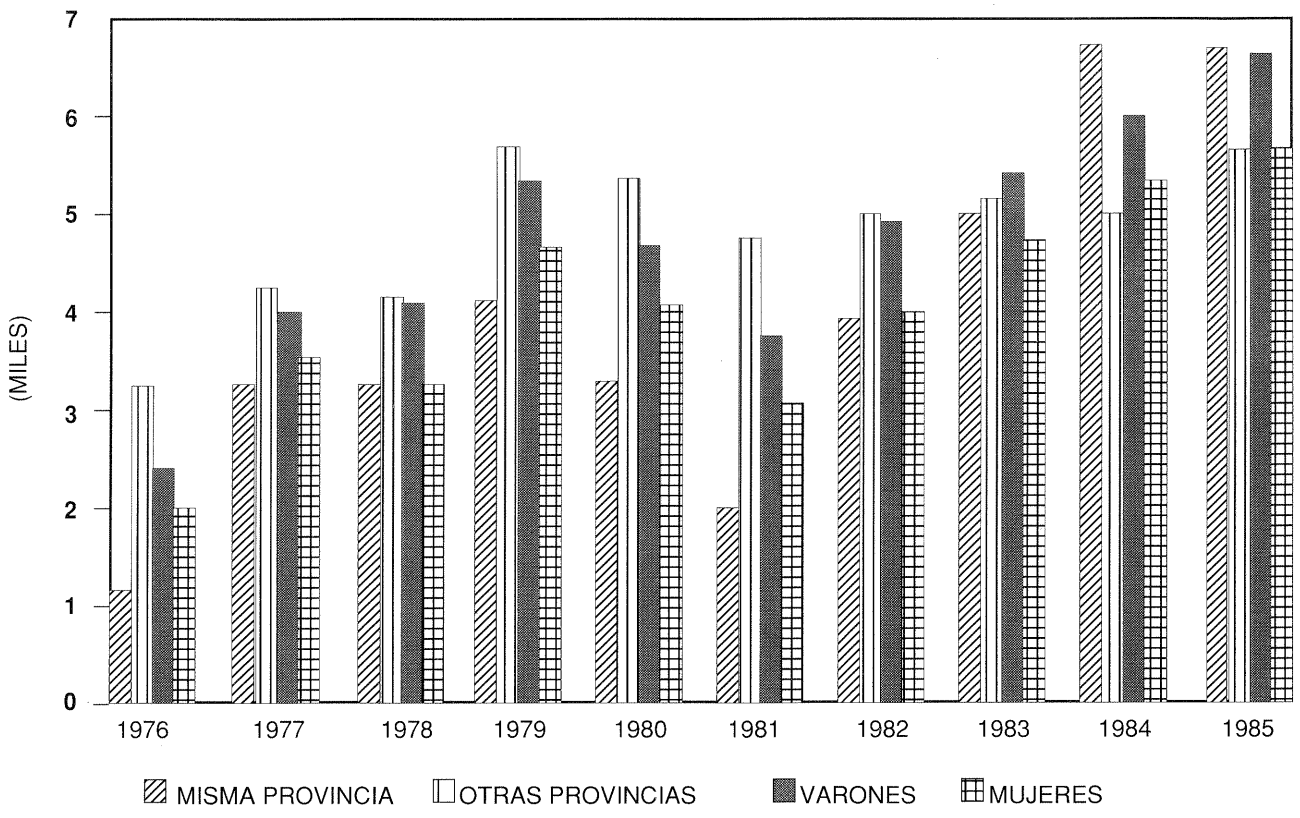
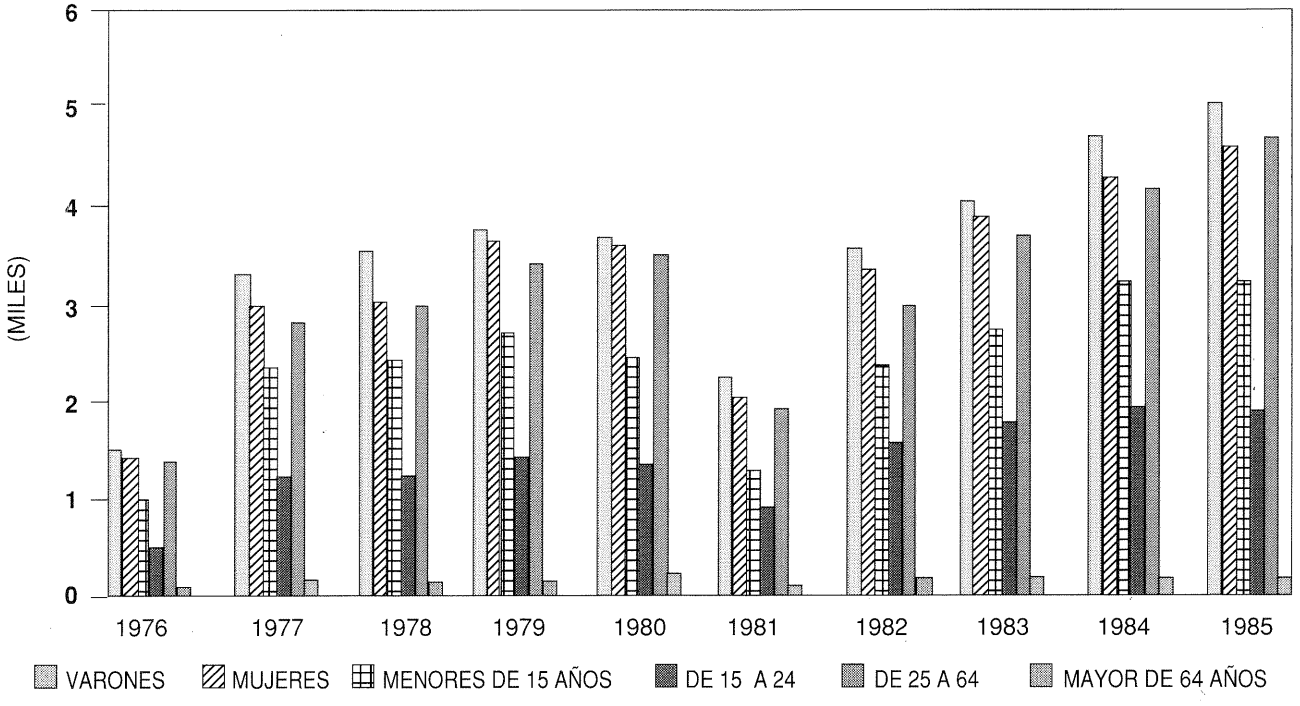


Gráfico 8

INMIGRANTES CLASIFICADOS POR SEXO Y EDAD



	INMIGRANTES		EMIGRANTES	
Años	No activos	Activos	No activos	Activos
1976	2665	1652	2108	956
1977	4449	3047	4133	2160
1978	4480	3182	4251	2207
1979	5778	4038	4640	2618
1980	5251	3725	2495	2488
1981	4010	2594	2466	1374
1982	5192	3458	4256	2253
1983	5852	3575	5190	2482
1984	7121	3976	6229	2934
1985	7368	4233	6496	3064

	MIGRACION INTERIOR		
Años	Misma provincia	Otras provincias	Total
1976	1089	1975	3064
1977	3233	3060	6293
1978	3416	3042	6458
1979	4142	3116	7258
1980	3641	2233	6874
1981	2105	1735	3840
1982	3811	2698	6509
1983	4812	3133	7945
1984	6454	3011	9465
1985	6492	3397	9889

	EMIGRACION A PAISES NO EUROPEOS	
Años	Varones	Total
1976	27	56
1977	45	69
1978	40	82
1979	68	92
1980	35	40
1981	52	66
1982	36	49
1983	21	28
1984	140	147
1985	30	30

EMIGRANTES CLASIFICADOS POR SECTORES

Años	No activos	Profesionales y técnicos	Personal administrativo	Comerciantes y vendedores	Trabajadores de servicios
1976	2108	263	153	91	137
1977	4133	425	256	185	403
1978	4251	507	275	200	476
1979	4640	630	312	302	594
1980	2495	332	221	86	170
1981	2466	379	182	124	276
1982	4256	494	280	358	417
1983	5190	549	315	303	464
1984	6229	569	352	369	624
1985	6496	628	394	347	678

Años	Agricultura, ganadería y pesca	Industria y peones no agrarios	Otros activos activos
1976	27	210	75
1977	169	607	115
1978	140	497	112
1979	134	528	118
1980	155	576	58
1981	39	285	89
1982	178	459	167
1983	219	548	84
1984	237	708	76
1985	290	647	80

INMIGRANTES CLASIFICADOS POR SECTORES

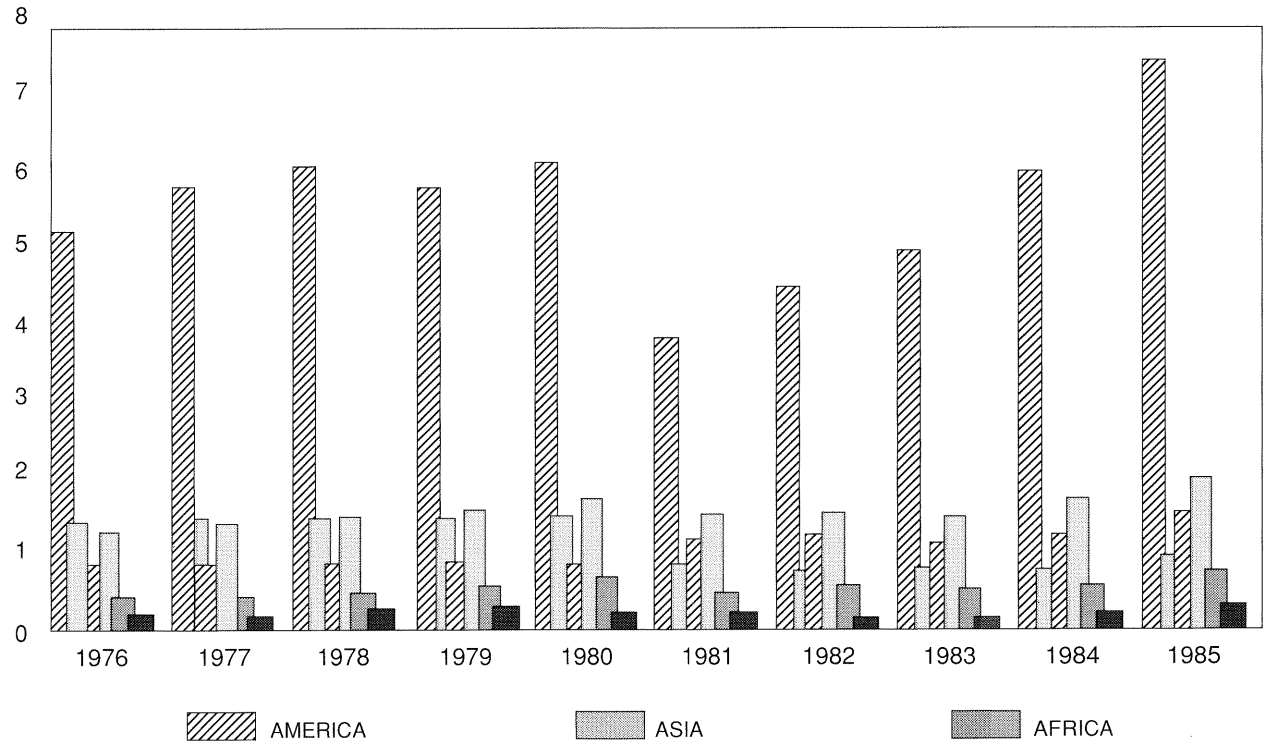
Años	Profesionales y técnicos	Personal administrativo	Comerciantes y vendedores	Servicios
1976	576	185	154	292
1977	702	251	474	790
1978	768	293	397	990
1979	1289	378	467	1091
1980	1212	425	370	845
1981	971	300	323	455
1982	883	431	449	659
1983	785	456	410	719
1984	674	465	484	875
1985	757	486	468	1082

Agricultura, ganadería y pesca	Industria y peones no agrarios	Otros activos
58	368	19
198	626	6
154	569	11
171	642	
217	655	1
70	432	43
226	586	224
261	606	103
305	808	89
336	824	128

EXTRANJEROS RESIDENTES EN LA PROVINCIA						
Años	Europa	América Norte y Centro	América del Sur	Asia	Africa	Oceanía y sin Nacional
1976	5291	1376	833	1337	264	94
1977	5663	1381	901	1419	266	96
1978	5878	1408	901	1453	133	99
1979	5827	1420	876	1561	279	103
1980	6220	1450	915	1608	292	109
1981	3671	632	743	1160	174	104
1982	4614	708	876	1286	233	121
1983	5099	736	993	1381	251	132
1984	5841	797	1240	1573	302	125
1985	7677	898	1663	1985	452	129

Gráfico 9

Extranjeros residentes en la provincia



BIBLIOGRAFIA

ELIZAGA, Juan C.: *Migraciones interiores*. Ed. Celade.

DOMINGUEZ HORMIGA, Carmelo: *Políticas turísticas en Fuerteventura*. C.I.E.S.

Anuario del I.N.E.

Estadísticas básicas de Canarias. 1980-1985.

ELIZAGA, Juan C.: *Distribución espacial de las poblaciones*. Ed. Celade.

Migrant Labour. Enciclopedia británica.

PETTERSEN, William y BRINLEY Thomas. *Migration*.

ENCICLOPEDIA INTERNACIONAL DE CIENCIAS SOCIALES.

CRITERIOS DE CLASIFICACION DE LAS REGIONES EUROPEAS Y SU APLICACION AL CASO ESPAÑOL: REGIONES SIMILARES

Joaquín Aranda Gallego
Universidad de Valladolid

1.— INTRODUCCION

Cuando se pretende realizar un análisis de tipo espacial, una de las cuestiones primeras que surgen es la delimitación de la zona a estudiar. En nuestro caso es claro que, al pretender analizar cómo se clasifican las regiones europeas, hemos de conocer previamente qué se entiende, a nivel europeo, como región. Esta premisa inicial no es tan evidente y, aunque desde el punto de vista de la Comisión se conoce como región a una unidad territorial del nivel NUT II (1), también existen limitaciones para su uso derivadas esencialmente de la información estadística existente. Teniendo en cuenta esta definición de región, nos encontramos con un conjunto de 167 regiones administrativas de base o regiones propiamente dichas, entre las cuales se encuentran las 17 Comunidades Autónomas españolas. Ahora bien, dado que no siempre es posible acceder a la información mínima deseable, en algún caso tendremos que limitar su número, como ocurre a menudo con Grecia o Portugal que suelen tratarse como una única región, y en especial ésta última, o en el caso del Reino Unido en el que es difícil encontrar información de sus actuales 35 regiones de nivel NUT II, existiendo básicamente información de su antigua subdivisión en 11 regiones.

Este elevado número de regiones conduce a una serie de diferencias que surgen ya desde su propia situación geográfica, tamaño, historia, etc. y que, lógicamente, tienen una fuerte repercusión en la situación socioeconómica de las mismas, por ello, se han analizado ya en diversas ocasiones distintos criterios por parte de la propia Comisión como veremos a continuación.

Esta disparidad inherente a la propia razón de existencia de las regiones europeas, se ha hecho más evidente con la entrada de España y Portugal en la CEE que ha puesto aún más de manifiesto los fuertes desequilibrios que existen en la Europa de las regiones.

El objetivo de este trabajo se enmarca dentro de un estudio más profundo y exhaustivo que estamos realizando y en base al cual pretendemos conocer o aproximarnos a la evolución previsible de las regiones españolas ante el Mercado Unico europeo. Sin embargo creemos interesante, por una parte enmarcar a cada región española dentro de las tipologías usuales de la propia Comisión y más tarde dar a conocer cuales son, en un primer análisis aquellas regiones que podrían considerarse similares a cada una de nuestras Comunidades Autónomas.

No se pretende por tanto realizar un examen exhaustivo de todos los indicadores existentes, cuestión que por otra parte estaría fuera de contexto dada la amplitud que exigiría tal trabajo sino que se pretende por tanto dar una nota suficiente como para que se pueda conocer qué tipo de regiones europeas son nuestras regiones.

---

(1) Según acuerdo realizado entre la Oficina de Estadística de las Comunidades Europeas (EUROSTAT) y los estados miembros, las definiciones de región que se adoptan en la Comisión se basan en la nomenclatura de las unidades territoriales estadísticas (NUTS) según la cual se distinguen tres niveles de regiones:

I: formado por 64 regiones, entre las cuales se encuentran, a nivel español 7 agrupaciones de Comunidades Autónomas. En concreto Murcia se engloba en la región Sur: Andalucía, Murcia, Ceuta y Melilla.

II: 167 regiones administrativas básicas, entre las que se encuentran nuestras diecisiete Comunidades Autónomas.

III: 824 subdivisiones de las regiones del nivel II y entre las que se encuentran provincias españolas.

2.— CRITERIOS DE CLASIFICACION

Desde el punto de vista de la CEE se han considerado usualmente cuatro tipologías o criterios para la clasificación de las regiones (2) como son las correspondientes al nivel de desarrollo (ricas, pobres o menos desarrolladas), a la tipología sectorial (industriales y agrarias) y a la situación geoeconómica (periféricas y centrales) a las que hay que añadir la, más reciente, clasificación que se deriva de los objetivos planteados en el nuevo contexto de la política regional comunitaria (PRC) y, en concreto, en el Reglamento (marco) CEE 2052/88. En este texto, se consideran cinco objetivos prioritarios de la PRC y que suponen en si mismos una clasificación, de tal forma que quedan consideradas como regiones del objetivo número 1 las menos desarrolladas y como regiones del objetivo número 2 las conocidas como regiones industriales en declive.

2.1.— Regiones menos desarrolladas

Es claro que en el conjunto de regiones europeas prácticamente todas las regiones españolas, alcanzan un escaso nivel de desarrollo, comparado con el existente en el conjunto de la Comunidad, por lo que según las directrices de la nueva política regional comunitaria todas las regiones afectada por el objetivo número 1 quedan así calificadas como «menos desarrolladas» de forma prácticamente automática.

Ahora bien, cabe preguntarse qué se entiende como desarrollo y cómo se mide tal concepto o al menos cómo se usa en este contexto. A esta cuestión se responde sin más que observar el Art. 8 del Reglamento ya mencionado en el que se consideran como regiones afectadas por el objetivo número 1 aquellas cuyo PIB por habitante sea, sobre la base de los tres últimos años, inferior al 75% de la media comunitaria (3), aunque hay que hacer aquí una salvedad sobre la utilización de tal concepto ya que varía sensiblemente si se utiliza reconvirtiendo el valor de dicha macromagnitud en una unidad común como es el ECU o bien, se valora en paridad de poder adquisitivo (SPA), (4). En concreto, el artículo citado más arriba no menciona el concepto a utilizar aunque parece evidente por la literatura sobre el tema emanada de la propia Comisión, que tal indicador se utilizará medido en SPA, cuestión que, por otra parte, es evidentemente lógica ya que de esta forma queda cuantificado en una unidad de medida homogénea que evita las diferencias derivadas de la ubicación de cada región en un país concreto y, por otra parte se aproxima más al concepto de desarrollo puesto que se cuantifica en una unidad de cuenta que expresa la capacidad o poder adquisitivo de forma homogénea y uniforme evitando así diferencias derivadas de costes distintos para un mismo nivel de vida en cada país.

La bondad del indicador aquí utilizado como medida del nivel de desarrollo es cuando menos cuestionable a pesar de su amplia utilización. Por ello, se han realizado numerosos esfuerzos en el sentido de construir medidas que cuantifiquen el desarrollo, de entre las que cabe mencionar aquí el conocido «índice sintético» ampliamente utilizado para describir la problemática regional comunitaria (5). Este índice, en sus dos versiones, sintetiza en un solo valor numérico la informa-

---

(2) Pueden verse con mayor detalle en «Las regiones de la Comunidad Ampliada. Tercer informe periódico sobre la situación y la evolución socioeconómica de las regiones de la Comunidad». 1987, pag. 36 y sig.

(3) En dicho Reglamento CEE 2052/88 se reconocen como regiones menos desarrolladas todas las correspondientes a Grecia, Irlanda y Portugal, Irlanda del Norte (en el Reino Unido), las regiones italianas de Abruzos, Basilicata, Calabria, Campania, Molise, Apulia, Cerdeña y Sicilia, y por parte española Andalucía, Asturias, Castilla León, Castilla La Mancha, Ceuta y Melilla, Comunidad Valenciana, Extremadura, Galicia, Canarias y Murcia.

Se incluyen asimismo Irlanda del Norte, los Departamentos franceses de ultramar y otras regiones cuyo PIB por habitante se aproxime al de las regiones anteriores y para las cuales existan razones específicas para ser incluidas.

(4) Las paridades de poder de compra (PPS o SPA) son tasas de conversión monetaria que permiten expresar la capacidad de compra de diversas monedas. Pueden encontrarse en «Purchasing Power Parities and Real Expenditures». OCDE. 1987.

(5) Las dos versiones del índice sintético pueden verse, respectivamente en «The Regions of Europe. Second periodic report on the social and economic situation and development of the regions of the Community». 1985. Box 7.1, y en el ya mencionado «Tercer Informe periódico...», pp. 53 del anexo.

ción suministrada por tres (cuatro) variables que, en su conjunto aproximan el desarrollo económico de una región. Estas tres variables son el PIB por habitante (en SPA), el PIB por persona ocupada en ECUs, como medida de la productividad regional y la tasa de paro (en su segunda versión se añade una cuarta variable que es la necesidad de empleos adicionales debido al crecimiento de la mano de obra prevista para 1990, mientras que la tasa de paro se sustituye por el índice de desempleo «rectificado», suma del índice de desempleo armonizado y del subempleo en la agricultura).

Este índice sintético se utiliza desde la perspectiva comunitaria para intentar reconocer cuales son las regiones con mayores problemas socioeconómicos y cuantifica la intensidad relativa de tales problemas, equiparables en cierto modo al desarrollo o más bien a la falta de desarrollo de las regiones. Considerando los valores de tal índice, tomando como valor 100 el correspondiente a la media comunitaria, se obtiene que tal índice alcanza un abanico de valores comprendidos entre el 36,9 de Basilicata (Italia) y el 171,8 de Darmstadt (Alemania).

Desde la perspectiva, las regiones españolas con menor nivel de desarrollo serían las ya reseñadas en (4) que, a su vez tienen también valores muy bajos del índice sintético en sus dos versiones (Cuadro 1).

Con todo cabe hacer aquí una matización con respecto a los valores del índice sintético y es el retraso temporal con que han sido realizados. La segunda versión trabaja con datos de PIB para el período 1981-83-85 y de 1986 para el paro, por lo que la actualización de los datos del PIB al último trienio probablemente hará mejorar posiciones al conjunto de las regiones españolas dado el sensiblemente alto crecimiento del PIB español.

2.2.— Regiones agrarias y mediterráneas

En la terminología comunitaria, se considera como indicador básico para caracterizar a una región como agraria el peso que representa el empleo en el sector primario, desde el punto de vista de la producción, tuviera un peso importante o mayoritario en el PIB regional. Sin embargo, hoy día, esta es una cuestión que no puede plantearse debido a la profunda terciarización a la que están sometidas todas las economías occidentales, y como es lógico, la de las regiones europeas. De hecho, es muy habitual que la aportación del sector servicios del PIB iguale o supere el 50% del mismo.

Así pues, observando como criterio el porcentaje del empleo agrario sobre el empleto total, se consideran como regiones agrarias aquellas en las que tal porcentaje supere en un 50% a la media comunitaria. Esto equivale (6) a que el listón se sitúe en el 12,75% del empleo total de cada región. Esta situación se produce en la mayor parte de las regiones españolas se separan claramente del valor límite, teniendo incluso menos porcentaje de empleo agrario que la Europa comunitaria, como son Cataluña (6,94%), País Vasco (6,30%) y Madrid (1,69), mientras que Baleares, con el 11,42%, se aproxima bastante a la cota del 12,75.

Desde esta perspectiva, se define el grupo de las 31 regiones europeas que merecen el calificativo de «muy agrarias» y en las que el peso del empleo agrario es superior al doble de la media comunitaria. En concreto y en España, son diez las regiones que poseen con mayor intensidad el calificativo de agrarias: Galicia, Extremadura, las dos Castillas, Cantabria, Asturias, Andalucía, Murcia, Aragón y Rioja, por este orden (Cuadro 2).

El segundo subgrupo, formado por las regiones «agrarias», con menor intensidad, sería el de las regiones cuyo porcentaje de empleo agrario supere el 50% de la media comunitaria, sin sobrepasar el doble de dicho promedio. En este grupo se encuentran las regiones españolas de Cana-

(6) La comparabilidad entre regiones solo es posible a partir de los datos publicados correspondientes a la «Encuesta sobre la fuerza de trabajo de 1985» a nivel EURO-10, complementada con la Encuesta de Población Activa (EPA) del mismo año para el caso español.

rias, Navarra y Comunidad Valenciana, quedando por tanto excluidas del calificativo de agrarias tan sólo cuatro Comunidades Autónomas: Baleares, Cataluña, Madrid y País Vasco.

La especialización de las regiones europeas en producciones agrarias típicamente mediterráneas conduce a una nueva clasificación de las mismas que, en gran manera se asemeja a la que acabamos de comentar. Así, según la CEE se definen como mediterráneas aquellas regiones cuya producción final agraria (PFA) recae en más de un 50% en los siguientes productos: verduras, frutas, tabaco, trigo duro, vino, aceite de oliva y leche y carne caprina y ovina. De acuerdo con este criterio, ahora, son veinticinco las regiones que se constituye en típicamente mediterráneas (cuadro 3), de las que tan sólo cinco corresponden a España (Andalucía, Castilla la Mancha, Murcia, Comunidad Valenciana y Baleares).

Este es un conjunto de regiones claramente orientadas hacia una agricultura económica desfavorable estrechamente relacionada con los valores que en ellas alcanzan la tasa de paro y los indicadores de PIB, siendo asimismo altamente concordante este grupo con el de las regiones agrarias puesto que a excepción de Baleares, Lacio, Languedoc, Provenza-Alpes-Costa Azul y Trentino Alto Adigio, el resto de las regiones mediterráneas son asimismo regiones agrícolas. Sin embargo, presentan en su conjunto una característica diferencial como es el elevado peso esencialmente por ser generalmente regiones con economías muy orientadas hacia el subsector turismo (como en el caso de Córcega, Provenza-Alpes-Costa Azul o Baleares) o al de servicios no destinados a la venta. Puede así observarse que la relación entre el peso del sector servicios en las regiones mediterráneas y el conjunto de la CEE no es muy diferente siendo tan sólo un 9,7% superior en ella, con un valor del 52,14% en las regiones mediterráneas.

2.3.— Regiones industriales en declive

El concepto de región industrializada va intimamente aparejado, desde la perspectiva comunitaria al concepto de grado de industrialización. Este indicador es en sí mismo complejo de definir y de obtener, pero sin embargo se puede aproximar, y de hecho así lo hace la Comisión, por el porcentaje de empleo en el sector industrial sobre el empleo total de cada región. Según este indicador, y en base a los datos disponibles, las regiones españolas que merecerían el calificativo de industrializadas serían las de País Vasco (con un índice de empleo en el sector industrial de 132,3), Cataluña (130,61), Navarra (118,36), Rioja (118,95), Asturias (105,5) y la Comunidad Valenciana (105,1).

Sin embargo, la comisión donde realmente fija su atención desde el punto de vista industrial es en lo que ahora ha pasado a denominarse regiones del objetivo número 2 o regiones industriales en declive, y que por lo tanto tienen problemas específicos sobre los que es necesario actuar. Así, si nos remitimos al reglamento marco anteriormente mencionado, para la Comisión, se define una zona (no necesariamente una región) como industrial en declive si se cumplen los siguientes supuestos: una tasa de paro superior a la media comunitaria en los tres últimos años, un porcentaje de empleo industrial superior a la media comunitaria a partir de 1975 y una disminución sensible y comprobada del empleo industrial. La primera cuestión básica aquí es la no necesidad de que el territorio definido sea una región, pudiendo ser una zona con entidad inferior, y la segunda cuestión es que el carácter de zona industrial en declive no viene dado de forma automática, como en las clasificaciones que estamos viendo sino que viene dado por una decisión de la Comisión tras la correspondiente negociación con el estado miembro.

En estos momentos no se dispone de información sobre qué regiones europeas han merecido este calificativo y únicamente se tienen las españolas, que corresponden a Zaragoza, Navarra, Rioja, Barcelona, Cantabria, Vizcaya, Guipuzcoa, Alava y algunas comarcas de Gerona, Tarragona y Madrid, por lo que a nivel de región tendríamos que hablar de Aragón, Cantabría, Cataluña, Madrid, Navarra, País Vasco y Rioja.

2.4.— Regiones Periféricas

El concepto de perifericidad (y su opuesto de centralidad) puede definirse desde un punto de vista exclusivamente físico o geométrico como sinónimo de una localización en o cerca del contorno de una cierta zona o área. Este concepto se puede trasladar de una forma inmediata al contexto regional que nos ocupa permitiéndonos realizar una primera clasificación de las regiones europeas según su grado de proximidad al contorno del espacio físico europeo de tal forma que serían consideradas regiones puramente periféricas las situadas en las zonas limítrofes (terrestres o marítimas) del territorio comunitario.

Sin embargo, desde la perspectiva del desarrollo regional se considera que el concepto de perifericidad debe englobar o reflejar de alguna forma la distribución geográfica de la actividad económica dentro del espacio físico en que se encuentran situadas las regiones. En este sentido, una región sería considerada como central si en ella se genera un gran volumen de actividad económica o bien sería periférica si se encuentra alejada de estos centros de actividad, lo que conduce de alguna forma a la identificación de este concepto con el de inaccesibilidad o accesibilidad relativa a la actividad económica desde tal región. Es decir, en este contexto, la accesibilidad es sinónimo de la oportunidad relativa de interacción y contacto entre las familias, empresas e industrias localizadas en una cierta región, con las situadas en las demás regiones de un espacio geográfico.

Esto lleva consigo que la distancia que separa a dos regiones no deba medirse en términos físicos sino económicos, asociando a la misma unos «costes de distancia» de diverso tipo (tiempo de transporte, tipo de comunicación, costes de oportunidad, menor información, etc.) que se incrementarán con el grado de perifericidad de la región considerada.

Por ello, se hace necesario definir un indicador que considere estas cuestiones y en virtud del cual se pueda asignar a una región un determinado nivel de perifericidad o centralidad. En este sentido se han realizado numerosos intentos y propuestas (7) más o menos complejos y de entre los cuales la Comisión ha considerado oportuno utilizar uno de los más sencillos y utilizados para analizar las regiones europeas. La expresión de este índice es:

$$P_i = \Sigma_j \frac{M_j}{D_{ij}} + \frac{M_j}{D_{ii}}$$

donde P_i es la accesibilidad o perifericidad de la región i, M_j es una medida del volumen de la actividad económica en la región j (en este caso es el PIB expresado tanto en ECUs como en SPA) y D_{ij} es una medida de la distancia entre la región i y la región j, (8), que en este caso se ha tomado como la distancia más corta por carretera entre las ciudades más grandes de ambas regiones, aunque con la salvedad que indicamos a continuación.

Los resultados obtenidos en el índice de perifericidad, expresados con referencia al valor medio comunitario dan como resultado una clasificación de las regiones europeas en tres grandes grupos: centrales (internas y externas), intermedias y periféricas (internas y externas). El grupo de las regiones periféricas queda conformado por aquellas regiones que presentan un valor del índice inferior a 75 (4.342,93 en términos absolutos) quedando englobadas en éste un grupo de 60 regiones en el que están comprendidas todas las españolas.

Dentro de este conjunto existen sensibles diferencias de valores por lo que se ha subdividido en dos subgrupos. De una parte las regiones periféricas internas, con valor del índice superior al 57,34 (3.363) de Sicilia, y el de las regiones periféricas externas, con valores inferiores del índice y en el que se encuentran englobadas todas las regiones españolas a excepción de Cataluña y Madrid.

---

(7) Sobre ello existe una amplia literatura centrada en los conocidos como modelos gravitatorios o de potencial. Véase p.e. Harris, C.D. (1954): «The market as a Factor in the localization of Industry in the United States». Annals of the Association of American Geographers. 44,4,315-31, o bien, más recientemente Owens, D.W. y M.G. Coombes (1983): «An index of peripherality for local areas in the United Kingdom». Scottish Economic Planning Department, ESU Research Papers, 6.

(8) Tanto la elección como el desarollo de este índice pueden verse con más detalle en: Peripheral regions in a Community of twelve members states. Comision de las CEE. 1988, pags. 12-22.

Este grupo de regiones muestran unas características en lo que concierne al comportamiento de diversas variables. Así, se caracterizan por un fuerte crecimiento poblacional, en contraposición con el registrado en las regiones centrales (en la proporción de seis a uno), junto con un sensible proceso de inmigración. Por otra parte, se dan en este conjunto fuertes tasas de paro así como una marcada diferencia en el PIBpc entre los tres grupos definidos de regiones, caracterizándose las regiones periféricas por sus bajos niveles tanto de renta (medida por el PIBpc) como de productividad (PIB en ECUs por empleo), siendo más intensa siendo más intensa la discrepancia en lo que respecta a las regiones periféricas externas, en las que, además, aquellos indicadores presentan características de casi uniformidad de comportamiento en todas las regiones del grupo.

Sin embargo, existe un hecho particularmente interesante en lo que respecta a las regiones periféricas y es su mejor comportamiento general en las tasas de crecimiento del PIBpc (medido en SPA) que aún no ha sido suficiente para mejorar posiciones, pero que es un hecho incuestionable que se viene produciendo en estas regiones y que, en el caso español se ha corroborado en los últimos tres años con crecimientos notables que han superado con creces la negativa aportación a la evolución de este indicador que tienen los aumentos poblacionales.

2.5.— Resumen de la clasificación

Como resumen de los criterios dados para la clasificación de las regiones europeas, podemos dar la siguiente tabla en la que se especifica cada región española a qué tipología o tipologías pertenece.

Clasificación de las regiones

Regiones	Objetivo número 1	Muy agrícolas	agrícolas	Mediterráneas	Objetivo número 2	Periféricas Externas	Periféricas Internas
Andalucía	xxxxxxxx	xxxxxxxx		xxxxxxxx		xxxxxxxx	
Aragón		xxxxxxxx			xxxxxxxx	xxxxxxxx	
Asturias	xxxxxxxx	xxxxxxxx				xxxxxxxx	
Baleares				xxxxxxxx		xxxxxxxx	
Canarias	xxxxxxxx		xxxxxxxx			xxxxxxxx	
Cantabria		xxxxxxxx			xxxxxxxx	xxxxxxxx	
Castilla L.	xxxxxxxx	xxxxxxxx				xxxxxxxx	
Castilla L.M.	xxxxxxxx	xxxxxxxx		xxxxxxxx		xxxxxxxx	
Cataluña					xxxxxxxx		xxxxxxxx
C. Valenciana	xxxxxxxx		xxxxxxxx	xxxxxxxx		xxxxxxxx	
Extremadura	xxxxxxxx	xxxxxxxx				xxxxxxxx	
Galicia	xxxxxxxx	xxxxxxxx				xxxxxxxx	
Madrid					xxxxxxxx		xxxxxxxx
Murcia	xxxxxxxx	xxxxxxxx		xxxxxxxx		xxxxxxxx	
Navarra			xxxxxxxx		xxxxxxxx	xxxxxxxx	
País Vasco					xxxxxxxx	xxxxxxxx	
Rioja		xxxxxxxx			xxxxxxxx	xxxxxxxx	

3.— REGIONES SIMILARES

Una vez descritos aunque brevemente los distintos criterios de clasificación que se utilizan para el conjunto de las regiones europeas, no podemos menos que plantearnos la respuesta a la pregunta de cuáles son las regiones que más se asemejan a cada una de las españolas. La respuesta

puede obtenerse de muchas y diversas formas, utilizando procedimientos tipo análisis cluster o potentes medidas de similaridad. En este caso, utilizaremos una medida muy simple y la información de un pequeño conjunto de variables. Con respecto a la medida, índice de similaridad, que usamos, lo definimos para cada región i con respecto a una r, dada, como:

$$IS = \sum_{j=i}^{s} \frac{|x_i^j - x_r^j|}{x_r^j} \qquad s = \text{número de variables}$$

donde X_i^j es el valor que la variable j toma en la región i y X_r^j el que toma en la región de referencia r, (9).

En cuanto a las variables utilizadas para la comparabilidad, hemos utilizado esencialmente las variables asociadas a los distintos criterios de clasificación, sin pretender ser exhaustivos, puesto que opinamos que sería necesario introducir un elevado número de variables y trabajar en más profundidad y con técnicas más potentes. Si bien, para esta aproximación hemos utilizado las siguientes variables: el % de empleo agrario sobre el empleo total, el % de empleo en el sector servicios sobre el empleo total, la tasa de paro, el PIB per cápita medido en SPA, el índice sintético y el índice de perifericidad. Con ello, y para cada región española hemos calculado el índice para región europea, seleccionando las tres regiones europeas (no españolas) que han dado menor valor del índice de similaridad. El resultado de este proceso puede verse en el siguiente cuadro, donde se observa un notable conjunto de regiones muy similares a varias españolas, como es el caso de Irlanda, Basilicata, Irlanda del Norte o Calabria.

En este sentido hay que hacer notar que básicamente, las regiones españolas son muy similares en muchos aspectos a las regiones meridionales italianas, así como en algunos aspectos a la zona irlandesa, a excepción de las regiones españolas más desarrolladas, que en un segundo estadío ya inician aproximaciones a algunas regiones británicas o francesas.

Regiones similares a las regiones españolas

Andalucía	Calabria	76,39	Basilicata	113,58	Cerdeña	139,97
Aragón	Apulia	76,03	Irlanda	89,24	Cerdeña	100,50
Asturias	Basilicata	99,97	Apulia	108,67	Portugal	112,87
Baleares	Languedoc	114,37	Córceja	133,05	Sicilia	133,05
Canarias	Cerdeña	123,25	Irlanda	150,19	Calabria	177.76
Cantabria	Basilicata	88,74	Apulia	101,83	Irlanda	114,05
Castilla la Mancha	Basilicata	66,12	Irlanda	122,70	Cerdeña	123,38
Castilla-León	Basilicata	56,06	Irlanda	94,72	Apulia	94,87
Cataluña	Irlanda del Norte	108,87	Norte (U.K.)	176.51	Córcega	185,25
C. Valenciana	Irlanda	53,10	Cerdeña	62,90	Sicilia	95,89
Extremadura	Basilicata	139,67	Calabria	164,06	Tesalia	173,69
Galicia	Tesalia	101,31	Peloponeso	110,28	Anatolikis Macedon	114,20
Madrid	West Midlands	154,04	Yorkshire	186,89	North West	205,82
Murcia	Irlanda	65,96	Cerdeña	71,30	Calabria	86,32
Navarra	Irlanda	74,27	Cerdeña	89.97	Sicilia	116,87
País Vasco	Irlanda del Norte	103,12	Escocia	178,40	Córcega	183,79
Rioja	Apulia	97,02	Abruzos	102,22	Sicilia	106,61

(9)Este índice es susceptible de utilizarse con distintos esquemas de ponderaciones asociados a las variables y dentro de un esquema más general tipo Minkowski, aunque aquí hemos utilizado éste por sencillez.

Cuadro 1

Regiones correspondienes al objetivo 1

Regiones	% Empleo			PIBpc	Indice Sintético
	Agric.	Indus.	Serv.		
Córcega (F)	6,60	16,70	73	76	84
Campania (I)	15,40	25,10	59,50	64	56
Abruzos	18,40	26,60	55	76	76
Molise	22,80	27	50,10	68	51
Apulia	22,40	24,40	53,30	66	57
Basilicata	27,70	24,40	48	64	37
Calabria	21,10	20,80	58,10	57	38
Sicilia	17,50	23,90	58,50	64	55
Cerdeña	15,30	26,50	58,20	68	49
Irlanda del Norte (RU)	4,50	29,40	63,70	86	64
IRLANDA	16,50	29,80	53,30	70	48
Anat. Stereas kai Nisia	7,80	31,60	60,50	63	62
Kent. ke Dit. Makedonia	29,50	30,50	39,50	57	63
Pelop. & Dit. Ster. Ell.	51	17,80	31,20	59	57
Thessalias	42,10	24,80	33	48	57
Anatolikis Makedonias	47,60	20,10	32,40	57	59
Kritis	52,70	15,30	32	54	58
Ipirou	46,70	17,80	35,50	48	54
Thrakis	59,60	13	27,30	44	51
Nison Anatolikou Egeou	20	18,70	61,30	46	67
Galicia	45,80	21,98	32,22	65	54
Asturias	23,81	35,10	41,09	80	58
Castilla León	28,32	27,69	43,99	70	55
Castilla La Mancha	28,80	31,43	39,78	64	50
Extremadura	35,87	19,85	44,33	47	39
C. Valenciana	14,28	35,21	50,51	79	55
Andalucía	21,90	23,92	54,18	58	39
Murcia	20,83	29,50	49,67	70	51
Canarias	15,81	19,82	64,37	73	46
PORTUGAL	23,90	33,90	42,20	55	58
MEDIA	26,83	24,75	48,19	63,20	54,93

FUENTE: Comisión de las CEE. Tercer informe periódico sobre la situación y evolución de las Regiones. 1987.

Cuadro 2
Indice de especialización agraria

Regiones	% Empleo Agricultura	Indice esp. Agraria (*)
Thrakis	59,60	701,18
Kritis	52,70	620
Pelop. & Dit. Ster. Ell.	51	600
Anatolikis Makedonias	47,60	560
Ipirou	46,70	549,41
Galicia	45,80	538,82
Thessalias	42,10	495,29
Anatol. ke Notia Nisia	40,10	471,76
Extremadura	35,87	422
Kent. ke Dit. Makedonia	29,90	351,76
Castilla La Mancha	28,80	338,82
Castilla León	28,32	333,18
Basilicata	27,70	325,88
Cantabria	24,96	293,65
PORTUGAL	23,90	281,18
Asturias	23,81	280,12
Molise	22,80	268,24
Apulia	22,40	263,53
Andalucía	21,90	257,65
Kentriki Ellada	21,70	255,29
Calabria	21,10	248,24
Murcia	20,83	245,06
Aragón	20,66	243,06
Basse- Normandie	20,30	238,82
Nison Anatolikou Egeou	20	235,29
Abruzzi	18,40	216,47
Rioja	17,95	211,18
Bretagne	17,70	208,24
Sicilia	17,50	205,88
Poitou-Charentes	17,20	202,35
Limousin	16,90	198,82
Midi-Pyrenées	16,50	194,12
IRLANDA	16,50	194,12
Canarias	15,81	186
Campania	15,40	181,18
Cerdeña	15,30	180
Navarra	15,14	178,12
Marche	15	176,47
Aquitaine	14,30	168,24
C. Valenciana	14,28	168
Chanpagne-Ardennes	14,20	167,06
Auvergne	14	164,71
Niederbayern	13,50	158,82
Languedoc-Roussillon	13,30	156,47
Tueblingen	13,20	155,29
Pays de La Loire	13	152,94

(*) Indice del % de empleo agrario con respecto a la media comunitaria.
FUENTE: EUROSTAT y elaboración propia.

Cuadro 3
Regiones Mediterráneas

Regiones	% Empleo		PIBpc	Indice
	Agricultura	Servicios	(spa)	sintético
FRANCIA				
Languedoc-Roussillon	13,30	59,30	86	87
Provence-Alpes-C. d'Azur	4,80	70	107	110
Córceja	6,60	73	76	84
ITALIA				
Trentino-Alto Adige	11,30	62,50	101	102
Lazio	6	73,40	97	106
Campania	15,40	59,50	64	56
Abruzos	18,40	55	76	76
Molise	22,80	50,10	68	51
Apulia	22,40	53,30	66	57
Basilicata	27,70	48	64	37
Calabria	21,10	58,10	57	38
Sicilia	17,50	58,50	64	55
Cerdeña	15,30	58,20	68	49
ESPAÑA				
Andalucía	21,90	54,18	58	39
Castilla La Mancha	28,80	39,78	64	50
Murcia	20,83	49,67	70	51
C. Valenciana	14,28	50,51	79	55
Baleares	11,42	57,10	97	67
GRECIA				
Anat. Stereas kai Nisia	7,80	60,50	63	62
Kent. ke Dit. Makedonia	29,90	39,50	57	63
Pelop. & Dit. Ster. Ell.	51	31,20	59	57
Thessalias	42,10	33	48	57
Anatolikis Makedonias	47,60	32,40	57	59
Kritis	52,70	32	54	58
Ipirou	46,70	35,50	48	54
Nison Anatolikou Egeou	20	61,30	46	67
MEDIA	22,99	52,14	69	63,35

FUENTE: Comisión de las CEE. Tercer Informe sobre la situación y evolución de las regiones.

UNA APROXIMACION A LOS DESEQUILIBRIOS DE LAS REGIONES EUROPEAS

Francisco J. García Cerezo
Jorge L. García Pozzy
Servicio de Estudios de la Caja de Ahorros de Murcia

1.— INTRODUCCION

Esta breve comunicación pretende exponer la evolución reciente de las disparidades regionales en el seno de la Comunidad Económica Europea en los ochenta. El análisis lo enfocaremos desde una doble perspectiva, por un lado estudiaremos las disparidades existentes entre las regiones europeas, suponiendo que durante el período de referencia, la Comunidad estaba integrada por los nueve primeros socios comunitarios y sus 108 regiones. Por otro lado, se efectuará el mismo análisis bajo la hipótesis que, desde 1980, la Comunidad Económica Europea hubiera estado constituida por los doce miembros actuales y sus correspondientes 135 regiones.

En el primer apartado, se realizan unas consideraciones previas al trabajo en las que expondremos las fuentes estadísticas utilizadas, así como la elección de la variable a utilizar. En el segundo punto, se lleva a cabo la enumeración, definición y breve caracterización de los índices utilizados para la realización del artículo. Para un tercer apartado pasar a exponer los resultados obtenidos en el estudio de los índices de disparidad regional. En último lugar, estableceremos las consideraciones finales del trabajo.

Somos conscientes que el período de tiempo estudiado es quizás demasiado corto para extraer conclusiones definitivas, pero consideramos que puede ser indicativo de las tendencias previsibles.

Con el objeto de no hacer excesivamente extensa esta comunicación hemos optado por omitir las tablas de datos originales, debido al gran número de regiones, ya que su inclusión supondría gran cantidad de páginas con simples valores de población y producto interior bruto. Lo que sí representaremos, de manera ilustrativa, son dos gráficos de puntos con los valores originales, correspondientes al PIB percápita en SPA de las regiones europeas en el año 1987, para los dos tamaños de CEE considerados.

2.— CONSIDERACIONES PREVIAS

2.1.— Fuentes estadísticas

La información necesaria para la realización del presente trabajo, teniendo en cuenta que en él se pretende analizar en conjunto a todas las regiones europeas para apreciar las mayores o menores disparidades entre ellas, sólo se encuentra recogida de una manera conjunta en las distintas publicaciones de Eurostat (Oficina de Estadística de las Comunidades Europeas) y en algunos de los informes sobre las regiones de la Comisión Europea.

La imposibilidad de obtener datos homogéneos para las distintas regiones de la Comunidad, nos ha obligado a circunscribir el análisis al período comprendido entre 1980 y 1987.

2.2.— Elección de la variable

El abanico de posibilidades que nos ofrecen las anteriores publicaciones es de una reducida amplitud dentro de las macromagnitudes regionales. Solamente, podemos encontrar el Producto Interior Bruto a precios de mercado por habitante o por persona ocupada en ECUs y en SPA (Standar Poder Adquisitivo) y el Valor Añadido Bruto a precios de mercado. Esta última variable, nos vimos obligados a desestimarla por encontrar múltiples rupturas en la serie para determinadas regiones. Esta misma razón motivó el no considerar el PIB a precios de mercado por persona ocupada como la variable a tratar.

La elección del PIB en SPA y no en ECUs, esta basada en que la primera unidad no se encuentra afectada por las relaciones entre los poderes de compra interiores de las distintas monedas comunitarias.

Para aquellos índices que no resultan invariantes a los cambios de escala, hemos considerado que puede resultar de interés mostrar su valor con una transformación de la variable original consistente en el índice base 100 la media de la Comunidad Económica Europea.

Por lo tanto, la variable utilizada para medir las disparidades existentes entre las regiones europeas, será el Producto Interior Bruto a precios de mercado y en stándar poder adquisitivo para los distintos años.

3.— MEDIDAS DE DISPARIDAD REGIONAL

Las medidas utilizadas en este trabajo, para la consecución del objetivo previsto, las podemos clasificar en dos grandes grupos:

Medidas de dispersión. Que nos miden la separación entre un valor o una medida, normalmente la media, y los valores observados de la variable, por lo tanto hacen referencia a la variabilidad de los datos, a las diferencias que entre ellos existen y al grado de representatividad de los promedios.

Medidas de concentración. Estas medidas, por su parte, tratan de poner de relieve el mayor o menor grado de igualdad en el reparto del total de los valores de la variable, por ello podemos decir que nos miden el grado de equidistribución de una variable.

SE1: Diferencia entre el valor máximo y mínimo de la variable dividido entre el sumatorio de los valores de esta.

Este es el más simple de los índices utilizados, siendo función únicamente del campo de variación de la variable. Este índice es de escasa relevancia debido a la poca información que proporciona. El campo de variación del índice esta entre cero y uno, siendo otra de sus características su invariabilidad a los cambios de escala.

SE2: Desviación media.

La desviación media la definiremos como la media aritmética de los valores absolutos de las diferencias entre los valores de la variable y la media aritmética. Los valores de este índice serán siempre mayores o iguales a cero. Una característica de este índice es la de venir expresado en las mismas unidades que la variable originaria por lo que un elevado valor de este implicará que gran cantidad de regiones, en nuestro caso, se encuentran alejadas de la media comunitaria.

SE3: Desviación típica.

Se define como la raíz cuadrada de la media aritmética de los cuadrados de las desviaciones de los valores de la variable a la media aritmética. Al igual que ocurre con la desviación media este índice viene expresado en las mismas unidades que la variable originaria, lo cual hace que sea más apta que la varianza como medida de dispersión. Este índice no es invariante a los cambios de escala y de igual forma que el índice anterior, a mayor valor del índice más dispersas, respecto de la media, se localizarán las observaciones de la variable.

SE4: Coeficiente de variación.

Definido como la relación por cociente entre la desviación típica y la media aritmética. Es un índice adimensional y presenta como ventaja frente a los anteriores índices el utilizar toda la información. Es invariante a cambios de escala aunque no a cambios de origen. La cota inferior de este coeficiente es el valor cero, siendo este valor reflejo de la máxima representatividad de la media (ya que no existe dispersión).

SE5: Varianza de los logaritmos.

Se expresa como la media de los cuadrados de las desviaciones de los logaritmos de la variable al logaritmo de la media geométrica. Es invariante a los cambios de escala. No suele ser muy utilizada debido a que es más utilizada la media aritmética como medida de posición, para variables económicas, que la media geométrica.

SE6: Indice de Herfindahl.

La expresión matemática de este índice es el cuadrado del sumatorio de los cocientes entre los valores de la variable y la suma de todos los valores de la variable. Este índice es invariante a los cambios de escala y las disparidades aumentan al crecer el valor del índice. Este índice varía entre el inverso del número de las regiones (para nuestro caso) y uno, siendo la máxima disparidad el valor uno.

SE7: Indice de Gini.

Es la medida de concentración más frecuentemente utilizada que sintetiza el área de la curva de Lorenz, siendo una fiel representación gráfica del grado de concentración de una distribución. Si la concentración es máxima, valor uno del índice de Gini, el producto interior bruto comunitario se localizaría en una única región, por el contrario si el índice de Gini fuera cero querría decir que el PIB europeo estaría equidistribuido entre todas sus regiones y habitantes.

SE8: Indice de Schutz.

Es otro índice de concentración derivado de la curva de Lorenz, siendo su cálculo más simple que el de Gini con un campo de variación de cero a 200* (n-1)/n. Es invariante a los cambios de escala y a mayor valor del índice más disparidad existe en la distribución de la variable.

SE9: Coeficiente T de Theil.

Es una medida relativa de concentración, basado en el concepto de entropía (medida de orden-desorden dentro de un sistema) existente en el reparto de una magnitud económica. Es una medida alternativa al índice de Gini. Sus valores oscilan entre el valor cero (mínima desigualdad) y el logaritmo del número de regiones.

Fórmulas utilizadas:

SE1 $(\text{Máx } Xi - \text{mín } Xi) / \sum_{i=1}^{n} Xi$

SE2 $(\sum_{i=1}^{n} |Xi - \overline{X}|) / n$

SE3 $[\sum_{i=1}^{n} (Xi - \overline{X})^2 / n\ ]^{1/2}$

SE4 $100 \cdot (SE3 / \overline{X})$

SE5 $[\sum_{i=1}^{n} (\log Xi - \log \overline{X}g)^2 / n\ ]^{1/2}$

donde $\log \overline{X}g = (\sum_{i=1}^{n} \log Xi) / n$

SE6 $\sum_{i=1}^{n} (Xi / \sum_{i=1}^{n} Xi)^2$

SE7 $[\sum_{i=1}^{n} (Pi - Qi) / \sum_{i=1}^{n} Pi]$

SE8 $\sum_{i=1}^{n} |(100Xi / \sum_{i=1}^{n} Xi) - (100 / n)|$

SE9 $\sum_{i=1}^{n} [\ (\ PIBi / PIB\ ) \cdot \log (\ Xi / \overline{X}\ )\ ]$

Xi= PIb pm per cápita en SPA de la región «i».
n= número de regiones.
PIB= Producto interior bruto comunitario en SPA.
Pi= Frecuencia relativa acumulada de población.
Qi= Frecuencia relativa acumulada de PIB.

4.— DISPARIDADES REGIONALES

Una primera nota característica que se puede detectar del análisis conjunto de los distintos índices de dispersión para la Europa de los nueve, es que la dispersión de los valores de los PIB per cápita regionales con respecto a la media comunitaria no se ha reducido, a excepción del resultado para el índice SE5 (varianza de los logaritmos), como en un principio cabría esperar de un proceso de integración económica como el europeo, donde uno de sus principales objetivos es la reducción de los desequilibrios regionales.

Si consideramos la Comunidad Económica Europea ampliada a 12 miembros, se da la misma circunstancia que en caso anterior.

Por lo que respecta al grado de concentración en la distribución del PIB no se puede afirmar tampoco que haya mejorado en el período de tiempo considerado, sino más bien todo lo contrario, ya que por ejemplo el valor del índice de Gini teniendo en cuenta los años extremos, pasa de 0,1281 a 0,1316 en CEE 9 y de 0,1574 a 0,1693 en la Europa con doce socios comunitarios.

Uno de los objetivos que nos planteamos al comienzo del presente trabajo, era el comparar la evolución de las disparidades regionales con dos tamaños de CEE, nueve y doce miembros, y en este segundo caso con la hipótesis de una Comunidad de doce miembros desde el inicio de la década de los ochenta. Observando la evolución en paralelo de las «dos Comunidades», se puede apreciar que para todos los índices de dispersión, se dan valores más elevados en CEE 12 que en CEE 9, a excepción del primero de estos. Luego al incorporarse nuevos socios a la Comunidad (en este caso España, Grecia y Portugal), aumenta el grado de dispersión, número de regiones alejadas de la media, y la mayoría de estas nuevas regiones se sitúan por debajo de la media comunitaria en todos los años considerados.

El comportamiento diferenciado del índice primero que con anterioridad era mencionado, puede explicase atendiendo a la propia definición de éste índice, al ser una función exclusivamente de la suma de los valores del PIB per cápita y del recorrido de la variable, la información que suministra contiene un gran sesgo pues sólo informa de la dispersión entre los extremos de la distribución, no pudiendo afirmarse que un aumento del índice implique un aumento de las disparidades regionales (el denominador aumenta en mayor proporción que el numerador).

Por lo que respecta al grado de concentración en la distribución del PIB no se puede afirmar tampoco que haya mejorado en el período de tiempo considerado, sino más bien todo lo contrario, ya que por ejemplo el valor del índice de Gini teniendo en cuenta los años extremos, pasa de 0,1281 a 0,1316 en CEE 9 y de 0,1574 a 0,1693 en la Europa con doce socios comunitarios.

Profundizando en el índice de Gini, se puede apreciar que en la Europa de los nueve, tras una elevación del índice entre 1980 y 1982, se produce una ligera reducción en 1985, estabilizándose en el último año considerado, sin que esto suponga una disminución de la concentración respecto al año de partida. Por el contrario, si consideramos a la Comunidad con los doce países actuales, se aprecia que este índice sigue una evolución creciente en todos los años considerados, lo que conlleva un aumento del grado de concentración. Como es lógico, se da una mayor concentración en la CEE 12 que en la CEE 9 al incorporarse a esta última, regiones que mayoritariamente son de bajo nivel de PIB per cápita.

Evolución de los índices de disparidad regional. CEE 9
A.— PIB per cápita en SPA

Indice	1980 (a)	1982 (a)	1985 (i)	1987 (e)
SE1 * 1.000	14.2570	15.4383	16.2989	17.0712
SE2	1298.3611	1625.9722	2139.5111	2607.7425
SE22	15.9562	16.4391	16.4832	16.6520
SE3	1844.7248	2341.9319	3071.3694	3707.0014
SE4	22.6713	23.6768	23.6623	23.6700
SE5 * 10.000	88.5210	93.4170	92.5649	83.8312
SE6 * 10.000	97.4593	96.9269	97.9818	98.9724
SE66 * 10.000	10525.6076	10576.1010	10582.0352	10689.0192
SE7	.1281	.1333	.1317	.1316
SE8	15.9456	16.3386	16.2125	16.2205
SE9 * 10.000	103.0451	114.1928	103.5249	99.9150
SE99 * 10.000	50.6800	56.1700	50.9200	49.1400

Evolución de los índices de disparidad regional. CEE 12
B.— PIB per cápita en SPA

Indice	1980 (a)	1982 (a)	1985 (i)	1987 (e)
SE1 * 1.000	13.3700	14.4012	14.8401	16.2597
SE2	1502.9116	1850.8935	2372.2503	2893.3900
SE22	19.7042	19.9417	19.4622	19.8100
SE3	2085.7612	2605.1945	3363.4144	4104.0500
SE4	27.3485	28.0687	28.4702	28.1023
SE5 * 10.000	155.4824	160.0841	148.5834	148.9121
SE6 * 10.000	79.8437	80.1663	80.0337	80.2485
SE66 * 10.000	10778.8995	10822.4505	10804.5495	10833.5475
SE7	.1574	.1595	.1633	.1693
SE8	20.0523	20.3320	19.7204	20.0125
SE9 * 10.000	151.6329	157.9921	142.7480	155.6754
SE99 * 10.000	71.1925	74.1712	67.0239	73.0836

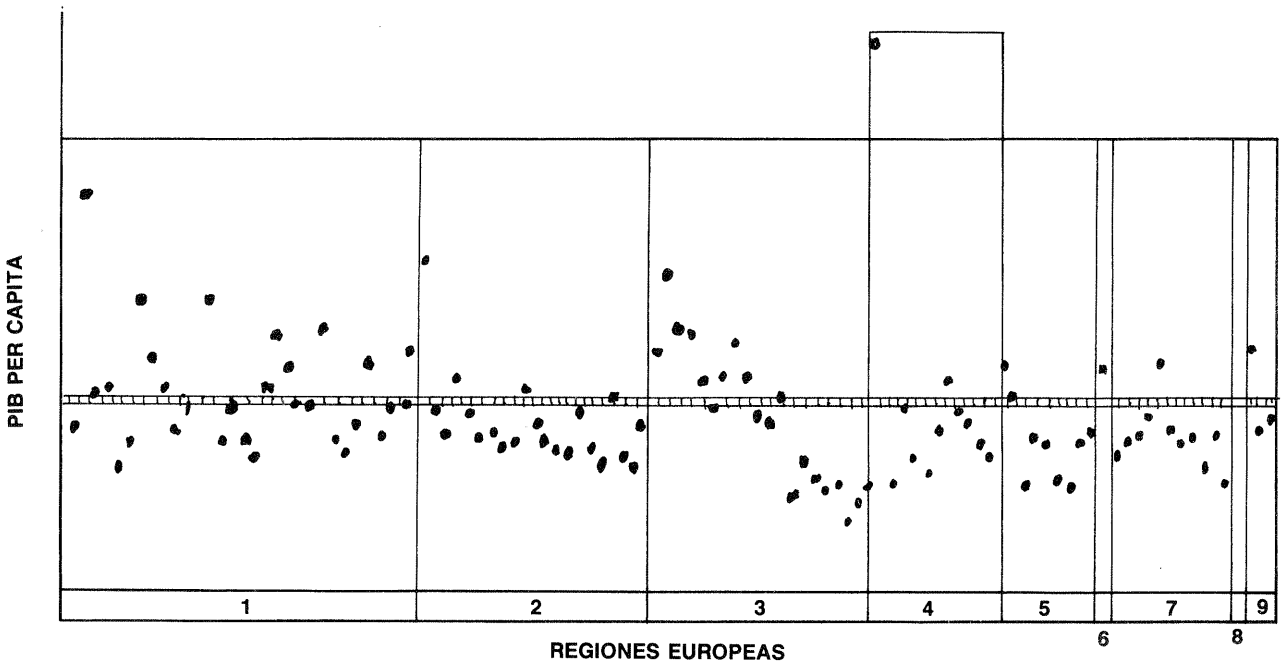
(a) Con base en datos de los anuarios de Eurostat.
(i) Con base en el tercer informe periódico de la Comisión.
(e) Datos suministrados directamente por Eurostat. Bruselas.

SE22 Se ha calculado con los índices base 100 la media comunitaria.
SE66= SE6/(1/n) donde n= nº de regiones.
SE99= SE9/log (n).

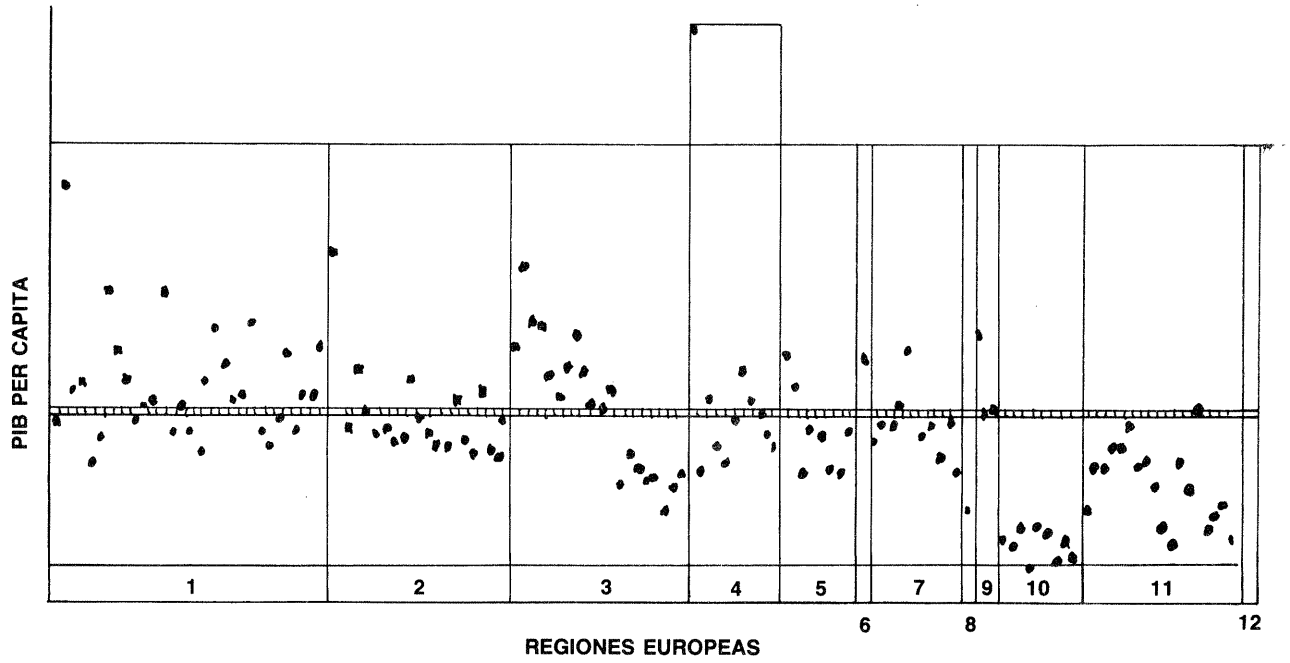
Por lo que se refiere al sexto índice, índice de Herfindahl, y si pretendemos hacer las comparaciones entre las dos Comunidades, ha de tenerse en cuenta que el límite inferior del intervalo de variación es función del número de regiones, por lo que al aumentar el número de éstas, disminuye el valor de equidistribución de la variable. Para poder establecer comparaciones entre las dos Comunidades, al aumentar el número de regiones en la Comunidad Económica Ampliada, han de relativizarse los valores del índice por el límite inferior. Con la ejecución de esta transformación se puede observar que las disparidades regionales aumentan al considerar incluidas dentro de la Comunidad a España, Grecia y Portugal, como muestran los demás índices.

Para poder observar la evolución comparada de la CEE 9 y la CEE 12 en función del coeficiente T de Theil ha de procederse a la relativización del coeficiente por su valor máximo (2.033 para

PIB PER CAPITA EN SPA REGIONAL AÑO 1987 CCE 9



PIB PER CAPITA EN SPA REGIONAL AÑO 1987 CEE 12



1 Alemania **2** Francia **3** Italia **4** Holanda **5** Bélgica **6** Luxemburgo
7 Reino Unido **8** Irlanda **9** Dinamarca **10** Grecia **11** España **12** Portugal

la CEE 9 y 2.130 para la CEE 9). De este índice se puede extraer aproximadamente las mismas conclusiones que las obtenidas del índice de Gini, con la matización de que este índice manifiesta un comportamiento más errático que el anterior, del que no se puede deducir una modificación sustancial de las anteriores conclusiones, sobre todo en lo referente a las dos Comunidades.

5.— CONSIDERACIONES FINALES

1.— Las disparidades regionales, desde la doble perspectiva de las medidas de dispersión y concentración, no sólo no disminuyen con el paso del tiempo, sino que por el contrario se ven incrementadas para las distintas amplitudes consideradas de la Comunidad.

2.— Estas disparidades aumentan cuando pasamos de una Comunidad con nueve miembros a otra en la que se incorporan España, Grecia y Portugal.

3.— No deja de ser paradójico que, con el paso del tiempo, no se haya conseguido alcanzar el objetivo comunitario de la reducción de las distancias entre las regiones ricas y pobres de la Comunidad en el caso contrario de la CEE 9. La aplicación de las distintas políticas estructurales comunitarias han sido incapaz de reducir los desequilibrios interregionales europeos.

BIBLIOGRAFIA

COMISION DE LAS COMUNIDADES EUROPEAS: «Segundo y tercer informe periódico sobre la situación y la evolución socioeconómica de las regiones de la Comunidad».

EUROSTAT: «Anuario estadístico de las regiones». Años 1985, 1986 y 1987.

EUROSTAT: «Estadísticas básicas de la Comunidad». Ediciones 24.ª y 25.ª

GAILE GARY, L.: *Measures of spatial equality*. «Spatial Statistics and Models». 1984, pp. 223-233.

INDICADORES DE BIENESTAR SOCIAL. UN ANALISIS COMPARATIVO REGIONAL

J.M. Casas Sánchez y F.J. Callealta Barroso
Universidad de Alcalá de Henares

1.— INTRODUCCION

En la Teoría General del Bienestar Social, para obtener diferentes medidas del bienestar, se suele utilizar la función de distribución de la renta de la población en cuestión, no siendo correcto utilizar de manera aislada una medida de posición central. Sin embargo, son de gran utilidad las funciones de bienestar social obtenidas a partir de la renta media y de alguna medida de igualdad (1).

Sabemos de la conveniencia de los números índices relativos que comparan dos situaciones y son homogéneos de grado cero en sus argumentos. Si además admitimos que estos índices son homogéneos de grado uno en los argumentos de una situación y satisfacen el test de circularidad de Fisher, entonces cada índice puede escribirse como una razón cuyo numerador y denominador son de la misma forma lineal homogénea calculados para las dos situaciones.

En este contexto podemos pasar de medidas de igualdad relativas a funciones implícitas homogéneas de bienestar social. Así pues, admitimos que la función de bienestar social W,

$$W: R^n_+ \rightarrow R$$

es función contínua y creciente de las rentas, y= (y1, y2,... yn), de los individuos de la población, siendo R^n_+ el espacio euclídeo n-dimensional. Esta función de bienestar W asocia a cada distribución de la renta un número real representativo del bienestar económico de la población y tiene una representación implícita homogénea, cuya correspondiente función de transformación es:

$$F: \varnothing(W) \times R^n \rightarrow R$$

en donde $\varnothing$ es el rango de W y la función de bienestar social definida en forma implícita será:

$$F(w,y)= 1$$

siendo W(y)= w el nivel de referencia de la función de bienestar social.

Esta función F es la única representación implícita, linealmente homogénea de la función de bienestar social W, siendo además la única para la construcción de un número índice relativo. Resultando que cada índice de cambio de bienestar procede de una función de bienestar social.

Siguiendo el trabajo de Blackorby y Donaldson (1978) llegaríamos a ver que cualquier función de bienestar social de este tipo puede generar una familia de índices de igualdad relativos y analogamente cualquiera de estas familias puede generar una familia de funciones de bienestar social, existiendo una relación biunívoca entre ambas. No obstante Esteban (1976a, 1976b) demuestra que en determinadas condiciones no existe esta relación biunívoca.

Cualquier función de bienestar social W de este tipo se puede representar por:

$$W(y)= \mu E(y) \qquad [1]$$

en donde μ es la renta media:

$$\mu= \sum_{i=1}^{n} y_i/n$$

(1) Utilizaremos índices o medidas relativas de igualdad. Si tuviesemos índices o medidas relativas normalizadas de desigualdad, bastaría restarlos de la unidad para obtener los de igualdad.

y E [y] es una medida de igualdad normalizada que toma el valor 1, cuando todas las rentas individuales son iguales a la renta media.

La elección de la función de bienestar social y consecuentemente del índice o medida de igualdad relativa suele ser problemática y una forma de evitarlo consiste en elegir, para una primera aproximación, funciones de bienestar social de amplio rango, construyendo con estas funciones de bienestar, ordenaciones parciales (2).

2.— INDICES DE IGUALDAD RELATIVA Y SUS CORRESPONDIENTES FUNCIONES DE BIENESTAR SOCIAL

Si la renta total disponible es y1+y2+...+yn, y designamos por y* la distribución óptima que maximiza el bienestar, entonces de manera análoga a como hace M. Dalton (1920) para la desigualdad, podemos decir que la igualdad relativa se puede medir por el cociente W(y)/W(y*), que sería el coste relativo en términos de bienestar de soportar la distribución existente en lugar de la distribución óptima y*.

Las funciones de bienestar social a las que nos vamos a referir serán tales, que para cada nivel de renta total, la distribución óptima y* corresponde a la equidistribución o reparto igualitario en donde cada elemento de la población recibe la renta media de la distribución inicial.

A continuación daremos varios índices o medidas de igualdad relativa y sus correspondientes funciones de bienestar social obtenidas según la expresión [1].

I. La primera medida de igualdad relativa que consideramos es el Indice de Gini, que viene dado por:

$$E_g(y) = -\frac{1}{n} + \frac{2}{n^2\mu}\sum_{i=1}^{n} iy_i; \qquad y_1 \geq y_2 \geq \ldots \geq y_n$$

cuyo valor correspondiente a la equidistribución es 1 y se presenta cuando se verifica la igualdad total de rentas, es decir, si $y_i = \mu$, $\forall_i$ entonces:

$$E_g(y) = -\frac{1}{n} + \frac{2}{n^2 m}\,\mu\,\frac{n+1}{2}\,n = -\frac{1}{n} + \frac{n+1}{n} = 1$$

y la función de bienestar social será:

$$W_g(y) = \mu E_g(y) = -\frac{\mu}{n} + \frac{2}{n^2}\sum_{i=1}^{n} iy_i = \frac{1}{n^2}\sum_{i=1}^{n}(2i-1)y_i$$

II. Otra medida de igualdad es el índice de Atkinson:

$$E_a(y) = \{\sum_{i=1}^{n} (y_i/\mu)^r/n)\ \}\ (1/r)$$

el cual toma el valor 1 cuando se tiene la equidistribución. En efecto, si $y_i = \mu$, $\forall_i$, tendremos:

$$E_a(y) = \{\sum_{i=1}^{n} (1/n)\ \}\ (1/r) = 1$$

y su correspondiente función de bienestar social es:

$$W_a(y) = \mu E_a(y) = \{\sum_{i=1}^{n} y_i/n\ \}\ (1/r)$$

---

(2) Una ordenación parcial más estricta puede obtenerse con la curva de Lorenz generalizada, que no es más que la curva de distribución de renta de Lorenz multiplicada por la renta media.

Shorrock (1983) demuestra que comparando tales curvas pueden obtenerse ordenaciones de las diferentes regiones válidas para una amplia clase de funciones de bienestar social. Pero esta ordenación no puede establecerse cuando las curvas de Lorenz generalizadas de dos regiones cualesquiera se cortan.

III. También consideramos el índice de Cobb-Douglas, que viene dado por:

$$E_c(y) = \prod_{i=1}^{n} (y_i/\mu)^{(1/n)}$$

el cual también toma el valor 1 en el caso de equidistribución.

La función de bienestar social será:

$$W_c(y) = \mu \cdot E_c(y) = \prod_{i=1}^{n} y_i^{(1/n)}$$

IV. Por último tenemos el índice de Theil, dado por la expresión

$$E_t(y) = \frac{1}{n\mu \ln(n)} \sum_{i=1}^{n} y_i \cdot \ln (n\mu/y_i)$$

En caso de reparto igualitario o equidistribución, es decir, si yi= μ, $\forall$, entonces:

$$E_t(y) = \frac{1}{n\mu \ln(n)} \sum_{i=1}^{n} y_i \cdot \ln (n\mu/\mu) = \frac{n\mu \ln(n)}{n\mu \ln(n)} = 1$$

y la función de bienestar social asociada a esta medida es:

$$W_t(y) = \mu \cdot E_t(y) = \frac{1}{n \ln(n)} \sum_{i=1}^{n} y_i \cdot \ln (n\mu/y_i)$$

3.— ORDENACION REGIONAL

En este apartado aplicaremos los índices de igualdad relativa, dados anteriormente, y sus correspondientes funciones de bienestar social, con el fin de estudiar la ordenación del bienestar en las diferentes regiones o comunidades autónomas españolas. Para ello realizaremos el análisis del bienestar social y la correspondiente ordenación de las dieciocho comunidades desde la consideración conjunta de su renta media y sus índices de igualdad. Evidentemente el nivel de bienestar y la correspondiente ordenación dependerán del índice particular utilizado, como de hecho puede comprobarse en los Cuadros A-1 y B-2.

Antes de indicar la información estadística utilizada para la realización del trabajo, queremos poner de manifiesto, una vez más, algunas de las diferentes opiniones al respecto. Así pues, para el trabajo que nos ocupa podríamos utilizar como elemento preferencial, la persona individual o el hogar y el gasto o el ingreso per-cápita o por hogar, pero tanto una opción como la otra tiene ventajas e inconvenientes. Un mismo ingreso o gasto total puede llevarnos a niveles de bienestar muy diferentes para distintos hogares con diferente composición o tamaño.

Como indica Ruiz-Castillo, J. (1987), refiriéndosea Kuznets (1976), quien concluyó que «no tiene mucho sentido hablar de la distribución de la renta entre las familias o los hogares, clasificados por la renta familiar o los ingresos totales del hogar, cuando las unidades subyacentes difieren tanto en tamaño... Antes de emprender cualquier análisis, las distribuciones citadas deben convertirse en distribuciones de personas, clasificadas por la renta familiar o del hogar por persona».

Posteriormente Datta, G. y Mcerman, J. (1980) «indicaban que, al parecer, la práctica habitual de utilizar los ingresos totales del hogar en la estimación de la desigualdad, se debía a la creencia generalizada de que las diferencias que se siguen en adoptar las magnitudes per cápita o las totales no eran importantes». Así pues, varios estudios sobre la desigualdad de la renta en Estados Unidos, Paglin (1975), Browning (1979) etc., se basan en los ingresos del hogar.

Por otro lado, Cowel, F. (1984) indica que, «la medición de la desigualdad viene definitivamente afectada por la decisión de aproximar la posición económica del hogar por su renta o gasto total o por su renta o gasto per cápita».

En consecuencia lo ideal sería el disponer de una información más detallada sobre ingresos y gastos relativos no sólo al hogar, sino también per cápita, con conocimiento de la estructura del hogar (número de miembros, sexo, edad, etc.).

Ante la carencia de esta información ideal, utilizaremos la que nos proporciona la Encuesta de Presupuestos Familiares 1980-1981 y mas concretamente la proporcionada por las siguientes tablas:

Tabla I-12: Ingreso anual medio de los hogares de cada decila según Comunidad Autónoma de residencia.
Tabla I-40: Límite superior de las decilas de hogares según ingresos totales, por Comunidades Autónomas.
Tabla T-14: Tamaño medio del hogar por Comunidad Autónoma de residencia y nivel de ingreso del hogar.

Consideramos como ingreso del hogar la suma de todos los ingresos, monetarios o no, netos de impuestos y de otros pagos asimilados, percibidos por cada uno de los miembros del hogar, con indepencia de que sean o no destinados total o parcialmente a la constitución de un fondo común para atender a los gastos del hogar.

4.— ANALISIS Y CONCLUSIONES

El presente trabajo, lo hemos realizado considerando los ingresos desde dos perspectivas distintas. En primer lugar hemos considerado como unidades poblacionales observables los hogares españoles con sus correspondientes ingresos, utilizando como información la proporcionada por las Tablas I-12 e I-40 de la E.P.F. 1980-81.

Utilizando los índices de igualdad de Gini, de Atkinson correspondientes a r= +0.5 y r= -2.0, de Cobb-Douglas y de Theil, obtenemos para cada Comunidad Autónoma, **Cuadro A-1**, el valor de los distintos índices (primera línea), así como su renta media, los indicadores de bienestar calculados y sus correspondientes lugares dentro de la ordenación nacional (segunda línea).

Analizada la dominancia relativa que cada comunidad autónoma ostenta sobre otras (en el sentido de presentar *todos* los índices de bienestar calculados superiores a los correspondientes de la región con que se compara), reflejamos aquellas en el **Cuadro A-2** en el que cada símbolo «*» representa que la región situada en la correspondiente fila domina en bienestar a la región situada en la correspondiente columna. De donde puede derivarse la ordenación que presentamos en el **Cuadro A-3**.

Para ello, hemos calculado las correspondientes curvas de Lorentz (de concentración y generalizada), que presentamos en el **Cuadro A-4**, así como la matriz de dominancias obtenida (**Cuadro A-5**), cuyos resultados nos conducen a la ordenación más estricta que presentamos en el **Cuadro A-6**.

En segundo lugar, consideramos como unidades observables los componentes de los hogares españoles, y los datos relativos a los ingresos per-cápita han sido obtenidos repercutiendo las correspondientes rentas de cada hogar entre los distintos componentes de estos. Para ello ha sido necesario estimar para cada decila de hogares según sus ingresos y para cada Comunidad Autónoma el correspondiente número medio de componentes de cada hogar, lo que hemos hecho a partir de la Tabla T-14 de los resultados publicados en la E.P.F. 1980-81, mediante una regresión potencial, que nos condujo a los resultados expuestos en el **Cuadro B-1**.

Una vez obtenidos dichos tamaños medios familiares, para obtener los ingresos per-cápita hemos pasado a repercutir equitativamente los ingresos de los hogares entre sus componentes y a calcular los correspondientes indicadores de bienestar y la matriz de dominancias que de ellos se deriva, y que quedan reflejados en los **Cuadros B-2 y B-3** respectivamente.

En el **Cuadro B-4** presentamos la ordenación a que éste segundo enfoque conduce.

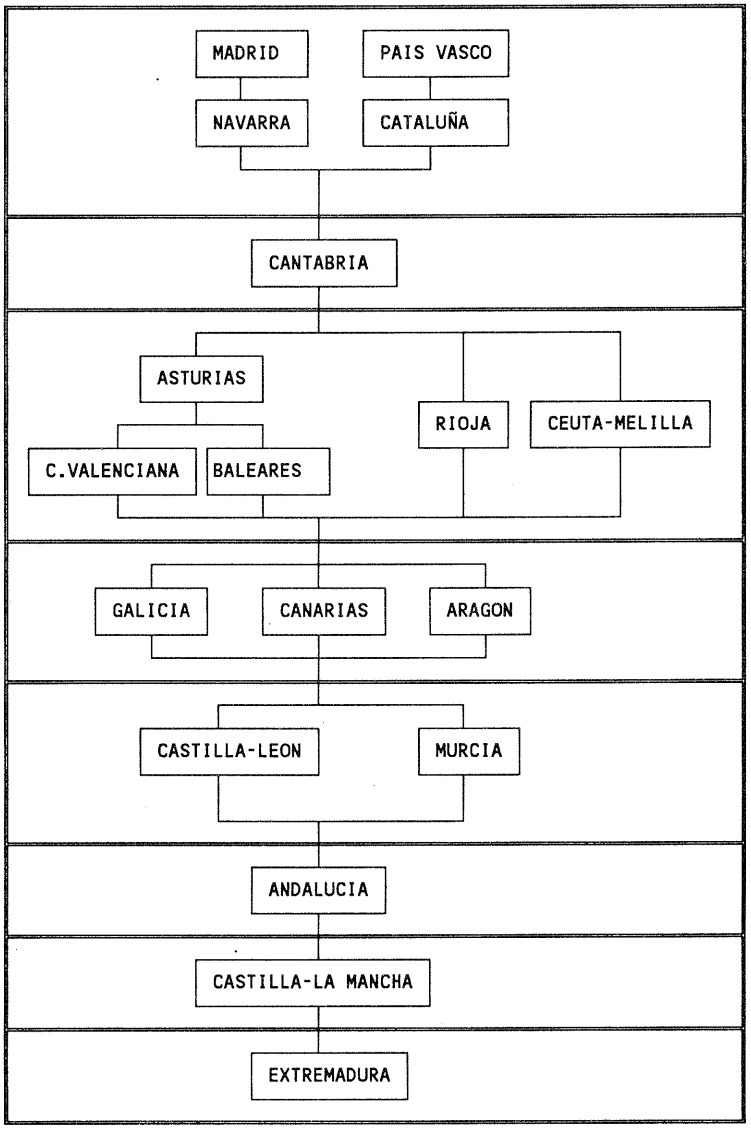
Cuadro A-1 . INGRESOS POR HOGAR: INDICES REGIONALES DE IGUALDAD Y BIENESTAR (ORDENACION)

	RENTA MEDIA	Gini	Atkin+0.5	Atkin-2.0	Cobb-Doug	Theil
ANDALUCIA	627821. (16)	.665 417759. (16)	.910 571461. (16)	.560 351565. (16)	.825 517700. (16)	.978 614193. (16)
ARAGON	738552. (10)	.661 487997. (11)	.907 669557. (11)	.534 394647. (13)	.817 603080. (11)	.974 719101. (11)
ASTURIAS	768812. (7)	.695 534674. (7)	.924 710728. (7)	.586 450467. (7)	.848 652193. (6)	.977 751239. (7)
BALEARES	749261. (9)	.674 505231. (10)	.916 686287. (10)	.599 448447. (8)	.837 627101. (10)	.972 728430. (9)
CANARIAS	696200. (13)	.672 467688. (13)	.913 635853. (13)	.575 400139. (11)	.831 578660. (13)	.974 678022. (13)
CANTABRIA	840534. (5)	.686 576902. (5)	.921 773814. (5)	.614 515920. (5)	.847 711538. (5)	.974 818644. (5)
CASTILLA-LEON	684131. (14)	.653 447032. (15)	.904 618253. (14)	.538 368026. (15)	.812 555590. (14)	.976 667661. (14)
CASTILLA-LA MANC	554098. (17)	.664 368097. (17)	.910 504249. (17)	.570 315696. (17)	.825 457391. (17)	.975 540519. (17)
CATALUÑA	906071. (4)	.700 633972. (4)	.927 839780. (4)	.616 557767. (2)	.856 775464. (4)	.981 888828. (4)
C.VALENCIANA	756958. (8)	.679 514079. (9)	.917 694166. (8)	.592 448110. (9)	.839 635096. (9)	.977 739752. (8)
EXTREMADURA	492723. (18)	.665 327604. (18)	.912 449141. (18)	.607 299102. (18)	.832 409777. (18)	.973 479462. (18)
GALICIA	699215. (12)	.672 469713. (12)	.914 639006. (12)	.572 399646. (12)	.831 581109. (12)	.976 682699. (12)
MADRID	970818. (1)	.670 650893. (2)	.913 885906. (1)	.567 550353. (3)	.830 805365. (2)	.975 946589. (1)
MURCIA	648274. (15)	.690 447328. (14)	.922 597991. (15)	.593 384451. (14)	.847 548971. (15)	.975 631759. (15)
NAVARRA	955478. (2)	.678 648253. (3)	.915 874357. (2)	.568 542530. (4)	.834 796903. (3)	.971 927376. (2)
PAIS VASCO	931307. (3)	.715 665474. (1)	.934 869418. (3)	.633 589582. (1)	.868 808413. (1)	.981 913773. (3)
LA RIOJA	733651. (11)	.736 539743. (6)	.944 692515. (9)	.681 499383. (6)	.887 650821. (7)	.981 719723. (10)
CEUTA-MELILLA	790767. (6)	.652 515682. (8)	.903 713771. (6)	.519 410406. (10)	.809 639587. (8)	.965 762834. (6)

Cuadro A-2. INGRESOS POR HOGAR: DOMINANCIAS SEGUN LOS INDICES REGIONALES DE BIENESTAR.

		13	16	15	9	6	3	10	4	17	18	12	5	2	7	14	1	8	11
13	MADRID			*		*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*
16	PAIS VASCO				*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*
15	NAVARRA					*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*
9	CATALUÑA					*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*
6	CANTABRIA						*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*
3	ASTURIAS							*	*			*	*	*	*	*	*	*	*
10	C.VALENCIANA											*	*	*	*	*	*	*	*
4	BALEARES											*	*	*	*	*	*	*	*
17	LA RIOJA											*	*	*	*	*	*	*	*
18	CEUTA-MELILLA											*	*	*	*	*	*	*	*
12	GALICIA														*	*	*	*	*
5	CANARIAS														*	*	*	*	*
2	ARAGON														*	*	*	*	*
7	CASTILLA-LEON																*	*	*
14	MURCIA																*	*	*
1	ANDALUCIA																	*	*
8	CASTILLA-LA MANC																		*
11	EXTREMADURA																		

Cuadro A-3. INGRESOS POR HOGAR: ORDENACION SEGUN LOS INDICES REGIONALES DE BIENESTAR.



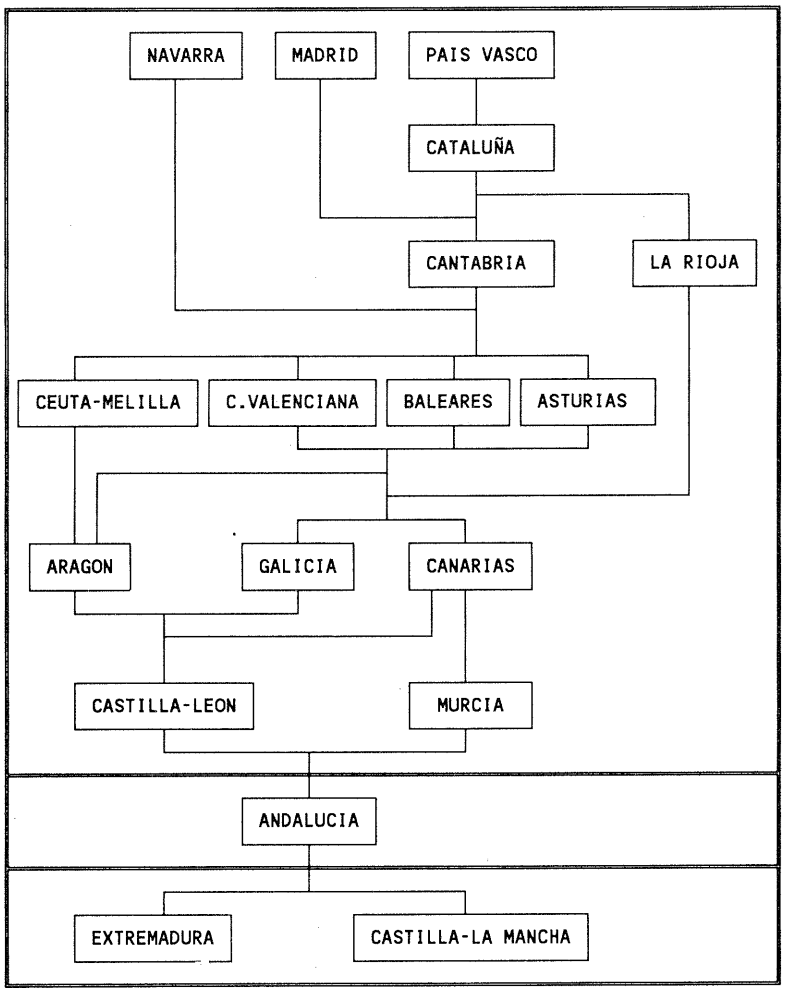
Cuadro A-4. INGRESOS POR HOGAR: CURVAS REGIONALES DE LORENTZ Y GENERALIZADA DE LORENTZ

Pi	.100	.200	.300	.400	.500	.600	.700	.800	.900	1.000
ANDALUCIA	.025	.067	.121	.187	.265	.357	.465	.593	.747	1.000
	15979.	41900.	75763.	117333.	166274.	223923.	292096.	372404.	469211.	627821.
ARAGON	.024	.063	.116	.185	.264	.357	.464	.589	.743	1.000
	17416.	46167.	85811.	136267.	194995.	263409.	342638.	434914.	549093.	738552.
ASTURIAS	.027	.069	.127	.198	.284	.382	.494	.621	.775	1.000
	20377.	53264.	97297.	152312.	218631.	293931.	379795.	477379.	595980.	768812.
BALEARES	.029	.072	.127	.192	.270	.363	.470	.596	.752	1.000
	21610.	54117.	94927.	144119.	202214.	272107.	352212.	446585.	563632.	749261.
CANARIAS	.026	.069	.124	.192	.272	.365	.470	.594	.747	1.000
	18306.	48000.	86424.	133760.	189675.	253770.	327007.	413610.	519786.	696200.
CANTABRIA	.029	.075	.134	.204	.284	.376	.481	.601	.748	1.000
	24340.	62935.	112518.	171110.	239014.	316368.	404248.	504911.	628796.	840534.
CASTILLA-LEON	.024	.063	.114	.179	.256	.348	.457	.585	.742	1.000
	16743.	42957.	78235.	122188.	175009.	238150.	312413.	399944.	507456.	684131.
CASTILLA-LA MANC	.026	.069	.121	.187	.266	.357	.462	.589	.744	1.000
	14572.	38254.	67317.	103703.	147242.	197568.	256181.	326300.	412301.	554098.
CATALUÑA	.028	.075	.136	.209	.291	.385	.493	.617	.764	1.000
	25617.	68201.	123412.	189126.	263926.	349026.	446824.	558889.	691802.	906071.
C.VALENCIANA	.027	.073	.131	.200	.279	.369	.474	.596	.747	1.000
	20470.	54927.	99296.	151466.	211049.	279247.	358582.	451117.	565765.	756958.
EXTREMADURA	.030	.075	.129	.192	.266	.354	.457	.582	.739	1.000
	14877.	37047.	63409.	94842.	131155.	174201.	225256.	286563.	364310.	492723.
GALICIA	.026	.068	.123	.189	.268	.362	.469	.598	.755	1.000
	18312.	47879.	85899.	132442.	187365.	252864.	328167.	418092.	527941.	699215.
MADRID	.025	.069	.127	.195	.272	.362	.466	.590	.746	1.000
	24501.	67044.	123311.	189092.	264133.	350984.	452191.	573158.	724643.	970818.
MURCIA	.027	.073	.133	.202	.282	.376	.485	.610	.763	1.000
	17277.	47078.	86074.	131182.	182998.	243838.	314133.	395327.	494596.	648274.
NAVARRA	.025	.068	.129	.201	.282	.373	.474	.595	.745	1.000
	23851.	65230.	123274.	191885.	269026.	356462.	453352.	568760.	711688.	955478.
PAIS VASCO	.029	.080	.145	.220	.304	.396	.501	.623	.775	1.000
	26625.	74745.	135117.	204904.	282718.	369044.	466606.	579970.	721986.	931307.
LA RIOJA	.034	.083	.147	.223	.310	.408	.523	.651	.800	1.000
	24609.	60937.	107630.	163513.	227239.	299596.	383455.	477631.	587277.	733651.
CEUTA-MELILLA	.022	.063	.114	.179	.254	.347	.454	.583	.744	1.000
	17732.	49635.	90543.	141159.	201207.	274077.	359214.	460807.	588654.	790767.

Cuadro A-5. INGRESOS POR HOGAR: DOMINANCIAS SEGUN LAS CURVAS GENERALIZADAS DE LORENTZ.

		16	9	13	15	6	3	4	10	17	18	5	12	2	7	14	1	11	8
16	PAIS VASCO		*			*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*
9	CATALUÑA					*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*
13	MADRID					*	*	*	*		*	*	*	*	*	*	*	*	*
15	NAVARRA						*	*	*		*	*	*	*	*	*	*	*	*
6	CANTABRIA						*	*	*		*	*	*	*	*	*	*	*	*
3	ASTURIAS											*	*	*	*	*	*	*	*
4	BALEARES											*	*	*	*	*	*	*	*
10	C.VALENCIANA											*	*	*	*	*	*	*	*
17	LA RIOJA											*	*		*	*	*	*	*
18	CEUTA-MELILLA													*	*	*	*	*	*
5	CANARIAS														*	*	*	*	*
12	GALICIA														*		*	*	*
2	ARAGON														*		*	*	*
7	CASTILLA-LEON																*	*	*
14	MURCIA																*	*	*
1	ANDALUCIA																	*	*
11	EXTREMADURA																		
8	CASTILLA-LA MANC																		

Cuadro A-6. INGRESOS POR HOGAR: ORDENACION SEGUN LAS CURVAS GENERALIZADAS DE LORENTZ.



