

VOLUMEN V

Desarrollo Local

Métodos Matemáticos y Análisis Teóricos

Otras Comunicaciones

IX REUNION ASEPELT - ESPAÑA
Santiago 22 y 23 de junio de 1995

CATEDRA DE ECONOMETRIA
FAC. ECONOMICAS Y EMPRESARIALES
UNIVERSIDAD DE SANTIAGO

Edita: ASEPELT-ESPAÑA. Santiago de Compostela

Diseño Portada: Mila Vázquez

ISBN: 84-605-3304-2
84-605-3309-3

Dep. Legal: C.1686/95

Imprime: Grafinova, S.A.

COMITE ORGANIZADOR

Presidenta:

Dña. M^a Carmen Guisán Seijas
Catedrática de Economía Aplicada (Econometría)
Universidad de Santiago de Compostela

Miembros:

Dña. M^a Teresa Cancelo Márquez
Dña. M^a Emilia Vázquez Rozas
D. Isidro Frías Pinedo
Dña. Ana Iglesias Casal
D. Agustín Ramos Calvo

Secretaria:

Isabel Neira Gómez

MIEMBROS DEL COMITE CIENTIFICO

Dña. M^a Carmen Guisán Seijas
D. José Carlos de Miguel Domínguez
D. José María Riobóo Almanzor
D. Rafael Herrerías Pleguezuelo
D. José Bernardo Pena Trapero
D. Miguel Roig Alonso
D. Antonio García Lizana

Presidentes de las mesas de DESARROLLO LOCAL:

Ramos Calvo, Agustín

Profesor titular de Economía Aplicada.
Universidad de Santiago de Compostela.

Roig Alonso, Miguel

Miembro del Consejo Ejecutivo de Asepelt-España.
Catedrático de Economía Aplicada (Hacienda Pública).
Universidad de Valencia.

Presidentes de las mesas de METODOS MATEMATICOS Y ANALISIS TEORICOS:

Fernández Lechón, Ramón

Catedrático de Economía Aplicada.
Universidad de Valladolid.

López Martín, Luis Javier

Catedrático de Economía Aplicada.
Universidad de La Laguna.

Miguel Domínguez, José Carlos de

Catedrático de Economía Aplicada (Matemáticas)
Universidad de Santiago de Compostela.

Soto Torres, M^a Dolores

Catedrática de Economía Aplicada.
Universidad de Valladolid.

VOLUMEN V

INDICE

DESARROLLO LOCAL

| | |
|---|-----|
| ALVAREZ MARTÍNEZ, Pedro y GARCÍA CARRASCO, Enrique <i>El modelo de Rash aplicado al análisis demográfico.</i> | 1 |
| ALLEPUS QUEROL, Josep y SEGARRA BLASCO, Agustín <i>Convergencia y distribución comarcal de la renta en Cataluña: 1979-1991.</i> | 15 |
| CHICA OLMO, Jorge; HERMOSO GUTIERREZ, José A. y CANO GUERVOS, Rafael A. <i>Análisis de la tendencia espacial del valor del suelo urbano a partir de la valoración catastral.</i> | 33 |
| DURO ALVAREZ, Purificación; MARTÍNEZ SOLER, Rafael y MUÑOZ CAMPOS, María Castillo <i>Políticas de apoyo de la Junta de Andalucía a la administración local: el plan de cooperación municipal.</i> | 45 |
| FRANCO IBARZABAL, Helena. <i>Desarrollo de las grandes metropolis. Factores y estrategias: una aproximación.</i> | 59 |
| GONZÁLEZ ALVAREZ, M ^a Luz <i>Desequilibrios y desigualdades sociales en la comarca de Vèlez Málaga.</i> | 71 |
| HERMOSO GUTIERREZ, José A.; CHICA OLMO, Jorge y CANO GUERVOS, Rafael A. <i>Análisis de los criterios latentes en la división administrativa de los barrios. Aplicación en la ciudad de Granada.</i> | 83 |
| MIÑANA SIMÓ, José Salvador . <i>Elementos para la creación de un fondo incondicional valenciano municipal (FIVAM).</i> | 97 |
| QUADRADO MERCADAL, Lucía y LÓPEZ BAZO, Enrique . <i>Las disparidades comarcales en el nivel de vida en Cataluña.</i> | 113 |
| RENESES GUILLÉN, Marta y MAHÍA CASADO, Ramón. <i>Estimación del nivel económico municipal.</i> | 125 |