Cuadro B-1. NUMERO MEDIO DE COMPONENTES DE LOS HOGARES DE CADA REGION PARA LOS PERCENTILES DE INGRESOS POR HOGAR

PERCENTILES	.05	.10	.15	.20	.25	.30	.35	.40	.45	.50	.55	.60	.65	.70	.75	.80	.85	.90	.95
ANDALUCIA	2.53	2.97	3.26	3.49	3.67	3.83	3.97	4.09	4.21	4.31	4.40	4.49	4.58	4.66	4.73	4.80	4.87	4.93	5.00
ARAGON	1.73	2.16	2.45	2.68	2.88	3.05	3.20	3.34	3.47	3.58	3.69	3.79	3.89	3.98	4.07	4.15	4.23	4.31	4.38
ASTURIAS	2.03	2.40	2.64	2.83	2.99	3.12	3.24	3.35	3.45	3.53	3.62	3.69	3.76	3.83	3.90	3.96	4.02	4.07	4.12
BALEARES	1.57	1.98	2.26	2.48	2.67	2.83	2.98	3.11	3.24	3.35	3.46	3.56	3.65	3.74	3.83	3.91	3.99	4.06	4.13
CANARIAS	2.37	2.88	3.22	3.49	3.72	3.91	4.08	4.24	4.38	4.51	4.63	4.75	4.85	4.95	5.05	5.14	5.23	5.31	5.40
CANTABRIA	1.80	2.25	2.56	2.81	3.02	3.20	3.36	3.51	3.64	3.77	3.88	3.99	4.10	4.20	4.29	4.38	4.46	4.55	4.63
CASTILLA-LEON	1.71	2.17	2.50	2.76	2.99	3.18	3.36	3.52	3.66	3.80	3.93	4.05	4.16	4.27	4.37	4.47	4.57	4.66	4.75
CASTILLA-LA MANCHA	2.12	2.59	2.91	3.16	3.38	3.56	3.72	3.87	4.00	4.12	4.24	4.35	4.45	4.54	4.63	4.72	4.80	4.88	4.96
CATALUÑA	1.63	2.06	2.37	2.61	2.82	3.00	3.16	3.30	3.44	3.56	3.68	3.79	3.89	3.99	4.09	4.18	4.26	4.35	4.43
C.VALENCIANA	1.81	2.26	2.57	2.82	3.02	3.20	3.36	3.51	3.64	3.77	3.88	3.99	4.09	4.19	4.28	4.37	4.46	4.54	4.62
EXTREMADURA	2.33	2.82	3.16	3.42	3.64	3.82	3.99	4.14	4.28	4.40	4.52	4.63	4.73	4.83	4.92	5.01	5.10	5.18	5.26
GALICIA	1.98	2.48	2.83	3.11	3.34	3.54	3.73	3.89	4.04	4.18	4.32	4.44	4.56	4.67	4.77	4.87	4.97	5.06	5.15
MADRID	2.08	2.48	2.74	2.95	3.12	3.27	3.40	3.52	3.62	3.72	3.81	3.90	3.97	4.05	4.12	4.19	4.25	4.32	4.37
MURCIA	2.22	2.67	2.97	3.21	3.40	3.57	3.72	3.85	3.98	4.09	4.19	4.29	4.38	4.47	4.55	4.63	4.71	4.78	4.85
NAVARRA	1.74	2.20	2.52	2.77	2.99	3.17	3.34	3.50	3.64	3.77	3.89	4.00	4.11	4.22	4.32	4.41	4.50	4.59	4.67
PAIS VASCO	1.48	1.94	2.28	2.56	2.79	3.00	3.19	3.36	3.52	3.67	3.82	3.95	4.08	4.20	4.31	4.43	4.53	4.64	4.74
LA RIOJA	1.72	2.15	2.44	2.68	2.87	3.04	3.20	3.34	3.46	3.58	3.69	3.80	3.89	3.99	4.08	4.16	4.24	4.32	4.39
CEUTA-MELILLA	1.76	2.22	2.55	2.81	3.03	3.22	3.39	3.54	3.69	3.82	3.94	4.06	4.17	4.28	4.38	4.47	4.57	4.66	4.74

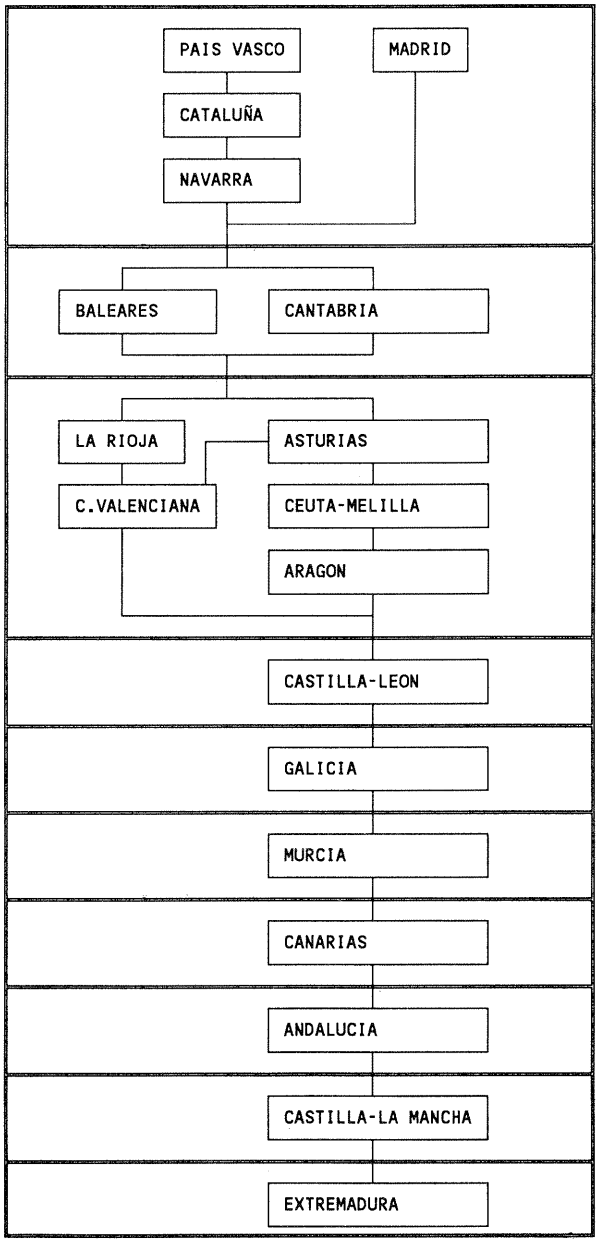
Cuadro B-2. INGRESOS PER CAPITA: INDICES REGIONALES IGUALDAD Y BIENESTAR (ORDENACION)

	RENTA MEDIA	Gini	Atkin+0.5	Atkin-2.0	Cobb-Doug	Theil
ANDALUCIA		.751	.951	.763	.905	.990
	152311. (16)	114348. (16)	144814. (16)	116164. (16)	137892. (16)	150730. (16)
ARAGON		.774	.959	.805	.921	.990
	217291. (9)	168282. (10)	208375. (10)	174813. (11)	200229. (10)	215079. (9)
ASTURIAS		.787	.964	.806	.929	.991
	227713. (7)	179305. (8)	219527. (7)	183546. (8)	211606. (7)	225573. (7)
BALEARES		.792	.965	.842	.934	.990
	235730. (5)	186814. (6)	227594. (5)	198425. (6)	220256. (6)	233405. (5)
CANARIAS		.774	.959	.808	.922	.990
	162199. (15)	125518. (15)	155516. (15)	131056. (15)	149468. (15)	160499. (15)
CANTABRIA		.803	.967	.856	.938	.991
	235162. (6)	188767. (5)	227442. (6)	201197. (5)	220650. (5)	232991. (6)
CASTILLA-LEON		.777	.960	.815	.924	.991
	190044. (12)	147652. (12)	182514. (12)	154858. (12)	175663. (12)	188373. (12)
CASTILLA-LA MANC		.769	.957	.803	.919	.990
	141312. (17)	108608. (17)	135275. (17)	113541. (17)	129824. (17)	139887. (17)
CATALUÑA		.824	.974	.880	.951	.994
	268309. (2)	221169. (2)	261388. (2)	236002. (2)	255139. (2)	266694. (3)
C.VALENCIANA		.794	.965	.843	.934	.992
	211866. (11)	168277. (11)	204452. (11)	178624. (9)	197867. (11)	210078. (11)
EXTREMADURA		.764	.955	.806	.916	.989
	117531. (18)	89755. (18)	112261. (18)	94723. (18)	107620. (18)	116184. (18)
GALICIA		.789	.965	.833	.933	.992
	176176. (13)	139083. (13)	169987. (13)	146698. (13)	164310. (13)	174706. (13)
MADRID		.763	.955	.787	.914	.989
	273655. (1)	208773. (4)	261294. (3)	215500. (4)	250067. (4)	270588. (1)
MURCIA		.789	.964	.824	.931	.990
	166404. (14)	131304. (14)	160474. (14)	137118. (14)	154975. (14)	164765. (14)
NAVARRA		.800	.966	.845	.935	.990
	267482. (4)	213857. (3)	258328. (4)	226111. (3)	250203. (3)	264785. (4)
PAIS VASCO		.859	.982	.918	.966	.996
	268083. (3)	230361. (1)	263356. (1)	246006. (1)	259080. (1)	266895. (2)
LA RIOJA		.858	.984	.916	.969	.995
	215903. (10)	185189. (7)	212476. (8)	197789. (7)	209202. (8)	214913. (10)
CEUTA-MELILLA		.772	.959	.804	.921	.988
	218471. (8)	168738. (9)	209517. (9)	175729. (10)	201288. (9)	215765. (8)

Cuadro B-3. INGRESOS PER CAPITA: DOMINANCIAS SEGUN LOS INDICES REGIONALES DE BIENESTAR.

		16	9	15	13	4	6	3	17	18	10	2	7	12	14	5	1	8	11
16	PAIS VASCO		*	*		*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*
9	CATALUÑA			*		*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*
15	NAVARRA					*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*
13	MADRID					*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*
4	BALEARES							*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*
6	CANTABRIA							*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*
3	ASTURIAS									*	*	*	*	*	*	*	*	*	*
17	LA RIOJA										*		*	*	*	*	*	*	*
18	CEUTA-MELILLA											*	*	*	*	*	*	*	*
10	C.VALENCIANA												*	*	*	*	*	*	*
2	ARAGON												*	*	*	*	*	*	*
7	CASTILLA-LEON													*	*	*	*	*	*
12	GALICIA														*	*	*	*	*
14	MURCIA															*	*	*	*
5	CANARIAS																*	*	*
1	ANDALUCIA																	*	*
8	CASTILLA-LA MANC																		*
11	EXTREMADURA																		

Cuadro B-4. INGRESOS PER CAPITA: ORDENACION SEGUN LOS INDICES REGIONALES DE BIENESTAR.



MODELIZACION REGIONAL (ANALISIS FUNCIONAL Y SOPORTE INFORMATICO). LOS MODELOS CATALUÑA 2000 Y BALEARES 2000

J. Arcarons y M. Parellada
Universidad de Barcelona

1.— INTRODUCCION

Los modelos en Dinámica de Sistemas constituyen una alternativa, ciertamente interesante, a la modelización econométrica clásica. Entre las características que definen sus puntos de partida, pueden señalarse las siguientes.

En primer lugar, la consideración de que cualquier modelo que pretende reproducir una realidad, dada la complejidad natural de ésta, no puede circunscribirse a las relaciones lineales o intrínsecamente lineals que están presentes en cualquier modelo econométrico. En este sentido, debe adelantarse que la especificación exacta de la forma funcional no es una preocupación constante en este enfoque de modelización.

En segundo lugar,y puesto que se parte de la idea que en la modelización debe tenerse en cuenta aquellas variables que en realidad determinan el sistema, no existe una estricta necesidad de datos referidos a un horizonte suficientemente amplio, para el numeroso conjunto de variables auxiliares consideradas en el modelo. En ausencia de estadísticas y de información sobre las mismas, pueden ser suficientes opiniones de expertos o valores que atiendan a determinadas hipótesis sobre el comportamiento de tales variables.

En tercer lugar, el proceso de estimación y contraste de los parámetros puede ser sustituido por un proceso alternativo de simulación global del modelo; en razón de que los parámetros estimados, si se parte de una estructura lo suficientemente compleja y cambiante, tampoco aportarán mejoras sensiblemente significativas a las que pueda proporcionar ese proceso de simulación.

En definitiva, los rasgos hasta ahora descritos permiten clasificar este enfoque de modelización (frente a la modelización fuerte, estricta y paramétrica que caracteriza a la Econometría) entre aquellos procedimientos de modelización suave (soft modeling) en los que también se incluye, por ejemplo, el análisis input-output.

Hechas las apreciaciones precedentes, cabe preguntarse qué tipo de aportaciones y aplicaciones podemos encontrar en una técnica de modelización como la Dinámica de Sistemas, para poder ser utilizadas en el ámbito del análisis y la modelización económica regional.

Obviamente, no puede pensarse, puesto que ello sería contravenir los principios que inspiran a la propia metodología, que el modelo de Dinámica de Sistemas pueda ser utilizado como un modelo normativo, estrictamente causal y capaz de proporcionar predicciones precisas a corto y largo plazo (como si cabría hacerlo con un modelo econométrico). Es, en todo caso, en su potencia de simulación y en su capacidad de generar múltiples escenarios de simulación, donde reside la principal atracción para su uso. Por ello, las interpretaciones que puedan hacerse de los resultados que aporte el modelo en Dinámica de Sistemas deberán tener en cuenta la plausibilidad y mantenimiento de las hipótesis manejadas en la construcción y diseño de los escenarios de simulación.

En este contexto, la reciente elaboración del modelo Baleares 2000 que en sus líneas generales recupera las especificaciones desarrolladas en el modelo Cataluña 2000, nos permiten introducirnos en algunas de las características generales de esta forma de modelización, de la cual hay varios precedentes para otras regiones de la economía española.

2.— CARACTERISTICAS GENERALES DE LOS MODELOS: ESCENARIOS, SUBMODELOS, DIVISION ZONAL Y HORIZONTE TEMPORAL

Tanto el modelo Cataluña 2000 como el modelo Baleares 2000 tienen por objeto preveer el comportamiento de las respectivas economías en el horizonte del año 2000.

Sin embargo, más allá de los resultados obtenidos, que son presentados en escenarios y, por tanto, en función de hipótesis de comportamiento de determinadas variables, es necesario poner el énfasis, sobre todo, en la modelización en su conjunto, la cual es, en sí misma, el objetivo sustancial de los trabajos.

Para sistematizar los resultados se han diseñado tres diferentes escenarios generales basados en el comportamiento global y sectorial de las siguientes variables: consumo privado, consumo público, formación bruta de capital, exportaciones menos importaciones y productividad media sectorial. En lo que hace referencia al modelo Cataluña 2000 se distingue las exportaciones de las importaciones, constituyéndose ambas, en sendas variables escenario. En cambio en el modelo Baleares 2000 la importancia del consumo turístico ha aconsejado distinguir dentro del consumo privado el consumo privado de residentes del de no residentes constituyéndose, también en este caso, ambas como variables escenario independientes.

En consecuencia, los componentes de la demanda final junto con las productividades sectoriales constituyen las variables escenario consideradas en ambos modelos. Con la determinación exógena de los crecimientos anuales acumulativos de estas variables se han diseñado tres escenarios. En lo que hace referencia al modelo Cataluña 2000, el primer escenario responde básicamente a las previsiones incorporadas en el «Programa Económico a Medio Plazo» del Gobierno convenientemente extrapoladas al año horizonte del estudio, con un fuerte crecimiento de la productividad. El segundo escenario, más expansivo, reproduce básicamente, las tendencias observadas en el período 1967-1981, con un crecimiento débil de la productividad. El tercer escenario, de más estancamiento, reproduce en cambio básicamente, las tendencias observadas en el período 1975-1981, con un débil crecimiento de la productividad.

En el modelo Baleares 2000 el diseño de los escenarios responde a un planteamiento similar aunque no coincidente con el del modelo Cataluña 2000. En este caso, los tres escenarios recogen básicamente tres tendencias: una refleja el comportamiento observado de la economía balear en el período 1973-1981; la segunda refleja el comportamiento de la economía balear en el período 1973-1981; y la tercera refleja la extrapolación de las tendencias observadas en la economía balear en el período 1981-1987. Dichas tendencias combinadas con diferentes hipótesis de comportamiento de la productividad media sectorial permiten definir los tres escenarios. Así, el primero, sería un escenario de débil crecimiento con débil crecimiento de la productividad; el segundo, de crecimiento moderado con fuerte crecimiento de la productividad; y el tercero, de fuerte crecimiento con fuerte crecimiento de la productividad. Combinando así las tendencias señaladas anteriormente con los comportamientos seleccionados de la productividad sectorial.

En relación a la estructura de los modelos cabe decir que el modelo Cataluña 2000, se estructura en seis submodelos: el de actividades económicas agregadas y sectorializadas, de ocupación, de población, de actividades económicas en servicios sociales, de usos del suelo y submodelo agrario. En cambio, el modelo Baleares 2000 abarca, fundamentalmente, lo que hace referencia a los tres primeros submodelos mencionados en el modelo Cataluña 2000, esto es el submodelo agregado o de actividades económicas —que incluye el de ocupación— y el submodelo de población.

Tanto en un modelo como en otro, el submodelo agregado de actividades económicas es referido a todo el ámbito territorial de la región. Los submodelos restantes distribuyen sus resultados atendiendo a desagregaciones específicas. En el caso del modelo Baleares 2000 dicha desagregación es la que hace referencia a las tres grandes islas que componen el archipielago balear, en el caso de Cataluña 2000 abarca a nueve zonas diferentes.

En este último caso, la división por zonas tiene una base fundamentalmente comarcal. Excepto la zona primera, la Corporación Metropolitana de Barcelona (de características específicas), el resto de zonas se obtiene por agregación de comarcas. Pero, además, las zonas así obtenidas se

corresponden con la división provincial, cosa que facilita la utilización de informaciones estadísticas adicionales.

Por otro lado, la actividad económica se presenta desglosada sectorialmente. En el modelo Cataluña 2000 dicho desglose sectorial abarca el sector agrario, industrial, construcción, servicios sociales y otros servicios. En cambio, en el modelo Baleares 2000 se ha añadido un sector más de servicios que es el de hostelería y similares, como lógica consecuencia de la específica especialización sectorial que tiene la economía balear en relación a la economía catalana.

No es necesario decir que la selección de los submodelos mencionados no deja de ser al final una división arbitraria, útil sin embargo, a efectos de la explicación del contenido del modelo. Dicho esto y aceptando la configuración sobre la base de los submodelos de actividades económicas y de población, es necesario decir que se producen interrelaciones entre ellos, fundamentalmente a través de la población ocupada. Más concretamente, se podría decir tanto en uno como en otro modelo, que el submodelo agregado estima el crecimiento de la producción total, lo cual junto con la hipótesis de comportamiento de la productividad permite determinar la variación de la ocupación total. Esta, una vez desagregada zonalmente, puede ser comparada con el comportamiento de la población activa que se determina en el submodelo de población y obtener de esta manera, una estimación de los flujos migratorios que afectarán las estimaciones iniciales sobre el comportamiento poblacional.

Tanto el modelo Cataluña 2000 como el modelo Baleares 2000 presentan sus resultdos distinguiendo lo que sería el período estricto de simulación con un período que podríamos calificar como de evaluación de los modelos. Así pues, el modelo Cataluña 2000 toma como año de referencia el año 1981 y realiza la simulación entre el año 1982 y el 2000. Por tanto durante el período 1982-1984, dado el momento en que se realiza el modelo, la simulación se convierte en evaluación de los resultados del modelo. En el caso del modelo Baleares 2000 la simulación se ha realizado entre el período 1985 y el año 2000 y en este caso, es el período 1985-1988 el que permite evaluar los resultados del modelo, en la medida en que se pueden contrastar los resultados obtenidos con los que suministran las diferentes fuentes estadísticas disponibles. Teniendo en cuenta esto, se puede decir que se ha constatado un aceptable funcionamiento de los modelos en los años mencionados, dado que los resultados obtenidos no han diferido notablemente de los observados.

Finalmente es necesario señalar que se ensayó tanto en el modelo Cataluña 2000 como en el modelo Baleares 2000, versiones del modelo que permitiesen endogeneizar algunas de las variables escenario utilizadas y reducir por tanto el número de variables exógenas. En el caso del modelo Baleares 2000 se estimaron relaciones funcionales a partir de las series históricas de los datos que configuran la estimación del cuadro macroeconómico de las Baleares. Concretamente, se seleccionaron aquellas relaciones funcionales que hacían depender el consumo privado de residentes y la formación bruta de capital del consumo público y del PIB del año anterior y el saldo neto con el exterior del consumo privado de los no residentes y, también, del PIB del año anterior. Sin embargo, la inclusión de estas relaciones en el modelo generaban un conjunto de comportamientos que impedían obtener resultados aceptables lo que se puede atribuir a un conjunto de factores que irían desde la mayor o menor idoneidad de los datos utilizados hasta la relevancia del período a los efectos de su utilización en una prognosis que se extiende hasta el año 2000 o el efecto acumulativo de los comportamientos estimados. Por todo ello se decidió no incluir en el modelo las citadas relaciones funcionales, reservando esta posibilidad para diseños futuros.

3— LOS SUBMODELOS DE ACTIVIDADES ECONOMICAS Y POBLACION

Si nos referimos a los submodelos que podríamos considerar como homogéneos tanto en el modelo Cataluña 2000 como en el modelo Baleares 2000 esto es el submodelo agregado (que incluye el submodelo de ocupación) y el submodelo de población, se podría decir que el submodelo agregado o de actividades económicas es, sobretodo, un modelo input-output de estimación del valor añadido bruto. Esto quiere decir que el producto total de los sectores definidos se obtiene

a partir del resultado de multiplicar el vector que refleja la demanda final neta de importaciones con la matriz inversa de coeficientes técnicos totales de la tabla input-output correspondiente. La aplicación de un ratio entre el producto interior y el producto total permite obtener los productos interiores brutos sectoriales y a partir de ellos, las ocupaciones sectoriales en base al comportamiento de la productividad de cada sector tal y como ha sido definida.

A este respecto es necesario advertir que el vector que refleja la demanda final neta de importaciones por sectores se estima anualmente mediante una tasa de crecimiento que es definida en los escenarios mencionados y que se aplica a cada uno de los componentes de la demanda final: consumo privado (distinguiendo entre residentes y no residentes en el modelo baleares 2000), consumo público, formación bruta de capital, exportaciones e importaciones (saldo exportaciones menos importaciones en el modelo Baleares 2000). Todos ellos, menos el consumo público y la formación bruta de capital, estiman con un diferente ritmo de crecimiento el comportamiento sectorial de la variable considerada. Esto permite poner de manifiesto el diferente dinamismo que, dentro de una determinada tendencia, puden llegar a alcanzar cada uno de los seis sectores definidos en los modelos.

Conviene precisar que la utilización de variables escenario como son la de los diferentes componentes de la demanda final obliga a utilizar la matriz de coeficientes técnicos totales y no la matriz de coeficientes técnicos regionales, lo cual, evidentemente, introduce rigideces adicionales en la prognosis obtenida como consecuencia de la constancia de estos coeficientes técnicos.

Una vez obtenido para cada uno de los años del período el vector sectorial de los productos interiores brutos, las ecuaciones del submodelo estiman las ocupaciones totales para cada uno de los sectores mediante la utilización de los valores correspondientes a la productividad media de estos sectores. La agregación de las ocupaciones sectoriales permite obtener la ocupación total.

A partir de aquí el modelo Cataluña 2000 y el modelo Baleares 2000 difieren sensiblemente. En el caso del modelo Cataluña 2000 esta ocupación total así obtenida es la que se distribuye zonalmente mediante unas funciones de distribución específicas. En cambio, en el modelo Baleares 2000, a partir de la población ocupada total, el modelo distingue la población ocupada residente y la no residente. La fórmula, por la cual el modelo estima ambos tipos de población ocupada, vincula la participación de la población ocupada no residente en la ocupada total con el incremento interanual de la población ocupada total dentro del conjunto balear. Esta relación se ha determinado a partir de la observación del comportamiento registrado en Baleares en el período 1981-1987 en relación al cual se dispone de los datos necesarios. No es necesario decir que esta distinción, como la que se ha introducido dentro del consumo privado distinguiendo consumo privado de residentes del de no residentes, se corresponde con la espicificidad de la economía balear en relación a la economía catalana. En el caso de la distinción entre consumo privado de residentes y de no residentes obviamente, esto es consecuencia del impacto del fenómeno turístico en las islas baleares. Por otro lado, la importancia de la ocupación estacional no residente que influye de una manera sensible en los niveles de ocupación total de las islas Baleares, es consecuencia, también, de la importancia del fenómeno turístico.

A partir de aquí los dos modelos pasan a elaborar sus resultados para el conjunto de la región a desglosarlos para cada una de las zonas consideradas. Tanto en un caso como en otro los modelos elaboran funciones específicas de distribución que están en función fundamentalmente de la disponibilidad de datos existentes.

Como consecuencia de todo ello, los submodelos de actividad económica —y de ocupación—, determinan la población ocupada (residente en el caso del modelo Baleares 2000) para cada uno de los años de la simulación y para cada una de las zonas consideradas.

El submodelo de población intenta representar el comportamiento poblacional de cada una de las zonas consideradas. Parte de la población masculina y femenina agrupada por intervalos quinquenales de edad desde 0-4 años hasta 75 años y más. A partir de estas pirámides de edad correspondientes al año de base (1981 en el caso del Cataluña 2000, 1985 en el caso del Baleares 2000) los modelos estiman la población de cada uno de los intervalos de edad para cada año como resultado de la población del mismo intervalo del período anterior corregida por un factor de paso entre

los intervalos de edad (en los modelos se considera la diferencia entre las quintas partes de los niveles inferior y superior al tratado en cada caso). De la población de cada intervalo se deducen las defunciones habidas en cada intervalo y se añade el saldo migratorio correspondiente. Evidentemente, en el primer intervalo de edad, el factor de paso entre intervalos ha de tener en cuenta los nacimientos del período, obtenidos a partir de la aplicación de las tasas de fecundidad de cada uno de los intervalos considerados, distribuidos zonalmente. El último intervalo, en cambio, puesto que es un intervalo semiabierto, el factor de paso ha de considerar solamente la fracción de población que proviene del intervalo anterior. En este proceso las defunciones se han obtenido utilizando un vector de tasas de mortalidad específico para cada intervalo de edad y sexo, constante en el tiempo e igual para todas las zonas.

A efectos operativos este proceso, representativo del movimiento demográfico de cada una de las zonas, diferencia en dos niveles. En un primer nivel se trata de estimar la población inercial es decir la población que habría si se hiciese abstracción de los movimientos migratorios. En este caso como hemos señalado, las variaciones de la población están provocadas solamente por la mortalidad y por la natalidad. En el submodelo los nacimientos se obtienen aplicando unas tasas globales de fecundidad para cada zona a la población femenina en edad fertil y las defunciones aplicando unas tasas de mortalidad (por sexo y por intervalo de edad) a la población correspondiente. Poniendo en relación esta población inercial con las correspondientes tasas de actividad por sexo y por zonas se obtienen las cifras de población activa inercial.

En un segundo nivel se determinan los movimientos migratorios y su impacto en la evolución de la población de cada zona. En este caso, difiere sensiblemente la especificación definida en el modelo Cataluña 2000 de la del modelo Baleares 2000. Sin duda el intento de hacer endógeno en el modelo la estimación del movimiento migratorio es una de las características que lo diferencian de otros modelos destinados a fundamentar las predicciones demográficas a partir de la adopción de hipótesis «ad hoc» sobre el comportamiento futuro de las migraciones. En el modelo Cataluña 2000, se pretende establecer el número de emigrantes activos haciendolo depender de la tensión de ocupación (la diferencia entre la ocupación total y la población activa inercial), ponderada, en el caso de las emigraciones, por un factor de ajuste. Las cifras de emigraciones de activos multiplicadas por la inversa de la tasa de actividad nos da el número total de emigrantes (es decir, suponemos que cada emigrante activo va acompañado de un número de emigrantes no activos igual a la proporción no activos/activos existente en cada período). Las cifras de emigrantes totales (distribuida por sexo e intervalos de edad de acuerdo con una pirámide de edad específica) sumadas a las cifras de población inercial nos dan la población total —masculina y femenina— para cada uno de los intervalos de edad. La población activa se obtiene de la suma de la población activa inercial y los migrantes activos (en caso de haber emigrantes activos la cifra se resta de la población activa inercial).

No hay que decir que en este planteamiento la determinación del factor de ajuste migratorio constituye un elemento determinante por la sensibilidad que muestra el modelo en relación a su comportamiento.

En este caso este factor que equivale, como se ha dicho, al cociente entre el saldo migratorio y número de parados, se ha obtenido a partir de datos históricos. De ahí que la disponibilidad de información estadística puede facilitar el mayor rigor en la estimación de dicho factor.

En síntesis se puede decir que en el modelo Cataluña 2000 una situación en la cual el número de la población activa inercial sea inferior a la población activa ocupada generará un flujo inmigratorio de activos equivalente a la diferencia, en cambio en la situación contraria, se generará un flujo emigratorio que dependerá del factor mencionado.

En el modelo Baleares 2000 la situación que se contempla es claramente otra, porque la información estadística disponible permite constatar la existencia de cifras de paro sensibles con flujos inmigratorios. En este caso el flujo de migraciones totales (activos e inactivos) se obtiene a partir de la población parada residente, es decir a partir de la diferencia entre la población activa —que se supone residente— y la población ocupada residente. La relación, por tanto, entre los migrantes totales y los parados residentes se ha obtenido a partir de la estimación de la función entre ambas

variables que refleja el comportamiento de estas en el período comprendido entre el año 1981 y 1987 para el conjunto de las Baleares. La aplicación de esta función lineal permite obtener los inmigrantes o emigrantes anuales en función del paro residente.

El mismo procedimiento se ha aplicado a cada una de las tres islas y se han elaborado así tres funciones independientes que relacionan las dos variables mencionadas. En este caso, sin embargo, las funciones tienen la virtualidad no tanto de estimar la cifra de migrantes correspondientes a cada isla, sino sobre todo la de distribuir los migrantes obtenidos para el conjunto balear entre cada una de las tres islas.

Una vez calculada la cifra de migrantes totales y distribuida por sexos o intervalos de edad el procedimiento en el caso del modelo Baleares 2000 es similar al explicado para el modelo Cataluña 2000.

4.— SOPORTE INFORMATICO

Una de las características más relevantes de los modelos Cataluña 2000 y Baleares 2000 lo constituye la posibilidad de desarrollar informáticamente ambos modelos. Y, en consecuencia, la posibilidad de realizar simulaciones sin límite y con una velocidad de proceso extraordinariamente elevada.

El soporte informático del modelo Baleares 2000, ha sido diseñado para ser operativo en el siguiente equipo informático:

(i) Microordenador IBM-PC-XT (AT) o compatible.
(ii) Memoria 640 Kb.
(iii) Coprocesador matemático 8087 (80287).
(iv) Sistema Operativo D.O.S. 3.2. o posterior.

El software correspondiente viene recogido en un diskette flexible de $3^{1/2}$ ó $5^{1/4}$ que contiene, además de los módulos ejecutables que constituyen las partes esenciales del modelo, algunos otros programas auxiliares para facilitar su instalación y posterior manejo y uso.

El modelo informático distingue dos inputs esenciales: los datos estructurales (en los que la posibilidad de modificación suele ser muy reducida) y los datos coyunturales que configuran los escenarios de simulación. Para ambos inputs el programa reserva sendos archivos con presentaciones determinadas. La capacidad de generar escenarios de simulación es, pues, ilimitada y, en cualquier caso, requiere siempre la definición de un archivo que contenga los datos del escenario en cuestión.

En cuanto a la velocidad de proceso, ésta puede variar de un equipo a otro en función del procesador utilizado. No obstante, la realización completa el hallar valores para más de 200 variables) no excede, en ningún caso, los 2 minutos de tiempo real; incluyéndose en ese tiempo la generación del correspondiente archivo de datos que podrá visualizarse en el monitor o, llegado el caso, reproducirse su contenido a través de impresora.

El lenguaje utilizado para el desarrollo del modelo informático es el FORTRAN-77, para el cual se dispone en el mercado de los correspondientes compiladores, siendo uno de los más destacados el que comercializa Ryan-McFarland (1989).

En el caso del modelo Cataluña 2000 la implementación informática del mismo se ha llevado a cabo en un entorno de gran ordenador. Concretamente, se ha utilizado el equipo informático de la Universidad de Barcelona cuyo elemento más destacado es el sistema IBM 3090 (170).

También en este caso, el modelo ha sido desarrollado en FORTRAN-77 en su versión para sistema operativo CP/VM/CMS (cuya referencia técnica puede encontrarse en IBM (1988)), que soporta la utilización en sistemas de IBM-370, 30xx, 43xx y 9370.

Las características de esta versión son muy similares a las descritas para el caso del modelo Baleares 2000, en lo que se refiere a la estructura interna de funcionamiento.

Las diferencias más notables entre ambas implementaciones se sitúan, obviamente, en el terreno de la velocidad de proceso y en el ámbito de la portabilidad del propio sistema. En el primer caso, no cabe duda que la opción gran ordenador es harto preferible y, además, se facilita el manejo de sistemas más complejos en el que el número de variables puede aumentar en forma considerable, sin que ello repercuta en la capacidad de simulación. En el segundo caso, la opción microordenador se configura como una forma sencilla y rápida, con costes prácticamente despreciables, de adaptabilidad a cualquier otra situación. Sin embargo, cabría matizar que los complicadores a los que se ha hecho referencia tienen una compatibilidad muy elevada, razón por la cual el paso de una a otra versión tiene una solución poco costosa.

BIBLIOGRAFIA BASICA

VARIOS AUTORES: *Modelo Baleares 2000, FUNDESCOOP*, Madrid, 1989.

VARIOS AUTORES: *Modelo Cataluña 2000*. Estudi prospectiu sobre la demanda de sòl a Catalunya. Dirección General de Política Territorial del Departamento de Política Territorial y Obras Públicas de la Generalitat de Catalunya. Barcelona, 1984.

MARTINEZ J. y REQUENA A.: *Dinámica de sistemas* (2 vols.). Alianza Editorial. Madrid, 1986.

ARACIL J.: *Introducción a la dinámica de sistemas*. Alianza Editorial. Madrid, 1983.

IBM: *VS Fortran (Versión 2)*. «Language and Library Reference. Release 3». IBM Corporation. California, 1988.

McFARLAND Ryan: *IBM Personal Computer Professional Fortran*. IBM Corporation. Florida, 1989.

LA NUEVA DIVISION TERRITORIAL DEL TERMINO MUNICIPAL DE SEVILLA

Enrique López Lara
Manuel Marchena Gómez
Universidad de Sevilla

INTRODUCCION

Trataremos en las páginas siguientes de mostrar las particularidades técnicas y el proceso de concepción y gestación de la nueva división distrital del municipio de Sevilla. Es un intento de reflexión de los autores luego de haber asesorado al Ayuntamiento de la ciudad en el diseño y elaboración de la propuesta financiera, y por unanimidad de todos los grupos políticos, aprobada recientemente. En cualquier caso, no huiremos el examen de ciertas cuestiones —menos territoriales y más de contenido socio político y económico—, que configuran básicamente el método de análisis espacial y demográfico seguido para la delimitación de los nuevos distritos.

Así, en primer lugar, presentaremos de forma esquemática los presupuestos y fundamentos técnicos que (en sintonía de análisis-diagnóstico) se han pergueñado a la hora de establecer la propuesta definitiva de reordenación distrital del término municipal de Sevilla.

Tarea no fácil es presentar una evolución somera de los factores y elementos —de variada raigambre y operatividad— que han dado luz a la nueva reordenación distrital de Sevilla, partiendo de la base fundamental que la ha permitido y presidido, tanto en la vertiente política como técnica: el proceso de desconcentración y descentralización de las fuciones de ámbito municipal, en aras de fomentar y desarrollar la participación ciudadana.

De modo que, en segundo lugar, entraremos de lleno en el análisis de los problemas que «a priori» pensamos puede conllevar este proceso de, para nosotros, clara desconcentración y de muy reducida descentralización de las funciones de gestión municipal. Pero hasta llegar ahí, convendrá como seguidamente se verá describir el camino formal de la propuesta técnica.

FUNDAMENTACION LEGAL DE LA DIVISION DEL TERMINO MUNICIPAL EN DISTRITOS

Hay que buscar en la redacción de la Ley 7/85, de 2 de abril, reguladora de las Bases de Régimen Local (L.B.R.L.), en su art. 24, la fundamentación jurídica que posibilita la implantación de las Juntas Municipales de Distrito: «...los municipios podrán establecer órganos territoriales de gestión desconcentradora, con la organización, funciones y competencias que cada Ayuntamiento les confiera...», teniendo en cuenta, y así queda establecido en esta misma Ley, la capacidad de autoorganización municipal.

De esta citada L.B.R.L. también se deduce que la regulación de los órganos complementarios, en general, y de las Juntas Municipales de Distrito en particular se reserva —siempre y cuando se respete los preceptos básicos— a los municipios en sus Reglamentos orgánicos (Art. 20). En Ayuntamiento de Sevilla aprobó (26 de noviembre de 1986) un Reglamento Orgánico para la regulación de las citadas Juntas.

En cuanto a la variante territorial, el Reglamento de Población y Demarcación Territorial (julio 1985) señala que «es competencia del Ayuntamiento la división del término municipal en distritos y en barrios y las variaciones de los mismos».

Finalmente, se ha de señalar que no existen criterios uniformadores de la configuración de los Distritos que estén recogidos en textos legales.

SINTESIS ESQUEMATICA DE LA EXPERIENCIA DE ORGANIZACION TERRITORIAL INTRAMUNICIPAL

Otro de los preceptos que se analizaron y tuvieron en cuenta en los estudios previos a la propuesta definitiva fue el estudio de la experiencia —europea y nacional— sobre el desarrollo de la descentralización municipal y la participación ciudadana. Esta, según se deduce (Upsala, Göteborg, Stuttgart, Milán, Colonia, Londres, Marsella, Madrid, Barcelona...) —aunque con las particulares circunstancias que caracterizan a cada una de las ciudades— ha condicionado el número y, por tanto, el tamaño de los Distritos.

Del examen de la experiencia europea y la más reciente española en materia de descentralización se deduce que la reordenación territorial se ha llevado a cabo teniendo en cuenta dos presupuestos básicos:

a) en la delimitación de los distritos han primado las zonas con historia y personalidad propias y

b) la búsqueda de límites a ámbitos de gestión válidos para la atribución de competencias.

Igualmente se ha podido observar cómo a menudo se da una combinación de ambos preceptos, priorizando el más adecuado a cada caso en función de:

a) atribución de competencias a los Distritos de carácter consultivo e informativo, y

b) atribución de competencias de carácter decisorio de gestión.

En los casos estudiados de la experiencia española (Madrid, Barcelona, Zaragoza, Bilbao, Córdoba...) aparece como objetivo generalizado el fomentar la Participación a través de órganos de competencias decisorias y carácter representativo. Es por ello que predomina una organización territorial basada en distritos grandes y, cuando así no ha sido, ésta se encuentra en proceso de revisión.

DESCRIPCION DE LA EVOLUCION URBANA DE SEVILLA

De la misma forma que resulta imprescindible el estudio del pasado, siquiera sea someramente, de una persona para comprenderla y entenderla, el análisis de la evolución a lo largo del tiempo de una ciudad —en especial para el caso de Sevilla, desde la antigua «Hispalis»— se presenta como necesario para aprehender su conformación —territorial, económica y social— actual.

De esta manera se llevó a cabo un más que interesante estudio en dicha evolución que, por fortuna, cuenta con mágníficos análisis históricos y geográficos (Marín de Terán, 1980; Aguilar Piñal, 1982; Domínguez Ortiz, 1984; Morales Padrón; 1983; Blanco Frejeiro, 1984, etc...). Tema que, además, sigue como campo de investigación de futuras tesis y monografías que no dudamos aportarán más luz al conocimiento del pasado de nuestra ciudad (entre las que cabe destacar el análisis del profesor Ordóñez Aguila sobre Hispalis romana). No nos detendremos aquí en la explicitación de las variables y mutaciones que a lo largo del tiempo ha ido sufriendo el entramado urbano de Sevilla, aunque si nos gustaría resaltar que todavía hay interesantes documentos y cartografía histórica —por ejemplo la obra de Dr. Ph. Hauser (1982) —que requerirían un análisis más somero dada la ingente información que contiene su «Topografía Médica» de la Sevilla de finales de XIX (Urteaga, 1920).

ESTUDIO DEMOGRAFICO DE LA CIUDAD DE SEVILLA

Uno de los criterios fundamentales que ha guiado este proceso de prognosis de división territorial ha sido el demográfico. Su importancia deviene por un cúmulo de circunstancias, a saber:

— la anómala y desigual distribución de los efectivos demográficos en los distritos actuales,

— el mismo objetivo último que da vida al proceso de descentralización —desconcentración: el acercar los servicios y sus equipamientos a la población, es decir, fomentar su participación,

— la información —de variado tipo y funcionalidad— que puede extraerse mediante la explotación de los datos del Padrón (1986): desde los aspectos referentes a la distribución espacial de

la población —a nivel de máxima desagregación, la sección censal— hasta variables tales como la estructura, dinámica y caracterización socio-económica de aquélla, todas ellas suceptibles de variados y profusos análisis espaciales.

Por todo ello, se procedió a un vaciado pormenorizado de la información contenida en El Padrón Municipal de habitantes del año 1986, para lo cual se contó con el sistema informático del Servicio de Estadística Municipal. Gracias a éste, se pudo desagregar la mayor parte de la información contenida en el Padrón Municipal de habitantes a la unidad mínima disponible: la sección censal.

Los items especialmente cuidados y analizados, tras un previo y arduo proceso de elaboración cartográfica (planos del término municipal de Sevilla a escala 1/10.000 para cada uno de los temas tratados), fueron:

— distribución de la población, a través del indicador de densidad demográfica, instrumento eminentemente geográfico al otorgar dimensión territorial a los discontinuos volúmenes de población dispuestos sobre el espacio (Marchena Gómez, 1988) de fácil cálculo, teniendo en cuenta además que la relación es más óptima cuando menor sea la superficie valorada.

— estructura por edades de la población sevillana, haciendo especial hincapié en el grado de envejecimiento de la población según zonas.

— y, sobre todo, la situación socio-económica según los sectores de actividad predominantes.

La caracterización señalada por cada item para cada una de las secciones censales del municipio de Sevilla ha servido e base sumaria —contando con un instrumento de primaria importancia, la visualización cartográfica (tras el tratamiento estadístico oportuno)— para esbozar unos primeros límites que sirvieran de pauta general. Evidentemente, el tráfago de información, dado su nivel de desagragación, es susceptible de más prolijos y sustanciales análisis en vías de realización por los que suscriben estas líneas.

Una síntesis escueta y rala de las principales conclusiones a que nos llevó todo el proceso descrito puede ser la que sigue:

— distribución desigual de los efectivos demográficos en el interior del municipio, es decir, una clara desigual densidad en la ocupación del suelo, ya vislumbrada en anteriores análisis (Cruz Villalón, 1986). De este modo se denota un Casco Histórico de baja densidad (entre 100 y 200 hab./ha.), rodeada de una corona fuertemente poblada, para ir descendiendo el peso demográfico conforme nos vamos alejando hacia la periferia. Pero, considerando que el nivel global de la densidad de la periferia es realmente débil, hay que tener en cuenta que la población no se halla dispersa homogéneamente por toda la corona exterior, sino concentrada en núcleos tales como Torreblanca, Bellavista, Parque Alcosa... con densidades superiores a 200 hab./Ha. Asimismo, es de interés resaltar que sólo dos puntos se encuentran en umbrales considerados como de «hacinamiento» (alrededor de los 500 hab./ha.), en zonas, por otra parte absolutamente diferenciadas sociológicamente. Se trata, al norte, de la zona comprendida por las Hermandades del Trabajo y Villegas y, al este, una zona comprendida en los sectores limítrofes de Triana y Los Remedios. A estos núcleos principales de alta concentración se deben añadir los denominados Barrios A, B y D del Polígono de San Pablo, y el sector de Los pajaritos (Almoguera Sallent, 1985).

— respecto a la estructura demográfica, nos encontramos ante una ciudad todavía joven pero con una marcada evolución hacia un progresivo envejecimiento. Las causas de ello han de buscarse en el descenso de la natalidad producido en las últimas décadas, así como la obstensible reducción de las tasas de inmigración; Es en el Casco Antiguo donde este envejecimiento, aún sin ser excesivamente importante, se manifiesta con mayor intensidad. Por contra, las áreas periféricas son las que poseen índices más bajos de envejecimiento. Dado que existen indicios de que no se va a repetir un espectacular crecimiento del saldo emigratorio, cabe pensar que sería en las zonas periféricas donde se registren mayores aumentos de población, si bien no muy ostensible, dado que ofrecen un mayor potencial de crecimiento vegetativo. Esta tendencia sólo se ve matizada por una leve recuperación de la función residencial en el Casco Antiguo.

— En cuanto a los sectores de actividad de la población ocupada, se observa un absoluto predominio, en toda la ciudad, del sector terciario. Dentro de éste, la principal rama es la de «Entidades financieras, seguros, servicios...», incluso por encima de actividades como comercio y hostele-

ría. Llama la atención la parquedad de activos en empleos industriales (manufacturas o transformación). Más, si un análisis espacial de la Rama de población ocupada —dada la gran igualdad existente en todo el territorio— ofrece poca información significativa, no ocurre lo mismo con la localización de los índices de paro y la Rama de actividad a que se declaran pertenecer los activos desocupados.

Los índices de paro se sitúan mayoritariamente en el intervalo que engloba los porcentajes 30 y 50% (la media del índice de paro para la ciudad alcanza el 31%). Espacialmente, lo cual no significa un número absoluto de población, las mayores extensiones de dicho intervalo se localizan en la periferia inmediata al Casco Antiguo y «Centro extendido», entendiéndose como tal el corredor que va desde San Bernardo a la Cruz del Campo, entre Luis Montoto y Ramón y Cajal. Así, las grandes concentraciones de los índices cercanos al 50% se encuentran al norte, en una franja que extiende entre las calles Jiménez Díaz y Cruz Roja y la Avenida de Miraflores para penetrar, a través de León XIII y La Esperanza, en el sector comprendido entre la Alameda de Hércules y Macarena, en el mismo Casco. Siguiendo el sentido de las agujas del reloj, la «corona del paro» se extiende a un amplio sector al este de la Cruz del Campo y, a partir de Ramón y Cajal, la línea de ferrocarril Sevilla-Cádiz, hasta llegar al límite del término municipal. Este sector se encuentra limitado al norte por un pasillo menos castigado —intervalo de 16 a 20%—, comprendido entre las carreteras de Córdoba y Málaga y, al sur, por la zona deprimida —índices superiores al 51%— de las Letanías, Polígono Sur y La Oliva. De igual modo, dentro de éste, se localizan áreas con índices superiores al 50% en las zonas de Amate, Tres barrios y Torreblanca. Finalmente, ya al oeste del río, en una franja que comprende las calles Betis y Pagés del Corro —extendida más al norte en las áreas de Alfarería y Turruñuelo— se localizan índices comprendidos entre el 30 y el 51%.

Esta primera corona se ve flanqueada al norte por una amplia zona de porcentajes superiores al 51% (desde el Nuevo Cauce del Arroyo Tamarguillo hasta el fin del término municipal) y al soroeste (Tablada y alrededores de Bellavista) por un sector situado en el intervalo entre el 21 y el 30%, con la sola excepción del núcleo de Bellavista (entre el 31 y el 50%).

Las Ramas de actividad predominante entre los activos desocupados se insertan dentro del Sector Terciario, siendo la principalmente declarada la relativa a «Comercio y hostelería», compartida en algunos casos con «Instituciones financieras, seguros y servicios» que, como ya se analizó anteriormente, era la prevaleciente dentro de los efectivos ocupados. Este esquema se presenta, sobre todo, en las zonas co índices de paro comprendidos entre el 31 y el 50%.

Por otra parte, las zonas menos castigadas (suroeste, sector sur del Casco Antiguo y lo que se ha denominado «centro extendido») o bien existe un mayor predominio de parados comprendidos en «Instituciones financieras, seguros y servicios» o bien no destaca ninguna rama en concreto. Por contra, en las zonas afectadas por el paro, éste se vuelve bien industrial o bien escasamente cualificado, compartiendo la Rama dominante «Comercio...» con «Industria...» y «Construcción». Asimismo, al norte del término municipal, en la zona delimitada con porcentajes superiores al 51%, es también la zona en donde mayor presencia hay de parados agrícolas.

Esta correlación entre índice de paro y cualificación profesional de la Rama de actividad declarada, hace suponer un agudizamiento de la situación de desempleo en aquellas zonas donde ya actualmente significa un grave problema.

DIVISIONES SECTORIALES DE LA CIUDAD DE SEVILLA

Uno de los aspectos hasta la fecha menos tratados —a pesar de su manifiesta relevancia dada la repercusión que para el conjunto de la población ha tenido y sigue teniendo— ha sido el análisis de las diferentes divisiones territoriales de la trama urbana correspondientes a las distintas Administraciones (Estatal, Autonómica o Municipal). Estas, a priori, se basan en criterios funcionales que no deben resultar homogéneos puesto que puede presumirse que no han existido criterios de delimitación comunes, ni mucho menos, intentos de homogeneización.

Se procedió de idéntica forma que en preceptos anteriores. Para ello se contó con la inestimable ayuda del Profesor Fernando LOPEZ PEREZ, que se encargó de este bloque en su totalidad. Recopilación de la información —divisiones intraurbanas según sectores— y plasmación cartográfica de éstas. El método comparativo entre las distintas divisiones daría luz a las líneas/divisiones más representativas y reiterativas de la ciudad.

Las diferentes divisiones administrativas sectoriales analizadas, de las que se adjunta esquematización cartográfica representativa, fueron: distritos postales; Servicio de Correos y Telégrafos; Administración de Hacienda; Oficinas de INEM; Atención Primaria de Salud; Comisarías de Policía; Registros de la Propiedad; Atención y Consulta de las Casas de Socorro; Area de acción de las Estaciones de Depuración de Aguas Residuales.

Este análisis, de manera someramente expuesta, nos llevó a las siguientes consideraciones:

— nunca las diferencias sociales, demográficas o económicas, son tan nítidas que permitan delimitaciones exactas. Más que líneas divisorias habría de contemplarse zonas de transición, mapas o menos amplias.

— la complejidad de la vida local, producida por el engrandecimiento de la ciudad, la modernización de los servicios y la propia dinámica social ha llevado a que los distintos servicios efectuaran divisiones que les parecieron oportunas para que facilitaran su realización.

— las distintas divisiones territoriales se han realizado basadas en la necesidad exclusiva de un sector concreto y determinado, ignorando lo que otras administraciones, o servicios, han realizado. La experiencia nos demuestra que no siempre es la función la que crea el órgano, y éste es un claro ejemplo de ello. Las divisiones territoriales se han hecho, no de forma caprichosa, pero sí basadas en criterios de disponibilidad financiera, funcionarial o de culquier otro tipo, que desvirtúan la operatividad de las mismas, imponiendo graves restricciones a la eficiencia proyectada.

— La diversidad de criterios plasmada en las nueve divisiones analizadas conduce necesariamente a la ruptura de unidades significativas de relaciones intrazonales. Se producen solapamientos y disfunciones importantes, puesto que hay competencias concurrentes en áreas concretas de actuación llevadas a cabo por más de un servicio o administración.

— Esta multitud de divisiones lleva necesariamente a confusión al ciudadano, que primero ha de identificar qué administración gestiona el servicio que precisa para averiguar en qué zona se encuentra, dentro de la delimitación llevada a cabo por el mismo.

— La comparación de los perímetros de las diversas divisiones funcionales realizadas sobre el plano ciudadano nos indican que éstas, mayoritariamente se basan en una disposición radial, con núcleo excéntrico, y cuyos radios coinciden con las grandes arterias sevillanas.

EVOLUCION Y DISFUNCIONALIDAD DE LAS DIVISIONES DISTRITALES DE SEVILLA

Uno de los capítulos del estudio se dedicó al examen de los tres procesos conocidos de organización territorial de Sevilla: el primero, anterior a 1820 —según reza en documento (Edicto) felizmente hallado en el Archivo Municipal sobre designación de «Alcaldes Constitucionales», en el que se hace referencias a unas «Demarcaciones» existentes en la Ciudad en función de la «salubridad y seguridad de la población», el segundo de 1863 y el tercero y último hasta el presente de 1967. Más de un siglo separan los dos últimos y ya han pasado más de dos décadas de intensas transformaciones desde que se realizara la vigente división.

Una breve reseña de las conclusiones a que llevó este análisis nos lleva a comentar lo que sigue. A pesar de su raigambre histórica y de su apogeo en la Modernidad (s. XVI y XVII) como «puerto y puerta de Indias», Sevilla no ha experimentado, como otras muchas ciudades capitalinas, un desarrollo horizontal en el espacio —extramuros— hasta bien entrado el s. XX (GONZALEZ DORADO, 1975). Ello ha posibilidado, en parte, la larga vida de la primera delimitación propiamente dicha, la de 1863.

Las disfuncionalidades de ésta (desigual volumen demográfico entre los distintos Distritos, discontinuidad de algunos de los límites...) tras la expansión en mancha de aceite demográfica, urba-

nística y económica de la ciudad, hicieron evidente la necesidad de iniciar un nuevo proceso de compartimentación distrital que intentaba ser más racional y operativo.

El resultado, los actuales Distritos, un total de 10, como en la compartimentación anterior (1863), a efectos de «no tener que ampliar ni reducir el número de los Tenientes de Alcalde». Por lo que se refiere al número de habitantes, los umbrales se situaban en el momento de su aprobación entre los 32.687 del Distrito V y los 71.335 para el Distrito X.

Las diez zonas distritales sevillanas siguen una pauta radial desde el núcleo cercado por la antigua muralla, siguiendo las líneas marcadas por la N - IV, N - 344, Carretera de Utrera y Avda. de la Palmera. Se aprecian algunas delimitaciones discutibles, por ejemplo, el sector Centro se reparte entre dos distritos (I y II), siguiendo una línea paralela marcada por Alfonso XII), Almirante Apodaca, y la Barriada de El Tardón que se encuentra ubicada dentro del sector Los Remedios.

Desde una estricta perspectiva espacial, la actual división se caracteriza por:

— la compartimentación del casco histórico en dos distritos (I y II), lo cual dificulta en gran manera las actuaciones que se puedan plantear para el desarrollo del casco histórico,

— la individualización de los distritos en la margen derecha del río (Triana III y Los Remedios IV),

— sendos distritos en los puntos cardinales Norte (X) y Sur (V) que han evolucionado a un ritmo demográfico muy superior al resto del territorio.

— Y lo que pudieramos conceptualizar como la «vorágine». Este, en el sentido de que cuatro distritos (VI, VII, VIII y IX) se reparten la margen oriental del término municipal hispalense. La irregularidad de los actuales límites en la citada «cuña Este» no ayuda, por otra parte, a la necesaria identificación social con el territorio.

Resulta evidente que los grandes ejes infraestructurales de la ciudad (principales arterias viaria, ferrocarril y río) representan las líneas claves de compartimentación partiendo, eso sí, de una realidad insoslayable, cual es la existencia de un casco histórico central que «condiciona» y/u «obliga» a la creación de una estructura radial. El eje viario previsto por el PGOU, sin embargo, puede llegar a modificar, en buena parte, esta estructura, fomentando las relaciones en sentido longitudinal (norte-sur).

Prescindiendo de que sean criterios «tecnocráticos» (MARTIN GARCIA, 1986) o de otra índole los que llevaron a este dibujo y prescindiendo también de su operatividad en su momento, lo que hoy parece incuestionable es su disfuncionalidad. Por un lado, nos encontramos con que las diferencias en cuanto volúmenes demográficos interdistritos son excesivas, abarcando desde los 21.161 del Distrito II a los 142.285 del X. Por otro, desde la década de los 60, Sevilla ha desarrollado una serie de cambios físicos dentro y fuera de su entorno urbano. Asimismo, sin ser minuciosos, hay que apuntar cambios en la movilidad, red urbana de transportes y en los hábitos de compra.

En definitiva y concretizando al máximo, se han de establecer seis motivos por los cuales se justifica el replanteamiento de una nueva delimitación de los ámbitos territoriales de los Distritos, que son:

1.— La necesidad de una distribución más racional de la población, evitando la actual desigualdad demográfica.

2.— La búsqueda de una distribución más racional del territorio que favorezca la identificación social con el ámbito básico de la Administración.

3) Adecuación de los Distritos no sólo a la realidad urbana, social y demográfica actual, sino también a las previsibles transformaciones producidas por el P.G.O.U. y la cita de la Expo—92.

4) Favorecer, mediante los elementos de racionalidad expresados con anterioridad, la desconcentración de funciones, con carácter general, a todos los distritos.

5) Evitar, en la medida de los posibles, un encarecimiento desmesurado de los costes de prestación de servicios desconcentrados.

6) Conseguir que los Distritos Municipales sean el cauce ideal, gracias a la desconcentración, para desarrollar las medidas que adopte la Corporación tendentes al fomento real de la participación ciudadana.

PROPUESTA DE NUEVA DIVISION TERRITORIAL DE SEVILLA

A continuación se pasa a la descripción de los deslindes de la propuesta de nueva división territorial del término municipal de Sevilla. En la elaboración de dicha propuesta se jugó con el Informe técnico elaborado por los que suscriben estas líneas del que, entre otros aspectos, se subrayó una serie de condicionantes a tener en cuenta, a saber:

1) Los nuevos distritos deben presentar un volumen demográfico que permita llevar a cabo la desconcentración administrativa al mayor nivel posible y sin que ello suponga unos costes que no justifiquen el proceso.

2) En el diseño final de los límites se debe tener muy en cuenta la red viaria básica, determinante en gran medida, de las relaciones espaciales en el interior de la ciudad. Y no sólo en el interior, sino también con el exterior al otorgar accesibilidad a unos puntos en detrimento de otros (LOPEZ LARA, 1988). En este sentido es imprescindible abordar la reordenación con la máxima ambición temporal posible de la aplicación de lo previsto por el Plan General de Ordenación Urbana, máxime si tenemos en cuenta que no se trata de una previsión a largo plazo, sino de obras que a la hora de elaborar la propuesta se encuentran ya en diferentes momentos de su ejecución.

3) Por otra parte, el carácter de nudo central del Casco Histórico condiciona en gran medida las posibles propuestas de división territorial. En torno a esa «almendra» se extienden las grandes vías de comunicación intrazonal, bien con carácter radial (Avda. de Pino Montano. Carretera de Carmona-Kansas City, Luis Montoto, Eduardo Dato, Héroes de Toledo, Carretera de Utrera, Avda. de La Palmera), bien con carácter concéntrico (Ronda Histórica, Avda. del Tamarguillo, Carretera de Su Eminencia-Circunvalación Exterior). Estos grandes ejes definen, de una u otra forma, la mayor parte de las divisiones sectoriales estudiadas.

4) Cualquier tentativa de división debe buscar el difícil equilibrio, perdido por la irregularidad morfológica del término municipal y el tipo de crecimiento que se ha dado en su interior, entre la población y el territorio. El objetivo que así se intenta cumplir es el de compensar la existencia de amplios sectores del territorio con muy baja densidad incrustados entre los centros de población. De no contemplarse una actuación en este sentido, se consolidará la existencia de vacíos urbanos, zonas muertas para el aprovechamiento ciudadano.

5) En último lugar, aunque no en importancia, los nuevos Distritos deben servir de marco para las relaciones sociales y ciudadanas. Sus habitantes han de sentir parte integrante de un medio que les sea propio, familiar. Con una personalidad en la que indentificarse y apta para relacionarse con su entorno ciudadano y metropolitano.

Con esta serie de condicionantes como prospectiva analítica y con la premisa de partida —opción desconcentradora y fomentadora de la participación— la propuesta definió seis Distritos, que son los que se describen a continuación. No obstante, hay que apuntar, la propuesta no fue cerrada y rígida, pues se contemplaba la posibilidad de adscribir determinadas unidades urbanísticas en diferentes Distritos contiguos.

DISTRITO A

— Límites: Glorieta de los Marineros Voluntarios. Puente del Generalísimo, Río, Término Municipal (Isla de La Cartuja), Río, Rondas (Resolana), Glorieta de los Marineros Voluntarios. Dichos límites coinciden con los del Casco Antiguo de la ciudad.

Posibles alternativas: la Isla de la Cartuja puede no integrarse en el Distrito A. También se puede integrar únicamente el sector comprendido entre su vértice sur y el puente previsto en el sector Norte, para tráfico, hasta el término municipal. Esta línea separa el espacio propiamente de exposiciones del espacio previsto para otro tipo de equipamiento.

Se podría integrar a este Distrito el triángulo formado por el Prado de San Sebastián y el Parque de María Luisa (Plaza D. Juan de Austria, Avda. Carlos V. Avda. de la Borbolla, Avda. de Eritaña, Glorieta de México, Avda. de Moliní, Santiago Montoto, Glorieta de los Marineros Voluntarios).

Ninguna de las tres alternativas implican variaciones demográficas.

— Posibles denominaciones: «Centro» — «Casco Antiguo».

— Población (1986): 55.552 habitantes.

DISTRITO B:

— Límites: Autovía de San Pablo (desde el término municipal), Carretera de Carmona, Ronda de Capuchinos, Resolana, Río, término municipal (incluyendo la pieza limítrofe a Camas), Autovía de San Pablo. Coinciden los referidos límites con los del actual Distrito X.

— Posibles alternativas: se le puede integrar la Isla de La Cartuja, bien en su integridad, bien únicamente el sector Norte, comprendido entre el término municipal y el puente previsto para tráfico rodado sobre La Cartuja, sin implicar, por ello, variaciones demográficas. La posible inclusión del sector comprendido entre la Carretera de Carmona, Kansas city, María Auxiliadora y José Laguillo supone un incremento de 25.800 habitantes.

— Posibles denominaciones; «Macarena» — «Norte».

— Población (1986): 142.285 habitantes.

DISTRITO C

— Límites: Carretera Carmona (desde Capuchinos — María Auxiliadora), Kansas City, Autovía de Circunvalación, Luis Montoto, Avda. del Tamarguillo, Héroes de Toledo, Ramón y Cajal, Enramadilla, Avda. Carlos V, Plaza D. Juan de Austria, Rondas, Carretera de Carmona.

— Posibles alternativas: la alternativa básica consiste en definir un límite alternativo completo entre este Distrito y si limítrofe en el Este, por lo que se contempla como caso específico al final.

— Posibles denominaciones: «Nervión» — «Nervión — San Pablo».

— Población (1986): 127.746 habitantes.

DISTRITO D:

— Límites: Avda. del Tamarguillo (desde Héroes de Toledo), Luis Montoto, Autovía de Circunvalación, Autovía de San Pablo, término municipal, Héroes de Toledo, Avda. del Tamarguillo. Nota: en el vértice sur del cruce Héroes de Toledo — Carretera de Su Eminencia se encuentran los edificios Toledo I y Toledo II, únicas viviendas situadas en el Distrito definido.

— Posibles alternativas: las mismas que el anteriormente apuntado.

— Posibles denominaciones: «Torreblanca» — «Sevilla Este» — «Torreblanca — Aeropuerto».

— Población (1986): 134.412 habitantes.

DISTRITO E:

— Límites: Glorieta de los Marineros Voluntarios, Avda. del Cid, Plaza D. Juan de Austria, Avda. Carlos V, Enrramadilla, Ramón y Cajal, Héroes de Toledo, término municipal, Río, Glorieta de los Marineros Voluntarios.

— Posibles alternativas: desgajar de este ámbito el triángulo formado por Prado de San Sebastián y Parque de María Luisa, definido entre las alternativas al Distrito «A», sin que ello represente variaciones demográficas de consideración.

— Posibles denominaciones: «Heliópolis» — «Porvernir» — «Sector Sur» y la posibilidad de añadir al nombre elegido «Bellavista».

— Población (1986): 107.569 habitantes.

DISTRITO F:

— Límites: término municipal, carretera a Huelva-Badajoz, Río, término municipal (toda la margen derecha a excepción de la Isla de la Cartuja).

— Posibles alternativas: se puede integrar en este ámbito La Cartuja en su totalidad o únicamente el sector sur de la misma, hasta el puente previsto para tráfico rodado.

— Posibles denominaciones: «Triana» — «Triana» — Los Remedios».

— Población (1986): 86.408 habitantes.

Finalmente queda reseñar una alternativa más a los límites entre los distritos «C» y «D». Fue este uno de los problemas más complicados que se plantearon para la definición de los ámbitos territoriales. En lo que se puede denominar «Cuña Este» se concentraron más de 260.000 habitantes de una forma muy desigualmente repartida, lo que genera un conflicto entre el mantenimiento de equilibrios demográficos y territoriales de las propuestas sin romper con unidades sociales y urbanísticas. Un límite alternativo propuesto sería, partiendo de Kansas City: Antioquía, Utrera Molina, Carretera de Málaga, General Luis de Alarcón de la Lastra. Carlos Marx, Avda. Juan XXIII, Puerto de los Alazores, Tarragona, Avda. del Tamarguillo (hasta su confluencia con Ramón y Cajal).

La adopción de este límite, en lugar del planteado, supondría una variación considerable en cuanto al equilibrio demográfico. El distrito «C» contaría con una población de 146.506 habitantes, mientras que la población del Distrito «D» quedaría en 115.652. Debemos tener también en cuenta el crecimiento que se está dando en la actualidad en el sector del Distrito «C» más cercano a las Rondas.

¿DESCENTRALIZACION O DESCONCENTRACION?

El examen de lo anterior advierte de los intentos, de rigor técnico ante una división distrital de la ciudad de Sevilla configurada por móviles políticos y de gestión. En efecto, razones económicas: recursos muy escasos y deficitarios, indujeron, de un lado, a la racionalización de la división en no más de seis distritos, de otro, a la configuración de espacios sociales heterogéneos con capacidad tributaria, en un futuro, equilibrada.

Mientras que una concepción política quizás en exceso pragmática aconsejó la gobernabilidad del municipio, dado la experiencia de otras ciudades, desechando a corto plazo la idea de los consejos de barrio y de cierto taifismo ingestionable y demagógico. Al fin la propuesta de delimitación geográfica fue aprobada por unanimidad de los grupos políticos representados en el Pleno del 29 de marzo de 1989.

En la propuesta diseñada, el grupo socialista incluyó para su aprobación un punto —el cuarto— que sólo obtuvo la mayoría de los votos de los partidos de izquierda. En éste se habla, confusamente, de unidades intradistritales para prestación más integrada de servicios luego, es decir, a largo plazo «una vez consolidado el proceso de desconcentración». El citado punto no convenció al P.P. ni al P.A. porque para estos grupos municipales se deducía la mala conciencia, según ellos, de no haberse consensuado anteriormente el Consejo de Barrios.

Nos interesa resaltar, al hilo de los expuesto, dos hechos. El primero la consciencia de que la participación —entendida como HOPENHAYN (1988)— se logra verdaderamente cuanto más pequeño es el territorio administrado (CORAGGIO, 1988), pero ello en la actualidad es improbablemente aplicable por la falta de medios y la misma crisis del Estado del Bienestar (GOUGH, 1982). Además, la reorganización territorial de la administración no es suficiente para impulsar la modificación de las bases económicas, políticas e ideológicas del poder en una sociedad de mercado y multiclasista; por lo tanto, lo que parece factible de lograr con este tipo de reforma es, esencialmente, que las estructuras del poder centralizado, en este caso en el Ayuntamiento, se multipliquen y dispersen territorialmente (MATTOS, 1988).

Ello supone, incluso jurídicamente, aspecto no disimulado y explicitado por los ediles sevillanos, un proceso no de descentralización política (de creación de un nuevo ente jurídico con capaci-

dad decisional plena y no tutelado), sino de expresa desconcentración, como lo entiende CURBELO (19867. A saber, este concepto se refiere al traspaso de autoridad a niveles inferiores de la estructura administrativa, pero siempre bajo el control del diseño burocrático definido centralmente. La desconcentración suele ser justificada, y este es nuestro caso, en términos de eficiencia administrativa.

Las características orgánicas de esta desconcentración efectiva que se desea implantar en el municipio de Sevilla será analizada en el siguiente epígrafe pormenorizadamente. Pero aquella se enmarca en un proceso social evolutivo de auténtico cambio delimitado por tres elementos. Por una parte, la crisis económica ha acarreado un debilitamiento de los movimientos urbanos clásicos, donde las clases populares se ven enfrentadas, con problemas más urgentes, tales como el desempleo, la disminución del ingreso, la capacitación de los jóvenes y su acceso al mercado de trabajo, mientras emerge la marginalidad y las capas medias se repliegan en estrategias orientadas a defender sus ventajas relativas (PRETECEILLE, 1987). En segundo lugar, la crisis de la izquierda en su visión, entre otras cosas, de la instrumentación urbanística; quizás el control de la dinámica social fehaciente, por medio de un planeamiento activo (LANGUMIER, 1988). En fin, el virage unánime en la gestión económica hacia el mercado, la desregulación y el neoliberalismo, con su constante presión hacia la fiscalidad regresiva y un claro manejo político conservador, así como las escasas ventajas concretas obtenidas por la mayor parte de los asalariados de base, argumentados en el modelo al uso so pretexto de competitividad y cambio tecnológico (CASTELLS, 186), han producido un efecto de desencanto, de decepción y desmovilización. De todos modos la situación política actual es demasiado incierta para que la pendulación hacia el neoliberalismo pueda ser considerda como irreversible (FANJZYLBER, 1988) y es previsible la resurrección de los movimientos sindicales y urbanos con un estilo renovado e interclasista.

Por tanto la escala local, entendida como espacio intraurbano (CANO, 1985) se ve impelida por cuestiones de gestión y de honda crisis en los presupuestos conocidos como convencionales en la demanda ciudadana a una efectiva descentralización, considerándose, éste es el caso del municipio de Sevilla, como más real la desconcentración administrativa. Pero enmarcados los grandes problemas que determinan los demás comportamientos sociales, existen otros obstáculos, más concretos de Sevilla pero comunes a otras ciudades, que incluso dificultan la misma desconcentración.

El proceso desconcentrador puede estrangularse por excesiva premura y presión de la oposición, ya que dadas las actuales circunstancias sería preferible el saneamiento y consolidación de los servicios centrales que su trasferencia inminente. Ello cuando se cuenta con un «trade-off» considerable, como es que habrá que proceder primero a la apertura de las sedes distritales, aprovechándose normalmente localizaciones óptimas de antiguas instalaciones. En estos momentos, los actuales distritos derogados cuentan con una raquítica burocracia: dos administrativos (cuando los hay) y un funcionario de empleo que abre, cuida y cierra el edificio. Además, la política llevada hasta ahora en el ámbito distrital tiene muchos más contenidos sectoriales que territoriales. Quiere decir esto que son las Areas (Juventud, Deportes, Servicios Sociales...) del Ayuntamiento centralizado o de instituciones delegadas de éste las que proveen el funcionamiento de ciertas actividades en los distritos.

La idea, ya que no existe sino voluntad política del pleno municipal y no un presupuesto, o mejor dicho, programa presupuestario regulado a tal efecto, es la de transferir homogénamente y con carácter general, como ha ocurrido en Madrid y Barcelona, los servicios y la burocracia que se consideren oportunos a los distritos. No obstante, por razones específicas o experimentales algunas actividades podrían ser ejercidas por solo uno o más distritos (Art. 18 del Reglamento). En las ciudades anteriormente citadas tal intención fue realizable porque existía una mínima infraestructura, en Sevill habría que crearla sino se darían casos de desequilibrio en la absorción del servicio. En este sentido, un caso conflictivo será en un futuro la Isla de la Cartuja (la sede física de la Expo'92), pieza territorial apetecida por cualquier distrito contiguo. La solución política y unanimemente aprobada es la de (según el tercer punto del Pleno ya mencionado) asignarla espacialmente al nuevo Distrito de Triana-Los Remedios, pero como se dice literalmente «el conjunto de equipamiento de todo tipo susceptible de utilización por los vecinos del resto de Sevilla, será com-

partido por los Distritos Casco Antiguo, Macarena y Triana». Fórmula demasiado ambígua y que si no se precisa más convenientemente puede ser fuente de tensiones en 1993.

En cualquier caso dos serán los problemas de medio plazo en la obtención afortunada de la desconcentración administrativa a través de los nuevos distritos, dificultades estructurales que hemos observado en otros procesos similares (MARCHENA, 1985):

a) La creación de nuevos servicios homogéneamente en cada uno de los nuevos distritos, en el caso de Sevilla, sixtuplicarán los actualmente radicados en las sedes centrales. De modo que nos hallamos ante un coste económico difícil de asumir sin reformas fiscales profundas ya que habitualmente la recaudación desconcentrada de los servicios no paga completamente la nuev burocracia, sin un aparato disciplinar también costoso e impopular.

b) Pero puede que más importante, aunque lo anterior no es precisamente baladí, es lo ocurrido en Barcelona, por ejemplo. Cuando se desconcentra se multiplica geométricamente la demanda en la satisfacción del servicio y, por tanto, la gestión. Así se complica considerablemente la máquina burocrática originándose episodios de frustación en la gestación del proceso, realmente preocupantes. Al coste económico deberá, paradójicamente, añadírsele el coste social no deseado.

La desconcentración distrital sevillana para su éxito tendrá que contar necesariamente con tales conflictos que parece, por otra parte, ineludibles en el camino de conformación. De éste, como haremos seguidamente, será oportuno conocer cuáles son sus alcances y contenidos reglamentarios.

REGLAMENTACION DE LA NUEVA ORGANIZACION DISTRITAL DESCONCENTRADA

La primera conclusión que puede extraerse del análisis del Reglamento de los Organos de los Distritos (Aprobado definitivamente en el Pleno del 29 de marzo de 1989) es la de la expresa intención sólo desconcentradora, perfilada en términos decisorios escasamente inmunes, muy tutelados centralmente en su gestión y recortada ostensiblemente la capacidad de iniciativa (inmunidad, tutela e iniciativa según CURBELO, 1988). Efectivamente, las Juntas Municipales de Distrito, como órganos territoriales de gestión desconcentrada tendrán los siguientes fines y objetivos fundamentales (Art. 4 del Reglamento): eficacia en la prestación de servicios, coordinación con los órganos centrales del Ayuntamieno, fomentar la participación ciudadana, facilitar la información de las actividades y acuerdos, garantizar la legalidad y la solidaridad, y el equilibrio interdistrital y de los barrios que integran su ámbito territorial de actuación. En suma gestión de servicios y ser oído y cauce de la participación posible. Pero, en concreto, estas funciones serán las que el Alcalde y el Pleno del Ayuntamiento les deleguen, considerándose al Distrito como vehículo de las aspiraciones ciudadanas, que deberán ser resueltas casi inevitablemente por el Ayuntamiento Central. De todos modos el Alcalde según el Art. 51 del Reglamento, podrá suspender los acuerdos de las Juntas Municipales de Distrito, no sólo, cosa obvia, cuando vulneren el ordenamiento jurídico vigente, sino para garantizar la unidad de gobierno y gestión del municipio. El alcalde, por otro lado, es el Presidente nato de todas las Juntas (Art.8). La composición numérica de las referidas Juntas estará integrada no según los efectivos demográficos de cada uno de los distritos, sino proporcionalmente a los resultados electorales obtenidos por los partidos políticos, en un número mayoritario: once. A las asociaciones de vecinos se les asigna una cifra de tres vocales. Uno de las Asociaciones de Padres de Alumnos, y tres al resto de las llamadas Entidades ciudadanas, entendidas (Art. 6) como «las Asociaciones que no tengan ánimo de lucro, comunidades de propietarios y cualquier otra entidad que tenga por objeto la defensa de los intereses generales o sectoriales de los vecinos de Sevilla, y cuyos fines no sean exclusivamente de carácter político, sindical, mercantil o religioso». Nuestra lectura de estas Entidades ciudadanas es doble, contando con que suponen la misma proporcionalidad representativa que las Asociaciones de vecinos, pareciendo que se quiere sellar su crisis. En primer lugar, puede ser refugio de intereses corporativos reactivos y en segundo lugar, el posible sendero de participación de colectivos alternativos más dinámicos pero mucho menos organizados que los anteriores: los representantes de las tres Asociaciones referidas serán elegidos en sufragios específicos (Art. 9 y 10).

Pero serán los partidos políticos, con toda seguridad, como correas de transmisión de las decisiones del Pleno municipal los detentadores del poder en la Junta de Distrito. Con eso así, el notable matiz ya comentado de que serán elegidos según los resultados electorales de cada Distrito (Art. 8), que si difieren en algún caso de los generales (por los pocos distritos que son: seis, es improbable), podrá ser motivo de contestación y legítimas diferencias.

Para canalizar la participación de los ciudadanos y agilizar los trabajos de las Juntas se crearán tantos grupos de trabajo como se crean convenientes (Art. 43), sin consideración de organos jurídicos y, especialmente, los Consejos de Participación Ciudadana de cada uno de los distritos. Estos consejos serán los órganos sectoriales de la Administración municipal central en el ámbito distrital (Art. 58). Serán presididos por el concejal que ostente la de la Junta municipal correspondiente y estarán compuestos por un número representativo no fijado de representantes asociacionistas. Este órgano, desde luego, complica la gestión y difumina la capacidad de profundizar la desconcentración desde la descentralización, ya que en vez de ser cauce estricto de participación (cosa que se podría lograr con otro marco funcional de las Juntas de Distrito) parece que va a ser de gestión sectorial que representa la centralidad aunque ello pudiera perfilar y mediatizar por la reivindicación ciudadana. En cualquier caso, y si los hubiere, confirmando lo que decimos, los conflictos interdistritos serán resueltos, precisamente por el órgano sectorial que haya delegado la atribución objeto de tensión, previo informe del Concejal de Participación ciudadana y otros que resulten (Art. 55).

En definitiva, el esfuerzo desconcentrador que tiene como base la división geográfica del espacio urbano de Sevilla sobre nuevos distritos municipales en el momento que redactamos estas páginas está prácticamente en ciernes. Habrá que esperar acontecimientos para valorar prácticamente la intencionalidad política que subyace: la mayor eficiencia administriva. Simultáneamente será conveniente evaluar, cuando la desconcentración vaya resolviéndose en el territorio, la capacidad de movilización y participación ciudadana que el proceso origine. Por tanto, fase de expectativas ante un proyecto costoso económicamente y no precisamente, por motivaciones políticas de todo orden, fácil de ejecutar.

BIBLIOGRAFIA

AGUILAR PIÑAL, F. «Siglo XVIII». *Historia de Sevilla.* Universidad de Sevilla.

ALMONGUERA SALLENT, P. *La Barriada de Los Pajaritos*. Biblioteca de Temas sevillanos, 12. Excmo. Ayto. de Sevilla, 1985.

BLANCO FREJEIRO, A. «La ciudad antigua: de la Prehistoria a los Visigodos». *Historia de Sevilla.* Universidad de Sevilla. Sevilla. 1984.

CANO GARCIA, G. *Aproximaciones al Análisis Geográfico Regional.* Universidad de Sevilla. Sevilla, 1985. pp. 64.

CARAVACA BARROSO, I., CRUZ VILLALON, J., MARCHENA GOMEZ, M. «Estructura demográficas y organización urbana en la ciudad de Sevilla», en *Ciudad y Territorio*, 67. Madrid, 1986. pp. 75-96.

CASTELLS, M. —coord.—*Nuevas tecnologías. Economía y sociedad en España.* II vols. Alianza Editorial. Madrid, 1986.

CORAGGIO, J.L. «Poder local y poder popular», en *Cuadernos del CLAEH,* Montevideo, año 13, núm. 45-56, agosto 1988.

CRUZ VILLALON, J. —coord.—*La población de Sevilla*. Biblioteca de Temas sevillanos, 33. Excmo. Ayto. de Sevilla. Sevilla, 1986. pp. Temas sevillanos, 33. Excmo. Ayto. de Sevilla. Sevilla, 1986. pp. 155.

CURBELO RANERO, J.L. «Economía política de la descentralización y planificación del desarrollo regional» en *Pensamiento Iberoameriano.* 10, julio-diciembre 1986. Madrid. pp. 69-82.

CURBELO RANERO, J.L. «La cuestión regional: una dimensión inestable de la reestructuración del Estado del Bienestar» en *Información Comercial Española.* (I.C.E.), núm. 662. Madrid, 1988, pp. 117-136.

FANJZYLBER, F.«Competitividad internacioanl: objetivo consenso, tarea ardua» en *Rev. de la CEPAL,* 35. Santiago 1988, pp. 25-55.

GONZALEZ DORADO, A.*Sevilla: centralidad regional y organización interna del espacio urbano*. Moneda y Crédito. Madrid, 1975. pp. 536.

GOUGH, I. *Economía política del Estado del Binestar.* Ed. H. Blume, Madrid, 1982. pp. 304.

HAUSER, Ph. *Estudios médico-topográficos de Sevilla.* Sevilla, 1982.

HOPENHAYN, M. «La participación y sus motivos» en *Democracia, participación social y trabajo social.* Vol. I, 60, Congreso Nacional de trabajo social. Bucaramanga, junio 22-25/1988.

LANGUMIER, J.F.«Las políticas urbanas en Francia: evoluciones institucionales, reglamentarias y profesionales (1945-1988)» *Documentos ILPES,*.

MARTIN GODFREY (1979); «Economics, CPRD-E/45, Santiago de Chile, 1988. mimeo pp. 33.

LOPEZ LARA, E. «Distribución espacial de la accesibilidad por carretera en Andalucía» *Revista de Estudios Andaluces,* 10. Universidad de Sevilla. Sevilla, 1988. pp. 69-96.

MARCHENA GOMEZ, M.*Proyecto de Sectorización de la Asistencia Psiquiátrica*. Diputación Provincial de Sevilla. Sevilla, 1985. pp. 149.

MARCHENA GOMEZ, M. «La densidad de población en Andalucía» en *Geografía de Andalucía* (dir. G. CANO). Ed. Tartessos. Sevilla, 1988. Vol. III. pp. 123-135.

MARIN DE TERAN, L.; *Sevilla: centro urbano y barriadas.*. Biblioteca de Temas sevillanos, 1. Excmo. Ayto. de Sevilla. Sevilla, 1980. pp. 119.

MARTIN GARCIA, A. «Sevilla: «puzzle» de divisiones territoriales». *Revista de Estudios Andaluces,* 7. Universidad de Sevilla. Sevilla, 1986, pp. 61-76.

MARTIN GARCIA, A. «Divisiones territoriales básicas y primarias en la Ciudad de Sevilla: condiciones para una ordenación funcional de su espacio urbano» *Ciudad y Territorio*, 2. Madrid, 1986.

MATTOS, C. de, «La descentralización, ¿una nueva panacea para enfrentar el subdesarrollo regional? en *Seminario Internacional sobre descentralización del Estado, Requerimientos y Políticas en la crisis,* CEUR, Buenos Aires, 1988. pp. 25.

MORALES PADRON, F. «La ciudad del Quinientos». *Historia de Sevilla*. Universidad de Sevilla. Sevilla, 1983.

PRETECEILLE, E. «La descentralización pour qui, pour quoi?» en *Politique Aujourd'hiu,* París. Noviembre 1987. pp. 3-26.

URTEAGA, L. «Miseria, miasmas y microbios. Las Topografías médicas y el estudio del Medio Ambiente en el siglo XIX en *Geocrítica*, 29. Barcelona, septiembre de 1980. pp. 50.

CUADRO I

COMPARACION ENTRE LOS DISTRITOS ANTERIORES (1967) Y LOS ACTUALES (1989)

	ANTERIORES EN 1968	ANTERIORES EN 1986	ACTUALES
Diferencia máxima de población	56.944	121.124	86.733
Diferencia de población sin distritos límite	32.687	61.687	48.004
% mínimo de población en un Distrito	5,5	3,2	8,5
Diferencia máxima sobre índice general de envejecimiento	—	0,84	0,66

[redacted]

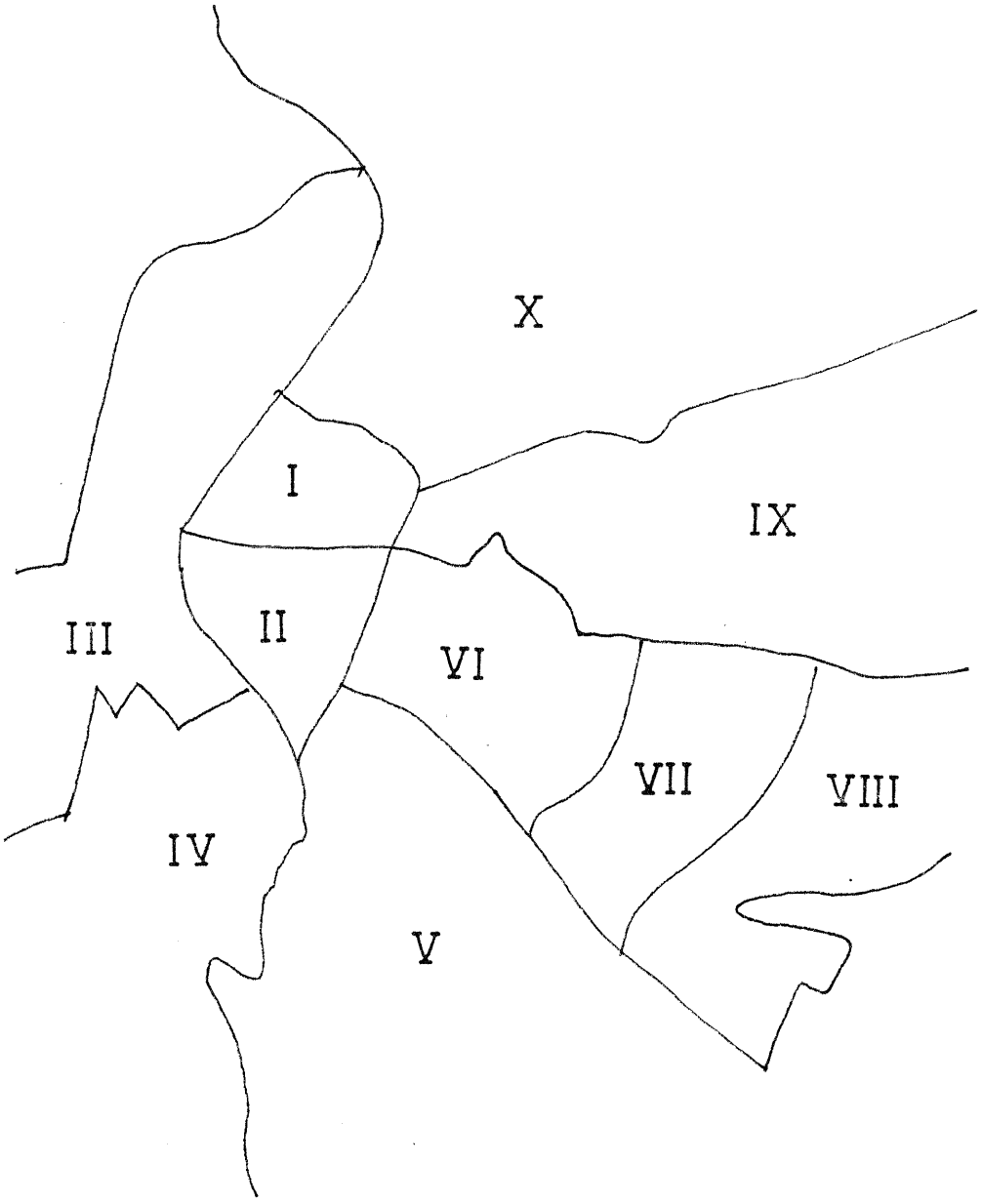
VOLUMEN DE POBLACION

	1986	1987
DISTRITO I	34.391	34.478
DISTRITO II	21.116	21.741
DISTRITO III	45.050	45.498
DISTRITO IV	41.358	41.487
DISTRITO V	96.078	97.124
DISTRITO VI	70.333	71.062
DISTRITO VII	76.425	76.859
DISTRITO VIII	39.427	40.230
DISTRITO IX	87.464	88.791
DISTRITO X	142.285	144.664
TOTAL	653.972	661.934

(SEGUN DATOS 1986)	
DISTRITO A	55.552
DISTRITO B	142.285
DISTRITO C	127.746
DISTRITO D	134.412
DISTRITO E	107.569
DISTRITO F	86.408
TOTAL	653.972

ANTERIOR DIVISION DISTRITAL

1967



NUEVA DIVISION DISTRITAL

1989

SECCION 3.ª

ESTADISTICA Y ECONOMIA

LA FUNCION DE CONSUMO CON EXPECTATIVAS RACIONALES EN LA ECONOMIA ESPAÑOLA

ANTONIO CALVO-FLORES SEGURA
JOSE M. MEDINA IBAÑEZ

Universidad de Murcia

INTRODUCCION

Aunque la teoría de la Renta Permanente está ampliamente aceptada entre los economistas de las más diversas tendencias, su implementación no ha estado libre de debate. La práctica de estimar una función de consumo utilizando como variable independiente una estructura de retardos fijada de antemano, ha sido efectivamente criticada por R. Lucas (1976), al mismo tiempo que sugería la teoría de las Expectativas Racionales como el método mediante el cual los individuos forman su concepto de Renta Permanente.

La teoría de la Renta Permanente-Expectativas Racionales (RPER), da como resultado, teniendo en cuenta la trayectoria estocástica de la renta para cada caso en particular, una estructura dinámica de la función de consumo muy bien definida. El contraste de esta ecuación contra otras alternativas lleva por lo tanto a la aceptación o rechazo de la teoría RPER.

La estrategia más aconsejable hubiese sido la estimación de un modelo amplio en el que hubieran estado anidadas las otras alternativas, entre ellas la correspondiente a la teoría RPER. Desgraciadamente la escasez de datos hace el proyecto prácticamente inviable por el momento. Se ha optado por presentar el mayor número de modelos anidados posible, proponiéndose además algunas alternativas que no están anidadas con el modelo correspondiente a la teoría RPER. En cada caso se ha procedido a escoger utilizando los contrastes pertinentes.

En la sección 1 de este trabajo se presenta un análisis previo de los datos y se estima un modelo ARIMA para la renta en España. La sección 2 se dedica a la exposición del modelo, derivándose sus implicaciones teóricas. La discusión de los modelos estadísticos correspondientes, su estimación y los contrastes pertinentes se presentan en la sección 3, estando la sección 4 dedicada a las conclusiones.

SECCION 1: DATOS

Se han utilizado series temporales de 1954-1980 con los ajustes realizados por E. Uriel (1983). En adelante C_t representará el consumo en el período t, siendo Y_t la renta para el mismo período.

Utilizando la metodología Box-Jenkins se ha seleccionado para la renta española un modelo ARIMA de la forma:

$$(1-L)\log Y_t = \underset{(12'4)}{0'139} + (1 + \underset{(4'97)}{0'710}L)\, e_t \qquad (1.1)$$

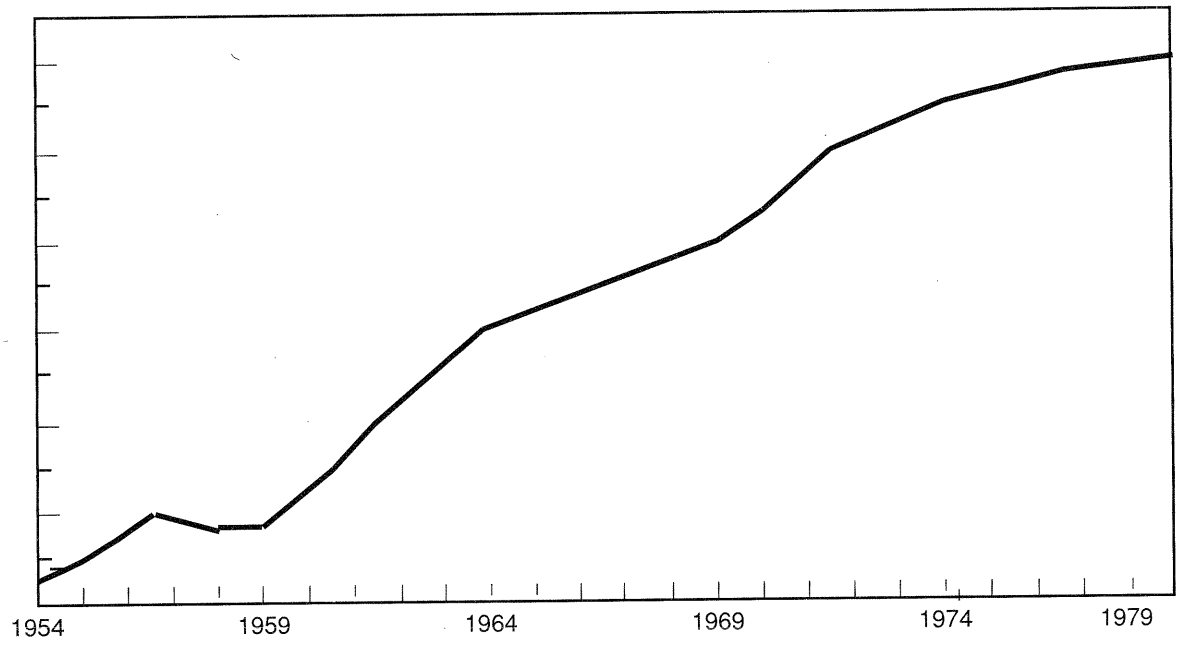
$$R^2 = 0'68 \qquad \hat{\sigma}_e = 0'035 \qquad Q = 2'12 \qquad (G.L. = 4)$$

donde Q es el estadístico de Box-Pierce con cuatro grados de libertad.

En los gráficos 1 y 2 se representan los movimientos del logaritmo de la renta en niveles y en diferencias respectivamente.

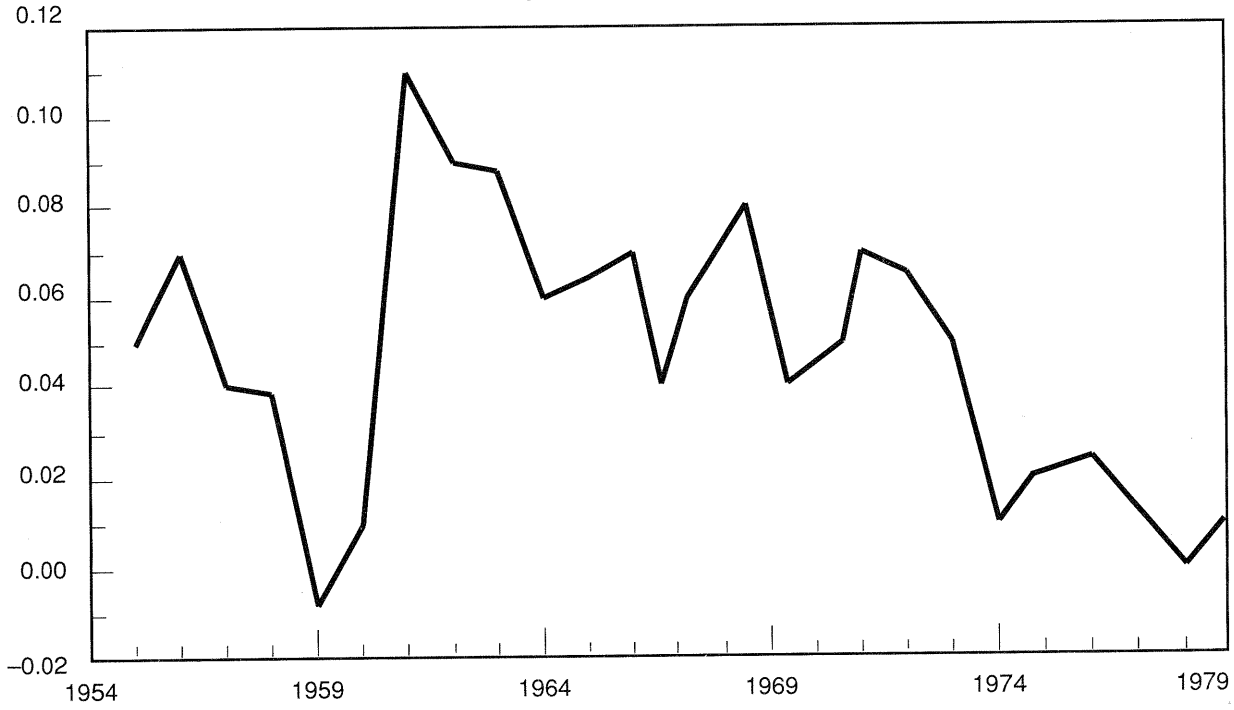
EVOLUCION LOG – RENTA

Gráfico 1



EVOLUCION DIFERENCIAS LOG RENTA

Gráfico 2



SECCION 2: EL MODELO TEORICO

La teoría RPER y los resultados empíricos obtenidos en la Sección 1.ª acerca de la renta española implican el siguiente modelo teórico:

$$C_t = b\, Y_{pt} + u_t \qquad (2.1)$$

$$Y_{pt} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} Y^e_{t+i} \qquad (2.2)$$

$$Y^e_{t+j} = E\,[Y_{t+j} \mid \Omega_t] \qquad (2.3)$$

$$Y_t = Y_{t-1} + a + (1 + \theta\, L)\, \varepsilon_t \qquad (2.4)$$

en donde Ω_t es la información disponible en el período t. Y_{pt} es la renta permanente agregada en el período t.

A partir de este modelo se obtiene (ver apéndice)

$$C_t = b(1+\theta)\left[\frac{a}{1+\theta} + \frac{a\,(n-1)}{2}\right] - \theta C_{t-1} + b(1+\theta)Y_t + (1+\theta\, L)u_t \qquad (2.5)$$

o sin tener en cuenta las restricciones

$$C_t = \beta_0 + \beta_1\, C_{t-1} + \beta_2 Y_t + (1+\theta L)u_t \qquad (2.6)$$

SECCION 3: RESULTADOS

Estimaciones previas de la ecuación 2.6 y de algunos de los modelos que interesan presentar como alternativas, rechazan el término independiente como no significativo y aconsejan la estimación en logaritmos. Por lo tanto el modelo asociado a la teoría RPER será:

$$\text{Log}\, C_t = \beta_1\, \text{log}\, C_{t-1} + \beta_2\, \text{log}\, Y_t + (1+\theta L)\, u_t \qquad (3.1)$$

La estimación de este modelo, así como la de las alternativas propuestas se presenta en el Cuadro 1.

Sólo los modelos 1, 2 y 3 están anidados y, por lo tanto, son a los únicos a los que se les puede aplicar el Test de la Razón de Verosimilitud (TRV). Los resultados se presentan en el Cuadro 2. La selección con respecto a los otros modelos no anidados, se lleva a cabo por medio del criterio de información de Akaike (A.I.C.) (Akaike 1974, Harvey 1981) dado que en general los test propuestos en la literatura econométrica (Pesaran 1982) han sido desarrollados para diferentes especificaciones de las variables exógenas y no, como en nuestro caso, para la decisión entre diferentes estructuras dinámicas de los términos de error.

Los resultados de ambos criterios se decantan claramente por el modelo 2. En principio esto supondría el rechazo de la teoría RPER; sin embargo los valores de los parámetros estimados para el modelo 2 sugieren fuertemente la conveniencia de estimar los modelos en diferencias.

El modelo en diferencias equivalente al derivado en niveles para la teoría RPER sería:

$$\Delta \text{log} C_t = \beta_1\, \Delta \text{log} C_{t-1} + \beta_2\, \Delta \text{log} Y_t + u_t + (\theta - 1)u_{t-1} - \theta\, u_{t-2} \qquad (3.2)$$

Este modelo ha sido estimado sin restricciones en los parámetros. Los resultados correspondientes a este modelo y a los modelos alternativos propuestos se presentan en el cuadro 3.

En este caso también están anidados los modelos 1', 2' y 3', en el orden correspondiente. Los resultados de TRV se presentan en el cuadro 4.

Tanto el TRV como el AIC es favorable al modelo 3'. En principio este resultado parece implicar un rechazo de la teoría RPER. Sin embargo si se escribe el modelo 1' de la forma:

$$\Delta \log C_t = \beta_2 \sum_{i=0}^{\infty} \beta_1^i \, \Delta \log Y_{t-1} + \frac{1 + \theta_1 L + \theta_2 L^2}{1 - \beta_1 L} u_t$$

utilizando los valores estimados para el modelo 1', se tendría que los coeficientes correspondientes a log Y_{t-1} i = 0,1,2... serían:

t	t–1	t–2	t–3
0'836	0'109	0'014	0'001

siendo el correspondiente a $\Delta \log C_{t-1}$ igual a 0, los cuales coinciden en gran medida con los coeficientes estimados para el modelo 3'.

A fin de corroborar estos resultados hubiera sido ciertamente deseable la estimación de un modelo de la forma:

$$\Delta \log C_t = \sum_{i=0}^{n} \beta_i \, \Delta \log Y_{t-1} + \frac{1 + \theta_1 L + \theta_2 L^2}{1 - \Phi_1 L} u_t$$

Desgraciadamente la escasez de datos no permite llevar a cabo una estimación significativa. En todo no caso los resultados obtenidos con los modelos 1' y 3' permiten afirmar que ambos pertenecen a la misma estructura.

A pesar de ser problemático el paso de una estimación sin restricciones a la comprobación de las mismas, podemos ilustrar un poco más los resultados empíricos intentando reconstruir los valores originales de los parámetros de la ecuación (2.5).

Para la obtención del valor de θ, dado que no se disponen de un número elevado de observaciones, parece más fiable considerar el coeficiente MA (1) del modelo 1':

$$\theta_1 = -1'17$$

De la ecuación (3.2):

$$-1'17 = \theta - 1$$

$$\theta = -0'17 \qquad (3.3)$$

por otra parte de la ecuación (2.5) y (2.6) se sigue que $\beta_1 = -\theta$. El valor estimado en el modelo 1' para el coeficiente β_1 ha sido de 0'13, lo que en buena parte coincide con (3.3).

En lo referente al valor del parámetro b, de (2.5) y (3.2) se sigue que

$$\beta_2 = b(1 + \theta)$$

de donde

$$b = \frac{\beta_2}{1 + \theta} = \frac{0'836}{1 - 0'17} \approx 1$$

El valor obtenido para b justificaría plenamente la estimación en logaritmos, ya que

$$C_t = bY_t = Y_t^b \qquad \text{Para } b = 1$$

En otro orden de cosas este resultado nos indicaría que el consumidor formula sus expectativas mediante el gasto total de su renta permanente.

Por último para el término independiente tendremos

$$\beta_o = b(1 + \theta)\left[\frac{a}{1 + \theta} + \frac{a(n-1)}{2}\right]$$

$$\beta_o = \beta_2\left[\frac{a}{1 + \theta} + \frac{a(n-1)}{2}\right]$$

$$\beta_o = 0'836\,[\frac{0'139}{1-0'17} + \frac{0'139(n-1)}{2}]$$

$$\beta_o = 0'082 + 0'058\ n$$

valor significativamente pequeño para cualquier valor razonable de n, hecho que concuerda con la eliminación del término independiente en el desarrollo empírico.

CUADRO 1

Variable dependiente log C_t

	Modelo 1	Modelo 2	Modelo 3	Modelo 4	Modelo 5
$\log G_{t-1}$	0'157 (1'96)	0'995 (6'36)	0'192 (3'03)	0'128 (1'64)	0'182 (3'27)
$\log Y_t$	0'831 (11'85)	0'886 (12'37)	0'796 (12'82)	0'859 (11'76)	0'805 (3'26)
$\log Y_{t-1}$		−0'881 −3'74			
Φ				0'446 (2'48)	0'949 (12'53)
θ	0'248 (1'37)	−1'367 (−3'9)			−0'909 (−0'09)
D.W.	1'72	1'88	1'15	2'38	1'99
n_{σ_ε}	0'011	0'013	0'012	0'010	0'009
AIC	−226'9	−246'9	−226'3	−221'0	−225'7
log L	79'568	90'564	78'263	78'032	81'399

Término de error $u_t = \frac{1+\theta L}{1-\Phi L}\ \varepsilon_t$

CUADRO 2

Test de la Razón de Verosimilitud

Hipótesis nula	Hipótesis alternativa	$-2\log(\frac{L_0}{L_1})$	Grados libertad	Valor Chi-Cuadrado 95%
Mod. 1	Mod. 2	21'9	1	3'84
Mod. 3	Mod. 2	24'6	2	5'99
Mod. 3	Mod. 1	2'11	1	3'84

CUADRO 3

Variable dependiente Δ log C_t

	Modelo 1'	Modelo 2'	Modelo 3'	Modelo 4'	Modelo 5'	Modelo 6'
$\Delta \log C_{t-1}$	0'130 (2'33)	0'080 (1'23)	0'063 (0'22)	0'186 (3'63)	0'189 (3'83)	0'207 (3'25)
$\Delta \log Y_t$	0'836 (15'46)	0'880 (13'91)	0'766 (12'34)	0'784 (15'58)	0'785 (16'12)	0'763 (14'88)
$\Delta \log Y_{t-1}$			−0'133 (2'45)			
Φ_1				−0'607 (−4'25)	−0'75 (−4'25)	−0'517 (−2'15)
Φ_2					−0'225 (−1'32)	
θ_1	−1'170 (−5'44)		−1'402 (−3'62)			−0'056 (−0'28)
θ_2	−0'147 (−0'67)		−0'083 (−0'18)			
D.W.	2'32	1'57	2'25	2'25	2'09	2'33
$\hat{\sigma}_\varepsilon$	0'007	0'012	0'006	0'010	0'009	0'010
AIC	−235'1	−214'9	−240'3	−213'1	−202'5	−211'06
Log L	86'083	73'986	89'709	75'502	72'637	73'478

Término de error $u_t = \dfrac{1 + \theta_1 L + \theta_2 L^2}{1 - \Phi_1 L - \Phi_2 L^2} \varepsilon_t$

CUADRO 4

Test de la Razón de Verosimilitud

Hipótesis nula	Hipótesis alternativa	$-2\log(\frac{L_0}{L_1})$	Grados libertad	Valor Chi-Cuadrado 95%
Mod. 2'	Mod. 1'	24'19	2	5'99
Mod. 1'	Mod. 3'	7'25	1	3'84
Mod. 2'	Mod. 3'	31'45	3	7'81

SECCION 4: CONCLUSIONES

A partir de la teoría Renta Permanente-Expectativas Racionales se ha deducido un modelo dinámico que no sólo es consistente con los datos de la economía española sino que, llevados a cabo los contrastes pertinentes, se le prefiere a cualquiera de las alternativas propuestas; todas ellas, en principio, que conllevan el rechazo de la teoría RPER.

El hecho de que los parámetros del modelo estimado sin restricciones cumplan en gran medida con las restricciones derivadas en el modelo teórico refuerzan la aceptación del modelo 1', o su equivalente el modelo 3'.

Todo esto permite afirmar que la evidencia estadísticamente de que se dispone en España, apunta fuertemente hacia la teoría RPER como altamente explicativa de la forma de comportamiento de los consumidores españoles.

APENDICE

$$C_t = b\, Y_{pt} + u_t \qquad (1)$$

$$Y_{pt} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} Y^e_{t+1} \qquad (2)$$

$$Y^e_{t+j} = E\,[Y_{t+j} / \Omega_t] \qquad (3)$$

$$Y_t = Y_{t-1} + a + (1 + \theta L)\,\varepsilon_t \qquad (4)$$

De la ecuación (4) se obtienen las expresiones siguientes:

$$\frac{1 - L}{1 + \theta L} Y_t = \frac{a}{1 + \theta} + \varepsilon_t$$

$$Y_t - \frac{1 + \theta}{1 + \theta L} Y_{t-1} = \frac{a}{1 + \theta} + \varepsilon_t$$

A partir de (4) se obtiene también:

$$Y_{t+j+1} = Y_{t+1} + ja + (1 + \theta L)\sum_{i=0}^{j-1} \varepsilon_{t+j-i+1} \qquad (6)$$

De (5) y (6) tendremos

$$Y_{t+j+1} = \frac{1 + \theta}{1 + \theta L} Y_t + ja + \frac{a}{1 + \theta} + \varepsilon_t + (1 + \theta)\sum_{i=0}^{j-1} \varepsilon_{t+j-i+1}$$

y por tanto

$$Y^e_{t+j+1} = \frac{1 + \theta}{1 + \theta L} Y_t + ja + \frac{a}{1 + \theta} \qquad (7)$$

Sustituyendo la ecuación (7) en la ecuación (2) se tendrá

$$Y_{pt} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} Y^e_{t+1} = \frac{1}{n}\sum_{i=0}^{n-1} \left[\frac{1 + \theta}{1 + \theta L} Y_t + ia + \frac{a}{1 + \theta}\right]$$

$$Y_{pt} = \frac{1 + \theta}{1 + \theta L} Y_t + \frac{a}{1 + \theta} + \frac{a\,(n-1)}{2}$$

lo que finalmente nos lleva a

$$C_t = b\left[\frac{1+\theta}{1+\theta L}Y_t + \frac{a}{1+\theta} + \frac{a(n-1)}{2}\right] + u_t$$

$$C_t = b(1+\theta)\left[\frac{a}{1+\theta} + \frac{a(n-1)}{2}\right] - \theta C_{t-1} + b(1+\theta)Y_t + (1+\theta L)u_t$$

REFERENCIAS BIBLIOGRAFICAS

AKAIKE, H. (1974). "A new look at the statistical model identification." I.E.E.E. Trans. Automatic Control AC-19.

DAVIDSON, HENDRY, SRBA y YEO (1978). "Econometric Modelling of the aggregate time series relationship between consumers. Expenditure and Income in the U.K." The Economic Journal dic-78.

HALL ROBERT, E. (1978). "Stochastic Implications of the life cycle permanent income hypotesis: Theory and evidence." En Rational Expectations and Econometric practice. Lucas & Sargent Editores.

HARVEY, A. C. (1981). Time Series Models. Edit Philip Allan.

LUCAS, R. (1976). "Econometric policy evaluation: A critique." En The Philip curve and labor market. Brunner & Meltzer Editores. Nort Holland.

PESARAN, M. H. (1982). "Comparation of locla power of alternative test of non-nested regression models." Econométrica 50.

RAYMOND, J. L. (1983). "Niveles versus diferencias en estimación de modelos." Estudios de asesoramiento y programación. Confederación española de Cajas de Ahorros.

SARGENT, T. (1978). Macroeconomic theory. Academic Press.

URIEL, E. (1983). "Series enlazadas de la contabilidad nacional de España; 1954-1980." Documento de trabajo. Fac. CC EE Valencia.

DISCUSION DE ALGUNOS CONTRASTES EMPIRICOS DE LA FUNCION DE CONSUMO. UNA PROPUESTA ALTERNATIVA

MARC SAEZ & CARLES MURILLO, 1989

1. LAS EXPECTATIVAS RACIONALES Y LA FUNCION DE CONSUMO

1.1. Formulación del problema

La hipótesis básica de las *"expectativas racionales"* plantea que los agentes económicos utilizan eficientemente toda la información disponible y económicamente relevante a la hora de formar sus expectativas. Este comportamiento es incompatible con la existencia de errores sistemáticos en la predicción de un hecho futuro (Muth, 1961; Lucas, 1976). La *escuela de las expectativas racionales* cree además que cualquier teoría económica debe basarse en comportamientos individuales optimizadores en todos los mercados (no ad hoc). Cree que los agentes económicos optimizan programas intertemporales con incertidumbre en un contexto de equilibrio general walrasiano que fluctúa en el tiempo a causa de shocks aleatorios.

De todas las hipótesis propuestas para aproximar teóricamente la solución del problema al que se enfrenta el consumidor a la hora de decidir su senda temporal de consumo, la *hipótesis del ciclo vital-renta permanente* ha sido la más ampliamente aceptada. De acuerdo con esta hipótesis el consumidor "estima" su *capacidad de consumir* a largo plazo y a partir de ella "calcula" su consumo actual como una fracción apropiada de dicha estimación. La *capacidad de consumo* a largo plazo puede ser contemplada como la riqueza (Modigliani) en cuyo caso el consumo actual es el valor actual de la misma, o como la renta permanente (Friedman) en cuyo caso la fracción estará muy próxima a la unidad. El mayor problema en la investigación empírica de tal hipótesis surge al intentar ajustar la parte del modelo que relaciona la renta observada (actual) con la renta esperada (futura), lo que se conoce genéricamente como la *función de consumo.*

La práctica tradicional en la literatura aproxima la renta permanente a partir de una distribución de retardos de la renta observada, más o menos fija. Las rentas esperadas, variables no observadas (forward looking) se determinan a partir de variables retrospectivas (backward looking). Lucas (1976) argumenta que no hay razón teórica para suponer que las expectativas sobre variables futuras formadas por agentes económicos razonablemente inteligentes sean adecuadamente explicadas por variables pasadas de forma estable. Como alternativa Hall (1978) considera que la renta esperada se forma directamente de acuerdo con la *hipótesis de las expectativas racionales.* El consumidor, en cada período t, escogerá el consumo que maximice su utilidad esperada, en el ciclo vital, en *función de toda la información disponible.*

El consumidor trata de realizar un plan de consumo a largo plazo tomando como restricción su riqueza neta obtenida en todo el período horizonte considerado. Tratará de maximizar, en el instante t y bajo condiciones de incertidumbre, la suma actualizada por la tasa de preferencia temporal subjetiva de las utilidades esperadas de su consumo durante el resto de su vida; sometido a la restricción de que la suma actualizada, por el tipo de interés real, del ahorro en cada momento sea igual a su riqueza:

$$\text{Max} \qquad E_t \sum_{\tau=0}^{T-t} \frac{U(C_t + \tau)}{(1+\delta)^\tau}$$

$$\text{S.a} \qquad \sum_{\tau=0}^{T-t} \frac{C_{t+\tau} - W_{t+\tau}}{(1+r)^\tau} = A_t$$

Siendo:

- E_t Esperanza matemática condicionada a toda la información disponible en *t.*
- δ Tasa de preferencia temporal subjetiva.
- r Tipo de interés real.
- τ tamaño del horizonte temporal considerado.
- U() Función de Utilidad, de un período, estrictamente cóncava.
- C_t Consumo.
- W_t Ingresos o Renta.
- A_t Activos, excepto capital humano.

1.2. Las hipótesis

Podemos siguiendo a Hall (1978) plantear las hipótesis que definen el modelo del consumo popularizado por tal autor. En primer lugar enumeraremos las hipótesis "técnicas" planteadas por Hall como necesarias para resolver el problema de optimización dinámica al que se enfrenta el consumidor.

H1) La renta del individuo es estocástica y la *única* fuente de incertidumbre.

H1.1) Se supone que *existe* la esperanza de la renta futura *condicionada* a toda la información actual.

H1.2) No es necesario suponer que las rentas sucesivas del individuo sean independientes ni que la renta sea un proceso *estacionario* en ningún sentido.

Asimismo Hall plantea otro conjunto de hipótesis más conceptuales o teóricas:

H2) La función de utilidad es aditivamente separable, en el tiempo y entre consumo y ocio.

H3) El mercado de capitales es perfecto.

H4) El tipo de interés real es constante y no estocástico.

H5) La función de utilidad es cuadrática.

H6) El consumo transitorio es idénticamente cero.

H7) Se suponen iguales la tasa de preferencia temporal subjetiva y el tipo de interés real.

1.3. Conclusiones teóricas

El consumidor tiene una función de utilidad aditivamente separable y hace frente a un medio económico en el que sus oportunidades futuras son inciertas. Mankiw, Rotemberg & Summers (1985) argumentan que es imposible encontrar una solución cerrada para el problema de optimización dinámica continua al que se enfrenta el consumidor. Sin embargo podemos plantear las condiciones de primer orden necesarias para la consecución del óptimo y utilizarlas para la obtención de la función de consumo mediante una parametrización determinada. No obstante sólo encontraremos soluciones particulares al problema de optimización. Esto implica que cualquier rechazo empírico posterior de los modelos estimados puede ser interpretado como fallo de la teoría económica subyacente y/o de la parametrización particular propuesta.

El consumidor representativo procesa toda la información disponible en cada período sobre su renta actual y futura convirtiéndola en *capital humano.* Este evoluciona de acuerdo con una combinación de dos elementos: uno *altamente predecible* y otro *impredecible* asociado con los cambios en las expectativas sobre ganancias futuras. Teniendo en cuenta también los *activos* acumulados a partir de rentas pasadas, el consumidor determina un *nivel apropiado de consumo.* Como consecuencia su utilidad marginal evoluciona según un camino aleatorio. Suponiendo ciertas todas las hipótesis mantenidas, Hall al resolver el problema de optimización dinámica deduce que el consumo sigue un *camino aleatorio.* El incremento en el consumo es impredecible. Ninguna variable, aparte del consumo actual, tiene poder predictivo, *causa en el sentido de Granger* al consumo.

2. LA EVIDENCIA EMPIRICA

2.1. Los datos

Para la contratación empírica de los modelos analizados utilizamos datos *trimestrales* y *reales* (base media de 1983) que abarcan el período 1977-II/1987-IV (T= 43):

CONSUMO EN ALIMENTOS, BEBIDAS Y TABACO POR PERSONA:
1977-II/1983-IV Encuesta Permanente del Consumo.
1985-I/1987-IV Encuesta Continua de Presupuestos Familiares.

El año 1984, "missing", se construyó interpolando los datos mediante una combinación lineal de predicciones "forward" y "backward" realizadas mediante modelos ARIMA, predicciones de alisado exponencial Holt-Winters y media intertrimestral de la serie. Intentamos que la combinación lineal minimizara el error cuadrático medio, tal y como sugieren Granger & Newbold (1986).

RENTA DISPONIBLE FAMILIAR PER CAPITA:
Boletines Estadísticos del Banco de España.

Construimos la serie trimestral mediante el método propuesto por Rodríguez & Sanz (1982 y ss.) a través de *indicadores.* Utilizamos como indicadores "aditivos": Sueldos y salarios brutos, Prestaciones Sociales y Subsidio de Desempleo y Transferencias Corrientes. Los indicadores "sustractivos" utilizados son: Impuestos Directos y Cotizaciones Sociales. En total los indicadores representan un 70% de la renta disponible.

INDICE DE COTIZACION DE ACCIONES DE LA BOLSA DE MADRID
Boletines Estadísticos del Banco de España.

Ponderado por las cantidades negociadas.

INDICE DE PRECIOS AL CONSUMO
Boletines Estadísticos del Banco de España.

Alimentos, Bebidas y Tabaco.

TASA DE PARO
Encuesta de Población Activa, Bolet. Estad. Banco de España.

Previamente planteamos, para cada modelo, un contraste de la forma funcional para averiguar si convenía más estimar las variables sin transformar o la transformación logarítmica. Utilizamos el *criterio de información de Akaike* (AIC). A partir de la transformación de Box-Cox de la variable:

$$Y^{(\delta)}_t = Y^{\delta}_t - 1 \text{ para } \delta \text{ distinto de } 0$$
$$\text{Ln } Y_t \text{ para } \delta = 0$$

la relación entre las variables (Y_t, X_t) se modeliza de forma general:

$$Y^{(\delta)}_t = b_0 + b_1 X^{(\delta)}_t + u_t$$

Así si las especificaciones alternaticas vienen dadas para $\delta = 1$ y para $\delta = 0$ el estadístico AIC tomará respectivamente los siguientes valores (prescindiendo del término constante):

$$AIC_1 = \text{Ln } (u_1' u_1/T) + 2.k/T$$
$$AIC_0 = \text{Ln } (u_0' u_0/T) + 2 \Sigma \text{ Ln } Y_t + 2.k/T$$

Si $AIC_0 < AIC_1$ la especificación seleccionada será la del modelo en logaritmos.

CUADRO 1

Modelo	AIC_0	AIC_1	Modelo escogido
Keynesiano	4.57	4.73	Logarítmico
Brown	3.37	3.40	Logarítmico
Hall	3.59	3.60	Logarítmico

Los resultados nos sugieren, aunque con poca evidencia, la forma funcional logarítmica. Por otra parte, la transformación logarítmica nos permitirá la eliminación de la muy probable *no estacionariedad* en varianza. Además, como argumentan Hansen & Singlenton (1983) o la hipótesis del tipo de interés real no estocástico y constante es excesivamente restrictiva. Sin embargo, su relajación añade una dificultad adicional a la resolución del problema de optimización dinámica propuesto, a no ser que supongamos que el consumo y el tipo de interés real se distribuyen según una *log-normal*. Por todas estas razones estimamos la forma logarítmica.

2.2. Modelos tradicionales de la función de consumo: Keynes y Brown

CUADRO 2

Keynes MCO $LnC_t = 0.8843\ LnY_t$ Var. residual 0.18×10^{-1}
t (493.49) Exogeneidad (t) – 4.62

MV $LnC_t = 0.0133\ LnY_t + (1 + 0.52L)/(1 - 0.99L^4)\,\varepsilon_t$ Var. residual 0.79×10^{-3}
t (0.34) (– 3.85) (1451.3) Exogeneidad (t) –3.19

Para contrastar la exogeneidad se ha calculado una regresión ampliada (Holly & Sargan, 1982), utilizando como instrumentos la renta retardada *hasta* cuatro períodos y el consumo retardado *uno y cuatro* períodos.

Brown MCO $LnC_t = 0.1819\ LnY_t + 0.7942\ LnC_{t-1}$ Var. residual $0.15 \times 10_{-2}$
t (5.63) (21.75) Exogeneidad (t) – 2.29

MV $LnC_t = 0.098 LnY_t + 0.88 LnC_{t-1} + 1/(1 - 0.72L^4)\,\varepsilon_t$ Var. residual $0.80 \times 10_{-3}$
t (2.29) (18.17) (6.05) Exogeneidad (t) – 4.34

Existe una altísima correlación negativa entre el término independiente y el parámetro correspondiente a la renta, fenómeno que también ha sido hallado en estimaciones de consumo americanas y (algunas) españolas. Creemos como Hoyo (1988) que dicho parámetro es redundante y lo suprimimos. Por otra parte, Hoyo (1988) amplía el período muestral y encuentra que disminuye considerablemente la significación estadística de tal parámetro, fenómeno concordante con la teoría económica, ya que a largo plazo tienden a igualarse la propensión marginal y media a consumir.

Haciendo caso únicamente de la estimación MCO obtenemos unos resultados bastante acordes con la teoría. A largo plazo, elasticidades-renta próximas a la unidad (y casi idénticas, 0.88), a corto plazo (sólo en el modelo de Brown) una elasticidad-renta reducida, ya que un componente elevado del consumo de no duraderos tiene una importante característica de inferioridad. Sin embargo, estos modelos presentan graves defectos de especificación como demuestra por un lado la correlación serial de las perturbaciones (correlogramas de los residuos) y por otro lado la endogeneidad de la renta (contraste de exogeneidad).

Adicionalmente incorporamos la estructura dinámica a los residuos y estimamos por máxima verosimilitud. Con dicha estrategia corregimos la autocorrelación residual, pero no el problema de fondo (como puede apreciarse, por ejemplo, en el contraste de exogeneidad). No obstante, damos los resultados a título ilustrativo.

La presencia de autocorrelación probablemente estará causada por la *omisión de variables relevantes* y por una *insuficiencia en la especificación dinámica* (de hecho el mismo fenómeno). La no exogeneidad de la renta es una muestra inequívoca de que el contexto *uniecuacional* no es el adecuado. Deducimos que a la hora de especificar la función de consumo hemos de tener en cuenta *toda la información disponible,* como sugieren las expectativas racionales. Sería ingenuo creer que podemos disponer de *toda* la información, pero sin duda lo es más no emplear la información adicional que si que *es disponible,* aspecto no contemplado por los modelos tradicionales. Creemos que dichos modelos no parecen adecuados para presentar los datos.

2.3. La función de consumo bajo expectativas racionales

El consumo parece seguir un *camino aleatorio.* Sin embargo, los correlogramas de los residuos indican un aspecto no contemplado por el modelo teórico. Si el consumo transitorio no fuese nulo (como supone la hipótesis 6) se admitiría, en todo caso, un MA(1) para los residuos. Evidentemente, los residuos manifiestan errores de especificación tanto en el modelo de Hall como en los tradicionales.

Para contrastar el modelo de Hall utilizaremos dos estrategias: a) incluiremos regresores adicionales fechados en t – 1 o antes, contrastan la hipótesis nula de que sus coeficientes son cero (Hall, 1978) y b) emplearemos contrastes basados en el *mecanismo de corrección del error* (Bilson, 1980; Muellbauer, 1983).

2.3.1. Contrastes basados en la inclusión de regresores adicionales

CUADRO 4

Variables	*Parámetros* (t Student entre parént.)	*Método estimación*	*Var. Resid.*
C_{t-1} C_{t-2} C_{t-4}	0.1932 (1.80) 0.0953 (0.71) 0.7384 (8.05)	MCO No Auto	0.89×10^{-3}
Y_{t-1} Y_{t-2} Y_{t-3} Y_{t-4}	0.2024 (8.92) 0.1865 (8.33) 0.1261 (5.55) 0.3623 (15.84)	MV Autocor.	0.12×10^{-2}
$CA83_{t-1}$ $CA83_{t-2}$ $CA83_{t-3}$ $CA81_{t-4}$	– 0.0185 (– 1.17) – 0.0225 (– 1.32) – 0.0029 (– 0.17) 0.0091 (5.66)	MV Autocor.	$0.11 \times 10_{-2}$

Del cuadro se desprende el amplio rechazo del modelo de Hall. Múltiples regresores son estadísticamente significativos y se produce una reducción importante de la varianza residual con respecto al modelo de Hall (cuadro 3).

Como nosotros, muchos autores han rechazado empíricamente el modelo. De hecho Hall (1978) también encuentra tal rechazo empírico cuando incluye como regresor adicional la cotización de las acciones, retardado (uno de los regresores considerados por nosotros). Sin embargo, no cree que sea un rechazo importante, ya que lo que ocurre es que parte del consumo tarda algún tiempo en ajustarse a cambios en la renta permanente. Así cualquier variable que esté correlacionada con la renta permanente en t – 1 ayudará a predecir el cambio en el consumo en el período t (puesto que parte del cambio es la respuesta retrasada a cambios previos en la renta permanente).

2.3.2. Contrastes basados en el mecanismo de corrección del error

Siguiendo a Bilson (1980) y Muellbauer (1983) suponemos que la perturbación en el modelo del consumo es proporcional a la innovación en el proceso de generación de la renta, ya que la innovación en la renta es la única perturbación del sistema bajo las hipótesis que estamos manejando.

Si el proceso de generación de la renta viene representado por:

$$Y_t = f(Y_{t-1}) + \mu_t$$

Se trata de estimar la siguiente ecuación:

$$C_t = b_1 C_{t-1} + \alpha \hat{\mu}_t + b_2 \hat{Y}_t + u_t$$

El consumidor a la hora de decidir su senda óptima de consumo tiene en cuenta los *errores* cometidos al predecir su renta futura (observamos porque llamamos a esta estrategia "basada en el mecanismo de corrección del error").

Bajo las hipótesis de Hall, $\hat{\mu}$ (el residuo del proceso de generación de la renta) es un componente *no anticipado,* por lo que el parámetro α debe ser significativo. $\hat{Y}_t$ (la renta ajustada) es un componente *anticipado* por lo que b_2 debe no ser significativo.

CUADRO 5

$$\underset{t}{\text{Ln } C_t} = \underset{}{0.754 \text{ Ln } C_{t-1}} + \underset{(20.57)}{0.121\ \hat{\mu}} + \underset{(2.30)}{0.217 \text{ Ln } \hat{Y}_t} \quad \underset{(6.7)}{\text{Var. res. } 0.12 \times 10^{-2}}$$

Rechazamos (de nuevo) el modelo de Hall (como Bilson y Muellbauer).

3. LA COINTEGRACION

3.1. Introducción

Proponemos una estrategia de contrastación alternativa basada en el concepto de cointegración de Engle & Granger (1987). Una serie sin componente determinista, que tiene una representación ARMA estacionario e invertible después de diferenciarla d veces, se llama *integrada de orden d* y se representa por I(d). Asimismo, los componentes del vector X_t se dice que están *cointegrados de orden (d,b)* (CI(d,b)) si i) todos los componentes de X_t son I(d) y ii) existe un vector α (distinto de cero) tal que $Z_t = \alpha' X_t$ es I(d − b), con b > (el verctor α se llama *vector de cointegración).*

Para que una relación refleje una situación de equilibrio (a largo plazo) derivada de una teoría económica, su residuo no debe tener una varianza infinita, es decir debe ser estacionario. Así si cada elemento de un vector de variables económicas es estacionario sólo después de diferenciarlo, pero existe una combinación lineal de los componentes que es estacionaria con varianza finita, dicha combinación (la *relación de cointegración)* puede interpretarse como la *relación de equilibrio a largo plazo.*

Como condición previa sine qua non, todas las variables candidatas a mantener una relación de largo plazo deben ser integrables del mismo orden en varianza. Por ello primero analizamos el orden de integrabilidad de las variables que creeemos formarán parte de la relación.

3.2. Raíces unitarias

Dickey & Fuller proponen un test (DF) sobre el orden de integrabilidad de una serie (Fuller, 1976). Se trata de contrastar el siguiente modelo:

$$a(L)\,(1-L)\,X_t = \mu_0 + \mu t + (\delta - 1)X_{t-1} + \varepsilon_t$$

$$H_0: (\delta - 1) = 0 \text{ frente a } H_1: (\delta - 1) < 0$$

Si la hipótesis nula es cierta X_t es I(1) en varianza y si la alternativa es la correcta X_t es I(0).

Adicionalmente se propone el llamado test de Dickey-Fuller aumentado (ADF) que elimina la posible autocorrelación serial de los residuos y por ello es más potente (incorpora como regresor en el modelo del test, diversos retardos de la variable diferenciada).

Además del consumo y de la renta creemos que la cotización de las acciones (CA83) y la tasa de paro (TPARO) pueden formar parte de la posible relación a largo plazo. La cotización de las acciones puede ser considerada como una "proxy" de la riqueza (Hall, 1978), de las ganancias de capital (Flavin, 1981) o de la tasa de rendimiento (Muellbauer, 1983). Por ello quizás añada información adicional a tener en cuenta. La tasa de paro ha sido propuesta como "proxy" del incumplimiento de la hipótesis de mercado de capitales perfecto, lo que se cosnoce como "restricciones de liquidez" (Muellbauer, 1983).

Es lógico pensar que en algún sentido cuanto más paro haya más consumidores estarán potencialmente "restringidos" en su liquidez. Es decir, no tendrán acceso "libre" o perfecto al mercado de capitales y por tanto no podrán "suavizar su consumo ante fluctuaciones no esperadas en su renta, como supone la teoría.

CUADRO 6

Variable	*DF (t de (δ − 1))*	*ADF*
Consumo	−0.38	−1.54
Renta	−0.50	0.93
CA83	−1.46	2.95
TPARO	3.02	−1.33

Valores críticos al 95% DF 3.37 ADF 3.17

Se estimaron todos los modelos y contastes por MCO. Dichos estimadores, aunque son consistentes son sesgados, pero convergen al verdadero valor de los parámetros a velocidad mayor que los estimadores clásicos (Stock, 1987).

Observamos cómo todas las variables son I(1) en varianza. Por tanto podemos pasar a la siguiente etapa, analizar las posibles relaciones a largo plazo entre las variables.

3.3. La cointegración

Para contratar la cointegración se utilizan los mismos tests que para contrastar la existencia de raíces unitarias. La hipótesis nula de *no cointegración* requiere que los residuos sean I(1) (no estacionarios). Proponemos la estrategia gradual sugerida en Molinas, Andrés, Escribano & Taguas (1988). Partimos de la relación más sencilla y añadiremos variables hasta que logremos una relación satisfactoria.

$$C_t = 26525.38 + 0.0106\ Y_t$$

t (15.12) (0.65) ADF = −0.96(3.29)

Evidentemente, no podemos rechazar la hipótesis nula de no cointegración. Sin embargo, si permitimos que el consumo y la renta *no tengan tendencias comunes en media,* entonces podemos aceptar la cointegración.

$$C_t = 26372.09 + 0.0387\ Y_t - 128.5_t$$

t (30.66) (4.62) (−11.66) ADF = − 4.09 (3.75)

Este hecho es indicativo de que omitimos alguna variable que debe *explicar* (al menos) la tendencia temporal que sigue la media del consumo.

CUADRO 7

Variables	*DF (t de (δ – 1))*	*Valor crit.*
C,Y,CA83	–2.93	3.75
C,Y,TPARO	–3.69	3.75
C,Y,CA83,TPARO	–5.66	4.11

Como la cointegración en niveles implica la cointegración en logaritmos podemos estimar en forma logarítmica la posible *relación a largo plazo:*

$$\text{Ln } C_t = 0.9438 \text{ Ln } Y_t - 0.1362 \text{ LnTPARO} - 0.0663 \text{ LnCA83}_t \quad \text{Var Resid. } 0.011723$$

t (74.96) (–3.20) (–2.26)

Tanto los signos como el valor de las elasticidades-renta son totalmente concordantes con la teoría.

Creemos demostrado el rechazo al modelo de Hall (1978) en el sentido de que existen otras variables adicionales que causan, en el sentido de Granger, al consumo. No obstante, como comentamos, los estimadores MCO son sesgados (aunque consistentes). Como la consistencia es una propiedad asintótica, en muestras pequeñas (como nuestro caso) los resultados pueden estar muy distorsionados. Adicionalmente, el *teorema de representación de Granger* demuestra que las series cointegradas pueden representarse mediante un *modelo de mecanismo de corrección del error.* Tales modelos incluyen como variable explicativa el desequilibrio retardado, de forma que, aunque tienden al equilibrio a largo plazo, permiten un desequilibrio a corto. Por ello creemos que deberemos estudiar desde el punto de vista multiecuacional la función de consumo, intentando recoger la especificación de los modelos de mecanismo de corrección de error, que recojan tanto la relación de equilibrio a largo como a corto plazo (vid. Sáez & Cano, 1989).

4. CONCLUSIONES

Hemos rechazado, como la mayoría de los autores, el modelo de Hall (1978). El rechazo fundamental puede ser debido al rechazo de la teoría misma o bien al incumplimiento de las hipótesis adecuadas para hacerla efectiva. En la literatura se han propuesto modificaciones en el modelo de Hall, relajando las hipótesis más problemáticas. Se han contemplado las *restricciones de liquidez* (incumplimiento de la hipótesis 3), el *tipo de interés endógeno* (incumplimiento de la hipótesis 4), la *consideración conjunta del consumo y del ocio* (incumplimiento de la hipótesis 2), etc. Adicionalmente pueden existir problemas de *estimación* (agregación temporal, desestacionalización espúrea, etc.) o incluso de *definición* de variables (durabilidad de los bienes de consumo, etc.). En todo caso es un tema totalmente abierto que actualmente es objeto de investigación por parte de los autores, pero esto es ya otra historia.

BIBLIOGRAFIA

ANDRES, J.; MOLINAS, C. & TAGUAS, D. (1987): *Una función de consumo privado para la economía española.* Dirección General de Planificación. Ministerio de Economía y Hacienda. Madrid.

BILSON, J. F. O. (1980): "The rational expectations approach to the consumption function". *European Economic Review,* N.º 13.

ENGLE, R. F. & GRANGER, C. N. J. (1987): "Co-integration an Error Correction: Representation, Estimation and Testing". *Econométrica* Vol. 55, N.º 2.

FLAVIN, M. A. (1981): "The Adjustment of Conjumption to Changing Expectations about Future Income". *Journal of Political Economy,* Vol. 89, N.º 5.

FULLER, S. A. (1976): *Introduction to Statistical Time Series.* Wiley and Sons, New York.

GRANGER, C. W. J. & NEWBOLD, P. (1986): *Forecasting Economic Time Series.* Academic Press, Orlando, Florida.

HALL, R. E. (1978): "Stochastic Implications of the Life Cycle-Pemanent Income Hypothesis: Theory and Evidence". *Journal of the Political Economy,* Vol. 86, N.º 61.

HANSEN, L. P. & SINGLETON, K. J. (1983): "Stochastic Consumption, Risk Aversion and the Temporal Behavior of Stock Market Returns". *Journal of Political Economy,* Vol. 91, N.º 2.

HOLLY, A. & SARGAN, J. D. (1982): "Testing for Exogenity within a Limited Information Franework". *Cahier* N.º 8.204, Université de Lausanne.

HOYO, J. (1988): "Keynes y la economía cuantitativa: el impacto de Keynes en la econometría" en *La Herencia de Keynes,* Rafael Rubio de Urquía et al. Alianza Editorial, Madrid.

LUCAS, R. E. (1976): "Econometric policy evaluation: A critique" en *Studies in bussines-cycle theory* de LUCAS, MIT Press.

MANKIW, N. G.; ROTEMBERG, J. J. & SUMMERS, L. H. (1985): "Intertemporal Substitution in Macroeconomics". *Quartely Journal of Economics,* February.

MUELBAUER, J. (1983): "Surprises in the Consumption Function". *The Economic Journal,* Vol. 93, Supplement.

MUTH, J. F. (1961): "Rational expectations and the theory of price movements". *Econométrica* N.º 29.

RODRIGUEZ, J. (1972): "Una estimación del Producto Interior Bruto Trimestral de España, 1958-1971". *Estudios Económicos,* Serie A, N.º 1. Servicio de Estudios del Banco de España.

RODRIGUEZ, J. & SANZ, R. (1982): "Trimestralización del PIB por Ramas de Actividad". *Documento de Trabajo* n.º 8.211, Servicio de Estudios del Banco de España.

SAEZ, M. & CANO, V. (1989): *Una tentativa de especificación dinámica vía modelos VARMA.* Mimeo. Departament d'Econometría, Estadística i Economía Espanyola.

SANZ, R. (1983): "Trimestralización del PIB por Ramas de Actividad. Series Revisadas". *Documento de Trabajo* n.º 8.301, Servicio de Estudios del Banco de España.

SANZ, R. (1985): "Trimestralización del PIB por Ramas de Actividad, 1964-1984". *Documento de Trabajo* n.º 8.514, Servicio de Estudios del Banco de España.

SCA (1986): *The SCA Statistical System. Reference Manual for Forecasting and Time Series Analysis. Versión III.* Scientific Computing Associates, DeKalb, Illinois.

STOCKS, J. H. (1987): "Asymptotic Properties of Least Squares Estimators of Cointegrating Vectors". *Econométrica,* Vol. 55, N.º 5.

ANALISIS DEL PROBLEMA DE LA COLINEALIDAD: APLICACION DE LA METODOLOGIA RIDGE

JOSEP M.ª MARTINEZ BORONAT

1. EL PROBLEMA DE LA COLINEALIDAD Y LA METODOLOGIA RIDGE

Los modelos de regresión lineal múltiple se han considerado muy útiles en una amplia variedad de aplicaciones prácticas en las ciencias sociales, sin embargo, los investigadores encuentran a menudo que sus datos no contienen suficiente información para responder a las preguntas que ellos se han planteado y que han sido origen de la modelización.

Algunos autores* han sugerido que si la multicolinealidad no afecta seriamente a los coeficientes estimados, podemos tolerar su presencia en la función y en el caso de que afecte a algunas de las variables no importantes o cruciales, se ha sugerido que pueden excluirse esos factores de la función. No obstante las recomendaciones encontradas en la literatura econométrica creemos que es conveniente insistir sobre el hecho siguiente: cuando la recogida de datos se diseñe a priori la multicolinealidad puede evitarse tomando los datos de forma que X'X sea diagonal, lo cual nos llevará a un incremento de la precisión en la estimación, debido a que vamos a obtener menores valores para las desviaciones estándar de los estimadores. "Desafortunadamente los diseños a priori no son siempre posibles."**

La multicolinealidad al ser un problema de la muestra no tiene una solución simple, ya que estamos pidiendo a los datos más información de la que posiblemente contienen. Sin embargo, cuando la multicolinealidad es elevada, los métodos ridge son recomendados en el sentido de que ofrecen un grupo de estimaciones alternativas, que se podrán comparar posteriormente con las estimaciones mínimo cuadráticas del modelo especificado. Los estimadores resultantes pueden sugerir una nueva interpretación de los datos que puede llevarnos a una mejor comprensión del complejo en estudio que, quizá con anterioridad, no se había considerado.

Existe un gran interés en la regresión ridge como un método para arreglárselas si la información es débil (o incorrecta). Las estimaciones por este método parecen estar motivadas por la creencia de que la estimación MCO tiende a ser poco estricta, particularmente en cuando existen problemas de colinealidad. La inexistencia de restricciones exactas contribuye a la flexibilidad y atractivo del procedimiento.

Las justificaciones para la introducción de la regresión ridge pueden establecerse desde distintas perspectivas. En primer lugar, como búsqueda de un estimador que minimice la suma de los errores al cuadrado sujeto a una restricción referente a la norma de dicho estimador; en segundo lugar, como búsqueda de un estimador bayesiano, concretamente en este contexto se interpreta como la media de la distribución a posteriori bayesiana, con una a priori esférica centrada en cero, teniendo, por tanto, justificación bayesiana. Por último, como búsqueda de un estimador que proporcione un error cuadrático medio (ECM) menor que el de los estimadores mínimo cuadráticos ordinarios.

La ganancia esperada en exactitud mediante el uso de la regresión ridge aumenta con el grado de colinealidad existente en el modelo. Cuando el grado sea elevado el procedimiento ridge creemos puede ser utilizado como una alternativa a los clásicos mínimos cuadrados. El

---

* Ver Koutsoyannis, A. (1977): "Theory of Econometrics". Ed. Mac Millan. London, 2nd edition, p. 249.

** Chatterjee, S. - Price, B. (1977): "Regression Analysis by Example". Wiley. New York, p. 150.

método será útil y apropiado si se piensa que el vector de parámetros no debe ser muy elevado. Así la elección del parámetro del sesgo equivale esencialmente a una expresión que refleja cuan grandes van a ser dichos parámetros. Valores inferiores a 0.1 nos ofrecen la posibilidad de obtener valores altos para el vector de estimadores mientras que las soluciones ridge para k mayor que la unidad son aconsejables cuando se crea que los parámetros poblacionales deben tomar un valor muy bajo. En el caso de no disponer de ningún tipo de información previa acerca del vector de parámetros debemos hacer una advertencia a los usuarios potenciales de la regresión ridge, y es que al permitirnos una mayor libertad para trabajar con los datos que las componentes principales y la omisión de variables podríamos caer en la tentación de manipular la elección de k hasta que nuestras ideas sobre los parámetros se encarnasen en las estimaciones. Esta advertencia se convertiría en un consejo en el caso de disponer de algún tipo de información adicional.

Con la ridge regresión se intentan obtener estimaciones más estables, paliando así las graves consecuencias de las intercorrelaciones entre los regresores a efectos básicamente de realizar análisis estructural.

Queremos resaltar la utilidad de la Traza Ridge, gráfico que nos resume la evolución de los resultados ridge, permitiéndonos efectuar un análisis exploratorio de los datos, ofreciéndonos una gran ayuda en cuanto al estudio de la estabilidad de los estimadores y a la interpretación de los mismos. Estos gráficos son producidos con poco coste (sólo necesitaremos introducir los datos de nuestra aplicación particular) y pueden considerarse como una aproximación unificada a problemas de detección y de estimación en el caso de existencia de colinealidad.

2. EL MODELO Y LOS DATOS A ESTUDIAR

Después de este breve comentario* acerca de la metodología ridge pasamos a realizar una aplicación del método de estimación de la regresión ridge mediante la utilización del software que presentamos en el anexo. Antes de presentar el modelo, los datos y de efectuar el análisis queremos destacar el hecho de que nuestra intención es tan sólo ilustrar la metodología anteriormente expuesta del tratamiento de la colinealidad y no la especificación y análisis de un modelo. Para ello hemos escogido un modelo y unos datos, que implican regresores altamente colineales, que son clásicos o estándar en la literatura estadística y econométrica para el tratamiento de problemas de exactitud computacional, siendo "la base de pruebas" de técnicas relacionadas con la precisión y estabilidad en los resultados del análisis de los modelos de regresión lineal.

Este modelo y estos datos fueron presentados y utilizados, en primer lugar, por Longley** en un intento de estudiar la precisión y sensibilidad de las estimaciones MCO, usando distintos programas de regresión y uan gama alternativa de ordenadores.

Posteriormente, Beaton, Rubin y Barone* realizaron un análisis del grado de precisión obtenido, desde el punto de vista computacional, en el caso de introducir errores de medida, y también en un intento de aproximación a la colinealidad.

Frane** los utilizó para probar la habilidad de un programa del ya clásico paquete BMDP, en concreto el 9R, para detectar posible colienalidad a través de la tolerancia y los VIF, y llegar a presentar finalmente la regresión más fiable.

---

* Para una profundización en el tema, tanto en aspectos conceptuales como analíticos, ver Martínez Boronat, J. M. (1988): "Análisis empíirico de las relaciones económicas: detección y tratamiento de la multicolinealidad en los modelos de regresión lineal". Tesis Doctoral. Barcelona, pp. 218-278.

** Longley, J. W. (1967): "An Appraisal of Least Squares Programs for the Electronic Computer from of Point of View of the User". J.A.S.A., 62, pp. 819-841.

---

* Beaton, A. E. - Rubin, D. B. - Barone, J. L. (1976): "The Acceptability of Regression Solutions. Another Look at Computational Accucary". J.A.S.A., 71, pp. 158-168.
Frane, J. W. (1987): "Detecting and describing Statistical and Numerical Ill–Conditioning". Technical Report n. 44. BMDP. Stat. Software.

Otra aplicación reciente en el contexto de errores de medida podemos encontrarlo en el trabajo de Fuller***.

Antes de proceder al análisis vamos a presentar el modelo y los datos. Para ello hacemos referencia al trabajo original de Longley, quien realizó un clásico análisis de regresión múltiple a partir de 16 observaciones de series temporales. En dicho análisis una variable dependiente. Y es explicada por seis variables independientes (X_1, X_2 ..., X_6). considerándose además en la especificación del modelo la inclusión de un término independiente.

El modelo propuesto es:

$$Y_t = \beta_0 + \beta_1 X_{1t} + \beta_2 X_{2t} + \beta_3 X_{3t} + \beta_4 X_{4t} + \beta_5 X_{5t} + \beta_6 X_{6t} + u_t$$

en donde las variables son:

Y: *Empleo total* (en millones).
X_1: *Deflactor implícito de precios para el Prod. Nacional Bruto* (Base 1954 = 100) (en decenas).
X_2: *Producto Nacional Bruto* (en miles de millones).
X_3: *Desempleo* (en millones).
X_4: *Tamaño de las Fuerzas Armadas* (en millones).
X_5: *Población de 14 o más años sin institucionalizar* (en millones).
X_6: *Año*.
u: *Término de perturbación*. Normal $(0, \sigma^2 u I_T)$.

Los datos* relativos a estas variables se muestran en la Tabla 1, en donde se incluye también un análisis descriptivo de las variables implicadas en el estudio, presentándose sus medias, desviaciones tipo y la matriz de correlaciones entre todas ellas.

*** Fuller, W. A. (1987): "Measurement Error Models". Wiley. New York, pp. 147-148.

* Para un análisis de la construcción de las variables y de las fuentes de datos ver Longley, J. W. (1967): Op. cit., pp. 830-831, Apéndice, Tablas 1 y 2.

TABLA 1. DATOS - ANALISIS DESCRIPTIVO

	Y	X1	X2	X3	X4	X5	X6
	60.323	83.0	234.289	2.356	1.590	107.608	1947
	61.122	88.5	259.426	2.325	1.456	108.632	1948
	60.171	88.2	258.054	3.682	1.616	109.773	1949
	61.187	89.5	284.599	3.351	1.650	110.929	1950
	63.221	96.2	328.975	2.099	3.099	112.075	1951
	63.639	98.1	346.999	1.932	3.594	113.270	1952
	64.989	99.0	365.385	1.870	3.547	115.094	1953
	63.761	100.0	363.112	3.578	3.350	116.219	1954
	66.019	101.2	397.469	2.904	3.048	117.388	1955
	67.857	104.6	419.180	2.822	2.857	118.734	1956
	68.169	108.4	442.769	2.936	2.798	120.445	1957
	66.513	110.8	444.546	4.681	2.637	121.950	1958
	68.655	112.6	482.704	3.813	2.552	123.366	1959
	69.564	114.2	502.601	3.931	2.514	125.368	1960
	69.331	115.7	518.173	4.806	2.572	127.852	1961
	70.551	116.9	554.894	4.007	2.827	130.081	1962
MEDIA	65.317	101.681	387.698	3.19331	2.60669	117.424	1954.5
DESVIAC. TIPO	3.51197	10.7916	99.3949	0.934464	0.69592	6.9561	4.76095
MUESTRA	16	16	16	16	16	16	16
CORRELACIONES							
Y	1	0.970899	0.983552	0.502498	0.457307	0.960391	0.971329
X1	0.970899	1	0.991589	0.620633	0.464744	0.979163	0.991149
X2	0.983552	0.991589	1	0.604261	0.446437	0.99109	0.995273
X3	0.502498	0.620633	0.604261	1	-.177421	0.686552	0.668257
X4	0.457307	0.464744	0.446437	-.177421	1	0.364416	0.417245
X5	0.960391	0.979163	0.99109	0.686552	0.364416	1	0.993953
X6	0.971329	0.991149	0.995273	0.668257	0.417245	0.993953	1

Las altas intercorrelaciones entre los regresores nos pueden hacer pensar en problemas de multicolinealidad. Obsérvese que hay cinco coeficientes de correlación lineal simple entre las variables explicativas mayores de 0.99, y uno (r_{15}) de casi 0.98. Sin embargo, como sabemos, unas correlaciones más moderadas no garantizarían la no existencia de la problemática de mal condicionamiento de la matriz de datos.

3. APLICACION DE LA REGRESION RIDGE

En un intento de obtener estimaciones de los parámetros del modelo que no estén tan afectadas por las perniciosas consecuencias de la multicolinealidad, en concreto para intentar obtener estimadores más estables, se ha procedido a la aplicación de la regresión ridge en su versión más simple, la del estimador ridge ordinario (ORE).

Para ello, primeramente, hemos realizado todo el análisis a partir de la matriz de correlaciones (X'X = R), al objeto de permitir la comparación entre todos los estimadores, ya que las variables correspondientes presentan distintas unidades de medida.

En general, el análisis presenta una serie de fases, inherentes al aplicar el método de la traza ridge propuesto por Hoerl y Kennard, que será el utilizado para obtener un valor adecuado para

el parámetro del sesgo. Veamos a continuación los diversos pasos efectuados para lograr el anterior fin.

FASE A

1.—Realizamos la estimación ridge para una malla de valores de k, empezando con k = 0 y aumentando de 0.1 en 0.1 hasta llegar a k = 1.

2.—Calculamos en cada etapa, además del vector de estimadores y su matriz de varianzas y covarianzas, una serie de indicadores que nos han de servir como ayuda a la hora de interpretar los resultados de la regresión ridge y que serán decisivos para seleccionar un valor del "parámetro del sesgo k" adecuado. Así, pues, las medidas calculadas en cada etapa son, a modo de resumen las siguientes:

b_R : vector de estimadores ridge.
b_{RR} : b_R obtenido a partir del modelo canónico.
SCE : suma cuadrado de los residuos.
VCR : matriz de V–C (b_R).
VCRR : VCR obtenida a partir del modelo canónico.
CON : Matriz de fracciones de contracción.
ESM : escala "m".
ISRM : índice de estabilidad de magnitudes relativas.
RVIF : factores de incremento de varianza.
NCR : número de condición.
SUMAB-BORTO : que nos podrían ayudar en el caso de intentar efectuar una selección de variables.

3.— Elaboramos una serie de gráficos de los resultados más importantes, que de una forma sencilla y clara han de permitir juzgar los resultados obtenidos y analizar la estabilidad de las soluciones ridge, para la malla de valores de k utilizada.

Con el objeto de seleccionar una malla de valores mucho más reducida, presentamos a continuación un resumen de los principales resultados obtenidos. En primer lugar, recogemos las estimaciones ridge para el caso k = 0 (Ridge = MCO) y para k = 1, acompañándolas de sus correspondientes matrices de varianzas y covarianzas. Esto se refleja en la Tabla 2.

TABLA 2. ESTIMACIONES RIDGE

k = 0	MCO B	MATRIZ DE VARIANZAS Y COVARIANZAS					
b_1	0.0463	0.0613					
b_2	–1.0137	–0.1446	0.8086				
b_3	–0.5357	–0.0169	0.1048	0–0152			
b_4	–0.2047	–.003478	0.0170	.0030718	.0016226		
b_5	–0.1012	0.0693	–0.3183	–0.0397	-.003233	0.1805	
b_6	2.4797	0.0270	–0.4223	–0.0595	–0.0130	0.0966	0.3431

k = 1	RIDGE B	MATRIZ DE VARIANZAS Y COVARIANZAS					
	0.1857	0010325					
	0.1969	8.4E-04	0010013				
	0.0164	–4.5E-05	–3.4E-04	0041115			
	0.0714	2.9E-04	5.6E-05	–.001183	0048253		
	0.1809	6.6E-04	9.0E-04	1.9E-04	–2.3E-04	1.0E-03	
	0.1853	7.6E-04	8.5E-04	2.0E-04	8.7E-05	8.0E-04	8.2E-04

GRAFICO 1

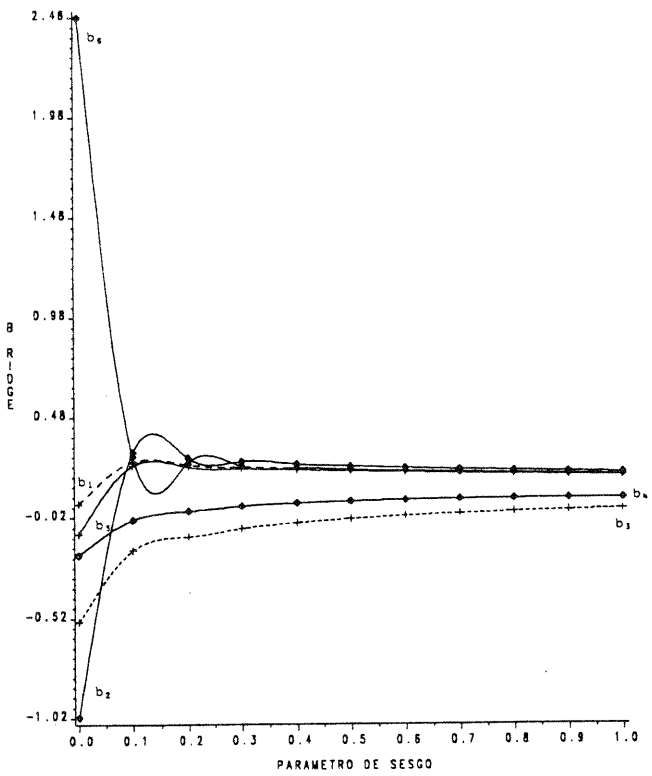


GRAFICO 2

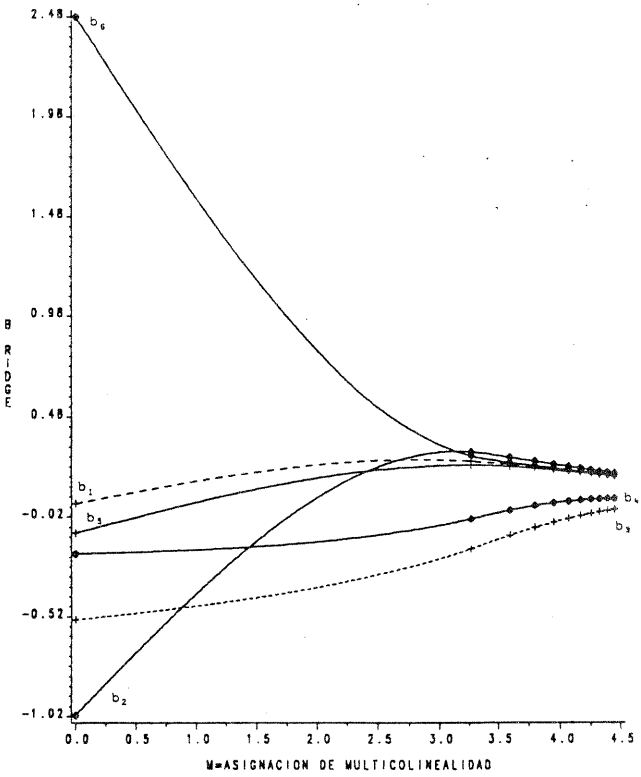


GRAFICO 3

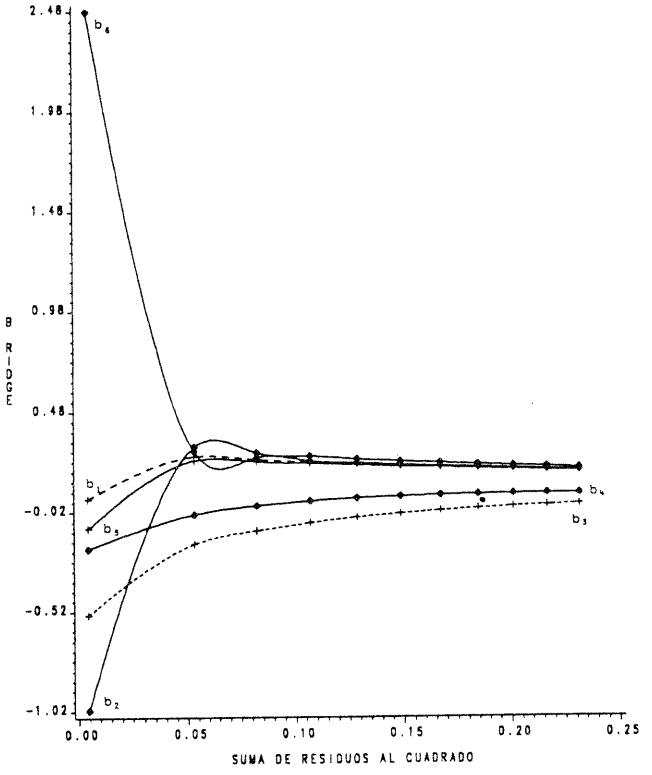
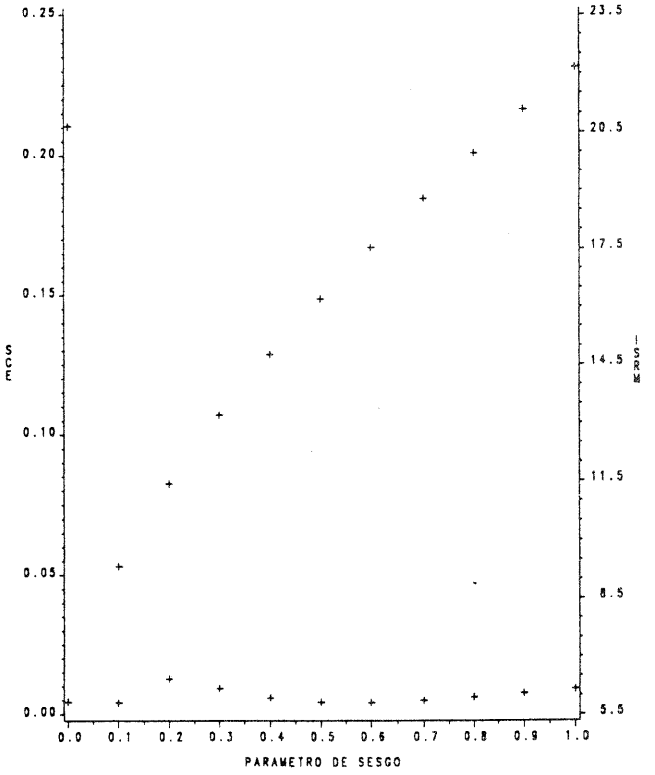


GRAFICO 4



A continuación, en la Tabla 3 observamos los principales indicadores calculados para las estimaciones antes presentadas.

TABLA 3

	k=0 MCO	k=1 RIDGE
SCE	0.004521	0.2313
ESM	0	4.4515
ISRM	20.6555	6.1469
NCR	43274.1	2.8038

Por un lado podemos apreciar un importante aumento en la suma de residuos al cuadrado, mientras que por otro observamos una notable reducción en el índice de estabilidad (ISRM), lo cual es indicativo de un logro de mayor estabilidad en las estimaciones. Además, el número de condición (CNR) se ha reducido de forma muy notable, lo cual nos da a entender que de largo se han superado los problemas de mal condicionamiento.

Finalmente, y al objeto de resumir todo el proceso inherente a esta primera fase del trabajo, se adjuntan una serie de gráficos que nos muestran la evolución de las estimaciones y de algunos indicadores a medida que k va aumentando.

En el gráfico 1* se aprecia la existencia de una gran inestabilidad de las estimaciones obtenidas a partir del método clásico, sobre todo para los estimadores que afectan a las variables X_2, X_3 y X_6. Así b_6, b_2 y b_3, envueltos en la dependencia más peligrosa, son los estimadores más inestables.

En cuanto a los estimadores implicados en la segunda dependencia detectada, b_1 y b_5 presentan también cierto grado de inestabilidad, mucho menor que en el caso anterior, siendo b_4 el estimador más estable para la solución mínimo cuadrática.

En este punto queremos hacer notar la relación entre los coeficientes de correlación entre los estimadores implicados en esta dependencia y las evoluciones de los mismos a lo largo de la Traza Ridge. Las soluciones ridge para b_2 y b_3 evolucionan en la misma dirección, indicando de esta forma una correlación positiva entre ellos, que se traduce en un coeficiente de correlación de 0.9456.

Lo contrario sucede entre b_2 y b_6 que se mueven en dirección opuesta, lo que indica un alto grado de correlación negativa entre ambos, siendo ésta de –0.8017. Lo mismo que en este caso ocurre con b_3 y b_6 cuya correlación es de –0.8241. De esta forma, la simple observación de la traza ridge nos puede mostrar las correlaciones más significativas entre los estimadores.

El gráfico 3 presenta las estimaciones ridge en función de la suma de los residuos al cuadrado (SCE), y donde podemos observar que aproximadamente a partir de SCE=0.05 se consigue cierta estabilidad en las estimaciones.

El gráfico 4 nos muestra SCE y el índice de estabilidad de magnitudes (ISRM) en función del parámetro del sesgo. Por un lado, eje vertical izquierdo, podemos apreciar el incremento en SCE a medida que k va aumentando. Por otro, eje vertical izquierdo, se muestra la evolución del ISMR. El salto brusco de este índice al pasar de la solución clásica (k=0) a un valor de k=0.1 nos indica el grado de mejoramiento, en términos de estabilidad, de las soluciones ridge. A partir de k=0.1, este índice permanece, más o menos, estable.

FASE B

En vista de todo lo anterior, se ha realizado una segunda fase de análisis (Fase B), acotando la malla de valores para k. En concreto creemos, como se aprecia claramente en las gráficas, que el valor de k más adecuado ha de ser menor que 0.2.

---

* Las mismas consideraciones pueden extraerse del gráfico 2 que presenta en el eje horizontal la escala "m".

GRAFICO 5

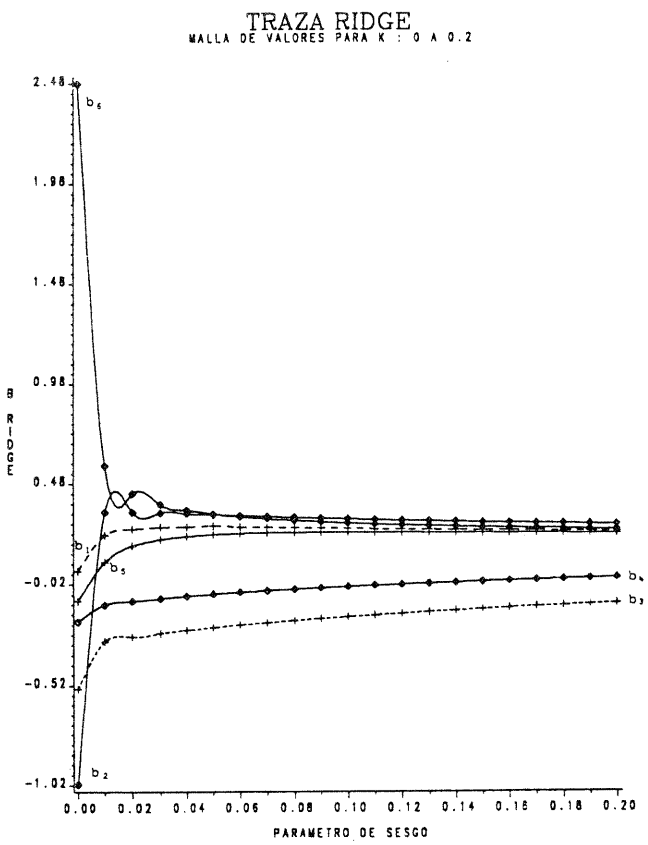


GRAFICO 6

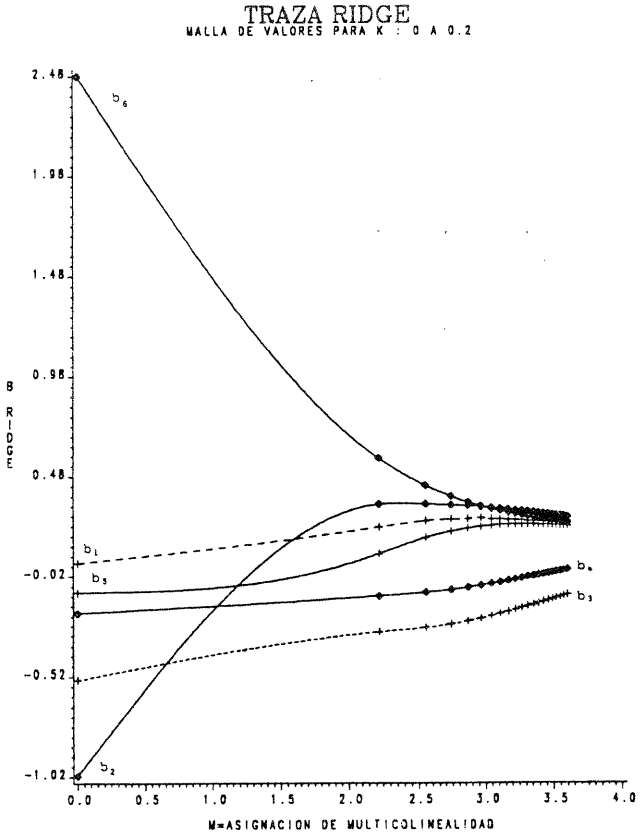


GRAFICO 7

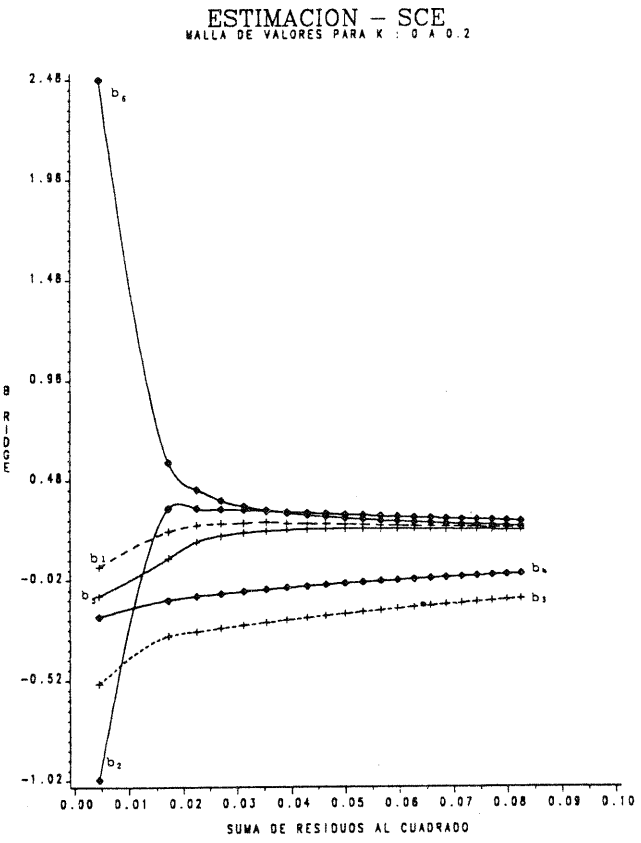
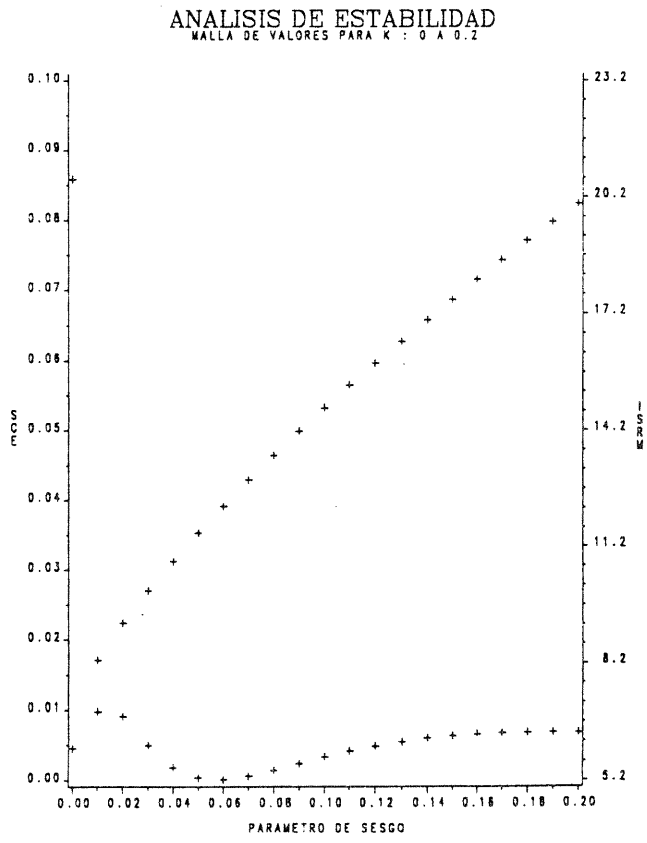


GRAFICO 8



Para restringir más las posiblidades procedemos a repetir las tres etapas anteriores empezando, al igual que antes, con un valor de k=0 e incrementándolo ahora de 0.01 en 0.01 hasta llegar a k=0.2.

Al igual que en el caso anterior presentamos los principales resultados obtenidos reunidos en la siguiente serie de Tablas y gráficos.

TABLA 4. ESTIMACIONES RIDGE

k = 0	MCO B	MATRIZ DE VARIANZAS Y COVARIANZAS					
b_1	0.0463	0.0613					
b_2	–1.0137	–0.1446	0.8086				
b_3	–0.5375	–0.0169	0.1048	0.0152			
b_4	–0.2047	–.003478	0.0170	.0030718	.0016226		
b_5	–0.1012	0.0693	–0.3183	–0.0397	-.003233	0.1805	
b_6	2.4797	0.0270	–0.4223	–0.0595	–0.0130	0.0966	0.3431

k = 0.2	RIDGE B	MATRIZ DE VARIANZAS Y COVARIANZAS					
	0.2412	.0023312					
	0.2758	5.0E-04	.0012617				
	–0.1146	–.001035	–.001998	.0074509			
	0.0110	–6.3E-04	–.001212	.0018844	.0065946		
	0.2303	–5.1E-04	.0010282	–.001099	–.001039	.0018458	
	0.2508	3.1E-04	7.7E-04	–7.3E-04	–5.8E-04	4.9E-04	8.4E-04

TABLA 5

	k=0 MCO	k=0.2 RIDGE
SCE	0.004521	0.0824
ESM	0	3.5985
ISRM	20.6555	6.4161
NCR	43274.1	5.9420

En los gráficos anteriores (de 5 a 8) podemos observar que a partir de k=0.02, que coincide con m=2.5515, las estimaciones de los parámetros del modelo se tornan más estables, no incrementándose demasiado la suma de residuos al cuadrado y obteniéndose una importante disminución en el índice de estabilidad.

El estudio de las medidas que se obtienen en esta Fase B, juntamente con el resumen gráfico de las mismas nos llevan a la conclusión de que un valor de k adecuado podría ser 0.02, ya que siendo éste un valor muy cercano al origen, con lo que no introduciremos mucho sesgo en los estimadores, se ha logrado una importante reducción en la varianza en algunas de las estimaciones.*

4. CONCLUSIONES DEL ANALISIS

Una vez seleccionado un valor para el parámetro del sesgo (k=0.02) procedemos a realizar la comparación entre los resultados obtenidos, que a continuación presentamos en la tabla 6.

---

* Hemos realizado una tercera fase (Fase C) para una malla de valores de k entre 0 y 0.02 incrementando k de 0.001 en 0.001, pero la ganancia obtenida en cuanto a disminución de varianza es mucho menor para los valores de k aquí estudiados.

TABLA 6. ESTIMACIONES MCO VERSUS RIDGE

k = 0	SOLUC. MCO B	MATRIZ DE VARIANZAS Y COVARIANZAS					
b_1	0.0463	0.0613					
b_2	–1.0137	–0.1446	0.8086				
b_3	–0.5375	–0.0169	0.1048	0.0152			
b_4	–0.2047	–.003478	0.0170	.0030718	.0016226		
b_5	–0.1012	0.0693	–0.3183	–0.0397	-.003233	0.1805	
b_6	2.4797	0.0270	–0.4223	–0.0595	–0.0130	0.0966	0.3431

k = 0.2	SOLUC. RIDGE B	MATRIZ DE VARIANZAS Y COVARIANZAS					
b_1	0.2554	0.0188					
b_2	0.3390	–.002944	.0028248				
b_3	–0.2795	–8.1E-04	–.001692	.0055607			
b_4	–0.1027	–.002222	–.001052	.0028739	.0042355		
b_5	0.1714	–0.0103	.0011185	–.001314	3.6E-04	0.0135	
b_6	0.4314	–.003575	.0011114	–9.7E-04	–7.2E-04	–.003153	.0070424

	k=0 MCO	k=0.02 RIDGE
SCE	0.004521	0.0224
ESM	0	2.5515
ISRM	20.6555	6.8302
NCR	43274.1	18.5491

Observando la diagonal principal de las matrices de varianzas y covarianzas apreciamos una reducción en las varianzas de casi todos los coeficientes para la solución ridge; la excepción se da en el caso de b_4 en donde la varianza pasa de 0.0016226, en la solución MCO, a 0.004235, en la solución ridge escogida. Recordemos que X_4 es una variable no afectada por la multicolinealidad, por lo que los efectos perniciosos de la misma (altas varianzas) no inciden sobre su coeficiente b_4.

Para las variables implicadas en las dependencias se ha producido una reducción en las varianzas de sus coeficientes, siendo más significativa para el caso de b_2 y b_6, dos de los estimadores cuyas variables están implicadas en la primera dependencia detectada y un poco menos notable para el resto de coeficientes implicados.

Para obtener el modelo ajustado en unidades originales, con fines básicamente de análisis estructural, en lugar del modelo estandarizado que se utiliza a lo largo de la aplicación de la regresión ridge, deberemos obtener cada uno de los coeficientes del modelo en unidades originales a partir de la transformación clásica que, recordemos, consiste en:

$$b_{i,\,original} = b_i\,(S_Y/S_{X\,i})$$

y el término independiente se hallará como:

$$b_{0,\,original} = Y + b_{1,\,original}\,X_1 - \ldots - b_{6,\,original}\,X_6$$

A continuación, los resultados de las regresiones, ahora en unidades originales, en la siguiente tabla que recoge el vector de estimadores obtenido para la solución mínimo cuadrática y para la solución ridge finalmente escogida.

TABLA 7. ESTIMADORES EN VALORES ORIGINALES

	b_{MCO}	b_{RIDGE}
b_0	–3482.25864	–625.90603
b_1	0.01506187	0.0831162
b_2	–0.03581918	0.0119780
b_3	–2.02022981	–1.0504370
b_4	–1.03322687	–0.5182769
b_5	–0.05110410	0.5182769
b_6	1.82915147	0.3182272

En la tabla 7 podemos observar una reducción en la magnitud de los estimadores, a excepción de b_1, destacándose la relativa al término independiente. También se aprecian cambios de signo para el caso de b_5 y b_3, que pasan de negativos a positivos, manteniéndose el signo del resto de los coeficientes de la regresión.

ANEXO: PRESENTACION DEL SOFTWARE * UTILIZADO

Nos proponemos presentar, en este anexo, el paquete informático utilizado para la realización de la aplicación realizada en este trabajo, así como el programa concreto que se ha diseñado a tal fin. Se trata de un conjunto de programas para aplicaciones estadísticas y matemáticas denominado «Statistical Analysis System» (SAS).

Hemos utilizado básicamente tres tipos de servicios de entre los que el SAS ofrece. El primero se sitúa dentro del marco de prestaciones estadísticas "SAS/STATISTICS", que hemos utilizado como paso previo para la obtención de los procedimientos de descripción de las variables ofreciéndose sus medias, desviaciones tipo, matriz de correlaciones...

Por otro lado, se han aprovechado las ventajas de programación que este paquete nos ofrece, en su apartado "SAS/IML", para realizar el cálculo de la regresión ridge y de algunos índices relacionados con ella que han de permitir estudiar la evolución de la familia de estimadores ridge hallados y nos han de ayudar a escoger el valor más adecuado de k.

Finalmente hemos procedido a realizar algunas gráficas a través de "SAS/GRAPH", lo que nos ha permitido visualizar de forma más clara algunos de los resultados obtenidos en el análisis.

---

* Para un listado del programa ver Martínez Boronat, J. M. (1988): Ob. cit., pp. 364-370.

BIBLIOGRAFIA

BEATON, A. E.; RUBIN, D. B, and BARONE, J. L. (1976): "The Acceptability of Regressions Solutions. Another look at Computational Accuracy". J.A.S.A., vol. 71, n.º 353, pp. 158-168.

FRANE, J. W. (1987): "Detecting and Describing Statistical and Numerical Ill-Conditioning". Technical Report n. 44. BMDP. Stat. Software (1987).

FULLER, W. A. (1987): "Measurement Error Models". Wiley. New York.

HOERL, A. E. and KENNARD, R. W. (1970a): "Ridge Regression: Biased Estimation for nonorthogonal problems". Technometrics 12, pp. 55-68.

HOERL, A. E. and KENNARD, R. W. (1970b): "Ridge Regression: Aplication to nonorthogonal problems". Technometrics 12, pp. 69-82.

JUDGE, G.; GRIFFITHS, W.; HILL, W. R. and LEE, B. (1980): "The Theory and Practice of Econometrics". Second Edition. Wiley. New York.

LONGLEY, J. W. (1967): "An Appraisal of Least Squares Programs for the Electronic Computer from the point of view of the User". J.A.S.A. 52, pp. 819-841.

MARTINEZ BORONAT, J. M. (1988): "Análisis empírico de las relaciones económicas: detección y tratamiento de la multicolinealidad en los modelos de regresión lineal". Tesis Doctoral. Barcelona.

SAS INSTITUTE INC. (1985): "SAS/IML User's Guide, Version 5 Edition". Cary, N. C., U.S.A.

SAS INSTITUTE INC. (1985): "SAS/GRAPH User's Guide, Version 5 Edition" Cary, N. C., U.S.A.

VINOD, H. D. (1976j): "Application of New Ridge Regression Methods to a Study of Bell System Scale Economics". J.A.S.A., 71, pp 835-841.

DIAGNOSIS EN VARIABLES CUALITATIVAS

M. P. MARTIN-GUZMAN y F. CEA

Universidad Autónoma de Madrid (Spain)

1. INTRODUCCION

Los modelos de respuesta cualitativa han sido utilizados recientemente en estudios socio-económicos, debido al hecho que muchas variables socio-económicas son de naturaleza discreta. Nelder y Wedderburns (1972) señalaron que el modelo lineal generalizado proporciona algunas herramientas adecuadas para estudiar la influencia de un conjunto de variables sobre una variable cualitativa. Entre ellos, la regresión logística ha llegado a ser muy popular, debido a su simplicidad comparativa de cálculo.

El modelo logístico fue aplicado originalmente a datos (de alta calidad obtenidos) procedentes del diseño experimental. En estudios socio-económicos, sin embargo, las regresiones logísticas son ajustadas normalmente a datos de peor calidad, como son los datos procedentes de operaciones muestrales. Tales datos pueden tener una configuración, de alguna forma, diferente de la que uno esperaría como resultado de un diseño experimental, debido a errores en el proceso de recogida, y también, al hecho que frecuentemente resumen información basada en valoración subjetiva.

Cuando se ajustan esos modelos a los datos obtenidos de la muestra, surgen dos tipos diferentes de datos, de acuerdo con Pregibon (1981) "los datos de tales estudios pueden ser notoriamente «malos» –malos desde el punto de vista de las respuestas outliers (y) y «malos» desde el punto de vista de puntos extremos en el diseño espacial (x)".

Esto significa que se debería tomar en consideración tanto los outliers, o puntos mal ajustados por el modelo y los puntos extremos, algunas veces denominados también puntos de influencia, que tienen una repercusión potencialmente grande en el ajuste del modelo.

Se ha de considerar que, cuando se ajusta un modelo de regresión logística, el método de máxima-verosimilitud se utiliza normalmente. Este tiene propiedades óptimas para datos de alta calidad, pero se ha probado que es extremadamente sensible a observaciones atípicas, y esto hace cuestionable la aplicabilidad del modelo estimado. Es, por esto, más útil detectar esos puntos y tener un diagnóstico apropiado con el que medir la influencia de las observaciones individuales tanto en la bondad de ajuste total como en la estabilidad de los coeficientes estimados.

La disponibilidad de tales diagnósticos de alguna forma traslada a la regresión logística hacia una aproximación del análisis de datos exploratorios. Esto significa que el estudio iría más lejos del simple ajuste del "mejor" modelo significativo, y tomaría en consideración además un análisis cuidadoso de su robustez. Como Wriggley y Dunn (1984) puntualizaron, una aproximación tradicional al modelo logit se concentraría en utilizar el contraste t y el contraste razón de verosimilitud en orden a proporcionar una especificación final en el que todos los coeficientes serían significativos en los niveles usuales. La aproximación al análisis de datos, por el contrario, tiende a mantener en el modelo variables explicativas cuya inclusión está justificada en el terreno teórico, aun si su significancia es inferior a los niveles aceptados, y descansaría sobre contrastes diagnósticos para su especificación final. Esto previene la situación en que variables explicativas realmente significativas sean excluidas del modelo como consecuencia de algún outliers o punto de influencia en el ajuste.

En esta ponencia analizaremos y compararemos algunas herramientas gráficas y analíticas recientemente introducidas para el modelo de regresión logística, que son una generalización de los empleados en la regresión lineal ordinaria. Se ha realizado una aplicación empírica en la que se trata de estudiar el cambio experimentado en el tamaño de las familias en España.

2. METODOLOGIA

En la regresión lineal ordinaria, la detección de outliers y puntos de influencia es una práctica común, y las medidas de diagnosis has sido ampliamente desarrolladas. Sólo, recientemente, esas técnicas han sido extendidas a los modelos de regresión logística. Los métodos para detectar los outliers y punto de alta-influencia, así como los instrumentos para llevar a cabo diagnosis específicas para el modelo de regresión logística, basado en el cambio estandarizado en las estimaciones de los parámetros individuales y en las medidas bondad de ajuste generalizada, han sido desarrolladas por Pregibon (1981). También, algunos métodos gráficos son descritos en Landwehr, Pregibon y Shoemaker (1984). Estos, sin embargo, han probado ser menos fiables, tal como veremos a continuación.

Para el modelo de regresión lineal estándar

$$y_i = x_i \beta + e_i \qquad i = 1,2,...,N$$

hay dos elementos básicos en la detección de outliers y puntos de influencia. Estos son los residuos y la matriz de proyección. Los residuos, $r_i = y_i - \hat{x}_i \beta$ miden la desviación de los datos observados del ajuste y, consecuentemente, ayudan a identificar los outliers. Los puntos extremos, sin embargo, son raramente detectados por los residuos, para ellos, el modelo ajusta bien independientemente de su influencia en el ajuste. Los elementos diagonales de la matriz de proyección

$$M = I - X (X'X)^{-1} X'$$

parece ser un istrumento apropiado para el descubrimiento de puntos de influencia, ya que éstos tienden a tener valores pequeños. De acuerdo con Hoaglin y Welsh (1978), un punto debe ser considerado influencial si:

$$m_{ii} \leq 1 - \frac{2m}{N}$$

donde m es el número de parámetros estimados.

La influencia de esos puntos en la estabilidad de los coeficientes estimados y en el bondad de ajuste total pueden ser analizado por la simple eliminación del punto. La incidencia de la eliminación del punto j en los parámetros estimados es:

$$\Delta_j \hat{\beta} = \hat{\beta}(1) - \hat{\beta}(0) = (X'X)^{-1} x_j r_j / m_{jj}$$

y su efecto total en el ajuste es normalmente resumido por:

$$C_j = (\Delta_j \hat{\beta})' x' x (\Delta_j \hat{\beta}) = r_j^2 h_{jj} / (1 - h_{jj})^2$$

Para el modelo de regresión logística binaria:

$$\text{logit}(p) = \ln \left(\frac{p}{1-p}\right) = \theta = \times \beta$$

Pregibon ha generalizado alguno de los instrumentos mencionados, tomando las ventajas del esquema iterativo generado por la aplicación del método de Newton-Raphson a la solución de las ecuaciones de verosimilitud.

La identificación de los outliers y puntos de influencia hace también uso de un vector de resi-

duos y una matriz de proyección. Pero para los modelos de regresión logística no hay una definición única de residuos; Pregibon establece como útil, las componentes del estadístico bondad de ajuste X^2.

$$X_i = \frac{y_i - \hat{p}_i}{(\hat{p}_i (1 - \hat{p}_i))^{1/2}}$$

y la componente de la desviación:

$$D = \Sigma d_i^2 = -2 \Sigma (y_i \ln \hat{p}_i + (1 - y_i) \ln (1 - \hat{p}_i))$$

con el signo apropiado, esto es:

$$d_i = \begin{cases} -(-2 \ln (1 - \hat{p}_i))^{1/2} & \text{cuando } y_i = 0 \\ (-2 \ln \hat{p}_i)^{1/2} & \text{cuando } y_i = 1 \end{cases}$$

Esta desviación total juega en el modelo de regresión logística un papel similar al realizado por la suma de cuadrados residuales en la regresión lineal.

Los puntos de influencia son identificados con la ayuda del análogo a la matriz de proyección para el modelo logístico:

$$M = I - H = I - V^{1/2} X (X'VX)^{-1} X' V^{1/2}$$

donde V es la matriz diagonal cuyos elementos vienen dados por:

$$V_{ii} = \hat{p}_i (1 - \hat{p}_i)$$

La aplicación del método de perturbación infinitesimal al modelo de regresión logística nos proporcionará una medida del efecto, en los parámetros estimados, de eliminar puntos individuales. Por razones de simplicidad de cálculo, la medida utilizada no está basada en las estimaciones finales del modelo de perturbaciones, pero en la primera etapa las estimaciones obtenidas con el método de Newton-Raphson, comenzando el ajuste máximo-verosímil del no-perturbado. Tiende a subestimar las diferencias reales de las estimaciones, pero ha probado, no obstante, ser una aproximación razonablemente buena de ellas. Esto se puede expresar de la siguiente forma:

$$\Delta_i \hat{\beta} = \hat{\beta} - \hat{\beta}_i = \frac{(X' VX)^{-1} x_i (y_i - \hat{p}_i)}{1 - h_{ii}}$$

donde $\hat{\beta}_i$ es la estimación obtenida después de omitir la observación i.

Para una medida de la discrepancia total debida a la eliminación de una observación, una aproximación en la primera etapa, viene dada por:

$$\Delta_i D = \frac{x_i^2 h_{ii}}{(1-h_{ii})^2}$$

Estas herramientas para detectar outliers y puntos de influencia junto con los diagnósticos de la robustez del ajuste en el modelo de regresión logística parece ser más apropiado que los métodos gráficos propuestos de Landwehr, Pregibon y Shoemaker. La idea principal de esta técnica consiste en dividir la desviación en una componente pura de error y en una componente falta de ajuste, así que si el modelo refleja apropiadamente la variación sistemática en los datos, la

segunda componente será pequeña, siendo de este modo un indicador de la bondad del ajuste. La componente pura de error de la desviación es obtenida fácilmente si hay una reproducción exacta. De otra forma, los autores proponen un método consistente en una partición de las observaciones en K conglomerados no solapados, tan homogéneos como sea posible, para cada uno de los que el modelo original es ajustado en orden a estimar las probabilidades locales $\hat{p}^L$ para cada observación. La desviación para el K-ésimo conglomerado, con n_K observaciones, está dado por:

$$D_K^L = \sum_{j=1}^{n_k} d^2 (\hat{p}_{Kj}^L , y_{kj})$$

Reordenando los K grupos de acuerdo con su homogeneidad, es posible obtener estimaciones del error aproximado local por:

$$D_L (t) = \sum_{k=1}^{t} D_K^L / \sum_{k=1}^{t} n_k - 1) , \qquad t = 1,..., K$$

y estos pueden ser representados junto a sus grados de libertad, $X = \sum_{k=1}^{t} (n_k - 1)$. La posición de esos puntos respecto a la línea Y = D (p̂, y) / (N−m), representando la desviación media global, puede ser utilizada como un instrumento diagnóstico, siendo reflejada la falta de ajuste cuando los puntos estén debajo de la línea.

Jennings (1986), sin embargo, establece que, en el modelo logístico, las desviaciones dependen de p, lo que hace irrealizable este método. Los cálculos realizados en clusters de tamaño 3 y 5 muestran una tendencia a sobreestimar la desviación local para p cercano a 0,5 y subestimarla para p=0 y p=1, confirmando así sus objeciones.

3. APLICACION

Como un aplicación empírica, se ajusta una regresión logística a los datos de una encuesta realizada por el CIS, para analizar la incidencia de varias variables socio-económicas en el tamaño de las Familias en España, aplicándose las herramientas de diagnosis.

Nuestra muestra consiste en 280 mujeres casadas. Para cada una de ellas, la encuesta da información acerca del número de hijos, y también, sobre varias variables referentes al estatus económico, nivel de educación, empleo, grado de urbanización e ideología.

Considerando el cambio que está teniendo lugar en España, donde el tamaño de la familia tiende a la estructura de 2 o menos hijos, hemos definido el número de hijos como una variable dicotómica, dando el valor 1 a las mujeres que tengan más de 2 hijos. Las otras variables de la encuesta se toman como explicativas, siendo:

IDEOL – Ideología, una variable discreta con 10 valores, de izquierda a derecha.
EST – Nivel de educación, también es una variable discreta con 8 valores incrementando el orden.
HAB – Grado de urbanización del establecimiento familiar, tomando 7 valores de acuerdo al tamaño de la ciudad.
TRAB – El trabajo de la mujer es tomado como una variable dummy, con valor 1 cuando la mujer trabaja.

Las variables que describen el estatus económico de la familia, tales como la renta total

familiar o el salario de la mujer fueron también contrastadas en el modelo, pero sus niveles de significación fueron tan bajos que su exclusión fue decidida desde el principio.

La estimación del modelo se realizó con el programa LIMDEP mediante el procedimiento máxima-verosimilitud estándar. Las estimaciones fueron:

$$\ln\left(\frac{p_i}{1-p_i}\right) = \underset{(2.217)}{1,6984} - \underset{(-1,275)}{0,1091}\ HAB - \underset{(-1,156)}{0,4071}\ TRAB - \underset{(-2,291)}{0,2150}\ EST + \underset{(2,834)}{0,3414}\ IDEOL$$

donde p es la probabilidad de que la mujer i tenga más de 2 hijos. Los valores entre paréntesis se corresponden con el valor de la t.

El modelo es globalmente significativo a un nivel del 95%. Las variables ideología y nivel de educación son también significativas a un nivel aceptable (99% y 95%). El grado de urbanización, sin embargo, tiene un nivel de significación inferior al 80%, y el trabajo de la mujer es significativo a un 75%. Estas dos últimas en la aproximación tradicional no se habrían incluido probablemente, pero nos ayudarán a realizar el contraste diagnóstico.

El signo de los coeficientes estimados es el esperado. El signo de la variable grado de urbanización muestra una menor inclinación a tener más de 2 hijos en mujeres que viven en ciudades grandes, respondiendo de las diferencias entre áreas rurales y urbanas en España, como una nueva tendencia acerca del tamaño de la familia es aumentado sobre el país. También, mujeres con un trabajo regular o un alto nivel de educación tienden a reducir su tamaño familiar. El coeficiente de la variable ideología tiene un signo positivo, implicando que cuanto más de derechas es la mujer tenderá a tener un mayor número de hijos.

En orden a detectar los outliers, los valores de la X_i y d_i han sido calculados y dibujados para todos los elementos en la muestra. Las observaciones peor ajustadas del modelo son los puntos 235, 238, 262, 192 y 254, aunque hay además un número de ellas cuyo ajuste no puede ser completamente satisfactorio. Una característica común de estos puntos es que X_i y d_i toman valores negativos para todos ellos, lo que implica que todos ellos pertenecen al grupo de mujeres que tengan más de 2 hijos. Esto muestra una asimetría en la calidad del ajuste entre los 2 grupos que sugiere que algunas otras variables explicativas no incluidas deberían haber sido consideradas para explicar mejor el comportamiento de este grupo de mujeres.

Los puntos de influencia han sido definidos como aquellos con $h_{ii} > 2m/N = 0,0357$. Estos nos dan 21 puntos, ninguno de los cuales ha sido previamente identificado como outlier. Es interesante observar que 13 de ellos, esto es, un 62%, corresponde a mujeres con un alto nivel de educación. Además, los puntos de influencia son un 7,5% de la muestra total, donde el 67% de la submuestra son mujeres con grado universitario. Esto parece indicar unas ciertas diferencias en el esquema de comportamiento entre esta submuestra y el resto de las mujeres.

Los diagnósticos $\Delta_i \hat{\beta}$ y $\Delta_i D$ sobre el efecto de borrar cada observación sobre los parámetros estimados y sobre el modelo ajustado muestra, sin embargo, que ninguno de los puntos de mayor influencia son sustancialmente influyentes, confirmando así la afirmación de Hoaglin y Welsh. De hecho, los parámetros estimados parecen ser bastante robustos. La influencia de los puntos individuales sobre los valores estandarizados del diagnóstico para cada coeficiente es inferior al 0,3, a excepción del coeficiente de la variable ideología que está afectada por la observación 235 por casi el 0,57 del error estándar. El signo de la diferencia indica que eliminar este punto, trasladaría $\hat{\beta}_4$ hacia arriba, incrementando su valor de 0,3414 a 0,4103. Su significancia no es atribuible a la influencia de los outliers.

Para todos los tipos de influencia sobre los coeficientes $\hat{\beta}_1$ y $\hat{\beta}_2$ han sido detectados para contrasta X_i y d_i como outliers. Excluyendo cualquiera de ellos moveríamos la estimación de $\hat{\beta}_1$ hacia abajo, lo que incrementaría nuestra confianza en la significación de las variables. Esto no puede decirse, sin embargo, de $\hat{\beta}_2$, para el que la eliminación de cualquiera de sus puntos de influencia —todos dan valores negativos para $\Delta_i \hat{\beta}_2$— aproximarán el valor del estimador a cero, aunque sólo tan próximo como −0,3296. Así, la inclusión de la variable trabajo de la mujer en el modelo es la menos clara de las variables explicativas consideradas.

De acuerdo con los resultados del diagnóstico $\Delta_i D$, los valores logit ajustados no están influidos por ningún punto de influencia, pero parecen estar afectados por varios puntos detectados como outliers. El más influyente es la observación 235. La decisión final, viene determinada por lo que Jennings (1986) especificó: La eliminación de outliers en la regresión logística puede producir estimaciones sesgadas como un resultado del corte asimétrico de la distribución que generalmente implica.

REFERENCIAS

BELSLEY, D. A., KUH, E. and WELSCH, R. E. (1980). "Regression Diagnostics: Identifying Influential Data and Sources of Collinearity". Wiley, New York.

HOAGLIN, D. C. and WELSCH, R. E. (1978). "The Hat Matrix in Regression and ANOVA". Amer. Statistician 32, 17-22.

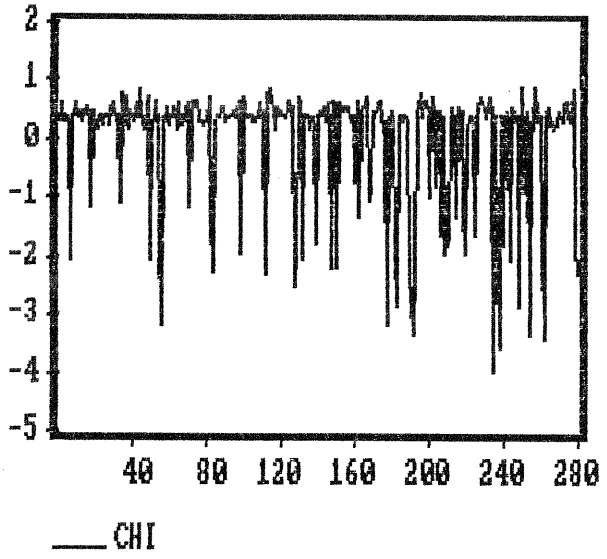
JENNINGS, D. E. (1986). "Outliers and Residual Distributions in Logistic Regression". J.A.S.A. 81, 987-990.

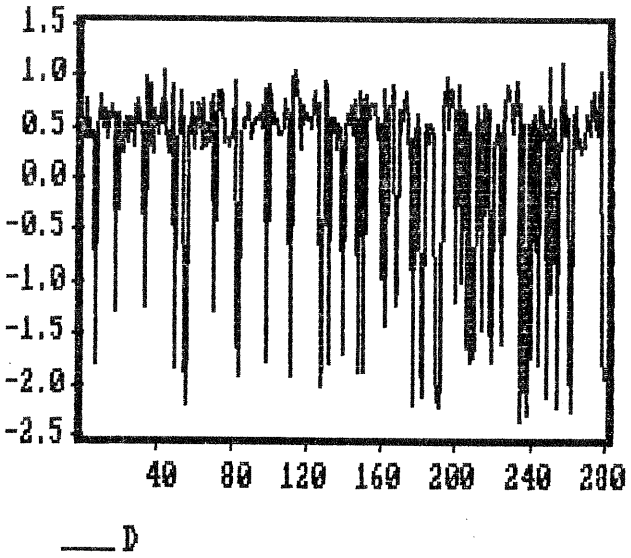
LANDWEHR, J. M., PREGIBON, D. and SHOEMAKER, A. C. (1984). "Graphical Methods for Assesing Logistic Regression Models". J.A.S.A. 79, 61-71.

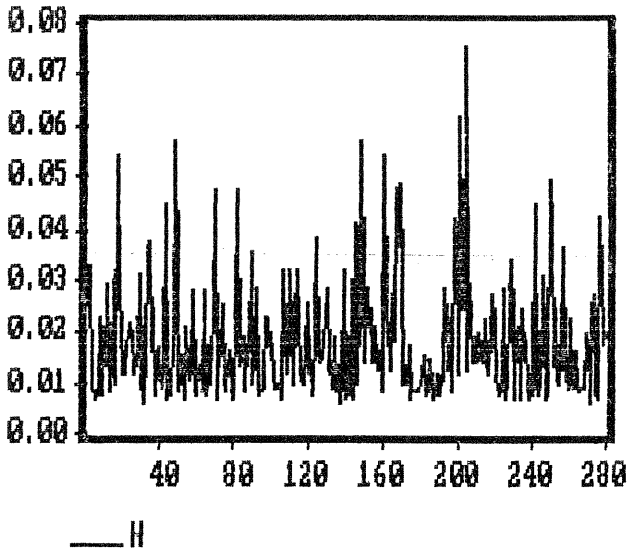
NELDER, J. A. and WEDDERBURN, R. W. M. (1972). "Generalized Linear Models". J. Royal Statist. Soc. A 135, 370-384.

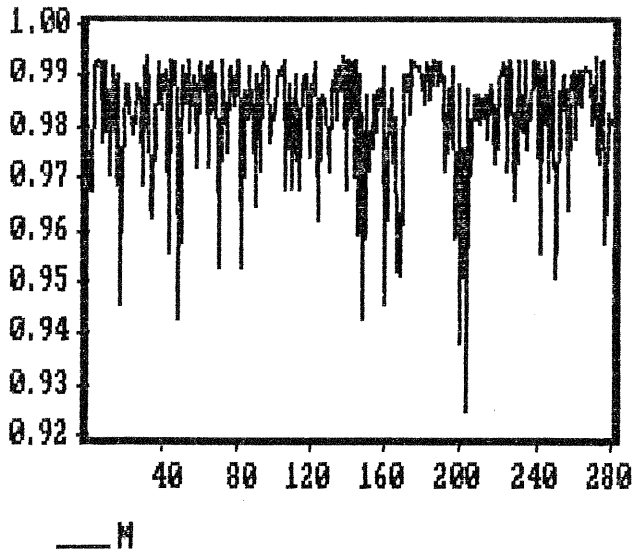
PREGIBON, D. (1982). "Resistant Fits for Some Commonly Used Logistic Models with Medical Applications". Biometrics 38, 485-498.

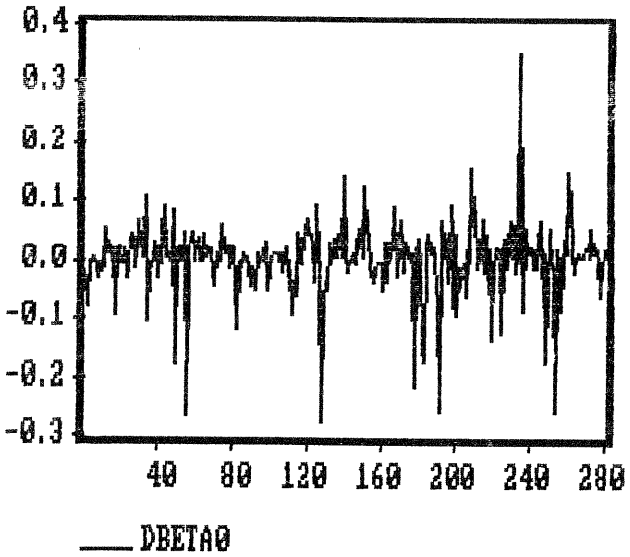
WRIGLEY, N. and DUNN, R. (1984). "Diagnostics and Resistant Fits in Logit Choice Models", in Discrete Choice Models in Regional Science, Pitfield, D. E. ed. Pion.