MÉTODOS MATEMÁTICOS Y ANÁLISIS TEÓRICOS

| | |
|---|-----|
| ARNALDOS GARCÍA, Fuensanta y BLEDA MAZA DE LIZANA, Mercedes <i>Caos y tipo de cambio.</i> | 137 |
| ARRANZ SOMBRÍA, M ^a Rosa y PÉREZ GONZÁLEZ, M ^a Pilar <i>Comportamiento caótico de un modelo de precios.</i> | 147 |
| BELTRÁN CASCALES, M ^a Carmen y MARTÍNEZ GARCÍA, M ^a Pilar <i>Una reflexión sobre algunas de las críticas a la modelización económica neoclásica.</i> | 155 |
| CABALLERO FERNÁNDEZ, Rafael; GONZÁLEZ LOZANO, Mercedes; REY BORREGO, Lourdes y RUIZ DE LA RÚA, Francisco <i>Consideraciones sobre modelos de programación por metas en su versión dinámica.</i> | 159 |
| CALDERÓN MONTERO, Susana; CABALLERO FERNÁNDEZ, Rafael e HIDALGO SÁNCHEZ, Ramón <i>Algoritmo de penalización directa en el problema de control óptimo.</i> | 169 |
| CANSINO MUÑOZ-REPISO, José Manuel <i>La reforma del subsidio agrario: una propuesta para el debate</i> | 179 |
| CARDENETE FLORES, Manuel Alejandro <i>Babbage, un precursor del cambio tecnológico</i> | 191 |
| CASTILLO MANRIQUE, Isabel <i>Revisión de los modelos y procedimientos utilizados para la evaluación de la eficiencia</i> | 201 |
| FERNÁNDEZ LECHÓN, Ramón <i>Soluciones de Nash no cooperativas en ciclo abierto y cerrado.</i> | 213 |
| GARCÍA ARTILES, M ^a Dolores <i>Comportamiento caótico en un modelo de mercado especulativo.</i> | 223 |
| GARCÍA LAPRESTA, José Luis y RODRÍGUEZ PALMERO, Carlos <i>Análisis de la ausencia de ciclos en las preferencias.</i> | 237 |
| GARCÍA SOBRECASES, Francisco Miguel <i>Preferencias colectivas, elección social y bienes públicos.</i> | 247 |
| GIL FARÍÑA, Candelaria; GONZÁLEZ CONCEPCIÓN, Concepción y PESTANO GABINO, Celina <i>Modelización de la relación publicidad-ventas a través de la aproximación de PADE.</i> | 261 |

| | |
|--|-----|
| GÓMEZ GARCÍA, Francisco <i>Reflexiones sobre el concepto de la tasa natural de desempleo.</i> | 271 |
| HERNÁNDEZ GUERRA, Juan <i>Acoplamiento y sincronización en los ciclos económicos. Estudio analítico de un modelo.</i> | 281 |
| JIMÉNEZ TORRES, Fernando <i>Distribución de la cartera de valores mediante programación cuadrática.</i> | 295 |
| MÁRMOL CONDE, Amparo M; HINOJOSA RAMOS, Miguel; PUERTO ALBANDOZ, Justo y FERNÁNDEZ GARCÍA, Francisco R. <i>Un problema de transporte multiobjetivo con información adicional.</i> | 305 |
| MARTÍNEZ RODRÍGUEZ, Julia y RINCÓN ZAPATERO, Juan Pablo <i>Caracterización de equilibrios feedback en juegos diferenciales mediante ecuaciones en derivadas parciales</i> | 321 |
| SOTO TORRES, M ^a Dolores <i>Soluciones negociadas de Nash en un juego diferencial.</i> | 333 |

OTRAS COMUNICACIONES

| | |
|--|-----|
| AFONSO RODRÍGUEZ, Julio Ángel y GUIRAO PÉREZ, Gines: <i>Comportamiento de la Varianza Condicional para Algunas Series de Rendimientos de Activos de Capital</i> | 343 |
| ALONSO RODRÍGUEZ, Sergio <i>Una aplicación del modelo del filtro en el dominio de la frecuencia</i> | 355 |
| ANDREU, José Miguel y ARASA MEDINA, Carmen <i>Sobre la Importancia Relativa de los Bancos y las Cajas de Ahorros: de los Ecos de 1977 a las Cercanías del Año 2.000</i> | 363 |
| AREITIO BERTOLÍN, Gloria <i>Auditoría de un SIA. Consideraciones de Calidad</i> | 371 |
| BERNAL GARCÍA, Juan Jesús y GUZMÁN RAJA, Isidoro <i>El Muestreo en Auditoría de Cuentas: Caso Practico de un Balance</i> | 385 |
| CABRER BORRAS, Bernardí; COSCOLLA GIRONA, Mari Paz y VILA, Luis. <i>Estimación del VAB sectorial a través de un modelo TIO: una aplicación a la C.V.</i> | 403 |