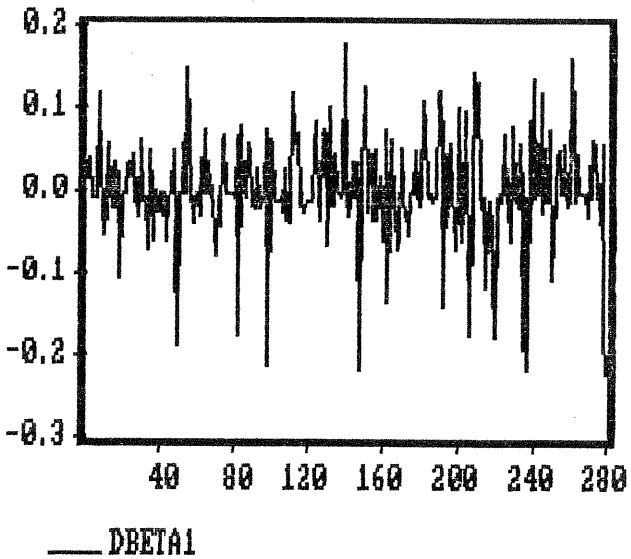

2
1
0
-1
-2
-3
-4
-5
40 80 120 160 200 240 280
CHI

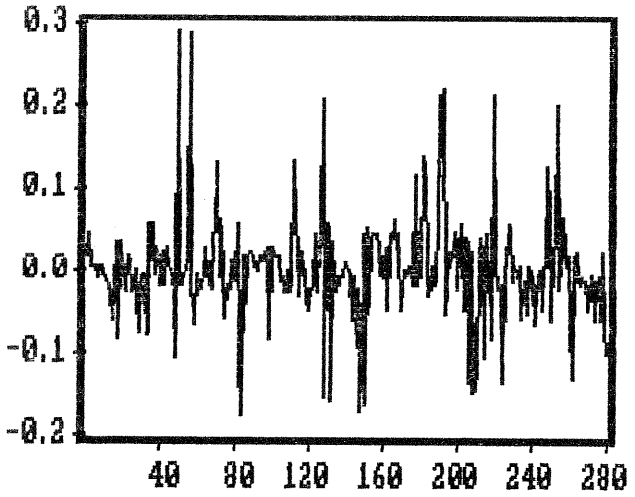

1.5
1.0
0.5
0.0
-0.5
-1.0
-1.5
-2.0
-2.5
40 80 120 160 200 240 280
D


0.08
0.07
0.06
0.05
0.04
0.03
0.02
0.01
0.00
40 80 120 160 200 240 280
H

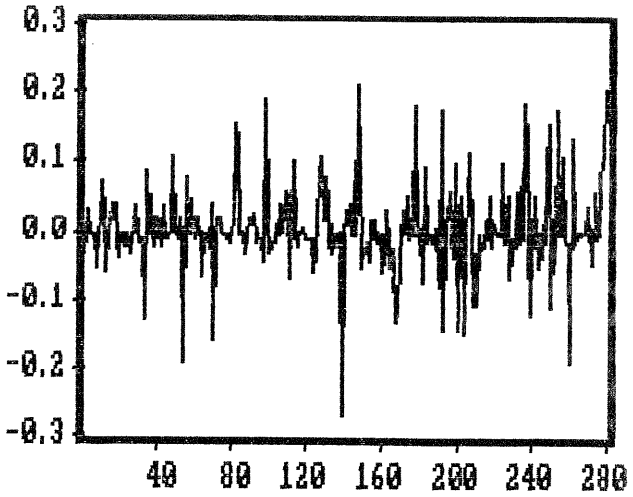

1.00
0.99
0.98
0.97
0.96
0.95
0.94
0.93
0.92
40 80 120 160 200 240 280
M


0.4
0.3
0.2
0.1
0.0
-0.1
-0.2
-0.3
40 80 120 160 200 240 280
DBETA0

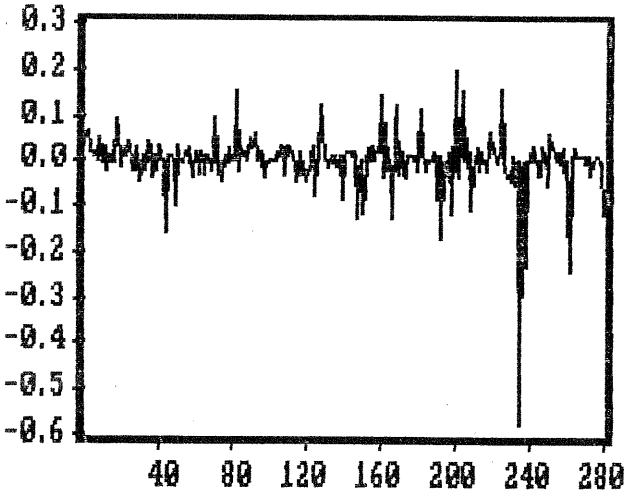

0.2
0.1
0.0
-0.1
-0.2
-0.3
40 80 120 160 200 240 280
DBETA1



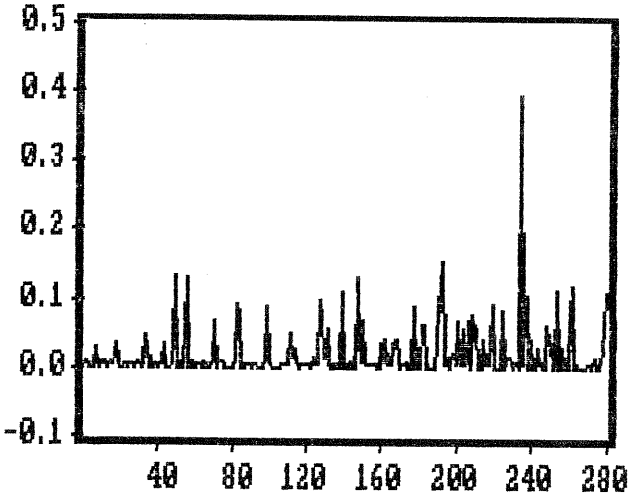
DBETA2



DBETA3



DBETA4



DFIT

APLICACION DEL ALGORITMO EN EL ANALISIS BAYESIANO DEL DISEÑO DE WARNER

CARLOS ARIAS MARTIN
JESUS BASULTO SANTOS
JAVIER BUSTO GUERRERO

Universidad de Sevilla

1. INTRODUCCION

Cuando se realizan encuestas, es frecuente que se presenten problemas al hacer preguntas íntimas a los sujetos (por ejemplo, preguntas sobre abortos, fraude fiscal, etc.). Los sujetos, para ocultar la información que se les solicita, suelen no contestar la pregunta, o de forma intencionada, ofrecer una respuesta falsa. Así, es difícil hacer inferencias sobre preguntas sensibles cuando se realizan encuestas en las que las preguntas se hacen directamente.

Un intento de evitar las dificultades señaladas anteriormente ha sido abordado a partir del desarrollo de los diseños de respuesta aleatorizada, los cuales introducen un elemento probabilístico en la selección de las preguntas. El entrevistado selecciona una pregunta por medio de un instrumento aleatorio de un conjunto de preguntas ofrecidas. El resultado del instrumento aleatorio no es conocido por el entrevistador, y así, el entrevistado puede contestar de forma honesta sin tener que revelar información sobre su intimidad. Como las propiedades del instrumento aleatorio son conocidas por el experimentador, las respuestas dadas por los entrevistados aportan suficiente información sobre la pregunta sensible de forma que permitan hacer inferencias sobre parámetros globales de la población.

Se han desarrollado varios diseños de respuesta aleatorizada, el trabajo de Horvitz, Greenberg y Abernathy (1976) proporciona un resumen comprensible de dichos diseños. El primer diseño de respuesta aleatorizada fue propuesto por Warner (1965). Los estudios de inferencia basados en el diseño de Warner han utilizado fundamentalmente los métodos clásicos, siendo el trabajo de Winkler y Franklin (1979) el primero que utiliza los métodos bayesianos.

Los problemas de inferencia que plantean los diseños de respuesta aleatorizada han entrado en una fase de resolución gracias al reciente trabajo de Bourke y Morán (1988). Estos autores aplican el algoritmo EM, que puede verse en Dempster, Laird y Rubin (1977), al problema de hacer inferencias clásicas con los diseños de respuesta aleatorizada.

El objetivo del presente trabajo es aplicar el algoritmo EM al modelo bayesiano utilizado en el diseño de Warner, observando que la inferencia bayesiana aplicada al diseño de Warner se reduce, en cierta forma, a un problema de inferencia bayesiana usual.

Hemos estructurado el presente trabajo en un primer apartado en el que se expone el modelo de Warner, en el siguiente se resume la aproximación bayesiana, en el tercero se describe la aplicación del algoritmo EM a la aproximación bayesiana, y, por último, se ilustra la aplicación anterior por medio de ejemplos numéricos.

2. MODELO DE RESPUESTA ALEATORIZADA DE WARNER

El modelo de Warner supone una partición de la población en dos grupos no solapados y cuya unión es la población. El primer grupo lo forman los elementos de la población que poseen la característica A (grupo A), mientras que el segundo lo forman aquellos elementos que no poseen la característica A (grupo $\bar{A}$).

Así pues, se construyen dos declaraciones alternativas, como son:

(1) Pertenezco al grupo A.
(2) Pertenezco al grupo $\bar{A}$.

De esta forma, cada uno de los entrevistados selecciona aleatoriamente una de estas dos declaraciones, sin que el entrevistador conozca el resultado de la selección, y contesta en función de su situación real simplemente Si o No a la declaración que haya seleccionado.

Todo ello nos conduce a que si denominamos por p a la probabilidad de que el mecanismo de aleatorización selecciona la declaración "Pertenezco al grupo A", y 1−p "Pertenezco al grupo $\bar{A}$", esto es, construimos la variable aleatoria de tipo Bernouilli:

$$z_i \begin{cases} 1 \text{ si el i–ésimo elemento muestral selecciona (1).} \\ 0 \text{ si el i–ésimo elemento muestral selecciona (2).} \end{cases}$$

donde $P(z_i = 1) = p$
$p(z_i = 0) = 1 - p$
p es elegido por el experimentador, y sin pérdida de generalidad supondremos que $p > 0{,}5$.

el problema sea estimar la proporción de entrevistados que poseen la característica A en la población, que denotamos por π.

Ahora bien, si consideramos que extraemos de la población una muestra aleatoria simple con reemplazamiento (o sin reemplazamiento, siempre que la población sea suficientemente grande para considerarla infinita) de tamaño n, se tiene que cada observación muestral genera una variable aleatoria de tipo Bernouilli, es decir:

$$y_i \begin{cases} 1 \text{ si el i–ésimo elemento muestral responde Sí.} \\ 0 \text{ si el i–ésimo elemento muestral responde No.} \end{cases}$$

De esta forma, la probabilidad de que el i–ésimo elemento muestral responda "Sí", es:

$$P(y_i = 1) = P(y_i = 1/z_i = 1) \cdot P(z_i = 1) + P(y_i = 1/z_i = 0) \cdot P(z_i = 0) = \pi \cdot p + (1 - \pi) \cdot (1 - p) = \lambda$$

Bajo el supuesto que el número de respuestas afirmativas en la muestra es r, esto es:

$$r = \sum_{i=1}^{n} y_i$$

se tiene que la función de verosimilitud de la muestra, L, adopta la siguiente expresión:

$$L = \lambda^r \cdot (1 - \lambda)^{n-r} \text{ para } 1 - p \leq \lambda \leq p.$$

que en términos de π, es:

$$(3)\quad L = [(2 \cdot p - 1) \cdot \pi + (1 - p)]^r \cdot [p - (2 \cdot p - 1) \cdot \pi]^{n-r} \text{ para } 0 \leq \pi \leq 1.$$

El estimador maximoverosímil de λ:

$\hat{\lambda} = p$ para $r/n > p$

$= r/n$ para $1-p \leq r/n \leq p$

$= 1-p$ para $r/n < 1-p$

siendo entonces el estimador maximoverosímil de π:

$$\hat{\pi} = [\hat{\lambda} - (1 - p)] / (2p - 1)$$

La restricción de que λ pertenezca al intervalo [1−p , p] se impone para evitar la posibilidad de que la estimación de π sea negativa o mayor que 1.

3. APROXIMACION BAYESIANA AL MODELO DE WARNER

En el trabajo de Winkler y Franklin (1979), se propone como distribución inicial para el parámetro π, la distribución beta, cuya función de densidad viene dada por:

$f(\pi/\alpha,\beta) = [B(\alpha,\beta)]^{-1} \cdot \pi^{\alpha-1} \cdot (1-\pi)^{\beta-1}$

donde $B(\alpha,\beta) = \Gamma(\alpha) \cdot \Gamma(\beta) / \Gamma(\alpha+\beta)$

para $\alpha > 0$, y $\beta > 0$.

A partir de esta distribución inicial y la función de verosimilitud definida en (3), se obtiene, como consecuencia del teorema de Bayes, la siguiente distribución final para el parámetro π:

$f(\pi/r,n) \propto \pi^{\alpha-1} \cdot (1-\pi)^{\beta-1} \cdot [(2 \cdot p-1) \cdot \pi + (1-p)]^{r} \cdot [p-(2 \cdot p-1) \cdot \pi]^{n-r}$

para $\pi \in [0 , 1]$.

Ahora bien, aplicando el teorema de la probabilidad total, tenemos que:

$$(4)\quad f(\pi/r,n) = \sum_{t=o}^{n} f(t/r,n) \cdot f(\pi/t,n)$$

donde:
t, cantidad no observada, es el número de entrevistados que pertenecen al grupo A. Es decir, si construimos la variable aleatoria de tipo Bernouilli:

$$x_i \begin{cases} 1 \text{ si el i−ésimo elemento muestral pertenece al grupo A.} \\ 0 \text{ si el i−ésimo elemento muestral pertenece al grupo } \bar{A}. \end{cases}$$

$$\text{se tiene que: } t = \sum_{i=1}^{n} x_i$$

$f(\pi/t,n)$ es una función de densidad beta con parámetros $\alpha+t$ y $\beta+n-t$.
$f(t/r,n) \propto f(t/n,\alpha,\beta) \cdot f(r/t,n)$
donde:
$f(t/n,\alpha,\beta)$ es una distribución betabinomial cuya función de cuantía es:

$$\begin{bmatrix} n \\ t \end{bmatrix} \cdot B(\alpha+t,\beta+n-t)/B(\alpha,\beta)$$

para t = 0, 1, 2, ..., n.

$$f(r/t,n) = \sum_{j=\alpha}^{b} \begin{bmatrix} t \\ j \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} n-t \\ r-j \end{bmatrix} \cdot p^{n-t-r+2j} \cdot (1-p)^{t+r-2j}$$

donde a es el máximo de (0 , t−n+r) y b es el mínimo de (r , t).
para r = 0, 1, 2, ..., n.

Tal como señalan los autores en su trabajo, si t fuese conocido, la distribución final (4), se reduciría a una distribución beta con parámetros α+t y ß+n−t. Precisamente, porque t es desconocido, la distribución final (4) resulta ser una combinación convexa de distribuciones betas con parámetros α+t y ß+n−t para t = 0, 1, 2, ..., n.

4. APLICACION DEL ALGORITMO EM AL MODELO DE WARNER

En el trabajo de Bourke y Morán (1988), los autores introducen el algoritmo EM en los diseños de respuesta aleatorizada, para proporcionar un cálculo simple de una buena aproximación al estimador de máxima verosimilitud.

En el caso de un modelo de Bernouilli, los pasos para aplicar este algoritmo son:

I) Tomar un valor de π_1.

II) Imputar el valor desconocido t por $\hat{t}$, donde:

$$\hat{t} = E\,[t/r,\pi_1]$$

es decir, la esperanza de t condicionado a r y π_1.

III) Calcular la función de verosimilitud del parámetro π, dado el "dato" $\hat{t}$, es decir:

$$\hat{L} \propto \pi^{\hat{t}} \cdot (1-\pi)^{n-\hat{t}}$$

IV) Calcular el máximo de $\hat{L}$, que resulta ser:

$$\hat{\pi} = \hat{t}/n$$

V) Tomar $\pi_1 = \hat{\pi}$ y repetir todos los pasos anteriores.

El algoritmo EM nos asegura que la sucesión de los valores (π_1) converge al estimador de máxima verosimilitud de la función verosímil (3).

En el presente trabajo, el algoritmo EM nos permite obtener la moda de la distribución final (4). Los pasos son los siguientes:

A) Realizar los pasos I y II anteriores.

B) Calcular la distribución final bajo el supuesto de que el dato es $\hat{t}$. En nuestro caso se trata de una distribución beta de parámetros α+$\hat{t}$ y ß+n−$\hat{t}$.

C) Calcular la moda $\hat{\pi}_M$ de dicha distribución beta, es decir:

$$\hat{\pi}_M = (\alpha+\hat{t}-1)/(\alpha+ß+n-2)$$

D) Tomar $\pi_1 = \hat{\pi}_M$ y repetir los pasos anteriores.

La aplicación del algoritmo EM nos asegura la convergencia de la sucesión (π_1) a la moda de la distribución final (4).

Para calcular el valor de $\hat{t}$ basta obtener, en primer lugar, para un individuo que ha contestado "sí", es decir, y = 1, la probabilidad de que pertenezca al grupo A; y en segundo lugar, para un individuo que ha contestado "no", es decir, y = 0, la probabilidad de que pertenezca al grupo A. La primera de estas probabilidades, aplicando el teorema de Bayes, es:

$$P(x=1/y=1) = P(x=1) \cdot P(y=1/x=1)/P(y=1) = \pi_1 \cdot p/[\pi_1 \cdot p + (1-\pi_1)\cdot(1-p)] = p_1$$

y, análogamente, la segunda adopta la siguiente expresión:

$$P(x=1/y=0) = \pi_1 \cdot (1-p)/(1-[\pi_1 \cdot p + (1-\pi_1)\cdot(1-p)]) = p_2$$

A partir de estas probabilidades, se tiene que:

$$\hat{t} = E\,[t/r,\pi_1] = \sum_{i=1}^{n} E\,[x_i / y_i,\pi_1] = \sum_{i=1}^{n} P(x_i=1/y_i,\pi_1) = r\cdot P(x=1/y=1,\pi_1) + (n-r)\cdot P(x=1/y=0,\pi_1) = r\cdot p_1 + (n-r)\cdot p_2$$

El conocimiento de la moda de la distribución final (4) no es suficiente para tener una idea sobre la variabilidad de dicha distribución. En el presente trabajo vamos a dar un valor aproximado de la varianza, σ^2, de la distribución final (4), a partir de la siguiente fórmula (Lindley, 1965):

$$(5)\ \hat{\sigma}^2 = -\left[\frac{\delta}{\delta\,\pi^2}\ln\left[\hat{\lambda}^r\cdot(1-\hat{\lambda})^{n-r}\right]\right]^{-1} = \left[(2\cdot p-1)^2\cdot[(r/\hat{\lambda}^2) + (n-r)/(1-\hat{\lambda})^2]\right]^{-1}$$

siendo $\hat{\lambda} = \hat{\pi}\cdot p + (1-\hat{\pi})\cdot(1-p)$, y donde $\hat{\pi}$ es el valor obtenido por el algoritmo EM.

5. EJEMPLOS NUMERICOS

Para ilustrar los procedimientos desarrollados en el cuarto apartado, vamos a considerar, siguiendo el trabajo de Winkler y Franklin (1979), cinco distribuciones iniciales de tipo beta para π: α=1, ß=1; α=2, ß=4; α=2, ß=8; α=10, ß=20 y α=10, ß=40. Además, vamos a tomar cinco tamaños muestrales (n=15, 75, 150, 300 y 450) y siendo el cociente n/r constante igual a 0,4, y p=0,7.

TABLA

α,ß		r=6 n=15	r=30 n=75	r=60 n=150	r=120 n=300	r=180 n=450
1, 1	π_M	0,250	0,250	0,250	0,250	0,250
	$\sigma(\hat{\sigma})$	0,226(0,316)	0,130(0,141)	0,098(0,100)	0,070(0,071)	0,058(0,058)
2, 4	π_M	0,250	0,250	0,250	0,250	0,250
	$\sigma(\hat{\sigma})$	0,155(0,316)	0,110(0,141)	0,088(0,100)	0,066(0,071)	0,055(0,058)
2, 8	π_M	0,142	0,187	0,210	0,227	0,234
	$\sigma(\hat{\sigma})$	0,114(0,301)	0,096(0,138)	0,082(0,098)	0,064(0,070)	0,054(0,057)
10,20	π_M	0,316	0,302	0,291	0,279	0,273
	$\sigma(\hat{\sigma})$	0,081(0,322)	0,071(0,143)	0,063(0,101)	0,053(0,071)	0,047(0,058)
10,40	π_M	0,189	0,196	0,203	0,213	0,220
	$\sigma(\hat{\sigma})$	0,055(0,309)	0,053(0,138)	0,050(0,098)	0,046(0,070)	0,042(0,057)

En la tabla recogemos la moda de la distribución final del parámetro π, obtenida por el algoritmo EM. Hemos comprobado que en todos los ejemplos, el número de iteraciones del algoritmo es pequeño, logrando rápidamente una aproximación exacta, con cuatro decimales, al verdadero valor de la moda de la distribución final. Debido a esto, no se recoge el verdadero valor, para cada ejemplo, de la moda de la distribución final.

En esta tabla, también se recogen la desviación estándar de la distribución final, así como su aproximación (5), que en la tabla aparece entre paréntesis. Se observa que esta aproximación es excelente cuando el tamaño muestral es grande y la distribución inicial no domina a la función de verosimilitud. Comparando nuestra tabla con la que ofrecen Winkler y Franklin (1979), se observa que mientras estos autores logran una buena aproximación de la desviación estándar, y una no muy buena aproximación de la media de la distribución final, nosotros logramos precisamente lo contrario, puesto que damos una buena aproximación de la moda de la distribución final, y no tan buena de la desviación estándar.

BIBLIOGRAFIA

BOURKE, P. D. and MORAN, M. A. (1988). "Estimating Proportions From Randomized Response Data Using the EM Algorithm". *Journal of the American Statistical Association,* 83, 964-968.

DEMPSTER, A. P., LAIRD, N. M. and RUBIN, D. B. (1977). "Maximun Likelihood Estimation From Incomplete Data Via the EM Algorithm". *Journal of Royal Statistical Society, Ser B,* 39, 1-38.

HORVITZ, D. G., GREENBERG, B. G. and ABERNATHY, J. R. (1976). "Randomized Response: A Data-Gathering Device for Sensitive Questions". *International Statistical Review,* 44, 181-196.

LINDLEY, D. V. (1965). *"Introduction to probability and Statistics from a Bayesian Viewpoint". Parte 2. Inference.* Cambridge University Press.

WARNER, S. L. (1965). "Randomized Response: A Survey Technique for Eliminating Evasive Answer Bias". *Journal of the American Statistical Association,* 60, 63-69.

WINKLER, R. L. and FRANKLIN, L. A. (1979). "Warner's Randomized Response Model: A Bayesian Approach". *Journal of the American Statistical Association,* 74, 207-214.

REPRESENTACION RACIONAL TIPO PADE DE LA FUNCION DE DISTRIBUCION NORMAL Y SU APLICACION EN LA COMPUTACION DE MODELOS TOBIT

POR

CONCEPCION GONZALEZ Y GINES GUIRAO PEREZ

Universidad de La Laguna

1. INTRODUCCION

En el presente trabajo exponemos una técnica para aproximar funciones, que poseen desarrollos en serie de potencias, mediante funciones racionales polinómicas. Nuestro interés primario se centra en la aproximación tipo-Padé de la función de distribución normal, con el objetivo de resolver un problema práctico que nos encontramos en la aplicabilidad de los diferentes modelos tobit.

Mauleón, I. (1987), en un artículo refinadamente esclarecedor para el investigador aplicado de diversos problemas prácticos en el tratamiento econométrico de datos de corte transversal, señala que, "hay un problema práctico importante para la aplicación de modelos con respuesta truncada que es la disponibilidad de programas informáticos. Excepto para el caso más simple, no existen apenas programas disponibles. No obstante, algunos programas como el TSP (Versión 4.1) incluyen una rutina que optimiza una función de verosimilitud arbitraria suministrada por el usuario. Un problema en este caso es que no se dispone de una expresión numérica exacta para la función de distribución de una normal".

En este trabajo, deducimos una representación racional tipo-Padé de orden ocho en seis puntos (0, 0.5, 1, 2, 3, ∞) de la función de distribución normal, que es válida para todo valor real y presenta buenas propiedades de estabilidad y convergencia. El plan del trabajo es como sigue: En la sección 2 se introducen y definen los aproximantes de Padé y tipo Padé, en la sección 3 se obtiene una representación racional tipo-Padé de la función de distribución normal estándar y en la sección 4 se hace referencia a su aplicación en la computación de modelos con variable dependiente limitada.

2. APROXIMANTES DE PADE Y TIPO-PADE

Los aproximantes de Padé son determinadas funciones racionales polinómicas que se utilizan para aproximar funciones que poseen desarrollos en serie de potencias. Este tipo de aproximación, introducido por Padé en 1892, ha experimentado recientemente un gran auge con la computación numérica de funciones debido a sus importantes propiedades de estabilidad.

Más formalmente, dada f una serie formal de potencias en z=a,

$$f(z) = \sum_{i=0}^{\infty} c_i (z - a)^i \qquad (c_i \varepsilon R) \qquad (1)$$

Un aproximante de Padé de orden m+n de la función f en el punto a es una función racional, cuyo numerador P_m y denominador Q_n son polinomios de grados m y n respectivamente, tal que su desarrollo en potencias crecientes de (z−a) coincide con el de f hasta la potencia $(z-a)^{m+n}$.

Sea,

$$[m/n]^f (z) = \frac{P_m (z)}{Q_n (z)} \qquad (2)$$

dicha función racional, donde,

$$P_m(z) = \sum_{i=0}^{m} p_i (z - a)^i$$

$$Q_n(z) = \sum_{j=0}^{n} q_j (z - a)^j$$

entonces,

$$[m/n]_f (z) = f (z) + 0 ((z - a)^{m+n+1}) \qquad (3)$$

Los coeficientes de los polinomios P_m y Q_n se calculan resolviendo el sistema lineal que resulta al igualar coeficientes, hasta el grado m+n, en la expresión,

$$P_m (z) = Q_n (z) f (z) \qquad (4)$$

Brezinski, C. (1980), intentando relajar la hipótesis de orden de aproximación en pro de lograr una aproximación computacionalmente más sencilla ha introducido los aproximantes tipo-Padé que son funciones racionales P_m/Q_n cuyo desarrollo en serie coincide con el de f, sólo hasta el término de grado m. Este caso es más general, puesto que, puede elegirse arbitrariamente el polinomio Q_n según convenga. Evidentemente, los coeficientes de P_m se calculan resolviendo el sistema lineal que resulta de igualar los primeros m coeficientes de la ecuación polinómica (4). Obsérvese que si n es cero el aproximante tipo-Padé coincide con el desarrollo en serie truncado de f.

Las definiciones anteriores se refieren a aproximantes en un solo punto a. La generalización a más de un punto es inmediata; en este caso el orden de aproximación m+n o m respectivamente, se entiende que es la suma de los órdenes alcanzados en cada punto. Así, por ejemplo, si se desea aproximar en los puntos $a_1, a_2, a_3, ..., a_s, \infty$, con órdenes de aproximación en cada punto $m_1, m_2, ..., m_s$ y simbólicamente m_∞ en ∞, entonces el orden del aproximante es $m_1 + m_2 + ... + m_s + m_\infty$. Donde, por aproximación de orden m_∞ en ∞ se entiende lo siguiente:

$$\text{Si } f (z) = \sum_{i=0}^{\infty} d_i \, 1/z^i \qquad z \longrightarrow 0$$

entonces,

$$P_m(z) = Q_n(z) f (z)$$

hasta el término de orden m_∞, es decir;

$$\frac{P_m (z)}{Q_n (z)} = \sum_{i=0}^{m}{}^{\infty} d_i \, 1/ z^i + 0 (z^m) \qquad (5)$$

La elección, tanto del tipo de aproximación como del orden, responde a razones de tipo teórico como, estabilidad, convergencia, tipo de función a aproximar (¿es conocida la función f o sólo los primeros términos de su desarrollo en serie?), etc..., y de tipo numérico como el coste computacional, los errores de redondeo, etc...

En la próxima sección, y a modo de ejemplo metodológico, obtenemos un aproximante tipo-Padé para representar la función de distribución normal estándar.

3. REPRESENTACION RACIONAL DE LA FUNCION DE DISTRIBUCION NORMAL ESTANDAR

La función de distribución normal estándar tiene una representación integral,

$$\Phi (x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{x} e^{-t2/2} dt \qquad \forall \times \varepsilon R$$

que admite el siguiente desarrollo en serie,

$$\Phi(x) = \frac{1}{2} + \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{2^n\, n!\, (2n+1)} x^{2n+1}$$

cuyo campo de convergencia es todo R.

Por lo tanto, la función Φ puede representarse, para cálculos numéricos, mediante la serie truncada, pero los resultados sólo son aceptables para valores pequeños de x, aun cuando se consideren bastantes términos de la serie. Ello se debe a que el cálculo de las sucesivas potencias de x se deteriora considerablemente.

Estos resultados pueden mejorarse utilizando aproximantes racionales. A modo de ejemplo, vamos a elegir un aproximante tipo-Padé, que hemos utilizado en diversas aplicaciones, véase por ejemplo González, C. y Guirao, G. (1887, 1988).

En la tabla 1 pueden verse los valores obtenidos con:

(1) La serie truncada hasta el término de grado 11,

$$\Phi(x) \simeq \frac{1}{2} + \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \left[x - \frac{x^3}{6} + \frac{x^5}{40} - \frac{x^7}{336} + \frac{x^9}{3456} - \frac{x^{11}}{42240} \right]$$

(2) Aproximante tipo-Padé en los puntos (0,0.5,1,2,3,∞) de grado 8,

$$\Phi(x) \simeq R(x) \equiv \frac{1}{2} + \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \left[\frac{p_0+p_1x+p_2x^2+p_3x^3+p_4x^4}{q_0+q_1x+q_2x^2+q_3x^3+q_4x^4} \right] \quad x > 0 \qquad (6)$$

$$= \frac{1}{2} \qquad x=0$$

$$= 1 - \Phi(-x) \simeq 1 - R(-x) \qquad x<0$$

donde

$p_o = 0$, $q_3 = 0.05771$

$p_1 = 1 = q_0$

$p_2 = 0.18859 = q_1$

$p_3 = 0.06832 = q_2 - 1/6$

$p_4 = 0.02605\sqrt{\pi}/2 = q_4\sqrt{\pi}/2$

TABLA 1

APROXIMACIONES A LA FUNCION DE DISTRIBUCION NORMAL ESTANDAR

x	(1) Serie Truncada	(2) A. Tipo-Padé
0.2	0.5793	0.5793
0.4	0.6552	0.6554
0.6	0.7243	0.7258
0.8	0.7821	0.7882
1.0	0.8238	0.8413
1.2	0.8438	0.8848
1.4	0.8369	0.9190
1.6	0.7995	0.9449
1.8	0.7314	0.9639
2.0	0.6385	0.9773
3.0	0.6737	0.9987
4.0	– 2.2730	0.9963
5.0	– 179.90	0.9926
10.0	–8128200	0.9905

Así pues hemos elegido, en este ejemplo, el grado del denominador igual al del numerador, m=n=4 (potencia no muy elevada) y los coeficientes p_i y q_i tales que cumplan las siguientes propiedades:

a) Igual comportamiento asintótico ($x \longrightarrow \infty$) de R y Φ, es decir, $p_4 = q_4 \sqrt{\pi}/2$.

b) Aproximación de orden tres en el origen, es decir,

$$R(x) = \Phi(x) + o(x^4) \longleftrightarrow \begin{aligned} R(0) &= \Phi(0) \\ R'(0) &= \Phi'(0) \\ R''(0) &= \Phi''(0) \\ R'''(0) &= \Phi'''(0) \end{aligned}$$

c) Aproximación de orden 1 en los puntos 0.5, 1, 2 y 3, es decir,

$$R(x) = \Phi(x) \qquad \text{para } x = 0.5, 1, 2, 3$$

Con lo cual, R(x) resulta ser un aproximante tipo-Padé de orden ocho en seis puntos con buenas propiedades de estabilidad y convergencia.

Es interesante destacar que el error de la aproximación obtenida es por defecto sobre el valor exacto y por tanto es también útil para todas aquellas aplicaciones concretas en las cuales haya que calcular log (1 − Φ (x)) como ocurre, por ejemplo, en la computación de los modelos tobit.

En la siguiente sección introducimos los modelos tobit y hacemos una referencia sobre la aplicación de este aproximante a la computación de dichos modelos.

4. APLICACION A LA COMPUTACION DE MODELOS TOBIT

Los modelos tobit son modelos de regresión en los que el rango de variación de la variable dependiente está limitado de alguna forma. Fue Tobin, J. (1958) quien en un trabajo innovador formuló por primera vez un modelo de esta clase en el terreno de la economía.

El modelo originariamente propuesto por Tobin y que es actualmente conocido como modelo tobit estándar, se puede definir como:

$$\begin{aligned} y_i^* &= x_i'\beta + u_i \quad , \quad i = 1, 2, \ldots, n \qquad (7) \\ y_i &= y_i^* \qquad \text{si} \quad y_i^* > 0 \\ &= 0 \qquad \text{si} \quad y_i^* \leq 0 \end{aligned}$$

donde las $\{u_1\}$ están independiente e idénticamente distribuidas (i.i.d.) según una $N(0,\sigma^2)$. Se supone que se observa $\{x_i\}$ para i=1,2,...,n, pero que $\{y_i\}$ no se observa si $y_i^* \leq 0$.

La función de verosimilitud de este modelo viene dada por:

$$L = \prod_0 P(y_i^* \leq 0) \prod_1 f(y_i) = \prod_0 [1 - \Phi(x_i'\beta/\sigma)] \prod_1 \sigma^{-1} \varnothing [(y_i - x_i'\beta)/\sigma] \qquad (8)$$

donde Φ y $\varnothing$ son, respectivamente, las funciones de distribución y densidad de la normal estándar y $\prod_0$ representa el producto de los i para los cuales $y_i^* \leq 0$ y $\prod_1$ para los que $y_i^* > 0$.

Este modelo pertenece a lo que se conoce, a veces, como un modelo de regresión censurado. Por el contrario, si no se observa ni y_i ni x_i cuando $y_i^* \leq 0$, estamos en el caso de un modelo de regresión truncado. La función de verosimilitud de la versión truncada del modelo tobit se escribe como:

$$L = \prod_1 \Phi(x_i'\beta/\sigma)^{-1} \sigma^{-1} \varnothing [(y_i - x_i'\beta)/\sigma] \qquad (9)$$

A partir de la década de los setenta han aparecido y continúan apareciendo numerosas aplicaciones de estos modelos que se extienden a lo largo de una amplia área dentro de la economía. Al mismo tiempo, se han propuesto muchas generalizaciones de este modelo tobit estándar. Amemiya, T. (1984) hace una revisión de los diferentes modelos tobit propuestos y logra clasificar

la mayoría de ellos en cinco tipos comunes de acuerdo con las semejanzas en la función de verosimilitud.

Siguiendo a Amemiya, si caracterizamos la función de verosimilitud de cada tipo de modelo esquemáticamente como en la Tabla 2, en la que se supone que todo y_j, j=1,2,3, está distribuido como $N(x_j' \beta_j, \sigma_j^2)$ y P representa una probabilidad o densidad o una combinación de ambas; y donde hay que tomar el producto de toda P a lo largo de las observaciones que pertenecen a una categoría particular determinada por el signo de y_i. Por lo tanto, el tipo I (modelo tobit estándar) $P(y_i<0)P(y_1)$ es una notación abreviada de

$$\prod_0 P(y_{1i}^* < 0) \prod_1 f_{1i}(y_{1i})$$

siendo f_{1i} la densidad de $N(x_{1i}'\beta_1, \sigma_1^2)$. Esta expresión puede reescribirse como (8) después de eliminar el subíndice innecesario.

TABLA 2

Tipo 1	$P(y_1<0)\ P(y_1)$
Tipo 2	$P(y_1<0)\ P(y_1>0,y_2)$
Tipo 3	$P(y_1<0)\ P(y_1,y_2)$
Tipo 4	$P(y_1<0,y_3)\ P(y_1,y_2)$
Tipo 5	$P(y_1<0,y_3)\ P(y_1>0,y_2)$

Análogamente, si consideramos el modelo tobit tipo 2, que se define de la siguiente forma:

$$\begin{aligned} y_{1i}^* &= x_{1i}'\beta_1 + u_{1i} \qquad y_{2i}^* = x_{2i}'\beta_2 + u_{2i} \\ y_{2i} &= y_{2i}^* \quad \text{si} \quad y_{1i}^* > 0 \\ &= 0 \quad \text{si} \quad y_{1i}^* \le 0, \qquad i = 1,2,\ldots,n \end{aligned} \tag{10}$$

siendo $\{ u_{1i}, u_{2i} \}$ extracciones i.i.d. de una distribución normal bivariante con media cero, varianzas σ_1^2 y σ_2^2 y covarianza σ_{12}.

La función de verosimilitud de dicho modelo viene dada por

$$L = \prod_0 P(y_{1i}^* \le 0) \prod_1 f(y_{2i}^* \mid y_{1i}^* > 0)\, P(y_{1i}^* > 0) = \prod_0 P(y_{1i}^* \le 0) \prod_1 \int_0^\infty f(y_{1i}^*, y_{2i})\, dy_{1i}^* \tag{11}$$

representando f(.,.) la densidad conjunta de y_{1i}^*e y_{2i}^*. Dicha densidad conjunta puede escribirse como el producto de una densidad condicional y una densidad marginal, es decir,

$f(y_{1i}^*, y_{2i}) = f(y_{1i}^* \mid y_{2i})\, f(y_{2i})$ y determinar una forma específica para $f(y_{1i}^* \mid y_{2i})$ a partir del bien conocido hecho de que la distribución condicional de y_{1i}^* dada por $y_{2i}^* = y_{2i}$ es normal con media $x_i'\beta_1 + \sigma_{12}\sigma_2^{-2}(y_{2i} - x_{2i}'\beta_2)$ y varianza $\sigma_1^2 - \sigma_{12}^2\sigma^2{}_2$. Por lo tanto (11), puede reescribirse como

$$L = \prod_0 [1 - \Phi(x_{1i}\beta_1\sigma_1^{-1})] \prod_1 \Phi[x_{1i}'\beta_1\sigma_1^{-1} + \sigma_{12}\sigma_1^{-1}\sigma_2^{-2}(y_{2i} - x_{2i}'\beta_2)]$$

$$\cdot [1 - \sigma_{12}^2\sigma_1^{-2}\sigma_2^{-2}]^{-1/2}\, \sigma_2^{-1}\varnothing[\sigma_2^{-1}(y_{2i} - x_{2i}'\beta_2)]$$

En conclusión, como se desprende de la Tabla 2 y del análisis más detallado que hemos expuesto de los tipos 1 y 2 de modelos tobit, los métodos de máxima verosimilitud conducen en estos modelos a problemas de optimización no lineal que hay que resolver generalmente mediante procedimientos numéricos iterativos. Y tanto si se utilizan métodos directos, que buscan el óptimo evaluando sólo la función a maximizar, como si se utilizan métodos de gradiante, que evalúan no sólo la función a maximizar sino también el gradiente, y en algunos casos el hessiano, se necesita disponer de una expresión numérica finita para la función de distribución de la normal estándar.

En trabajos prácticos en los que era necesario la computación de alguno de los modelos descritos en la sección 3, hemos utilizado subrutinas de optimización de la librería NAG y allí donde fue preciso una expresión finita para la función de distribución de la normal estándar, hemos aplicado con éxito numérico las ideas de la sección 2, y en concreto la aproximación (6).

REFERENCIAS BIBLIOGRAFICAS

AMEMIYA, T. (1984). "Tobit Models: A survey". Journal of Econometrics 24, 3-61.

BREZINSKI, C. (1980). "Padé-type Approximations and General Orthogonal Polynomials". Birkhaüser.

GONZALEZ, C. y GUIRAO, G. (1987). "Simulación del comportamiento del estimador de Máxima Verosimilitud en Modelos de Regresión Censurados Heteroscedásticos". II Jornadas de Modelización Económica. Barcelona, 63-75.

GONZALEZ, C. y GUIRAO, G. (1988). "Comparación de estimadores en Modelos de Regresión Truncados". Documento de Trabajo. Facultad de C.C.E.E., Universidad de La Laguna, N.º 3.

MAULEON, I. (1987). "Problemas prácticos en el tratamiento econométrico de datos cross-action". Investigaciones económicas XI, 41-94.

PADE, H. (1892). "Sur la représentation approché d'une fonction par des fractions rationnelles", Ann. Ec. Norm. Sup. 9.

TOBIN, J. (1958). "Estimation of Relationship for limited dependent variables". Econométrica 26, 24-36.

TECNICAS DE PREDICCION A NIVEL PROFESIONAL (*)

POR

A. PULIDO

Documento 89/4. Abril 1989

III REUNION DE ASEPELT-ESPAÑA
19 y 20 de junio de 1989
SEVILLA

(*) El presente texto forma parte del libro, en preparación, "Predicción Económica y Empresarial". Redacción previa para examen y corrección.

LA PREDICCION PROFESIONAL

Sin actividad previsional, no hay efectivamente

INTRODUCCION

Entendemos que cualquier acercamiento a los temas de predicción supone aceptar algunos principios que considera deben impregnar todo su desarrollo. El primero de ellos, hace referencia a cómo la predicción debe entenderse como un criterio permanente de anticipación de un futuro incierto y sobre el que además podemos incidir. Nada más lejano a nuestro enfoque, que la supuesta elaboración estática de predicciones justificadas como certeras. Defendemos la predicción que hace explícitos sus condicionantes, que marca el camino de su propia revisión, que permite la elección entre hipotéticos futuros alternativos.

A nuestro entender, la predicción a nivel profesional no es meramente un nuevo escalón en la complejidad de las técnicas utilizadas (aunque en ocasiones así pueda suceder, si ello está justificado). Debe ser, sobre todo, una visión abierta hacia el futuro, integrada en unos objetivos generales y capaz de generar acciones que puedan rectificar la marcha natural o tendencial del sistema de referencia. El auténtico profesional de la predicción, en nuestro enfoque, no es un super-especialista en una técnica que está atento a los pormenores de su aplicación, sino aquel que conoce lo suficientemente bien las técnicas de predicción como para utilizar la más adecuada (o al menos una de las que pudieran considerarse como idóneas), prestando más atención si cabe al objeto de estudio que a los detalles, muchas veces rutinarios, de su aplicación.

En la literatura técnica especializada, incluso se ha llegado a utilizar el término *prospectiva* para calificar esta visión dinámica y global, reservando *predicción* o *previsión* para un enfoque típicamente determinista y parcial. Tal es el caso de la tesis defendida por el profesor francés Michel Godet, que resumimos en el cuadro adjunto.

CARACTERISTICAS DE LA PREVISION Y LA PROSPECTIVA SEGUN GODET (1977)

Aspectos	Características de la previsión	Características de la prospectiva
Visión	Parcial, "todas las otras cosas iguales"	Global, "nada permanece igual"
Variables	Cuantitativas, objetivas y conocidas	Cualitativas, cuantificables o no subjetivas, conocidas u ocultas
Relaciones	Estáticas, estructuras constantes	Dinámicas, estructuras evolutivas
Explicación	El pasado explica el futuro	El futuro, razón de ser del presente
Futuro	Unico y cierto	Múltiple e incierto
Método	Modelos deterministas y cuantitativos	Modelos cualitativos y estocásticos
Actitud frente al futuro	Pasiva o adaptativa (futuro sufrido)	Activa o creativa (futuro deseado)

Fuente: M. Godet, "Prospective et planification stratégique", Económica, París, 1988, pág. 30.

Sin necesidad de denominar prospectiva a ese enfoque, estamos de acuerdo con el fondo de la cuestión, en el sentido de que la predicción debe ser global, ha de incorporar variables tanto cuantitativas como cualitativas, debe ser dinámica, abierta a un futuro que no sólo puede explicarse en base al pasado, que proporcione alternativas de futuro, que utilice potencialmente todas las opciones de modelización y que ayude a establecer una guía de acción para caminar hacia el futuro deseado.

Naturalmente, no todo ejercicio de predicción podrá cumplir con estos requisitos, pero toda actividad de predicción profesionalizada debería desarrollarse dentro de un marco de estas características.

Entre las consecuencias, para un profesional de la predicción, de adaptar un código de conducta de ese tipo, podemos citar las siguientes:

a) Toda la predicción, incluso (o especialmente) la realizada con las técnicas más elementales y mecánicas, debe hacer *explícitos los supuestos* en que se basa.
b) Las técnicas que utilizan sólo el pasado como única fuente de información, necesariamente proporcionan una *predicción "continuista" de reducido valor* en términos estratégicos, aunque pueda resultar operativa en un contexto más limitado.
c) En temas de decisión estratégica, a nivel de economía nacional o de gestión de empresas, es conveniente disponer de *predicciones alternativas*. Ello supone utilizar algún tipo de modelo explicativo y no una mera técnica de extrapolación, que permita contestar a preguntas del tipo, "¿Qué ocurriría si...?"
d) Como consecuencia de que lo que interesa es predecir el futuro y no explicar el pasado, *los criterios estadísticos de un buen ajuste el período muestral utilizado, no constituyen el criterio único y decisivo* (aunque sea el más sencillo de aplicar) para decidir la técnica o modelo a utilizar. Un modelo adecuado para predecir, deberá ante todo responder a nuestra concepción de cómo va a funcionar ese futuro, aunque sea una garantía adicional el saber que este esquema hubiera sido útil para explicar un período histórico reciente.
e) *La predicción más valiosa (por la información diferencial que reporta) es aquella en que se produce precisamente alguna novedad respecto a la evolución más reciente.* Por ello, es importante centrar una parte importante de nuestros esfuerzos en diseñar el entorno de la predicción, en aclarar las posibles reacciones de los agentes económicos ante una nueva información o incluso ante el conocimiento de la predicción.
f) Consecuencia de esta atención preferente al entorno que condiciona la propia predicción, es la necesaria apertura del profesional de la predicción, a los temas relacionados con evolución de la competencia empresarial (nacional e internacional), marcha de la economía, condicionantes políticos, sociales, o incluso culturales. De aquí la llamada a un *tratamiento plural, a una visión global y sistémica, a una consideración explícita de los escenarios de predicción.*

Por su trascendencia dentro de este enfoque profesional de la predicción, vamos a referirnos en particular al enfoque en base a escenarios y a los sistemas de soporte de la decisión. Posteriormente, expondremos algunos ejemplos de aplicaciones a este nivel profesional, así como los programas de ordenador utilizados.

ANALISIS DE ESCENARIOS

Todo modelo cuantitativo aplicado a cualquier situación concreta, funciona, a efectos de predicción, en base a supuestos valores de futuro que se asignan a las variables exógenas o externas al propio modelo. No importa que los coeficientes sean estimados por técnicas estadísticas más o menos sofisticadas a partir de un banco de datos históricos (modelos econométricos) o que se determinen por criterios subjetivos o valoraciones de expertos (como es habitual en dinámica de sistemas o, en general, en relaciones entre variables basadas en la experiencia). Al

final, para que el modelo funcione, ha de alimentarse con valores de futuro para las exógenas, que definen así los "inputs" de cada simulación o predicción alternativa del modelo.

Establecer los valores de las exógenas no es una tarea fácil. En muchas ocasiones, el modelizador debe emplear más tiempo y esfuerzo (y generalmente, mucha más imaginación) en determinar el futuro de las exógenas que condicionan el modelo, que en aplicar el procedimiento de solución que determina las predicciones de las endógenas.

Una vez realizado el laborioso manejo de bases de datos y establecimiento de ecuaciones del modelo, *la solución es casi automática, siempre que dispongamos de los valores de futuro de las exógenas.*

Pero las exógenas del modelo son una mezcla de cuestiones que no podemos (o sabemos) explicar, con otras que no creemos necesario predecir por constituir un dato conocido de futuro. En un modelo, puede ser exógena una variable de política económica de gobierno o del entorno internacional o de actuación de la competencia o incluso variables extraeconómicas, como el clima.

Todo modelizador profesional, debiera *cuidar al máximo la asignación de valores* a esas exógenas "de fuerte riesgo", de cuya evolución puede depender la predicción total. Deberá además *asegurar la congruencia* entre valores establecidos para diferentes exógenas. Por último, tratará de *establecer alternativas relevantes* para las exógenas, que permitan definir futuros posibles en que pueda desarrollarse el proceso de toma de decisiones.

Pues bien, una forma ordenada, estimulante y clarificadora de asignación de valores de futuro a las exógenas, es partir de unos *escenarios* que definen el entorno más general del que esas exógenas forman parte. Así, la política económica de un país, dependerá del partido que esté en el gobierno, de la composición política del parlamento, de la actuación de las centrales sindicales, etc. La evolución de las variables económicas referidas al resto del mundo, vendrá influenciada por los acuerdos Norte-Sur, la cohesión entre países de la OPEP o el presidente elegido en EE.UU. La actuación de la competencia de una empresa, dependerá de movimientos de absorción, fusión, entrada de capital extranjero, normativa de la CEE, etc.

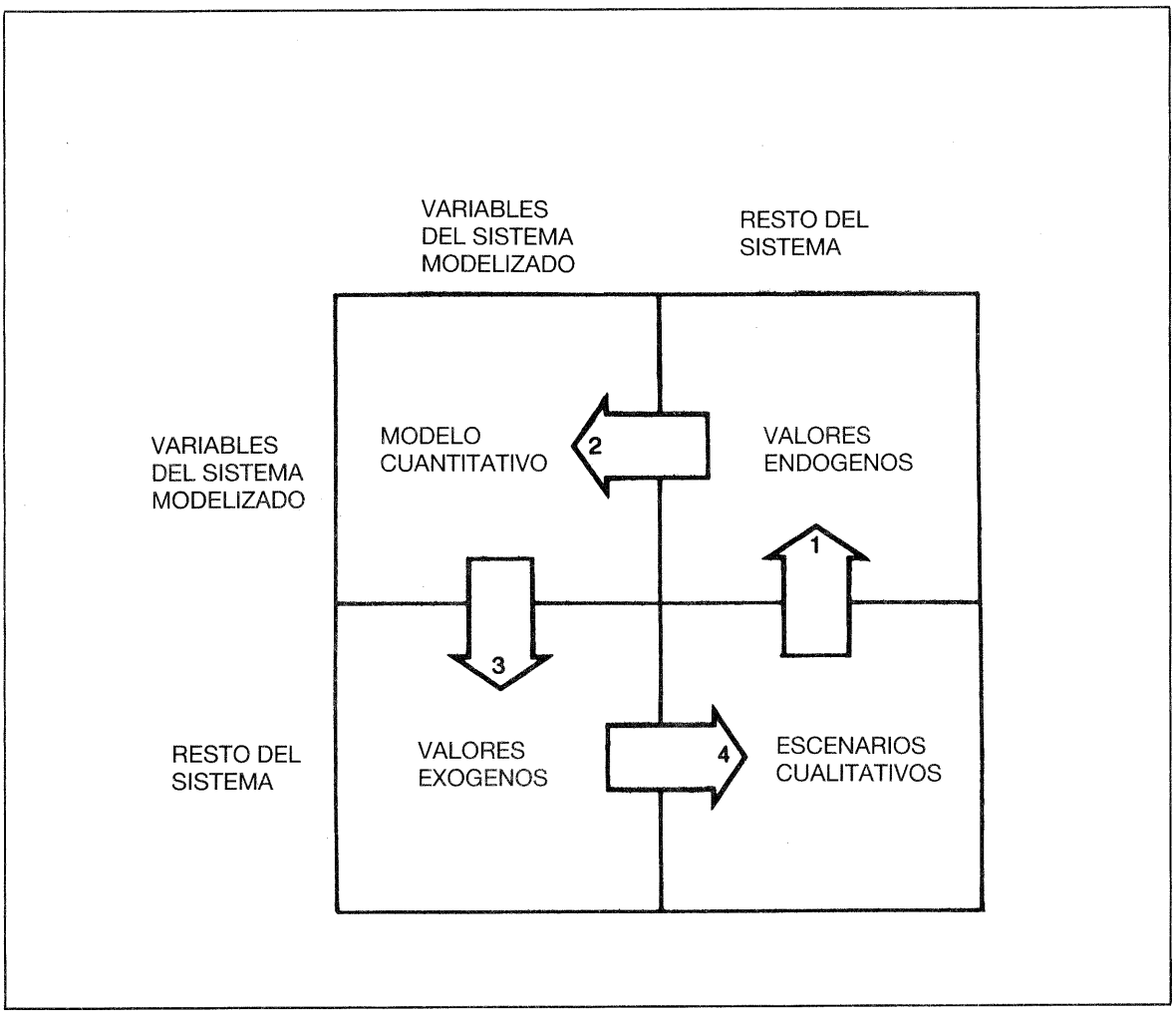
Un escenario incluye así una referencia sobre la ocurrencia o no de unos determinados hechos o aspectos de tipo eminentemente cualitativo. Para concretar más esos juicios de carácter general, pueden establecerse probabilidades (subjetivas) de que se produzcan o no determinados acontecimientos. Una posibilidad es utilizar expertos en los diferentes temas de entorno y mediante un Delfos asignar probabilidades a cada acontecimiento. Opciones más sofisticadas permiten establecer otros caminos que tengan presente la interacción entre los sucesos que componen un escenario (impactos cruzados).

Sea cual fuere la forma de definir los escenarios, el esquema básico podría ser el propuesto por Fontela (1983): los escenarios sobre el resto del sistema no modelizado, nos proporcionan un marco de coherencia para el establecimiento de valores de las exógenas, que a través del modelo cuantitativo permite obtener unas predicciones que deberán ser compatibles con el escenario inicialmente admitido.

La circularidad del esquema del profesor Fontela nos parece un elemento clave a resaltar. No basta con establecer un escenario y analizar sus consecuencias vía un modelo; sino que las predicciones del modelo debieran servir para revisar la viabilidad del escenario supuesto. *Sólo cuando un escenario conduce a una predicción de futuro que es compatible con los comportamientos supuestos para los agentes económicos del sistema y con otras posibles restricciones, podrá considerarse como admisible.* Sino, las propias *tensiones*, terminan conduciendo a su inviabilidad.

Puede que un ejemplo aquí sea esclarecedor. Imaginemos un modelo macroeconómico en que se haya considerado un escenario tal que conduce a una política económica expansiva. Si adoptamos unas exógenas de crecimiento crediticio en este contexto y el modelo da predicciones con una inflación al alza, habría que considerar la influencia que en las decisiones de los responsables de la propia política económica pudieran tener esas expectativas. Podría, por ello, ser preciso revisar la hipótesis inicial de una política monetaria permisiva.

ESQUEMA DE INTERACCION ESCENARIO/MODELO



Fuente: E. Fontela, Scénarios et modèles économétriques, Futuribles, nov. 1983, págs. 121-128.

En general, partiremos de un *escenario de referencia* que será el que sirva de fundamento a la predicción básica (o incluso a alternativas que sean nuevas variantes de algunas exógenas congruentes con el marco general definido). Este escenario de referencia, lo define Fontela como "aquel en que se exploran las consecuencias de mantener las reglas de decisión de los agentes, sin tener en cuenta acontecimientos de ruptura y en que prosiguen las tendencias *pesadas* del sistema".

Junto a él, podemos definir escenarios alternativos también factibles o incluso otros escenarios de escasa probabilidad de ocurrencia, pero elevada implicación en el proceso de toma de decisiones.

Un consultor de empresas norteamericano, William Huss (1988), resume la utilidad del análisis de escenarios, como un puente que se tiende entre predicción y planificación, apoyado en que:

1) Fuerzan a considerar aspectos externos frente a los puramente internos (p. ej., en una empresa, el considerar su entorno macroeconómico y su posición de mercado).
2) Promueven una perspectiva de largo plazo.
3) Inciden en aspectos dinámicos de cambios de tendencia y señalan los condicionantes de alteraciones estructurales profundas.
4) Ayudan a incorporar inputs cualitativos tales como actitudes, regulaciones, condicionantes políticos,... en el proceso predictivo.

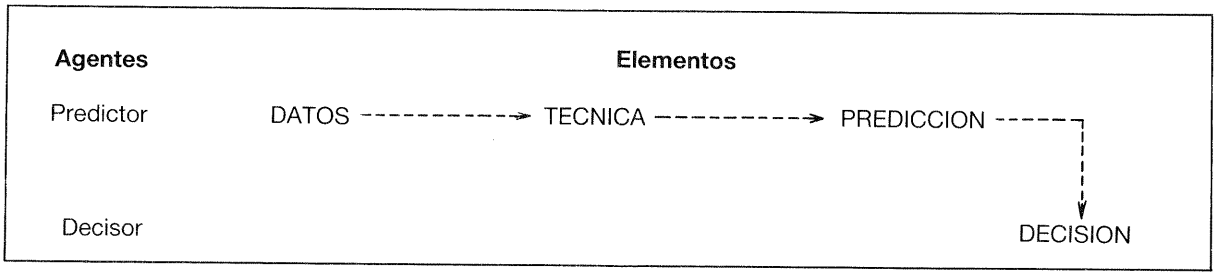
5) Documentan la secuencia lógica que conduce de los escenarios admitidos, a las hipótesis y posteriores predicciones y errores.
6) Interacciona grupos humanos de diferente formación o responsabilidad.
7) Estimula el espíritu de equipo y el consenso.
8) Ayuda a identificar ideas innovadoras.
9) Facilita el análisis de sensibilidad.
10) Potencia el enfoque propio de la planificación estratégica.
11) Proporciona un sistema de señales de alerta.

HACIA UNA INTEGRACION CRECIENTE EN EL PROCESO PREDICCION/DECISION

Si analizamos en sí mismo el proceso completo predicción/decisión, encontraremos al menos dos agentes (predictor y decisor) y cuatro elementos integrantes (datos, técnica, predicción y decisión).

Así en un *nivel 1,* que podría corresponderse con el empleo directo de una técnica de análisis de series univariantes (p. ej. alisado o ARIMA), tendríamos el siguiente esquema:

Nivel 1 en el proceso predicción/decisión

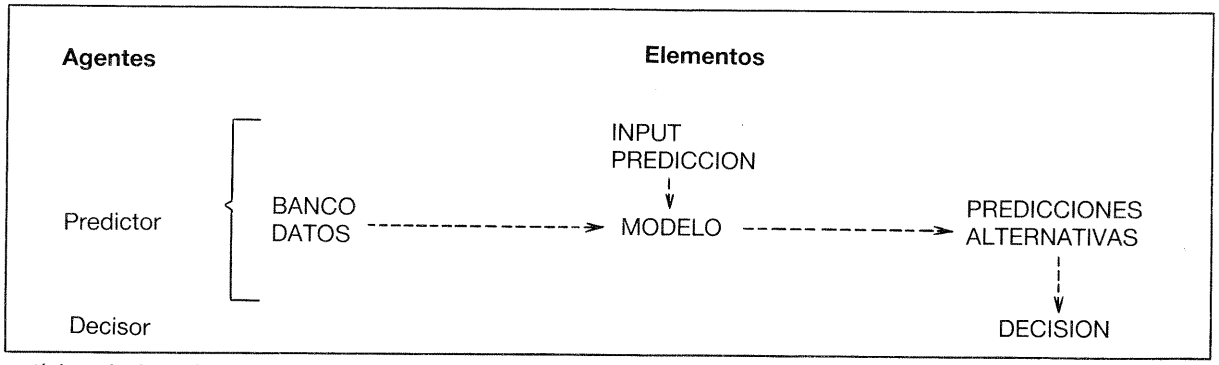


Caso típico: Aplicación de técnicas univariantes de series temporales (Alisado, ARIMA,...)

El individuo (o grupo) que realiza la predicción, parte de unos datos históricos, aplica una técnica seleccionada y obtiene una predicción única, que suministra al individuo o grupo decisor, que la utilizará como un elemento más en su toma de decisiones.

En un nivel ligeramente más perfeccionado (que denominaremos *nivel 2*), la técnica evoluciona hacia un modelo explicativo, con lo que nace un nuevo elemento, el "input" de la predicción, constituido por los valores de las exógenas para el período de predicción, así como posibles factores de ajuste subjetivos. La predicción ahora se diversifica en distintas alternativas o simulaciones. Los datos suelen exigir ya, por su variedad, una organización en forma de un banco de datos más o menos evolucionado.

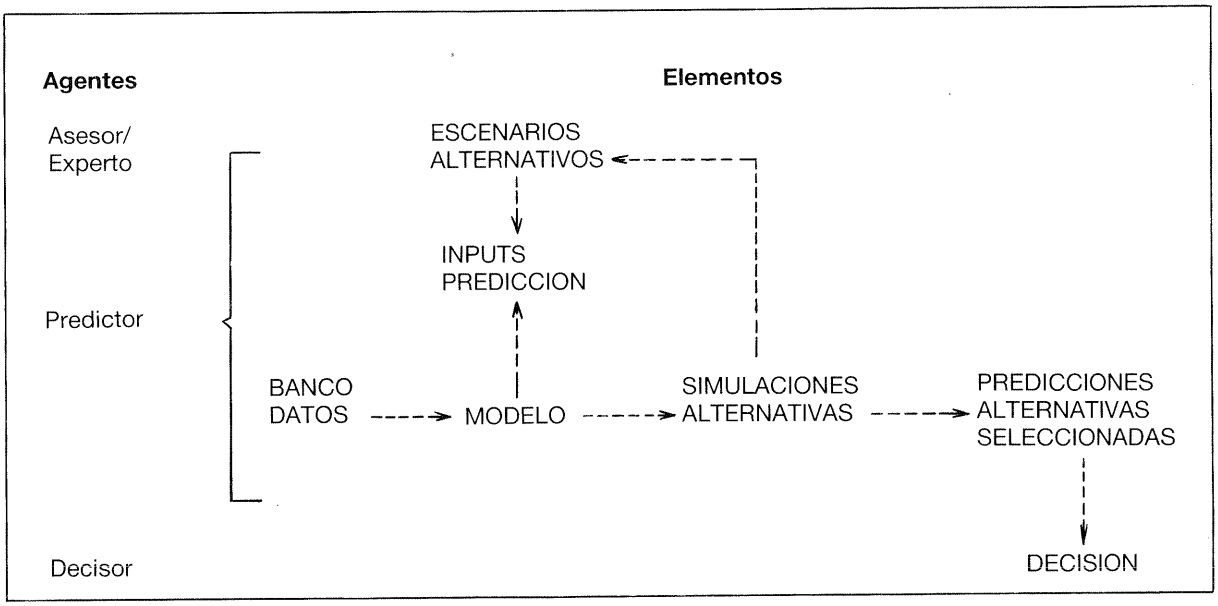
Nivel 2 en el proceso predicción/decisión



Caso típico: Aplicación estándar de modelos explicativos (econométricos, dinámica de sistemas, fórmulas basadas en la experiencia,...)

Con la incorporación del análisis de escenarios a los modelos explicativos, avanzamos a un nuevo nivel en el proceso de predicción/decisión. Surge un nuevo tipo de agente, el asesor o experto, y un nuevo elemento, el escenario.

Nivel 3 en el proceso predicción/decisión



Caso típico: Aplicaciones con modelos explicativos y análisis de escenarios (p. ej. modelos econométricos y escenarios generados por impactos cruzados).

En este *nivel 3,* el decisor (individuo o grupo) puede haber participado en el diseño de los escenarios alternativos. Incluso, puede ser un experto muy adecuado para establecer algunos acontecimientos. Pero aún, el decisor (el "policymaker" anglosajón) no ha participado activamente en el proceso de predicción, al menos no de una manera formal, como componente básico del proceso.

La experiencia de los últimos 20 años con modelos macroeconométricos de gran tamaño, utilizados como herramienta permanente de predicción por centros especializados, ha proporcionado dos caminos diferentes para una mayor integración del decisor en el proceso de elaboración de las predicciones. El primero (que denominaremos *nivel 4*) corresponde a una participación del usuario en el propio proceso de predicción, mediante un intercambio frecuente de opiniones y unas reuniones formales de revisión de los "inputs" de la predicción, así como de sus resultados y alternativas.

En el caso particular de estos centros de predicción macroeconómica, el proceso fue sugerido por el profesor Klein y puesto en práctica ya a finales de los años 60, en Wharton Econometrics Ass., un instituto independiente promovido por la Universidad de Pennsylvania. Posteriormente ha sido adoptado, con pequeñas variantes, por otras instituciones similares en EE.UU., Europa e incluso en centros de países asiáticos o sudamericanos.

En líneas generales, la intervención del usuario de las predicciones macroeconómicas puede concretarse en:

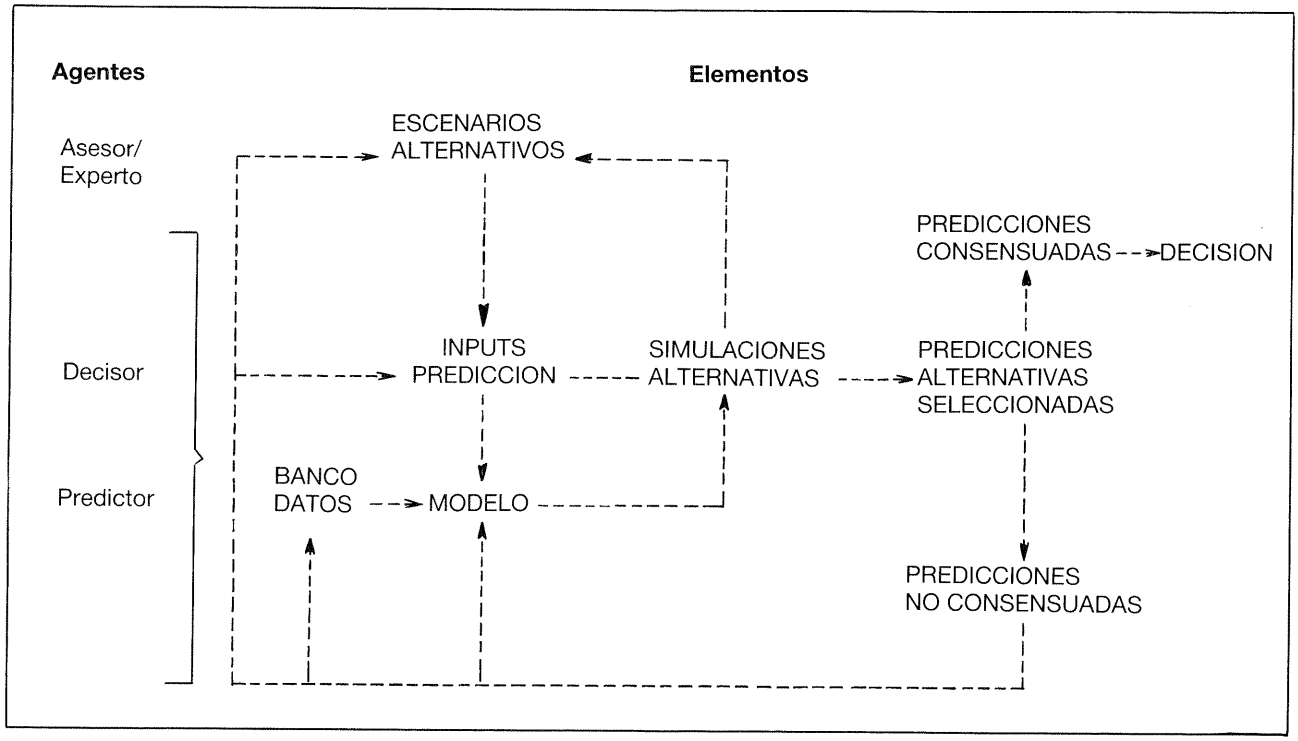
a) Un intercambio permanente de información y opiniones con el centro de predicción. Habitualmente, el usuario solicita: asesoramiento sobre la interpretación de la información macro, opiniones de urgencia sobre la incidencia de acontecimientos singulares, últimos datos disponibles, predicciones puntuales sobre algún aspecto de especial interés, ... A su vez, el usuario proporciona al centro de predicción: información actual y opinión de futuro sobre evolución de su sector, valoración propia de la situación actual y perspectivas inmediatas y cómo se percibe en su empresa o grupo corporativo.

b) El usuario dispone de una base de datos (incluidas predicciones) periódicamente actualizada y con rápido acceso informático a través de cualquiera de las variantes técnicas posibles (acceso "on-line", diskettes, ...). Como usuario de estos datos, va adquiriendo una familiaridad creciente con la definición de variables macroeconómicas o con la notación y significado de las variables del modelo de predicción.

c) Todos los usuarios de las predicciones se reúnen periódicamente con el equipo predictor (lo más habitual es dos veces al año) para discutir ampliamente (p. ej. durante dos días) el último informe de predicción elaborado. Se trata de revisar el escenario de predicción, la asignación de valores a las exógenas, la congruencia de los resultados, otras alternativas relevantes, las repercusiones sectoriales, etc. Como consecuencia de la reunión, el equipo predictor reconsidera, amplía, matiza o cambia en profundidad sus predicciones (básica y alternativas).

En resumen, pues, y ya con carácter más general, este nivel 4 del proceso predicción/decisión añade, más que elementos nuevos (aunque puede ya diferenciarse entre predicciones consensuadas y no entre predictor y decisor), una forma diferente de organización en que el decisor interviene (junto con el predictor) en la determinación de escenarios, inputs de la predicción, simulaciones y predicciones. Unicamente la parte técnica de elaboración y mantenimiento de modelo y base de datos permanece como tarea específica del predictor.

Nivel 4 en el proceso predicción/decisión



Caso típico: Centros de predicción macroeconométrica

Pero decíamos antes que había dos caminos de integración del usuario en la experiencia con modelos macro. El segundo, más reciente (aunque no sustitutivo del anterior), ha consistido en proporcionar directamente al decisor, modelo y banco de datos, así como una ayuda para que él mismo decida los inputs de la predicción que quiera alterar y las nuevas simulaciones que desea elaborar por su cuenta.

La variante es de gran trascendencia, ya que coloca ahora al decisor en el centro del proceso, en una tendencia que aparece continuamente reforzada tanto por el desarrollo de la informática como por las demandas de empresas y organismos oficiales.

No obstante, este proceso de transferencia de responsabilidades del predictor al decisor exige importantes matizaciones, nuevos desarrollos y todo un laborioso proceso que merece la pena analizar con detenimiento en el contexto de los denominados "sistemas de soporte de la decisión".

SISTEMAS DE SOPORTE DE LA DECISION

A finales de los años 60 y principios de los 70, empezaron a utilizarse denominaciones genéricas como "management information system" y "management decision system", para etiquetar unos nuevos enfoques en gestión de la información y toma de decisiones, de la mano del desarrollo y difusión de los ordenadores (máquinas y programas).

En los últimos años de la década de los 70, ya empieza a difundirse el concepto más amplio e integrador de los "decision support systems" (DSS). Sin entrar aquí en excesivas matizaciones, fuera del contexto en un libro sobre predicción económica, puede decirse que las características básicas de lo que ha venido a denominarse *sistema de soporte de la decisión* son:

- Su orientación hacia el ordenador como herramienta básica de apoyo.
- Su amplia utilización en problemas poco estructurados, en que no existe una solución matemática única y donde incluso los condicionantes de la decisión son múltiples y cambiantes.
- Un enfoque interactivo directo del usuario con los modelos que recogen las relaciones básicas del sistema y los datos que sirven para su aplicación.
- Una preocupación por hacer lo más fácil, comprensible y rápida posible, la adopción de decisiones en base a los resultados del análisis, posibilitando su uso a cualquier nivel de la dirección.

Los especialistas en DSS consideran que un auténtico sistema de este tipo, debe proporcionar una adecuada capacidad en el triple área de *modelizacion* (definición y uso), *datos* (acceso y actualización) y *diálogo* (facilidad de uso interactivo para usuarios-no-técnicos).

A nivel de *modelización* una DSS deberá permitir:

— crear nuevos modelos en forma rápida y sencilla
— catalogar y mantener una amplia variedad de modelos
— interrelacionar modelos entre sí y con las bases de datos

En relación con los *datos,* habrá de posibilitar:

— combinar variedad de fuentes o bancos de datos
— añadir o borrar fuentes de datos rápida y fácilmente
— incluir datos provenientes de los propios juicios del utilizador (información subjetiva)
— flexibilidad y variedad en el manejo de datos

Por último, con respecto a la capacidad de *diálogo* o interacción del usuario con modelos y datos, el sistema deberá proporcionar:

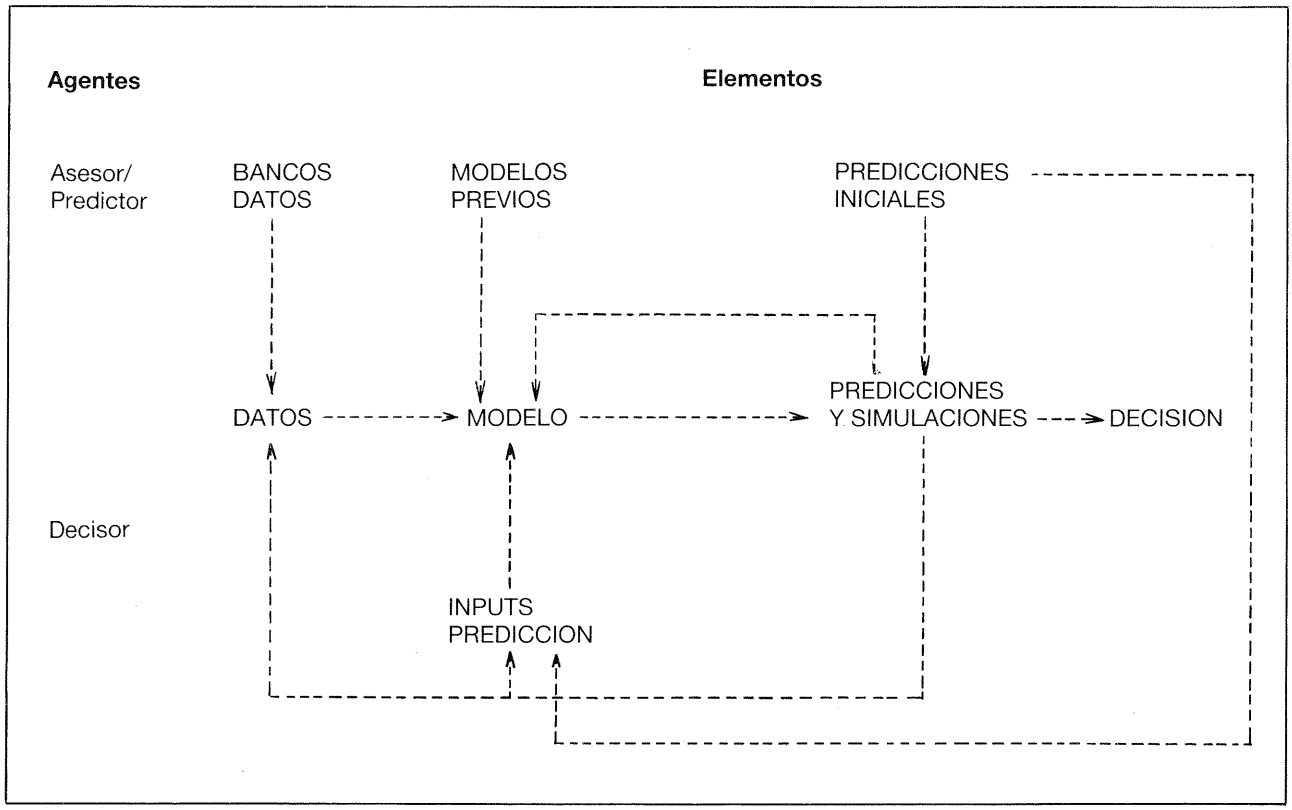
— diversidad de "estilos" de diálogo
— presentar la información (datos iniciales o resultados del modelo) en una variedad de formatos y medios
— soporte flexible para la base de conocimientos del usuario

Los sistemas de soporte de la decisión han sido utilizados en una amplia variedad de aplicaciones: selección de rutas de transportes, evaluación de proyectos de inversión, valoración del potencial comercial de zonas, selección de acciones promocionales, de publicidad y precios, etc. Sin embargo, una de las aplicaciones más difundidas, nos afecta de forma aún más directa y general: *predicción y planificación corporativa.*

Podríamos esquematizar este nuevo nivel de resolución en el proceso predicción/decisión como aquel en que el decisor controla sus propios datos, modelos y predicciones, aunque pueda utilizar como ayuda los bancos de datos, modelos previos y predicciones iniciales elaborados por predictores o asesores, externos o internos a la propia organización del decisor.

Naturalmente, el decisor puede ser una persona, un grupo o incluso personas o grupos interconectados, para llegar por consenso a una predicción y a una decisión final, después de un proceso más o menos largo de intercambio de información, modelos y opiniones.

Nivel 5 en el proceso predicción/decisión



Caso típico: Sistemas de soporte de la decisión (DSS)

Por supuesto, dentro de este enfoque general caben muy diversas soluciones concretas, que además van evolucionando con nuevas aportaciones provenientes tanto de la informática (sistemas expertos, lenguajes estructurados de interrogación,...), como de la propia modelización y gestión de bases de datos.

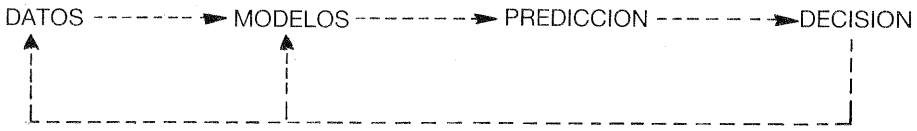
En sentido estricto, los DSS se apoyan en programas de ordenador específicos que han tomado ya esta denominación. En una concepción más amplia, pueden existir variedades muy distintas de sistemas de soporte a la decisión, en base a programas tales como hojas electrónicas, simulación o modelización en general.

LA PREDICCION/DECISION COMO UN PROCESO DE APRENDIZAJE POR ACUMULACION DE EXPERIENCIAS

Anteriormente, hemos analizado como puede perfeccionarse sucesivamente el proceso de predicción hasta conjugarlo con el propio proceso de toma de decisiones. Sin embargo el esquema de actuación aún exige, para su mayor generalidad, el enlazarlo con la propia circularidad que para el individuo (o grupo) presenta la actividad predicción/decisión. Una vez adoptada una decisión, debemos prepararnos para la siguiente, aprovechando en lo posible la experiencia del ciclo precedente.

En este sentido, podríamos imaginar el proceso con un nuevo ingrediente que estaría constituido por la propia experiencia acumulada para abordar nuevos problemas de predicción/deci-

sión, con aquellos datos y modelos ya utilizados o con otros que respondan a las nuevas circunstancias. Existe, por tanto, una circularidad del proceso.



Las implicaciones de este enfoque autoalimentado de acumulación de experiencias son múltiples y afectan, entre otros, a los siguientes aspectos:

1) Necesidad de potenciar el proceso de aprendizaje de todo profesional de la predicción/decisión y conveniencia de cuidar la pedagogía de ese proceso.
2) Interés en los procesos acumuladores de experiencias que sea posible informatizar (sistemas expertos).

Respecto a la *necesidad de potenciar el proceso de aprendizaje,* es preciso comenzar por valorar, en un análisis coste-eficacia de cada técnica de predicción, su contribución a la formación del personal implicado en el proceso. La predicción no es sólo valiosa en sí misma; además, una aptitud permanente para adelantarse a los acontecimientos futuros, constituye uno de los activos claves de todo "policy-marker".

Por tanto, no puede descuidarse la *pedagogía de ese proceso predicción/decisión,* que afecta a niveles muy distintos de la empresa o de la Administración Pública y culmina en la responsabilidad última de la más alta dirección. Toda institución debe considerar cómo mejorar permanentemente el proceso completo (e interconectado) de la toma de decisiones, en un afán de superación y puesta al día, en un mundo en profunda transformación económica, científica y tecnológica.

Pero además, la experiencia debe ser *acumulativa* no sólo para un individuo en particular, sino para el grupo o institución en que esté inserto e incluso para otros individuos o instituciones. En este sentido, es importante promover la transmisión de experiencias e incluso, cuando ello sea factible, la utilización de *sistemas expertos* que faciliten la adopción de decisiones mediante criterios o reglas de actuación emanadas de una acumulación de experiencias anteriores.

OBTENCION DE ESTIMADORES PARA UN MODELO BILINEAL SIMPLE DE SERIES TEMPORALES

POR

ANTONIO CALVO-FLORES SEGURA

Universidad de Murcia

1. INTRODUCCION

Las últimas tendencias dentro de la modelización de series temporales nos han ofrecido la incorporación de modelos no-lineales como alternativa a los clásicos modelos ARMA. Así, podemos citar a los modelos Bilineales, los Exponenciales Autorregresivos o los Autorregresivos Threshold. El lector interesado puede consultar a Priestley (1988), en cuyo capítulo 4 se hace una breve revisión sobre los más significativos modelos no-lineales.

El presente trabajo versa sobre los modelos bilineales, inicialmente utilizados en teoría de control y que se introdujeron en el análisis de series temporales en Granger & Andersen (1978) y Priestley (1978). Una muy interesante monografía sobre este tipo de modelos es la de Subba Rao & Gabr (1984), en la que se compendian gran parte de los resultados obtenidos hasta ese momento. Aplicaciones prácticas pueden verse en Gabr & Subba Rao (1981) y en Maravall (1983).

En su forma más general un proceso $\{X_t\}$ sigue un modelo bilineal BL (p,q,m,k) si se rige según

$$X_t + \sum_{j=1}^{p} a_j X_{t-j} = e_t + \sum_{j=1}^{q} c_j e_{t-j} + \sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{k} b_{ij} X_{t-i} e_{t-j}$$

en donde $\{e_t\}$ iid N(0,σ)

Observemos que sobre un modelo ARMA (p,q) se han adicionado un conjunto de términos *"bilineales"* ($X_{t-i}e_{t-j}$), por lo que los modelos ARMA se configuran en realidad como un caso particular de los modelos bilineales (b_{ij}=0).

Nosotros nos centraremos en lo que sigue en el modelo BL(1,0,1,1):

$$X_t = aX_{t-1} + bX_{t-1}e_{t-1} + e_t \qquad (1)$$

al que supondremos estacionario (2.º orden) y ergódico. Una condición suficiente para que lo sea es que $a^2+b^2\sigma^2<1$, como puede verse, entre otros, en Priestley (1988) en cuanto a estacionariedad y en Mokkadem (1985) en cuanto a ergodicidad.

2. FUNCION DE AUTOCOVARIANZAS

Bajo la condición de estacionariedad, tendremos que para el modelo (1) se verifica:

$$\mu = E[X_t] = \frac{b\sigma^2}{1-a}$$

$$v=E[X^2] = \frac{\sigma^2}{1-a^2-b^2\sigma^2}(1+2b^2\sigma^2+4ab\mu)$$

Si definimos $R(j) = Cov(X_t, X_{t-j})$, tendremos:

$$R(0) = v - \mu^2$$
$$R(1) = aR(0) + \mu b\sigma^2$$
$$R(s) = aR(s-1) \qquad \forall s \geq 2$$

es decir, para retardos superiores o iguales a 2, se verifican las ecuaciones de Yule-Walker correspondientes a la parte lineal del modelo (ver en apéndice la justificación de los resultados).

3. ESTIMACION

Dada una realización de la serie $\{X_1, X_2, ..., X_N\}$ es posible maximizar la función de verosimilitud de la N−1 últimas observaciones condicionadas al valor X_1. Puesto que el jacobiano de la transformación de $\{X_2, ..., X_N\}$ a $\{e_2, ..., e_N\}$ es igual a la unidad, tendremos que resulta equivalente maximizar la función de verosimilitud de estos últimos. Dada la distribución normal y la independencia entre las e_i, resulta que la estimación maximoverosímil (condicional) se reduce a:

$$\min_{a,b} Q(a,b,) = \sum_{t=2}^{N} e_t^2$$

lo que puede hacerse utilizando alguno de los algoritmos de optimización no lineal, como podría ser el método de Newton-Raphson. Sólo será necesario tener asegurada la invertibilidad del proceso, que permitirá justificar la generación de los términos de error $\{e_i\}$ a partir de la realización $\{X_i\}$. Para ello basta que $E[\ln |bX_t|] < 0$, que en virtud de la desigualdad de Jensen, queda asegurado si $b^2E[X_t^2] \leq 1$ (la justificación teórica puede verse en Tuanh & Lanh (1981) y en Calvo-Flores (1986)).

4. ESTIMACION INICIAL DEL PARAMETRO AUTORREGRESIVO

El proceso de optimización no lineal convergerá hacia el óptimo siempre que el punto inicial esté lo suficientemente cerca. La elección de los parámetros de partida puede ser por tanto crucial para llevar a buen término el proceso iterativo de búsqueda. Subba Rao & Gabr (1984) y Priestley (1988) (que recoge los resultados de los anteriores) proponen como punto de partida los parámetros que se obtienen anulando la parte bilineal (b=0) y ajustando mínimos cuadrados al modelo autorregresivo restante. Demostraremos que este método proporciona una estimación inconsistente del parámetro autorregresivo. Sin embargo, sabemos que a partir del segundo retardo se verifican las ecuaciones de Yule-Walker. Bien, demostraremos que utilizando estas ecuaciones obtendremos un estimador consistente y que además bajo ciertas condiciones resulta ser asintóticamente normal.

TEOREMA 1

I) El estimador que se obtiene eliminando la parte bilineal del modelo (1) y ajustando sobre el resto, es inconsistente.

II) El estimador que se obtiene de las ecuaciones Yule-Walker es consistente.

DEMOSTRACION

I) Sea S(j) las correspondientes autocovarianzas muestrales. Tendremos pues que:

$$\hat{a} = \frac{S(1)}{S(0)}$$

por ergodicidad

$$\lim S(1) = R(1)$$
$$\lim S(0) = R(0)$$

por tanto

$$\lim \hat{a} = \frac{R(1)}{R(0)} = \frac{aR(0) + \mu b\sigma^2}{R(0)}$$

$$\lim (\hat{a}-a) = \mu b\sigma^2/R(0) \neq 0$$

de donde se sigue la inconsistencia.

II) En este caso

$$\hat{a} = \frac{S(2)}{S(1)}$$

$$\lim \hat{a} = \frac{R(2)}{R(1)} = a$$

Para la distribución del estimador necesitamos el siguiente teorema límite.

TEOREMA 2 (BILLINGSLEY 1961)

Sea $\{Y_t\}$ una secuencia de v.a. tales que Y_t puede ser expresado mediante un funcional, independiente de t, medible con respecto a la σ-álgebra generada por $\{e_{t-s}, s \geq 0\}$, en donde $\{e_t\}$ es una sucesión de v.a. estrictamente estacionarias y ergódicas.

$$\text{Si } E[Y_t]=0 \text{ y } E[Y_t^2]= v < \infty \text{, entonces } (vn)^{-1/2} \sum_{t=1}^{n} Y_t$$

converge en distribución a una variable N(0,1)

Reescribamos el modelo (1) reduciéndolo a la media:

$$Y_t = aY_{t-1} + u_t \qquad (2)$$

con $u_t = bX_{t-1}e_{t-1} - b\sigma^2 + e_t$

$Y_t = X_t - \mu$

tendremos:

$$E[u_t] = bE[X_{t-1}e_{t-1}] - b\sigma^2 = b\sigma^2 - b\sigma^2 = 0$$

considerando el estimador para el modelo (2) como:

$$\hat{a} = \sum Y_t Y_{t-2} / \sum Y_{t-1}Y_{t-2} \qquad (3)$$

en donde cada sumatorio consta de n términos y se extienden sobre iguales índices (t = 3,4,...).

TEOREMA 3

Sea â, según (3), el estimador utilizado para el modelo (2). Si $E[X_t^4] < \infty$, entonces $n^{1/2}$(â–a) se distribuye asintóticamente normal con media cero.

DEMOSTRACION

$$\sum Y_t Y_{t-2} = a \sum Y_{t-1} Y_{t-2} + \sum u_t Y_{t-2}$$

$$\hat{a} = a + (\frac{1}{n} \sum u_t Y_{t-2}) / (\frac{1}{n} \sum Y_{t-1} Y_{t-2})$$

Por ergodicidad tendremos que

$$\lim_n \frac{1}{n} \sum Y_{t-1} Y_{t-2} = R(1) \qquad \text{(c.s.)}$$

Consideremos la secuencia $\{u_t Y_{t-2}\}$ a efectos de aplicarle el teorema 2. Por un lado su media vale cero pues:

$$E[u_t Y_{t-2}] = E[u_t X_{t-2}] = E[bX_{t-1} X_{t-2} e_{t-1} - b\sigma^2 X_{t-2} + e_t X_{t-2}] = b\sigma^2\mu - b\sigma^2\mu = 0$$

Por otro, la varianza de $\{u_t Y_{t-2}\}$ será finita si $E[X_t^4]$ lo es, pues es el momento de mayor orden que aparece en el desarrollo de la misma (ver apéndice).

Dada la invertibilidad del modelo, $\{u_t Y_{t-2}\}$ se genera a partir de $\{e_{t-s}\ , s \geq 0\}$, así que en virtud del teorema 2, tendremos que

$$n^{-1/2} \sum u_t Y_{t-2} \longrightarrow N(0,w) \qquad \text{(L)}$$

$$\text{donde } w^2 = Var(u_t Y_{t-2})$$

Así que

$$n^{1/2} (\hat{a}–a) = (n^{-1/2} \sum u_t Y_{t-2}) / (n^{-1} \sum Y_{t-1} Y_{t-2})$$

Puesto que el numerador converge en distribución a una normal y el denominador converge casi seguramente a una constante, tendremos que $n^{1/2}$ (â–a) converge en distribución a una v.a. normal con media cero y desviación típica w/R(1).

5. CONCLUSION

Tras estudiar el comportamiento de la función de autocovarianzas, observamos que se verifican las ecuaciones de Yule-Walker a partir del segundo retardo. Si utilizamos este procedimiento para estimar el parámetro autorregresivo obtenemos un estimador consistente y asintóticamente normal, frente a la inconsistencia de estimar directamente la parte lineal del modelo. Notar asimismo que los resultados obtenidos por el primer método seguirían siendo válidos, aunque finalmente se concluyera durante el proceso de estimación que la parte bilineal no es estadísticamente significativa. Pensamos, pues, que son buenas razones para utilizar este procedimiento en la obtención del punto de partida a utilizar en el algoritmo de optimización de la función de verosimilitud.

APENDICE

I. CALCULO DE $E[X_t^2]$

En Tuanh & Lanh (1981) se obtiene

$$E[X_t^2] = \frac{\sigma^2}{1-a^2-\lambda^2}\left[\, 1 + v\lambda^2 + \frac{4a\lambda^2}{1-a} + 2c\lambda\left(\frac{\lambda^2}{1-a} + a\right)\right] \qquad (A.1)$$

con $\lambda = b\sigma$

$v = Var(e_t^2)/\sigma^4$

$c = E[e_t^3]/\sigma^3$

suponiendo que $\{e_t\}$ son i.i.d. con $E[e_t]=0$ y $E[e_t^2]=\sigma^2$

si además exigimos que sean normales, tendremos

$c = 0$

$Var(e_t^2) = 2\sigma^4$

$v = 2$

sustituyendo en (A.1)

$$E[X_t^2] = \frac{\sigma^2}{1-a^2-b^2\sigma^2}\left[\, 1 + 2b^2\sigma^2 + \frac{4ab^2\sigma^2}{1-a}\right]$$

dado que $b\sigma^2 = \mu(1-a)$, tendremos finalmente

$$E[X_t^2] = \frac{\sigma^2}{1-a^2-b^2\sigma^2}\left[\, 1 + 2b^2\sigma^2 + 4ab\mu\right]$$

II. FUNCION DE AUTOCOVARIANZAS

De Subba Rao & Gabr (1984) tendremos que

$$R(1) = aR(0) + a\mu^2 - \mu^2 + 2ab\mu\sigma^2 + 2b^2\sigma^4$$

Ahora bien, si reagrupamos convenientemente

$$B = a\mu^2 - \mu^2 + 2ab\mu\sigma^2 = (a-1)\mu^2 + 2ab\sigma^2\,\frac{b\sigma^2}{1-a}$$

$$B = (a-1)\,(1-a)^{-2}b^2\sigma^4 + 2ab^2\sigma^4(1-a)^{-1} = (2ab^2\sigma^4 - b^2\sigma^4)\,(1-a)^{-1}$$

$$B = (2a-1)b^2\sigma^4(1-a)^{-1} = ab^2\sigma^4(1-a)^{-1} - b^2\sigma^4$$

$$B = ab^2\mu - b^2\sigma^4$$

Así pues

$$R(1) = aR(0) + ab\sigma^2\mu - b^2\sigma^4 + 2b^2\sigma^4$$

$$R(1) = aR(0) + ab\sigma^2\mu + b\sigma^2\mu\,(1-a)$$

$$R(1) = aR(0) + b\sigma^2\mu$$

III. CALCULO DE VAR (u_tY_{t-2})

$$Var(u_tY_{t-2}) = E[Y^2_{t-2}u^2_t] = w^2$$

$$w^2 = E[Y^2_{t-2}\,(bX_{t-1}e_{t-1} - b\sigma^2 + e_t)^2]$$

$$w^2 = bE[Y^2_{t-2}X^2_{t-1}e^2_{t-1}] + (b^2\sigma^4 + \sigma^2)E[Y^2_{t-2}] - 2b^2\sigma^2E[Y^2_{t-2}X_{t-1}e_{t-1}]$$

Desarrollando dentro de las esperanzas, obtenemos

$$w^2 = b^2 \left[\sigma^2a^2\,[E(X^4_{t-2}) - 2\mu E(X^3_{t-2}) + \mu^2E(X^3_{t-2})] + \right.$$

$$+ b^2\sigma^2\,[E(X^4_{t-2}e^2_{t-2}) - 2\mu E(X^3_{t-2}e^2_{t-2}) + \mu E(X^2_{t-2}e^2_{t-2})] +$$

$$+ 3\sigma^4\,[E(X^2_{t-2}) - \mu^2] + 2ab\sigma^2\,[(E(X^4_{t-2}e_{t-2}) - 2\mu E(X^3_{t-2}e_{t-2}) +$$

$$\left. + \mu^2E(X^2_{t-2}e_{t-2})] \right] + (b^2\sigma^4 + \sigma^2)\,[E(X^2_{t-2}) - \mu^2] + 2b^2\sigma^4\,[E(X^2_{t-2}) - \mu^2]$$

En donde los términos que incluyen productos cruzados entre X_t y e_t quedan determinados por

$$E(X^4_{t-2}e^2_{t-2}) = \sigma^2E(X^4_{t-2}) + 12\sigma^4E(X^2_{t-2}) - \sigma^2 + 14\sigma^6$$

$$E(X^3_{t-2}e^2_{t-2}) = \sigma^2E(X^3_{t-2}) + 6\sigma^4\mu$$

$$E(X^2_{t-2}e^2_{t-2}) = \sigma^2E(X^2_{t-2}) + 2\sigma^4$$

$$E(X^4_{t-2}e_{t-2}) = 4\sigma^2E(X^3_{t-2})$$

$$E(X^3_{t-2}e_{t-2}) = 3\sigma^2E(X^2_{t-2})$$

$$E(X^2_{t-2}e_{t-2}) = 2\sigma^2\mu$$

Tenemos por consiguiente que si $E(X^4_t) < \infty$, entonces $w^2 < \infty$.

BIBLIOGRAFIA

BILLINGSLEY, P. (1961).— *"The Lindeberg-Levy Theorem for Martingales"*. Proc. Amer. Math. Soc., 12, pp. 788-792.

CALVO-FLORES SEGURA, A. (1986).— *"Invertibilidad en modelos bilineales de series temporales"*. Revista Española de Economía, V 3, 2, pp. 309-322.

CHUNG, K. L. (1974).— *"A Course in Probability Theory"*. Edit. Academic Press, 2.ª edición.

GABR, M. M. & SUBBA RAO, T. (1981).— *"The Estimation and Prediction of subset bilinear time series models with applications"*. Journal of Time Series Analisys, V 2, 3, pp. 155-171.

GRANGER, C. W. J. & ANDERSEN, A. P. (1978).— *"An Introduction to bilinear time series models"*. Edit Vandenhoek & Ruprecht, Gottingen.

MARAVALL, A. (1983).— *"An Application of nonlinear time series forecasting"*. Jour. of Business & Economics Statistics, V 1, 1, pp. 66-74.

MOKKADEM, A. (1985).— *"Conditions Suffisantes d'Existence et d'Ergodicité Géométrique des Modèles Bilinéaires"*. C. R. Acad. Sc. París, T. 301, serie I, 7, pp. 375-377.

PRIESTLEY, M. B. (1978).— *"Non-Linear Models in Time Series Analysis"*. The Statistician, V 27, 3-4, pp. 159-176.

PRIESTLEY, M. B. (1988).— *"Non-Linear and Non-Stationary Time Series Analysis"*. Edit Academic Press.

SUBBA RAO, T. & GABR, M. M. (1984).— *"An Introduction to Bispectral analysis and Bilinear Time Series Models"*. Edit Springer-Verlag, Lecture Notes in Statistics, V 24.

TUANH, D. P. & LANH, T. T. (1981).— *"On the Firs-Order Bilinear Time Series Models"*. J. Appl. Prob., 18, pp. 617-627.

MODELOS ARMA CON ERRORES ARCH APLICADOS A LA VALORACION DE OPCIONES SOBRE ACCIONES (*)

POR

ROSA MARIA LORENZO ALEGRIA
FRANCISCO P. CALATAYUD

Universidad de La Laguna

(*) *Agradecemos especialmente la colaboración de Francisco Javier Martín Alvarez y Rosa María Cáceres Alvarado.*

Black and Scholes (1973) obtienen una fórmula teórica de valoración de opciones, partiendo de la hipótesis de que en un mercado eficiente no debe ser posible obtener beneficios sin riesgo combinando posiciones "largas" (posesión de los títulos) y "cortas" (ventas en descubierto) en opciones y sus correspondientes acciones. Trabajos empíricos posteriores (e. g. Ball y Torous (1986), Borensztein y Dooley (1987), Mañas (1988)) destacan la existencia de violaciones sistemáticas del modelo de Black-Scholes que tal vez pudieran deberse a errores en la estimación del único parámetro de la fórmula que no es observable: la volatilidad del activo subyacente medido por su desviación típica. En la mayoría de los trabajos realizados se ha supuesto volatilidad constante y determinada a partir de la evolución pasada de las tasas de rentabilidad del activo sobre el que se emite la opción. En algunos casos, Merton (1973), se introduce el hecho observable de que tal volatilidad varía en el tiempo interpretando el parámetro de la fórmula de Black-Scholes como una media de la desviación típica de la rentabilidad del activo hasta la fecha de maduración de la opción.

Por otro lado, existe recientemente un interés creciente en modelos que extienden la metodología clásica de análisis de series temporales desarrollada por Box y Jenkins (1976), así Engle (1982) y Weiss (1984) y (1986) estudian en particular los denominados modelos ARCH —procesos ARMA con heteroscedasticidad condicional autorregresiva— y los procesos bilineales.

En esta comunicación, y sobre la base de las cotizaciones diarias de las acciones de IBM y de las opciones "call" (opciones de compra) con maduración al tercer lunes del mes corriente y al tercer lunes del mes siguiente, en las Bolsas de Nueva York y Chicago respectivamente, comenzando el 1 de agosto de 1988 y finalizando el 31 de enero de 1989 (128 datos) se introduce como valor del parámetro de la volatilidad en la fórmula de Black-Scholes la predicción que se obtiene para la desviación típica de la rentabilidad de las acciones de IBM bajo el supuesto (contrastado previamente) de que tal rentabilidad sigue un proceso ARCH. Los resultados no mejoran significativamente los que se obtienen bajo la hipótesis de constancia del modelo simple de Black-Scholes, lo que hace sospechar de que el origen de los errores de predicción de la fórmula no es tanto (o no exclusivamente) la no observabilidad del parámetro de volatilidad cuanto, quizás, la imprecisión en alguna o algunas del resto de las hipótesis que fundamentan el modelo.

En la segunda parte de esta comunicación se describe la aplicación de la técnica de los modelos ARCH a las propias series de opciones de IBM. Las predicciones mejoran notablemente. Presumiblemente un modelo ARMA con errores ARCH debería ser un candidato más fiable como explicación del proceso estocástico que genera las series reales en tanto que no se refinen y/o maticen las conclusiones derivadas de la idea pionera de Black-Scholes.

PALABRAS CLAVE: Opciones, Black-Scholes, Heteroscedasticidad, ARCH.

1. MODELOS ARMA CON ERRORES ARCH

El concepto de modelos autorregresivos con heteroscedasticidad condicional, esto es, estructura de errores ARCH, fue introducido por Engle (1982) como un modo sencillo de genera-

lizar el supuesto de varianza constante en los modelos econométricos, en particular en modelos ARMA. Weiss (1986) define un proceso ARMA con errores ARCH como un modelo comprensivo de una ecuación ARMA y una ecuación ARCH que describen la evolución del primer y segundo momentos del output respectivamente. La ecuación ARMA tiene la forma usual

$$\Phi (B) (y_t - \mu) = \Theta (B) \varepsilon_t \qquad (1.1)$$

donde B es el operador de retardos, $y_t = (1 - B)^d x$, para algún d, μ es la media de y_t, y Φ (z) y Θ (z) son los polinomios de grados p y q respectivamente dados por

$$\Phi (z) = 1 - \Phi_1 z - \ldots - \Phi_p z^p$$

$$\Theta (z) = 1 + \Theta_1 z + \ldots + \Theta_q z^q$$

ε z es el término de error no correlacionado tal que

$$E (\varepsilon_t / I_t{-}1) = 0 \qquad (1.2)$$

donde I_t es el conjunto de información histórica sobre y_t hasta el momento t incluido. El segundo momento condicional de ε_t está dado por la ecuación ARCH

$$E (\varepsilon_t^2 / I_{t-1}) = h_t$$

$$h_t = \alpha_o + \Sigma \alpha_1 \varepsilon^2_{t-1} + \delta o (Y_t - \mu)^2 + \Sigma \delta_1 (y_{t-1} - \mu)^2 \qquad (1.3)$$

con los sumatorios extendidos hasta R y S respectivamente e Y_t la predicción de y_t obtenida desde t–1.

Weiss (1984) discute las condiciones para la estabilidad del modelo ARMA con errores ARCH, la consistencia y la normalidad asintótica de las estimaciones mínimo-cuadráticas (LS) y cuasimaximoverosímiles (QML) de sus parámetros, la forma de sus tests estadísticos y sugiere un procedimiento para modelizar el proceso: en una primera etapa se procede a la identificación de la ecuación ARMA (a partir de la función de autocorrelación de y_t) y de la ecuación ARCH (a partir de la función de autocorrelación cruzada de ε_t^2 con y_t^2 e Y_t^2. Una vez especificado el modelo, la estimación es relativamente sencilla. Ya que ARCH afecta solamente a la matriz de covarianzas de los estimadores de la parte ARMA del modelo, se puede proceder a la estimación y test de la ecuación ARMA con la habitual metodología Box-Jenkins. Extendiendo esta metodología al modelo ARCH, la ecuación de la varianza se puede especificar usando el test de máxima verosimilitud y la estimación mínimo cuadrática de sus parámetros usando como espacio muestral los cuadrados de los residuos del modelo ARMA.

2. VOLATILIDAD Y OPCIONES SOBRE ACCIONES

Según el *Webster's New Collegiate Dictionary* citado en Valero (1988): "una opción es un contrato que conlleva un derecho a comprar o vender ciertos bienes o títulos a un precio especificado y durante un período estipulado". La idea fundamental, pues, que sustancia este tipo de activos, es que son contratos que garantizan un derecho, pero no la obligación de comprar o vender una mercancía o un instrumento financiero bajo las condiciones establecidas en el mismo. De ahí que las opciones (junto con los futuros) se denominen en ocasiones *instrumentos derivados* de la misma manera que, a sus mercados se les describe como *mercados derivados.* Esta íntima relación entre ambos tipos de títulos (la opción y el activo subyacente) está en la base de cualquier teoría que intente fundamentar la valoración que, en mercados eficientes, los distintos agentes, tengan de las opciones y que, en consecuencia, explique las series reales de las cotizaciones.

En efecto, parece razonable pensar que cuanto mayor sea el precio corriente de la acción, mayor será la valoración que de la opción realizará el mercado al existir fundadas esperanzas de ejercitar esta última como consecuencia de la divergencia a favor del poseedor de la misma entre

el precio de la acción y el precio de ejercicio de la opción. En este caso, el valor actual de la acción será aproximadamente el precio de la acción menos el precio de un pagaré con vencimiento en la misma fecha que la opción y con un valor nominal igual al precio de ejercicio de la opción. Alternativamente, si el precio del activo subyacente es muy inferior al precio de ejercicio de la opción, la probabilidad, bastante elevada, de que ésta se deje expirar hasta su vencimiento hará que el mercado le asigne un valor próximo a cero.

Por otro lado, *caeteris paribus* el precio de la acción, la probabilidad de que la opción entre "en dinero" (i. e. que el precio de ejercicio sea inferior al precio corriente de la acción) será mayor cuanto más alejada esté, en el tiempo, la fecha de maduración de la opción. En el límite, si la opción estuviese emitida a perpetuidad, su valor igualaría el de mercado de la acción, ya que, entonces,el valor actual del pagaré con vencimiento el de la opción (a perpetuidad en este caso) y valor de amortización el precio de ejercicio de la opción, sería cero.

Las consideraciones anteriores parecen indicar que, si fuese posible construir un modelo explicativo de las series históricas de las cotizaciones de las opciones sobre acciones, éste no debería ignorar el siguiente conjunto de variables.

— Precio corriente del activo subyacente.
— Precio de ejercicio de la opción.
— Tiempo que falta hasta la expiración.
— Tasa de interés sin riesgo.

Asimismo, y dado que, como se ha indicado, el mercado de opciones es un mercado derivado, no parece falta de razón la idea de que la rentabilidad de las opciones (obtenida a partir de las diferencias en sus cotizaciones diarias) debería depender de la rentabilidad del activo subyacente y de su volatilidad medida por la varianza de sus tasas de cambio.

La contribución pionera de Black and Scholes (1973) el acervo de trabajos realizados hasta ese momento sobre valoración de opciones, estriba, no sólo en la consideración de que las variables más arriba reseñadas deben ser las relevantes, sino, además, en el establecimiento de una hipótesis de "arbitraje nulo" entre ambos mercados (el de acciones y el de opciones) que permitirá relacionar dichas variables en una fórmula de fácil computabilidad y que, con matizaciones de menor importancia, ha llegado a nuestros días con total aceptación por parte de la comunidad científica y, lo que es más sorprendente, por parte de los operadores de los más sofisticados mercados de opciones. En sus propios términos: "Uno de los conceptos que empleamos para desarrollar nuestro modelo lo expresan Thorp y Kassouf (1967). Obtienen una fórmula de valoración empírica para «warrants», ajustando una curva a precios reales de «warrants». Emplean dicha fórmula para calcular el ratio de acciones a opciones necesario para conseguir una posición «cubierta frente al riesgo» mediante una posición «larga» (posesión del título) en uno de los dos activos financieros y «corta» (venta al descubierto) en el otro. Lo que no llegan a profundizar es en el hecho de que, *en equilibrio, la rentabilidad esperada en dicha posición «cubierta», ha de ser igual a la rentabilidad del activo sin riesgo.* Lo que presentamos a continuación es que esta condición de equilibrio puede utilizarse para obtener una fórmula teórica de valoración" [Black and Scholes, op. cit. (el subrayado es nuestro)].

La fórmula que obtienen para una opción "call" (de compra) "europea" (i.e. que sólo es ejercitable el día de su expiración) sobre una acción cuya cotización corriente es S(t) es

$$C(S,t,E) = S^*N(d_1) - E^*N(d_2)^*\exp(-rt)$$

con

$$d_1 = [\log(S/E) + (r+\sigma^2/2)^*t] / \sigma\sqrt{t}$$

$$d_2 = d_1 - \sigma\sqrt{t}$$

y siendo N(x) la función de distribución de la normal standard, E el precio de ejercicio de la opción, r el tipo de interés sin riesgo, t el tiempo hasta la expiración y σ un parámetro representativo de la volatilidad anual de la tasa de retorno de la acción medido por su desviación típica.

Es sorprendente, como afirma Mañas (1988) que el precio de la opción no dependa en abso-

luto de la rentabilidad media esperada del activo subyacente, una vez dados todos los factores enumerados. El precio de la opción depende solamente de una característica del proceso estocástico que mueve la tasa de rentabilidad de la acción: su volatilidad.

3. MODELOS AJUSTADOS A DATOS REALES

En las secciones anteriores hemos presentado las características básicas de las dos alternativas extremas candidatas a modelizar el comportamiento del proceso estocástico que genera las series de precios de determinados activos financieros. De un lado, la alternativa que podríamos denominar "técnica" o "chartista" que considera que toda la información relevante para predecir la rentabilidad de un activo financiero está contenida en su "historia" pasada; de otro lado, la alternativa "fundamental" que sugiere la existencia de determinantes exógenos en la generación de los cambios diarios.

Nuestro objetivo en esta sección será verificar, a partir de datos reales, cuál de los dos modelos se ajusta más a la realidad y detectar, en su caso, si existe algún sesgo sistemático en la capacidad predictiva de los mismos que nos sugiera el camino a seguir para perfeccionarlos. No obstante lo cual, no opondremos exclusivamente las dos formalizaciones antedichas: un modelo ARCH frente a la fórmula simple de Black-Scholes, sino que, además, analizaremos la potencia de un tercer candidato que, de algún modo, sintetiza las ideas contenidas en los dos anteriores: se trata de introducir en la fórmula de Black-Sholes el hecho de que los precios del activo subyacente siguen un proceso ARCH y que, por tanto, su volatilidad no es constante sino que muestra algún tipo de correlación serial. Supondremos que el valor esperado del parámetro σ que interviene en la fórmula no es un promedio estimado a partir de la evolución pasada de las tasas de rentabilidadd de la acción, sino que es, precisamente, el valor predicho por el modelo ARCH estimado para tales tasas. Creemos que esta idea es más adeucada que la sugerida por Merton (1973) de que la fórmula correcta para valorar opciones, en el caso de que la volatilidad varíe en el tiempo, sería la de Black-Scholes, pero interpretando σ como la volatilidad media hasta el momento de maduración. Como indica Mañas (1988) generalizaciones simples, de este tipo, de los supuestos de Black-Scholes no pueden explicar otros sesgos sistemáticos observados en las series de precios de las opciones. A saber, el "sesgo de par" (el modelo Black-Scholes infravalora sistemáticamente las opciones de compra "out of the money") y el "sesgo de maduración" (el modelo B-S infravalora las opciones que están cercanas a expirar).

a) Los datos

Los datos utilizados corresponden a las cotizaciones habidas entre el 1 de agosto de 1988 y el 31 de enero de 1989 (128 datos) de: i) las acciones de IBM en el NYSE (New York Stock Exchange), ii) las opciones "call" sobre acciones de IBM con precio de ejercicio $115 y fecha de maduración tercer viernes del mes en curso ("a corto") e iii) las mismas opciones pero con expiración tercer viernes del mes inmediato siguiente ("a medio"). Ambas ii) e iii) negociadas en la CBOE (Chicago Board Options Exchange).

Para el tipo de interés sin riesgo hemos tomado el promedio de los tipos más elevados pagados por los principales bancos de Nueva York, para los CD,s (Certificados de Depósito) de $1 millón, negociables y emitidos a 90 días.

Finalmente, y a los efectos de elevar a anuales las estimaciones por cualquiera de los dos métodos (simple y ARCH) de la volatilidad de las tasas de rentabilidad de los tres activos, se ha considerado que el número de días hábiles en ambas Bolsas es de 250.

b) Resultados

Inicialmente hemos procedido al análisis de los estadísticos básicos de las series de tasas de cambio de los datos originales. Se ha utilizado como descripción de tales tasas una aproximación lineal (Taylor) de la función logaritmo neperiano. Como es bien sabido

$$\log (x+\delta x) \approx \log (x) + \delta x/x \quad x=x(t) \quad \delta x=x(t+1)-x(t)$$

y así hemos obtenido los valores que se presentan en la Tabla 1, donde "y" es la tasa de cambio diaria de las acciones de IBM, "z" es la tasa de cambio diaria de las opciones "a corto" y "h" la tasa diaria de cambio de las opciones "a medio".

TABLA 1

ESTADISTICOS DESCRIPTIVOS DE LAS TASAS DE CAMBIO

Variables	**Y**	**Z**	**H**
Máximos	.0334	3.5264	.4383
Mínimos	−.0286	−1.9459	−.3969
Media	.0001856	.0014356	−.0023775
Desviación típica	.0108	.5760	.1531
Coeficiente variación	58.4277	401.2328	64.3879
Coeficiente asimetría	.1870	2.7967	.2738
Coeficiente curtosis	3.2347	17.8422	3.5986

El rasgo más notorio de tales series es el elevado coeficiente de curtosis, en particular para las opciones con fecha de expiración en el mes en curso. Esto significa que las distribuciones de datos empíricas tienen colas más anchas que la normal standard, por lo que la hipótesis de que tales variaciones se distribuyen normalmente se ve ampliamente rechazada.

Por otro lado, el análisis de la Función de autocorrelación (FAC) (TABLA 2) muestra coeficientes estimados muy pequeños y poco significativos a partir del estudio del estadístico de Box-Pierce. Ello podría sugerir, si las variables se distribuyesen normalmente que son "iid" (independientes e idénticamente distribuidas). Pero, como es sabido, la ausencia de correlación serial no implica necesariamente independencia si no hay normalidad.

En definitiva, el análisis puramente descriptivo de las series históricas de las tasas de cambio en las cotizaciones de los tres activos parece indicar que los procesos estocásticos que las generan no tienen una distribución normal, no presenta correlación serial y no son independientes; esto es, existe algún grado de heteroscedasticidad, la varianza de las series no es constante y su dinámica podría ser explicada por algún proceso ARMA.

La siguiente etapa de nuestra estrategia de análisis consistirá, siguiendo la metodología sugerida por Weiss (1984, 1986) ya comentada en la sección 2 de este artículo, en la especificación de los modelos ARCH que ajustan las series de datos de las muestras disponibles. Los resultados de la misma se exhiben en las TABLAS 3, 4 y 5.

En ellas, se puede observar como el logaritmo de la cotización diaria de los tres activos siguen procesos de paseos aleatorios tradicionales si los errores fuesen ruido blanco. Pero, como cabía esperar, a partir de las consideraciones hechas más arriba, vemos que las series de estos errores siguen procesos ARCH bastante significativos. En concreto, la varianza de la serie de tasas de cambio de IBM está generada por un proceso AR(2), la de las tasas de cambio de las opciones "a corto" sigue un AR(1) y la de las tasas de variación de las opciones con vencimiento al mes siguiente un AR(4).

Estos modelos ARCH indican que un pequeño error en la predicción de los valores esperados en las cotizaciones implica que la varianza del siguiente error será pequeña e incluso, que el siguiente error será, muy probablemente, también pequeño. Dependiendo del coste asociado a los errores en la predicción tal información podría ser muy útil.

Pero además, la disponibilidad de tales modelos nos va a permitir evaluar si las predicciones teóricas obtenidas de acuerdo con el modelo de Black-Scholes corregido (i.e. introduciendo como parámetro σ no ya la desviación típica muestral sino las predicciones que para el mismo se obtienen aplicando el modelo ARCH de la TABLA 3) son mejores que las obtenidas aplicando el modelo simple.

TABLA 2

AUTOCORRELACIONES DE LAS TASAS DE VARIACION DE LAS SERIES DE COTIZACIONES

	Variable Y		Variable H		Variable Z	
Order	Autocorrelation Coefficient	Box-Pierce Statistic	Autocorrelation Coefficient	Box-Pierce Statistic	Autocorrelation Coefficient	Box-Pierce Statistic
1	−.0894	1.0153	−.1008	1.2299	−.2343	6.9694
2	.0457	1.2806	.0721	1.8584	−.0302	7.0849
3	.1014	2.5864	−.0813	2.6588	−.1774	11.0799
4	.0609	3.0582	.1627	5.8633	.1681	14.6674
5	.0431	3.2941	.0582	6.2733	−.1257	16.6736
6	.0346	3.4465	−.0845	7.1366	.0377	16.8544
7	.0451	3.7046	.0477	7.4117	.0084041	16.8634
8	.0329	3.8416	−.1026	8.6845	−.0262	16.9505
9	.0711	4.4832	.1661	12.0212	.0038749	16.9524
10	−.0503	4.8042	−.0734	12.6728	.0030173	16.9536

	Variable Y2		Variable H2		Variable Z2	
Order	Autocorrelation Coefficient	Box-Pierce Statistic	Autocorrelation Coefficient	Box-Pierce Statistic	Autocorrelation Coefficient	Box-Pierce Statistic
1	−.0471	.2813	−.0605	.4422	.2196	6.1257
2	.0133	.3037	.0552	.8109	.0074624	6.1328
3	.0125	.3237	.1689	4.2618	.0012652	6.1330
4	.0824	1.1860	.0974	5.4106	−.0201	6.1845
5	−.0231	1.2541	−.0114	5.4264	−.0002717	6.1845
6	−.0766	1.9993	.0738	6.0849	−.0175	6.2236
7	.1195	3.8140	−.0018167	6.0853	−.0388	6.4146
8	−.0400	4.0175	−.0023278	6.0860	−.0133	6.4370
9	.0465	4.2916	.0084527	6.0946	−.0036780	6.4387
10	.0704	4.9219	.0146	6.1205	.0010397	6.4389

	Variable ABSY		Variable ABSH		Variable ABSZ	
Order	Autocorrelation Coefficient	Box-Pierce Statistic	Autocorrelation Coefficient	Box-Pierce Statistic	Autocorrelation Coefficient	Box-Pierce Statistic
1	−.0580	.4275	−.0738	.6589	.3366	14.3894
2	.0838	1.3190	.1642	3.9200	.1356	16.7262
3	−.0097253	1.3310	.1429	6.3919	.1400	19.2156
4	.0893	2.3447	.1267	8.3345	.0506	19.5406
5	−.0190	2.3903	−.0177	8.3722	.0708	20.1776
6	−.0389	2.5828	.0688	8.9455	.0311	20.3005
7	.0861	3.5251	.0132	8.9667	−.0544	20.6760
8	.0478	3.8158	.0704	9.5663	.0652	21.2167
9	.0311	3.9384	.0162	9.5981	.0653	21.7588
10	−.0137	3.9622	.0196	9.6445	.0604	22.2227

Siguiendo el procedimiento sugerido por Mañas (1988) hemos calculado las FAC de las tres variables ("y", "z" y "h") elevadas al cuadrado y las FAC de sus valores absolutos (ABSY, ABSZ y ABSH). Si las tasas de cambio constituyen una secuencia de variables aleatorias independientes, también serán independientes las secuencias de sus cuadrados y de sus valores absolutos, por lo que, caso de independencia, cabría esperar que los coeficientes de las FAC de y^2, z^2 y h^2, así como los coeficientes de las FAC de ABSY, ABSZ y ABSH fuesen cero en todos los retardos. Observamos, no obstante, en la TABLA 2, que esto no es así, resultando, en algunos casos, incluso que tales coeficientes son mayores que los correspondientes a las FAC de "y", "z" y "h".

TABLA 3

MODELO ARCH DE LAS TASAS DE VARIACION DE IBM

Ordinary Least Squares Estimation

Dependent variable is Y
127 observations used for estimation from 2 to 128

Regressor	Coefficient	Standard Error	T-Rati
Y(−1)	1.0000	.0002015	4963
R-Squared	.9169	F-statistic	*NONE*
R-Bar-Squared	.9169	S.E. of Regression	.010
Residual Sum of Squares	.0148	Mean of Dependent Variable	4.777
S.D. of Dependent Variable	.0376	Maximum of Log-likelihood	394.829
DW-statistic	2.1645	Durbin's h-statistic	−.926

Diagnostic Tests

Test Statistics	LM Version	F Versión
A: Serial Correlation	CHI-SQ (1) = 1.0303	F (1,125) = 1.0224
B: Functional Form	CHI-SQ (1) = 1.6313	F (1,125) = 1.6265
C: Normality	CHI-SQ (2) = 1.0208	Not applicable
D: Heteroscedasticity	CHI-SQ (1) = 1.2754	F (1,125) = 1.2681

Dependent variable is EIBM2
125 observations used for estimation from 4 to 128

Regressor	Coefficient	Standard Error	T-Rati
EIBM2(−1)	.2069	−.0874	2.367
EIBM2(−2)	.2608	.0874	2.983
R-Squared	−.2541	F-statistic F (1,123)	*NONE*
R-Bar-Squared	−.2643	S.E. of Regression	.000197
Residual Sum of Squares	.0000048	Mean of Dependent Variable	.000118
S.D. of Dependent Variable	.0001759	Maximum of Log-likelihood	889.699
DW-statistic	2.1089		

Diagnostic Tests

Test Statistics	LM Version	F Versión
A: Serial Correlation	CHI-SQ (1) = 5.8110	F (1,122) = 5.9480
B: Functional Form	CHI-SQ (1) = 10.1493	F (1,122) = 10.7810
C: Normality	CHI-SQ (2) = 484.7953	Not applicable
D: Heteroscedasticity	CHI-SQ (1) = .0825	F (1,123) = .0812

A: Lagrange multiplier test of residual serial correlation.
B: Ramsey's RESET test using the square of the fitted values.
C: Based on a test of skewness and kurtosis of residuals.
D: Based on the regression of squared residuals on squared fitted values.

TABLA 4

MODELO ARCH DE LAS TASAS DE VARIACION DE LAS OPCIONES CON FECHA DE EXPIRACION EN EL MES CORRIENTE

Ordinary Least Squares Estimation

Dependent variable is Z
127 observations used for estimation from 2 to 128

Regressor	Coefficient	Standard Error	T-Rati
Z(−1)	.9408	.0306	30.791
R-Squared	.6879	F-statistic	*NONE*
R-Bar-Squared	.6879	S.E. of Regression	.567
Residual Sum of Squares	40.5946	Mean of Dependent Variable	1.304
S.D. of Dependent Variable	1.0160	Maximum of Log-likelihood	−107.780
DW-statistic	2.3949	Durbin's h-statistic	−2.369

Diagnostic Tests

Test Statistics	LM Version	F Versión
A: Serial Correlation	CHI-SQ (1) = 5.6623	F (1,125) = 5.8332
B: Functional Form	CHI-SQ (1) = 47.2990	F (1,125) = 74.1820
C: Normality	CHI-SQ (2) = 1452.8	Not applicable
D: Heteroscedasticity	CHI-SQ (1) = 4.9873	F (1,125) = 5.1094

Dependent variable is EOP302
126 observations used for estimation from 3 to 128

Regressor	Coefficient	Standard Error	T-Rati
EOP302(−1)	.2950	.0855	3.451
R-Squared	.0360	F-statistic	*NONE*
R-Bar-Squared	.0360	S.E. of Regression	1.343
Residual Sum of Squares	225.5519	Mean of Dependent Variable	.322
S.D. of Dependent Variable	1.3682	Maximum of Log-likelihood	−215.469
DW-statistic	1.9850	Durbin's h-statistic	.299

Diagnostic Tests

Test Statistics	LM Version	F Versión
A: Serial Correlation	CHI-SQ (1) = .0818	F (1,124) = .0806
B: Functional Form	CHI-SQ (1) = 57.1999	F (1,124) = 103.0926
C: Normality	CHI-SQ (2) = 8056.8	Not applicable
D: Heteroscedasticity	CHI-SQ (1) = 4.0246	F (1,124) = 4.0914

A: Lagrange multiplier test of residual serial correlation.
B: Ramsey's RESET test using the square of the fitted values.
C: Based on a test of skewness and kurtosis of residuals.
D: Based on the regression of squared residuals on squared fitted values.

TABLA 5

MODELO ARCH DE LAS TASAS DE VARIACION DE LAS OPCIONES CON FECHA DE EXPIRACION EN EL MES PROXIMO

Ordinary Least Squares Estimation

Dependent variable is H
121 observations used for estimation from 2 to 122

Regressor	Coefficient	Standard Error	T-Rati
H(−1)	.9948	.0076400	130.209
R-Squared	.8939	F-statistic	*NONE*
R-Bar-Squared	.8939	S.E. of Regression	.152
Residual Sum of Squares	2.8021	Mean of Dependent Variable	1.754
S.D. of Dependent Variable	.4691	Maximum of Log-likelihood	56.117
DW-statistic	2.1972	Durbin's h-statistic	−1.088

Diagnostic Tests

Test Statistics	LM Version	F Version
A: Serial Correlation	CHI-SQ (1) = 1.1943	F (1,119) = 1.1862
B: Functional Form	CHI-SQ (1) = 2.6897	F (1,119) = 2.7054
C: Normality	CHI-SQ (2) = 3.7029	Not applicable
D: Heteroscedasticity	CHI-SQ (1) = 7.6843	F (1,119) = 8.0698

Dependent variable is E2
117 observations used for estimation from 6 to 122

Regressor	Coefficient	Standard Error	T-Rati
E2(−2)	.1785	.0868	2.056
E2(−3)	.2870	.0845	3.397
E2(−4)	.2358	.0868	2.717
R-Squared	−.0397	F-statistic F (2,114)	*NONE*
R-Bar-Squared	−.0580	S.E. of Regression	.039
Residual Sum of Squares	.1789	Mean of Dependent Variable	.023
S.D. of Dependent Variable	.0385	Maximum of Log-likelihood	213.250
DW-statistic	2.0191		

Diagnostic Tests

Test Statistics	LM Version	F Version
A: Serial Correlation	CHI-SQ (1) = .0107	F (1,113) = .0104
B: Functional Form	CHI-SQ (1) = 8.4133	F (1,113) = 8.7552
C: Normality	CHI-SQ (2) = 341.6881	Not applicable
D: Heteroscedasticity	CHI-SQ (1) = .3984	F (1,115) = .3929

TABLA 6

PREDICCIONES DE LOS MODELOS BLACK-SCHOLES

OBS.	H	H1	H2	Z	Z1	Z2
1	*NONE*	*NONE*	*NONE*	*NONE*	*NONE*	*NONE*
2	.1586	.0203	.0927	.0000	1.2857	*NONE*
3	.1133	−.0233	1.4590	.0136	−.0078545	.7811
4	−.0614	.2473	.3899	−.0700	−.0226	.3317
5	−.0387	−.0191	−1.7219	.0834	−.0093326	−1.1645
6	.0387	.0135	−.1351	−.0548	−.0511	−.2472
7	−.0928	−.0169	.6440	−.0113	−.0067759	.5452
8	.0000	−.0421	−.3094	.0391	−.0407	−.1900
9	.0928	.0187	.0469	−.1473	.0250	.0176
10	−.2423	−.0416	.8365	−.1358	−.0577	.3250
11	.0000	−.0148	.4604	.1671	−.0817	.1737
12	.0776	.0262	−.2016	−.0313	−.0020083	−.0651
13	.0438	−.0262	.0283	−.1001	−.0216	−.0225
14	−.1214	−.0317	−.0944	.0513	−.0487	−.0742
15	.0473	−.0041261	−1.0991	.1241	.0143	−.4829
16	−.0968	−.0181	.3717	.1568	−.0988	.0563
17	.0000	.0088361	−.0335	.0924	.0127	.0227
18	.2129	.0038415	.6416	.0000	.0048519	.2533
19	.0136	−.0214	.1610	.1112	−.0359	.0666
20	.0904	.0150	−.5206	−.0541	.0015739	−.2213
21	−.0637	−.0249	.1218	.0671	−.1531	−.1953
22	.0513	.0091026	−.3437	−.0533	.0190	.0383
23	−.0513	−.0281	.3385	−.0564	−.0854	−.0106
24	−.0541	−.0268	.1078	−.0910	−.1171	.3273

Variable(s)	ERROR 1	ERROR 2	ERROR 12	ERROR 22	ERROR 1	ERROR 12	ERROR 2	ERROR 22
Maximum	.3087	1.3456	.0953	2.8330	.7182	.5158	1.1319	1.5572
Minimum	−.2091	−1.6832	.0000781	.0002396	−.3658	.0000135	−1.2479	.0000437
Mean	−.0040971	.0488	.0116	.4113	−.0160	.0358	.0279	.1967
Std. Deviation	.1101	.6538	.0218	.7124	.1920	.1004	.4511	.3873
Coef. of Variation	26.8844	13.3902	1.8770	1.7320	12.0116	2.8077	16.1441	1.9688

En la TABLA 6 se presentan las predicciones extramuestrales de ambos modelos. En ella, "z" y "h" son las tasas reales de variación de las opciones "a corto" y "a medio" respectivamente, z1 y h1 son las estimaciones de tales tasas siguiendo el modelo simple de Black-Scholes y z2 y h2 son las estimaciones siguiendo el modelo corregido. Asimismo, ERROR1 y ERROR2 son, respectivamente y en cada caso, los errores medios absolutos, mientras que ERROR12 y ERROR22 son, para cada caso, los errores medios cuadráticos. Podemos claramente observar que la introducción de una volatilidad dinámica en el modelo de Black-Scholes empeora la capacidad de predicción del mismo, por lo que todo parece indicar que no es el supuesto de volatilidad constante el que genera los sesgos sistemáticos de predicción del modelo, sino que habrá que dudar de la justeza de algún otro de sus supuestos. En particular, el supuesto de que los precios de las opciones siguen un proceso de "paseo aleatorio" en tiempo continuo, con una tasa de varianza proporcional al cuadrado del precio de la acción, y que por tanto la distribución de los precios de la opción al final de cualquier intervalo finito es log-normal [Black-Scholes (1973)].

Si como alternativa, suponemos que toda la información relevante para predecir los valores futuros de las tasas de rentabilidad está contenida en la "historia" del proceso y que la captura de esta información se ha de realizar presuponiendo que los riesgos asociados a los errores

de predicción siguen un proceso ARCH, obtendríamos los resultados que se exhiben en la TABLA 7. En ella observamos que, bajo estos supuestos, el error medio cuadrático pasa a ser 0.0062 frente a los valores 0.0358 y 0.1967 de los modelos anteriores. Las mejoras, pues, son muy esperanzadoras. La conclusión debería ser, por tanto, que estos modelos (ARCH) capturan efectiva aunque todavía imperfectamente, algunas características de la estructura estocástica de las fluctuaciones de los precios de las opciones y que vale la pena tratar de refinarlos.

TABLA 7

PREDICCIONES DEL MODELO ARCH

Dynamic Forecasts

Based on OLS regression of EOP302 on:
EOP302(−1)
96 observations used for estimation from 3 to 98

Observation	Actual	Prediction	Error
99	.0161	.0082128	.0078541
100	.2560	.0024228	.2536
101	.2172	.0007147	.0164
102	.0209	.0002109	.0207
103	.0038215	.0000622	.0037593
104	.0445	.0000184	.0445
105	.0060472	.0000054	.0060417
106	.0050891	.0000016	.0050875
107	.0448	.0000005	.0448
108	.0002675	.0000001	.0002673
109	.0001838	.0000000	.0001838

Summary statistics for dynamic forecasts

Based on 11 observations from 99 to 109

Mean Prediction Errors	.0367	Mean Sum Abs Pred Errors	.036
Sum Squares Pred Errors	.0062857	Root Mean Sumsq Pred Errors	.079
Predictive failure test F(11,95)	= .0027148		
Structural stability test F(1,105)	= .0007830		

4. CONCLUSIONES

A lo largo del presente artículo hemos pretendido estudiar las características de las series de precios de las opciones sobre acciones. La interpretación de las implicaciones de las regularidades detectadas en los datos disponibles se presentan a continuación.

a. Las variaciones en el logaritmo de las cotizaciones (tanto de la acción como de las opciones de compra sobre ella emitidas) presentan distribuciones con media muy próxima a cero, un nivel de varianza elevado, bastante simetría y un grado de leptocurtosis sustancial.

b. Esas mismas variaciones no están serialmente autocorrelacionadas. Sin embargo, sus valores al cuadrado y sus valores absolutos, lo que indica que la volatilidad de los mercados de estos activos financieros exhibe cierto nivel de correlación.

c. Las predicciones de los valores de las opciones realizadas de acuerdo con el modelo de Black-Scholes simple (volatilidad constante) muestran sesgos sistemáticos de error.

d. Los modelos ARCH (heteroscedasticidad condicional autorregresiva), por contra, predicen relativamente bien tanto la tasa de rentabilidad de los activos como sus volatilidades esperadas.

e. La modificación de la fórmula de Black-Scholes introduciendo la dinamicidad del parámetro de volatilidad descrita por el modelo ARCH estimado para la variación de las cotizaciones de la acción, no produce mejoras importantes en la capacidad de predicción del modelo.

BIBLIOGRAFIA

C. A. BALL y W. N. TOROUS, On Jumps in Common Stock Prices and Their Impact on Call Option Pricing, *Journal of Finance* 40 (1985), 155-173.

F. BLACK y M. SCHOLES, The Pricing of Options and Corporate Liabilities, *Journal of Political Economy* 81 (1973), 637-654.

F. BLACK y M. SCHOLES, Valoración de opciones y pasivos de una empresa, *Cuadernos Económicos de I.C.E.* (1986), 33-49.

E. BORENZSTEIN y M. DOOLEY, Options on Foreign Exchange and Exchange Rate Expectations, *IMF Staff Pappers,* 1987.

G. E. P. BOX y G. M. JENKINS, "Time Series Analysis: Forecasting and Control", San Francisco: Holden-Day, 1970.

R. F. ENGLE, Autoregressive Conditional Heteroscedasticity with Estimate of Variance of Inflationary Expectations, *Econométrica* 50 (1982), 987-1007.

L. A. MAÑAS, Dinámica de corto plazo de los tipos de cambio: volatilidad y opciones sobre divisas, *Cuadernos Económicos de I.C.E.* 38 (1988), 9-47.

R. C. MERTON, Theory of Rational Option Pricing, *Bell Journal of Economics and Management Science* 4 (1973), 141-183.

E. O. THORP y S. T. KASSOUF, "Beat the Market", New York: Random House, 1967.

F. J. VALERO LOPEZ, "Opciones en instrumentos financieros", Ariel Economía, 1988.

A. A. WEISS, ARCH and Bilinear Time Series Models, Comparison and Combination, *Journal of Business and Economics Statistics* 4 (1986), 59-70.

A. A. WEISS, ARMA Models with ARCH Errors, *Journal of Time Series Analysis* 5 (1984), 129-143.

UNA TENTATIVA DE ESPECIFICACION DINAMICA VIA MODELOS VARMA

POR

MARC SAEZ
& VICTOR CANO

1. INTRODUCCION

Una de las formas en que las variables económicas pueden presentarse para su estudio es la de *serie temporal.* Las series temporales suelen estudiarse desde el punto de vista *univariante* y desde la perspectiva *multivariante.* Se arguyen dos razones fundamentales para analizar y modelizar las variables económicas de forma conjunta. En primer lugar, el análisis *multivariante* permite captar las relaciones dinámicas entre las variables, distinguiendo (por ejemplo) entre relaciones contemporáneas y retardadas y entre causalidad uni y bidireccional. Además, el estudio conjunto de las variables permite mejorar la precisión de las predicciones, ya que incorpora información adicional a la contenida únicamente en la propia historia de la variable.

De las diversas alternativas de aproximación al problema de especificación de *modelos multivariantes* hemos hecho uso de aquellas técnicas que pueden considerarse como una extensión "natural" a las empleadas por Box & Jenkins (1976) en el análisis *univariante.* En este sentido utilizamos las propuestas de Tiao & Box (1981) para la modelización de *ARMA vectoriales* (VARMA), así como algunos aspectos recogidos en Jenkins & Alavi (1981) y en Tiao & Tsay (1983).

El modelo general VARMA puede representarse como:

$$\Phi (L)\, Y_t = \Theta (L)\, a_t \tag{1}$$

donde

$$\Phi (L) = I - \emptyset_1 L - \ldots - \emptyset_p L^p$$
$$\Theta (L) = I - \theta_1 L - \ldots - \theta^q L^q \tag{2}$$

son matrices de polinomios en L de dimensión k×k e Y_t y a_t son vectores de dimensión k×1 que representan, respectivamente, el conjunto de series y de variables aleatorias ruido blanco con distribución multivariante normal $N(0,\Sigma)$.

Los modelos VARMA suponen que todas las raíces de los determinantes polinomiales AR y MA están *en o fuera* del círculo unitario. Dichos modelos serán *estacionarios* si todas las raíces AR están *fuera* del círculo unitario y serán *invertibles* si todas las raíces MA están *fuera* del círculo unitario.

Adicionalmente podemos permitir que los polinomios matriciales AR y MA tengan un componente *estacional* de período s, con las mismas, implicaciones que para el componente regular.

2. LAS FASES DE LA MODELIZACION

Existen una multitud de modelos VARMA que representan un vector de series temporales y además pueden contener gran cantidad de parámetros. Nuestro objetivo consiste en, dado un vector de series temporales Y_t de tamaño finito t=1,..T, encontrar un modelo que contenga el menor número de parámetros posible y que al mismo tiempo represente adecuadamente las relaciones dinámicas contenidas en los datos. Extendiendo las ideas básicas para las series univa-

riantes, Tiao & Box (1981) proponen una aproximación iterativa para construir modelos VARMA que consta de tres fases: a) identificación tentativa del modelo, b) estimación y c) comprobación y diagnóstico.

2.1. IDENTIFICACION

Las herramientas básicas utilizadas en el proceso de identificación son las matrices de correlaciones cruzadas (*matriz de correlación*) y las matrices de correlación parcial (*matriz de "auto-regresión" parcial*).

Definiendo la matriz de covarianzas cruzadas para el retardo l como,

$$\Gamma(l) = E(Y_{i,t-1}\, Y_{j,t}) = \gamma_{ij}(l) \qquad i,j = 1, 2, \ldots, k \tag{3}$$

dividiendo por las desviaciones estándar correspondientes a $Y_{i,t-1}$ e $Y_{j,t}$ podemos deducir la *matriz de correlaciones cruzadas* de orden k×k y que se representa por:

$$p(l) = \{p_{ij}(l)\} \tag{4}$$

Si p=0, podemos obtener uno de los resultados fundamentales para el proceso de identificación, ya que la matriz de covarianzas puede entonces escribirse como:

$$\Gamma(l) = \begin{cases} \sum_{j=0}^{q-1} \Theta_j \Sigma \Theta'_{j+l} & l = 0, 1, 2, \ldots, q \\ 0 & l > q \end{cases} \tag{5}$$

De esta forma, tanto las autocorrelaciones como las correlaciones cruzadas son nulas para l>q. Por otro lado, para un modelo auto-regresivo, se tendrá, en general, un comportamiento decreciente gradualmente o bien sinusoidal hacia cero a medida que aumenta l. Como puede apreciarse, estas características se reproducen de forma similar a los modelos univariantes.

Por otra parte, a partir de la relación existente entre la matriz de covarianzas cruzadas y los coeficientes auto-regresivos del modelo (1), cuando q=0, y partiendo de una generalización de las ecuaciones de Yule-Walker, puede derivarse la denominada matriz de correlación parcial o de *"auto-regresión" parcial*. Dicha matriz, representada por S(l) tiene la propiedad de que si el modelo es un AR(p) entonces:

$$S(l) = \begin{cases} \Phi(l) & l = p \\ 0 & l > p \end{cases} \tag{6}$$

A nivel aplicado, dada la complejidad que conlleva la utilización de los valores de las matrices en la identificación del modelo adecuado, se suele emplear una simplificación de gran utilidad. Se asignan los signos (+,−,.) indicativos de valores significativos de las correlaciones cruzadas muestrales, en los dos primeros casos, o no significativos en el último. Esta posibilidad surge como consecuencia de que bajo la hipótesis nula de que las series siguen procesos ruido blanco, para T grande:

$$p_{ij}(l) \approx N(0, 1/T) \tag{7}$$

así, se considera que un coeficiente es significativo si supera $\pm 2/T^{1/2}$.

En general, para valores significativos en l=1,2,... o bien para las primeras matrices, puede considerarse la posibilidad de estructuras distintas a las de ruido blanco. Así, las estructuras pue-

den determinarse a partir de los supuestos teóricos relativos a las matrices arriba mencionadas. Evidentemente este mismo procedimiento puede utilizarse con los residuos en la validación del modelo una vez identificado y estimado el mismo.

Adicionalmente, como proponen Tiao & Box (1981), como ayuda para la determinación del orden de un modelo auto-regresivo puede emplearse un test secuencial de *razón de verosimilitud* para contrastar H_O:$\Phi(l)=0$ contra la alternativa H:$\Phi(l)\neq 0$, cuando se ajusta un AR(l). El contraste se construye a partir de:

$$\sum_{t=l+1}^{T} (y_t - \hat{\Phi}_1 y_{t-1} - \ldots - \hat{\Phi}_l Y_{t-l}) \cdot (y_t - \hat{\Phi}_1 y_{t-1} - \ldots - \hat{\Phi}_l y_{t-l})' \qquad (8)$$

que representa la matriz de sumas de cuadrados de los residuos y sus productos cruzados, de un hipotético ajuste para un AR(l). El test de *razón de verosimilitud* viene dado por el ratio de los determinantes:

$$U = |S(l)| \; / \; |S(l-1)| \qquad (9)$$

Así, utilizando la aproximación de Bartlett (1938), el estadístico M(l), representado por:

$$M(l) = (T^* - 1/2 - l.k)\, LnU \qquad (10)$$

se distribuye, bajo la H_O, como una chi-cuadrado con k^2 grados de libertad y donde $T^*=T-p-1$, que representa el número de observaciones efectivas.

Por último podemos señalar como instrumento de identificación el *criterio de información de Akaike* (AIC), utilizado, entre otros, por el paquete informático SCA (utilizado en la aplicación práctica). Como se sabe dicho estadístico se utiliza para escoger entre modelos alternativos (no necesariamente anidados), escogiéndose el modelo en el que el estadístico AIC sea mínimo.

2.2. LA ESTIMACION

Una vez hemos especificado como primera tentativa un modelo VARMA para los datos obtendremos estimadores *eficientes* de las matrices de parámetros estimando el modelo por *máxima verosimilitud.* Existen dos aproximaciones útiles a la función de verosimilitud; la *función de verosimilitud "condicional"* (Wilson, 1973) y la *función de verosimilitud "exacta"* (Hillmer & Tiao, 1979). Si tenemos T observaciones de un vector Y_t ambos enfoques aproximan la función de verosimilitud en base a una estructura estocástica de T−p observaciones:

$$Y_t = \Sigma^p \Phi_i Y_{t-i} - \Sigma^q \tau_j a_{t-j} + a_t \qquad t=p+1,\ldots T$$

en el que las Y_1, Y_2, ... Y_p, se suponen fijas. La aproximación *"condicional"* supone además que $a_p=\ldots=a_{p-q+1}=0$, mientras que la aproximación *"exacta"* no realiza ninguna hipótesis adicional. El enfoque *"exacto"* a pesar de su mayor complejidad analítica reduce considerablemente los sesgos que se producen al estimar los coeficientes MA por el enfoque *"condicional",* sesgos mucho más probables cuando algunas de las raíces del determinante polinomial MA estén próximas al círculo unitario.

2.3. COMPROBACION Y DIAGNOSTICO

Una vez estimados los parámetros se pueden realizar varias pruebas de diagnóstico a partir de los residuos del modelo estimado, para determinar la adecuación del modelo ajustado y mejorarlo si así fuese necesario. En concreto, como ya indicamos, podemos utilizar los mismos instrumentos que en la fase de identificación, intentando comprobar que dichos residuos sean un vector de variables ruido blanco.

3. EJEMPLO EMPIRICO

Como aplicación empírica intentamos modelizar el consumo a partir del estudio de Sáez & Murillo (1989). Remitimos al lector a dicha referencia para conocer los detalles previos del análisis.

3.1. LA UTILIZACION DE LA TEORIA ECONOMICA

El análisis de series temporales (al menos el "puro") contrariamente a la econometría tradicional utiliza la teoría económica casi exclusivamente para determinar las variables involucradas en el estudio, explotando la información contenida en los datos. Es evidente que las nuevas tendencias teóricas han intentado (e intentan) combinar ambos enfoques, porque en el fondo no son excluyentes sino complementarios. No es nuestro objetivo extendernos en esta "discusión", ya clásica en la teoría econométrica, permitásenos remitir al lector a los manuales conocidos (Box & Jenkins, 1976, Granger & Newbold, 1986).

En la práctica las series temporales suelen exhibir conductas no estacionarias. Cuando varias de tales series se analizan conjuntamente, la no estacionariedad puede ser modelizada permitiendo que las raíces del determinante polinomial auto-regresivo estén situadas en el círculo unitario, es decir, se trata de diferenciar las series análogamente al caso univariante. Sin embargo se argumenta que en un vector de series temporales pueden existir combinaciones lineales que sean estacionarias, con lo que la diferenciación simultánea de todas las series puede conducir a complicaciones innecesarias en la modelización, a la *sobrediferenciación* (Tiao & Box, 1981, Tiao & Tsay, 1983). Además, diferenciar las series significa eliminar la información a largo plazo reflejada por la tendencia de la serie. Por un lado perdemos toda la información a priori procedente de la teoría económica, ya que ésta suele basarse en argumentos "estáticos". Por otro lado perdemos también toda la "banda de baja frecuencia", que domina el espectro de las variables económicas (Granger & Newbold, 1986).

Sin embargo, también parece muy inapropiado no distinguir en la modelización de variables económicas, entre conductas a corto y a largo plazo, máxime cuando se sabe que la conducta a corto plazo *no* es independiente del desequilibrio en los niveles de las variables. Parece más conveniente analizar modelos que si bien tiendan al equilibrio a largo plazo permitan un desequilibrio a corto, a través de la introducción de los "errores" de la potencial relación de equilibrio a largo plazo, los *modelos de "mecanismo de corrección del error".* Dichos modelos analizan *conjuntamente* las variables en niveles y en diferencias, adoptando la forma general:

$$A(L)(1-L)X_t = -\delta Z_{t-1} + u_t \qquad (11)$$

donde X_t es un vector de series temporales, u_t es una perturbación aleatoria multivariante estacionaria, y además A(0)=I, A(1) tiene todos sus elementos finitos, δ no es cero y $Z_t=\alpha' X_t$ representa el error en la relación de equilibrio.

Sería conveniente encontrar una relación a largo plazo entre las variables analizadas e introducir los errores de tal relación mediante un modelo de mecanismo de corrección del error. No consideramos, a priori, ninguna clase de exogeneidad entre las variables involucradas, por lo que trabajamos en un contexto multiecuacional.

Recordemos que Engle & Granger (1987) argumentan que un vector de series *"cointegrado"* refleja una relación de equilibrio a largo plazo. Así, partimos de la relación a largo plazo encontrada en Sáez & Murillo (1989):

$$\text{Ln } C_t = 0.9438 \text{ Ln } Y_t - 0.1362 \text{ LnTPARO}_t - 0.0663 \text{ Ln CA83}_t \qquad (12)$$

$$t \quad (74.96) \qquad (-3.20) \qquad (-2.26)$$

1977-II / 1987-IV (T=43) Var Resid. 0.011723

siendo:

C_t ABTR Consumo en alimentos, bebidas y tabaco real y persona (base media 1983).
Y_t YDRAC Renta disponible familiar real y per cápita (base media 1983).
$CA83_t$ Indice de cotización de las acciones en la bolsa de Madrid, ponderado (base media 1983).
$TPARO_t$ Tasa de paro.

Si un vector de series temporales (X_t) está cointegrado no podemos utilizar un modelo VARMA para analizarlo si lo diferenciamos para hacerlo estacionario. La cointegración implica que el vector de series diferenciadas ($(1-L)X_t$), *no* tiene una representación MA vectorial invertible, y por tanto no tiene una representación VAR finita. Si existiese una representación VMA invertible ninguna combinación de X_t podría ser estacionaria (Campbell, 1987). Por tanto, si la teoría económica impone la cointegración de un conjunto de variables no estacionarias, la diferenciación de todas las variables *no conduce* a un sistema "bien comportado" estadísticamente. Afortunadamente existe una solución sencilla a tal dificultad, como es la de utilizar un modelo de mecanismo de corrección del error para el vector de series temporales.

En lo que sigue modelizamos la relación entre las variables en niveles y en diferencias (adecuadas para hacerlas estacionarias), incluyendo en este último caso el error de la relación a largo plazo retardado (LR01) para permitir la modelización VARMA.

3.2. IDENTIFICACION

Modelo 1			Modelo 2		
	X =	LABTR		X =	$(1-L)(1-L^4)$LABTR
		LYDRAC			$(1-L^4)$LYDRAC
Niveles		LTPARO	Diferencias		$(1-L)$LTPARO
		LCA83			$(1-L)$LCA83
					LRO1

Analizamos todas las variables en logaritmos por los mismos motivos que comentan Sáez & Murillo (1989).

Tanto para el modelo 1 como para el modelo 2 observamos en las *matrices de correlación* muchos retardos significativos, indicativos de que el modelo probablemente seguirá un esquema auto-regresivo. Adicionalmente las *matrices de auto-regresión parcial* muestran un comportamiento auto-regresivo claro, tanto para la parte regular como para la estacional.

Proponemos por tanto el siguiente esquema (para el modelo 1 y el modelo 2):

$$(1 - \Phi_1 L)\ (1\ \Phi_4 L^4)X_t = a_t$$

3.3. ESTIMACION, COMPROBACION Y DIAGNOSTICO

Estimamos los modelos por máxima verosimilitud, utilizando la aproximación exacta de Hillmer & Tiao (1979). Realizamos la estimación en dos fases. En primer lugar estimamos el modelo "general", sin ninguna restricción, prestando atención a la significación de los parámetros. En la segunda fase estimamos el modelo "restringido", eliminando los parámetros redundantes.

A continuación aplicamos las mismas herramientas utilizadas en la fase de identificación para comprobar que los residuos (de los modelos "restringidos") siguen un comportamiento de ruido blanco. Creemos que los modelos parecen adecuados.

3.4. COMPARACION DE LOS MODELOS

La diferente forma funcional de los modelos y su no anidación nos impide compararlos "estadísticamente". No obstante, podemos realizar una comparación "económica". Preferiremos el modelo que más se adecue a los principios teóricos postulados a priori.

El modelo 1 es excesivamente sencillo, en el sentido de que tiene muy pocos parámetros. Creemos que más que ser indicativo de una ventajosa parsimonia muestra errores de especificación, relaciones no contempladas por el modelo. Este fenómeno se confirma al analizar la *matriz de covarianzas de los residuos,* que refleja los "efectos contemporáneos" entre los componentes de un modelo VARMA. Es difícil creer que la relación entre el *índice de cotización de las acciones* y el *consumo de alimentos, bebidas y tabaco* sea *positiva* tal y como indica su covarianza. En Sáez & Murillo (1989) se introdujo el índice de cotización de las acciones en primer lugar como "proxy" de la tasa de rendimiento. Si este es el caso no es lógica teóricamente tal relación positiva. Adicionalmente también se propuso como "proxy" de la riqueza. En este caso podría existir una relación positiva si el consumo estuviese dominado por la "durabilidad", fenómeno que evidentemente no se produce en el consumo de alimentos, bebidas y tabaco. Así pues, optamos por el modelo 2, que adicionalmente recoge la interacción entre las conductas a corto y a largo plazo (como vimos).

Podemos analizar las relaciones contemporáneas entre los componentes a través de la *matriz de correlación* de los residuos (del modelo 2):

$$\begin{vmatrix} 1 & & & & \\ 0.376 & 1 & & & \\ -0.153 & -0.004 & 1 & & \\ -0.061 & 0.641 & -0.141 & 1 & \\ -0.038 & -0.339 & -0.420 & 0.116 & 1 \end{vmatrix}$$

Tanto los signos como el valor de los coeficientes son plenamente coincidentes con la teoría económica. Obtenemos una elasticidad-renta (del consumo) unitaria a largo plazo (0.9438) como muestra (12), mientras que a corto plazo la elasticidad-renta es menor (0.376234) debido a la "inferioridad" de la categoría de consumo analizada.

La relación a largo plazo confirma que el índice de cotización de las acciones y el consumo de alimentos, bebidas y tabaco se relacionan *negativamente*, con lo que justificamos nuestra elección.

4. DISCUSION

Creemos que para analizar un modelo como el del consumo necesitamos estudiar la conducta a corto y a largo plazo de las variables involucradas. Ello nos impide analizar, simplemente, las variables en diferencias (además de que añade complejidad en la modelización VARMA). Sin embargo el análisis de las variables en niveles impide observar la interacción entre el corto y el largo plazo. Proponemos la modelización VARMA, introduciendo el *mecanismo de corrección del error.* Dicha estrategia es más acorde con la teoría económica (como hemos visto).

Se podría objetar que la utilización de los modelos VARMA para la especificación dinámica no es una modelización *"estructural"*. Como dicen Tiao & Tsay (1983) los modelos VARMA pueden ser interpretados como la *"forma reducida"* de un modelo econométrico estructural. Si esto es así, los parámetros de un modelo VARMA únicamente serán indicativos de la estructura dinámica de las series y las relaciones contemporáneas entre ellas. Sin embargo creemos que al incorporar un *mecanismo de corrección del error* se recoge la "relación estructural" que se pierde al modelizar mediante modelos VARMA (simples).

Por otro lado podríamos realizar la modelización dinámica utilizando alternativamente modelos más "flexibles" (y más "estructurales") como los *sistemas de función de transferencia.* Intentamos seguir tal estrategia, pero encontramos problemas de no invertibilidad (no existencia de una representación finita). Creemos que se debe a que, en general, tales sistemas postulan a priori ciertas relaciones de causalidad unidireccional, de exogeneidad, entre las variables involu-

cradas. Nosotros evitamos postular a priori cualquier restricción, permitiendo cualquier dirección en la causalidad y en todo caso contrastar a posteriori la dirección de tal causalidad (estrategia que nos parece más acertada). En todo caso es un tema para estudios posteriores que sin duda nos abrirán, a su vez, nuevas vías y problemas ciertamente interesantes.

BIBLIOGRAFIA

BOX, G. E. P. & JENKINS, G. M. (1976): *Time Series Analysis, Forecasting and Control.* Holden Day, San Francisco.

CAMPBELL, J. Y. (1987): "Does Saving Anticipate Declining Labor Income? An alternative test of the Permanent Income Hypothesis". *Econometrica,* Vol. 55, No. 6.

ENGLE, R. F. & GRANGER, C. N. J. (1987): "Co-integration an Error Correction: Representation, Estimation and Testing". *Econometrica,* Vol. 55, No. 2.

GRANGER, C. W. J. & NEWBOLD, P. (1986): *Forecasting Economic Time Series.* Academic Press, Orlando, Florida.

HILLMER, S. C. & TIAO, G. C. (1979): "Likelihood Function of Stationary Multiple Autoregressive Moving Average Models". *Journal of the American Statistical Association,* No. 74.

JENKINS, G. M. & ALAVI, A. S. (1981): "Some Aspects of Modelling and Forecasting Multivariate Time Series". *Journal of Time Series Analysis,* No. 2.

TIAO, G. C. & BOX, G. E. P. (1981): "Modeling Multiple Time Series with Applications". *Journal of the American Statistical Association,* Vol. 76, No. 376.

TIAO, G. C. & TSAY, R. S. (1983): "Multiple Time Series Modeling and Extended Sample Cross-Correlations". *Journal of Business and Economic Statistics,* Vol. 1, No. 1.

SAEZ, M. & MURILLO, C. (1989): *Discusión de algunos contrastes empíricos de la función de consumo. Una propuesta alternativa.* Mimeo. Departament d'Econometria, Estadística i Economia Espanyola.

SCA (1986): *The SCA Statistical System. Reference Manual for Forecasting and Time Series Analysis. Version III.* Scientific Computing Associates, Dekalb, Illinois.

WILSON, G. T. (1973): "The Estimation of Parameters in Multivariate Time Series Models". *Journal of the Royal Statistical Society,* Ser. B, Vol. 35.

DESCOMPOSICION DEL INDICE DE GINI

POR

JOAN BARO LLINAS

Universidad de Barcelona

CURVA DE CONCENTRACION DE UNA DISTRIBUCION TRUNCADA

Si consideramos una v.a. ξ con dominio no negativo, con funciones de distribución $F_\xi(x)$ y de masa acumulada de variable $q_\xi(x)$, es posible relacionarlas mediante la curva de concentración

$$q_\xi(x) = \varphi[F_\xi(x)]$$

a la que corresponden propiedades conocidas

$$\varphi(0) = 0,\ \varphi(1) = 1,\ \varphi'[F_\xi(x)] \geq 0 \text{ y } \varphi''[F_\xi(x)] \geq 0$$

Una especificación del dominio de la variable con truncamiento en los puntos ω_1 y ω_2 origina una nueva variable ξ_T, tal que

$$\xi_T = \xi/\omega_1 \leq \xi < \omega_2$$

de la que es posible obtener su función de concentración

$$q_{\xi T}(x) = \varphi_T[F_{\xi T}(x)]$$

Si relacionamos las funciones correspondientes a las variables original y truncada en el dominio $\omega_1 \leq x < \omega_2$

$$F_{\xi T}(x) = \frac{F_\xi(x) - F_\xi(\omega_1)}{F_\xi(\omega_2) - F_\xi(\omega_1)} \qquad q_\xi(x) = \frac{q_\xi(x) - q_\xi(\omega_1)}{q_\xi(\omega_2) - q_\xi(\omega_1)}$$

podemos presentar la curva φ de la forma

$$q_{\xi T}(x)\,[q_\xi(\omega_2) - q_\xi(\omega_1)] + q_\xi(\omega_1) = \varphi\left[F_{\xi T}(x)\,[F_\xi(\omega_2) - F_\xi(\omega_1)] + F_\xi(\omega_1)\right]$$

y sin más que despejar $q_{\xi T}(x)$

$$\xi_T = \xi/\omega_1 \leq \xi < \omega_2$$

$$q_{\xi T}(x) = \varphi_T[F_{\xi T}(x)] = \frac{\varphi\left[F_{\xi T}(x)\,[F_\xi(\omega_2) - F_\xi(\omega_1)] + F_\xi(\omega_1)\right] - q_\xi(\omega_1)}{q_\xi(\omega_2) - q_\xi(\omega_1)} \qquad (1)$$

Es posible obtener casos particulares por truncamientos unilaterales; así una censura por la izquierda origina la curva que corresponde a la cola de la derecha de ξ.

$$\xi_D = \xi/\xi \geq \omega$$

$$q_{\xi D}(x) = \frac{\varphi\left[F_{\xi D}(x)\,[1 - F_\xi(\omega)] + F_\xi(\omega)\right] - q_\xi(\omega)}{1 - q_\xi(\omega)} \qquad (2)$$

y un truncamiento por la derecha proporciona la curva de concentración para valores de ξ de la cola izquierda

$$\xi_I = \xi/\xi < \omega$$

$$q_{\xi I}(x) = \frac{\varphi[F_{\xi I}(x)F_{\xi}(\omega)]}{q_{\xi}(\omega)} \qquad (3)$$

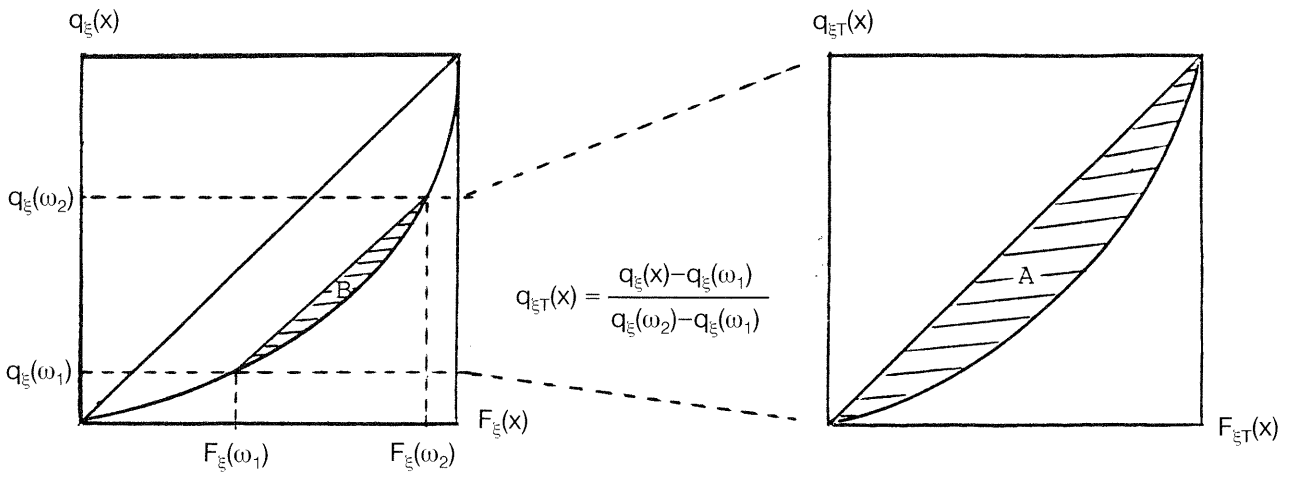
Si nos planteamos la curva resultante del truncamiento en algunos puntos notables de la distribución, tendremos

ω_1	ω_2	$q_{\xi T}(x) = \varphi_T\,[F_{\xi}(x)]$
0	Me	$\dfrac{\varphi\,[0'5F_{\xi T}(x)]}{q_{\xi}(Me)}$
Me	∞	$\dfrac{\varphi\,[0'5 + 0'5F_{\xi T}(x)] - q_{\xi}(Me)}{1 - q_{\xi}(Me)}$
0	MI	$2\varphi\,[F_{\xi}(MI)F_{\xi T}(x)]$
MI	∞	$2\varphi\,[(1 - F_{\xi}(MI)F_{\xi T}(x) + F_{\xi}(MI)] - 1$
Q_3	Q_1	$\dfrac{\varphi\,[0'5F_{\xi T}(x) + 0'25] - q_{\xi}(Q_1)}{q_{\xi}(Q_3) - q_{\xi}(Q_1)}$

pudiendo ampliar la relación a otros cuartiles o puntos que fraccionen la masa acumulada de la variable.

INDICE DE CONCENTRACION DE UNA DISTRIBUCION TRUNCADA

La relación que hay entre las curvas de concentración de las variables original ξ y truncada ξ_T puede expresarse en la siguiente representación gráfica.



Sabemos que el índice de Gini correspondiente a ξ_T viene dado por la relación

$$g_T = 2A = 1 - 2E\,[q_{\xi T}(x)]$$

o presentada en términos de la curva de ξ

$$g_T = \frac{2B}{[F_\xi(\omega_2) - F_\xi(\omega_1)]\,[q_\xi(\omega_2) - q_\xi(\omega_1)]}$$

y puesto que

$$B = \frac{[F_\xi(\omega_2) - F_\xi(\omega_1)]\,[q_\xi(\omega_2) - q_\xi(\omega_1)]}{2} - \int_{F_\xi(\omega_1)}^{F_\xi(\omega_2)} q_\xi(x)dF_\xi(x)$$

queda como expresión para el cálculo de g_T

$$g_T = \frac{[F_\xi(\omega_2) - F_\xi(\omega_1)]\,[q_\xi(\omega_2) + q_\xi(\omega_1)] - 2\int_{F_\xi(\omega_1)}^{F_\xi(\omega_2)} q_\xi(x)dF_\xi(x)}{[F_\xi(\omega_2) - F_\xi(\omega_1)]\,[q_\xi(\omega_2) - q_\xi(\omega_1)]} \qquad (4)$$

a la que también se llega desde el desarrollo de

$$g_T = 1 - 2E[q_{\xi T}(x)] = 1 - 2\int_0^1 q_{\xi T}(x) = 1 - \int_{F_\xi(\omega_1)}^{F_\xi(\omega_2)} \frac{q_\xi(x) - q_\xi(\omega_1)}{q_\xi(\omega_2) - q_\xi(\omega_1)} \cdot \frac{dF_\xi(x)}{F_\xi(\omega_2) - F_\xi(\omega_1)}$$

Por otro lado es posible relacionar los índices de las distribuciones original g y truncada g_T, dado que

$$\int_{F_\xi(\omega_1)}^{F_\xi(\omega_2)} q_\xi(x)dF_\xi(x) = \frac{1-g}{2} - \int_0^{F_\xi(\omega_1)} q_\xi(x)dF_\xi(x) - \int_{F_\xi(\omega_2)}^1 q_\xi(x)dF_\xi(x) \qquad (5)$$

y por tanto sustituyendo (5) en (4) queda

$$\xi_T = \xi \,/\, \omega_1 \leq \xi < \omega_2$$

$$g_T = \frac{[F_\xi(\omega_2) - F_\xi(\omega_1)]\,[q_\xi(\omega_2) + q_\xi(\omega_1)] - 1 + g + 2\int_{F_\xi(\omega_2)}^1 q_\xi(x)dF_\xi(x) + 2\int_0^{F_\xi(\omega_1)} q_\xi(x)dF_\xi(x)}{[F_\xi(\omega_2) - F_\xi(\omega_1)]\,[q_\xi(\omega_2) - q_\xi(\omega_1)]} \qquad (6)$$

o si se quiere, g en función de g_T

$$g = 1 - [F_\xi(\omega_2) - F_\xi(\omega_1)]\,[q_\xi(\omega_2) - q_\xi(\omega_1)]\,(1 - g_T) -$$

$$- 2\int_{F_\xi(\omega_2)}^1 q_\xi(x)dF_\xi(x) - 2\int_0^{F_\xi(\omega_1)} q_\xi(x)dF_\xi(x) -$$

$$- 2q_\xi(\omega_1)\,[F_\xi(\omega_2) - F_\xi(\omega_1)] \qquad (7)$$

Si nos referimos a un truncamiento unilateral tendremos, haciendo $\omega_1 = \omega$ y $\omega_2 = \infty$, el índice correspondiente a la cola de la derecha de la distribución.

$$\xi_D = \xi \,/\, \xi \geq \omega$$

$$g_D = \frac{[1 - F_\xi(\omega)]\,[1 + q_\xi(\omega)] - 1 + g + 2\int_1^{F_\xi(\omega)} q_\xi(x)dF_\xi(x)}{[1 - F_\xi(\omega)]\,[1 - q_\xi(\omega)]} \qquad (8)$$

y haciendo $\omega_1 = 0$ y $\omega_2 = \omega$, el índice después de censurar por la derecha lo que proporciona la cola de la izquierda de la distribución

$$\xi_I = \xi / \xi < \omega$$

$$g_I = \frac{F_\xi(\omega)q_\xi(\omega) - 1 + g + 2\int_{F_\xi(\omega)}^{1} q_\xi(x)dF_\xi(x)}{F_\xi(\omega) \cdot q_\xi(\omega)} \qquad (9)$$

Si aplicamos estas fórmulas a curvas resultantes de truncamientos en algunos valores concretos de la distribución inicial, tendremos desde (6), (8) ó (9).

ω_1	ω_2	$g_T = f(g)$
0	Me	$\frac{q_\xi(Me)-2+2g+4\int_{0'5}^{1} q_\xi(x)dF_\xi(x)}{q_\xi(Me)}$
Me	∞	$\frac{q_\xi(Me)-1+2g+4\int_{0}^{0'5} q_\xi(x)dF_\xi(x)}{1-q_\xi(Me)}$
0	MI	$\frac{F_\xi(MI)-2+2g+4\int_{F_\xi(MI)}^{1} q_\xi(x)dF_\xi(x)}{F_\xi(MI)}$
MI	∞	$\frac{1-3F_\xi(MI)+2g+4\int_{0}^{F_\xi(MI)} q_\xi(x)dF_\xi(x)}{1-F_\xi(MI)}$
Q_3	Q_1	$\frac{[q_\xi(Q_3)-q_\xi(Q_1)]-2+2g+4\int_{0'75}^{1} q_\xi(x)dF_\xi(x)+4\int_{0}^{0'25} q_\xi(x)dF_\xi(x)}{q_\xi(Q_3)-q_\xi(Q_1)}$

COINCIDENCIA DE LOS INDICES DE LAS DISTRIBUCIONES ORIGINAL Y TRUNCADA

Cuando la masa acumulada de variable presenta igual valor esperado, tanto en la distribución original como en la truncada, hay coincidencia en los índices de concentración

$$E[q_\xi(x)] = E[q_\xi(x)] \longrightarrow g = g_T$$

tal cuestión supone que para el cálculo de g podemos utilizar indistintamente su expresión básica o la correspondiente a g_T encontrada en (4).

Si particularizamos aquella relación en un truncamiento por un solo lado, podemos deducir g para la cola derecha de la distribución, directamente de (4) o de (8).

$$\xi_D = \xi / \xi \geq \omega$$

$$g = \{g=g_D\} = \frac{[1 - F_\xi(\omega)]\,[1 + q_\xi(\omega)] - 2\int_{F_\xi(\omega)}^{1} q_\xi(x)dF_\xi(x)}{[1 - F_\xi(\omega)]\,[1 - q_\xi(\omega)]} \qquad (10)$$

siendo posible en este caso, $g=g_D$, encontrar una expresión alternativa a la (9) para el cálculo de g_I en función de g.

$$g_I = \frac{[F_\xi(\omega) + q_\xi(\omega) - F_\xi(\omega)q_\xi(\omega)]g + q_\xi(\omega) - F_\xi(\omega)}{F_\xi(\omega)q_\xi(\omega)} \qquad (11)$$

si $g = g_D$

Cuando coinciden g y el índice g_I de la cola izquierda, ha de darse de (4) o de (9).

$\xi_I = \xi / \xi < \omega$

$$g = \{g=g_I\} = \frac{F_\xi(\omega)q_\xi(\omega) - 2\int_0^{F_\xi(\omega)} q_\xi(x)dF_\xi(x)}{F_\xi(\omega)q_\xi(\omega)} \qquad (12)$$

siendo ahora, $g=g_I$, una expresión alternativa a (8) para el cálculo de g_D.

$$g_D = \frac{[1 - F_\xi(\omega)q_\xi(\omega)]g + q_\xi(\omega) - F_\xi(\omega)}{[1 - F_\xi(\omega)]\,[1 - q_\xi(\omega)]} \quad \text{si } g=g_I \qquad (13)$$

De tal modo hemos de interpretar que cuando el índice g puede calcularse a partir de (10) o de (11), éste coincidirá con los que corresponden, respectivamente, a cualquier cola superior o inferior de la distribución.

Este es el caso de curvas del tipo:

$q_\xi(x) = 1 - [1 - F_\xi(x)]^a \quad 0 < a \leq 1$

que como se sabe incluyen, entre otras, las leyes de Pareto ($a=\alpha-1/\alpha$) o de Zipf ($a=1-\alpha$) de clara aplicación en el análisis de la concentración de macromagnitudes económicas. Así aplicando (10) el índice de concentración nos da:

$$g = \frac{[1-F_\xi(\omega)]\,[1-F_\xi(\omega)]^a - 2\int_{F_\xi(\omega)}^1 [1-(1-F^\xi(x))^a]dF_\xi(x)}{[1-F_\xi(\omega)]\,[1-F_\xi(\omega)]^a} = \frac{1-a}{1+a} \quad V\omega \text{ en } \xi / \xi \geq \omega$$

Lo que nos permite concluir para este tipo de funciones, que hay la misma concentración sea cual sea la subpoblación superior que consideremos; esto es, hay el mismo grado de "desigualdad" en la última decila, que en la última cuartila, que en la mitad superior de la distribución,..., que en toda la población. Así comprobamos que para la curva:

$q_\xi(x) = 1 - [1 - F_\xi(x)]^a$

todos los truncamientos por la izquierda $\xi_D = \xi / \xi \geq \omega$, proporcionan la misma curva de concentración, de (2) tenemos:

$$q_{\xi D}(x) = \frac{1-[1-F_{\xi D}(x)(1-F_\xi(\omega))-F_\xi(\omega)]^a-1+[1-F_\xi(\omega)]^a}{1-1+[1-F_\xi(\omega)]^a} = 1 - 1 - [F_{\xi D}(x)]^a \quad \forall\, \omega \text{ en } \xi / \xi \geq \omega$$

Para otros tipos de curvas como

$$q_\xi(x) = F_\xi(x)^K \qquad K \geq 1$$

que corresponden a distribuciones del tipo Beta de Euler, se consigue el efecto opuesto, es decir, los truncamientos por la derecha originan curvas para la cola inferior con el mismo índice de concentración que para el total de la población, así aplicando (12)

$$g = \frac{[F_\xi(\omega)]F_\xi^k(\omega) - 2\int_0^{F_\xi(\omega)} F_\xi^k(x)dF_\xi(x)}{F_\xi(\omega)F_\xi(\omega)^k} = \frac{K-1}{K+1} \quad \forall\, \omega \text{ en } \xi / \xi < \omega$$

cuestión que cabía esperar dado que la función no cambia su estructura al truncarla por la izquierda, efectivamente de (3) tenemos:

$$q_{\xi I} = \frac{[F_{\xi I}(x)F_\xi(\omega)]^K}{Z_\xi(\omega)} = F_{\xi I}^k(x) \qquad \forall\, \omega \text{ en } \xi / \xi < \omega$$

DESCOMPOSICION DE g EN INDICES DE SUBPOBLACIONES

A partir de la expresión (8) y teniendo en cuenta la relación

$$2\int_0^{F_T(\omega)} q_\xi(x)dF_\xi(x) = (1 - g_I)F_\xi(\omega)q_\xi(\omega)$$

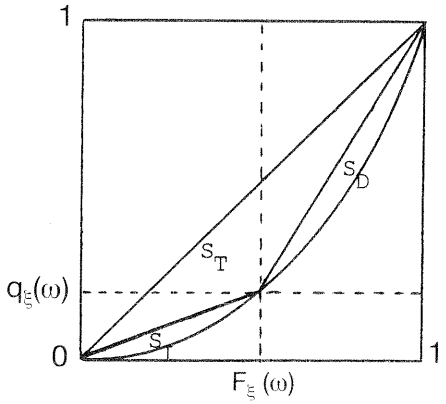
o, a partir de la expresión (9) con solución para la integral

$$2\int_{F_\xi(\omega)}^{1} q_\xi(x)dF_\xi(x) = (1 - g_D)\,[1-F_\xi(\omega)]\,[1-q_\xi(\omega)]+2q_\xi(\omega)\,[1-F_\xi(\omega)]$$

cómodamente se puede descomponer g en función de los índices correspondientes al grupo inferior g_I y al grupo superior g_D de una cota ω.

$$g = F_\xi(\omega)-q_\xi(\omega)+F_\xi(\omega)q_\xi(\omega)g_I+[1-F_\xi(\omega)]\,[1-q_\xi(\omega)]g_D \qquad (14)$$

En el siguiente gráfico podemos comprobar esta descomposición.



S_T = área del triángulo

S_D = área del arco de la derecha

S_I = área del arco de la izquierda

teniendo en cuenta que el índice g para toda la población viene dado por $g = (S_T + S_D + S)$

y puesto que

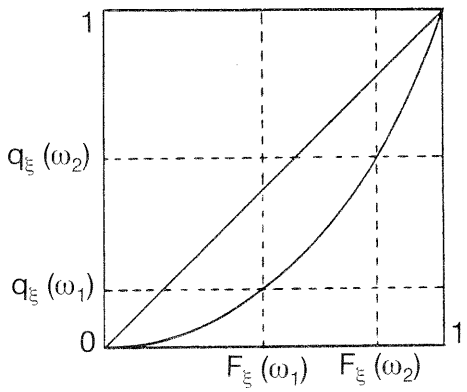
$$S_T = \frac{F_\xi(\omega) - q_\xi(\omega)}{2}$$

$$S_D = \frac{[1-F_\xi(\omega)]\,[1-q_\xi(\omega)}{2}\ g_D$$

$$S_E = \frac{F_\xi(\omega)\,q_\xi(\omega)}{2}\ g_I$$

fácilmente llegamos a la expresión (14) ya propuesta, de la que saldrían los casos particulares (11) y (13), correspondientes a $g=g_D$ y $g=g_I$.

Si ahora planteamos la descomposición de g en los índices de tres grupos que particionen la población, como una reiteración de la expresión (14), ya sea para g_D o para g_I, o directamente con una representación gráfica análoga a la anterior



con

$$\xi_I = \xi/\xi < \omega_1 \quad ; \quad \xi_T = \xi/\omega_1 \leq \xi < \omega_2 \text{ y } \xi_D = \xi/\xi \geq \omega_2$$

llegamos a la relación

$$g = q_\xi(\omega_1)\, F_\xi(\omega_1)\, g_I + [F_\xi(\omega_2) - F_\xi(\omega_1)]\,[q_\xi(\omega_2) - q_\xi(\omega_1)]\, g_T +$$
$$+ [1 - F_\xi(\omega_2)]\,[1 - q_\xi(\omega_2)]\, g_D + F_\xi(\omega_1)\, q_\xi(\omega_2) -$$
$$- F_\xi(\omega_2)\, q_\xi(\omega_1) + F_\xi(\omega_2) - q_\xi(\omega_2) \qquad (15)$$

que, por extensión del procedimiento, puede adaptarse a cualquier tipo de participación ordenada de la población.

Así para una partición en K grupos determinados por los umbrales: $\omega_1, \omega_2 \ldots \omega_k = \max \xi$, fácilmente llegaremos a

$$g = \underbrace{\sum_{i=1}^{k} [q_\xi(\omega_i) - q_\xi(\omega_{i-1})]\,[F_\xi(\omega_i) - F_\xi(\omega_{i-1})]\, g_i}_{A} +$$

$$+ \underbrace{1 - \sum_{i=1}^{k} [q_\xi(\omega_i) - q_\xi(\omega_{i-1})]\,[F_\xi(\omega_i) - F_\xi(\omega_{i-1})]}_{B} \qquad (16)$$

Expresión coincidente con la de Mehran (1975) quien utilizando otra nomenclatura la propone para la descomposición de g en una distribución particionada en subpoblaciones excluyentes, tal es nuestro caso.

Por un lado, el desarrollo de los sumandos de A, combinación lineal de los índices parciales g_i, es una estimación de la concentración imputable dentro de los grupos, en términos de Zagier (1983).

Si ahora tenemos en cuenta, Baro y Moratal (1984), que

$$\frac{m_T}{m} = \frac{q_\xi(\omega_2) - q_\xi(\omega_1)}{F_\xi(\omega_2) - F_\xi(\omega_1)}$$

cabe reescribir los términos de A del modo

$$A = \sum_{i=1}^{k} \frac{m^i}{m} [F_\xi(\omega_i) - F_\xi(\omega_{i-1})]^2 g_i \qquad (17)$$

expresión que Gastwirth (1972) propone sobre estimar a partir de la relación

$$A' = \frac{1}{m} \sum [F_\xi(\omega_i) - F_\xi(\omega_{i-1})]^2 \frac{(\omega_i - m_i)\,(m_i - \omega_{i-1})}{(\omega_i - \omega_{i-1})}$$

consiguiendo así una cota máxima para g

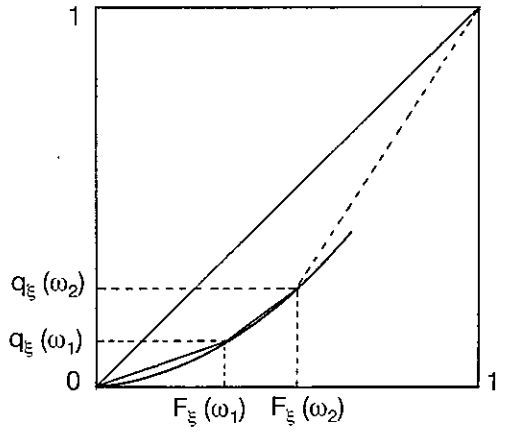
$$\max g = A' + B$$

Por otro lado los términos en B

$$B = 1 - \sum_{i=1}^{k} [q_\xi(\omega_i) + q_\xi(\omega_{i-1})]\,[F_\xi(\omega_i) - F_\xi(\omega_{i-1})]$$

constituyen una aproximación por defecto del índice g, puesto que como muestra Kakwani (1980 bis) la expresión B corresponde al doble del área encerrada entre la diagonal principal y la poligonal que pasa por los puntos:

$(0,0)\ [F_\xi(z_1),q_\xi(\omega_1)]\ [F_\xi(\omega_2),q_\xi(\omega_2)]...(1,1)$



siendo así min g = B

Tanto las cotas superior (A'+B) como inferior (B), encontradas para g, son susceptibles de mejora; no siendo nuestro propósito profundizar en este aspecto nos limitamos a reseñar el trabajo de Giorgi y Pallini (1987) para la obtención de un intervalo para el coeficiente de concentración.

Ya se ha indicado que A refleja la medida en que la concentración que hay en los grupos influye en la concentración total por otro lado, una lectura precipitada de B le asignaría la concentración que hay entre los diferentes grupos, cumpliendo así la deseable propiedad:

desigualdad total = desigualdad dentro de grupos + desigualdad entre grupos

cuestión que como demuestran Bourguignon (1979) y Shorrocks (1980) no cumple precisamente el índice de Gini. Añadamos que son pocas las medidas que admiten aquella identidad, con alguna excepción como es el caso del índice de Theil.

CALCULO DE g EN FUNCION DE LOS INDICES DE UNA PARTICION CUANTILICA

Si para aquellos K grupos ordenados en que particionamos la población fijamos igual masa de probabilidad

$$F_\xi(\omega_i) - F_\xi(\omega_{i-1}) = \frac{1}{K} \qquad i = 1,2,...k$$

la descomposición (16) de g será con K cuartiles

$$g = \frac{1}{k}\sum_{i=1}^{k}[q_\xi(\omega_i) - q_\xi(\omega_{i-1})]g_i + 1 - \frac{1}{k}\sum_{i=1}^{k}[q_\xi(\omega_i) + q_\xi(\omega_{i-1})]$$

o mejor aún

$$g = \frac{1}{k}\left[\sum_{i=1}^{k}[q_\xi(\omega_i) - q_\xi(\omega_{i-1})]g_i + (k+1) - 2\sum_{i=1}^{k} q_\xi(\omega_i)\right] \qquad (18)$$

o sustituyendo (17) en (16)

$$g = \frac{1}{k^2 m} \sum_{i=1}^{k} m_i g_i + \frac{1}{k} [k + 1 - 2 \sum_{i=1}^{k} q_\xi(\omega_i)] \qquad (19)$$

de donde salen los casos particulares para cualquier división cuantílica.

— partición en la mediana (k=2)

$$g = 0'5 q_\xi(M_i) g_1 + 0'5 (1 - q_\xi(M_i) g_2 + 0'5 - q_\xi(M_i) \qquad (20)$$

— partición en cuartiles (k=4)

$$g = 0'25 q_\xi(Q_1) g_1 + 0'25[q_\xi(Q_2) - q_\xi(Q_1)] g_2 +$$
$$+ 0'25\, q_\xi(Q_3) - q_\xi(Q_2)] g_3 + 0'25[1 - q_\xi(Q_3)] g_4 +$$
$$+ 1'25 - 0'5[q_\xi(Q_1) + q_\xi(Q_2) + q_\xi(Q_3) + q_\xi(Q_4)] \qquad (21)$$

— partición de deciles (k=10)

$$g = 0'1 \left[\sum_{i=1}^{10} q(d_i) - q(d_{i-1})\, g_i + 10 + 1 - 2 \sum_{i=1}^{10} q_\xi(d_i) \right]$$

— partición en centiles (k=100)

$$g = 0'01 \left[\sum_{i=1}^{100} q(c_i) - q(c_{i-1})\, g_i + 100 + 1 - 2 \sum_{i=1}^{100} q_\xi(c_i) \right]$$

CALCULO DE g CON OTRAS PARTICIONES

Del mismo modo que hemos dividido la población en grupos de igual masa de probabilidad podemos fraccionarla en grupos que contengan una misma masa de variable, lo que sugiere una estratificación con afijación valoral; así una partición en la mediala determinará dos subpoblaciones con igual masa o volumen de variable.

— partición en la mediala.

directamente desde (14), haciendo ω = Ml y teniendo en cuenta que $q_\xi(Ml) = 0'5$, será

$$g = 0'5 F_\xi(Ml) g_1 + 0'5[1 - F_\xi(Ml)] g_2 + F_\xi(Ml) - 0'5$$

donde $g_1 = g(\xi / \xi \leq Ml)$ y $g_2 = g(\xi / \xi > Ml)$

Ampliando la división a K grupos ordenados con la misma masa de variable, tendremos

— partición en K fracciones iguales de la masa total adaptando (16) al supuesto $q_\xi(\omega_i) - q_\xi(\omega_{i-1}) = \frac{1}{k}$ ∀i, será

$$g = \frac{1}{k} \sum_{i=1}^{k} [F_\xi(\omega_i) - F_\xi(\omega_{i-1})] g_i + \frac{2}{k} \sum_{i=1}^{k} F_\xi(\omega_i) - \frac{k+1}{k}$$

donde, para k=2 aparece la partición en la mediala contemplada en el caso anterior.

Otro supuesto muy frecuente es dividir la población en dos grupos por debajo de la media y por encima de ésta, ahora m se constituye en la frontera que discrimina dos subpoblaciones.

— partición en la media.

aplicando directamente (14), con $\omega = m$, será

$$g = F_\xi(m)q_\xi(m)g_1 + [1 - F_\xi(m)(1 - q_\xi(m)]g_2 + F_\xi(m) - q_\xi(m)$$

donde $g_1 = g(\xi/\xi \leq m)$ y $g_2 = g(\xi/\xi > m)$

Cabría también una partición triple con umbrales equidistantes a la media $m \pm P$, fijando entre ambos puntos el recorrido de lo que podrían ser valores "normales" o medios de la variable, dejando fuera del intervalo valores "raros", por escasos o excesivos.

— partición en puntos equidistantes a la media.

aplicando la relación (15) con $\omega_1 = m-p$, $\omega_2 = m+p$ y $\omega_3 = \max\xi$, para $P > 0$, será

$$g = q_\xi(m-p)F_\xi(m-p)g_1 + [F_\xi(m+p)-F_\xi(m-p)]\,[q_\xi(m+p)-q\,(m-p)]g_2 +$$
$$+ [1-F_\xi(m+p)]\,[1-q_\xi(m+p)]g_3 +$$
$$+ F_\xi(m+p)\,[1-q_\xi(m-p)] - q_\xi(m+p)[1-F_\xi(m-p)]$$

La lista de particiones en la población se haría interminable sin más que ir considerando las innumerables opciones que en la práctica pueden presentarse, refiriéndonos finalmente al supuesto de una división en tres puntos: una fracción de la media, la media y un múltiplo (inverso al divisor de la fracción) de la media.

— partición en puntos proporcionales a la media.

desde (16) con el cambio $\omega_1 = \frac{1}{p}$, $\omega_2 = m$, $\omega_3 = pm$ y $\omega_4 = \max\xi$, para $P > 1$, será

$$g = F_\xi\left(\frac{m}{p}\right) q_\xi\left(\frac{m}{p}\right) g_1 + \left[F_\xi(m) - F_\xi\left(\frac{m}{p}\right)\right]\left[q_\xi(m) - q_\xi\left(\frac{m}{p}\right)\right] g_2 +$$
$$+ [F_\xi(pm) - F_\xi(m)]\,[q_\xi(pm) - q_\xi(m)]\,g_3 + [1-F_\xi(pm)]\,[1-q_\xi(pm)]\,g_4 +$$
$$+ F_\xi\overset{m}{\underset{o}{''''}}\pi_\xi(m) - F_\xi(m)\,q_\xi\left(\frac{m}{p}\right) + F_\xi(m)\,q_\xi(pm) -$$
$$- F_\xi(pm)\,q_\xi(m) + F_\xi(pm) - q_\xi(pm)$$

CALCULO DE g A PARTIR DE LA DESCOMPOSICION CUARTILICA EN ALGUNAS FUNCIONES DE CONCENTRACION

Por razones de espacio, de las varias expresiones propuestas para la descomposición de g, en lo que sigue, nos planteamos la desagregación del índice de Gini de una población en función de los correspondientes índices limitados por dos cuartiles consecutivos, adaptando la relación (21) a diferentes modelos habitualmente utilizados en el análisis de la concentración.

A) $$g_\xi(x) = \frac{2\alpha F_\xi(x) + (\beta - \alpha)F_\xi^2(x)}{\beta + \alpha} \qquad \text{con } \alpha < \beta$$

corresponde a una distribución uniforme, especificación propia de una situación con máxima incertidumbre.

$$g = \frac{(7\alpha+\beta)g_1+(5\alpha+3\beta)g_2+(3\alpha+5\beta)g_3+(\alpha+7\beta)g_4+20\beta-20\alpha}{64\,(\beta + \alpha)}$$

B) $q_\xi(x) = F_\xi^a(x)$ con $a > 1$

corresponde a densidades Beta de Euler con dominio entre 0 y m a.

$$g = \frac{g_1+(2^a-1)g_2+(3^a-2^a)g_3+(4^a-3^a)g_4+3'4^a-2(1+2^a+3^a)}{4^{a+1}}$$

Donde hemos de tener en cuenta que para este tipo de funciones $g=g_1$, tal y como se ha visto en el epígrafe 3.

C) $q_\xi(x) = 1 - [1 - F_\xi(x)]^a \qquad 0 < a \leq 1$

Expresión que se asocia a leyes como Pareto ($a=\alpha - 1/\alpha$) o Zipf ($a=1-\alpha$).

$$g = \frac{(4^a-3^a)g_1+(3^a-2^a)g_2+(2^a-1)g_3+g_4+2(1+2^a+3^a)-2'4^a}{4^{a+1}}$$

donde cabe recordar, de acuerdo con lo visto en el epígrafe 3, que en esta curva $g=g_4$.

D) $q_\xi(x) = \dfrac{(1-\alpha)F_\xi(x)}{1-\alpha F_\xi(x)} \qquad \text{con } 0 \leq \alpha \leq 1$

es la suma de una expresión polinómica con términos decrecientes en progresión geométrica.

$$q_\xi(x) = (1-\alpha)F_\xi(x) + (1-\alpha)\alpha F_\xi^2(x) + (1-\alpha)\alpha^2 F_\xi^3(x) + \ldots$$

que corresponde a una ley de Pareto truncada por la derecha, ver Baró (1982).

$$g = \frac{1-\alpha}{4}\left[\frac{1}{4-\alpha}g_1 + \left(\frac{2}{4-2\alpha} - \frac{1}{4-\alpha}\right)g_2 + \left(\frac{3}{4-3\alpha} - \frac{2}{4-\alpha}\right)g_3 + \right.$$

$$\left. + \left(\frac{4}{4-4\alpha} - \frac{3}{4-3\alpha}\right)g_4 + \frac{3}{1-\alpha} - 2\left(\frac{1}{4-\alpha} + \frac{2}{4-2\alpha} + \frac{3}{4-3\alpha}\right)\right]$$

E) $q_\xi(x) = [1 - (1 - F_\xi(x))^\delta]^\eta \text{ con } 0 < \delta \leq 1 \leq g$

modelo especificado por Rasche, Gaffney, Koo y Obst (1980).

$$g = \frac{1}{4^{5\eta+1}}\left[(4^\delta-3^\delta)^\eta g_1+[(4^\delta-2^\delta)^\eta-(4^\delta-3^\delta)^\eta]g_2+(4^\delta-1)^\eta-(4^\delta-2^\delta)^\eta]g_3+\right.$$

$$\left. + [4^{\delta\eta}-(4^\delta-1)^\eta]g_4+3.4^{\delta\eta}-2[(4^\delta-3^\delta)^\eta+(4^\delta-2^\eta)^\eta+(4^\delta-1)^\eta]\right]$$

Para $\eta=1$ coincide con la curva C y para $\delta=1$ con la curva B.

F) $q_\xi(x) = \dfrac{a^F - 1}{a - 1} \qquad \text{con } a > e$

Modelo propuesto en Baró (1988), al que corresponde una densidad de tipo hiperbólico.

$$g = \frac{0'25(a^{0'25}-1)[g_1+a^{0'25}g_2+a^{0'5}g_3+a^{0'75}g_4]+0'75(a-1)-0'5(a^{0'25}+a^{0'5}+a^{0'75}-3)}{a-1}$$

G) $q_\xi(x) = F_\xi(x) + \dfrac{[1 - F_\varepsilon(x)] \cdot \ln [1 - F_\varepsilon(x)]}{1 + \lambda a} \quad \text{con } \lambda > 0 \quad \text{y} \quad a > 0$

Curva de concentración que corresponde a una densidad exponencial desplazada del origen en a, puede verse entre otras referencias en Gastwirth (1972).

$$g = \frac{0'25}{1+\lambda a}\left[(0'034238 + 0'25\,\lambda a)g_1 + (0'119188 + 0'25\lambda a)g_2 + \right.$$

$$\left. + (0'25 + 0'25\lambda a)g_3 + (0'596574 + 0'25\lambda a)g_4 + 1'817817\right]$$

H) $q_\xi(x) = F_\xi(x)e^{-\eta[1-F_\xi(x)]}$ con $\eta > 0$

función propuesta por Kakwani y Podder (1973) que admite generalización biparamétrica, siendo para e^η=A el modelo de Gupta (1984).

$$g = 0'25^2e^{-0'75\eta}[g_1 + (2e^{0'25\eta}-1)g_2 +$$
$$+ (3e^{0'5\eta}-2e^{0'25\eta})g_3 + (4e^{0'75\eta}-3e^{0'5\eta})g_4] +$$
$$+ 0'75 - 2\cdot0'25^2e^{-0'75\eta}(1 + e^{0'25\eta} + e^{0'5\eta})$$

I) $$q_\xi(x) = \frac{aF_\xi^2(x) + dF_\xi(x)}{a + d + b\,[1 - F_\xi(x)]}$$

Expresión hiperbólica estudiada por Aggarwar y Singh (1984) y Arnold (1986) que se incluye en la forma cuadrática general propuesta por Villaseñor y Arnold (1989).

$$aF_\xi^2(x) + bF_\xi(x)\cdot q_\xi(x) + cq_\xi^2(x) + dF_\xi(x) + eq_\xi(x) = 0$$

siendo, $e = -(a + b + d)$ y $c = 0$

$$g = 0'25^2\left[\frac{a+4d}{4a+4d+3b}g_1 + \left(\frac{4a+8d}{4a+4d+2b} - \frac{a+4d}{4a+4d+3b}\right)g_2 +\right.$$
$$+ \left(\frac{9a+12d}{4a+4d+b} - \frac{4a+8d}{4a+4d+2b}\right)g_3 + \frac{7a+4d+4b}{4a+4d+b}g_4 +$$
$$\left. + 12 - \frac{2a+8d}{4a+4d+3b} - \frac{8a+16d}{4a+4d+2b} - \frac{18a+24d}{4a+4d+b}\right]$$

Para los valores a=0, d=1−α y b=α, la curva coincidiría con la función de concentración D. Siendo para los valores b=0, a=2α y d=ß−α, la curva A ya propuesta.

J) $q_\xi(x) = 1 - [1 - F_\xi(x)]^\alpha\,[\alpha F_\xi(x) + 1]$ con $0 < \alpha < 1$

Expresión utilizada por Baró (1988) para deducir el índice resultante de un truncamiento por la izquierda.

$$g = \frac{1}{4^{\alpha+2}}\left[\,[4^{\alpha+1}-3^\alpha(\alpha+4)]g_1+[3^\alpha(\alpha+4)-2^\alpha(2\alpha+4)]\,g^2 +\right.$$
$$[2^\alpha(2\alpha+4)-(3\alpha+4)]g_3 + (3\alpha+4)g_4-3\cdot4^{\alpha+1}+3^\alpha(2\alpha+8) +$$
$$\left. + 2^\alpha(4\alpha+8) + (6\alpha+8)\right]$$

K) $q_\xi(x) = a_1F_\xi(x) + a_2F_\xi^2(x) + (1 - a_1 - a_2)\,F_\xi^3(x)$

Parábola cúbica propuesta por Baró (1982).

$$g = \frac{1}{4^4}[(15a_1+3a_2+1)g_1 + (9a_1-5a_2+7)g_2 + (-3a_1+a_2+19)g_3 + (-21a_1-9a_2+37)g_4 + 120-120a_1-40a_2]$$

para los valores $a_1 = \frac{2\alpha}{ß+\alpha}$ y $a_2 = \frac{ß-\alpha}{ß+\alpha}$ la expresión coincide con la de la curva A.

L) $q_\xi(x) = F_\xi(x) - AF_\xi^\alpha(x)\,[1 - F_\xi(x)]^ß$; A, α, ß > 0

Expresión propuesta por Kakwani (1980) (1984).

$$g = \frac{1}{4^2}\left[\,[1 - \frac{3^ßA}{4^{\alpha+ß-1}}]g_1 + [1 - \frac{(2^{\alpha+ß}-3^ß)A}{4^{\alpha+ß-1}}]g_2 +\right.$$
$$\left. + [1 - \frac{(3^\alpha-2^{\alpha+ß})A}{4^{\alpha+ß-1}}]g_3 + [1 + \frac{3^\alpha A}{4^{\alpha+ß-1}}]g_4 + 2A\frac{3^\alpha+2^{\alpha+ß}+3^\alpha}{4^{\alpha+ß-1}}\right]$$

deduciéndose para $\alpha = \beta = 1$ y $A = \frac{\beta - \alpha}{B + \alpha}$ la curva A.

M) $q_{\xi}(x) = 1 - \frac{\ln [a + (1 - a)F_{\xi}(x)]}{\ln a}$ con $0 < a < 1$

curva para la que Baró y Torrelles (1989) calculan distintas medidas de desigualdad

$$g = \frac{1}{4\ln a}\left[(\ln \frac{4a}{3a+1})g_1 + (\ln \frac{3a+1}{2a+2})g_2 + (\ln \frac{2a+2}{a+3})g_3 + \right.$$

$$\left. + (\ln \frac{a+3}{4})g_4 - 3\ln a + 2[\ln(3a+1) + \ln(2a+2) + \ln(a+3) - 3\ln 4)] \right]$$

N) $q_{\xi}(x) = \frac{\delta}{\pi} \sin \frac{\pi}{\delta} B[F_{\xi}(x); 1 + \frac{1}{\delta}, 1 - \frac{1}{\delta}]$ con $\delta > 0$

Curva de concentración que corresponde a una densidad logística descrita por Dagum (1977)

$$g = \frac{\delta}{4\pi} \sin \frac{\pi}{\delta} [B(0'25, 1 + \frac{1}{\delta}, 1 - \frac{1}{\delta})]g_1 + [B(0'5; 1 + \frac{1}{\delta}, 1 - \frac{1}{\delta}) -$$

$$- B(0'25 ; 1 + \frac{1}{\delta}, 1 - \frac{1}{\delta})]g_2 + [B(0'75; 1 + \frac{1}{\delta}, 1 - \frac{1}{\delta}) -$$

$$- B(0'5 ; 1 + \frac{1}{\delta}, 1 - \frac{1}{\delta})]g_3 + [B(1; 1 + \frac{1}{\delta}, 1 - \frac{1}{\delta}) -$$

$$- B(0'75 ; 1 + \frac{1}{\delta}, 1 - \frac{1}{\delta})]g_4 + \frac{5\delta}{\pi} \sin \frac{\pi}{\delta} - 2 [B(0'25; 1 + \frac{1}{\delta}, 1 - \frac{1}{\delta}) +$$

$$+ B(0'5 ; 1 + \frac{1}{\delta}, 1 - \frac{1}{\delta}) + B(0'75 ; 1 + \frac{1}{\delta}, 1 - \frac{1}{\delta}) +$$

$$+ B(1 ; 1 + \frac{1}{\delta}, 1 - \frac{1}{\delta}]$$

O) $q_{\xi}(x) = \frac{B[F_{\xi}(x); p,k]}{B(p,k)}$ con $p \geq 1$ y $0 < k \leq 1$

Ratio de la función Beta incompleta estudiada por Pakes (1981) como familia de curvas de concentración.

$$q_{\xi}(x) = \frac{1}{4B(p,k)}\left[B(0'25; p,k)g_1 + [B(0'5; p,k) - B(0'25; p,k)]g_2 + \right.$$

$$+ [B(0'75; p,k) - B(0'5; p,k)]g_3 + [B(p,k) - B(0'75; p,k)]g_4 +$$

$$\left. + 5B(p,k) - 2 [B(0'25; p,k) + B(0'5; p,k) + B(0'75; p,k) + B(p,k)]\right]$$

función que incluye como casos particulares:

para $p = 2$ y $k = \alpha$ la curva J

para $p = a$ y $k = 2$ la curva B

para $p = 1$ y $k = a$ la curva C

para $p = 1 + \frac{1}{\delta}$ y $k = 1 - \frac{1}{\delta}$ la curva N

BIBLIOGRAFIA

AGGANWAR, V. y SINGH, R. (1984). "An optimun stratification with proportional allocation for a class of Pareto distributions". Communications in Statistics A13, pp. 3107-3116.

ARNOLD, B. C. (1986). "A class of hyperbolic Lorenz curves". Sankhya 48 B, pp. 427-436.

BARO, J. (1982). "Distribución personal de la renta. Medidas y leyes de desigualdad". Tesis Doctoral. Fac. CC. EE. Barcelona.

BARO, J. (1988). "Función e índice de concentración de algunas distribuciones truncadas". Comunicación presentada a las II Jornadas de ASEPELT. Valladolid.

BARO, J. y MORATAL, V. (1984). "Concentración y distribuciones truncadas". Qüestió, Vol. 8, n.º 3, pp. 127-131.

BARO, J. y TORRELLES, E. (1989). "Sobre las medidas de concentración". Monografía de l'Institut d'Estudis Laborals. Universitat Barcelona.

BOURGUIGNON, F. (1979). "Descomposable Income Inequality Measures". Econometrica, Vol. 47, n.º 4, pp. 901-920.

DAGUM, C. (1977). "El modelo log-logístico y la distribución del ingreso en Argentina". El trimestre Económico, n.º 176, pp. 837-864.

GASTWIRTH, J. L. (1972). "Estimation of the Lorenz Curve and Gini Index". Review of Economics and Statistics, Vol. LIV, n.º 3, pp. 306-316.

GIORGI, G. M. y PALLINI, A. (1987). "About General Method for the Lower and upper Distribution-Free Bounds on Gini's Concentration Ratio from Grouped Data". Statistica, XLVII, n.º 2, pp. 171-184.

GUPTA, M. R. (1984). "Notes and comments. Functional Form for Estimation the Lorenz Curve". Econometrica, 52, pp. 1313-1314.

KAKWANI, N. C. (1980). "On a class of Poverty Measures". Econometrica, 48, pp. 437-446.

KAKWANY, N. C. (1980 bis). "Income inequality and poverty". Oxford University Press.

KAKWANY, N. C. (1984). "Issues in Measuring Poverty". Advances in Econometrics, 3. pp. 253-282.

KAKWANY, N. C. y PODDER, N. (1973). "On the Estimation of Lorenz Curves form Grouped observations". International Economic Review, 14. pp. 278-292.

MEHRAN, F. (1975). "A Statistical Analysis of Income Inequality Based on a Descomposition of the Gini Index". Proceedings International Statistical Institute. 40th Session, Warsaw.

PAKES, A. G. (1981). "On income distributions and their Lorenz curves". Technical report. Dep. of Mathematics, University of Western Australia, Nedlands, W. A.

RASCHE, R. H., GAFFNEY, J. KOO, A. Y. C. y OBST, N. (1980). "Functional Forms of Estimating the Lorenz Curve". Econometrica n.º 48, pp. 1061-1062.

SHORROCKS, A. F. (1980). "The Class of Addtively Descomposable Inequality Measures". Econometrica, Vol. 48, n.º 3, pp. 613-625.

VILLASEÑOR, J. A. y ARNOLD, B. C. (1989). "Elliptical Lorenz Curves". Journal of Econometrics, 40. pp. 327-338.

ZAGIER, D. (1983). "Inequalities for the Gini Coefficient of Composite Populations". J. Mathematical Economics, Vol. 12. n.º 12, pp. 103-118.

CONTINUIDAD MUESTRAL Y TEOREMA CENTRAL DEL LIMITE

POR

JUAN GOMEZ GARCIA

Universidad de Murcia

0. RESUMEN

En este trabajo, sobre la base de resultados conocidos de Delporte, Dobroushin, Dudleg, Garsia, Rodemich y Hahn en teoría de módulos de continuidad muestral de procesos estocásticos se obtienen condiciones suficientes para que se verifique la continuidad muestral del proceso y paralelamente se cumpla el Teorema Central del límite.

Se analizan en un caso particular (r=2) las condiciones que han de verificar r, α, y ε para que la condición

$$E\,|X_t - X_s|^r \leq C\,|h|\;|\log|h||^{-(\alpha+\varepsilon)}$$

implique X satisface el teorema central del límite. Se construye un contraejemplo para verificar la conjetura de Garsia y Rodemich ($\alpha >$, 1 v r es la mejor condición posible) y se da un ejemplo en el que se muestra que $\alpha = 2$ es también el exponente más pequeño que es suficiente para garantizar que X satisface el Teorema Central del Límite.

I. INTRODUCCION

La importancia del teorema central del Límite en Estadística y Teoría de Probabilidad es razón suficiente para investigar sobre un análogo para procesos estocásticos. Puesto que un proceso estocástico es una variable aleatoria valorada en un espacio de funciones apropiado, el planteamiento del problema lo hacemos en términos de variables aleatorias valuadas en espacios de funciones.

Sea M un espacio métrico, completo, separable de funciones real valuadas en [0, 1]. Sea $\{Xn,\ n \geq 1\}$ v.a. M-valuadas independientes con la misma distribución L(X), definidas sobre el mismo espacio probabilístico (Ω, φ, P).

Supongamos que para t ε [0,1] , $EX(t) = 0$, $EX^2(t) < \infty$.

$$\text{Sea } Zn = \frac{X_1 + X_2 + \ldots X_n}{n^{1/2}}$$

La sucesión $\{Xi\}$ se dice que satisface el teorema central del límite (T.C.L.) en M si existe un proceso estocástico gaussiano Z con caminos muestrales en M tal que L(Zn) $\longrightarrow$ L (Z) débilmente en M; es decir para cada función real acotada, g, sobre M

$$Eg\,(Zn) \longrightarrow Eg\,(Z)$$

A Z se le llama proceso gaussiano límite. Dos espacios de funciones en los que muchos procesos estocásticos tienen sus caminos muestrales son C=C[0,1] y D=D[0,1]. C[S] denota el espacio de funciones continuas real valuadas sobre un espacio métrico S con la norma del supremo.

D es el espacio de funciones real valuadas sobre [0, 1] continuas a la derecha, con límites a la izquierda y que está dotado con la topología de Skorohod.

Ejemplos de Dudley, muestran que el T.C.L. puede fallar en C incluso para procesos con caminos muestrales uniformemente acotados y satisfaciendo $E\,(X(t) - X\,(S))^2 \leq |t - s| : \alpha < \frac{1}{2}$. En otro apartado se extienden estos ejemplos al caso $\alpha < 1$. Tales ejemplos enfatizan la necesidad de suposiciones adicionales en orden a mostrar que un proceso tiene un comportamiento límite central.

La atención reciente ha sido dirigida a espacios de Banach y en particular a C [0,1] donde han sido desarrolladas nuevas técnicas por Dudleg, Jain-Marcus y Hahn.

De Billingsley (1968) páginas 54, 55, 56 de "Convergence of Probability Measures" y del Teorema Central del límite finito dimensional se sigue que:
Un proceso estocástico X satisface el (TCL) en C si verifica:

1) Existe un proceso gaussiano con caminos muestrales en C y la misma covarianza que X.

2) Las sumas normalizadas Zn son uniformemente equicontinuas en probabilidad.

En el apartado siguiente se da una condición sobre f tal que $E|X(t) - X(S)|^r \leq f(|t-s|)$ para algún $r \geq 1$ implica que X es continuo muestral. En un caso particular (r=2) tal condición implicará las condiciones uno y dos y por tanto la verificación del (TCL) en C para X.

— Kolmogorov (ver Loeve 1963) demostró que si X(t) es un proceso para el que existe $\varepsilon>0$ y $r>0$ tal que $E|X(t)-X(s)|^r \, ' \, C|t-s|^{1+\varepsilon}$ para alguna constante C y $|t-s|$ pequeño, entonces X(t) es continuo muestral.

— Loeve fue el primero en debilitar la condición del teorema de Kolmogorov a

$$E|X(t) - X(s)|^r \leq C \frac{|t-s|}{|\log|t-s||^{\alpha+\varepsilon}}$$

donde $\alpha \geq 1 + r \quad y \quad \varepsilon > 0$

— Delporte (1964) demostró la suficiencia de condición $\alpha \geq |$ v r

— Dudleg (1973) demuestra que $\alpha = -1-\varepsilon$ no es condición suficiente para garantizar la continuidad muestral y planteó el problema de encontrar el mejor exponente.

Garsia y Rodemich (1974) conjeturaron que $\alpha \geq |$ v r es la mejor condición posible.

En el apartado tres se da un contraejemplo que confirma lo conjetura cuando r=2.

Una modificación de este ejemplo demuestra que $\alpha=2$ es el menor exponente que es suficiente para garantizar que X satisface el Teorema Central del límite C.

2. CONTINUIDAD MUESTRAL Y EL TEOREMA CENTRAL DEL LIMITE

Las condiciones suficientes para la continuidad muestra que obtenemos en los teoremas de este apartado pueden deducirse como corolario de un teorema de Garsia (1976) o un teorema de Delporte (1964). Nuestras deducciones utilizan una modificación del teorema de Delporte.

Sea $\quad Aq(w) = \sup |X((CS+1) / 2^{q-1}\,, w) - X(S/2^q\,, w)|$ SE Z

$0 \leq S \leq 2^{q-1}$

Usaremos el II.II para notar la norma usual en $L^r\,(\Omega,P)$ y $\tilde{X}(t)$ denotará la versión separable de X(t).

2.1. Teorema de Delporte

Sea Ø(h) una función no negativa sobre [0,1] que es no decreciente en h para h pequeño y tal que $Ø(h) \longrightarrow 0$ cuando $h \longrightarrow 0$. Si X(t,w) es un p.e. continuo satisfaciendo

$$\sum_{q=1}^{\infty} [\emptyset (2^{-q-1})]^{-1} \cdot ||Aq||r < \infty$$

entonces existe una v.a. A ε L^r (Ω,P) tal que

$|\tilde{X}(t,w) - \tilde{X}(s,w)| \leq A(w)\, \emptyset (|t-s|)$ a. s. para $|t-s|$ suficientemente pequeño.

Además $A(w) = 3 \sum_{j=1}^{\infty} (\emptyset (2^{-j-1}))^{-1} \cdot Aj(w)$.

Definición 1

Una función h: [0,1] $\longrightarrow$ [0,∞] se llama un módulo de continuidad si y sólo si se verifican las dos condiciones siguientes.

1) h es continua y h(0) = 0

2) $h(x) \leq h(x+y) \leq h(x) + h(y)$ para todo x, y $\geq$ 0 con $x+y \leq 1$.

Definición

Sea X(t), t ε [0,1] un proceso estocástico, se llama módulo muestral para X si y sólo si

1) h es un módulo.

2) para casi todo W existe una constante finita Kw tal que para todo s,t ε [0,1]

$|X(t,w) - X(s,w)| \leq Kw\, h(|t-s|)$.

Si $\emptyset$ en el teorema de Delporte es una función no decreciente sobre [0,1] entonces

$|\tilde{x}(t) - \tilde{X}(s)| \leq A\, \emptyset (|t-s|)$. a.s. $\forall$ s,t.

En suma, si $\emptyset$ es continua y $\emptyset (x+y) \leq \emptyset (y)$ para todo x, y $\geq$ 0 entonces $\emptyset$ es un módulo muestral para $\tilde{X}(t)$.

2.2. Teorema de Hahn-Klass

Sea f una función no negativa sobre [0,1] y no decreciente en un entorno de 0. Sea X(t) un proceso que para algún r $\geq$ 1 verifica.

$E|X(t) - X(s)|^r \leq f(|t-s|)$

Si Jo $Y^{-(r+1)/r} \cdot f^{1/r}(y)\, dy < \infty$. Entonces existe una función continua no decreciente sobre [0,1], φ con $\varphi(0)=0$ que sólo depende de f, y una v.a. A(w) ε L^r (Ω,P) tales que

$|\tilde{X}(t) - \tilde{X}(s)| \leq A(w).\, \varphi (|t-s|)$ para todo $|t-s|$

este teorema proporciona una condición suficiente para que exista módulo de continuidad en el sentido de Delporte.

2.3. Teorema (Condición necesaria y suficiente)

Definición: Dada una función f : [0,1] $\longrightarrow$ [0,∞] no decreciente y no negativa en 0 definimos.

$$fr(s) = \begin{cases} \text{Inf } y^r f(s/y) \text{ si } S \varepsilon [0,\varepsilon] \\ y \geq 1 \\ f(s) \text{ en los demás casos.} \end{cases}$$

2.4. Teorema

Sea el proceso $\{X(t,w)\ t\ \varepsilon[0,1]\}$. Sea una función no decreciente en un entorno de 0, $[0,\varepsilon]$ tal que

$$\int_0 Y^{-(r+1)/r} \cdot f^{1r}_r (y)\, dy < \infty$$

Si además se verifica.

$$E\,|X(t) - X(s)|^r \leq f(|t-s|) \text{ con } |t-s| \leq \varepsilon$$

entonces el proceso X(t) es continuo muestral casi seguramente.

Demostración

$$(X(t)-X(s))^r = [\sum_{j=1}^{K} [X(s+j(t-s)/K] - X(s+(j-1)(t-s)/K]]^r \leq K^{r-j} \sum_{j=1}^{K} [X(S+j(t-s)/K - X(S-(j-1)\,(t-s)/K)]^r$$

Se cumple para r par y en todo caso si el proceso no toma valores negativos.

Tomando esperanzas.

$$E\,[X(t) - X(s)]^r \leq K^{r-1} E\,\{\sum_{j=1}^{K} X\,(S+j(t-s)/K) - X\,(S+(j-1)(t-s)) \leq$$

$$\leq K^{r-1} \sum_{j=1}^{K} E\,[X(S+j)(t-s)/K) - X\,(s+(j-1)(t-s)/K)] \leq K^{r-1} \sum_{j=1}^{K} f\,(\frac{|t-s|}{K})$$

$$\leq K^r f\,(\frac{|t-s|}{K})$$

ya que esta desigualdad permanece para todo $K \geq 1$, se verificará

$$E\,[X(t) - X(s)]^r \leq \inf_{K \in N} K^r f\,(\frac{|t-s|}{K})$$

Veamos que ocurre para "y" $K \leq y \leq K+1$

$$(K+1)^r f(|t-s| / K+1) \leq (2K)^r f(|t-s| / K+1) \leq (2K)^r \cdot f(|t-s| / y) \leq$$

$$\leq 2^r \cdot fr\,(\frac{|t-s|}{y})$$

$$\text{luego } E\,[X(t) - X(s)]^r \leq \inf_{K \in N} K^r \cdot f(\frac{|t-s|}{K}) \leq 2^r \inf_{y \geq 1} y^r \cdot f(\frac{|t-s|}{y}) = 2^r \cdot fr(|t-s|)$$

Luego para un r finito, tal que

$$E\,[X(t) - X(s)]^r \leq f\,(|t-s|)$$

y $\int_0 Y^{-(r+1)/r} \cdot f^{1/r}(y)\, dy < \infty$

se verificará también.

$$E\,[X(t) - X(s)]^r \leq 2^r\, fr\,(|t-s|)$$

y $\int_0 Y^{-(r+1)/r} \cdot 2^r \cdot f^{1/r}_r(y)\, dy < +\infty$

Lo que implica que X(t) es continuo muestral.

Corolario 1

Sea f una función no negativa que es no decreciente en $[0,\varepsilon]$ supongamos que se verifica una de las dos condiciones

$$\int_0 Y^{-3/2} \cdot f^{1/2}(y)\, dy < \infty$$

$$\liminf_{y \to 0} y^{-2} \cdot f(y) < \infty$$

Si $\{X(t), t \in (0,1)\}$ es un proceso estocástico que verifica $E[X(t) - X(s)]^2 \leq f(|t-s|)$

$$|t-s| \leq \varepsilon$$

entonces X(t) es continuo muestral.

Corolario 2

Sea una función no negativa y no decreciente sobre 0, si se verifica $\int_0 Y^{-3/2} \cdot f^{1/2}(y)\, dy = \infty$ entonces existe un p.e. $\{X(t), t\varepsilon[0,1]$ que no tiene ninguna versión continua real calculada aún verificándose la condición

$$E[X(t) - X(s)]^r \leq f(|t-s|)\ ;\ |t-s| \leq \varepsilon$$

Nota. El proceso se define

$$X(t,w) = \begin{cases} (2\,(2)^{1/2}\,\pi)^{-1} \sum_{k\geq 1} bk \cos 2\pi K(t-w) \\ 0 \text{ si } |t-w| = 0 \text{ ó } 1 \end{cases}$$

verificando las siguientes condiciones.

1) $b_K \geq b + 1$

2) $\sum_{K\geq 1} b_K = \infty$

3) Kb_K = acotado

4) $\sum_{k\geq 1}^{j} K.K.\ b_K^2 + j^2 \sum_{K\geq j+1} b_k^2 \leq j^2 f(1/j)$

converge en $0 < |t-w|$

Corolario 3

Definimos $\log_K |x|$ por inducción, $lg_0 |x| = |x|$, $lg_1 |x| = lg|x|$, $lg_K|x| = lg\,|lg_{K-1}|x|\,|$.

Definimos $e_K(u)$ por inducción. $e_1(u) = e^u$;....$e_X(u) = \exp(e_{K-1}^{(u)})\ |(u)|$

Sea $E_K = \exp(-e_{K-1}(u))$.

Para K = 1,2,..... y $\varepsilon>0$, sea $f_{K,\varepsilon}(x) = {}^{|X|}/(|lg|X||^{?} \ldots |/g_{K-1}|X|^2/|lg_K|X|^{2K})$

Notamos que $f_{K,\varepsilon}(x)$ decrece a 0 cuando $X \longrightarrow 0$ para $X < E_K$. Consideramos ahora el caso especial del teorema r=2 y f(X) = 0 ($f_{K,\varepsilon}{}'\chi'''$

Dado KEN y $\varepsilon>0$, sea X(t) un proceso estocástica que $E\,(X(t) - X(s))^2 = 0(f_{K,\varepsilon}\,(|t-s|)$ cuando $|t-s| \longrightarrow 0$.

Entonces X(t) es continuo muestral.

Además si Ø es una función no decreciente, no negativa sobre [0,1] con Ø (u) = $|lg_{K+1}|u||^{-\varepsilon'/2}$ para $|u| < E_K$ y $\varepsilon' < \varepsilon$, entonces existe $\delta > 0$ y una v.a. A ε L^2 (Ω' φ, P) tal que para $|t-s| < \delta$ se verifica.

$|\tilde{X}(t) - \tilde{X}(s)| \leq A\text{Ø}(|t-s|)$ a.s.

Demostración

Sea $\gamma < E_K$, tal que $|t-s| < \gamma$ implica $E(X(t) - X(s))^2 \leq Cf_{K,\varepsilon}(|t-s|)$. La continuidad muestral se sigue del teorema 2.3 haciendo $f(|X|) = C \cdot f_{K,\varepsilon}(|X|)$ para $|X| < \gamma$.

Este resultado es óptimo en el sentido que para cada KEN hay un proceso que satisfaciendo $E(X(t) - X(s))^2 = Of_{K,0}(|t-s|)$ no tiene versiones continuas.

2.5. Teorema

Sea una función no negativa sobre [0,1] que es no decreciente cerca de 0. Sea X(t) un p.e. con medio cero, momentos de segundo orden finitos y caminos muestrales en D satisfaciendo

$E[X(t) - X(s)]^2 \leq f(|t-s|)$ para $|t-s|$ pequeño y

$\int_0 Y^{3/2} \cdot f^{1/2}(y)dy < \infty$

Entonces X es continuo muestral y satisface el teorema central del límite en C.

Demostración

a) Con el teorema anterior, X es continuo muestral.

b) Sea $\{Xi\}$ una sucesión de v.a. C-valuadas independientes, idénticamente distribuidas de ley L(X).

Sea $Zn = (X_1 + X_2 + ... + X_n) / n^{1/2}$

$E[Zn(t) - Zn(s)]^2 = E[X(t) - X(s)]^2$ para todo n.

El teorema anterior implica que existe una función no decreciente Ø sobre [0,1] con Ø (0) = 0 que depende sólo de f y v.a. $A^{(K)}$ ε $L^2(\Omega,P)$ tales que

$|Zn(t) - Zn(s)| \leq A^{nf}\text{Ø}(|t-s|)$

Ya que $||A^{n)}||_2 \leq M < \infty$ con M dependiendo sólo de f y Ø aplicando la desigualdad de Chebychev se demuestra que la $\{Zn\}$ es equicontinua en probabilidad.

Sea Z un p.e. Gaussiano con la misma covarianza que X. Ya que $E(Z(t) - Z(s))^2 = E(X(t) - X(s))^2$

Z satisface la hipótesis del teorema anterior, y por tanto Z es continuo muestral. Por tanto X satisface el teorema central del límite.

3. CONTRAEJEMPLOS

Vamos a dar ejemplos que muestran que los exponentes de los logaritmos que aparecen en un corolario anterior son los óptimos con respecto a la continuidad muestral, esto confirma la conjetura de Garsia y Rodemich (1974).

3.1. Proposición

Para todo Kε N existe un proceso X(t,w) $0 \leq t \leq 1$ que satisface $E(X(t) - X(s))^2 \leq C\, f_{K,0}(|t-s|)$, pero que no es continuo muestral.

Demostración

$$\text{Definimos } X(t,w) = X_K(t,w) = \begin{cases} lg_{k+1} \; |1+2t|/4-w| \text{ si } |(1+2t)/4-w| \leq Ex \; w \neq (1+2t)/4 \\ \text{o en los demás casos.} \end{cases}$$

donde t ε[0,1] y w ((0,1), Lebesque). Para cada w, ¼ ≤ w ≤ ½ X(t,w) es discontinuo en t = 2 w – ½ y es no acotado en un entorno de este punto.

3.2. Proposición

Para cada KEN, existe un proceso estocástico continuo Y(t,w) que no satisface el (T.C.L.) en C [0,1], pero tal que $E\,[Y(t) - Y(s)]^2 \leq C \cdot f_{K,0}(|t-s|)$.

Demostración

Para $X(t,w) = X_K(t,w)$ como en la proposición anterior, sea $\tilde{X}(t,w) = X(t,w)$ si $|(1+2t)/4 - w| \geq \delta w$, $w \neq 3/4$

$= lg_{K+1}$ si $|(1+2t)|4 - w| \leq \delta w$, $w \neq 3/4$

$= 0$ si $w = 3/4$

donde $\delta w = E_{K+1}(8/(3-4w))$

Sea $Y(t,w) = Y(t,wxj) = \tilde{X}(t,w)$ si $j=0$

$= -\tilde{X}(t,w)$ si $j=1$

donde w ε [0,1] × [0,1], Lebesque × (½ δ 0 + ½ δ_1)

Sea $Y^i(t)$, i=1,2.... copias i.d. de Y(t) y

$Zn(t) = (1/n^{1/2}) \sum_{t=1}^{n} Y^{(i)}(t)$. Para demostrar que Y(t) no satisface el TCL es suficiente mostrar que {Zn} no es uniformemente acotado en probabilidad, es decir, existe $\varepsilon > 0$ tal que para $a > 0$ existe n(a) para el cual $P\{\sup_t |Zn(a)(t)| \geq a\} > \varepsilon$

Esto puede verificarse demostrando que para cualquier bεR + existe N_b tal que $n \geq N_b$ implica que

$$P\{\text{máx}_{1 \leq i' n} \; \sup_t (1/n^{1/2}) \, |Y^{(i)}(t)| \geq 2b\} > ¼$$

y entonces aplicar la desigualdad de Levy para procesos. (Ver Dudleg 1967).

Estos ejemplos indican claramente que las condiciones Lipschitcianas sobre momentos de segundo orden sólo implican que el T.C.L. vale si y sólo si implican también la continuidad muestral.

Es necesario, pues, hacer suposiciones adicionales sobre X. Sabemos que X es uniformemente acotado muestral si existe $C \geq 0$ tal que $\sup_{t,w} |X(t,w)| \leq C$

Después demostramos que bajo la fuerte suposición de que X sea uniformemente acotado muestral, la condición $E\,(X(t) - X(s)^2 \leq |t-s|^{\alpha}$
para $\alpha < 1$ no implica que X satisface el T.C.L. en C.

Si $\alpha > 1$, X satisface la hipótesis del Teorema 2.5 y de aquí el T.C.L. en C. El caso de $\alpha = 1$, que incluye aquellos procesos para los cuales el movimiento browniano es el proceso gaussiano

límite sigue sin resolver. De hecho no se conoce un proceso con la covarianza del m. Brownian para el cual T.C.L. falle.

3.3. Proposición

Para cualquier $\alpha<1$ existe un proceso X(t,w) $0 \leq t \leq 1$ con caminos muestrales continuos, $|X(t,w)| \leq 1$ para todo t y w, y $E(X(s) - X(t))^2 \leq |s-t|^{\alpha}$ para todo s,t ε [0,1] tal que el T.C.L. no se cumple para X.

Demostración

La definición del proceso X depende de la elección de constantes {Kn, n = 1, 2.....} (ver Dudleg 1974, págs. 56-57). Para cada n = 1,2... se descompone 0,1 en un conjunto de N_n subintervalos In, iguales, donde $Nn = \Pi_{s=1}^{n} 6\, K_s$ enteros. Así cada intervalo In-1 se descompone en 6kn Subintervalos de la forma In, donde Io = 0,1
Para cada n y cada j j=0, Kn−1, definimos funciones gnj como sigue

$$gnj(x) = \begin{cases} 0 & \text{si Nn X/3 es un entero} \\ 1 & \text{si } 6i + 1 \leq NnX \leq 6i + 2 \\ & \text{si } 6i + 4 \leq NnX \leq 6i + 5 \end{cases}$$

donde i = j + rKn, r = 0,1,... Nn−1 − 1

y sea gnj continua y lineal sobre aquellos intervalos cerrados definidos por:
$6i + u \leq NnX \leq 6i + u + 1$, u = 0, 2, 3, 5.

Notamos que para cada j, dentro de cada intervalo In−1 existe un intervalo In sobre el que gnj = 1 y otro sobre el que gnj = −1.

$$\text{Sea } pn = cn^{-B} \text{ donde } 1 < B < 2 \text{ y } C = 1/\sum_{1}^{\infty} n^{-B}(B - 3/2)$$

Ahora definimos una medida de probabilidad μ sobre [0,1]

$\mu(\{gnj\}) = \mu(\{-gnj\}) = Pn/2kn$ para n=1,2... y cada j=0,....., Kn−1.

Sea X una v.a. con distribución μ. Claramente $|X(t)| \leq 1$.

También para cada t, EX(t) = 0, ya que X es simétrica y acotado.

Dudleg prueba que el T.C.L. no vale para X con la Pn dada para cualquier $Kn \geq 2$.
Vamos a definir Kn por inducción y estimar las diferencias medias cuadráticas.

$Kl = 2$ $Nl = 6$ $Kl = 12$ $Kn = N_{Nn-1}^{\alpha(1-\alpha)}$ para $n \geq 2$ y α fijo > 1

notamos que Nn = 6 Kn Nn−1 = 6 Nn−1

Ahora estimamos la diferencia media cuadrática.
Dado s,t ε [0,1] tomamos n tal que

$1/Nn+1 < |s-t| < 1/Nn$ donde No = 1

Dudleg muestra en pág. 58.

$E(X(s) - X(t))^2 \leq -$

Para n=0 $E(X(s) - X(t))^2 \leq$

Para n=1 ..... −

Además $E(X(s) - X(t))^2 \leq 200|s-t|^{\alpha}$

Para $n \geq 2$ $E(X(s) - X(t))^2 \leq 5678\,|s-t|^{\alpha}$

BIBLIOGRAFIA

DELPORTE, J. (1964). Fonctions aléatoires presque sûrement continues sur un intervalle fermé.
DUDLEG, R. M. (1973). Sample functions of the Baussian process. Ann. Probability.
GOMEZ Y GUTIERREZ. Continuidad Muestral de Procesos Estocásticos. Cuadernos de Estadística de la Universidad de Granada, 1986.

SECCION 4.ª

APLICACIONES MATEMATICAS

ALGORITMOS DE ASIGNACION DE RECURSOS

Miguel Angel Hinojosa Ramos, Amparo Mármol Conde
Dpto. Economía Aplicada. Universidad de Sevilla

1.– INTRODUCCION

El objeto de este trabajo es exponer algunos procedimientos para resolver problemas de asignación de recursos. En particular nos ocuparemos de problemas con variables enteras donde el criterio de decisión adecuado es el llamado criterio MAX-SUM, consistente en la maximización de la suma de las utilidades correspondientes a las distintas variables.

Aunque, en principio, trataremos los problemas de asignación como procesos de decisión secuencial, pudiendo así hacer uso de técnicas de programación dinámica, consideraremos también, procedimientos basados en otras ideas, como la asignación marginal y los multiplicadores de Lagrange.

2.– EL PROBLEMA DE LA MOCHILA

Consideraremos un problema de asignación de recursos en el que tanto la función objetivo como la restricción son lineales: el llamado problema "de la mochila", que puede interpretarse como la maximización del valor de la carga de una mochila dados los valores y los volúmenes de una serie de artículos.

La formulación matemática de este problema será:

$$\text{Max } p_o x_o + p_1 x_1 + ...+ p_N x_N$$

$$\text{s.a. } c_o x_o + c_1 x_1 + ...+ c_N x_N = V$$

$$0 \leq x_n$$

$$x_n \text{ entero } n= 0, ..., N$$

Donde V es el volumen de la mochila. Cada unidad del artículo n ocupa un volumen C_n (entero positivo) y reporta un beneficio p_n. Permitiremos que la mochila quede parcialmente vacia considerando un artículo "0" tal que cada unidad ocupa una unidad de volumen (C_o= 1) y no produce beneficios.

La restricción de que las variables, sean enteras es fundamental, pues de no serlo se comenzaría llenando con el producto tal que la razón p_n / C_n sea máxima (mayor beneficio y mínimo volumen) hasta agotar las disponibilidades de dicho artículo, a continuación con el que de la segunda mayor proporción y así sucesivamente.

Suponiendo que se van empaquetando los artículos en la mochila uno tras otro, convertiremos el modelo de asignación en un proceso de decisión secuencial. Si se han puesto en la mochila

una serie de artículos y quedan j unidades de volumen, al ser las funciones lineales, el problema de llenar el resto de la mochila maximizando el beneficio es independiente del contenido anterior. Podemos establecer:

MAX (j) = máximo beneficio que se obtiene al llenar una mochila que dispone de j unidades de volumen.

Teniendo en cuenta que poner una unidad del artículo n en una mochila de volumen j da lugar a un beneficio p_n y reduce el volumen disponible a $j-C_n$, se obtiene:

$$MAX(j) = \max \left[p_n + MAX(j-C_n) \right]_{n / c_n \leq j} \quad j = 1,.....,V$$

Educación funcional que permitirá resolver nuestro problema de manera recursiva. En realidad se resolverá una familia de problemas, correspondientes a los volúmenes parciales. Su resolución conlleva V(N + 1) evaluaciones ((N+1) para cada j=1,.....,V).

Este problema puede tratarse también como un problema de camino más largo de la siguiente manera: se crean),....., V nodos y una serie de arcos (i, i + C_n) de longitud p_n (i = 1,.....,V, n = 1,.....,N, i + $C_n \leq K$). De este modo MAX (j) (máximo beneficio obtenido al empaquetar "j" unidades de volumen disponibles) será la longitud del camino más largo desde el nodo «0» al nodo "j" en el grafo que hemos creado.

Desde este punto de vista podemos resolver el problema mediante el siguiente procedimiento:

Algoritmo 1

1. Sea MAX (j) = 0 j = 0,....,V
2. Hacer para i-0,...., V - 1
3. Hacer para n = 0,....,N
    4. $j = i + C_n$

Si j<V entonces $MAX(j) = \max MAX(j), MAX(i) + p_n$

Este procedimiento que es un método para calcular el camino más largo en un grafo, puede mejorarse teniendo en cuenta lo siguiente: hasta ahora el valor de los artículos de la mochila no se ve afectada por el orden en que se coloquen. Vamos a restringir nuestra atención a los caminos del grafo que hemos creado en el procedimiento anterior comenzando en el nodo 0 cuyos arcos iniciales corresponden al empaquetado del artículo N seguidos por los arcos que corresponde al artículo N-1 y así sucesivamente terminando con los arcos que corresponden al artículo 0. En este sentido los artículos se empaquetan en orden decreciente.

Definimos COTA (j) como el artículo con menor índice que es óptimo para empaquetar en una mochila con j unidades de volumen: COTA (j) = min n/MAX (j) = p_n + MAX (j - C_n) $n \geq 1$.

Además haremos COTA (0) = N, pues en principío no tenemos información para acotar los productos a introducir en la mochila. De esta manera será óptimo colocar el artículo COTA (j) en una mochila de volumen j. La siguiente observación es fundamental para deducir el procedimiento que estamos perfilando: Comparemos COTA (j) con COTA (j - c_n): si disponemos de una mochila de volumen j habrá un conjunto de artículos para los que se obtendrá el óptimo que, por otro lado, contiene al conjunto de artículos para los que se obtendrá el óptimo en un nodo anterior (una mochila de volumen $j-c_n$); de aquí que COTA (j) que es el índice más bajo en el conjunto mayor no es mayor que COTA (j- c_n) que es el artículo con índice más bajo del conjunto menor, es decir:

$$\forall \quad j > 1 \quad COTA(j - Cn) > COTA(j).$$

A continuación modificamos el procedimiento anterior para hacer uso de este resultado:

Algoritmo 2

1. MAX (j) = 0 para j = 0,.....,V
   COTA (j) = N para j = 0,.....,V
2. Hacer para i = 0,....., V-1
3. Hacer para n = 0,....., COTA (i)
4. Si $(i + C_n) < V$ ir al paso 5

Si no: MAX $(i + C_n)$ = max MAX $(i + C_n)$, MAX (i) + p_n

Si ha habido mejora estricta (el máximo se alcanza en MAX (i) + pn) actualizar:
COTA (i + Cn) = n
Si se da la igualdad 9 MAX (i + Cn) = MAX (i) + pn) actualizar: COTA (i + Cn) =
= min (COTA (i + Cn), n)

5. *Continuar*

Este procedimiento supone una mejora considerable del anterior pues gran parte, de los arcos del grafo pueden eliminarse en cuanto a cálculos se refiere, ya que solo en el nodo 0 (COTA (0)=0) tendremos que evaluar todas las posibilidades de llenado, así probablemente eliminaremos ramas enteras del grafo de la siguiente manera: desde un nodo genérico i en el que tendremos que evaluar COTA (i) artículos en orden creciente, la primera vez que se produzca una mejora estricta actualizamos COTA $(i + C_n)$ con un valor menor que COTA (i) con lo que eliminamos todas las ramas del grafo que parten del nodo $i + C_n$ considerando los productos COTA $(i + C_n) + 1$ hasta N.

3. *Asignación no lineal de recursos*

a) Asignación de un solo recurso:

Consideremos un problema más general de asignación de recursos:

$$\text{Max } p_1 (x_1) + p_2 (x_2) + ... + p_N (X_N)$$

$$\text{s.a. } C_1 (x_1) + C_2 (x_2) + ... + C_N (x_N) \leq R$$

$$0 \leq x_n < b_n$$

$$x_n \text{ enteros } n = 1,...., N$$

El problema puede interpretarse como la asignación de R unidades de recurso disponibles a la fabricación de N productos diferentes de manera que se obtenga el máximo beneficio. Los productos pueden fabricarse solo en cantidades enteras y la producción de x_n unidades del producto n-esimo consume una cantidad no negativa de recurso que consideramos entera, $c_n (x_n)$, y reporta un beneficio $p_n (x_n)$. El decisor no tiene por que asignar todo el recurso disponible, pero no puede fabricar más de b_n unidades del producto n.

Supongamos que se fabrica en primer lugar el producto N, luego el producto N-1 y asi sucesivamente hasta el 1. Si se han fabricado ya varias cantidades de los productos n + 1 hasta N para lo que se ha gastado cierta cantidad de producto y quedan «y» unidades ($0 \leq y \leq k$), estas deberán ahora asignarse a la fabricación de los artículos 1,...., N.

Llamaremos MAX (n,y) = Beneficio total máximo de asignar "y" unidades de recurso a la fabricación de los productos 1,....,N.

Hemos enmarcado el problema en una familia de N (R+1) problemas de optimización relacionados entre si, consistentes en la determinación de MAX (n,y), n= 1,2,....., N, y= 0,1,....., R. Por definición MAX (N,R) es el máximo beneficio para nuestro problema de asignación.

La siguiente ecuación funcional proporciona un proceso recursivo para resolver el problema:

$$MAX\ (n,y) = Max\ \ p_n\ (x) + MAX\ (n\text{-}1,\ y\text{-}C_n\ (x))\ \ ,\ n>1$$

s.a. x factible

$$MAX\ (1,y) = Max\ \ p_1\ (x)$$

s.a. x factible

Donde x factible significa que verificando las restricciones del problema, se cumple $C_n\ (x) \leq y$.

El volumen de cálculos para este modelo crece considerablemente en relación con el modelo de la mochila, pues por cada uno de los N (R + 1) problemas que hay que resolver tendremos que realizar diversas evaluaciones.

Si consideramos una representación del problema mediante grafos, estableceremos nodos (n,y) y un nodo adicional (0,0). Los arcos de la red se definen de forma que la longitud del camino más largo del nodo (0,0) al nodo (n,y) es el mayor beneficio posible, cuando se asignan ´y´unidades del recurso a la producción de los productos 1 hasta n.

Si se satisfacen las condiciones:

$$x_n\ \varepsilon\ (\ 0,1,.....,\ b_n)$$

$$y\ +\ C_n\ (x_n) \leq R$$

decimos que x_n es un nivel de producción factible para el producto n en el nodo (n-1,y).

Para cada nodo (n-1,y) y cada x_n factible para este nodo, se crea un arco de longitud $p_n\ (x_n)$ que parte del nodo (n-1,y) y termina en el nodo (n, y + $C_n\ (x_n)$). Con esta construcción, el camino más largo del nodo (0,0) al nodo (n,y) corresponde al mayor beneficio posible al asignar exactamente ´y´unidades de recurso a la fabricación de los productos 1 hasta n-1.

De todas formas, no es necesario consumir todo el recurso. Para permitir que alguno no se use, se crean arcos ficticios de longitud 0 que parten de (n,y-1) y terminan en (n,y), $1 \leq n \leq N$, $1 \leq y \leq R$.

El procedimiento que consideraremos hace una comparación para cada arco que parte del nodo (n,y). Para el arco ficticio, reemplaza MAX (n, y+1) por MAX (m,y) cuando este es mayor. Para cualquier otro arco que parte del nodo (n,y) se reemplaza MAX (n+1, y+ $C_{n+1}\ (x)$ por MAX (n,y) + p_{n+1} (x) cuando el segundo es mayor. Se realizan estas comparaciones, en primer lugar, para los arcos que parten de (0,0), después para los que parten de (1,y) con ´y´creciente, después para los de (2,y), y así sucesivamente.

Este procedimiento mejora el método recursivo anterior pues algunos arcos serán pronto eliminados. Observese que MAX (n,y) ≥ MAX (n,y-1), pues la asignación que alcanza MAX (n,y-1) permanece factible cuando el nivel de recurso se incrementa hasta y.

Además adoptaremos el siguiente criterio:

Si MAX (n,y) = MAX (n,y-1), no crearemos arcos que partan del nodo (n,y) excepto los arcos ficticios.

Se puede probar que con este criterio no se eliminan todos los caminos más largos del nodo (0,0) a ningún nodo.

A continuación se describe el procedimiento que incorpora este criterio.

Algoritmo 3

1. MAX (0,0) =), MAX (n,y) = $-\infty$ en otro caso.
   Para x = 0,1,...., b_1 MAX (1, c_1 (x))= max (MAX (1, c_1, (x)), p_1 (x))
2. Hacer para n = 1,....,N
3. Hacer para y = 0,....,R
   4. Si y ≥ 1 y MAX (n,y) ≤ MAX (n, y-1) entonces:
      MAX (n,y) = MAX (n, y-1)
      ir al paso 7.
   Si n= N ir al paso 7.

5. En otro caso, hacer para x=0,....,b

6. $z = y + c_{n+1}(x)$.

Si $z \leq k$ entonces.

$$MAX(n+1,z) = \max(MAX(n+1,z), MAX(n,y) + p_{n+1}(x))$$

7. Continuar.

La ventaja de este procedimiento es que asocia arcos con nodos cuyos caminos más largos ya se han calculado. Aunque no reduce la cota teórica de cálculos, este procedimiento es más rápido para la mayoría de los problemas.

b) Asignación de varios recursos

Los modelos considerados hasta ahora tratan de la asignación de un único recurso para la fabricación de distintas cantidades de una serie de productos. En muchos casos son varios los recursos que intervienen en la fabricación de los productos. Generalizaremos a estos casos la formulación y resolución del problema anterior.

Esta generalización no supone dificultades conceptuales pero sí puede crear problemas de computación. Consideremos el modelo con dos recursos:

$$\text{Max } p_1(x_1) + p_2(x_2) + \ldots\ldots + p_N(x_N)$$

$$\text{s.a.: } C_1(x_1) + C_2(x_2) + \ldots\ldots + C_N(x_N) \leq R_1$$

$$d_1(x_1) + d_2(x_2) + \ldots\ldots + d_N(x_N) \leq R_2$$

$$0 \leq x_n \leq b_n$$

$$x_n \text{ entero} \quad n = 1,\ldots\ldots,N$$

Hay disponibles R_1 y R_2 unidades de los recursos 1 y 2 respectivamente. La fabricación de x unidades del producto n consume $d_n(x)$ unidades del recurso 2 y $C_n(x)$ unidades del recurso 1. Estas funciones de consumo se supone que toman valores no negativos con $Cn(0) = 0 = dn(0)\ \forall\ n$.

Supongamos que se han establecido las cantidades a fabricar de los productos n+1 a N con lo que se han utilizado parte de los dos recursos y quedan 'y' unidades del recurso 1 y 'z' unidades del recurso 2. Sin conocer los otros niveles de producción puede hacerse la asignación de estas unidades a la producción de los productos 1, ...,n haciendo uso de la siguiente ecuación funcional:

$$\text{Max } (n,y,z) = \text{Max } (p_n(x_n) + \text{Max } (n-1,\ y - C_n(x),\ z - d_n(x))$$

$$C_n(x) \leq y$$

$$d_n(x) \leq z$$

El procedimiento recursivo utilizado en el problema de un solo recurso puede trasladarse a este otro problema pero requiere ahora la resolución de $N(R_1 + 1)(R_2 + 1)$ problemas creciendo considerablemente los cálculos. Cuando se introducen nuevos recursos se observa que el volumen de cálculo crece de manera exponencial y la estructura del problema resulta en ocasiones demasiado grande.

Para salir al paso de este inconveniente se propone el siguiente método:

Consideremos un modelo de asignación con dos recursos e incorporemos la restricción del segundo recurso a la función objetivo de la siguiente manera:

$$\text{Max} \quad p_1(x_1) + \ldots\ldots + p_n(x_n) - \lambda \ (d_1(x_1) + \ldots + d_N(x_N))$$

$$\text{s.a.: } C_1(x_1) + \ldots + C_N(x_N) \leq R_1$$

$$0 \leq x_n \leq b_n$$

$$x_n \text{ enteros } n = 1, \ldots\ldots, N$$

(A λ se le llama «multiplicador de Lagrange»).

Observese que el número de unidades disponibles del segundo recurso, R_2, no aparece en la formulación del problema y que la recompensa por producir x unidades del producto n será $p_n(x) - \lambda d_n(x)$. De aquí que para un λ fijo el problema puede resolverse por el método anterior para un solo recurso.

Sea X el conjunto de N-uplas que satisfacen las restricciones del problema anterior (obsérvese que hay un número finito de ellas). Sea $X^\lambda \varepsilon X$ la N-upla que maximiza la función objetiva del problema anterior para λ fijo. Sean también $p(x) = p_1(x_1) + \ldots + p_N(x_N)$.

$$d(x) = d_1(x_1) + \ldots + d_N(x_N).$$

Se cumple entonces:

1) $p(x^\lambda) = \text{Max}\ (p(x)/\ x\varepsilon\ x;\ d(x) \leq d(x^\lambda))$

2) $d(x^\alpha) \geq d(x^\beta) \qquad \alpha < \beta$

La primera expresión indica que $p(x^\lambda)$ es la máxima ganancia que se obtiene si se consumen $d(x^\lambda)$ o menos unidades del segundo recurso. De aquí que si conseguimos obtener un valor de λ que satisfaga $d(x^\lambda) = R_2$ habremos encontrado una solución del problema.

La segunda expresión indica que $d(x^\lambda)$ es una función no decreciente de λ, lo que apunta a métodos para llegar a un valor de λ que satisfaga $d(x^\lambda) = R_2$.

Examinemos el problema para $\lambda = 0$ y obsérvese que $p(x^o)$ es el mayor beneficio que se obtiene en $x \varepsilon X$. Si $d(x^o) \leq R_2$ entonces tenemos ya una solución del problema y la segunda restricción es redundante.

A la vista de las expresiones (1) y (2) el problema de hallar el λ adecuado podría resolverse por el método de bisección que consiste en lo siguiente:

1. Resolver el problema con valores 'b' y 'c' para λ que aseguren $d(x^b) > R_2$ y $d(x^c) < R_2$.
2. Resolver el problema para $\lambda = (b+c)/2$.
   Si $d(x^\lambda) = R_2$. FIN.
3. Si $d(x^\lambda) < R_2$ hacer $c = \lambda$
   Ir a 2.
   En otro caso hacer $b = \lambda$

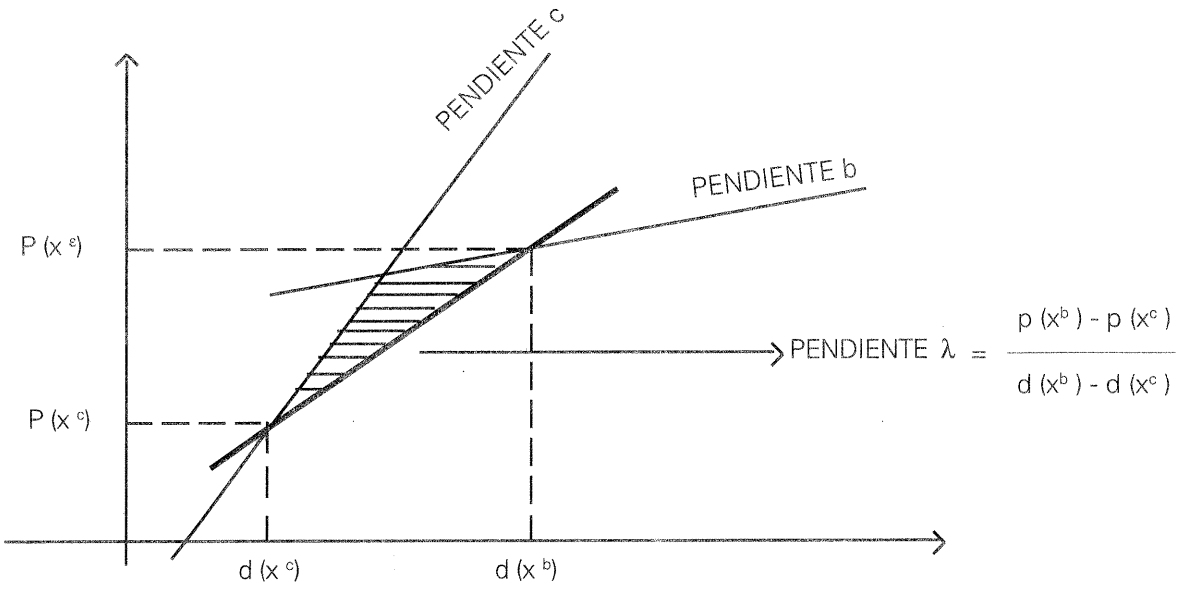
La bisección, en general, no garantiza la terminación finita del algoritmo, salvo cuando el segundo recurso contribuye con rendimientos marginales decrecientes estrictamente. Para obtener un algoritmo más eficiente consideraremos también el siguiente método:

Supongamos que el problema se ha resuelto para valores b y c de λ que satisfacen:

$$d(x^b) > R_2 > d(x^c)$$

Si hacemos una representación del problema tomando como ejes coordenados d (x) y p (x), λ representa la pendiente de la recta que une los puntos correspondientes a 'b' y 'c'. La función objetivo $p(x) - \lambda d(x)$ es constante a lo largo de esta recta y la nueva solución x^λ verifica necesariamente:

(*) $$p(x^\lambda) - \lambda d(x^\lambda) \geq p(x^c) - \lambda d(x^c)$$



Como x^b y x^c maximizan la función objetivo del problema cuando el multiplicador es igual a 'b' y 'c' respectivamente, cada elemento $x \varepsilon X$ debe tener asociado (d (x), p (x)) que esté sobre o por debajo de las líneas punteadas de pendientes 'b' y 'c'. De la misma forma, como x^b y $x^c \varepsilon X$, el elemento x^λ debe tener (d (x^λ), p (x^λ)) sobre o por encima de la línea de pendiente λ, es decir, este punto estará en la región sombreada.

El procedimiento consistirá:

1. Resolver el problema para valores 'b' y 'c' de λ que aseguren d (x^b) > R_2 y d (x^c) < R_2.

2. Resolver con λ = (p (x^b) - p (x^c)) / (d (x^b) - d (x^c)).
   Si p (x^λ) - λ d (x^λ) = p (x^c) - λ d (x^c) entonces

3. Si d (x^λ) < R_2 entonces c = λ
   Ir a 2
   En otro caso b = λ

La ventaja del método de actualización de la pendiente sobre el de bisección es que garantiza la finalización en un número finito de pasos; la ventaja de la bisección sobre la actualización de la pendiente es que garantiza la reducción a la mitad del intervalo (b,c). Consideraremos entonces un procedimiento que combina las ventajas de ambos métodos: Si d (x^b) - d (x^c) se reduce en alguna iteración utilizaremos el método de bisección en la siguiente, si no actualizaremos la pendiente.

4. *Rendimiento marginal decreciente*

Consideremos una función g definida sobre los enteros no negativos. Se define su diferencia primera Δ g (x), como Δ g (x) = g (x+1) - g (x), x = 0,1,.....

La función g es cóncava si su diferencia primera es no creciente, es decir, Δ g (x) $\geq$ Δ g (x=+1), x= 0,1,... (*).

Interpretamos g (x) como el beneficio de poseer x unidades de un determinado artículo, con lo que Δ g(x) es el beneficio marginal de la siguiente unidad. Una función que satisface (*) se dice también que posee rendimientos marginales decrecientes, pues el beneficio marginal de una unidad no es mayor que el de la anterior.

Estudiaremos el siguiente problema bajo el supuesto de que las funciones p_n tienen rendimientos marginales decrecientes.

$$\text{Max} \quad \left[p_o(x_o) + p_1(x_1) + \ldots + p_N(x_N) \right]$$

$$\text{s.a.:} \quad x_o + x_1 + \ldots + x_N = R$$

$$0 \leq x_n \leq b_n$$

$$x_n \text{ entero} \qquad \text{para } n = 0, \ldots, N$$

Suponiendo $p_o(x) = 0$ para todo x, la variable 0 hace el papel de variable de holgura.

En la práctica aparecen frecuentemente modelos de asignación con esta característica. Supongamos, por ejemplo, que un distribuidor dispone de R unidades de un producto perecedero que quiere distribuir entre N puntos de venta, de forma que se maximicen las ventas y que la cantidad de productos estropeado sea mínima. Se estima que en el envío de x unidades al punto n da lugar a unas ventas $p_n(x)$. Es razonable suponer que cada unidad adicional que envíe tiene una probabilidad más alta de no venderse. Es decir, las ventas decrecen marginalmente en x.

Los algoritmos recursivos basados en la Programación Dinámica pueden resolver este problema, pero las llamadas técnicas de análisis marginal que consideraremos a continuación resultarán más rápidas, e incluso más flexibles para su tratamiento.

Dada una asignación factible $X = (x_o, \ldots, x_N)$ el Análisis Marginal plantea dos cuestiones:

a) Sería conveniente incrementar en una unidad la producción de algún artículo y disminuir en una unidad la producción de otro?

b) Si es así, cuáles serían estos artículos?

$$\text{Sean} \quad I(x) = \max_{x_n < R} \left[p_n(x_n) \right]$$

$$D(x) = \min_{x_m > 0} \left[p_m(x_m - 1) \right]$$

Observemos que I(x) es el mayor incremento en el beneficio que se obtiene al aumentar algún x_n en una unidad, y D (x) la menor reducción en el beneficio al disminuir algún x_m en una unidad.

El análisis marginal calcula I (x) y D (x) y comprueba si D (x) < I (x); si es así se ejecuta la acción correspondiente de incrementar y reducir respectivamente x_n y x_m y se repite el proceso. Es decir, comenzando con un asignación factible repite el siguiente paso:

Si $I(x) \leq D(x)$ entonces FIN

En otro caso, para 'n' y 'm' tales que

$$I(x) = p_n(x_n)$$
$$D(x) = p_m(x_{m-1})$$

Incrementar x_n en una unidad y reducir x_m en una unidad.

Cada iteración incrementa el beneficio total y conserva la factibilidad. Como el número de asignaciones factibles es finito, el análisis marginal conseguirá la asignación óptima en un número finito de pasos. Las iteraciones terminarán cuando se localice una asignación X^* que verifique $I(x^*) \leq D(x^*)$.

En cada iteración debe calcularse I (x), que es la mayor diferencia, lo que puede hacerse en N comparaciones. Puede demostrarse además, que si una variable aumenta (o disminuye) en una iteración dada, no volverá a disminuir (aumentar) en adelante, de esta forma, la variable x_n que ha aumentado en una iteración puede eliminarse del cálculo de D (x). De la misma forma, la variable x_m que haya disminuido puede eliminarse del cálculo de I (x).

Otra consecuencia de esta propiedad es que puesto que en cada iteración intermedia disminuye exactamente una variable x_n cuyo valor está por encima de x_n^* y aumenta exactamente una x_m cuyo valor está por debajo x_m^*, el número de iteraciones intermedias será precisamente

$$\sum (x_n - x_n^*)^+, \qquad \text{con } z^+ = \max\ 0, z$$

esta suma vale como mucho K, por tanto el análisis marginal hallará la solución óptima en K + 1 iteraciones como máximo.

Para comparar el análisis marginal con el método recursivo suponemos que iniciamos el análisis marginal con la asignación factible (R, 0,....,0), donde solo la variable "de holgura" tiene un nivel de producción (por encima del óptimo. Los otros niveles de producción) se incrementarán solo si esto incrementa el beneficio. El análisis marginal rebaja x_o en cada iteración e incrementa en una unidad la producción del producto cuya contribución marginal al beneficio es mayor. La cantidad D (x) es inicialmente 0 y se queda en 0 durante todo el proceso. Por tanto no es necesario calcular D (x) en ninguna iteración. El cálculo de I (x) de la manera más "inocente" conlleva

la comparación de N números. Con un máximo de R+1 pasos, el número de cantidades comparadas en esta implementación de análisis marginal es como máximo N (R+1). El número de cantidades comparadas en el método recursivo es exactamente de N (R+1) (R+2) / 2 que es mayor que el factor (R+2) / 2.

Además el método de asignación marginal puede iniciarse en cualquier asignación factible. En particular puede iniciarse con una asignación que le parezca bien al decisor, mientras que el método recursivo no puede hacer uso de esta información.

Incluso puede intentarse aplicar la asignación márginal cuando algunas de las funciones recompensa no son cóncavas, en estos casos se consideraría la menor mayorante cóncava y se resolverá el problema llegando en algunos casos a la solución exacta y en otros a una aproximación de la solución, que en muchas ocasiones puede ser suficiente para nuestros propósitos, sobre todo cuando la alternativa es un volumen muy superior de cálculos y gastos.

BIBLIOGRAFIA

Denardo, E. V.: " Dynamics Programming. Models and Applications". Prentice - Hall, 1982.

Dudzinski, K.; Walukiewicz, S.: " exact Methods for the Knapsack Problem and its Generalizations". European Journal of Operational Research 20 (1987).

Minoux, M: "Mathematical Programming. Theory and Algorithms". John Wiley and Sons, 1986.

Vidal, R.: " A Graphical method to solve a Family of Allocation Problems". European Journal of Operational Research 17 (1984).

UTILIZACION DE LOS MODELOS PROBABILISTICOS PARA EL PERT, QUE PERMITEN UNA PONDERACION VARIABLE DEL VALOR MAS PROBABLE, EN ANALISIS DE INVERSIONES

Rafael Herrerías Pleguezuelo
Universidad de Granada

1.– PRESENTACION DEL PROBLEMA

Es sobradamente conocido que uno de los criterios de selección de inversiones más utilizados es el del valor capital (V.C.) /3/ o beneficio total actualizado (B.T.A.) /2/, que emana de la evaluación de la expresión:

$$V.C. = - A + \sum_{t=1}^{n} \frac{Q_t}{(1 + K)^t \ (1 + g)^t}$$

donde A es el desembolso inicial de la inversión, la tasa de actualización, g la tasa de inflación, t = 1,2,....,n son los diferentes períodos en los que se consideran los flujos de caja, Q_t, o cash-flow.

En ambiente de riesgo los flujos de caja Q_t, o en cada período de tiempo, se consideran variables aleatorias, cuyas distribuciones se modelizan generalmente por las leyes de probabilidad uniforme, triangular y beta simplificada, dependiendo del nivel de información que disponga el analista y de la seguridad que tenga en la estimación del valor más probable, Q_t^p, así si su nivel de información le permite, para cada período de tiempo T, solamente realizar estimaciones subjetivas sobre los valores pesimistas, Q_π^m y optimista, Q_t^o , del flujo de caja, tendrá que utilizar el modelo y de la distribución rectangular; por el contrario si el nivel de información es mayor y le suministra un valor estimado del flujo de caja más probable, Q_t^m , para cada período de tiempo t. podrá usar los modelos de las distribuciones triangular y beta simplificada. Dependiendo del grado de confianza que se tenga en la mencionada estimación, utilizará la triangular sino tiene mucha seguridad y en caso contrario usará la beta simplificada.

Quizás la crítica más generalizada al uso de la distribución beta simplificada como modelo probabilístico de la metodología PERT es que conduce a resultados optimistas al minorar la varianza en cada período t. Si a esto unimos que es práctica generalizada entre los analistas considerar, en una primera aproximación y por comodidad de cálculo, que los flujos de caja Q_t son variables aletarias independientes, lo cual entraña una minoración considerable de la varianza de la variable aleatoria V.C. y por tanto se concluirá con unos resultados finales excesivamente optimistas.

2.– UNA VIA DE SOLUCION DEL PROBLEMA

Dentro de la filosofía metodológica del PERT /4/, es habitual que si dos o más rutas tienen la misma media, se elige la que tiene mayor varianza, pues refleja mayor incertidumbre y conduce a resultados más conservadores.

En el campo del Análisis de Inversiones, parece conveniente huir de resultados excesivamente

optimistas, para ello es preciso obtener unos modelos probabilísticos para los cash-flow Q_t que tengan una media igual a la de los modelos clásicos: distribuciones uniformes, triangular y beta simplificada, pero que tengan una varianza mayor en cada período de tiempo t, con lo que se conseguirá que aumente la varianza de la variable aleatoria V.C., aún manteniendo la hipótesis de independencia para los Q_t.

En un trabajo anterior del propio autor /1/m se introducen unos modelos probabilísticos alternativos, para utilizar en los problemas relacionados con la metodología PERT, que permiten una ponderación variable, s, del valor estimado más probable y que:

1º) para s = 0, se obtiene la distribución uniforme.

2º) para s = 1, se obtiene el llamado modelo simple, que tiene la misma media que la distribución triangular y varianza mayor, en la cantidad siguiente:

$$\frac{(Q^{o}_{t} - Q^{m}_{t})\,(Q^{m}_{t} - Q^{p}_{t})}{12} \qquad (2)$$

en cualquier caso.

3º) para s=4, se obtiene un modelo alternativo a la beta simplificada, que tiene la misma media que ella y varianza mayor si se cumple:

$$(Q^{o}_{t} - Q^{p}_{t})^{2} < 8\,(Q^{o}_{t} - Q^{m}_{t})\,(Q^{m}_{t} - Q^{p}_{t}) \qquad (3)$$

El caso de la igualdad en (3) implica la igualdad también de las varianzas de los dos modelos.

3.– CRITERIOS PARA LA UTILIZACION DE LOS MODELOS PROBABILISTICOS EN ANALISIS DE INVERSIONES EN AMBIENTE DE RIESGO

El objetivo principal de este apartado es dar una pauta de comportamiento muy sencilla, para poder escojer un modelo con igual media y mayor varianza, en cada período de tiempo t, que la de los modelos clásicos. Lo que conducirá a unos resultados finales menos optimistas que los obtenidos utilizando los modelos tradicionales usados en el campo del Análisis de Inversiones.

Evidentemente el recorrido de la variable Q_t, que varía entre Q^{p}_{t} y Q^{o}_{t}, para cada período de tiempo t, puede normalizarse al segmento (0,1) sin más que hacer el cambio de variable:

$$Q^{*}_{t} = \frac{Q^{m}_{t} - Q^{p}_{t}}{Q^{o}_{t} - Q^{p}_{t}} \qquad (4)$$

Teorema

Si los valores de las estimaciones subjetivas: Q^{p}_{t}, Q^{m}_{t}, Q^{o}_{t}, son tales que el valor normalizado del valor más probable:

$$Q^{*}_{t} = \frac{Q^{m}_{t} - Q^{p}_{t}}{Q^{o}_{t} - Q^{p}_{t}} \qquad (5)$$

está comprendido en el intervalo:

$$\left(\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{2}}{4}\,,\ \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{2}}{4}\right) = (0{,}1464467;\ 0{,}8535533) \qquad (6)$$

la varianza de la distribución beta simplificada (modelo clásico del PERT) es menor que la varianza obtenida del modelo derivado del sistema de Pearson univariante continua, con ponderación s = 4. En el caso que el valor dado por (5) alcance unos de los extremos del intervalo (6 L), las varianzas de ambos modelos son iguales.

Demostración

Partiendo de (3) se tiene, utilizando el cambio de variable (5), que:

$$1 < 8\,(1 - Q_t^{m^*})\,Q_t^m \qquad (7)$$

luego:

$$8\,(Q_t^{m^*}) - 8\,Q_t^{m^*} + 1 < 0 \qquad (8)$$

inecuación que tiene por soluciones los valores de $Q_t^{m^x}$ toma uno de los dos valores extremos del intervalo (6).

Como consecuencia práctica del teorema se obtiene que, si la elección del valor Q_t^m fuese aleatoria dentro del intervalo (Q_t^p , Q_t^o), más del 70% de las veces el modelo alternativo introducido en /1/ daría mayor varianza que el modelo clásico, por lo que sería preferible su uso dentro de la filosofía metodológica del PERT, pero por la pericia del analista y por la propia naturaleza del problema este porcentaje se verá ampliado considerablemente en la práctica.

Obsérvese que si el valor de (5) no está en el interior del intervalo (6), la distribución ajustada a Q_t es muy asimétrica ya que el valor más probable Q_t^m tiene que estar muy próximo a uno de los extremos Q_t^p o Q_t^o .

Veamos con un ejemplo muy sencillo una ilustración de lo señalado anteriormente. Supongase un cash-flow Q_t tal que Q_t^p = 12 u.m. y Q_t^o = 24 u.m., si consideramos solo los valores enteros del corrido de Q_t, tenemos que se verifica que si estimamos Q_t^m por cualquier valor comprendido entre 14 y 232, el modelo alternativo es mejor que el clásico. En efecto:

$$Q_t^{m^*} = \frac{14 - 12}{24 - 12} = \frac{1}{6} = 0,1\hat{6} > 0,1464467$$

$$Q_t^{m^*} = \frac{22 - 12}{24 - 12} = \frac{5}{6} = 0,8\hat{3} < 0,8535533$$

de lo anterior se desprende que para que el modelo clásico del PERT sea preferible, por tener mayor varianza, al modelo alternativo, Q_t^m tendría que ser 13 ò 23, que dan unas distribuciones tremendamente asimétricas.

4.– REGLAS PRACTICAS DE ACTUACION

De acuerdo con lo expuesto anteriormente podemos sintetizar la utilización de los distintos modelos probabilísticos en las siguientes reglas:

1) Para un nivel primario de información que solo permite disponer de los valores Q_t^o , Q_t^p , se utilizará la distribución uniforme.

2) Para un mayor nivel de información que solo permite disponer de los valores Q_t^p, Q_t^o y Q_t^m se utilizará, de acuerdo con la menor o mayor seguridad sobre la seguridad de Q_t^m , lo siguiente:

2.a.) En el caso de poca seguridad se utilizará:

el modelo simple derivado del sistema de Pearson para s = 1, en cualquier caso.

2.b.) En el caso de mayor seguridad se utilizará:

2.b.1.) el modelo alternativo al clásico del PERT si $Q_t^{m^*}$ está en el interior del intervalo (6).
2.b.2.) el modelo clásico del PERT si el valor de Q_t^{*m} está en el interior del intervalo (6).
2.b.3.) cualquiera de los dos modelos si $Q_t^{m^*} = \frac{1}{2} \pm \frac{\sqrt{2}}{4}$

5.– BIBLIOGRAFIA

(1) HERRERIAS, R. (1988). Modelos probabilísticos alternativos para el método PERT. Aplicación al Análisis de Inversiones. Actas de la II reunión Anual de ASEPELT - ESPAÑA. Valladolid. (Pendientes de publicar).

(2) PABLO LOPEZ, A. (1986). Criterios para el análisis de inversiones cuando el riesgo está en su duración. Cuadernos Aragoneses de Economía. Pags. 133-139.

(3) SUAREZ SUAREZ, A. (1980). Decisiones óptimas de inversión y financiación en la empresa. Pirámide.

(4) TAHA, H.A. (1981). Investigación de Operaciones. Representaciones y servicios de Ingeniería S.A.

APLICACION DE LA NORMALIZACION DE VARIABLES ALEATORIAS A UN MODELO DE FIJACION DE PRECIOS EN UN AMBIENTE DE RIESGO: MODELO APT

Eduardo Reymundo García
Rocío García Villanueva
Lucía Borrero Bejarano

GENERALIDADES

El escenario general en donde se desevuelve este modelo es el mismo descrito en la ponencia dedicada al modelo CAMP, recordemos brevemente la situación.

Se toma en consideración un mercado de activos en dos únicos instantes de tiempo, 0 y 1. Sobre el instante 1 no conocemos con certeza su naturaleza, sino que suponemos que esta naturaleza económica de tal instante será representada por alguno de los estados "posibles" ω, que, reunidos, forman el espacio de estados. Ω

Cada activo x se supone que se negocia en un mercado en el instante 0 donde se posee un precio p (x) (conocido o a fijar). En el instante 1 cada activo x proporciona un cash-flow $x(\omega)$, dependiente del estado ω que acontezca. Este clash-flow proporciona un rendimiento r (x (ω)):

$$r\,(x\,(\omega)) = \frac{x\,(\omega) - p\,(x)}{p\,(x)}$$

Breve Descripción del modelo APT

Con la estructura anteriormente delimitada, será posible expresar el rendimiento de una activo x, como combinación «lineal» de los rendimientos de unos activos xg que forman una base generadora del conjunto de activos. Entonces:

$$r\,(x) = \Sigma\,\lambda\,g \quad r\,(xg)$$

donde

$$\lambda\,g = \frac{g\;p\,(xg)}{\Sigma\,ng\;\;p\,(xg)}$$

supuesto que $x = \Sigma\,ng\;\;xg$, portfolio de los activos básicos xg. La gran limitación práctica de la expresión anterior del rendimiento de x es que el número de activos básicos podría ser potencialmente no numerable. Para resolver este problema sin añadir excesivas restricciones al modelo, se procede a formular unas hipótesis que constituyen el modelo APT de Ross. Estas hipótesis, relacionadas en el apéndice de la ponencia, suponen ciertas restricciones débiles sobre el comportamiento aleatorio de los activos, el carácter numerable de la base de activos, y la no existencia de oportunidades de arbitraje no finitas.

Bajo ciertas suposiciones sobre el carácter lineal de la expresión de los rendimientos de cualquier activo en función de los rendimientos básicos, se puede demostrar que aquellos rendimientos son expresables mediante una combinación lineal numerable de los rendimientos de los activos básicos. Y lo que es más importante, puede ser mostrado que el rendimiento de cualquier activo

puede ser aproximado por una combinación lineal finita, aunque el carácter de dicha aproximación es un asunto debatido y debe interpretarse con las limitaciones reconocidas en el ámbito del teorema fundamental del modelo APT de Ross.

$$r(x) \cong \sum_{i=1}^{N} \lambda i \; r(x i)$$

$$\text{donde} \quad \lambda i = \frac{n i \; p(xi)}{\sum_{i=1}^{N} ni \; p(xi)}$$

(nótese que se verifica que $\Sigma \lambda i = 1$).

Llegados a este punto, el análisis usual consiste en considerar el valor esperado del rendimiento r (x), a través de la probabilidad subjetiva al inversor, a fin de valor el comportamiento del activo x en el instante 1.

Vamos a generalizar algo este planteamiento, preguntándonos cual será la probabilidad de que se alcance un rendimiento determinado Q, para un inversor s, es decir: Ps (r (x) $\geq$ Q)
o lo que es lo mismo, nos preguntaremos cual será el nivel de rendimiento Q α que tiene garantizado una probabilidad subjetiva de ocurrencia igual a $1 - \alpha$.

Dicho cálculo será factible o no, en función de la ley de distribución de r (x) como variable aleatoria. Nuestro objetivo ahora será mostrar que en ciertas condiciones, aunque r (x) no sea una variable normal, si podrá ser transformada en una variable muy próxima al modelo normal. Esto será conseguido a través de una transformación del Box-Cox (apéndice de la ponencia).

Una situación donde puede ser realizada con éxito esta tarea podría ser la siguiente:

Consideremos un número finito de estados $\omega = 0,\ldots., n$; cuya distribución de probabilidad puede venir adecuadamente descrita por un modelo Binomial con parámetros n y p. Asímismo los activos básicos serían de tal forma que sus cash-flows van a ser función lineal de ω, es decir:

$$x i(\omega) = a i + b i \omega$$

y por tanto:

$$r(x i(\omega)) = \frac{x i(\omega) - p(x i)}{p(x i)} = \frac{b i}{p(x i)} \omega + \frac{a i}{p(x i)} - 1$$

y como

$$r(x) \cong \sum_{i=1}^{N} \lambda i \; r(x i),$$

entonces

$$r(x) \cong B \omega + A, \text{ donde } B = \sum_{i=1}^{N} \lambda i \frac{b i}{p(x i)}, \text{ y } A = \sum_{i=1}^{N} \lambda i \frac{a i}{p(x i)} - 1$$

Sea

$$\bar{r}(x) = \frac{r(x) - A}{B} \equiv \omega \equiv B(n, p)$$

Procederemos ahora a normalizar la variable B (n, p). Tenemos que hacer un doble inciso: si la distribución subjetiva de los estados ω hubiese respondido a otro modelo, lo que sigue hubiera podido ser realizado de forma análoga, y, en segundo lugar, debemos recordar que la aproximación de De Moivre a una variable Normal solo es utilizable cuando la variable binomial es aproximada-

mente simétrica, es decir cuando o bien $p \cong 0{,}5$ o bien n es suficiente grande. Situémonos en una hipotética situación en donde la variable binomial sea claramente asimétrica.

Como se explica brevemente en el apéndice, podemos escoger un parámetro δ para la transformación de Box-Cox, tal que dicha binomial quede sensiblemente simetrizada, y por tanto más eficazmente asimilable a un modelo Normal. Llamemos g_δ a dicha transformación Box-Cox, entonces

$$P(r(x) \leq Q_\alpha) = \alpha \qquad P(\bar{r}(x) \leq \bar{Q}_\alpha) = \alpha \text{, donde } \bar{Q}_\alpha = \frac{Q_\alpha - A}{B} \text{, y esto}$$

es equivalente a

$P(r'(x) \leq Q'_\alpha) = a$, donde $r'(x)$ y Q'_α son los transformados de $r(x)$ y Q_α mediante g_δ.

$r'(x)$ es aproximadamente Normal, con una esperanza $\mu r'$ y una desviación típica $\sigma r'$. Por tanto, las probabilidades anteriores, son equivalentes a

$$P\left(z \leq \frac{Q'_\alpha - \mu r}{\sigma r'}\right) = \alpha \text{, con } z = N(0,1).$$

Si z_α es el cuantil correspondiente a la tabla de la Normal tipificada, entonces

$$z\alpha = \frac{Q'_\alpha - \mu r}{\sigma r'} \Rightarrow \quad Q'_\alpha = \mu r' + z_\alpha \sigma r' \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \quad Q_\alpha = g_\delta^{-1}(\mu r' + z_\alpha \sigma r')\, B + A$$

Resuelto este caso hipotético vamos a proceder a un cálculo concreto en una situación numérica:

Supongamos un activo portfolio, $x = 5 \times 1 + 3 \times 2$, donde x1 y x2 son activos básicos, cuyos cash-flows en los cuatro estados posibles $\omega = 0,1,2,3$ son los siguientes

ω	x1	x2
0	20	45
1	30	50
2	40	55
3	50	60

Suponemos que la probabilidad subjetiva sobre los estados queda descrita por un modelo B (3,0'7), y que los precios de los activos básicos x1 y x2 son p (x1) = 30 y p (x2) = 40. Observemos que:

$x1 = 10\,\omega + 20 \Rightarrow \quad b1 = 10,\ a1 = 20,\ n1 = 5$

$x2 = 5\,\omega + 45 \Rightarrow \quad b2 = 5,\ a2 = 45,\ n2 = 3$

Con lo cual,

$$\lambda 1 = \frac{5 \times 30}{5 \times 30 + 3 \times 40} = 5/9,\ \lambda 2 = 4/9, \quad B = \frac{\lambda 1 \times 10}{30} + \frac{2 \times 5}{40} \cong 0'24.$$

$$A = \frac{\lambda\, 1 \times 20}{30} + \frac{\lambda\, 2 \times 45}{40} - 1 \cong -0'13.$$

Por otro lado

$$\mu r' \cong g_\delta(\mu) + \frac{1}{2}\, g''_\delta(\mu)\, \sigma^2 = \frac{\mu^r - 1}{r} + \frac{1}{2}\, r(r-1)\, \mu^{r-2}\, \sigma^2 = 0'10, \text{ y}$$

$$\sigma^2 r' \cong g'^2(\mu)\, \sigma^2 + \frac{1}{2}\, g'(\mu)\, g''(\mu)\, \mu 3 =$$

$$= (\delta\, \sigma\, \mu^{\delta-1})^2 \left(1 + \frac{(\delta - 1)(1 - 2p)}{2\mu}\right) \cong 1'70.$$

Teniendo en cuenta para estos cálculos que μ y σ^2 son la media y la varianza de $\bar{r}(x) \cong B(3, 0, 7)$. Entonces

$$Q'_\alpha = 0'10 + z_\alpha\ 1'70, Q_\alpha = g_\delta^{-1}(Q'_\alpha)\, B + A =$$

$$= (\delta\, Q'_\alpha + 1)^{1/\delta}\ 0'24 - 0'13.$$

δ es el parámetro de Box-Cox, en el caso de una variable binomial $\delta \cong 2/3\,(2p^2 + 1) \cong 1'32$. Por ejemplo, el nivel de rendimiento asegurado al 60% (es decir que se alcanza o sobrepasa con una probabilidad del 60%) será hallado con $\alpha = 0'40 \Longrightarrow z_\alpha \cong -0'253 \Longrightarrow Q'_\alpha \cong -0'33 \Longrightarrow Q_\alpha \cong 0'026 =$ 2'6%.

Por tanto se obtendría un rendimiento de al menos 2'6% con probabilidad 60%.

Apéndice 1

a) *Hipótesis generales:*

1.- Si $x, y \in M$ y $\alpha, \beta \in R$ entonces $\alpha x + \beta y \in M$

2.- Dado $x \in M$ cada inversor está de acuerdo en que $x(\omega)$ es el cash-flow en el instante 1 del activo x en el estado ω.

3.- Dado un suceso $H \in \sigma(M)$ (familia de sucesos de Ω), $pi(H) = 0 \Longleftrightarrow Pj(H) = 0\ \forall i, j$ inversores.

4.- El mercado de activos no tiene costes de transacciones, tasas ni restricciones en ventas a corto plazo, y los activos son divisibles.

5.- Cada inversor actúa como un tomador de precio.

6.- El mercado de activos no contiene oportunidades de arbitrajes finitas.

b) *Hipótesis específicas del modelo APT*

7.- $\forall x \in M$, $E i\,(x^2) < +\infty$, $\forall$ i.

8.- M consiste en todos los portfolios finitos usando una base numerable de activos de pasivo limitado, y $x_\Omega \in M$.

9.- $r(xj) = r(x_\Omega) + \sum_{i=1}^{N} \lambda j\, i\,(f i - r(x_\Omega)) + \lambda j, N + j\,(u j - r(x_\Omega))$, $\forall$ j. Donde

para todo s, inversor $cov\, s(u i, u j) = 0\ \forall\ i \neq j$ y $var\, s(\lambda j, N + j\,(u j - r(x_\Omega))) < s^2\ \forall$ j, siendo s^2 una cota uniforme.

10.- No existen oportunidades de arbitraje numerables.

c) *Hipótesis específicas del modelo CAMP*

11.- El conjunto M está generado por un conjunto finito de activos con pasivo limitado, uno de los cuales es x o, activo si riesgo.

12.- La función de utilidad de cualquier inversor es monótona estrictamente creciente en las cantidades C o y C1.

13.- Para cada inversor existe una solución de utilidad óptima.

14.- Para cualquier inversor, su función de utilidad tiene derivada segunda continua y es diferenciable hasta segundo orden bajo el operador esperanza matemática.

15.- La función de utilidad de cualquier inversor es estrictamente cóncava en los argumentos C o y C1 (esto es, todos los inversores tienen aversión al riesgo).

16.- Para cualquier inversor la utilidad esperada es función únicamente del consumo C o (cierto) y de la esperanza y la varianza del consumo C1 (incierto). Y además esa función es monótona estrictamente creciente respecto a la esperanza y estrictamente decreciente respecto a la varianza.

Apéndice 2

Transformación de BOX - COX:

$$g_{\delta}(r) = \begin{cases} \dfrac{r^{\delta} - 1}{\delta} & , \delta \neq 0 \\ \ln(r) & , \delta = 0 \end{cases}$$

Esta transformación es una generalización de la transformada logarítmica, utilizada para alterar la simetría de una variable aleatoria. En eltexto utilizamos la transformación para simetrizar una variable aleatoria no simétrica, cogiendo un d adecuado.

Este tópico viene estudiado en un artículo en elaboración a cargo de algunas de las personas participantes en esta ponencia. La idea básica es que en una transformación g (x) la mediana Me (x) de la v. a. x queda transformada en g (Me (x)) que sería precisamente la mediana de la v. a. g (x) se puede expresar de forma aproximada a partir de la esperanza de x y de la transformación g. Forzando a que en la v.a. g (x) coincidan la mediana y la esperanza tendríamos que g (x) sería simétrica en el sentido de Pearson, y aproximadamente simétrica en el sentido de Fischer. Con esta condición quedaría determinado δ, y la v. a. transformada g (x) quedaría simetrizada, y por tanto más fácilmente ajustable a una distribución Normal.

APLICACION DE LA NORMALIZACION DE VARIABLES ALEATORIAS A UN MODELO DE FIJACION DE PRECIOS EN UN AMBIENTE DE RIESGO: MODELO CAMP

Victoriano García Barrera
Javier Gamero Rojas
Lucía Borrero Bejarano

GENERALIDADES

Vamos a considerar un mercado de activos que opera en dos instantes de tiempo: tiempo 0, que representa al instante presente, y tiempo 1 que representa a un instante futuro. La situación económica en este tiempo 1 está sujeta a incertidumbre. El conjunto de posibles estados de la economía en ese instante vendrá anotado por Ω, y un estado particular por ω.

Los activos se supone que se negocian en un mercado en el instante 0 donde poseen unos precios (conocidos o a fijar). En el instante 1 cada activo x proporciona un cash-flow (ω), dependiente del estado ω que acontezca. Este cash-flow proporciona un rendimiento r (x (ω):

$$r\,(x\,(\omega)) = \frac{x\,(\omega) - p\,(x)}{p\,(x)}$$

donde p (x) es el precio de x en el tiempo 0.

Descripción del modelo CAMP

Se supone que cada inversor posee unos bienes par consumo, de un simple producto, Co y C1 en los instantes 0 y 1 respectivamente, y se supone también que dispone de recursos adicionales para adquirir un portfolio en el instante 0. Las cantidades de consumo le proporcionan una utilidad U (Co, C1). En el instante 1, vamos a introducir una situación de incertidumbre, de tal forma que el consumo en el tiempo 1 sea dependiente del estado ω que se presente. Por tanto la utilidad U (Co, C1 (ω)) será aleatoria y el inversor intentará maximizar el valor esperado E (U (Co, C1 (ω))). Esta maximización vendrá sujeta a las restricciones presupuestarias del individuo.

Supondremos que el inversor aparece en el instante 0 con la siguiente dotación: una cantidad Co, de bienes de consumo para el tiempo 0, C1 de bienes de consumo para el tiempo 1 y un portfolio no xo + ...+ nN xN. Este inversor procurará hacerse de un nuevo portfolio liberando si es necesario unidades de consumo, es decir pasará de una situación describible por Co, no,....nN, a otra caracterizada por Co, no,....nN.

Si no hubiese una situación de incertidumbre, el conjunto de posibles alternativas de consumos sería el conjunto de todos los pares (Co, C1) pertenecientes a R^2. Al considerar un ambiente de riesgo, los consumos C0 y C1 serían variables aleatorias y el conjunto de posibles opciones será el conjunto de pares de distribuciones aleatorias dadas por C0 y C1. Llamemos B al conjunto de esas opciones, sea b una de estas alternativas del inversor, en tal alternativa habrá una utilidad esperada Eb (U (Co, C1)). El problema de decisión para nuestro inversor será escoger una alternativa b que maximice esa utilidad esperada sujeto a las restricciones:

1.- Co + «valor portfolio» = Co + «valor del nuevo portfolio», respecto al tiempo 0.

2.- $\bar{C1}$ + «valor final del nuevo porfolio» = C1 (ω), $\forall \quad \omega \in \Omega$

en estas condiciones se asume en el modelo CAMP que cada inversor dispone de una alternativa óptima b*. También entre las hipótesis necesarias para la constitución del modelo, se asume que la utilidad esperada E (U (Co, C1)) solo dependerá de Co, E (C1) y var (C1), es decir que el comportamiento aleatorio de C1 viene recogido por su media y su varianza. Además la utilidad esperada será estrictamente creciente en la E (C1) y decreciente en la var (C1).

La hipótesis fundamental es, sin embargo, la suposición de que el mercado está en equilibrio competitivo, es decir que cada inversor está en su situación óptima b*. Dada esta estructura se demuestra en el teorema CAMP fundamental, que:

$$E (r (xj)) = r (x o) + \beta \; j (E (r (m^*)) - r (x o)), \quad \forall \quad x j \text{ activo básico.}$$

Donde m* es el portfolio común del mercado, puesto que se demuestra que el portfolio noxo +...nN xN óptimo para un inversor cualquiera está compuesto por una combinación lineal entre xo (activo básico sin riesgo) y un portfolio m* común a todos los inversores. Este portfolio común está compuesto de la siguiente manera:

$m^* = m1\ x1 + ... + mN\ xN$, donde $mi = \dfrac{n_{ti}\ p\ (x_i)}{\Sigma\ n_{tk}\ p\ (x_k}$, donde nti es el número total de unidades de x1 disponibles en el mercado, y por tanto mi es la proporción de volo total de los activos xi disponibles en el mercado respecto al valor total de todos los activos del mercado.

β_j es el coeficiente beta del activo x_j, y su expresión es:

$$\beta_j = \frac{\text{cov} (r (m^*), r (x_j))}{\text{var} (r (m^*))}$$

Al considerar un activo portfolio x = Noxo +....+ nN xN, tendremos, por la linealidad de los operadores, que:

$$E (r (x)) = r (xo) + \beta (E (r (m^*)) - r (xo)),$$

donde

$$\beta = \frac{\text{cov} (r (m^*), r (x))}{\text{var} (r (m^*))}$$

En resumen, el rendimiento de un activo es una combinación lineal entre el rendimiento del activo básico sin riesgo y el rendimiento del portfolio común m*. La expresión de E (r (x)) y de β nos llevan a considerar una relación lineal entre r (x) y r (m*), estimándose β por medio del estimador mínimo-cuadrático usual (aunque en la practica sea preferible a veces otro tipo de estimación).

Surge, por tanto, una expresión

$$r (x) \cong a + \beta\, r (m^*)$$

donde α y β se estiman a través de posibles datos históricos de r (m*) y r (x), o más fácilmente de datos históricos de los rendimientos de los activos básicos xi. El comportamiento aleatorio de r (x) vendría, pues, aproximadamente determinado por el de r (m*), es decir, de m*.

Si deseamos estudiar la probabilidad de representación de diferentes rendimientos r (x), tendríamos que poder manejar convenientemente el modelo probabilístico de r (x). Esto no siempre es posible, el objeto de nuestro trabajo es mostrar como, en ciertos casos, al realizar una transformación normalizadora que convierte un modelo difícil de manejar en un modelo próximo al Normal, queda desbloqueado el problema.

Si m* siguiera un comportamiento Normal, la labor de hallar probabilidades diversas sobre r (x) sería fácil (aceptando la representación lineal de r (x) en función de r (m*)). Supongamos, por el contrario, que m* se comporta claramente de otra forma, en concreto como una variable Gamma afectada por un cambio lineal

$$m^* = a + b\,\gamma(p, \lambda)$$

Lo cual podría representar bien ciertas situaciones donde m* tiene una respuesta de tipo asimétrico. Entonces

$$r(m^*) = \frac{m^* - p(m^*)}{p(m^*)} \equiv \frac{b}{p(m^*)}\,\gamma(p, \lambda) + \frac{a}{p(m^*)} - 1 \equiv$$

$$\equiv b\,\gamma(p, \lambda) + a \Rightarrow r(x) \equiv \alpha + a\,\beta + b\,\beta\,\gamma(p, \lambda) \equiv A + B\,\gamma(p, \lambda).$$

Donde $b = \frac{b}{p(m^*)}$, $a = \frac{a}{p(m^*)} - 1$, $A = \alpha + a\,\beta$, $B = b\,\beta$.

Sea $$\bar{r}(x) = \frac{r(x) - A}{B} \equiv \gamma(p, \lambda)$$

escogiendo adecuadamente el parámetro δ de la transformación Box- Cox (ver apéndice), y denominando g_δ a esa transformación tendremos que $r'(x) = g_\delta(r(x))$ será aproximadamente Normal (salvo que p fuese muy pequeño). En el caso de una variable aleatoria Gamma, $\delta \cong 1/3$. Si deseamos conocer la probabilidad P de que r (x) sea al menos de un valor Q, tendremos :

$$P = P(r(x) > Q) = P(\bar{r}(x) > \bar{Q}), \text{ con } \bar{Q} = \frac{Q - A}{B}$$

y, en consecuencia:

$$P = P(r'(x) \geq Q') = P\left(z \geq \frac{Q' - \mu r'}{\sigma r'}\right),$$

donde $Q' = g_d(Q)$ y $\mu r'$ y $\sigma r'$ son la media y la desviación típica $r'(x) = g_\delta(r(x))$,

por tanto

$$\mu r' \cong g(\mu) + \frac{1}{2}\,g''(\mu)\,\sigma^2 = 3\left(\frac{p}{\lambda}\right)^{1/3}\left(1 - \frac{1}{9p}\right) - 3$$

$$\sigma_r^2 \cong g'^2_\delta(\mu)\,\sigma^2 + \frac{1}{2}\,g'(\mu)\,\mu 3 = \frac{p - 2/3}{(p^2\lambda)^{2/3}}$$

En las anteriores expresiones m y s representan la media y la desviación típica de la variable γ (p, λ). Por tanto, para conocer P, basta con conocer los parámetros de la distribución de m*, ya que, $\mu r'$, $\sigma r'$, A y B están en función de a, b, p y λ. Recíprocamente, para hallar el cuantil P, Q_p se plan-

tea la expresión

$$P (r (x) \leq Q_p) = P$$

$$P (r' (x) \leq Q'_p) = P, \qquad P (z \leq \frac{Q'_p - \mu r'}{\sigma r'}) = P.$$

Sea zp el cuantil P de la Normal tipificada, entonces:

$$\Rightarrow$$

$$Q'_p = \mu r' + zp\ \sigma r', \qquad Qp = A + B (\sqrt[3]{(\mu r' + zp\ \sigma r') + 1})^3$$

III Reunión de ASEPELT

ESTUDIO PROBABILISTICO DE UN SISTEMA PARCIALMENTE REDUNDANTE

Miguel Gutiérrez Fernández
Sevilla, Junio 1.987

1.– TERMINOLOGIA Y NOTACIONES

En el presente trabajo utilizaremos los siguientes símbolos y definiciones:

SIMBOLO	CONCEPTO
A	= Uno de los dos componentes del sistema. Cuando la supervivencia de un elemento determine la vida del sistema, A designará el componente principal.
B	= Uno de los dos componentes del sistema. Cuando la supervivencia de un elemento determine la vida del sistema, B designará el componente secundario.
S	= La duración de vida aleatoria del componente A.
T	= La duración de vida aleatoria del componente B.
$\bar{F}_I(T)$	= P r (I > t), para cualquier variable aleatoria I.
$\bar{F}(s, t)$	= P r (S > s, T > t), siendo S y T las variables aleatorias definidas anteriormente.
$f_I(t)$	= Función de densidad de la variable aleatoria I.
$f(s, t)$	= Función de densidad conjunta de las variables aleatorias S y T.
$f^*_I(a)$	= Transformada de Laplace- Stieltjes de F_I, es decir, $f^*_I(a) = \int_0^\infty e^{-at}\, dF_I(t)$.
$f^*(a, b)$	= Transformada conjunta de Laplace- Stieltjes de F, es decir, $f^*(a, b) = \int_0^\infty \int_0^\infty e^{-as-bt}\, F(ds, dt)$

$m_I(t)$ = Vida media residual de la variable aleatoria I, es decir, $m_I(t) = E(I - t / I > t)$.

εG = Pertenece a la distribución G.

$\exp(\alpha)$ = Distribución exponencial negativa de parámetro α, es decir, $T \varepsilon \exp(\alpha) \iff f_T(t) = \alpha e^{-\alpha t}$, $t > 0$.

$C(Q)$ = Cardinal del conjunto Q.

$|P|$ = Determinante de la matriz P.

P A M = Propiedad de Ausencia (o falta) de Memoria, es decir,

$$\bar{F}(s_1 + t, s_2 + t) = \bar{F}(s_1, s_2)\,\bar{F}(t, t), \quad \forall\ s_1, \quad \forall\ s_2, \quad \forall\ t > 0.$$

2.– INTRODUCCION Y ANTECEDENTES

En este trabajo se considera un modelo de sistema parcialmente redundante constituido por dos componentes. Entre los autores que se han ocupado con anterioridad de modelos (no nocesariamente redundantes) relacion ún sentido con el que desarrollamos merecen citarse, en primer lugar, a Gumbel (19) que estudió dos distribuciones de fallo absolutamente continuas y que tenían marginales exponenciales: la primera de ellas es de la forma, $F(x, y) = 1 - e^{-x} - e^{-y} + e^{-x-y-\delta x y}$, $\delta \varepsilon (0, 1)$ y la segunda de dichas distribuciones tiene la forma $F(x, y) = (1 - e^{-x})(1 - e^{-y})(1 + a e^{-x-y})$, $-1 < a < 1$. Estas distribuciones presentan, sobre todo, un interés analítico, pero sus aplicaciones en Fiabilidad son escasas.

Downton (14) y Hawkes (20) estudiaron un modelo sucesivo de fallo: cada uno de los dos componentes de que consta el sistema está sometido a choques cuyo número sigue una distribución normal bivariante, deduciendo cada uno de estos autores distribuciones que, aunque son diferentes, ambas son absolutamente continuas y tienen distribuciones marginales que son también marginales.

Freund (16) consideró un sistema de dos componentes A y B, cuyas duraciones de vida respectivas son variables aleatorias S y T. Si tanto A como B están funcionando simultáneamente, sus duraciones de vida se distribuyen con funciones $\exp(\alpha)$ y $\exp(\beta)$, respectivamente. Si A está funcionando, pero B ha fallado, la vida residual del componente A se distribuye según $\exp(\alpha')$. Finalmente, si B está funcionando pero A ha fallado, la vida residual del componente B es $\exp(\beta')$. Podemos resumir la situación anterior como sigue: sean X, Y, U, V variales aleatorias independientes tales que $X \varepsilon \exp(\alpha)$, $Y \varepsilon \exp(\beta)$, $U \varepsilon \exp(\alpha')$, $V \exp(\beta')$.

Entonces:

$$S = \begin{cases} X & \text{si } X \leq Y \\ Y + U & \text{si } X > Y \end{cases} \qquad T = \begin{cases} Y & \text{si } Y \leq X \\ X + V & \text{si } Y > X \end{cases}$$

La distribución conjunta (S, T) es absolutamente continua, pero sus distribuciones marginales no son exponenciales, sino mezcla de exponenciales.

Gross, Clark y Liu (18) consideraron el caso especial $\alpha = \beta$, $\alpha' = \beta'$ y se ocuparon tambien de la estimación de los paràmetros del modelo.

Marshall y Olkin (26) estudiaron un modelo bivariante exponencial que goza de la propiedad de Ausencia de Memoria, tiene distribuciones marginales exponenciales y cuya distribución de fiabilidad es:

$$F(s, t) = \exp(-\alpha_1 s - \alpha_2 t - \alpha_{12} \max(s, t)); \quad \forall s, \quad \forall t > 0 \qquad (1)$$

Esta distribución tiene una interesante interpretación desde el punto de vista de la Fiabilidad: supongamos que los componentes A y B tienen duraciones de vida representadas, respectivamente, por las variables aleatorias S y T. Sean P, Q y R variables aleatorias independientes, de modo que $P \varepsilon \exp(\lambda_1)$, $Q \varepsilon \exp(\lambda_2)$ y $R \varepsilon \exp(\lambda_{12})$. En el instante P, el componente A sufre un choque, en el instante Q lo sufre el componente B y en el instante R sufren choques ambos componentes A y B. La distribución de fiabilidad de la v.a. bidimensional (S, T) está dada por (1). Marshall y Olkin demostraron que (1) es la única distribución posible que tiene tanto la Propiedad de Ausencia de Memoria como distribuciones marginales exponenciales. Esta distribución no es absolutamente contínua puesto que P (S = T) = 0, circunstancia que permite el fallo simultáneo de ambos componentes, a costa de hacer más complicados los cálculos analíticos, debido a la componente singular de la distribución, punto este último que ha sido estudiado entre otros autores, por Arnold (1) Bhattacharyya y Johnson (5).

Merece también destacarse el modelo de Block y Basu (6) en el que la distribución de las duraciones de vida goza de la Propiedad de Ausencia de Memoria, es absolutamente contínuo y cuyas marginales son mezclas de exponenciales. Esta distribución es un caso especial de la distribución de Freund, pero con un parámetro menos.

Los sistemas redundantes han sido objeto de atención por numerosos investigadores. Algunos trabajos muy recientes sobre este particular son los de Sim y Wang (35), Chiang y Niu (8), Bollinger y Salvia (7), Kao (23), Griffith y Govindarajulu (17) y el de Derman, Lieberman y Ross (12).

3.– DEFINICION DEL MODELO GENERAL

Denominemos, como anteriormente, por A y B los dos componentes de un sistema. Las duraciones de vida de los dos componentes son variables aleatorias dependientes, de modo que el fallo de un componente afecta a la vida residual del otro componente. Sean S y T, respectivamente, las duraciones aleatorias de vida de A y B. Dadas las variables aleatorias X, Y, U y V, definimos a través de ellas las variables aleatorias S y T de la forma siguiente:

$$S = \begin{cases} X & \text{si} \quad X \leq Y \\ Y + U & \text{si} \quad X > Y \end{cases} \qquad T = \begin{cases} Y & \text{si} \quad Y \leq X \\ X + V & \text{si} \quad Y > X \end{cases} \qquad (2)$$

Formulamos las siguientes hipótesis sobre las variables X, Y, U, V:

a) X, Y, U, V son estocásticamente independientes dos a dos.

b) $\Pr(X > 0) = 1; \Pr(Y > 0) = 1$ (3)

c) $\Pr(U < 0) = 0; \Pr(V < 0) = 0$

d) Las variables X e Y son absolutamente continuas.

Sean $P_U = \Pr(U = 0) > 0$, $P_V = \Pr(V = 0) > 0$

Posteriormente deduciremos propiedades de la variable aleatoria bidimensional (S, T).

El siguiente ejemplo ilustra el modelo expuesto. Sean A y B dos generadores que proporcionan energía eléctrica a un edificio, cada uno de los cuales abastece a una parte del edificio. Cuando uno de dichos generadores falla, el otro generador debe proporcionar energía al conjunto de todo el edificio de modo que esta sobrecarga a que está sometido el generador que sigue funcionando acorta su vida.

4.– TRANSFORMACION CONJUNTA DE LAPLACE-STIELTJES

La transformación de Laplace - Stieltjes de la variable aleatoria bidimensional (S, T) se define como

$$f^*(a,b) = \int_a^{\infty} \int_a^{\infty} e^{-as-bt} \, F(ds, dt)$$

Para calcular f * (a, b) obtengamos en primer lugar la expresión de F (ds, dt).

Lema 1

$$F(ds,dt) = \begin{cases} \bar{F}_Y(s) \; dF_V(t-s) \; dF_X(s) & ; s < t \\ \bar{F}_Y(s) \; p_V \; dF_X(s) + F_X(s) \; p_U \; dF_Y(s) & ; s = t \\ \bar{F}_X(t) \; dF_U(s-t) \; dF_Y(t) & ; s > t \end{cases}$$

Demostración: Consideremos las distinas formas según las cuales pueden fallar A en el tiempo s y B en tiempo t.

1º) Si s < t, entonces S < T, y por tanto X < Y, de forma que S = X = s, T = X + V = s + V = t. Por consiguiente X = s, Y > s, V = t - s, lo que justifica la primera línea de la expresión de F (ds, dt), puesto que las variables son independientes.

2º) Si s > t el razonamiento es análogo y obtenemos la tercera línea de la expresión de F (ds, dt).

3º) En el caso s = t puede ocurrir bien que X < Y, o bien que Y < X. Si X < Y entonces X = s, Y> s, V = 0. Si por el contrario X > Y, entonces debe verificarse Y + s, X > s, U = 0. Combinando ambas posibilidades, obtenemos la segunda línea de la expresión de F (ds, dt)? Obsérvese que no es necesario considerar el caso X = Y puesto que Pr (X = Y) = 0 debido a la hipótesis d) de (3).

Haciendo uso del Lema 1, podemos escribir la transformada conjunta de (S, T) en la forma:

$$\begin{aligned} f^*(a,b) = & \int_0^{\infty} \int_{s^+}^{\infty} e^{-as-bt} \bar{F}_Y(s) \; dF_V(t-s) \; dF_X(s) \\ & + P_V \int_0^{\infty} e^{-(a+b)s} \; \bar{F}_Y(s) \; dF_X(s) \\ & + P_U \int_0^{\infty} e^{-(a+b)s} \; \bar{F}_X(s) \; dF_Y(s) \qquad (4) \\ & + \int_0^{\infty} \int_{t^+}^{\infty} e^{-as-bt} \; \bar{F}_X(t) \; dF_U(s-t) \; dF_Y(t) \end{aligned}$$

Podemos calcular esta expresión término a término (w = t - s):

$$\int_0^{\infty} \int_{s^+}^{\infty} e^{-as-bt} \; \bar{F}_Y(s) \; dF_V(t-s) \; dF_X(s)$$

$$= \int_0^{\infty} e^{-as} \; \bar{F}_Y(s) \int_{s^+}^{\infty} e^{-bt} \; dF_V(t-s) \; dF_X(x)$$

$$= \int_0^{\infty} e^{-as} \; \bar{F}_Y(s) \; e^{-bs} \left[\int_{0^+}^{\infty} e^{-bw} \; dF_V(w) \right] dF_X(s)$$

$$= \left[f_V^*(b) - P_V \right] \int_0^{\infty} e^{-(a+b)s} \; F_Y(s) \; dF_X(s)$$

Por un cálculo análogo obtenemos:

$$\int_0^{\infty} \int_{t^+}^{\infty} e^{-as-bt} \; \bar{F}_X(t) \; dF_U(s-t) \; dF_Y(t)$$

$$= \left[f_U^*(a) - p_U \right] \int_0^{\infty} e^{-(a+b)s} \; \bar{F}_X(s) \; dF_Y(s)$$

Sustituyendo estas dos expresiones en (4) resulta

Teorema 2:

$$f^*(a,b) = f_V^*(b) \int_0^{\infty} e^{-(a+b)s} \; F_Y(s) \; dF_X(s)$$

$$+ f_U^*(a) \int_0^{\infty} e^{-(a+b)s} \; \bar{F}_X(s) \; dF_Y(s)$$

Veamos a continuación la forma de estas expresiones en algunos casos especiales.

Corolario 3: Si Y ε exp (β), entonces se tiene:

$$f^*(a,b) = f_V^*(b) \; f_X^*(a+b+\beta) + \frac{f_U^*(a)\,\beta}{a+b+\beta} \left(1 - f_X^*(a+b+\beta) \right) \qquad (5)$$

Demostración: Si Y ε exp (β), entonces $F_Y(s) = e^{-\beta s}$, $dF_Y(s) = \beta e^{-\beta s} ds$. Sustituyendo estas expresiones en el Teorema 2, tenemos:

$$f^*(a,b) = f_V^*(b) \int_0^{\infty} e^{-(a+b+\beta)s} \; dF_X(s)$$

$$+ f_U^*(a)\,\beta \int_0^{\infty} e^{-(a+b+\beta)s} \; \bar{F}_X(s) \; ds$$

El primer término es precisamente $f_V^*(b) \; f_X^*(a+b+\beta)$. Por otra parte, podemos calcular por partes la integral

$$\int_0^{\infty} e^{-(a+b+\beta)s} \; \bar{F}_X(s) \; ds =$$

$$\left. \frac{-e^{-(a+b+\beta)s}\ \bar{F}_X(s)}{a+b+\beta} \right|_0^\infty - \int_0^\infty \frac{e^{-(a+b+\beta)s}}{a+b+\beta}\, dF_X(s)$$

$$= \frac{1}{a+b+\beta}\left(1 - f_X^*(a+b+\beta)\right)$$

Sustituyendo estos valores en (5) tenemos el resultado pedido.

Corolario 4: Si $X \varepsilon \exp(\alpha)$, $Y \varepsilon \exp(\beta)$, entonces

$$f^*(a,b) = \frac{1}{a+b+\alpha+\beta}\left(\alpha f_V^*(b) + f_U^*(a)\right)$$

Demostración: Puesto que $X \varepsilon \exp(\alpha)$, $f_X^*(a) = \frac{\alpha}{a+\alpha}$.

Sustituyendo estas expresiones en el corolario 3 resulta el resultado enunciado.

5.– MOMENTO DE LA DISTRIBUCION

Podemos calcular los momentos de la distribución mencionada en el Corolario anterior a partir de la transformada de Laplace - Stieltjes de la misma. Posteriormente calcularemos la expresión de la vida media de los componentes para la distribución del modelo general:

Teorema 5: Si $X \varepsilon \exp(\alpha)$, $Y \varepsilon \exp(\beta)$, entonces se verifica lo siguiente:

I)

$$E(S) = \frac{1}{\alpha+\beta}\left(1 + \beta\ E(U)\right)$$

$$E(T) = \frac{1}{\alpha+\beta}\left(1 + \alpha\ E(V)\right)$$

II)

$$E(S^2) = \frac{2 + 2\beta E(U)}{(\alpha+\beta)^2} + \frac{\beta}{\alpha+\beta} E(U^2)$$

$$E(T^2) = \frac{2 + 2\alpha E(V)}{(\alpha+\beta)^2} + \frac{\alpha}{\alpha+\beta} E(V^2)$$

III)

$$E(ST) = \frac{1}{(\alpha+\beta)^2}\left(2 + \alpha E(V) + \beta E(U)\right)$$

Demostración: En el Corolario 4 habíamos obtenido:

$$f^*(a,b) = \frac{1}{a+b+\alpha+\beta}\left(\alpha f_V^*(b) + \beta f_U^*(a)\right)$$

Por tanto tenemos:

I) $$E(S) = -\left.\frac{\delta f^*(a,b)}{\delta a}\right|_{0,0}$$

$$= -\left\{ -\frac{1}{(a+b+\alpha+\beta)^2} - \alpha f_V^*(b) + \beta f_U^*(a)) + \right.$$

$$\left. + \frac{\beta \, d f_U^*(a)}{da} \frac{1}{\alpha+\beta+a+b} \right\}_{0,0} =$$

$$= -\left\{ -\frac{\alpha+\beta}{(\alpha+\beta)^2} - \frac{\beta}{(\alpha+\beta)} - \left.\frac{d f_U^*(a)}{da}\right|_{a=0} \right\} = \frac{1}{\alpha+\beta}(1+\beta E(U))$$

II) $$E(S^2) = \left.\frac{\delta^2 f^*(a,b)}{\delta a^2}\right|_{0,0} = \left\{ \frac{2}{(\alpha+\beta+a+b)^3} \right.$$

$$- (a f_V^*(b) + \beta f_U^*(a)) - \frac{\beta}{(\alpha+\beta+a+b)^2} \frac{d f_U^*(a)}{da}$$

$$\left. - \frac{\beta}{(\alpha+\beta+a+b)^2} \frac{df_U^*(a)}{da} + \frac{\beta}{(\alpha+\beta+a+b)} \frac{d^2 f_U^*(a)}{da^2} \right\}_{0,0}$$

$$= \frac{2(\alpha+\beta)}{(\alpha+\beta)^3} + \frac{2\beta E(U)}{(\alpha+\beta)^2} + \frac{\beta}{\alpha+\beta} E(U^2)$$

$$= \frac{2+2\beta E(U)}{(\alpha+\beta)^2} + \frac{\beta}{\alpha+\beta} E(U^2)$$

III) $$E(ST) = \left.\frac{\delta^2 f^*(a,b)}{\delta a \, \delta b}\right|_{0,0} = \left\{ \frac{2}{(\alpha+\beta+a+b)^3} \right.$$

$$\left. - (\alpha f_V^*(b) + \beta f_U^*(a) + \frac{\alpha}{(\alpha+\beta+a+b)^2} \right.$$

$$\left[- \frac{d f_V^*(b)}{d b} \right] + \frac{\beta}{(\alpha+\beta+a+b)^2} \left[- \frac{d f_U^*(a)}{d a} \right] \Bigg] \Bigg| = 0, 0$$

$$= \frac{2}{(\alpha+\beta)^2} + \frac{\alpha E(V)}{(\alpha+\beta)^2} + \frac{\beta E(U)}{(\alpha+\beta)^2} =$$

$$= \frac{1}{(\alpha+\beta)^2} - (2 + \alpha E(V) + \beta E(U)) \qquad \text{(c. q. d.)}$$

A continuación vamos a obtener expresiones par la varianza y la covarianza de S y T.

Corolario 6: Si $X \varepsilon \exp(\alpha)$, $Y \varepsilon \exp(\beta)$, entonces se verifica lo siguiente:

$$\text{I) Var}(S) = \frac{1}{(\alpha+\beta)^2} (1 + \beta^2 \text{ Var}(U) + \alpha\beta E(U^2))$$

$$\text{Var}(T) = \frac{1}{(\alpha+\beta)^2} (1 + \alpha^2 \text{ Var}(V) + \alpha\beta E(V^2))$$

$$\text{II) Cov}(S, T) = \frac{1}{(\alpha+\beta)^2} (1 - \alpha\beta E(U) \; E(V))$$

Demostración:

$$\text{I) Var}(S) = E(S^2) - E^2(S) = \frac{2 + 2\beta E(U)}{(\alpha+\beta)^2} + \frac{\beta}{(\alpha+\beta)} E(U^2)$$

$$- \left[\frac{1 + \beta \; E(U)}{\alpha+\beta} \right]^2 = \frac{1}{(\alpha+\beta)^2} (1 + \beta^2 \text{ Var}(U) + \alpha\beta E(U^2))$$

$$\text{II) Cov}(S, T) = E(S\,T) - E(S)\,E(T)$$

$$= \frac{1}{(\alpha+\beta)^2} (2 + \alpha E(V) + \beta E(U)) - \frac{1}{(\alpha+\beta)^2} \cdot$$

$$\cdot (1 + \beta \; E(U) + \alpha E(V) + \alpha\beta E(U) \; E(V))$$

$$= \frac{1}{(\alpha+\beta)^2} (1 - \alpha\beta E(U) \; E(V)) \qquad \text{(c. q. d.)}$$

El coeficiente de correlación de S y T es

$$\rho (S, T) = \frac{Cov (S, T)}{\sqrt{Var (S) Var (T)}}$$

Para el caso que estamos considerando, $\rho (S, T)$ puede tomar todos los valores comprendidos entre - 1 y + 1. En efecto, si hacemos $\alpha = \beta$ 1, $E (U) = E (V) = x$, $Var (U) = Var (V) = 0$, se obtiene $\rho (S, T) = \frac{1 - x^2}{1 + x^2}$, expresión que para valores positivos de x varia entre -1 y +1.

Una función de regresión de especial interés es la vida media de A dado que B falla en el tiempo t.

TABLA 1. CONTRIBUCIONES A LA FUNCION CONJUNTA DE FIABILIDAD

REGION		CONTRIBUCION	MOTIVO
I	$0 \bar{<} y < x < s < t$	0	$y < x \Longrightarrow T = y$. '. $T > t > y$
II	$0 \bar{<} x < y < s < t$	0	$x < y \Longrightarrow S = y$. '. $S > s > x$
III	$0 \bar{<} x < s < y < t$	0	« « «
IV	$0 \bar{<} x < s < t < y$	0	« « «
V	$0 \bar{<} y < s < x < t$	0	análogo a I
VI	$0 \bar{<} s < y < x < t$	0	análogo a I
VII	$0 \bar{<} s < x < y < t$	$Pr (V > t \bar{\omega} x)$	$S = x ; T = x + V$
VIII	$0 \bar{<} s < x < t < y$	$Pr (V > t \bar{\omega} x)$	« «
IX	$0 \bar{<} y < s < t < x$	0	análogo a I
X	$0 \bar{<} s < y < t < x$	0	análogo a I
XI	$0 \bar{<} s < t < y < x$	1	El primer fallo es posterior a t
XII	$0 \bar{<} s < t < x < y$	1	análogo a XI

$$E (S - t \mid T = t, S > t) = E (T + U - t \mid T = t, S > t) =$$
$$= E (U \mid T = t, S > t) = E (U \mid U > 0) \qquad (6)$$

6.– DISTRIBUCION CONJUNTA DE FIABILIDAD Y DISTRIBUCIONES MARGINALES DEL MODELO GENERAL

Es obvio que podríamos obtener la distribución conjunta de fiabilidad integrando F (ds, dt) sobre los respectivos dominios de las variables. Pero en vez de proceder de esa forma vamos a utilizar directamente la definición del modelo.

Teorema 7: En el modelo general se verifica:

$$\bar{F}(s,t) = \begin{cases} \bar{F}_X(t)\,\bar{F}_Y(t) + \int_s^t \bar{F}_V(t-x)\,\bar{F}_Y(x)\,dF_X(x) & ; s < t \\ \bar{F}_X(s)\,\bar{F}_Y(s) & ; s = t \\ \bar{F}_X(s)\,\bar{F}_Y(s) + \int_t^s \bar{F}_U(s-y)\,\bar{F}_X(y)\,dF_Y(y) & ; s > t \end{cases}$$

Demostración: Consideremos en primer lugar el caso $s < t$ comenzando por calcular la función de fiabilidad condicionada por los valores de X e Y

$$F(s,t) = \int_0^\infty \int^\infty \Pr(S > s, T > t \mid X = x, Y = y)\,dF_X(x)\,dF_Y(y)$$

A continuación efectuamos una partición de la región $R^+ = \{(x,y) \; x > 0, y > 0\}$ en 12 subregiones y consideramos la contribución de cada una de ellas a la integral anterior, tal como se ilustra en la Tabla I. Las únicas regiones cuya contribución a dicha integral es no - nula son las regiones VII, VIII, XI y XII. La unión de las regiones VII y VIII es $R_{(1)} = \{(x,y) \; s < x < t \; ; x < y < \}$. La unión de las regiones XI y XII es $R_{(2)} = \{(x,y) \; x > t \; ; y > t\}$. Por consiguiente podemos escribir (para $s < t$)

$$\bar{F}(s,t) = \int_s^t \int_x^\infty \bar{F}_V(t-x)\,dF_Y(y)\,dF_X(x) + \int_t^\infty \int_t^\infty dF_X(x)\,dF_Y(y)$$

$$= \bar{F}_X(t)\,\bar{F}_Y(t) + \int_s^t \bar{F}_V(t-x)\,\bar{F}_Y(x)\,dF_X(x)$$

Queda pues demostrada la expresión del enunciado del Teorema para $s < t$. Un cálculo análogo se realiza en el caso $s < t$. El caso $s = t$ es trivial, puesto que ($S > s, T > s$) = (Min (X¿ Y) > s).

A partir de las expresiones anteriores es fácil obtener las expresiones de las distribuciones marginales, puesto que $F_S(s) = F(s, 0)$.

Corolario 8:

I) $$\bar{F}_S(s) = \bar{F}_X(s)\,\bar{F}_Y(s) + \int_0^s \bar{F}_U(s-y)\,\bar{F}_X(y)\,dF_Y(y)$$

II) $$\bar{F}_T(t) + \bar{F}_X(t)\,\bar{F}_Y(t) + \int_0^t \bar{F}_V(t-x)\,\bar{F}_Y(x)\,dF_X(x)$$

A partir de las expresiones anteriores podemos obtener la expresión de la vida media de los componentes en el caso general.

Teorema 9: En el modelo general se verifica:

I) $E(S) = E(\min(X, Y)) + E(U) \cdot \Pr(X > Y)$

II) $E(T) = E(\min(X, Y)) + E(V) \cdot \Pr(Y > X)$

Demostración de I):

$$E(S) = \int_0^{\infty} \bar{F}_S(s)\, ds = \int_0^{\infty} \bar{F}_X(s)\, \bar{F}_Y(s)\, ds +$$

$$+ \int_0^{\infty} \int_0^{S} \bar{F}_U(s-y)\, \bar{F}_X(y)\, dF_Y(y)\, ds =$$

$$= \int_0^{\infty} \Pr(\min(X, Y) > s)\, ds + \int_0^{\infty} \bar{F}_X(y) \int_y^{\infty} \bar{F}_U(s-y)\, ds\, dF_Y(y)$$

$$= E(\min(X, Y)) + E(U) \int_0^{\infty} \bar{F}_X(y)\, dF_Y(y) =$$

$$= E(\min(X, Y)) + E(U) \cdot \Pr(X > Y) \qquad \text{(c. q. d.)}$$

Se puede demostrar que la expresión I) del Teorema 5 es un caso particular de esta que acabamos de obtener. En efecto, si $X \varepsilon \exp(\alpha)$, $Y \varepsilon \exp(\beta)$, se verifica

$$\text{I.I)} \quad E(\min(X, Y)) = \frac{1}{\alpha+\beta}$$

$$\text{I.II)} \quad \Pr(X > Y) = \frac{\beta}{\alpha+\beta}$$

Para demostrar I.I) basta considerar que:

$$P(\min(X, Y) \bar{<} z) = 1 - P(\min(X, Y) > z) = 1 - P(X > z)\, P(Y > z)$$

$$= 1 - e^{-az}\, e^{-bz} = 1 - e^{-(a+b)z}$$

Por consiguiente tenemos:

$$\min(X, Y) \ \varepsilon \exp(\alpha+\beta) \Longrightarrow E(\min(X, Y)) = \frac{1}{\alpha+\beta}$$

Para demostrar I.II) tengamos en cuenta que:

$$\Pr(X > Y) = \Pr((x, y) \quad Y < X) = \int_0^{\infty} \int_0^{X} f(x, y)\, dx\, dy$$

$$= \int_0^{\infty} \int_0^{X} f_X(x)\, f_Y(y)\, dx\, dy = \int_0^{\infty} f_X(x) \left(\int_0^{X} f_Y(y)\, dy \right) dx =$$

$$= \int_0^{\infty} (1 - e^{-\beta x})\, \alpha e^{-\alpha x}\, dx = \alpha \int_0^{\infty} e^{-\alpha x}\, dx - \alpha \int_0^{\infty} e^{-(\alpha+\beta) x}\, dx$$

$$= \alpha \left[\frac{e^{-\alpha x}}{-\alpha} \right]_0^{\infty} - \frac{\alpha}{-(\alpha+\beta)} \left[(e^{-(\alpha+\beta)x} \right]_0^{\infty} =$$

$$= 1 - \frac{\alpha}{\alpha+\beta} = \frac{\beta}{\alpha+\beta}$$

En consecuencia sustituyendo I.I) y I.II) en I) tenemos:

$$E(S) = E(\min(X, Y)) + E(U) \cdot \Pr(X > Y)$$

$$= \frac{1}{\alpha+\beta} + E(U) \frac{\beta}{\alpha+\beta} = \frac{1}{\alpha+\beta} (1 + \beta E(U)) \qquad (c.\ q.\ d.)$$

Apéndice:

A continuación exponemos una demostración alternativa del Teorema 7, que simplifica considerablemente los cálculos. Definamos:

$$I = (H = x \varepsilon R^{+} \quad \min(s, t) \leq x \leq \text{máx}(s, t)) ;$$
$$E = (H \text{ e } R^{+} S > \text{Máx}(s, t))$$

Solo detallaremos el caso s < t, ya que para los demás casos el razonamiento es análogo. Entonces H = S.

$$P(S > s; T > t) = P(S \varepsilon I ; T > t) + P(S \varepsilon E ; T > t) =$$

$$= \Sigma \quad P(S = x; T < t) + \bar{F}_X(\text{máx}(s, t)) - \bar{F}_Y(\text{máx}(s, t) \; x \varepsilon I$$

$$s < S = x < t \Longrightarrow \begin{cases} T = x + V \\ Y > S \end{cases}$$

con lo que tenemos:

$$P(S > s; T > t) = \int_s^t \bar{F}_Y(x) \bar{F}_V(t - x) \, dF_X(x) + \bar{F}_X(t) \bar{F}_Y(t); \; s < t$$

7.–BIBLIOGRAFIA

(1) ARNOLD, B.C., Parameter Estimation for the Multivariate Exponential (MVE) Distribution, Journal of the American Statistical Association, 63, 848 - 852, 1968.

(2) BARLOW, R.E., y HUNTER, L.C., Criteria for determining optimun redundancy, Trans. IRE Reliab. Quality Control 9, 73 -77. 1.960.

(3) BARLOW, R.E., HUNTER, L.C. y PROSCHAN, F. Optimun redundancy when components are subject to tow kinds of failure, J. indust. appl. Math, 11, p 213 - 219, 1963.

(4) BARLOW, R.E. y PROSCHAN, F., Satistical Theory of Reliability and Life Testing. Holt, Rinehart and Winston, Inc., 1975.

(5) BHATTACHARYVA, G.K. y JOHNSON, R.A., Maximun Likelihood Estimation and Hypothesis Testing in the Bivariate Exponential Model of Marshall and Olkin, Techical Report No. 276, Department of Statistics, University of Wisconsin, August 1971.

(6) BLOCK, H.W. y BASU, A.P., A Continucus Bivariate Exponential Extension, Journal of the American Statistical Association, 69, 1031 - 1037, 1974.

(7) BOLLINGER, R.C. y SALVIA, A.A., Consecutive k-out-of-n: F networks, IEEE Transactions on Reliability, Vol. R -31, pp. 53-56, 1982.

(8) CHIANG, D.T. y NIU S.C., Reliability of consecutive- k-out-of-n, F. system, IEEE Transactions on Reliability, Vol. R-30, pp. 87-89, 1981.

(9) CHU, B.B. y D.P. GAVER, Stochastic models for repairable redundant systems susceptible to common mode failures, International Conference on Nuclear Systems Reliability Engineering and Risk Assessment, Gatlinburg, Tennessee, 1977.

(10) CLULEY, J.C., Low level redundancy as a means of improving digital computer reliability, Electron. Reliab Microminiat. 1, 203-216, 1962.

(11) CREVELING, C.J., Increasing the reliability of electronic equipment by the use of redundant circuits, Proc. I.R.E. 44, 509-515, 1956.

(12) DERMAN, C., Lieberman, G.J., y Ross, S.M. On the consecutive K-out-of-n: F system, IEEE Transactions on Reliability, Vol. R-31, pp. 57-63, 1982.

(13) DHILON, B.S., Availability models for a system of N - redundant three-state equipment, Proc. Environ. Technol. Institute of Environmental Sciences, 1983.

(14) DOWNTON, F., A Bivariate Distribution of Reliability Theory, Journal of the Royal Satistical Society Series B, 32, 408-417, 1970.

(15) EVANS, R.A., Redundancy configurations and their effects on system reliability, Microelectron, Reliab. 10. 355-357, 1971.

(16) FREUND, J.E., A Bivariate Extension for the Exponential Distribution, Journal of the American Statistical Association, 56, 971-977, 1961.

(17) GRIFFITH, W.S. y GOVINDARAJULU, Z. Consecutive k-out-of-n Systems Technical Report, 306, University of Kentucky, 1984.

(18) GROSS, A.J. y CLARK V.A. and Liu, V. Estimation of Survival Parameters When One of Two Organs Must Function for Survival, Biometrics, 27, 369-377, 1971.

(19) GUMBEL, E.J., Bivariate Exponential Distributions, Journal of the American Statistical Association, 55, 698-707, 1960.

(20) HAWKES, A.G., A Bivariate Exponential Distribution With Applications to Reliability, Journal of the Royal Statistical Society Series B, 34, 129-131, 1972.

(21) HENIN, C. Double failure and other related problems ins standby redundancy, IEEE Trans. Reliab, 21, 35-40, 1972.

(22) HYUN, K.N. Reliability optimization by 0-1 programming for a system with several failure modes, IEEE Trans. Reliab, 24, 206-210, 1975.

(23) KAO, S.C. Computing Reliability from Warranty, Proceedings of the American Statistical Association, Section on Statistical Computing, p. 214-231, 1983.

(24) KHALIL, Z., A redundancy problem with renewal, IEEE Transactions on Reliability, 21, p. 199-212, 1973.

(25) KHALIL, Z., A comparison between the number of standby units and the number of repair units in a standby system with repair, INFOR. 19, 264-267, 1984.

(26) MARSHALL, A. y OLKIN, I., A Multivariate Exponential Distribution, Journal of the American Statistical Association, 62, 30-44, 1967.

(27) MINE, ASAKURA, The effect of an age replacement to a standby redundant system, J. Appl. Prob. vol. 6, Dec, pp- 516-523, 1969.

(28) MISRA, K.B., y RAO, T.S.M., Reliability analysis of redundant networks using flow graphs, IEEE Trans. Reliab. 19, 19-24, 1971.

(29) MOSKOWITZ, F. The analysis of redundancy net works AIEE Transactions, vol. 97, p. 627-632, 1978.

(30) NAKAGAWA, OSAKI, Optimun preventive maintenance policies for a 2-unit redundant system. IEEE Trans. Reliability, vol. R-23, pp. 86-91, Jun. 1974.

(31) OSAKI, ASAKURA, A two unit standby redundant system with repair and preventive maintenance, J. Appl. Prob., vol. 7, pp. 641-648, Dec. 1970.

(32) ROSS, S.M., Applied Probability Models with Optimization Applications, San Francisco, Holden-Day, 1970.

(33) ROSS, S.M. Introduction to Probability Models, Academic Press, 1980.

(34) SIM, S.H. y M. S. GROVER, Models for predicting the reliability performance of standby systems in generating stations, Paper presented at the International Reliability - Availability - Maintenability Conference, Montreal, 1983.

(35) SIM, S.H. y WANG, L. Reliability of Repariable redundant systems in nuclear generating stations, Proceedings of de Annual Reliability and maintenability Simposium, o. 449-461, 1984.

(36) SMITH, C.H. y SCHAEFER, M.K. Optimal Inventories for Repariable, Redundant Systems with Aging Components, Virginia, Common Wealth University, Tecnical Report, 82-12, 1983.

(37) SORENSEN, A.A., Digital-circuit reliability through redundancy, Electron. Reliab. Micro-miniat, 1, 203-216, 1962.

(38) SUBRAMANIAN, VENKATAKRISHNAN, Reliability of a 2-unit standby redundant system with repair, maintenance and standby failure, IEEE Trans- Reliability, vol. R-24, pp. 139-142, Jun., 1975.

(39) TRIVEDI, K.S. Probability and Statistics with Reliability, Queuing and Computer Science Applications, Prentice Hall, 1982.

(40) ZACKS, S., Parametrics Statistical Inference, Pergamon Press, 1981.

OPTIMIZACION DE UNA CARTERA DE DIVISAS

J. M. Farfán, J.J. García, F.M. Guerrero, C.M. Morejón y R. Villagra
Departamento de Economía aplicada
Departamento de Teoría Económica y Economía Política
Universidad de Sevilla

1.–INTRODUCCION

Nuestro objetivo al acometer el presente trabajo, reside en seleccionar de entre las existentes un conjunto de divisas que por sus características y proporción, sean susceptibles de conferirle a una cartera el carácter de óptima.

De modo general, se entiende por cartera un conjunto de activos financieros mantenidos por un inversor, pudiendo ser estos de diversa naturaleza y cuya tenencia puede obedecer a distintos objetivos.

En nuestro caso, los activos integrantes de la cartera se refiere a la tenencia diversificada de divisas, con el fin de obtener las máximas ganancias en una perspectiva de futuro.

Teniendo en cuenta que los componentes de la cartera que pretendemos constituir disponen de una cierta rentabilidad, en base al interés proveniente de los depósitos en divisas y de la plusvalía surgida de su cotización, no es menos cierto que dicho interés es susceptible de alteración al igual que es posible la fluctuación en el tipo de cambio, introduciéndose de esta manera uno de los rasgos más distintivos de las finanzas internacionales, como es el del riesgo cambiario, y con ello el riesgo que por consiguiente dicha divisa conlleva.

De ahí que la elección de una cartera óptima, implique optar por una determinada combinación de divisas que reporte bien la máxima rentabilidad para un riesgo determinado, o bien el mínimo riesgo ante una determinada rentabilidad.

Sin duda a la hora de proceder a la selección de las divisas integrantes de la cartera, hay que inclinarse por aquellas que son generalmente aceptadas, y que como tal son negociadas en el mercado de cambio extranjero, de modo que sean convertibles sin pérdida de valor, consiguiendo con ello una adecuada rentabilidad.

Es recomendable al propio tiempo que estas divisas ostenten un interés real medio positivo durante un conveniente período de tiempo, lo que les valdría la catalogación de monedas fuertes, siendo dicho tipo de interés real (i_r) el resultado de corregir la tasa de interés nominal (i_n) por la tasa de inflación monetaria (d), de tal manera que:

$$i_r = \frac{i_n - d}{1 + d}$$ (veanse cuadros 1 y 2)

El mercado aceptará una divisa a depósito con la consiguiente percepción de intereses, siempre y cuando las oscilaciones de su tasa de cambio no sean demasiado bruscas, es decir, se mantengan dentro de una banda de fluctuación considerada como aceptable, de tal modo que la distribución estadística de tipo Normal del tipo de cambio tenga una media relativamente estable con una desviación típica no muy elevada.

2.–DIVISAS: SU RENTABILIDAD

Hemos tenido ocasión de referirnos ya a la rentabilidad de las divisas, viniendo esta determinada por la combinación de dos componentes.

El primero de ellos lo constituye el rendimiento por interés que reporta la divisa según su cotización final, referida esta al momento del pago teórico, con respecto al valor de cotización inicial: $i (C_1 / C_0)$.

El segundo de los componentes lo origina la llamada plusvalía de cambio, expresada como la desviación porcentual de la tasa de cambio final (C_1) con respecto a la inicial (C_0) de tal manera que $(C_1 - C_0) / C_0$ sería su expresión.

Adicionado ambos componentes, se obtiene la rentabilidad total:

$$r = i \frac{C_1}{C_0} + \frac{C_1 - C_0}{C_0} = \frac{i C_1 + C_1 - C_0}{C_0} = \frac{C_1}{C_0} \quad (1 + i) - 1$$

A partir de los datos contenidos en los cuadros 2 y 3, obtenidos del Informe Económico del Banco de España de 1987, se puede calcular el rendimiento por interés para cada una de las divisas y para los diez años considerados en el período de análisis (cuadro 4), al tiempo que se determinan también las plusvalías de cambio, viniendo estas recogidas en el cuadro 5.

Nuevamente, y según explicamos con anterioridad, puede procederse a la adición de ambios conceptos para la obtención de la rentabilidad total, magnitud que queda reflejada en el cuadro 6, en el que cabe destacar al YEN como divisa que obtiene el máximo rendimiento en el año 1983.

3.–CARACTERISTICAS DE LAS DIVISAS

Como se puede observar en el cuadro 6, el rendimiento de cada divisa es variable en el tiempo. Esto es debido tanto a las fluctuaciones de los intereses reales como a la cotización de cada una de las monedas respecto a la peseta.

El comportamiento de estos rendimientos puede ser considerado como una variable aleatoria que oscile alrededor de un valor central con una dispersión determinada. Es más, la mayor parte de los autores, coinciden en aceptar, basándose en las distintas formas del Teorema Central del Límite (versión de Liaupunov), que al ser el rendimiento medio anual una suma de rendimientos diarios, y siendo estos considerados independientes, la distribución de los rendimientos anuales medios puede ser considerada Normal. Otros autores, apuntan la posibilidad de que sea más riguroso el aceptar una distribución de Pareto.

Por tanto, suponiendo el rendimiento medio anual calculado, como una variable aleatoria continua que siguiese una distribución Normal, esta quedaría perfectamente determinada conociendo su media y su varianza (o desviación típica). Esto es lo mismo que decir que conocemos su rendimiento esperado y su riesgo, ya que por riesgo un inversor entenderá la amplitud de las posibles fluctuaciones positivas o negativas del rendimiento en un período de tiempo determinado.

El riesgo de cada divisa, se reconocerá a través del conocimiento de la varianza o de la desviación típica del rendimiento de la misma.

Este riesgo, será el resultado tanto del riesgo del rendimiento por plusvalía, como del riesgo del rendimiento por intereses. Esto último, incluso ha sido reconocido por el Banco de España en la Circ. 12 / 86 de 17-6-86.

En la tabla 7 se recogen las estimaciones realizadas tanto de las medias de los rendimientos de cada divisa, como de las desviaciones típicas en porcentajes.

TABLA 7

DIVISA	$E(R_i)$	$s(R_i)$
LIRA	3, 62	8, 48
FRANCO F	5, 39	6, 34
MARCO	10, 93	7, 76
LIBRA	6, 98	6, 84
FRANCO S	12, 07	11, 84
YEN	17, 42	16, 44
DOLAR	10, 92	18, 95

Es destacable el hecho de que al aumentar la rentabilidad esperada ($E(R_i)$), se incrementa el riesgo asociado a la misma ($\sigma(R_i)$). Un inversor racional, intentará tanto maximizar la rentabilidad de su inversor, como minimizar el riesgo de la misma.

Sharpe (1), propone las siguientes fases en el estudio y selección de carteleras de títulos, que también es aplicable al estudio de carteleras de divisas:

1) Análisis de los Títulos, con determinación de sus rendimientos esperados y sus riesgos.

2) Análisis de las Carteleras, que consiste en determinar las funciones de los rendimientos esperados de las mismas ($E(R_p)$) y de los riesgos ($s(R_p)$).

3) Selección de carteleras en función de las preferencias del sujeto decisor.

TIPOS DE INTERES NOMINAL CONVERTIBLE TRIMESTRALMENTE (1)

DIVISAS	1978	1979	1980	1981	1982	1983	1984	1985	1986	1987
ITALIA	11.7%	12.1%	17.6%	20.1%	20.7%	18.7%	17.7%	15.5%	13.6%	11.7%
FRANCIA	8.1%	9.1%	12.1%	15.6%	15.2%	12.7%	11.9%	10.0%	7.8%	8.1%
R.F.A.	3.4%	5.9%	9.2%	11.5%	8.8%	5.4%	5.6%	5.2%	4.6%	3.7%
R. UNIDO	8.6%	13.2%	15.4%	13.2%	11.7%	9.7%	9.4%	11.8%	10.5%	9.4%
SUIZA	3.3%	3.1%	4.8%	7.0%	7.2%	5.6%	5.5%	5.5%	5.1%	5.0%
JAPON	4.4%	5.9%	11.0%	7.2%	7.0%	6.5%	6.1%	6.6%	4.8%	3.5%
U.S.A.	8.0%	11.4%	13.6%	16.7%	12.5%	9.2%	10.3%	8.2%	6.9%	6.8%
MEDIA	6.6%	9.2%	11.6%	14.1%	11.0%	8.1%	8.5%	7.4%	6.2%	6.0%

TIPOS DE INTERES REALES (CORREGIDOS DE INFLACION) (2)

DIVISAS	1978	1979	1980	1981	1982	1983	1984	1985	1986	1987
ITALIA	-2.0%	-3.3%	-2.7%	2.1%	2.7%	3.0%	6.3%	6.1%	5.2%	5.8%
FRANCIA	-1.7%	-1.1%	0.4%	3.3%	2.4%	2.9%	4.5%	4.1%	2.9%	5.2%
R.F.A.	-0.8%	1.8%	4.6%	7.2%	3.8%	2.1%	3.7%	3.0%	1.5%	1.5%
R. UNIDO	-2.2%	-1.6%	-3.2%	1.1%	4.2%	4.4%	5.0%	5.4%	6.8%	4.7%
SUIZA	-0.3%	1.1%	2.1%	0.1%	-0.2%	2.3%	2.6%	2.8%	1.3%	2.2%
JAPON	-0.2%	3.4%	7.8%	4.2%	5.1%	5.9%	5.2%	5.1%	2.9%	3.5%
U.S.A.	0.4%	2.4%	3.9%	6.7%	5.6%	5.1%	6.0%	4.8%	4.1%	3.6%
MEDIA	0.1%	2.2%	3.7%	5.6%	4.5%	4.2%	4.8%	4.2%	3.3%	3.2%

CAMBIOS MEDIOS ANUALES OFICIALES EN PESETAS POR UNIDAD (3)

DIVISAS	1978	1979	1980	1981	1982	1983	1984	1985	1986	1987
ITALIA	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1
FRANCIA	17.0	15.8	17.0	17.0	16.2	18.8	18.4	19.0	20.2	20.5
R.F.A.	38.2	36.7	39.5	40.9	45.3	56.1	56.5	58.0	64.6	68.7
R. UNIDO	146.9	142.3	166.9	186.1	191.6	217.3	214.2	219.4	205.3	201.9
SUIZA	43.0	40.4	42.8	47.1	54.1	68.3	69.5	69.6	78.1	82.8
JAPON	0.4	0.3	0.3	0.4	0.4	0.6	0.7	0.7	0.8	0.9
U.S.A.	76.7	67.1	71.7	92.3	109.9	143.4	160.8	170.1	140.1	123.5
MEDIA	63.5	56.6	60.6	75.2	88.4	114.3	125.8	132.3	114.6	104.9

RENDIMIENTOS POR INTERESES ABONADOS AL PAGO TEORICO (4)

DIVISAS	1978	1979	1980	1981	1982	1983	1984	1985	1986	1987
ITALIA	-2.1%	-3.0%	-2.8%	2.0%	2.7%	3.4%	6.1%	6.0%	5.5%	5.9%
FRANCIA	-1.8%	-1.0%	0.5%	3.3%	2.3%	3.3%	4.4%	4.2%	3.1%	5.3%
R.F.A.	-0.9%	1.7%	5.0%	7.4%	4.2%	2.6%	3.7%	3.0%	1.6%	1.6%
R. UNIDO	-2.4%	-1.5%	-3.8%	1.2%	4.3%	5.0%	4.9%	5.6%	6.4%	4.6%
SUIZA	-0.4%	1.0%	2.2%	0.1%	-0.3%	2.9%	2.6%	2.8%	1.4%	2.3%
JAPON	-0.2%	2.8%	8.1%	5.6%	5.3%	8.1%	5.8%	5.4%	3.3%	3.6%
U.S.A.	0.4%	2.1%	4.1%	8.6%	6.7%	6.7%	6.7%	5.1%	3.4%	3.2%
MEDIA	0.2%	1.9%	3.9%	6.9%	5.3%	5.5%	5.3%	4.5%	2.8%	2.9%

PLUSVALIA DE CAMBIO POR PERIODO Y DIVISA. (5)

DIVISAS	1978	1979	1980	1981	1982	1983	1984	1985	1986	1987
ITALIA	4.9%	-10.5%	3.7%	-3.0%	-0.1%	16.3%	-3.0%	-2.6%	5.5%	1.2%
FRANCIA	9.8%	-7.1%	7.5%	0.2%	-1.6%	12.5%	-2.2%	3.2%	6.5%	1.5%
R.F.A.	16.2%	-3.9%	7.7%	3.5%	10.8%	24.0%	0.7%	2.6%	11.4%	6.3%
R. UNIDO	10.6%	-3.2%	17.3%	11.5%	3.0%	13.4%	-1.4%	2.4%	-6.4%	-1.7%
SUIZA	34.8%	-6.0%	6.0%	10.0%	14.9%	26.1%	0.3%	1.6%	12.2%	6.1%
JAPON	28.4%	-15.9%	3.5%	31.4%	5.5%	36.8%	12.0%	5.8%	16.5%	2.4%
U.S.A.	0.9%	-12.5%	6.8%	28.8%	19.0%	30.6%	12.1%	5.8%	-17.7%	-11.8%
MEDIA	5.0%	-10.9%	7.1%	24.1%	17.6%	29.3%	10.0%	5.2%	-13.4%	-8.4%

RENTABILIDAD TOTAL DEL DEPOSITO (INTERES + PLUSVALIA) (6)

DIVISAS	1978	1979	1980	1981	1982	1983	1984	1985	1986	1987
ITALIA	2.8%	-13.5%	0.9%	-0.9%	2.6%	19.7%	3.1%	3.4%	11.0%	7.1%
FRANCIA	7.9%	-8.1%	7.9%	3.5%	0.8%	15.8%	2.2%	7.4%	9.6%	6.9%
R.F.A.	15.4%	-2.2%	12.6%	10.9%	15.0%	26.6%	4.4%	5.6%	13.1%	7.9%
R. UNIDO	8.2%	-4.7%	13.5%	12.7%	7.3%	18.4%	3.5%	8.0%	0.0%	2.9%
SUIZA	34.4%	-5.0%	8.2%	10.1%	14.7%	29.0%	2.9%	4.4%	13.7%	8.4%
JAPON	28.2%	-13.1%	11.6%	37.0%	10.8%	44.9%	17.8%	11.1%	19.9%	6.0%
U.S.A.	1.4%	-10.3%	10.9%	37.4%	25.7%	37.2%	18.8%	10.9%	14.2%	-8.6%
MEDIA	5.1%	-9.0%	11.0%	31.0%	22.8%	34.8%	15.3%	9.7%	-10.6%	-5.6%

4.–ANALISIS DE CARTERAS DE DIVISAS

Una vez analizadas las características de cada divisa, entraremos de lleno en el análisis de las Carteras de Divisas.

Si denominamos por $X_1, X_2, ..., X_n$ a la participación en el presupuesto del sujeto decisor de cada divisa, y conociendo todos las $E(R_i)$ y las $\sigma(R_i)$, rendimientos esperados y riesgos de cada divisa respectivamente, suponiendo que el presupuesto destinado a la inversión en divisas por el sujeto decisor se agote totalmente, es decir que $\Sigma x_i = 1$, las características definitorias de cada cartera vendrán dadas por las siguientes expresiones:

$$E(R_p) = \sum_{i=1}^{n} x_i \; E(R_i) \qquad \text{RENDIMIENTO MEDIO}$$

$$\sigma(R_p) = \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} x_i x_j \, COV(R_i, R_j) = \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} x_i x_j \sigma_i \sigma_j \rho_{ij} \qquad \text{RIESGO}$$

donde ρ_{ij} es el coeficiente de correlación entre la divisa i y la j, $COV(R_i, R_j)$ es la covarianza entre las divisas i y la j y σ_i es la desviación típica de la divisa i - ésima.

Lógicamente, si hemos supuesto normales las distribuciones de los rendimientos de las divisas, también lo será la de la cartera.

En nuestro caso, hemos simulado 20 carteras diferentes con las composiciones que se especifican en la tabla 8. Si representásemos gráficamente las rentabilidades de las mismas frente a los riesgos, obtendríamos una serie de puntos.

Siguiendo a Durban (2), para un inversor racional, la inversión más ventajosa será R_i si se cumple lo siguiente:

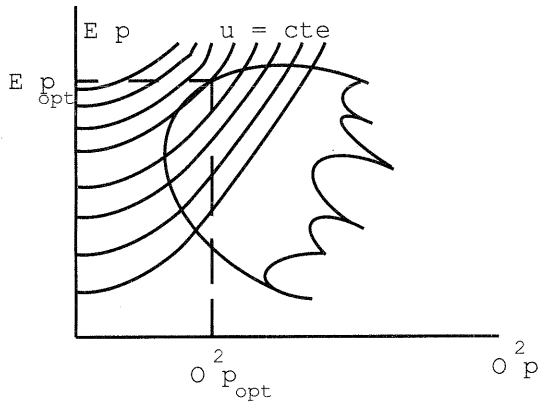
$$E(R_i) \geq E(R_i) \text{ y que } \sigma_i < \sigma_j.$$

O bien que:

$$E(R_i) > E(R_j) \text{ y que } \sigma_i \leq \sigma_j.$$

En este caso, a la inversión R_i se le denomina eficiente respecto a la R_j.

Si en la simulación realizada unimos todos los puntos representativos de las carteras eficientes, obtendremos la curva de fronteras eficientes. La cartera óptima debe encontrarse en dicha curva. En la gráfica siguiente puede observarse lo mencionado:



La carrera eficiente óptim

Se pueden obtener por tanto muchas combinaciones eficientes de divisas, que nos faciliten carteras eficientes de divisas.

Como ya se ha mencionado, esta frontera eficiente estaría compuesta por infinitas carteras. La elección de la cartera óptima para cada sujeto decisor, dependerá por tanto de la adversión o propensión al riesgo del mismo, manifestada por las curvas de indiferencia de utilidad rendimiento - riesgo del sujeto decisor.

El punto de tangencia de la curva de indiferencia del sujeto decisor con la frontera de carteras eficientes, nos facilitará la cartera óptima.

Por tanto, los métodos de programación matemática existentes para determinar la cartera óptima, se basan en la determinación previa de la expresión matemática representativa de la familia de curvas de indiferencia de utilidad del sujeto decisor.

De esta forma, MARKOWITZ (3), en 1952, señaló como una posible función representativa de la familia de curvas de indiferencia la siguiente:

$$k = Ln\,(1 + E_p) - \frac{1}{2}\left[\frac{\sigma^2_p}{(1 + E_p)^2}\right]$$

Partiendo de esta curva, propone los siguientes programas matemáticos cuadráticos:

$$MAX\,(\phi) = E\,(R_p)$$

sujeto a:

$$\sigma^2\,(R_p) = cte.$$
$$\Sigma x_i = 1$$
$$x_i \geq 0 \quad \forall \quad i$$

$$MAX\,(\phi) = \sigma^2\,(R_p)$$

sujeto a:

$$E\,(R_p) = cte.$$
$$\Sigma x_i = 1$$
$$x_i \geq 0 \quad \forall \quad i$$

El mayor incoveniente de este modelo, aparte de lo complejo de su resolución, estriba en tener que estimar 1/2 ($n^2 + 3n$), lo que en nuestro caso, con tan solo 7 divisas, supondrá la estimación de 35 parámetros distintos.

Posteriormente, FARRAR (4), basándose en que la función de utilidad de los inversores es cóncava hacia el eje de abcisas, creciente y diferenciable dos veces, propone la siguiente función:

$$E\,(U) = E_p - \alpha\,\sigma_p)$$

donde α es la derivada segunda de la función de utilidad, con signo negativo y dividida por dos. El objetivo del inversor será maximizar esta función, y haciendo $\beta = 1 / \alpha$, llegamos a la siguiente función objetivo, con las mismas restricciones de Markowitz:

$$MAX\ (\phi) = \beta \sum_i E(R_i)\ x_i - \sum_i \sum_j x_i\ x_j\ COV\ (R_i, R_j)$$

ROY (5), en 1952, partiendo de que todo inversor lo que intenta no es tanto maximizar la rentabilidad sino minimizar la probabilidad de que esta sea menor que una rentabilidad crítica.

Suponiendo que $R_p \overset{\sim}{-} N(\mu, \sigma)$, entonces llega a la siguiente función objetivo:

$$MIN\ (\phi) = \frac{s}{\mu - \delta}$$

siendo d, el valor crítico de rentabilidad, por debajo del cual al inversor no le interesaría la cartera. Las restricciones de agotar todo el presupuesto y de no negatividad siguen siendo las mismas.

Por último SHARPE (6), realiza una simplificación del modelo de Markowitz, basándose en relacionar según un modelo econométrico, la rentabilidad de los títulos con la del mercado. Posteriormente hablaremos de forma más detallada de este trabajo, pero si decir que aporta la reducción de un número de estimaciones del modelo de Markowitz a (3 n + 2), en nuestro caso 23 estimaciones, en vez de las 35 anteriores.

5.–OPTIMIZACION

Cualquiera de los modelos propuestos por Markowitz (maximización de la rentabilidad o minimización del riesgo) pueden resolverse aplicando los métodos de la programación no lineal. Bastaría para tal fin encontrar un punto que verificase las condiciones de Kunh - Tucker, ya que al ser ambos problemas convexos, dicho punto sería el óptimo.

Sin embargo la implementación de tales técnicas conlleva cierta dificultad y será objeto de nuestro estudio en un trabajo posterior.

Hemos querido aplicar en un primer paso los métodos de la programación lineal. Para ello tratamos un problema equivalente a los anteriores y conocido por muchos autores como modelo básico de Sharpe, es el siguiente:

$$\text{Max } \theta\ x^t\ E(R) - 1/2\ x^t\ (2\ Cov\ (R))\ x$$

$$\text{s.a.} \quad x_1 + ... + x_7 = 1$$

$$x_i > 0 \qquad \forall\ i = 1, ..., 7$$

Siendo θ un parámetro que puede tomar valores entre 0 e infinito; x el vector de porcentajes de inversión en cada divisa; E (R) vector de esperanzas de la cartera; Cov (R) matriz de covarianzas de la cartera.

La restricción $x_1 + ... + x_7 = 1$ la sustituimos por las dos siguientes desigualdades

$$x_1 + ... + x_7 \leq 1$$

$$-x_1 + ... - x_7 \leq -1$$

con lo cual la matriz tecnológica es $A = \begin{bmatrix} 1\ 1\ .....\ 1 \\ -1 -1\ .....\ -1 \end{bmatrix}$

Aunque este modelo es de programación cuadrática, aplicándole el algoritmo de Hölder pasamos al siguiente modelo lineal

$$\text{Min } z_1 + ... + z_7$$

$$\text{s.a. } 2\,\text{Cov}(R)\,x + A^t\lambda - \beta + \theta D = \theta E(R)$$

$$A\,x + \sigma = b$$

$$\lambda^t \sigma = 0$$

$$\beta^t x = 0$$

$$\lambda_j, \sigma_j, \beta_i, x_i, \geq 0 \qquad \forall \quad j = 1, 2; \qquad \forall \quad i = 1, ..., 7$$

Siendo D la matriz diagonal cuyos elementos diagonales son la esperanza matemática de cada divisa.

b es el vector $(1, -1)^t$ de términos independientes de las restricciones.

Introduciendo el modelo lineal así obtenido en el paquete de programación lineal «Lindo» encontramos distintas carteras óptimas según los valores de θ.

Los resultados son los siguientes:

* Para $\theta = 1$ la inversión óptima se realiza totalmente en yens.
* Para $\theta = 0.5$ la cartera óptima solo dólares.
* Para $\theta = 0.1$ la cartera óptima contiene un 33.18% de marcos, un 56.70% de libras y un 10.12% de francos suizos.
* Para $\theta = 0.01$ se obtiene la cartera óptima con un 67.61% de la inversión en francos franceses y un 32.39% en yens.

Y así, según los valores del parámetro θ, se irá obteniendo de forma sucesiva la composición de las diferentes carteras óptimas.

6.–MODELO BASADO EN EL MERCADO

En el apartado 4, ya hemos mencionado el modelo de Sharpe. Ahora analizaremos las divisas y las carteras desde el enfoque de este autor.

El análisis anterior, basaba el estudio de las carteras de divisas en el conocimiento del rendimiento-riesgo de cada divisa y de las preferencias del inversor manifestadas en las curvas de indiferencia de utilidad. Las divisas son negociadas en el mercado, determinando por tanto una oferta y una demanda conjunta, que influirá decisivamente en las fluctuaciones de las medias de los rendimientos de las mismas.

En el análisis de carteras de valores, desde el punto de vista del mercado, se relaciona el rendimiento de cada uno con el de un activo sin riesgo, como puede ser los Pagarés del Tesoro, dada su solvencia y liquidez.

En el análisis de divisas, tomaremos como activo sin riesgo, los Derechos especiales de Giro (DEG) que emite el Fondo Monetario Internacional (F.M.I.). Este, está formado por una bolsa de divisas, en función de las que mayor circulación tenga en las transacciones internacionales. Se realiza para tener un medio de pago generalmente aceptado, que posea una alta estabilidad en las cotizaciones.

Para el cálculo de la evolución del rendimiento del D.E.G., hemos tenido en cuenta la serie de las cotizaciones respecto a la peseta (Informe del Banco de España de 1987) y la de los intereses de sus depósitos a corto plazo (Estadísticas Financieras del F.M.I. de varios años). Con estos datos hemos construido el siguiente cuadro:

TABLA 8

DIVISAS	1978	1979	1980	1981	1982	1983	1984	1985	1986	1987
Efectiv. Anua	3.5%	3.8%	6.8%	9.1%	12.7%	11.7%	8.6%	8.9%	6.4%	5.9%
Equiv. Trimes	0.9%	0.9%	1.6%	2.2%	3.0%	2.8%	2.1%	2.2%	1.6%	1.4%
Nominal Trim.	3.5%	3.7%	6.6%	8.8%	12.1%	11.2%	8.3%	8.6%	6.2%	5.7%
Deflac. PIB	6.4%	6.9%	7.6%	8.1%	6.3%	3.7%	3.5%	3.0%	2.9%	2.8%
Correg. Inflac.	-2.8%	-3.0%	-0.9%	0.6%	5.5%	7.3%	4.7%	5.5%	3.3%	2.9%
Cotización	95.8	86.5	93.3	108.7	121.1	153.2	164.7	172.5	164.2	159.5
Rentab. Intere.	-3.0%	-2.7%	-1.0%	0.7%	6.1%	9.2%	5.0%	5.7%	3.1%	2.8%
Rentab. Cotiz.	7.9%	-9.7%	7.9%	16.4%	11.5%	26.4%	7.5%	4.7%	4.8%	-2.8%
Rentab. Total	4.9%	-12.4%	6.9%	17.1%	17.6%	35.6%	12.5%	10.5%	-1.7%	-0.1%

El rendimiento medio del D. E. G., que denominaremos por E (R_M) es del 9, 15%, y su riesgo medido por su desviación típica de σ (R_M) = 13,44%.

Este riesgo tiene dos componentes claros que son el debido a la cotización y el debido al interés. Tomaremos como rentabilidad sin riesgo (R_f) precisamente este tipo de interés de D. E. G. (2,8%).

Sharpe, propone el siguiente modelo econométrico para determinar las rentabilidades de los valores (en nuestro caso divisas):

$$R_{it} = \alpha_i + \beta_i R_{Mt} + \varepsilon_{it}$$

donde R_{it} es la rentabilidad de la divisa, expresada en tantos por uno, R_{Mt} será en nuestro caso la rentabilidad del D.E.G., α_i es un parámetro que mide la parte de rentabilidad de la divisa i que no depende del mercado, β_i es un parámetro propio de cada divisa que expresa la relación que existe entre las fluctuaciones de la divisa i - ésima y del mercado (Coeficiente de Volatilidad) y por último la ε_{it} es una perturbación aleatoria que se supone de ruido blanco.

Aplicando el modelo al caso que nos ocupa, obtenemos los siguientes resultados:

TABLA 9

DIVISA	α_i	β_i
LIRA	-0,00161	0,4137
FRANCO F	0,02793	0,2833
MARCO	0,06894	0,4410
LIBRA	0,02914	0,4447
FRANCO S	0,07929	0,4525
YEN	0,08584	0,9658
DOLAR	-0,00649	1,2639

Todos los ajustes han sido contrastados con la Tabla ANOVA, obteniendo ratios F aceptables para 1 - α = 95%, excepto para el Franco Suizo, que lo es al 90%. Asimismo, los coeficientes de determinación oscilan entre el 51% de este último y el 89,7% del dólar.

Los Coeficientes de Volatilidad (β i), obtenidos como cocientes de la covarianza entre las rentabilidades de las divisas y el mercado y la varianza del mercado, nos sirve para caracterizar las mismas:

Simple Regression of R_i on B_i

Parameter	Estimate	Standard Error	T Value	Prob. Level
Intercept	0.0178446	0.0400743	0.445289	0.674720
Slope	0.101484	0.0537728	1.88728	0.117771

Analysis of Variance

Gource	Sum of Squares	Df	Mean Square	F-Ratio
Model	.0091970	1	.0091970	3.5610106
Error	.0129106	5	.0025021	
Total (Corr.)	.0221076	6		

Correlation Coefficient = 0.64499
Stnd. Error of Est. = 0.0508145

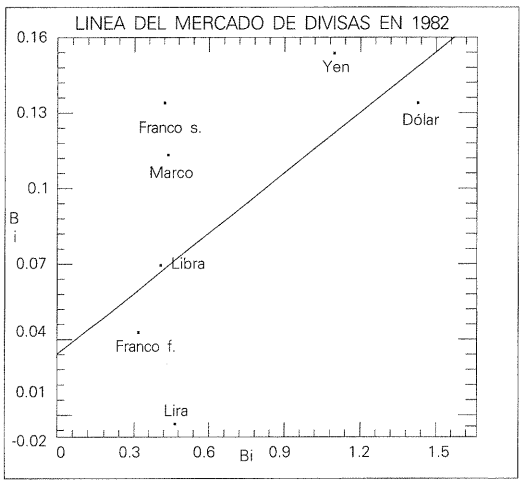
Simple Regression of R_i on B_i

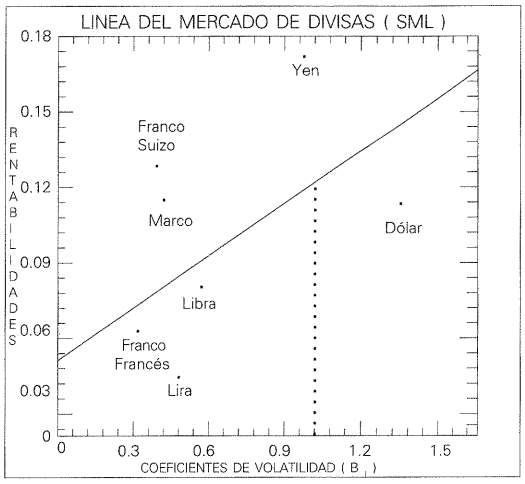
Parameter	Estimate	Standard Error	T Value	Prob. Level
Intercept	0.049236	0.032386	1.5203	0.18892
Slope	0.077064	0.046612	1.6533	0.15917

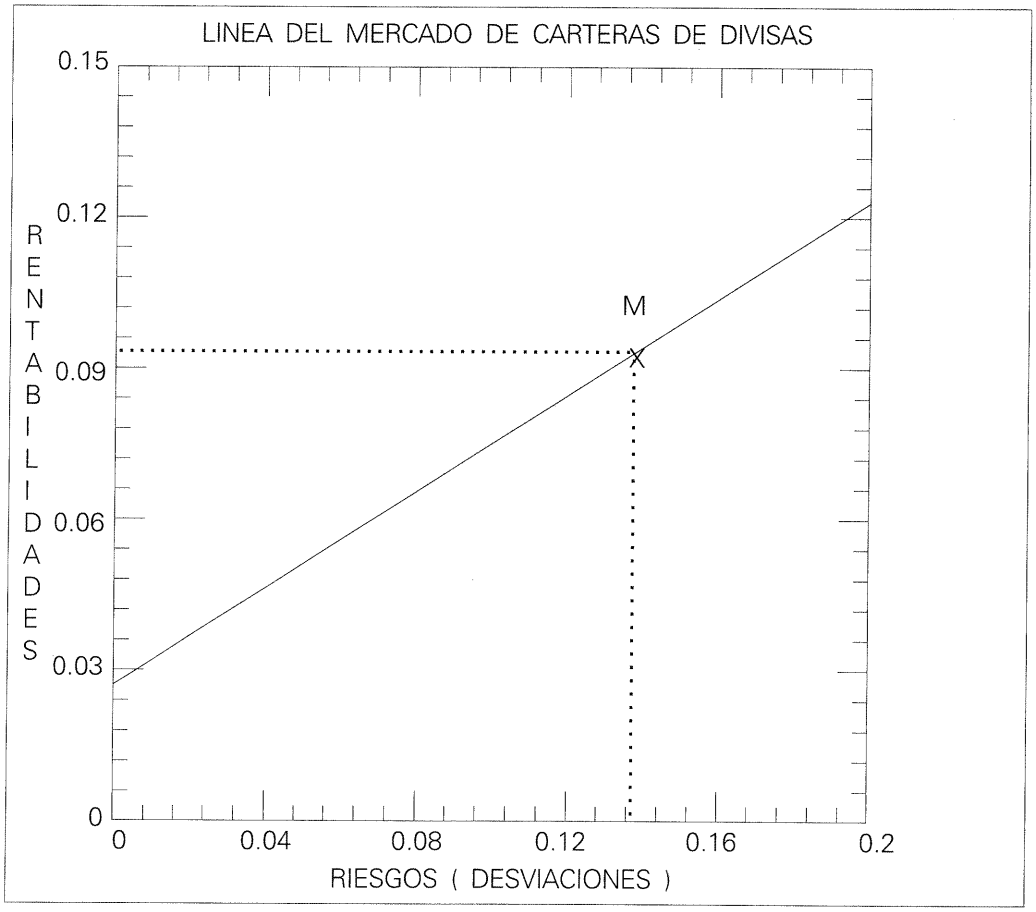
Analysis of Variance

Gource	Sum of Squares	Df	Mean Square	F-Ratio
Model	.0046338	1	.0046330	2.7334422
Error	.0084762	5	.0016952	
Total (Corr.)	.0131100	6		

Correlation Coefficient = 0.59452
Stnd. Error of Est. = 0.041173







Aplicándolo a nuestro caso, obtenemos:

TABLA 10

DIVISA	$\beta_i \ \sigma(R_m)$	$\sigma(\varepsilon_i)$
LIRA	0,0550	0,0291
FRANCO F	0,0380	0,0252
MARCO	0,0592	0,0184
LIBRA	0,0597	0,0085
FRANCO S	0,0608	0,0576
YEN	0,1298	0,0346
DOLAR	0,1699	0,0196

Es de destacar, el hecho de que divisas tales como el DOLAR o el YEN, que tenían un alto riesgo, se caracterizan porque la mayor parte de este es sistemático, y no interno. Es debido en su mayor parte a los movimientos especulativos del mercado. Por otro lado, divisas como la LIRA, el FRANCO FRANCES o el FRANCO SUIZO, reparten su riesgo tanto en interno como externo.

7.–EL «CAPITAL ASSET PRINCING MODEL» (C.A.P.M.)

Derivado del análisis de Sharpe, durante los últimos 20 años ha venido desarrollándose en Norteamérica todo un aparato teórico que permite descubrir el proceso según el cual se llega en el

mercado de títulos a un equilibrio. A esta teoría se la denomina Modelo C.A.P.M.. Basándose en la existencia de este equilibrio pueden extraerse importantes consecuencias para el inversor.

a) *La Línea del Mercado de Carteras de Divisas:*

Por asimilación a lo que en Teoría de valores se denominan «Capital Market Line» (CML), podemos definir la Línea del Mercado de Carteras de Divisas (LMC).

Bajo las hipótesis de que todos los inversores pueden pedir prestado o prestar al mismo tipo de interés sin riesgo (R_f) y que las expectativas a cerca de la evolución futura del mercado es igual para todos los posibles inversores, todos decidirán de forma racional formando carteras eficientes. En el equilibrio, la cuantía de dinero prestado o tomado a préstamo tienden a igualarse por el juego de la oferta y la demanda. Por tanto, al tener todos los inversores el mismo comportamiento, en el equilibrio todos tendrán la misma curva de indiferencia de utilidad, por lo que se tenderá hacia una cartera óptima que denominaremos Cartera del Mercado (M), que tendrá rentabilidad R_M y riesgo σ_m .

La LMC, lógicamente cortará al eje de los rendimientos cuando el riesgo es 0, o lo que es lo mismo, cuando $E(R_p) = R_F$.

Por otro lado, será tangente a la curva frontera de carteras eficientes en el punto representativo de la cartera del mercado (R_M , σ_M). Por tanto la ecuación de la LMC será:

$$E(R_p) = R_f + \frac{E(R_M) - R_F}{\sigma(R_M)} \sigma(R_p)$$

En nuestro caso, ecuación es:

$$E(R_p) = 0{,}028 + \frac{0{,}0915 - 0{,}028}{0{,}134418} \sigma(R_p)$$

con lo cual conociendo la preferencia del inversor en cuanto a riesgo, podramos obtener la rentabilidad que tendría.

Las carteras situadas en la LMC son carteras eficientes bien diversificadas (disminución del riesgo de la cartera por incluir títulos negativamente correlacionados), y cuyos títulos específicos son nulos.

Por tanto la relación expresada por la LMC, es una relación entre rendimientos de carteras y sus riesgos sistemáticos, lo que nos lleva a anunciar que el mercado solo remunera los riesgos sistemáticos, y no los específicos.

El problema práctico principal de la aplicación de esta teoría es que para que sea aplicable, el inversor debería adquirir una cartera igual a la del mercado (M), que contiene solo divisas con riesgo, y es difícil imaginar a un inversor arriesgandose en tal alto nivel.

b) *La Línea del Mercado de Divisas (LMD):*

Esta línea lo que analiza es la relación de cada divisa con el mercado. Su deducción se realiza a través del modelo econométrico que relaciona el rendimiento de cada divisa con su Coeficiente de Volatilidad. Es decir:

$$E(R_i) = R_F + \left[E(R_m) - R_F \right] \beta_i$$

que es equivalente al modelo:

$$E(R_i) = a + b\,\beta_i + \varepsilon_i$$

La expresión mencionada en primer lugar, donde los parámetros se hacen iguales a:

$$a = R_f \text{ y } b = E(R_m) - R_f$$

es la que se daría en el equilibrio del mercado.

Una vez estimada la LMD en un momento de tiempo determinado, las divisas que se encuentren situados por encima de ella, serían divisas sobrevaloradas por mecanismos especulativos. Las que se encuentren por debajo, serían divisas infravaloradas, ya que la situación de equilibrio para un riesgo y rentabilidad determinados sería la propia línea LMD.

Hemos obtenido en nuestro caso la LMD, que tendría la siguiente ecuación en 1987:

$$E(R_i) = 0{,}0492326 + 0{,}077064\ \beta_i$$

Tanto el Franco Suizo como el YEN como el Marco, son divisas que se encuentran actualmente por encima de sus posibilidades de rentabilidad, mientras que el resto de las analizadas están algo infravaloradas.

En las gráficas que siguen se ha representado la posición que cada una de las divisas tenía en distintos momentos del tiempo, y que ha variado ostensiblemente en los últimos años, sobre todo en el caso de la Libra.

En el eje de abcisas hemos representado los coeficientes de volatilidad, observándose que las divisas con $\beta_i > 1$ son agresivas, siendo el resto defensivas.

Las fuerzas de la oferta y la demanda, ajustarían las divisas a la LMD, si el mercado fuese perfecto.

8.–BIBLIOGRAFIA

(1) SHARPE, W. "Teoría de Cartera y del Mercado de Capitales" Ed. Deuusto. Bilbao 1976.

(2) DURBAN, S. "La Empresa ante el Riesgo". Ed. Ibérico Europea. Madrid 1983.

(3) MARKOWITZ, H. "Portfolio Selection". Journal Finan. New York. 1952.

(4) FARRAR, D. "The Investment Decision Under Uncertainty" Prentice-Hall. 1962. Citado en MAO, J.C. "Análisis Financiero". El Ateneo. Buenos Aires. 1975.

(5) ROY, A. " Safety Firts and the Holding of Assets", Econométrica. 1952. Citado en MAO, J.C.

(6) Ibídem.

SENSIBILIDAD EN EL PROBLEMA DE WEBER CON RESTRICCIONES

José Muñoz Pérez
Departamento de Estadística e Investigación Operativa
Francisco Velasco Morente
Departamento de Economía Aplicada
Universidad de Sevilla

Planteamos el problema de Weber con restricciones aproximando el conjunto de restricciones por polígonos convexos y consideramos que los puntos de demanda se pueden mover dentro de regiones circulares. Obtenemos el conjunto solución de forma analítica.

1.–INTRODUCCION

En múltiples ocasiones, necesitamos encontrar un punto que diste lo menos posible de un conjunto finito de puntos de demanda. Tal puede ser la ubicación de un hipermercado, un almacén, un parque de bomberos y en general puntos de servicio público con una gran demanda. Esto lo resuelve el algoritmo de Weiszfeld dado en 1.973 (1). Un programa de este algoritmo se puede encontrar en (5), (6). No obstante, no siempre podemos situar nuestro centro en el punto obtenido, ya que probablemente ese lugar no esté libre. Tenemos por tanto que elegir nuestro punto solución dentro de un conjunto de regiones posibles en los que si podamos situarlos. Luego nuestro problema de Weber lo planteamos sujeto a un conjunto de restricciones.

Hansen - Peeters and Thisse (2), resuelven este problema donde las regiones posibles son polígonos convexos.

También podemos suponer que los puntos de demanda se pueden mover dentro de unos pequeños círculos, con lo que obtenemos un conjunto solución D. Drezner (3), (4) obtiene D siguiendo una dirección a partir del punto solución P * obtenido por el algoritmo de Weiszfeld y encontrando la longitud máxima siguiendo esa dirección. Para ello plantea en (3) un sistema de ecuaciones diferenciales, y en (4) obtiene una aproximación AD, con cálculos más sencillos ya que demuestra que AD es un simplex, calculando AD (ϕ) para cada dirección (ϕ) con un algoritmo de orden o (n), como asímismo la distancia máxima R_A de P * a D.

Nosotros planteamos el problema de Weber con restricciones, pero no respecto a un polígono convexo sino a un conjunto convexo con frontera continua y diferenciable.

A continuación discutimos el análisis de la sensibilidad para el problema de Weber con restricciones, para polígonos convexos, obteniendo un conjunto solución que representamos por D_L.

2.–PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

Sea la función

$$f(x, y) = \Sigma W_i \quad ((x - x_i)^2 + (y - y_i)^2)^{1/2}$$

El problema de Weber consiste en Min f (x, y) en el que los puntos $P_i (x_i , y_i)$ son los puntos de demanda y P es el punto que hemos de encontrar de forma que minimice la función f (x, y).

Sin embargo el problema de Weber con restricciones es:

$$\text{Min } f(x, y)$$

sujeto a un conjunto de restricciones que en nuestro caso, supondremos que vienen dado por un conjunto convexo, que llamaremos K y donde supondremos que F r (K) es contínua.

Definición: Un punto $x_1 \in S$ se dice visible desde un punto $x_2 \notin S$ si el segmento de linea recta que conecta los dos puntos no contiene puntos de S a excepción de x_1. Un punto $x_1 \in S$ se dice visible desde el conjunto C donde $S \cap C = \emptyset$ si x_1 es visible desde el algún punto de C.

Sea $V(x^*) = (x \in K \mid x$ es visible desde $P^*)$

donde P^* es el punto solución para el problema de Weber sin restricciones.

Teorema 2.1.: Sea s^* una solución para el problema de Weber sin restricciones. Entonces s^* es una solución para el problema de Weber con restricciones o $s^* \in V(x^*)$. (7)

Como $V(x^*)$ es un subconjunto propio de la frontera de $V(x^*)$, existe una biyección continua

$$t = (0, 1) \longrightarrow V(x^*)$$

$$\Theta \longrightarrow t(\Theta)$$

Debido a Hansen (2) tenemos el siguiente teorema:

Teorema 2.2.: La función $f(t(\Theta))$ es cuasiconvexa.

Por lo tanto todo mínimo local es global. Luego lo único que hemos de hacer es encontrar el mínimo al problema de Weber sin restricciones y comprobar si pertenece al conjunto de restricciones, si está, este es el punto solución, y si no pertenece al conjunto K pertenece al conjunto de los puntos visibles desde el punto P*.

Nosotros plantearemos nuestro problema de Weber con restricciones, respecto a un conjunto que es convexo y en el que lo aproximamos el conjunto $V(x^*)$ por una quebrada de Euler, siendo los vértices los puntos $t(\Theta_1), t(\Theta_2),.....t(\Theta_n)$; donde $0 = \Theta_1 < \Theta_2 < ... < \Theta_n = 1$. Al conjunto de segmentos que forman esta quebrada de Euler lo llamamos $VE(x^*)$.

Planteamos entonces los dos problemas siguientes

PWRV Min $f(x, y)$ Con $(x, y) \in V(x^*)$

PWRVE Min $f(x, y)$ Con $(x, y) \in VE(x^*)$

Sea $V(x^*)$ el trozo de curva dado por los vértices $t(\Theta_k), t(\Theta_{k+1})$.

Sea $L_k = (\lambda t(\Theta_k) + (1 - \lambda) t(\Theta_{k+1}) : 0 \leq \lambda \leq 1)$

Teorema 2.3.: La solución al problema (PWRV) se encuentra en el segmento de curva $V(x^*)$ si y solo si la solución al problema (PWRVE) se encuentra en el segmento L_k.

Demostración

Sea u_k° la solución al problema (PWEV), entonces:

$f(u_k^\circ) \leq f(x), \quad \forall \quad x \in V(x^*)$.

Supongamos que la solución al problema (PWRVE) no se encuentra en L_k, sino en L_j. Sea

entonces el punto solución V°_{j}, que es un vértice si las derivadas direccionales de los lados que lo definen son no negativas. En caso contrario es un punto interior del segmento L_j.

Se tiene entonces que $f(u^{\circ}_{k}) < f(v^{\circ}_{j}) < f(x_k)$, $\forall\ x \in L_k$ por hipótesis.

Sea $z \in L = (\lambda u^{\circ}_{k} + (1-\lambda)\ v^{\circ}_{j} : 0 \leq \lambda \leq 1)$, entonces:

$$f(z) \leq \lambda\ f(u^{\circ}_{k}) + (1-\lambda)\ f(v^{\circ}) \leq \lambda\ f(v^{\circ}_{j}) + (1-\lambda)\ f(v^{\circ}_{j}) = f(v^{\circ}_{j})$$

Sea $z_1 = L \wedge L_k$, entonces $f(u^{\circ}_{k}) < f(z_1) < f(v^{\circ}_{j})$

que es una contradicción. Luego el punto solución se encuentra en L_k.

Supongamos que la solución a (PWRVE) está en L_k, entonces la solución a (PWRV) se encuentra en V_k (x *), ya que si no sucede esto, la solución se encontrará en algún V_j (x *) y por la condición necesaria, la solución a (PWRVP) está en L_j ■

Teorema 2.4: Sea $x_i = t\ (\Theta_i) \in V_C(P)$, y supongamos que $f(x_k) = \text{Min}\ f(x_i)$. Entonces la solución se encuentra en $V_{k-1} \cup V_k$

Demostración

Igual que la del teorema anterior, pues f es convexa y el conjunto de restricciones es un conjunto convexo■

Podemos comprobar que en el teorema solo hemos utilizado la convexidad de la función f (x, y), por lo que el teorema es válido para funciones convexas con restricciones convexas.

Utilizando este teorema podemos encontrar un algoritmo que nos encuentra la solución al problema de Weber con restricciones de tipo convexa. Para ello lo primero que haremos será encontrar el conjunto de puntos que sea visible desde el punto solución P * del problema de Weber sin restricciones. Esto lo podemos encontrar trazando las tangentes desde el punto P * al conjunto de restricciones, que hemos supuesto que es convexo y de frontera continua. Hecho esto, encontramos el punto frontera t (0), t (1 / 2) y t (1) con lo que encontramos una poligonal con estos tres puntos, a continuación encontramos la solución en los segmentos L_1 y L_2 y comprobamos cual es el menor. Supongamos que el menor se encuentra en L_1, entonces por el teorema anterior, sabemos que la solución se encuentra en el trozo de frontera K dado por la función t (0, 1 / 2). A continuación consideramos los puntos t (0), t (1 / 4) y t (1 / 2) y le aplicamos lo hecho anteriormente. De esta forma vamos obteniendo trozos de frontera encajados que nos aproximan al valor de la solución con la aproximación que queramos. Nos puede suceder que el punto solución se encuentre exactamente en el punto intermedio, por ejemplo en t (1 / 4), entonces estudiaremos el segmento dado por los extremos t (1 / 8) y t (3 / 8), con lo que podemos seguir con los pasos anteriores.

Pasamos a continuación a resolver el (PWRV) con las distancias rectangular, euclídea al cuadrado y euclídea.

2.1.–PWRV con la distancia rectangular

Nuestra función es ahora $f(x, y) = \sum_{i=1}^{n} w_i \left[|x - x_i| + |y - y_i| \right]$

Nuestra restricción es un conjunto convexo.

Ahora bien, por el teorema anterior solo hemos de estudiar nuestro problema en un segmento L de extremos (a_1, b_1); (a_2, b_2)

Tenemos por tanto el problema:

$$\text{Min } f(x,y) = \sum_{i=1}^{n} w_i \left[|x - x_i| + |y - y_i| \right]$$

sujeto a un segmento $L = y = ax + b$; $a_1 \leq x \leq a_2$, donde L es uno de los lados del polígono inscrito al conjunto convexo.

Nuestro problema nos queda por tanto en la forma:

$$\text{Min } f(x,y) = \sum_{i=1}^{n} w_i \left[|x - x_i| + |ax + b - y_i| \right] =$$

$$\text{Min} \left[\sum_{i=1}^{n} w_i |x - x_i| + \sum w_i |a| \left| x - \frac{1}{a} \right| (y_i - b) \right] =$$

$$= \text{Min} \sum_{i=1}^{2n} w_i |x - \lambda_i|$$

donde

$$W_i = w_i \text{ si } 1 \leq i \leq n \qquad \lambda_i = x_i \text{ si } 1 \leq i \leq n$$

$$W_{n+i} = w_i \text{ si } 1 \leq i \leq n \qquad \lambda_{n+i} = \frac{1}{a} (y_i - b) \text{ si } 1 \leq i \leq n$$

Luego el problema de minimización se nos ha transformado en encontrar la mediana de un conjunto de 2n puntos. Sea t * la mediana, tendremos entonces por solución (t *, y *), con y * = a t * + b. Ahora bien si (t *, y *) ε L, entonces la solución es el extremo del segmento que haga menor la función.

2.2.– PWRV con la distancia euclídea al cuadrado

Nuestra función es

$$f(x,y) = \sum_{i=1}^{n} w_i \left[(x - x_i)^2 + (y - y_i)^2 \right]$$

Sujeto a un segmento L que suponemos que es $y = ax + b$ con $a_1 \leq x \leq a_2$.

Realizando el cambio de sistema de referencia, obtenemos una función en una variable $H(x) = A x^2 + B x + C$.

donde $A = \sum w_i (1 + a^2)$ $\qquad B = \sum w_i (2a(b - y_i) - 2x_i)$

$$c = \sum w_i \left[x_i^2 + (b - y_i)^2 \right]$$

Que es una función convexa, siendo el punto que anula la derivada primera $x^* = - B / (2 A)$, que es el punto que hace mínima la función $H (x)$.

Luego la solución es por tanto (x^*, y^*), siendo $y^* = a\ x^* + b$, si $x^* \varepsilon (a_1 , a_2)$.
Si $x^* \not\varepsilon (a_1 , a_2)$, entonces la solución en el segmento en cuestión, es el extremo que haga menor la función objetivo.

2.3.–PWRV con la distancia euclídea

Nuestra función es entonces:

$$f (x, y) = \Sigma w_i \left[(x - x_i)^2 + (y - y_i)^2 \right]^{1/2}$$

Sujeto a un segmento L que suponemos que es $y = ax + b$ con $x_1 \leq x \leq x_2$.

Realizamos el cambio de sistema de referencia, de forma que el segmento L se transforma en

$$\begin{cases} x = a \\ y = t \quad (t_1 \leq t \leq t_2) \end{cases}$$

Con lo que tendremos:

$$F (t) = \Sigma w_i \left[(a - x_i)^2 + t^2 - 2 t y_i + y_i \right]^{1/2} =$$

$$\Sigma w_i \left[t^2 - 2 t y_i + (y_i^2 + (a - x_i)^2 \right]^{1/2}$$

que resolvemos por el método de Weiszfeld, o por el algoritmo de Fibonacci pues F es unimodal.

3. ANALISIS DE LA SENSIBILIDAD EN EL PROBLEMA DE WEBER CON RESTRICCIONES

3.1.–Distancia Rectangular

Nuestro problema es $\text{Min } f (x, y) = \sum_{i=1}^{n} w_i \left[| x - x_i | + | y - y_i | \right]$

sujeto a un conjunto convexo K y siendo $(x_i , y_i) \varepsilon B (p_i , R_i)$

Por el teorema 2.3 , podemos aproximar K por un polígono convexo. Estudiamos por tanto los segmentos visibles desde el conjunto solución sin restricciones.

Sea $L = y = ax + b$; $a_1 \leq x \leq a_2$, uno de tales segmentos.

Nosostros sabemos que el conjunto solución en el análisis de la sensibilidad sin restricciones viene dado por el conjunto $D \equiv (x^*_1, x^*_2) \times (y^*_1, y^*_2)$.

$$\text{donde } x_i^* = \operatorname{Min}_{h=1}^{n} \sum w_h \left| x - x_h^1 \right| \quad 1 \leq i \leq 2 \quad \begin{cases} x_h^1 = x_h - R_h \\ x_h^2 = x_h + R_h \end{cases}$$

$$y_i^* = \operatorname{Min}_{h=1}^{n} \sum w_h \left| y - y_h^1 \right| \quad 1 \leq i \leq 2 \quad \begin{cases} y_h^1 = y_h - R_h \\ y_h^2 = y_h + R_h \end{cases}$$

Llamemos D (L) al conjunto solución en el segmento L y sea

$$f_{i,j} = \sum w_l \left[\left| x - x_i^i \right| + \left| y - y_l^j \right| \right] = \operatorname{Min}_{l=1}^{2n} \sum w_i \left| x - \lambda_l \right| \quad \text{por (2.1)}$$

$$\text{donde } \begin{cases} \lambda_l = x_l^i \quad \text{si } 1 \leq l \leq n \\ \lambda_{n+l} = \dfrac{1}{a} \quad (y_l - b) \quad \text{si } 1 \leq l \leq n \end{cases}$$

Sean $(t_{i,j}^*)$ las cuatro medianas obtenidas, y sea $t = \operatorname{Min}(t_{i,j}^*)$ y $t_2 = \operatorname{Max}(t_{i,j}^*)$. Entonces $D(L) \equiv y = ax + b$ con $x \in (t_1, t_2) \cap (a_1, a_2)$. Si este conjunto intersección es ϕ, entonces la solución es el extremo a_1 ó a_2, dependiendo de la cercanía al conjunto (t_1, t_2).

3.2.–Distancia euclídea al cuadrado

$$\text{Nuestro problema es } \operatorname{Min} f(x, y) = \sum_{i=1}^{n} w_i \left[(x - x_i)^2 + (y - y_i)^2 \right]$$

Sujeto a un segmento L que suponemos que es $y = ax + b$ con $a_1 \leq x \leq a_2$.

Realizando el cambio $y = ax + b$, obtenemos $H(x) = Ax^2 + Bx + C$

donde A , B y C los obtuvimos anteriormente

$$\text{con punto solución } x^* = \frac{\sum w_i (x_i + a\, y_i - a\, b)}{(1 + a^2) \sum w_i} \; ; \; y^* = ax^* + b \quad (1)$$

Los puntos de demanda factibles son:

$$(x_i + r_i \cos\Theta_i \, , \, y_i + r_i \operatorname{sen}\Theta_i) \quad \text{con } 0 < r_i < R_i \, .$$

Sea $(x^*(r, \Theta), y^*(r, \Theta))$ la solución a este problema, entonces:

$$x^*(r, \Theta) = \frac{\sum w_i (x_i + a\, y_i + r_i (\cos\Theta_i + a \operatorname{sen}\Theta_i) - ab)}{(1 + a^2) S w_i} =$$

$$x^* + \frac{\Sigma w_i r_i (\cos \Theta_i + a \operatorname{sen} \Theta_i)}{(1 + a^2) \Sigma w_i} = x^* + G$$

donde $G + \dfrac{\Sigma w_i r_i (\cos \Theta_i + a \operatorname{sen} \Theta_i)}{(1 + a^2) \Sigma w_i}$

Luego $x^*_L (r, \Theta) - x^* = G$; $y^*_L (r, \Theta) = a x^*_L (r, \Theta) + b = a x^* + b + aG + y^* + aG$ (2)

luego $y^*_L (r, \Theta) - y^* = a G$.

Sea $d_L (r, \Theta)$ la distancia euclídea entre los puntos definidos por (1) y (2), entonces:

$$d_L (r, \Theta) = \left[(x^*_L (r, \Theta) - x^*)^2 + (y^*_L (r, \Theta) - y^*)^2 \right]^{1/2} =$$

$$\left[G^2 + a^2 G^2 \right]^{1/2} = \left[G^2 (1 + a^2) \right]^{1/2} =$$

$$\left[\left(\frac{\Sigma w_i r_i (\cos \Theta_i + a \operatorname{sen} \Theta_i)}{(1 + a^2) \Sigma w_i} \right)^2 (1 + a^2) \right]^{1/2} =$$

$$\left[\frac{(\Sigma w_i r_i (\cos \Theta_i + a \operatorname{sen} \Theta_i))^2}{(1 + a^2) (\Sigma w_i)^2} \right]^{1/2} \quad (3)$$

Proposición 3.1: $d_L (r, \Theta)$ se maximiza cuando todo $\Theta_i = \text{arc tg } a$ para $1 \leq i \leq n$

Demostración

como $\dfrac{a}{a \Theta_j} d_L (r, \Theta) = 0$, para $1 \leq i \leq n$, se tiene que:

$$\left[\sum_{i=1}^{n} w_i r_i (\cos \Theta_i + \operatorname{sen} \Theta_i) \right] \quad w_i r_i (- \operatorname{sen} \Theta_j + a \cos \Theta_j) = 0$$

Luego $(- \operatorname{sen} \Theta_j + a \cos \Theta_j) = 0 \Longrightarrow \text{tg } \Theta_j = a$ para $1 \leq i \leq n$

Como $w_i r_j > 0$, $d_L (r, \Theta)$ se maximiza cuando todos los sen Θ_i , y cos Θ_i tomen el mismo signo. Por lo que el máximo valor se da cuando $\Theta_i = \Theta^*$, siendo tg $\Theta^* = a$, luego:

$\cos \Theta^* = (a^2 + 1)^{-1/2}$ y $\operatorname{sen} \Theta^* = (a^2 / a^2 + 1)^{-1/2}$

Sustituyendo en (3) se tiene:

$$d_L(r,Q)=\left[\frac{\left\langle \sum w_i R_i \frac{1}{(1+a^2)^{1/2}} + a\frac{a}{(1+a^2)^{1/2}}\right\rangle^2}{(1+a^2)_\ (\sum w_i)^2}\right]^{1/2}$$

$$=\left[\frac{\left\langle \sum w_i R_i \frac{1+a^2}{(1+a^2)^{1/2}}\right\rangle^2}{(1+a^2)\ (\sum w_1)^2}\right]^{1/2}=\frac{\sum w_i R_i}{\sum w_i}=R_D$$

que es el mismo valor del análisis de la sensibilidad sin restricciones.

Llamemos $x^*_1 = x^* - R_D$, $x^*_2 = x^* + R_D$

Luego el conjunto solución a nuestro problema es la intersección de la recta $y = a\,x + b$ con $a_1 \leq x \leq a_2$ y el círculo de centro (x^*, y^*) y radio R_D.

3.3.–Distancia euclídea

Nuestro problema es

$$\text{Min } f(x,y) = \sum w_i \left((x-x_i)^2 + (y-y_i)^2\right)^{1/2}$$

Sujeto a un segmento L que suponemos que es $y = ax + b$, con $a_1 \leq x \leq a_2$.

El punto solución se obtiene por el algoritmo de Weiszfeld aplicado a la función

$$F(t) = \sum w_i \left((a-x_i)^2 + (t-y_i)^2\right)^{1/2}$$

Notemos por D (L) al conjunto solución en el segmento L, entonces obtenemos el siguiente resultado:

Teorema 3.2: D (L) es un conjunto cerrado

Vamos a aproximar hiperbólicamente la distancia, teniendo $d_i(\varepsilon) = ((x-x_i)^2 + (y-y_i)^2 + \varepsilon)^{1/2}$; con esto podemos asegurar la derivabilidad de f (x, y).

Sea $x_i(\Theta) = x_i + r_i \cos\Theta_i$ $y_i(\Theta) = y_i + r_i \operatorname{sen}\Theta_i$

$(a, y^*(\Theta))$ el punto solución para $Q = (\Theta_1, \Theta_2, \ldots, \Theta_n)$

que cumple $\dfrac{a\ F}{a\ \Theta_i} = 0.$

Sea $d_i(\varepsilon) = ((a-x_i(\Theta))^2 + (t^*(\Theta)-y_i(\Theta))^2 + e)^{1/2}$

$$\frac{a\ F}{a\ t} = G_t(t^*(\Theta),\Theta) = \sum w_i \frac{(t^*(\Theta)-y_i(\Theta))}{d^*(\Theta)} = 0 \qquad (1)$$

Diferenciando en (1) respecto a Q_k , por la regla de la cadema obtenemos:

$$\frac{a\ G_t}{a\ t^*}\ \frac{a\ t^*}{a\ \Theta_k} + \frac{a\ G_t}{a\ \Theta_k} = 0 \qquad \text{para } 1 \leq k \leq n \text{ , luego:}$$

$$\frac{a\ t^*}{a\ \Theta_k} = -\frac{\dfrac{a\ G_t}{a\ \theta_k}}{\dfrac{a\ G_t}{a\ t^*}} \qquad ; \frac{a\ G_t}{a\ t^*} = C = \sum w_i \ \frac{(a - x_i(\Theta))^2}{d_i^2}$$

$$\frac{a\ G_t}{a\ \theta_k} = -w_k R_k (d_k^*)^{-3} (a - x_k(\theta)) \left[(a - x_k(\Theta)) \cos\Theta_k + (t - y_k(\Theta)) \operatorname{sen}\Theta_k \right]$$

Luego:

$$\frac{a\ t}{a\ \Theta_k} = C^{-1} (d_k^*)^{-3} (a - x_k(\Theta)) \left[(a - x_k(\Theta)) \cos\Theta_k + (t - y_k(\Theta)) \operatorname{sen}\Theta_k \right]$$

Por lo que obtenemos un sistema de ecuaciones diferenciales en Θ_k .

Método Heurístico.

Presentamos en esta sección un método heurístico basado en la sección anterior. En la sección 2, realizamos un cambio del sistema de referencia, por lo que el segmento L, se transformó en un segmento L ´, paralelo al eje y. El punto frontera, se encuentra por una aproximación $\hat{D}(\pi/2)$ que define un rayo originado en la solución (a, t *) en el segmento L ´.

Definimos por tanto:

$$\hat{D}(\pi/2) = \max_{\Theta} ((x^* - x^*(\Theta))^2 + (y^* - y^*(\Theta))^2)^{1/2} = \max_{\Theta} \left| t^*(\Theta) - t \right| .$$

El método es solo heurístico, porque encuentra un óptimo local de $\hat{D}(p/2)$ en Θ, el cual no asegura que sea global, y además el problema se resuelve solo en el caso en que el punto solución para el problema de Weber sin restricciones no sea un punto de demanda.

Nosostros tenemos que $x^*(\Theta) = x^* = a$

$$\text{Sea } \beta_i = \frac{a\ t^*(\Theta)}{a\ \Theta_i} \ ; \alpha_i = \frac{a\ x^*(\Theta)}{a\ \Theta_i} \qquad \text{para } 1 \leq i \leq n$$

El punto óptimo se mueve a través del segmento L ´ al cambiar los valores de los ángulos Θ_i , sobre las circunferencias de los círculos. Por lo tanto Θ_i será función del parámetro λ. El punto de salida es el valor inicial $\lambda = 0; \Theta_1(0) = \Theta_1$. Para encontrar el cambio de la localización del punto óptimo, cuando cambiamos Θ_i , usamos la regla de la cadena, obteniendo:

$$\frac{d\ t^*(\Theta(\lambda))}{d\ \lambda} = \sum \frac{a\ t^*(\Theta)}{a\ \Theta_i} \ \frac{d\ \Theta_i}{d\ \lambda} \ ; \text{Sea } \gamma_i(\lambda) = \frac{d\ \Theta_i}{d\ \lambda}$$

La condición para que el punto óptimo se mueva a lo largo del rayo definido por el ángulo ($\pi / 2$) es que:

$$\frac{d\ t^*\ (\Theta(\lambda))}{d\ \lambda} = K(\lambda)\ \text{sen}\ (\pi/2) = K(\lambda)$$

siendo $K(\lambda)$ la velocidad con la que el punto se mueve a lo largo del rayo. Seleccionamos como velocidad la máxima, entonces, tendremos el problema de programación matemática:

$$\begin{aligned} &\text{Max } K(\lambda) \\ \text{sujeto a} \quad &\sum \gamma_i^2 = 1 \\ &\sum \beta_i \gamma_i = K(\lambda) \end{aligned}$$

que es equivalente a

$$\begin{aligned} &\text{Max } K(\lambda) = \sum \beta_i \gamma_i \\ &\text{Sujeto a} \sum \gamma_i^2 = 1 \end{aligned}$$

Aplicando las condiciones de Khunn - Tucker obtenemos:

$$\underset{\sim}{\Omega} = \sum \beta_i \gamma_i + \mu\ (\ \sum \gamma^2{}_i - 1\ )$$

$$\frac{a\ \underset{\sim}{\Omega}}{a\ \gamma_i} = \beta_i + 2\mu\gamma_i = 0 \Longrightarrow \beta_i = 2\mu\gamma_i \Longrightarrow \gamma_i = \frac{\beta_i}{2\mu}$$

$$\frac{a\ \underset{\sim}{\Omega}}{a\ \mu} = \sum \gamma_i^2 - 1 \Longrightarrow \sum \frac{\beta_i}{4\mu^2} = 1 \Longrightarrow \mu = \frac{(\sum \beta_i^2)^{1/2}}{2}$$

$$\text{Luego } \gamma_i = \frac{\beta_i}{(\sum \beta_i^2)^{1/2}} \quad \text{y } K(\lambda) = \sum \frac{\beta_i}{(\sum \beta_i^2)^{1/2}} \beta_i = \left[\sum \beta_i^2 \right]^{1/2}$$

Finalmente construimos el sistema de ecuaciones diferenciales siguiente:

$$\frac{d\ \theta_i}{d\ \lambda} = \gamma_i(\lambda)\ ; \frac{d\ t^*}{d\ \lambda} = \sum \beta_i(\lambda)\ \gamma_i(\lambda)$$

Es decir:

$$\frac{d\ \theta_i}{d\ \lambda} = \frac{\beta_i}{(\sum \beta_i^2)^{1/2}}\ ; \frac{d\ t^*}{d\ \lambda} = \left[\sum \beta_i^2 \right]^{1/2}$$

Sistema que se integra por el método de Runge - Kutta hasta un λ, tal que k ( ) sea menor que una tolerancia prefijada.

Para encontrar R_D, construimos un sistema de ecuaciones diferenciales.

Para encontrar el valor de $\gamma_i(\lambda)$ que maximice la distancia entre los puntos (x * (θ) , y * (θ)) y (x *, y *) consideramos el cambio en la distancia euclídea al cuadrado entre estos puntos.

El cambio viene dado por:

$$2\,(x^*(\theta(\lambda)) - x)\,\frac{d\,x^*(\theta(\lambda))}{d\,\lambda} + 2\,(y^*(\theta)-y)\,\frac{d\,y^*(\theta(\lambda))}{d\,\lambda} =$$

$$2\sum (y^*(\theta)-y)\,\beta_i(\lambda)\,\gamma_i(\lambda) = \sum \Delta_i\,\gamma_i$$

Por lo tanto nos queda el problema de programación matemática:

$$\text{Max} \sum \Delta_i\,\gamma_i$$

$$\text{Sujeto a} \sum \gamma_i^2 = 1$$

Siendo la solución $\gamma_i = \dfrac{\beta_i}{(\sum \beta_i^2)^{1/2}}$.

Sustituimos esta expresión en (2). En el punto inicial $\lambda = 0$, $\Delta_i = 0$, ya que ($x^*(\theta)$, $y^*(\theta)$) = (x^*, y^*).

4.–BIBLIOGRAFÍA

(1) E. WEISZFELD «Sur le point pour lequel la somme des distances de n points donnés est minimum», Tohoku math. J. 43,353 - 386 (1937).

(2) P. HANSEN - D. PEETERS and J. F. THISSE, «An algorithm for a constrained weber problem», Management Science, 28, 1285 - 1295, (1982).

(3) Z. DREZNER «Bounds on the optimal location to the weber problem under conditions of uncertainty» , Journal of the Operational Research Society, 30, 923 - 931, (1979).

(4) Z. DREZNER «Sensitivity analysis of the optimal location of a facility», Naval Research Logistics Quarterly, 32, 209 - 224 (1985).

(5) F. VELASCO MORENTE «Análisis de la sensibilidad en el problema de Weber» Tesina, Universidad de Sevilla (1987).

(6) F. VELASCO MORENTE «Introducción a la localización el bachillerato» Epsilon, Revista de la Sociedad Andaluza de Educación Matemática THALES " , Tercer Cuatrimestre (1988).

(7) A. P. HURTER - M. K. SCHAEFER - R. E. Wendell, «Solutionns of Sconstrained Location Problems», Magement Science, 22, 51 - 56 (1975).

(8) L. C. W. Dixon Nonlinear Optimisation, The english Universities Press Limited, (1972).

LOCALIZACION DE CENTROS PELIGROSOS

José Muñoz Pérez
Departamento de Estadística e Investigación Operativa
Universidad de Sevilla
Francisco Velasco Morente
Departamento de Economía Aplicada
Universidad de Sevilla

El problema considerado consiste en maximizar el mínimo de la distancia euclídea en un conjunto de puntos situados en el plano. Presentamos diversas mejoras a lo anteriormente escrito y realizamos un algoritmo para la resolución del problema en el plano.

1.–INTRODUCCION

Para resolver situaciones sociales difíciles, como la situación de centrales nucleares, basureros atómicos y en general lugares potencialmente peligrosos, siempre desearemos que dichos lugares estén lo más alejados posible de las ciudades populosas o de centros que puedan entrar en colisión, por ejemplo, no sería bueno situar un basurero atómico cerca de una refinería petrolífera. Ahora bien, tampoco podemos alejarnos mucho de dichas poblaciones, ya que entonces no podríamos utilizar dicho servicio; es el caso de un basurero municipal donde está claro que debe de estar en el extrarradio, suficientemente alejado, pero no lo podemos estar en exceso, ya que impediría el poder llevar lo recogido en la ciudad en un tiempo prudencial y a un coste que siempre está limitado. En definitiva nos hemos de plantear nuestro problema dentro de unos límites determinados, que supondremos será un polígono S convexo con p lados y de forma que los puntos de demanda pertenezcan a dicho polígono. Aunque las distancias que se suelen recorrer no son líneas rectas, podemos suponerlas, teniendo en cuenta el kilometraje, por lo que la distancia que emplearemos va a ser la distancia euclídea.

Drezner and Wesolowsky (1) se plantean el problema de maximizar las distancias mínimas, obligando a que el conjunto donde se pueda mover el futuro emplazamiento buscado, esté en un radio determinado para cada punto de demanda.

Dasarathy and White (2) resuelven el problema suponiendo que los pesos de cada punto de demanda es la unidad, restringiéndose a un poliedro convexo y acotado, presentando un algoritmo para el problema en tres dimensiones.

Hansen - peeters - Thisse (3) suponen la función peso como una función decreciente y continua de la distancia, siendo S un conjunto cerrado y acotado. Ellos dan un algoritmo para resolver los problemas de maximización y minimización.

Drezner - Wesolowsky presentan otro trabajo en que se plantean localizar n facilidades, y para ello obtienen dos problemas que demuestran que son duales.

Melachrinoudis - Cullinae (4) se plantean su formulación basándose en la ley física de que los niveles de emisiones no deseables a una población están en razón inversamente proporcional al cuadrado de las distancias. Es por lo que presentan un criterio minimax.

2.–PROPOSICIONES INICIALES

2.1.–Proposición: Sean $P_1 (x_1, y_1)$; $P_2 (x_2, y_2)$; $Q_1 (0,0)$;

$Q_2 (a, 0)$, $a > 0$. Sea $Q (b, 0)$ con $b = \lambda a$ y $0 \leq \lambda \leq 1$, cumpliéndose además que:

$$d (P_1, Q_1) \leq d (P_2, Q_1) \; d (P_1, Q_2) \leq d (P_2, Q_2)$$

Entonces: $d(P_1, Q) \leq d(p_2, Q)$.

Definamos el conjunto $V_i = (P \varepsilon R^2 / d(P, P_i) \leq d(P, P_j) \quad \forall \quad j)$

2.2.–Proposición: El conjunto V_i es convexo

3.–PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

Consideremos m puntos P_i en el plano, nuestro propósito es encontrar algún punto P * en un conjunto convexo que maximice la expresión

$f(P) = \text{Min}(w_i d(P, P_i))$, es decir hemos de:

$$1 \leq i \leq n$$

$$\text{Max Min}(w_i d(P, P_i))$$

$$P \varepsilon S \qquad 1 \leq i \leq n$$

donde S es un polígono convexo y acotado

3.a) Si $w i = w j \quad \forall \quad i, j$, Shamos (5) demuestra que los conjuntos V_i , llamados Polígonos de Voronoi contienen a lo sumo (3 m - 6) lados y (2 m - 4) vértices. El diagrama de Voronoi se puede construir en un tiempo óptimo o (mlogm).

Análogamente, un vértice de Voronoi será óptimo local si pertenece a S y esto se hace en un tiempo o (plogp), siendo p el número de vértices del polígono S.

De ambas propiedades, y de la definición de los polígonos de Voronoi, tenemos que el conjunto de las posibles soluciones, son los vértices del polígono de Voronoi, los vértices de S o los puntos de corte de los lados de los polígonos de Voronoi con los lados de S.

Ahora bien, un vértice de Voronoi para ser solución ha de pertenecer a S y esto lo podemos determinar en un tiempo o (logp). Shamos and Hoey (6) demuestran que los o (m) vértices de Voronoi se pueden generar en un tiempo o (mlogm) y de estos los que no pertenecen a S pueden ser excluídos en un tiempo o (mlogp).

Dasarathy - White prueban que los o (m) puntos de corte de los lados de Voronoi con los lados de S pueden ser obtenidos en un tiempo o (m logp). Los vértices de S pueden ser testados para la optimalidad en un tiempo o ($\log^2 m + m \log m$), luego se tiene un algoritmo con tiempo de cómputo o ($\log^2 m + m \log m + m \log p$)

Nosotros planteamos un criterio maxmin cuando los pesos w_i son no negativos y con la distancia euclídea, suponiendo que nos movemos dentro de un polígono convexo acotado en el plano.

La función f (P) podemos expresarla en S de la siguiente forma:

$$f(P) = \begin{cases} d(P, P_1) & \text{si } P \varepsilon V_1 \\ d(P, P_2) & \text{si } P \varepsilon V_2 \\ \vdots & \\ d(P, P_n) & \text{si } P \varepsilon V_n \end{cases}$$

Donde $S = \bigcup_{i=1}^{n} V_i$, con $V_i \Lambda V_j = Fr(V_i) \Lambda Fr(V_j)$, para $1 \leq i, j \leq n$

Llamemos a $d_{i,j} = d(P_i, P_j)$; $m_{i,j}$ la mediatriz entre los puntos P_i , P_j y al punto intersección de $m_{i,j}$ con $m_{i,k}$ por $Q^i_{j,h}$

Para obtener los conjuntos V_i , fijado el punto P_i , hemos de encontrar las mediatrices $m_{i,j}$ más cercanas. Dasarathy - White obtienen todas las mediatrices y luego se quedan con los disten menos a P_i . Nosotros veremos unas proposiciones que nos acortará este camino obteniendo únicamente las mediatrices necesarias para obtener V_i .

Supongamos por comodidad que se cumple:

$$d(P_1, P_2) \leq d(P_1, P_3) \leq \ldots\ldots \leq d(P_1, P_n)$$

3.1.–Proposición: Sea $0 < \alpha < \pi / 2$, el ángulo que forman los puntos P_1 , P_2 , P_3. Si $d_{1,3} > d_{1,2} / \cos \alpha$, entonces la mediatriz $m_{1,3}$ no corta a la mediatriz $m_{1,2}$ en la región $V_1(\alpha)$ formada por P_1, P_2, P_3 .

Consecuencia 1: Sea $P_j \varepsilon V_1(\alpha)$, si $d_{1j} > d_{1,2} / \cos \alpha$, entonces $m_{1,j}$ no corta a $m_{1,2}$ en $V_1(\alpha)$, por lo que podemos prescindir de $V_1(\alpha)$.

Cabría pensar que el punto P_j , formase parte de alguna otra región adyacente $V_1(\alpha)$; esto solo es posible si $P_j = P_3$, pues V_1 es un conjunto convexo. Luego si $P_j \varepsilon V_1(\alpha)$ y verifica $d(P_j, P_1) > d_{1,2} / \cos \alpha$, él y todos los demás puntos de $V_1(\alpha)$ no forman parte de $V_1(\alpha)$, por lo que tampoco de V_1.

Consecuencia 2: Si $d_{1,3} < d_{1,2} / \cos \alpha$, $m_{1,3}$ corta a $m_{1,2}$ en la región $V_1(\alpha)$.

3.2.–Proposición: Sea $d_{1,3} < d_{1,2} / \cos \alpha$ y sea $Q_{2,3}$ el punto intersección de $m_{1,2}$ y $m_{1,3}$. Supongamos que $P_j \varepsilon V_1(\alpha)$. Si $d_{1,j} > 2\, d(Q_{2,3}, P_1)$ entonces $m_{1,j}$ no forma parte de $V_1(\alpha)$, ni de las adyacentes, por lo que no forma parte de V_1. (fig. 3.2)

Demostración:

Como $d(P_1, P_j) > 2\, d(P_1, Q_{2,3})$, $m_{1,j}$ es tangente a la circunferencia $C_P (d_{1,j} / 2)$, que no corta a los rayos que salen de $Q_{2,3}$ y con direcciones hacia los puntos $M_{1,2}$ y $M_{1,3}$ respectivamente; $m_{1,j}$ no forma parte de las regiones adyacentes a $V_1(\alpha)$ pues V_1 es convexo.

Si sucediese que el punto $P_j \varepsilon V_1(\alpha)$ cumple que $d_{1,j} < 2\, d(Q_{2,3}, P_1)$ la mediatriz $m_{1,j}$ corta a $m_{1,2}$ y $m_{1,3}$. Dividimos $V_1(\alpha)$ en dos regiones $P_1 P_3 A_2$ y aplicamos las dos proposiciones anteriores■

Si fuese $\pi / 2 < \alpha < \pi$, la proposición anterior es válida. El punto $Q_{2,3}$ nos divide la región $V_1(\alpha)$ en dos partes, una de ellas al menos posee un ángulo inferior a $\pi / 2$, al que le aplicamos las dos proposiciones anteriores. En la segunda región tomamos otro punto y así sucesivamente.

Tomemos como ejemplo los puntos

P_i	x_i	y_i	w_i
1	0	0	1
2	0	2	1
3	2	1	1
4	4	1	1
5	5	2	1
6	2	3	1
7	4	3	1
8	4	0	1
9	2	4	1
10	4	4	1
11	5	4	1
12	3	5	1
13	7	0	1

3. b) En a) planteamos el caso en que $w_i = w_j \quad \forall \quad i , j$; en este segundo caso supondremos que en general esa igualdad no se dará al menos para alguna pareja i , j .

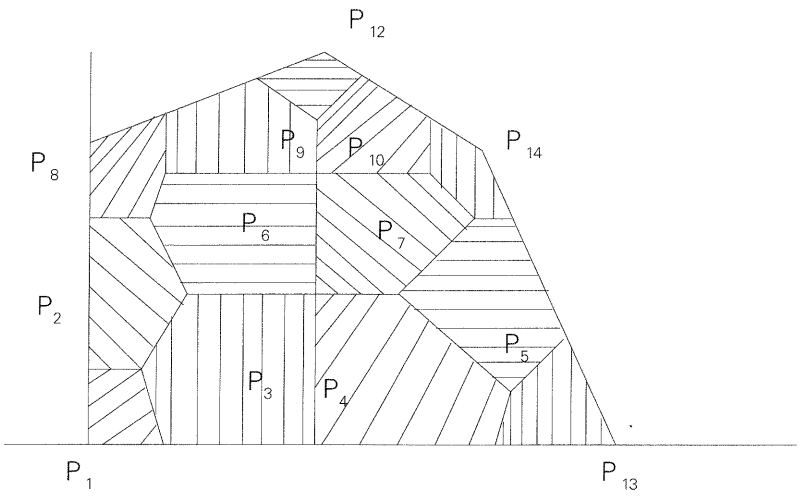
Drezner - Wesolowsky proponen un método iterado para encontrar la solución al problema

$$\text{Max} \qquad \text{Min} \qquad (w_i \; d_i \; (x, y))$$

$$(x , y) \; \varepsilon \; S \quad 1 \leq i \leq n$$

Siendo S el conjunto de puntos que satisfacen las inecuaciones $d_i (x , y) < r_i$ para $1 \leq i \leq n$.

Hansen - Thisse presentan un método simple, llamado Black and White donde S es un conjunto cerrado y acotado.



Obtención de los polígonos de Voronoi
(fig. 3. 1.)

Melachrinoudis - Cullinae resuelven el problema de minimizar el máximo de la inversa de las distancias, es decir:

$$\underset{(x,y)\,\varepsilon\,S}{\text{Min}} \quad \underset{1<i<n}{\text{Max}} \quad (w_i / r_i)$$

siendo S un conjunto convexo.

Ellos introducen una nueva variable, pasando por tanto a un espacio tridimensional, obteniendo un camino en el cual trabajan con curvas definidas por la intersección de dos superficies.

Nosotros, vamos a ha cer algo análogo, a lo hecho anteriormente, estudiando los nuevos conjuntos V_i obtenidos, y comprobando algunas propiedades que nos ayudarán a encontrar el máximo en un conjunto finito de puntos.

4.–FORMULACIÓN DEL PROBLEMA

Nuestro problema de maximizar, lo podemos escribir en la forma siguiente:

$$\underset{s\ \varepsilon\ S}{\text{Max}}\ f(s)$$

donde $f(s) = \underset{1 \le i \le n}{\text{Min}} \ (w_i\, d_i(s))$ siendo w_i un peso no negativo

y S un conjunto convexo que contiene a la envolvente convexa de los puntos de demanda.

Al igual que hicimos en el apartado anterior, la función f (s) podemos expresarla en la forma:

$$f(P) = \begin{cases} d(P, P_1) \ \text{si}\ P \varepsilon V_1 \\ d(P, P_2) \ \text{si}\ P \varepsilon V_2 \\ \quad \vdots \\ d(P, P_n) \ \text{si}\ P \varepsilon V_n \end{cases}$$

$$\text{Donde } V_i = \left\{ s \varepsilon\ S / w_i\, d_i(s) \le w_j\, d_j(s) \right\}$$

Estos conjuntos en general no son convexos. Para ver la forma de estos conjuntos, veremos algunas propiedades simples.

Consideremos el lugar geométrico de los puntos que cumplen la siguiente igualdad:

$w_i\, d(P, P_i) = w_j\, d(P, P_j)$, tendremos entonces

$$w_i\,((x - x_i)^2 + (y - y_i)^2) = w_j\,((x - x_j)^2 + (y - y_j)^2)$$

con lo que obtendremos la circunferencia

$$x^2 + y^2 - 2\,a_{i,j}\,x - 2\,b_{i,j}\,y + D_{i,j} = 0$$

Donde $a_{i,j} = (w_i^2 x_i - w_j^2 x_j) / (w_i^2 - w_j^2)$

$b_{i,j} = (w_i^2 y_i - w_j^2 y_j) / (w_i^2 - w_j^2)$

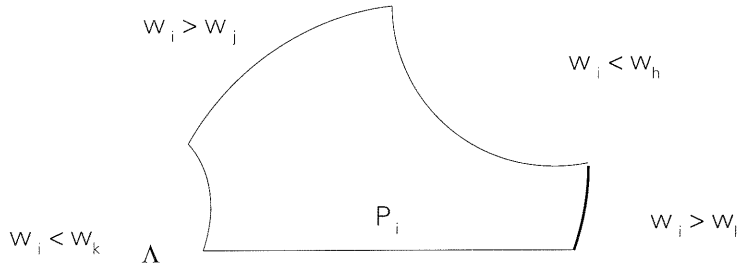
$$D_{i,j} = \frac{w_i^2}{w_i^2 - w_j^2} (x_i^2 + y_i^2) - \frac{w_j^2}{w_i^2 - w_j^2} (x_j^2 + y_j^2)$$

Por lo que $r^2_{i,j} = a^2_{i,j} + b^2_{i,j} - D_{i,j} = \frac{w_i^2 w_j^2}{(w_i^2 - w_j^2)^2} (d (P_i , P_j)) > 0$

Pues $P_i \neq P_j$ y $w_i \neq w_j$

Donde el punto $(a_{i,j} , b_{i,j})$ pertenece a la recta definida por los puntos P_i, P_j si $w_i > w_j$, entonces el centro de la circunferencia está hacia el lado opuesto de la semirrecta P_i, P_j.

Teniendo esto en cuenta y como sabemos que si $w_i = w_j$, entonces el lugar geométrico de los puntos equidistantes es la recta mediatriz, el conjunto V_i es un conjunto no convexo en general, que podrá tener la forma de la (fig. 4.1.), donde los puntos extremos son las intersecciones entre las circunferencias descritas anteriormente.



(fig. 4. 1.)

4. 1.–Proposición: El óptimo local en V_i, se encuentra en un extremo de V i .

Demostración:

El conjunto V_i, así obtenido, no es convexo en general. Nuestro problema se limita entonces a calcular

$$\text{Max} \quad w_i \, d (P , P_i)$$

$$P \varepsilon V_i$$

Ahora bien, como w_i es el mismo en V_i, nos quedamos con encontrar el punto P_i^* tal que maximice $d (P , P_i)$.

Visto desde P_i, el trozo de circunferencia que se ve en dirección a P_j es cóncava si $w_i > w_j$, estando el centro de dicha circunferencia en la línea que une P_i con P_j e inmediatamente antes de P_i, por lo que el máximo en ese ángulo de región viene dado por el punto extremo más alejado de P_i.

Las circunferencias P_i Q y OQ son tangentes interiores, por lo que $d (P_i , B) > d (P_i , Q)$.

De igual forma si estuviésemos en V_j, se tiene que $d (P_j , Q) < d (P_j , B)$.

Si $\alpha_2 > \alpha_1$, entonces d (P_i , C) > d (P i , B) por el mismo razonamiento hecho anteriormente y de igual forma si $\beta_2 > \beta_1$, entonces d (P_j , C) > d (P_j , B) .

Con esto llegamos a la conclusión de que el punto óptimo es un punto extremo de V_i, por la forma en la que está construida V_j ■

Debido a Hansen - Thisse, tenemos el siguiente resultado:

Definición: Dado un conjunto X , decimos que s ε S es remoto de X si ∃ x ε X tal que la recta que sale de x y que pasa por s, no contiene puntos de S más allá del punto s.

4. 2.–Teorema: El conjunto constituido por los puntos de S Λ C y por los puntos de S - C remotos de C, contiene al menos una solución al problema. Donde C es la envolvente convexa.

Con esto podemos asegurar que el punto solución ó bien se encuentra en la envolvente convexa, o en la frontera del conjunto convexo S.

Las circunferencias obtenidas por los puntos P_i , P_j , P_k se cortan en un punto, cualquiera que sea w_i , w_j , w_k , salvo en el caso en que se tenga que la circunferencia $C_{i,j}$ esté contenida en la circunferencia $C_{i,k}$ ya que entonces no se obtiene ningún punto. Por lo que si el punto solución se encuentra en el interior, esté es un punto intersección de estos.

Los puntos máximos locales en la frontera, se encuentran por lo tanto como los puntos intersección de una circunferencia $C_{i,j}$ con la frontera ya sea de C o del conjunto convexo, en su caso.

4.3.–Teorema: Un mínimo local en C ° w - equidista al menos de tres puntos, siendo por tanto la intersección de al menos tres w - circunferencias.

Demostración

Por la forma en que hemos construido V_i , un punto extremo Q, se encuentra como la intersección de dos w - circunferencias. Ahora una w - circunferencia es el lugar geométrico de P_i con P_j digamos, y la otra, es el lugar geométrico de P_i con P_l , es decir, se cumple que:

$$d_i (P_i , Q) = d_j (P_j , Q) \qquad d_i (P_i , Q) = d_l (P_l , Q)$$

luego tenemos que $d_i (p_i , Q) = d_j (P_j , Q) = d_l (P_l , Q)$

Por lo tanto Q es la intersección de al menos tres w - circunferencias ■

Ahora bien, si el mínimo local se encuentra en un lado de S, entonces al menos se cumple una w - circunferencia pues el conjunto S es convexo y el máximo se encuentra entonces en un extremo.

Para construir el conjunto V_i , igual que cuando $w_i = w_j \quad \forall \quad _{i,j}$ veremos algunas propiedades semejantes en aquel caso.

Sea $V_i (\alpha)$ la región formada por P_i , P_j , P_k .

En $V_i (\alpha)$ podemos tener los siguientes casos:

1) $C_{i,j} \Lambda C_{i,k} = \phi$, entonces en esta región $C_{i,j} \subset C_{i,k}$ o viceversa, o bien ser $w_i > w_j$ y $w_k > w_i$, luego podemos prescindir de uno de ellos según la inclusión o el signo > o < ; en este caso del punto P_k .

2) $C_{i,j} \Lambda C_{i,k} = \phi$,

Sea un punto de demanda $P_l \varepsilon V_i (\alpha)$, tendremos los siguientes casos:

a) Si $w_i > w_l$ $R_{i,l} = p_i + / p_l - p_i /^{-1} (p_l - p_i) (r_{i,l} - / p_i - A_l /)$

b) Si $w_i < w_l$ $R_{i,l} = p_l + / p_l - p_i /^{-1} (p_i - p_l) (r_{i,l} - / p_i - p_l /)$

c) Si $w_i = w_l$ $R_{i,l} = p_l + \frac{1}{2} (p_i - p_l)$

Por la propiedad anterior, sabemos que la solución es un punto w - equidistante de P_i , P_j , P_k;

es decir, los vértices de $V_i(\alpha)$ pertenecientes a V i son los puntos intersección de algunas circunferencias. Esto nos sugiere un sistema de $\binom{n}{3}$ ecuaciones del tipo:

$$x^2 - 2a_{i,j}x + y^2 + 2b_{i,j}y + D_{i,j} = 0 \qquad C_{i,j}$$

$$x^2 - 2a_{i,k}x + y^2 + 2b_{i,k}y + D_{i,k} = 0 \qquad C_{i,k}$$

$$x^2 - 2a_{j,k}x + y^2 + 2b_{j,k}y + D_{j,k} = 0 \qquad C_{j,k}$$

Ahora bien, no siempre hay corte entre las circunferencias.
Supongamos el corte entre $C_{i,j}$ y $C_{i,k}$
resolviendo el sistema

$$x^2 - 2a_{i,j}x + y^2 + 2\,b_{i,j}\,y + D_{i,j} = 0$$

$$x^2 - 2a_{i,k}x + y^2 + 2\,b_{i,k}y + D_{i,k} = 0$$

Llamando $a_{i,j,k} = a_{i,k} - a_{i,j}$; $b_{i,k,j} = b_{i,k} - b_{i,j}$

$$D_{i,k,j} = D_{i,j} - D_{i,k} \; ; \; C_{i,k,j} = -b_{i,k,j} / a_{i,k}$$

$$d_{i,k,j} = -D_{i,k,j} / a_{i,k,j} \; ; \; A = C^2_{i,k,j} + 1$$

$$B = C_{i,k,j}\,d_{i,k,j} - a_{i,k,j}\,C_{i,k,j} - b_{i,k,j}$$

$$C = d_{i,k,j} - 2a_{i,k,j}\,d_{i,k,j} + D_{i,k,j}$$

Llamando $\Delta = B^2 - 4AC$, tendremos:

Si $\Delta < 0$ entonces no hay ningún corte, por lo que nos olvidamos de esa terna. Luego el orden de este método es menor que $O\binom{n}{3}$.

Si $\Delta \geq 0$ entonces hay corte entre las circunferencias.

Llamemos en este caso $Q^1_{j,k}$ $Q^2_{j,k}$ los dos puntos de corte; notemos que con la igualdad ambos puntos son el mismo. A continuación vemos si pertenecen a S.

Obtenemos los puntos $Q^1_{j,k}$ $Q^2_{j,k}$ como puntos de intersección de las circunferencias $C_{i,j}$ y $C_{j,k}$.

Al hacer el corte entre $C_{i,k}$ y $C_{j,k}$ nos da $Q^1_{i,j}$, $Q^2_{i,j}$.

De estas tres parejas de puntos, uno de los puntos en cada pareja, aparece en las otras tres, al menos una vez. Este es el punto extremo en cuestión, y decimos que P_j , P_k pertenece a $V_i(\alpha)$.

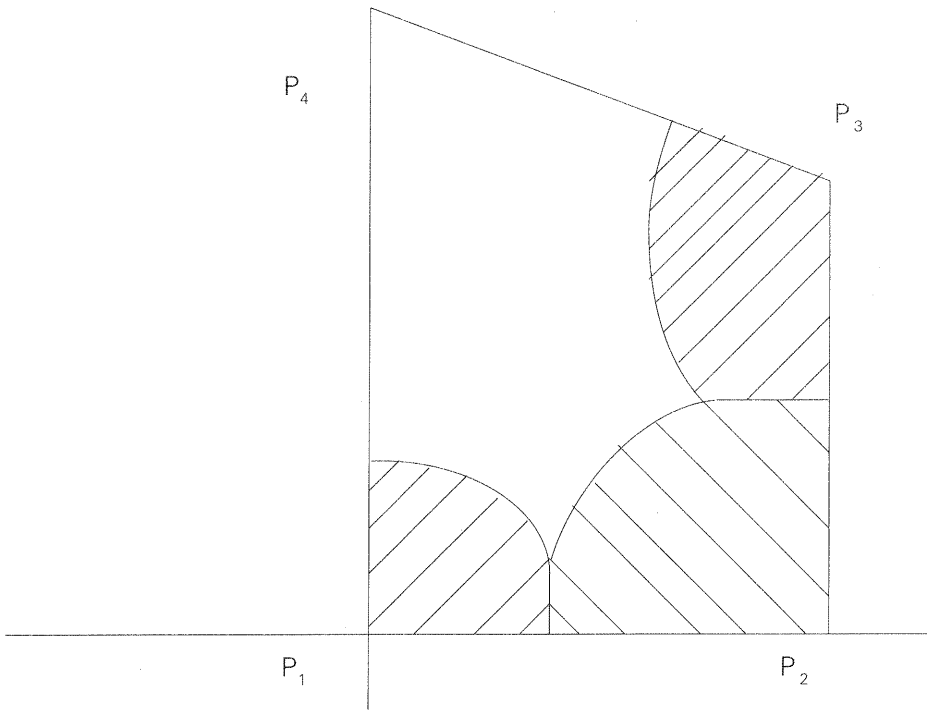
Si esto anterior no sucede, prescindimos de dichos puntos.

Pasamos a continuación a encontrar el óptimo en la frontera de S. Para ello, hemos de encontrar las intersecciones entre las w - circunferencias con las rectas que definen Fr (S).

También hemos de encontrar el óptimo en los extremos de Fr (S).

Para aclarar lo dicho anteriormente, realizamos el siguiente ejemplo con los puntos siguientes. (fig 4 . 2.)

i	x_i	y_i	w_i
1	0	0	3
2	3	0	2
3	3	3	2
4	0	4	1



(fig. 4 . 2.)

5.–BIBLIOGRAFIA

(1) Z. DREZNER - G . O . WESOLOWSKY,«A Maximin Location Problem with Maximun Distance Constraints», AIIE Transactions, 12, 249 - 252 (1980).

(2) B. DASARATHY - L . J . WHITE, «A Maximin Location Problem», Operations Research, 28, 1385-1400 (1980).

(3) P . HANSEN - D. PEETERS and J . F . Thisse, «An algorithm for a constrained Weber problem», Management Science, 28 , 1285 - 1295, (1982).

(4) Z . DREZNER - G . O . WESOLOWSKY, «Location of Multiple Obnoxius Facilities», Transportation Science 19, 193 - 202 (1985).

(5) E . MELACHRINOUDIS - T . P . CULLINAAE, «Locating on undesirable facility with a minimax criterion», European Journal of Operational Research 24, 239 - 146 (1986).

(6) M. I . SHAMOS, «Geometric Complexity», In Proceeding of the Seventh ACM Symposium on theory of Computing 224 - 233 (1975).

(7) M. I. SHAMOS - D. HOEY «Closest Point Problems», In 16th Annual IEEE Simposium on Foundations of Computer Science, 151 - 162 (1975).

UN METODO DE MUESTREO INFORMATICO PARA AUDITORIA

Enrique Durand Baquerizo, Auditoria General de ENDESA
José Juan Lafuente López, Auditoria General de ENDESA
José Miguel Ponce Núñez, Departamento de Economía Aplicada
Universidad de Alcalá de Henares

Resumen

Este trabajo se refiere a la utilización del muestreo en la práctica de la auditoria y refleja los resultados obtenidos por la Auditoria General de ENDESA (Empresa Nacional de Electricidad, S.A.) en la aplicación de técnicas de muestreo mecanizadas, a las actividades propias de la auditoria.

Se desarrolla el modelo estadístico del muestreo por aceptación, y se obtiene las expresiones para determinar el tamaño de la muestra. Después de introducir el muestreo de unidad monetaria, se establecen las normas para definir la población marco.

Por último se describe el proceso de aplicación, utilizando un programa de ordenador diseñado por ello, y se comentan algunas aplicaciones que de este método se han efectuado en auditoria.

I.–El Muestreo en Auditoria

Los comentarios que desarrollaremos a continuación están referidos a la utilización del muestreo en la práctica de la auditoria, entendida esta en su sentido amplio: interna y externa, y reflejan los resultados obtenidos por la Auditoria General de ENDESA (Empresa Nacional de Electricidad, S.A.) en la aplicación de técnicas de muestreo mecanizadas, a las actividades propias de auditoria.

Continuamente, el auditor tiene que manifestar su opinión sobre determinadas poblaciones compuestas por numerosos elementos. Con frecuencia, cuando por razones de eficacia y eficiencia no es posible verificar todo el colectivo, el auditor analiza como se genera la información y en función de las garantías que ofrezcan esos procedimientos, aumentará o disminuirá el número de items a revisar. Existen pues dos fases perfectamente definidas: revisión de procedimientos y pruebas verificativas o sustantivas.

Las técnicas de muestreo pueden aplicarse tanto a una fase como a otra, o mejor aún, en ambas conjuntamente, obteniéndose ventajas significativas en cuanto a:

– *coste*: al reducirse sensiblemente el número de elementos a revisar y en consecuencia el número de horas dedicadas a ello.

– *precisión*: al poder estimar y cuantificar en qué medida las poblaciones analizadas pueden considerarse aceptables.

– *eficacia*: al reducir el tiempo dedicado a tareas verificativas y poder destinar más recursos a otras actividades.

Es muy frecuente que el auditor sea reacio a utilizar técnicas de muestreo por comodidad o por evitar tener que recordar fórmulas o procesos más o menos complejos. Hoy en día, estas circunstancias no debe suponer ninguna limitación, ya que la aplicación de los sistemas informáticos nos va a permitir, una vez establecidos unos criterios básicos, aplicar el muestreo estadístico de forma sistemática con una alta relación coste-eficacia.

Teniendo en cuenta las características de los colectivos a analizar en auditoria, dos son los tipos de muestreo que se utilizan con más frecuencia: el *muestreo de aceptación* y el *muestreo de proporciones.* Aunque a veces se cita también el muestreo de estimación de variables, en nuestra opinión, y en base a nuestra experiencia, son muy poco frecuentes sus aplicaciones a la auditoria, por lo que nos referimos solamente a los dos anteriores.

Con el muestreo de aceptación, vamos a poder manifestar nuestra opinión en cuanto a la validez o no de un conjunto de datos: aceptamos o rechazamos una población según que el número de errores detectados no alcance o exceda un límite determinado. En el segundo caso, muestreo de proporciones, llegaremos a determinar que porcentaje de elementos válidos erróneos contiene la población, y en consecuencia, la aceptaremos o rechazaremos al comparar este resultado con los criterios que hayamos fijado a priori.

Los elementos clave en ambos tipos de muestreo van a ser el *Indice de Confianza* y *Coeficiente de Materialidad,* que definiremos de la siguiente forma:

– Llamaremos índice de confianza a la probabilidad de no cometer un error al aceptar o rechazar la población objeto de análisis, con una precisión dada: la expresada por el coeficiente de materialidad.

– Llamaremos coeficiente de materialidad a aquel que nos va a indicar el error o desviación máximo aceptable en la población. Dicho coeficiente lo expresaremos en tanto por ciento.

En auditoria, la determinación de estos parámetros no puede hacerse sin tener en cuenta el grado de control interno que afecta al área objeto de muestreo. En la medida en que los procedimientos existentes nos merezcan cierta confianza, el alcance de las pruebas sustantivas será menor. En definitiva, el índice de confianza de la muestra vendrá condicionado por el índice de confianza de los procedimientos y conjuntamente obtendremos un índice de confianza total que será el que nos marquemos.

En el anexo 1, presentamos una tabla con los porcentajes de confianza requeridos para la muestra una vez fijadas la confianza global y la confianza de los procedimientos o sistemas de control. Puede observarse que esta última tiene un límite máximo del 50%, lo cual significa que en ningún caso depositaremos más de la mitad de nuestra confianza en los sistemas.

II.–Análisis Teórico del Muestreo por Aceptación

La función de distribución para un experimento dado y para una variable aleatoria E, es el valor de la probabilidad de que la variable aleatoria E sea inferior o igual al valor x.

La función de distribución dependerá pues del universo en el que se realice el experimento, de la forma de realizarlo, de la variable aleatoria y su cuantificación. Las funciones de distribución reales serán pues, de lo más variado y se calcularán a base de realizar un número grande de experimentos.

Ahora bien, la Estadística ha desarrollado funciones de distribución teóricas que tienen la ventaja de poderse expresar analíticamente. Las funciones de distribución teóricas parten de unas hipótesis o condiciones que deben cumplir las distribuciones reales para poderlas equiparar a las teóricas.

Entre las distribuciones teóricas que tienen una aplicación más útil en la práctica y que se ajustan más al problema del muestreo aleatorio de aceptación o rechazo son: La distribución binomial, la de Poisson y la hipergeométrica que trataremos a continuación.

1.–LA DISTRIBUCION BINOMIAL.

La distribución binomial es una distribución teórica, y como tal, surge al establecer una serie de hipótesis o condiciones que el experimento o suceso debe cumplir.

Vamos a obtener la función de distribución partiendo de las premisas siguientes:

1. Consideremos una población o sistema al que se le va a aplicar el experimento; por ejemplo importe facturado (n. de facturas de una empresa).
2. Se van a realizar n experimentos (extracciones de facturas).
3. El resultado va a ser factura «errónea» o «correcta».
4. Existe la probabilidad p de que sea errónea. Esta probabilidad es fija para cada extracción.

Con las presimisas anteriores, y aplicando la Teoría Combinatoria, podemos calcular la expresión algebráica de la probabilidad de que en n extracciones existan x facturas erróneas.

$$F(X) = \binom{n}{x} \; p^x \; (1-p)^{n-x} \; \frac{n!}{x!(n-x)!} \; . p^x . q^{n-x}$$

Donde, igual que en la distribución binomial y cumpliendo todas sus condiciones, expresa la probabilidad de encontrar menos de xo errores en una muestra de n elementos, siendo p la probabilidad de obtener un suceso erróneo, al tomar una muestra. El número n de elementos debe estar en relación con p.

2.–DISTRIBUCION HIPERGEOMETRICA

Como puede deducirse, el modelo que mejor se adapta a nuestra situación, para el muestreo en auditoria, es el de la Distribución Hipergeométrica ya que realizamos un muestreo sin reemplazamiento. Sin embargo, siempre se cumplirá que el tamaño de la muestra será menor que la décima parte del tamaño de la población, por tanto podemos aproximarla por un Binomial. A efectos prácticos, utilizaremos la distribución de Poisson, ya que también se cumplirán, las condiciones ya mencionadas, para realizar dicha aproximación, además de que dadas las características de su expresión analítica, nos permitirá más fácilmente operar con ella, para obtener el tamaño de la muestra.

Por tanto, en lo que sigue, suponemos que el modelo a utilizar es el de Poisson, cuyos resultados se consideran aceptables para nuestro propósito.

3.–APLICACION DE LA FUNCION DE POISSON A UN CASO DE MUESTREO

El problema se enuncia y define de la siguiente manera:

1. Partimos de una población definida y determinada sobre la que hay que realizar una operación de muestreo con el fin de verificar los elementos erróneos existentes.
2. Se fija o se conoce el valor de p; p es la probabilidad de que en una extracción encontremos un elemento erróneo en la población. Este valor se fija bien por la experiencia, o por la sospecha, o como factor de tolerancia, es decir el máximo error que estamos dispuesto a admitir. Expresado en tanto por ciento sería lo que en el futuro llamaremos Coeficiente de Materialidad, y lo representamos po.
3. Se determinará el índice de confianza IC, que expresa la certeza o la seguridad sobre el resultado de muestreo. El valor 1 - IC es la probabilidad de error, es decir, la posibilidad de equivocarse.
4. El valor a calcular es el tamaño de la muestra n, es decir, el número de elementos a seleccionar.

4.–CALCULO DEL TAMAÑO DE LA MUESTRA

En el método de muestreo de aceptación y rechazo, mediante la aplicación de la función de Poisson, el tamaño de la muestra queda univocamente determinado en función del índice de confianza IC y del valor del error admisible o índice de materialidad po.

El auditor por la condición de su actividad, así como por la responsabilidad de la función encomendada, debe ser precavido y conservador. La condición más restrictiva, y a la vez más práctica, es la de exigir a la muestra cero errores. Esta condición se resume en la siguiente hipótesis:

«Calcular el tamaño de la muestra n, tal que una vez realizado el análisis o verificación, si se obtienen cero errores, se pueda aceptar la población con una probabilidad de equivocarse menor que 1 - IC».

La expresión del tamaño de la muestra es:

$$n = \frac{Ln\,(1 - IC)}{po}$$

Donde:

po = Indice de la materialidad.
IC = Indice de confianza.

5.-CALCULO DEL ERROR ADMISIBLE

El problema s consiste en determinar un punto crítico de aceptación de la muestra que llamaremos a_1, de manera que si el número de errores obtenidos en la muestra (a) es $a < a_1$, la población sea aceptada y en el caso $a > a_1$, rechazada, con una cierta probabilidad de éxito, o de fracaso.

En este proceso de análisis de la muestra se pueden cometer dos tipos de errores:

Tipo I: Llamado también error α, que se define como la probabilidad de que con los datos obtenidos en el muestreo se rechace la población, siendo admisible.

Tipo II: Llamado también error β, que es la probabilidad de que como resultado del muestreo se acepte la población siendo errónea.

Como auditores, consideramos que el error de Tipo II entraña un mayor riesgo que afecta muy directamente a los resultados del trabajo de auditoria.

Llamaremos α y β a la probabilidad de cometer un error Tipo I y Tipo II respectivamente.

Para fijar el punto crítico de aceptación (a_1) es necesario que el auditor defina los siguientes valores:

p_1 .- Probabilidad de rechazo - es decir, proporción mínima de errores de la población que no deben ser admitidos. Como es lógico $p_1 > p_o$.

β .- Probabilidad de que ocurra un error de Tipo II. Error importante en el caso de Auditoría y que debe ser controlado.

Para el caso de aceptación y rechazo consideramos que la muestra se ajustará a la distribución de Poisson.

Tenemos la ecuación:

$$\beta = \sum_{x=0}^{x=a_1} \frac{e^{-P1.n} \cdot P1^x \cdot n^x}{x!}$$

En donde se conocen los valores p 1 , y n y hay que calcular el valor a 1 . Con ayuda de una calculadora es fácil obtener el valor de a 1 utilizando el método de aproximaciones sucesivas.

De esta forma el auditor controla el posible error de Tipo II que es el que entraña un mayor riesgo.

B) *El Dus*

Dentro de todos los métodos de muestreo, existen algunos que se han diseñado, para ser aplicados específicamente a la auditoría. Uno de los más utilizados es el *muestreo de unidad monetaria,* también conocido por D.U.S., iniciales de Dollar Unit Sampling, (véase por ejemplo TEITLEBAUN Y ANDERSON, 1979).

Se construye en función de las unidades monetarias de los diferentes items, es decir los elementos que pasan a formar parte de la muestra son las " unidades monetarias " que componen las diferentes partidas de la población y no estas.

Por ejemplo, si tenemos 200 facturas sobre las que queremos realizar el muestreo, si el importe total de todas ellas es 5.600 millones de pts, al aplicar este método se considera que la población a muestrear estaría formada de 5.600 millones de elementos.

En este método, las probabilidades de selección de cada unidad muestral son proporcionales a sus importes monetarios.

Entre otras ventajas del DUS pueden destacarse:

a) Se adapta mejor a las poblaciones contables y a las que aplica auditoría, que generalmente son demasiado sesgados.

b) Se seleccionan los elementos que tienen gran importancia para la verificación que se pretende realizar.

c) La muestra seleccionada por el DUS suele ser menor que la que se obtendría por otros métodos.

En este caso, una vez determinado el tamaño de la muestra, se utilizará el muestreo de unidad monetaria por la selección de los items que formaron parte de la muestra y sobre la que se realizará el correspondiente análisis.

C) *Muestreo Sistemático*

En el procedimiento que se expone, para la extracción de la muestra se emplea el método llamado de «MUESTREO SISTEMATICO».

Este método consiste en una técnica sencilla para extraer muestras de la población, técnica que en determinados casos puede ser más eficiente que el muestreo aleatorio simple.

El procedimiento tiene como ventaja fundamental la facilidad de la que dispone para la extracción de la muestra. Esta ventaja es muy importante cuando la población resida en un fichero mecanizado con acceso secuencial, ya que en este caso la extracción se realiza ordenadamente de primer paso a fin, con una única pasada por el fichero.

El mayor inconveniente del método reside en que las muestras sistemáticas pueden no ser del todo aleatorias. Si la población está ordenada por algún criterio la muestra sistemática está sesgada por este criterio. Por esta razón se debe exigir, y es fundamental, que la población esté desordenada y desorganizada al máximo, para que la muestra sistemática obtenida se pueda considerar como una aleatoria pura.

D) *Definición de la Población Marco*

En el caso que estamos contemplando de la aplicación del muestreo por ordenador, la población, o universo objeto de muestreo, está contenida en un fichero o base de datos mecanizado. En la base de datos suele residir una gran variedad de información, por lo que es preciso extraer de estos ficheros la información necesaria. La depuración del fichero de datos, de manera que dicho fichero contenga los datos y elementos necesarios para la operación del muestreo, consta de los siguientes pasos:

1. El muestreo se realiza sobre una población que debe estar claramente definida. La definición de la población obliga a una depuración o selección del fichero o base de datos, de manera que los registros seleccionados cumplan la condición de pertenencia a la población. Así por ejemplo:

«El muestreo se va a realizar sobre los pedidos de material eléctrico de la sociedad X realizados durante el último año». De la base de datos de pedidos deben seleccionarse aquellos que cumplan las condiciones anteriores.

2. Después de la selección inicial se puede depurar más la población aplicando criterios de homogeneidad. Si se sospecha que algún subgrupo dentro de la población o alguna familia, tiene un comportamiento diferente, es necesario estratificar, o dividir la población para realizar operaciones de muestreo diferentes. Como ejemplo: «Diferenciar los pedidos de material eléctrico efectuados por el departamento de mantenimiento o los efectuados por el de fabricación». Por lo que se desarrollarían dos procesos de muestreo, uno par cada uno de ellos.

3. De cada registro seleccionado se extraen los datos precisos, solamente los necesarios. Un registro suele tener cantidad de datos sin utilidad alguna para el objetivo propuesto, como por ejemplo, para el caso de los pedidos, el proveedor, fecha de entrega, peticionario etc... Normalmente para el caso que nos ocupa con el código de identificación del documento y el importe es suficiente, pudiendo prescindir del resto de la información.

4. Se puede realizar también una selección, o una depuración más fina, en función del importe de cada elemento. Los elementos con importes excesivamente pequeños se suelen eliminar, mientras que aquellos con importes grandes se extraen para verificarlos y analizarlos uno a uno.

5. Una vez realizada la depuración del fichero mediante la selección y extracción de los

elementos que deben formar la población objeto de muestreo es necesario «desclasificarla» «desordenarla». Normalmente los ficheros están ordenados por alguna característica, para seleccionar una muestra aleatoria es necesario desordenarlos, para llevarlo a cabo se pueden realizar procesos de clasificación por citerios absurdos, como quinta letra de la descripción, el día de la fecha del pedido, etc.

En resumen: partiendo del fichero inicial o base de datos, se realizan dos funciones fundamentales, las que se efectúan con cualquier fichero mecanizado, que son: Selección y Clasificación.

- Selección:

  * Por condición de la población sometida a muestreo.
  * Por criterios de homogeneidad en la población.
  * Por depuración de elementos distorsionantes.
  * Por importes.

- Clasificación:

  * Hay que desorganizar la población lo máximo posible. Organizar un proceso de desorganización.

III.–Modelo de Aplicación

Para la aplicación del muestreo, resulta muy conveniente la utilización del ordenador, para ello hemos elaborado un programa, escrito en lenguaje de alto nivel, y que es utilizado en el modelo de aplicación que describimos a continuación.

El modelo puede ser más o menos complejo, según el muestreo que se aplique, teniendo o no en cuenta, la fiabilidad de los sistemas de control, o se requiera un tipo de muestreo u otro.

Por su mayor generalidad, nos referimos a la mecanización de un plan de muestreo de aceptación, que se efectuará condicionado a los resultados del análisis de los procedimientos que originan la población. Efectuado este análisis, dos son las fases a tener en cuenta:

a) *Obtención de la muestra:*

Una vez definida con claridad la población, esta deberá estar contenida en un fichero, previamente depurado, eliminando, los elementos vacíos y los de escaso interés, y debidamente estratificado en función de las exigencias de nuestro estudio.

Hecho esto, el ordenador nos pedría las tres variables fundamentales que utilizará para diseñar un sistema de rastreo a través de todos los elementos de la población. Estas variables son:

- Indice de confianza total requerida.
- Indice de confianza obtenida tras la revisión de procedimientos.
- Coeficiente de materialidad.

Con esta información el ordenador calculará el porcentaje de confianza que debe tener en la muestra y a partir de aquí estimará su tamaño como cociente entre este y la materialidad, tal y como fueron definidos en el apartado I.

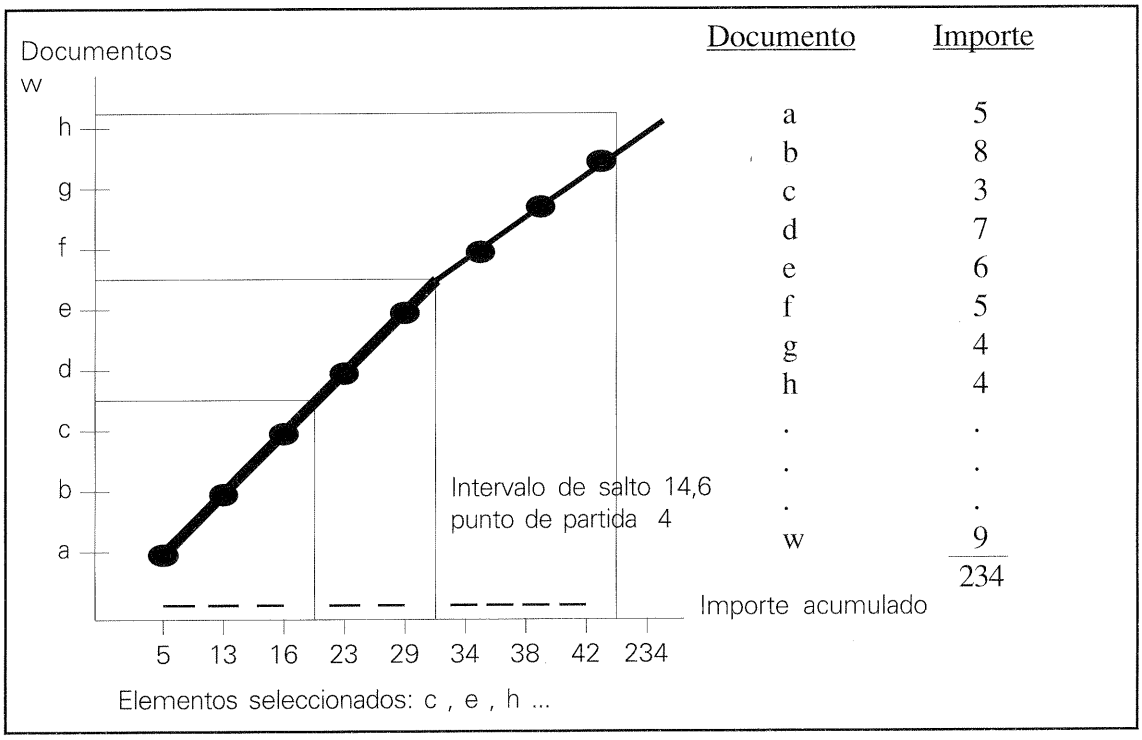
Como el sistema de búsqueda sigue el criterio de selección sistemática necesitaremos un punto de partida y un intervalo de salto. Ambos son también calculados por el ordenador: el segundo como relación entre el importe total de la población y el tamaño de la muestra, y el primero multiplicando dicho intervalo por un número aleatorio (entre 0 y 1) que será generado automáticamente.

A partir de este momento comenzaría el proceso de búsqueda. En nuestro sistema, este se aplica sobre la función que constituirían los valores acumulados de los elementos de la población siguiendo el siguiente esquema:

– se comprueba si al importe determinado por el punto de partida le corresponde algún elemento de la población. En caso afirmativo se selecciona este elemento, y en caso contrario se selecciona el elemento anterior.

– al punto de partida se le añade el intervalo de salto y se hace la comparación ya señalada.
– este proceso se repite hasta completar el número de elementos que componen la muestra.

Gráficamente, sería:



Como puede verse, el ordenador solo nos pide que le definamos las características del muestreo, que en este caso vendrán dadas por la confianza y precisión que queramos asignar a nuestra estimación. Hecho esto actuará según hemos descrito sobre el fichero que queramos analizar, del que solo necesitaremos dos campos: el código identificativo de cada registro y el importe correspondiente.

Una vez seleccionada la muestra se secuenciará el fichero de salida por dicho código, lo que nos facilitará el proceso de identificación con los elementos de la población.

Es importante no efectuar esta clasificación antes del proceso de selección, para evitar «intromisiones» o sesgos en la población que podrían restar aleatoriedad a la muestra.

Si nos fijamos en la forma que utiliza el método propuesto para seleccionar los elementos de la muestra podemos observar que, debido al intervalo de salto fijo, tendrán mayor probabilidad de ser escogidos los elementos de mayor importe, y en particular aquellos cuyo valor supere el de dicho intervalo. Esto supone, en algunos casos, una ventaja para el muestreo de auditoria, ya que a veces, el objetivo final es opinar sobre una razonabilidad. Esto se puede obviar utilizando una columna de números correlativos.

El elemento básico que se analiza y que forma la población, es el importe, no el documento. El muestreo se va a realizar haciendo extracciones en función del importe acumulado, sin tener en cuenta el documento que lo originó. Una vez elegido un valor del importe acumulado, se busca el documento que le corresponde.

b) *Análisis de la muestra:*

Como salida del proceso, obtendremos un listado con los documentos seleccionados, que constituirá nuestra muestra.

Analizados estos documentos, compararemos el número de errores detectados con el error máximo admisible. Este último lo calculará el ordenador a partir de:

- probabilidad de que ocurra un error tipo I (rechazar una población admisible).
- probabilidad de que ocurra un error tipo II (aceptar una población errónea).
- tamaño de la muestra.

Si el número de errores encontrados al analizar la muestra es superior al máximo admisible, rechazaremos la población, repitiendo si fuera necesario el muestreo con una mayor precisión. En caso contrario lo aceptaremos.

En el anexo III se presenta un esquema representativo de la aplicación práctica de nuestro modelo.

Si no fuera posible utilizar el mismo ordenador donde se encuentre mecanizada la información, para evitar la carga de datos puede utilizarse un sistema alternativo consistente en obtener, con los mismos datos de partida, más el del importe total de la población, un listado con datos de importes acumulados seleccionados. Previamente habremos solicitado un listado con una columna de importes acumulados. Comparando ambos, podremos identificar los elementos de la muestra a partir de los importes acumulados, que en caso de no coincidir se seleccioanrá el inmediatamente anterior, tal como hace el ordenador.

IV.–EXPERIENCIA

En España, son muy pocas las empresas de auditoría externa que utilizan habitualmente técnicas de muestreo en su trabajo, posiblemente porque al opinar sobre la " razonabilidad " de unos estados financieros, basta en la mayoría de los casos analizar los saldos de mayor importe para lograr coberturas significativas.

No obstante, el AICPA (Americam Institute of Certified Public Acconntants), uno de los primeros organismos dedicados a regular la profesión de auditoría, recomienda su uso:

«Las pruebas de cumplimiento deberían incluir conclusión estadística en cuanto a que las desviaciones no sobrepasen el límite superior obtenido o, alternativamente, estén comprendidas dentro del intervalo de precisión" (Statement on Auditing Procedures 54, AICPA, New York, Noviembre 1972).

Esta misma institución tiene editados manuales para la aplicación del muestreo a la auditoría externa, por lo que es de suponer que su utilización esté más o menos extendida en EE.UU.

En cualquier caso, la aplicación del muestreo en este tipo de auditorías se refiere principalmente a la realización de pruebas de cumplimiento y al análisis de algunas partidas como:

- adiciones al inmovilizado, con el fin de verificar si se trata de partidas capitalizables.
- existencias, para revisar el inventario físico efectuado por la empresa.
- gastos e ingresos, para efectuar pruebas de corte de operaciones o para comprobar si tienen o no tal consideración.

Será tanto más beneficioso el muestreo cuanto mayores sean los colectivos a analizar y sean más homogéneas, lo cual suele darse en empresas de gran tamaño y especialmente en el sector bancario.

En el terreno de la auditoría interna, tampoco tenemos constancia de una utilización masiva, pero si existe un interés creciente en el muestreo mecanizado. En nuestro caso, en los dos años escasos que venimos haciendo uso de estas técnicas, han sido aplicadas a:

– verificación del cumplimiento de normas (Norma de pagos por Caja, norma de pagos por bancos, norma de compras y norma de gastos de viaje): Se utilizó el muestreo de atributos sobre ficheros mecanizados par extraer muestras que nos permitieran opinar sobre si se estaban o no cumpliendo todos y cada uno de los controles establecidos. Se obtuvieron también conclusiones sobre el incumplimiento de algunos controles y se mejoraron procedimientos al analizar las causas de incumplimiento.

- pruebas de recuento en almacenes donde no se había efectuado nunca inventario físico: al no poder acceder a los ficheros del sistema, se utilizó el muestreo de atributos estimando con un Ordenador Personal el tamaño de la muestra y obteniendo un listado de importes acumulados seleccionados que servirían como elemento de referencia para identificar los artículos del inventario que iban a componer la muestra. Al requerirse unos niveles de precisión y confianza importantes existiendo limitaciones en cuanto a tiempo y recursos disponibles, previamente se preparó con una hoja electrónica una tabla que mostrara el tamaño de la muestra para las distintas combinaciones de estos parámetros, escogiendo aquella de tamaño mínimo para niveles aceptables de precisión y confianza.

TABLA DE PORCENTAJES DE CONFIANZA MUESTRAL (Muestreo por fases)

Anexo I

FACTOR DE CONFIANZA GLOBAL

% DE LOS SISTEMAS	90	91	92	93	94	95	96	97	98	99
20	88	89	90	91	93	94	95	96	98	99
21	87	89	90	91	92	94	95	96	97	99
22	87	88	90	91	92	94	95	96	97	99
23	87	88	90	91	92	94	95	96	97	99
24	87	88	89	91	92	93	95	96	97	99
25	87	88	89	91	92	93	95	96	97	99
26	86	88	89	91	92	93	95	96	97	99
27	86	88	89	90	92	93	95	96	97	99
28	86	88	89	90	92	93	94	96	97	99
29	86	87	89	90	92	93	94	96	97	99
30	86	87	89	90	91	93	94	96	97	99
31	86	87	88	90	91	93	94	96	97	99
32	85	87	88	90	91	93	94	96	97	99
33	85	87	88	90	91	93	94	96	97	99
34	85	86	88	89	91	92	94	95	97	98
35	85	86	88	89	91	92	94	95	97	98
36	84	86	88	89	91	92	94	95	97	98
37	84	86	87	89	90	92	94	95	97	98
38	84	85	87	89	90	92	94	95	97	98
39	84	85	87	89	90	92	93	95	97	98
40	83	85	87	88	90	92	93	95	97	98
41	83	85	86	88	90	92	93	95	97	98
42	83	84	86	88	90	91	93	95	97	98
43	82	84	86	88	89	91	93	95	96	98
* 44	82	84	86	88	89	91	93	95	96	98
45	82	84	85	87	89	91	93	95	96	98
46	81	83	85	87	89	91	93	94	96	98
47	81	83	85	87	89	91	92	94	96	98
48	81	83	85	87	88	90	92	94	96	98
49	80	82	84	86	88	90	92	94	96	98
50	80	82	84	86	88	90	92	94	96	98

MUESTREO DE ACEPTACION: TAMAÑO DE LA MUESTRA

Anexo II

MATERIALIDAD	FACTOR DE CONFIANZA									
	90	91	92	93	94	95	96	97	98	99
10	23	24	25	27	28	30	32	35	39	46
9	26	27	28	30	31	33	36	39	43	51
8	29	30	32	33	35	37	40	44	49	58
7	33	34	36	38	40	43	46	50	56	66
6	38	40	42	44	47	50	54	58	65	77
5	46	48	51	53	56	60	64	70	78	92
4	58	60	63	66	70	75	80	88	98	115
3	77	80	84	89	94	100	107	117	130	154
2	115	120	126	133	141	150	161	175	196	230
1	230	241	253	266	281	300	322	351	391	461

APLICACION DE LA ESTIMACION POR INTERVALO EN LA VALORACION DE EMPRESAS EN AMBIENTE DE RIESGO.

R. Herrerías Pleguezuelo. Catedrático de Economía Aplicada. Universidad de Granada
S. Miguel Uceta. Adjunto al Director Financiero de la empresa Pikolín S. A.
Profesor Agregado de O. B. en excedencia.

1.–INTRODUCCION

Las normas genéricas establecidas por la «Unión Europea de Expertos Contables y Financieros» (U.E.C.) en (10) y su adaptación al caso español realizada por la «Asociación Española de Contabilidad y Administración de Empresas» (A.E.C.A.) en (1) y (2), para valorar empresas, distinguen varias categorías de valores a la hora de efectuar la evaluación de su masa de bienes. Así pueden ser considerados: el valor en libros, el de adquisición, el de producción, el de reposición, el de liquidación, etc. Dichos valores pueden ser ordenados de más a menos pesimistas. Si además la empresa que se pretende valorar está en funcionamiento, puede ser estudiada como un proyecto de inversión. Estos dos hechos permiten la utilización de la metodología P.E.R.T. aplicada al Análisis de Inversiones en ambiente de riesgo. Es notorio que dicho método preconiza la utilización de la distribución Beta simplificada, pero también es sabido que el empleo de la mencionada distribución ha sido fuertemente criticado por Guilles en (3), Maccrimon y Ryavec en (7) y Sasieni en (9), entre otros, ya que minusvalora la varianza y conduce a resultados excesivamente optimistas; en el presente trabajo se utilizan modelos probabilísticos (enunciados en (5), (6) y (8) que contemplan la posibilidad de estimar el valor modal mediante intervalo y ponderar dicha estimación, según la mayor o menor fiabilidad que se tenga de ella, y que dan una solución a la problemática suscitada en torno a la distribución Beta simplificada.

Para la exposición del método de trabajo se ha supuesto una empresa ficticia, aunque los datos referentes a precios de mercado son reales y se obtuvieron realizando una valoración análoga de las empresas del grupo PIKOLIN, S.A., a lo largo del último trimestre de 1988.

La empresa que se va a valorar se ha denominado genéricamente TRANSPORTES, S.A. y se dedica al transporte de mercancías por carretera fundamentalmente dentro del territorio nacional y del de los países comunitarios. Su sede central está en Zaragoza y consta de Delegaciones distribuidas por diversos puntos. Tanto los inmuebles como la flota de vehículos son de su propiedad.

2.–METODOLOGIA DE TRABAJO

Teniendo en cuenta que nos encontramos con una empresa en funcionamiento, será considerada, a efectos de su valoración, como un proyecto de inversión.

Siguiendo las normas de la U.E.C. y de la A.E.C.A., ha de determinarse tanto el llamado valor substancial, que viene dado por el valor de su Activo Neto, como el GOODWILL, que se calcula capitalizando un superbeneficio obtenido más allá del beneficio normal que produciría una renta equivalente a su Activo Neto colocada a un tipo de interés normal para la renta fija. Dicho superbeneficio viene a retribuir el riesgo inherente a toda empresa. El estudio que desarrollamos a continuación se centrará en el cálculo del valor substancial.

Para la estimación de los valores que componen el Inmovilizado, se ha utilizado la metodología PERT, aplicada al Análisis de Inversiones, y a tal efecto, se han considerado tres valores: pesimista, más probable y optimista. La estimación del valor más probable se ha realizado mediante intervalo;

ha de tenerse en cuenta que, si se utilizan Modelos Alternativos (8), dicha estimación puede ponderarse a la hora de calcular el valor esperado y la varianza, según la mayor o menor fiabilidad de las estimaciones.

La misma metodología podría aplicarse para valorar algunas partidas del Activo Circulante, como las existencias o las acciones con cotización oficial.

Por no hacer excesivamente reteirativo el desarrollo del presente trabajo, exponemos con detalle únicamente la valoración correspondiente a la cuenta Terrenos y Edificios, ya que la del resto de partidas que componen el Inmovilizado se puede realizar de forma análoga.

Por lo que respecta al Activo Circulante y al Pasivo Exigible pueden ser valorados según los datos del útlimo Balance, aplicando en todo caso unos coeficientes correctores por prudencia valorativa.

Se concluye el trabajo con una comparación de los resultados que se obtienen, según el modelo utilizado.

3.–VALORACION

Terrenos y edificios.

a) *Inventario de la masa de bienes.*

* Sede central.

Se encuentra localizada próxima a un polígono industrial situado a las afueras de Zaragoza en 30.000 metros cuadrados de terreno totalmente urbanizado por la propia empresa y que se distribuyen de la siguiente forma:

- Cocheras y talleres mecánicos..... 15.000
- Oficinas y edificios sociales..... 2.000
- Calles y aparcamiento turismos..... 6.000
- Jardines y superficie sin edificar..... 7.000

* Delegaciones.

Todas ellas constan de naves que se emplean como cochera de la flota de vehículos y de almacén de materiales de repuesto. Asimismo constan de un pequeño taller mecánico de mantenimiento y oficinas. Su distribución es la siguiente:

- Madrid ..... 5.000 metros cuadrados.
- Barcelona ..... 2.500 metros cuadrados.
- Tarragona ..... 800 metros cuadrados.
- Vigo ..... 1.000 metros cuadrados.
- Burgos ..... 1.000 metros cuadrados.
- Bilbao ..... 2.000 metros cuadrados.
- Pamplona ..... 800 metros cuadrados.
- Salamanca ..... 900 metros cuadrados.
- Cáceres ..... 900 metros cuadrados.
- Valencia ..... 1.600 metros cuadrados.
- Murcia ..... 800 metros cuadrados.
- Sevilla ..... 2.000 metros cuadrados.
- Granada ..... 1.500 metros cuadrados.
- Cádiz ..... 1.200 metros cuadrados.

b) *Evaluación de la masa de bienes.*

Las estimaciones puntuales consideradas han sido las siguientes:

Pesimista: Q_t^p = Valor catastral.

Más probable pesimista: Q_t^{m1} = Valor en libros actualizado, mediante el índice de precios de la construcción, teniendo en cuenta la fecha de adquisición.

Más probable optimista: Q_t^{m2} = Valor a precio de mercado corregido. Dicho valor se ha obtenido considerando el precio neto después de posibles negociaciones. Así, por ejemplo en Vigo el precio de nave construida, incluyendo terreno, que era 40.000 pesetas por metro cuadrado, podía reducirse a 35.000 según el tipo de materiales empleados y el momento de pago.

Optimista: Q_t^o = Valor a precio de mercado sin corregir.

Tanto los valores catastrales como los valores en libros actualizados se corresponden, proporcionalmente a la superficie, con datos reales.

Aun siendo conscientes de que existe un cierto grado de correlación entre los distintos precios, la imposibilidad real de encontrar unos índices de correlación y el hecho de que en la práctica suele procederse así, nos ha hecho considerarlos como variables independientes, a la hora de calcular la desviación típica de la suma, ello puede justificarse de algún modo teniendo en cuenta que de unas zonas a otras varían tanto la valoración catastral, como los precios de mercado, según la mayor o menor especulación producida.

Hemos de hacer notar que la consideración de independencia entre las variables lleva unido el hecho conocido de que la varianza de la suma se minora y por tanto no es deseable que las distribuciones, utilizadas en la valoración, también la minoren, ya que se obtendrían conclusiones excesivamente optimistas.

Los resultados del trabajo se exponen en unos cuadros que detallamos a continuación:

– En el cuadro 1 se muestran las estimaciones pesimista, más probable pesimista, más probable optimista y optimista.

– En el cuadro 2 se ha calculado el valor modal como combinación lineal convexa de los extremos del intervalo más probable (ver (8)) de la siguiente forma:

$$Q_t^m = \alpha \cdot Q_t^{m1} + (1 - \alpha) \cdot Q_t^{m2}$$

en donde:

$$\alpha = \frac{Q_t^o - Q_t^{m1}}{Q_t^o - Q_t^{m1} + Q_t^{m2} - Q_t^p}$$

– Los cuadros 3 y 4 recogen las medidas y las varianzas que se obtienen utilizando distintas distribuciones.

– Los cuadros 5 , 5 bis, 6 y 6 bis corresponden a las medias y varianzas que resultan utilizando Modelos Alternativos con distinta ponderación.

CUADRO 1

DELEGACION	VALOR PESIMISTA	VALOR M 1	VALOR M 2	VALOR OPTIMISTA
ZARAGOZA	241,475,500	498,438,790	772,548,000	926,520,000
MADRID	104,309,030	141,671,075	692,300,000	769,200,000
BARCELONA	29,054,400	53,657,688	150,000,000	175,000,000
TARRAGONA	4,736,777	16,080,901	21,600,000	25,200,000
VIGO	9,731,333	17,425,444	35,000,000	40,000,000
BURGOS	16,478,950	29,114,665	50,000,000	55,000,000
BILBAO	25,214,461	84,594,517	100,000,000	110,000,000
PAMPLONA	10,651,856	16,767,284	32,000,000	40,000,000
SALAMANCA	7,890,542	11,889,375	54,000,000	63,000,000
CACERES	3,298,795	7,379,659	14,220,000	14,580,000
VALENCIA	12,648,981	14,909,542	56,000,000	64,000,000
MURCIA	1,458,748	12,057,589	24,800,000	28,000,000
SEVILLA	41,402,987	84,858,524	134,000,000	146,000,000
GRANADA	6,254,502	8,246,386	30,000,000	33,000,000
CADIZ	7,218,264	14,273,949	31,200,000	33,600,000
TOTALES	521,825,127	1,011,365,390	2,197,668,000	2,523,100,000

CUADRO 2

DELEGACION	VALOR M 1	VALOR MODAL CALCULADO	VALOR M 2
ZARAGOZA	498,438,790	650,209,942	772,548,000
MADRID	141,671,075	408,030,216	692,300,000
BARCELONA	53,657,688	101,749,971	150,000,000
TARRAGONA	16,080,901	19,662,944	21,600,000
VIGO	17,425,444	26,707,546	35,000,000
BURGOS	29,114,665	40,899,566	50,000,000
BILBAO	84,594,517	96,093,625	100,000,000
PAMPLONA	16,767,284	24,061,675	32,000,000
SALAMANCA	11,889,375	31,861,566	54,000,000
CACERES	7,379,659	11,502,087	14,220,000
VALENCIA	14,909,542	34,179,174	56,000,000
MURCIA	12,057,589	19,628,773	24,800,000
SEVILLA	84,858,524	114,456,538	134,000,000
GRANADA	8,246,386	18,897,105	30,000,000
CADIZ	14,273,949	23,646,779	31,200,000
TOTALES	1,011,365,390	1,621,587,495	2,197,668,000

CUADRO 3

DELEGACION	media Beta Simplif.	media Triangular	media Trapezoidal	media Alternativo s = 1	media Uniforme
ZARAGOZA	628,139,211	606,068,481	606,068,481	606,068,481	583,997,750
MADRID	417,604,982	427,179,749	427,179,749	427,179,749	436,754,515
BARCELONA	101,842,380	101,934,790	101,934,790	101,934,790	102,027,200
TARRAGONA	18,098,092	16,533,240	16,533,240	16,533,240	14,968,389
VIGO	26,093,586	25,479,626	25,479,626	25,479,626	24,865,667
BURGOS	39,179,536	37,459,506	37,459,506	37,459,506	35,739,475
BILBAO	86,598,160	77,102,695	77,102,695	77,102,695	67,607,231
PAMPLONA	24,483,092	24,904,510	24,904,510	24,904,510	25,325,928
SALAMANCA	33,056,134	34,250,703	34,250,703	34,250,703	35,445,271
CACERES	10,647,857	9,793,627	9,793,627	9,793,627	8,939,398
VALENCIA	35,560,946	36,942,718	36,942,718	36,942,718	38,324,491
MURCIA	17,995,640	16,362,507	16,362,507	16,362,507	14,729,374
SEVILLA	107,538,190	100,619,842	100,619,842	100,619,842	93,701,494
GRANADA	19,140,487	19,383,869	19,383,869	19,383,869	19,627,251
CADIZ	22,567,556	21,488,344	21,488,344	21,488,344	20,409,132
TOTALES	1,588,545,851	1,555,504,207	1,555,504,207	1,555,504,207	1,522,462,564

CUADRO 4

DELEGACION	Varianza Beta Simplif.	Varianza Triangular	Varianza Trapezoidal	Varianza Uniforme
ZARAGOZA	13,035,721,305,006,948	19,797,140,534,725,052	22,891,705,191,829,940	39,107,163,915,020,840
MADRID	12,280,000,055,209,472	18,465,838,157,257,448	31,085,480,755,907,904	36,840,000,165,628,416
BARCELONA	591,669,948,871,111	887,509,193,092,744	1,279,251,534,692,832	1,775,009,846,613,334
TARRAGONA	11,631,763,765,215	18,672,026,332,649	19,828,462,613,779	34,895,291,295,644
VIGO	25,449,783,387,691	38,363,148,406,998	51,191,712,706,973	76,349,350,163,074
BURGOS	41,218,645,996,780	63,307,221,085,495	81,181,839,304,311	123,655,937,990,341
BILBAO	199,682,989,074,904	304,606,408,340,548	352,093,047,015,991	599,048,967,224,713
PAMPLONA	23,925,376,562,354	35,976,861,313,383	45,627,735,901,254	71,776,129,687,061
SALAMANCA	84,362,565,584,827	127,257,345,098,818	200,949,518,252,397	253,087,696,754,480
CACERES	3,535,155,173,667	5,667,587,005,070	7,534,987,222,175	10,605,465,521,002
VALENCIA	73,247,976,453,843	110,826,611,968,169	180,906,493,417,824	219,743,929,361,530
MURCIA	19,567,723,166,959	30,685,146,231,802	37,210,531,122,356	58,703,169,500,878
SEVILLA	303,903,753,570,060	479,787,400,295,332	576,195,344,170,114	911,711,260,710,181
GRANADA	19,870,045,715,823	29,834,686,010,580	49,543,654,856,175	59,610,137,147,468
CADIZ	19,333,222,065,936	29,582,182,604,511	41,381,362,221,229	57,999,666,197,808
TOTALES	26,733,120,309,605,588	40,465,054,509,768,632	56,895,082,171,195,256	80,199,360,928,816,768
DESV. TIPICA	163,502,661	201,159,276	238,526,900	283,194,917

CUADRO 5

DELEGACION	media Alternativo S = 1	media Alternativo S = 2	media Alternativo S = 3
ZARAGOZA	606,068,481	617,103,846	623,725,065
MADRID	427,179,749	422,392,366	419,519,936
BARCELONA	101,934,790	101,888,585	101,860,862
TARRAGONA	16,533,240	17,315,666	17,785,122
VIGO	25,479,626	25,786,606	25,970,794
BURGOS	37,459,506	38,319,521	38,835,530
BILBAO	77,102,695	81,850,428	84,699,067
PAMPLONA	24,904,510	24,693,801	24,567,376
SALAMANCA	34,250,703	33,653,419	33,295,048
CACERES	9,793,627	10,220,742	10,477,011
VALENCIA	36,942,718	36,251,832	35,837,300
MURCIA	16,362,507	17,179,074	17,669,013
SEVILLA	100,619,842	104,079,016	106,154,520
GRANADA	19,383,869	19,262,178	19,189,163
CADIZ	21,488,344	22,027,950	22,351,714
TOTALES	1,555,504,207	1,572,025,029	1,581,937,522

CUADRO 5 bis

DELEGACION	media Alternativo S = 4	media Alternativo S = 5	media Alternativo S = 6
ZARAGOZA	628,139,221	631,292,173	633,656,894
MADRID	417,604,982	416,237,159	415,211,291
BARCELONA	101,842,380	101,829,179	101,819,278
TARRAGONA	18,098,092	18,321,643	18,489,305
VIGO	26,093,586	26,181,295	26,247,076
BURGOS	39,179,536	39,425,254	39,609,543
BILBAO	86,598,160	87,954,655	88,972,026
PAMPLONA	24,483,092	24,422,890	24,377,738
SALAMANCA	33,056,154	32,885,482	32,757,492
CACERES	10,647,857	10,769,890	10,861,414
VALENCIA	35,560,946	35,363,550	35,215,503
MURCIA	17,955,640	18,228,945	18,403,923
SEVILLA	107,538,190	108,526,525	109,267,777
GRANADA	19,140,487	19,105,718	19,079,641
CADIZ	22,567,556	22,721,730	22,837,359
TOTALES	1,588,545,851	1,593,266,086	1,596,806,262

CUADRO 6

DELEGACION	varianza Alternativo S = 1	varianza Alternativo S = 2	varianza Alternativo S =3
ZARAGOZA	29,208,593,647,658,312	23,245,095,629,519,332	19,290,538,694,118,616
MADRID	27,607,081,086,999,692	22,062,745,832,378,136	18,370,494,962,415,512
BARCELONA	1,331,255,250,066,947	1,065,002,065,160,504	887,500,311,937,671
TARRAGONA	25,559,278,129,319	19,835,232,161,042	16,125,314,508,209
VIGO	57,167,775,959,575	45,639,984,104,930	37,971,123,890,039
BURGOS	92,002,327,447,594	72,862,235,912,913	60,230,376,737,620
BILBAO	426,645,763,054,439	318,855,648,079,455	250,836,004,905,909
PAMPLONA	53,787,699,030,370	42,985,760,989,370	35,792,164,656,090
SALAMANCA	189,459,024,205,071	151,210,471,003,268	125,773,271,917,936
CACERES	7,771,672,018,467	6,034,910,492,489	4,908,690,176,366
VALENCIA	164,330,623,377,446	130,987,175,058,255	108,840,945,610,369
MURCIA	43,360,596,384,977	34,021,696,367,300	27,911,338,350,567
SEVILLA	671,817,560,562,515	525,488,163,479,892	430,009,318,819,630
GRANADA	44,692,794,142,179	35,739,426,595,320	29,773,081,741,941
CADIZ	43,208,574,895,552	34,275,685,163,638	28,370,895,632,848
TOTALES	59,966,833,673,932,456	47,790,779,916,465,840	39,705,076,495,419,320
DESV. TIPICA	244,881,264	218,611,024	199,261,327

CUADRO 6 bis

DELEGACION	varianza Alternativo S = 4	varianza Alternativo S = 5	varianza Alternativo S =6
ZARAGOZA	16,481,860,446,763,636	14,385,591,162,656,832	12,761,717,905,640,484
MADRID	15,736,185,128,762,760	13,762,379,823,591,630	12,228,432,221,460,828
BARCELONA	760,713,625,935,878	665,623,790,939,826	591,665,145,361,741
TARRAGONA	13,555,832,629,759	11,680,195,184,407	10,254,335,494,784
VIGO	32,505,751,983,648	28,414,646,626,312	25,237,750,896,548
BURGOS	51,304,828,178,347	44,672,855,724,322	39,554,487,395,166
BILBAO	205,213,071,978,372	172,891,153,199,864	148,965,823,755,689
PAMPLONA	30,659,716,757,481	26,814,113,909,603	23,825,480,533,770
SALAMANCA	107,650,730,927,260	94,088,821,168,874	83,559,881,773,052
CACERES	4,128,223,229,493	3,558,211,789,620	3,124,694,148,527
VALENCIA	93,084,944,255,051	81,308,077,389,830	72,173,998,255,514
MURCIA	23,634,430,950,247	20,482,814,413,306	18,067,466,500,426
SEVILLA	363,382,803,229,802	314,419,027,681,857	276,980,512,387,289
GRANADA	25,513,353,135,377	22,319,801,821,677	19,836,726,099,372
CADIZ	24,191,457,506,938	21,081,361,361,108	18,678,078,872,128
TOTALES	33,953,584,346,224,048	29,655,325,857,459,068	26,322,074,508,575,316
DESV. TIPICA	184,264,984	172,207,218	162,240,792

4.–CONCLUSIONES

Utilizando los criterios de comparación de modelos enunciados en (8) y los resultados reflejados en los cuadros anteriores, se obtienen las siguientes conclusiones:

– Obviando la utilización de la distribución Uniforme, ya que su empleo supone que no es posible estimar el valor modal, ni puntualmente, ni mediante intervalo; si se pondera el valor modal con s = 1, se obtiene lo siguiente:

Alternativo s = 1) Trapezoidal) Triangular

donde ( )) indica la relación de preferencia entre modelos.

– Al aumentar la fiabilidad de las estimaciones de los extremos del intervalo más probable, se pueden utilizar modelos con ponderación s mayor y se aprecia como los valores de la media aumentan y los de la varianza disminuyen, lo que resulta lógico pues el aumento de la fiabilidad disminuye la incertidumbre.

– Puede observarse como si se utiliza ponderación s = 4, la Beta simplificada proporciona una varianza menor que la que resulta del Modelo Alternativo correspondiente, hecho que corrobora las críticas a la mencionada Distribución. Por otra parte podemos observar que la varianza que da la Beta simplificada es semejante a la que proporciona el Modelo Alternativo con s = 6. Es consecuencia:

Alternativo s = 4) Beta simplificada

De todo lo anterior podemos concluir que los modelos que admiten estimación por intervalo del valor modal y su ponderación en función de la fiabilidad de las estimaciones, son los más aconsejables para realizar valoraciones de empresas en ambiente de riesgo. Es evidente que el método aplicado para valorar la cuenta de Terrenos y Edificios también puede aplicarse al resto de las cuentas de inmovilizado. A modo de ejemplo indicamos que para valorar la flota de vehículos se puede tomar como estimación pesimista el valor venal, como optimista el valor de reposición y como intervalo más probable el comprendido entre el valor contable neto y el bruto.

5.–BIBLIOGRAFIA

(1) A.E.C.A. Documento número 4. (1982)
Principios de valoración de empresas: Propuesta de una metodología. Publicaciones de la A.E.C.A.

(2) A.E.C.A. Documento número 9. (1983)
Métodos prácticos de valoración de empresas. Publicaciones de la A.E.C.A.

(3) GILLES T. (1968)
Introduction de l'alatoire dans les problèmes d'ordonnacement. Méthode de simulation, en J. Agard: Les méthodes de simulation. Dunod, págs. 107 - 124.

(4) HERRERIAS R. (1988)
Modelos probabilísticos alternativos para el método PERT. Aplicación al análisis de inversiones. Ponencia presentada en la segunda reunión anual de ASEPELT - ESPAÑA. Valladolid.

(5) HERRERIAS R. Y CALVETE H. (1988)
Una ley de probabilidad para el estudio de los flujos de caja de una inversión. Libro Homenjae al Profesor G. Arnaiz. I.N.E. págs. 279 - 296.

(6) HERRERIAS R. Y MIGUEL S. (1988)
Expresiones alternativas para la varianza de la distribución Trapezoidal. Ponencia presentada en la segunda reunión anual de ASEPELT - ESPAÑA. Valladolid.

(7) MACCRIMON K. R. and RYAVEC CH. A. (1963)
An analytical study of the PERT assumptions. Opns. Res. 12 págs. 16 - 37.

(8) MIGUEL S. (1989)
Modelos Probabilísticos Alternativos. Aplicaciones en Análisis de inversiones y en otros fenómenos económicos. Tesis doctoral. Universidad de Alcalá.

(9) SASIENI (1986)
A note on PERT times. Management Science vol 32 nº 12 págs. 1653 - 1653.

(10) U.E.C. (1962)
Evaluación de empresas y partes de empresa. Reglas formuladas por la comisión especial U.E.C. Deusto.

PRESENCIA EN CAOS EN UN MODELO DE EXPECTATIVAS DE PRECIOS

M ª Dolores Soto Torres
Ramón Fernández Lechón

1.–INTRODUCCIÓN

El análisis cualitativo de los sistemas dinámicos no lineales, ha tenido un desarrollo importante en los últimos años, debido, en gran parte, a la ayuda prestada por las técnicas de computación que han permitido establecer una descripción dinámica de tales sistemas.

La aplicación de las técnicas cualitativas a sistemas tomados de las ciencias físicas y en particular de la biología (May (1987)) ha permitido comprender determinados fenómenos dinámicos que tienen lugar en ellos, como la presencia de ciclos o la aparición de comportamientos aperiódicos o caóticos. Estos desarrollos, parece que tambibén pueden ser potencialmente considerados como método de análisis de determinados fenómenos económicos, en este sentido, podemos citar algunos trabajos como los de Day (1982), Grandmont (1985), Stutzer (1980) 0 Candela y Gardini (1986) que analizan el comportamiento de determinados modelos económicos con técnicas cualitativas.

En este trabajo, vamos a tratar de aplicar este tipo de técnicas a un modelo de evolución de precios, que presentamos de una forma no lineal, mediante una ecuación en diferencias de primer orden, uniparamétrica. Este modelo, se basa en un modelo planteado por Goldberg (1964) de una forma lineal, por lo que su análisis dinámico se reduciría a la búsqueda de un atractor, único comportamiento dinámico posible en estos sistemas.

Nuestro modelo, no es un modelo de «salto», siguiendo la terminología de May o lo que es similiar, un modelo de función unimodular, siguiendo a Grandmont, entre otras razones, porque es un modelo de mínimos. Pero este valor mínimo es independiente del parámetro y además del intervalo en el que puede ser considerada la función no está acotado; sin embargo, nuestro análisis cualitativo seguirá el mismo proceso metodológico que se utiliza en este tipo de funciones.

Así, después de una primera parte donde planteamos el modelo, tratamos, en el siguiente apartado, de determinar la presencia y superposición de ciclos para distintos valores del parámetro. En el cuarto apartado, determinamos, también en función del parámetro, la estabilidad de estos ciclos y su zona de atracción y finalizamos con el análisis de la región caótica.

2.–EL MODELO

En el modelo, se trata de determinar la evolución de los precios de un bien en función de su demanda.

Se designa por r (t) la cantidad de dinero que aparece en el mercado de demanda y por p (t) el precio del bien en t. Las dos hipótesis de lienalidad que considera Goldberg son:

– la relación, precio, dinero de mercado es constante:

$$p(t) = K . r(t) .$$

– los especuladores actúan de acuerdo con los cambios absolutos en el nivel de precios:

$$r(t) - R = a (p(t) - p(t-1))$$

donde R es el nivel normal de inversión, que se supone constante.

Entonces, con estas hipótesis, la ecuación que verifican los precios será:

$$p(t+1) = \frac{-K\alpha}{1-K\alpha}\, p(t) + \frac{KR}{1-K\alpha}\,, \quad 1 \neq K\alpha$$

esto es, una ecuación en diferencias de primer orden, lineal.

Consideramos, ahora, un comportamiento no lineal de los especuladores, es decir, supongamos que la oferta de dinero no se rige por cambios absolutos, sino por cambios relativos respecto a un precio de referencia q. De este modo, supondremos que la oferta de dinero satisface la ecuación:

$$r(t+1) - R = \alpha \left((p(t+1) - p(t)) - \frac{p(t)}{q} \quad (q - p(t)) \right)$$

de forma que si $p_t \in (0, q)$ y $p_{t+1} > p_t$ no es seguro un incremento de inversión, sino que dependerá del incremento de inversión, sino que dependerá del incremento cuantitativo de p_{t+1}. Sin embargo, si $p_t > q$ un incremento de p_{t+1} siempre originará incremento en la oferta.

Supongamos, además, que el precio de referencia q, está relacionado con el nivel normal de inversión R, de tal forma que su cociente es α, esto es, $R = \alpha \cdot q$.

Bajo estos supuestos, la oferta de dinero, satisfacerá la ecuación:

$$\frac{r(t+1) - R}{R} = \frac{p(t+1) - p(t)}{q} - \frac{p.(t)}{q} \cdot \frac{q - p(t)}{q}$$

y si aceptamos, la hipótesis de linealidad precio, dinero de mercado, la ecuación que determina la evolución de los precios, será

$$p(t+1) = a\, p^2(t) - b\, p(t) + c$$

donde $a = \dfrac{KR}{q(q-KR)}$; $b = 2aq$; $c = a\, q^2$

Por tanto, tenemos una ecuación en diferencias de primer orden, no lineal, dependiente únicamente del parámetro K, ya que supondremos que tanto q como R están determinados «a priori».

Ahora bien, para mantener un comportamiento siempre positivo de los precios, supongamos además que $q > EK$ o lo que es equivalente $\alpha K < 1$.

Si operamos en la ecuación de los precios, obtenemos:

$$p(t+1) = a(p(t) - q)^2$$

cuyo comportamiento gráfico dependerá del parámetro «a», (gráfico 1), el cual depende a su vez únicamente del parámetro K, de ahí, que consideremos al parámetro «a» como el parámetro del modelo.

La función $f(p) = a(p(t) - q)^2$, es una función continua, definida en un intervalo no acotado; tiene un mínimo en q, luego decrece en $(-\infty, q)$ y crece en el intervalo $(q, +\infty)$. Por tanto, la función f (p) no es una función unimodal según la definición de Grandmont.

De ahora en adelante, nos limitaremos al análisis de la función f (p) en el intervalo $(0, +\infty)$ o algún subintervalo de él, ya que al ser los precios variables positivas solo tomarán valores en la parte no negativa del eje de abscisas.

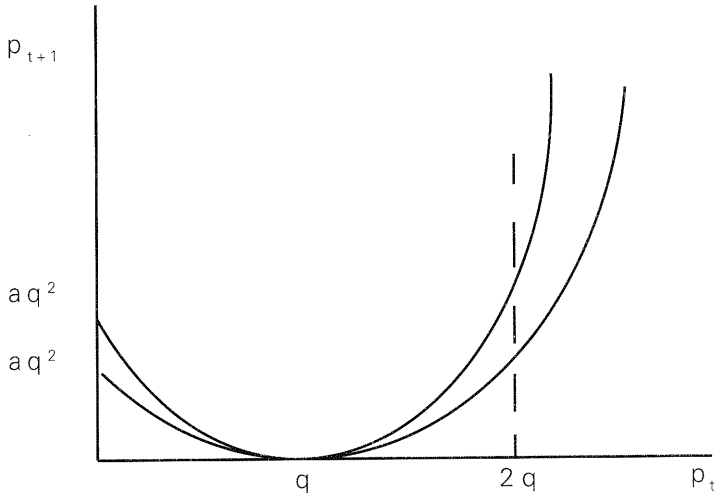


Gráfico 1

3.–EXISTENCIA Y COEXISTENCIAS DE CICLOS

A efectos de notación, designemos por f^i a la aplicación f compuesta sobre si misma i veces; en particular si i = 0 tendremos la aplicación idéntica.

Consideremos un precio cualquiera en t = 0 : p (0), llamamos órbita asociada a p (0) al conjunto de precios (p (0) , p (i) , ...) que se obtienen al aplicar iterativamente la función f a p (0).

Diremos que p (t) es un precio periódico, no degenerado, de período k si $p(t) \neq f^k(p(t))$ y $p(t) = f^n(p(t))$ para todo n tal que $i < n < k$ y diremos que es un precio periódico degenerado, de período k, si $p(t) = f^k(p(t))$ y $p(t) = f^n(p(t))$ para algún n tal que $i \leq n < k$.

Entonces, la correspondiente órbita periódica o ciclo será el conjunto (p (t), p (t + i),....., p (t + k - 1)). Evidentemente, si p (t + i) está en el ciclo, también será periódico y de período k. En particular, si k = i, tendremos un ciclo de período uno, que estará formado por los puntos fijos o puntos de equilibrio de la función f.

Analicemos, ahora, la presencia de ciclos de la función f. Buscamos primero los ciclos de período uno, para lo cual planteamos la ecuación

$$p = f(p) = a(p - q)^2$$

cuya resolución, nos proporciona dos puntos fijos positivos para cualquier valor de «a» positivo. (gráfico 2).

El análisis de los ciclos de período dos, nos llevará a considerar los puntos fijos de la función f^2, luego planteamos la ecuación:

$$p = f(f(p))$$

evidentemente, la función f^2 admite siempre como puntos fijos los dos de la función f, siendo estos sus únicos puntos fijos si $aq \leq \frac{3}{4}$; sin embargo si aq supera a $\frac{3}{4}$ f 2 admite otros dos nuevos puntos fijos; estosúltimos constituyen un ciclo no degenerado de período dos. (gráfico 3).

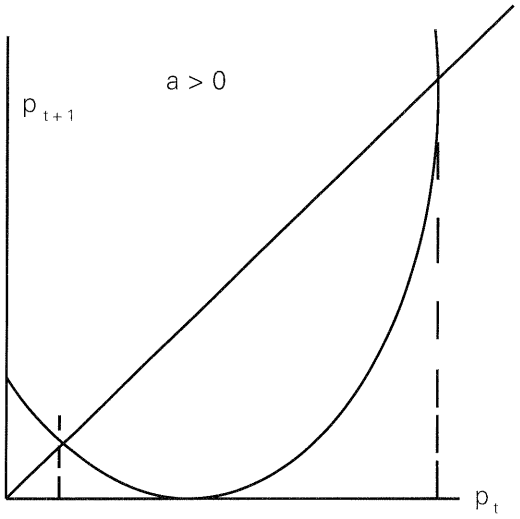


Gráfico 2

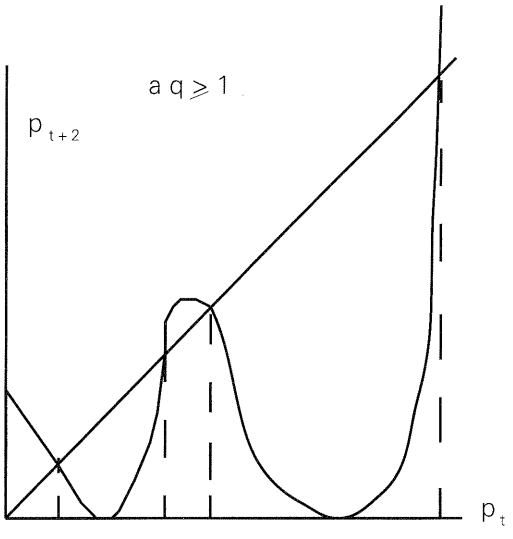


Gráfico 3

Por tanto, para $aq > \frac{3}{4}$ tenemos una superposición de ciclos de período uno y dos, pero no tenemos garantizada la superposición de infinitos ciclos, lo que ocurriría si encontrasemos un ciclo de período impar, distinto de uno, ya que podríamos aplicar el teorema de Sarkovskii (ver Grandmont (1986)).

Consideremos ahora la función f^3 . Esta función admite los dos puntos fijos de la función f y son los únicos siempre que $aq^2 . (aq - 1)^2 < 1$. Ahora bien, si $aq^2 . (aq - 1)^2 = 1$ entonces f^3 tiene cinco puntos fijos; los tres puntos fijos propios constituyen un ciclo límite de período tres no degenerado. En el gráfico 4 representamos la evolución de este ciclo. En el caso de $aq^2 . (aq - 1)^2 > 1$, la función f^3 tiene ocho puntos fijos. El tratamiento analítico de los seis puntos fijos propios resulta complicado y no puede comprobarse el número de ciclos límites, pero parece lógico pensar que se tendrían dos o más ciclos límites diferentes de período tres.

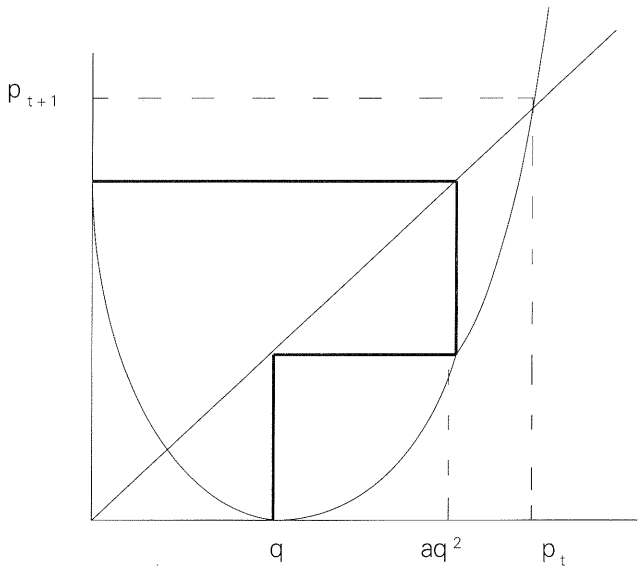


Gráfico 4

Cuando tenemos un ciclo de período tres, además de verificarse el teorema de Sarkovskii,podríamos considerar el teorema de L i y Yorke, (ver Stutzer), limitando el intervalo de definición de la función f a (0, p *), donde p * es el punto fijo de f más alejado del origen, (gráfico 2),

con lo que, aunque no se puede garantizar que estemos en la región caótica, si es posible, demostrar, entre otras cuestiones, la existencia de un conjunto no numerable de precios contenido en (0, p *) que no contiene órbitas periódicas.

El tratamiento analítico de las funciones f^i , $i \geq 4$, resulta excesivamente engorroso, de ahí, que ahora analicemos la estabilidad de las órbitas encontradas y las posibles órbitas estables de las funciones f^i por técnicas computacionales.

4.–ESTABILIDAD DE LAS ORBITAS PERIODICAS

Como en el modelo planteado la función f es continuamente diferenciable, tendremos, que un ciclo de período k es estable si para cualquier precio p_i del ciclo se verifica $|Df^k(p_i)| < 1$ (notemos que este valor es idéntico para cualquier precio del ciclo, por la simple aplicación de la regla de la cadena), y será débilmente estable, si la desigualdad se verifica en menor o igual.

El cálculo de $|Df(p)|$ donde p es uno de los puntos fijos de f nos proporciona dos resultados. El valor en el punto más alejado del origen (gráfico 2), supera la unidad, por tanto, el ciclo de período uno, dos degenerado, etc., que él constituye es un repulsor. El valor en el otro punto fijo se mantiene en el intervalo (- 1, 1) siempre que el valor del parámetro verifique $o < aq < \frac{3}{4}$, entonces este punto fijo es un atractor; cuando $aq = \frac{3}{4}$ la tangente en él alcanza el valor - 1, se tiene entonces una bifurcación y este punto de equilibrio se transforma en repulsor.

Si seguimos aumentando el valor del parámetro $aq > \frac{3}{4}$ nos encontramos con un ciclo dos no degenerado (puntos fijos propios de f^2) y el cálculo $Df^2(p)$ donde p es uno cualquiera de los precios de este ciclo bi-periódico se mantiene en el intervalo (- 1 , 1) siempre que $aq < \frac{5}{4}$, luego para estos valores del parámetro el ciclo es estable.

Para $aq = \frac{5}{4}$ tenemos una nueva bifurcación, el valor del módulo de la derivada es - 1 y para valores superiores del parámetro, el ciclo es repulsor.

El tratamiento analítico si seguimos aumentando el parámetro deja de tener posibilidades, de ahí, que ahora, para buscar los posibles ciclos estables iteraremos el mínimo q de la función f por pasadas sucesivas, ya que el mínimo está dentro de la base de atracción de cualquier ciclo estable, pues notemos que solamente los precios pertenecientes al intervalo (0, p *) permanecen en él y los precios del intervalo (p *, + ∞) evolucionan hacia precios cada vez superiores.

Las distintas iteraciones sobre el precio q (no más de 200) nos proporcionan distintos resultados al ir aumentando el valor del parámetro " a "; la evolución es hacia ciclos de perìodo cuatro, ocho, dieciseis, etc.. En el cuadro siguiente recogemos los valores del parámetro donde el modelo se bifurca de un ciclo de período 2^j a un ciclo de período 2^{j+1}.

aq	ciclo de período	a	ciclo de período
3 - 4	uno		dos
5 - 4	dos		cuatro
1'37	cuatro		ocho
1'395	ocho		dieciseis

(en el proceso se ha considerado q = 100)

Con estos resultados, comprobamos que la relación establecida por Feigenbaum (ver Greene y otros (1987)) se verifica y por tanto, tenemos convergencia hacia un punto de acumulación, con un valor de aq alrededor de 1'4, que indica el comienzo del régimen caótico.

4.–LA REGION CAOTICA

Para valores del parámetro superiores al punto de acumulación el comportamiento de los precios en el intervalo (0, p *) es muy diferente. Orbitas con condiciones iniciales muy próximas siguen trayectorias que divergen exponencialmente, esto es debido a la presencia del atractor extraño, que implica un comportamiento caótico de los precios.

El atractor extraño es un conjunto infinito A que está caracterizado por tres propiedades (ver Stutzer):

– A es invariante bajo la acción de la función f, esto es, f (A) = A.
– Existe un precio p e A tal que la órbita es densa en A.
– Existe un entorno V a A, tal que la órbita de todo precio p ε V tiende hacia el conjunto A.

Determinar el conjunto que constituye el atractor extraño, responsable del comportamiento cáótico de los precios, no es tarea fácil. En nuestro caso, si aq = 2, el atractor extraño es el conjunto (0, p *) = (0, 2 q) para el resto de los valores de los parámetros, solo detectamos su presencia por la sensibilidad que tienen las órbitas con respecto a las condiciones iniciales.

Notemos, que en nuestra región caótica existen las denominadas «ventanas», esto es, valores de los parámetros donde existen órbitas periódicas, cuando se verifica a $q^2 . (aq - 1)^2 > 1$, lo cual es debido a que aparecen bifurcaciones tangentes, que dan lugar a ciclos en doble período hasta un nuevo punto de acumulación y la aparición posterior de una zona aperiódica. Observemos, que el ciclo de período tres es superestable ya que el mínimo q forma parte de él y por tanto $| D f^3 (p) | = 0$.

La zona caótica, en nuestro modelo termina para valores aq > 2, donde el comportamiento de los precios ya no es sensible a las condiciones iniciales.

5.–CONCLUSIONES.

Las técnicas cualitativas permiten determinar la evolución de unas variables, formuladas mediante un sistema no lineal, el que depende a su vez de un conjunto de parámetros, que pueden modificarse con el paso del tiempo o bien por factores exógenos.

En este trabajo, haciendo uso de estas técnicas y considerando un modelo de evolución de precios formulado mediante una ecuación en diferencias no lineal uniparamétrica, hemos obtenido distintos comportamientos de los precios, en función de los valores de los parámetros.

Así, desde una evolución totalmente deterministas, llegamos a una evolución que se podría denominar aleatoria, al alcanzar el parámetro la región caótica.

En la región determinista, el comportamiento de un precio crece, o bien, es atraído por un ciclo de período 2, 4, 8 ... , mientras que en la región caótica, salvo la zona de comportamientos crecientes, los precios evolucionan de una forma totalmente distinta a pesar de partir de condiciones iniciales muy próximas.

6.–BIBLIOGRAFIA

(1) Candela, G.: Gardini, A., «Estimation of a non-linear discrete-time macro model.» Journal of Economic Dynamics and Control, 10, (1986), págs. 249 - 254.

(2) Day, R.H., «Irregular growth cycles».American Economic Review, 72, (1982), págs. 406-414.

(3) Goldberg, S., "Introducción a las ecuaciones en diferencias finitas". Marcombo (1964).

(4) Grandmont, J.M., «On Endogenous competitive business cycles». Econometrica, 53, (1985) págs 995-1045.

(5) Grandmont, J.M., «Periodic and Aperiodic Behaviour in discrete one-dimensional Dymanical Systems». Contributions to Mathematical Economics. Nort-Holland, (1986) págs. 225-246.

(6) Greene, J.M.; y otros «Universal behaviour in families of area-preserving maps». Hamiltonian Dynamical Systems. Adam-Hilger (1987), págs. 191-209.

(7) May, R.M., «Chaos and the dynamics of biological populations». Dynamical Chaos. The Royal Society. (1987), pags. 27-44.

(8) Mosekilde, E.: Aracil, J.; Allen, P.H., «Instabilities and chaos in nonlinear dynamic systems». System Dynamics Review, 4 (1988), págs. 14-55.

(9) Stutzer, M.J., «Chaotic dynamics and bifurcation». Journal of Economic Dynamics and Control, 2 (1980), págs. 353 - 377.

APLICACION DEL MUESTREO MECANIZADO