| | |
|--|-----|
| CABRERA SÁNCHEZ, Juan Manuel <i>Capital humano y rentas del trabajo en España. Un análisis comparativo en distintos ámbitos laborales.</i> | 419 |
| CARRERAS ROIG, Lluís <i>Ahorro, fiscalidad y déficit público.</i> | 429 |
| CLEMENTE LOPEZ, Jesús, MONTAÑÉS BERNAL, Antonio y REYES GARCÍA, Marcelo: <i>Errores de especificación y contrastes de raíz unitaria: un estudio de Montecarlo</i> | 433 |
| COLOM, M ^a del Mar, MUÑOZ YEBRA, C. y PABLO MARTÍ, F. <i>Proteccionismo y cinematografía: un análisis económico.</i> | 445 |
| CORTÉS SIERRA, Georgina <i>Características de la industria en Extremadura deducidas de su distribución en el territorio</i> | 455 |
| EGUÍA PEÑA, Begoña <i>Evolución económica, tendencias demográficas y seguridad social.</i> | 475 |
| ESCOBAR URMENETA, M. Teresa y MORENO JIMÉNEZ, José María: <i>Aspectos notables en la programación jerárquica por compromiso</i> | 487 |
| FATÁS JUBERÍAS, Enrique y TAMBORERO SANJUÁN, Pilar. <i>Políticas macroeconómicas y reputación institucional: democracia, igualdad y crecimiento económico.</i> | 503 |
| FERNÁNDEZ JARDÓN, Carlos María y OTERO GIRALDEZ, M ^a Soledad <i>El efecto del nivel educativo en la tasa de participación laboral de las mujeres gallegas.</i> | 517 |
| FERNÁNDEZ JARDÓN, Carlos María; SAN MARTÍN Monserrat y SIERRA MURILLO, Yolanda <i>Un modelo de medición de la inflación. La Rioja 1985-92</i> | 527 |
| GRANELL PÉREZ, Rafael y HIGON TAMARIT, Francisco J. <i>La equidad en el actual régimen tributario de la unidad familiar.</i> | 541 |
| MARTÍNEZ CHACÓN, Elvira <i>La industria de Navarra: especificación y vocación exterior.</i> | 553 |
| MARTÍNEZ LEÓN, José <i>Histogramas perfilados con rampas y ojivas acumulativas de frecuencias</i> | 565 |

| | |
|--|-----|
| MARTÍNEZ ROMERO, M ^a Francisca <i>Los desequilibrios interprovinciales andaluces.</i> | 581 |
| MARTÍNEZ VICENTE, Silvio y ASTRAY, Emilio. <i>Un modelo de simulación para servicios de telecomunicaciones parcialmente sustitutivos.</i> | 591 |
| MIGUEL ALVAREZ, Jesús Ángel y OLAVE RUBIO, Pilar: <i>Evaluación de las predicciones en modelos arch-M</i> | 599 |
| MIGUEL UCETA, Santiago <i>Índices específicos de de capacidad de compra.</i> | 611 |
| MUÑOZ VÁZQUEZ, Agustín, ALBA FERNÁNDEZ, M. Virtudes y RUIZ FUENTES, Nuria <i>Meta-Análisis: combinación de p valores</i> | 623 |
| MURILLO FORT, Carles y SAURINA CANALS, Carmen. <i>Medición de la calidad en la prestación de servicios personales.</i> | 631 |
| NAVARRO ELOLA, Luis y PASTOR TEJEDOR, Ana Clara <i>Aplicación de un Sistema de Calidad en la Empresa</i> | 645 |
| LLORENTE MARRÓN, M ^a del Mar; DÍAZ FERNÁNDEZ, Montserrat y COSTA REPARAZ, Emilio <i>Un modelo microeconómico de fecundidad.</i> | 655 |
| PÉREZ VILLALTA, R, GONZÁLEZ RODRÍGUEZ, M. Rosario, PÉREZ DIEZ DE LOS RIOS, J.L y ARIAS MARTÍN, Carlos. <i>Aplicación del método de rechazo en la estimación bayesiana</i> | 665 |
| Rodríguez González, Ricardo <i>Importancia de la cultura de empresa en orden a la eficiencia del sector público.</i> | 679 |
| Rodríguez Prada, Gonzalo <i>Intervenciones intramarginales y controles a la movilidad de capital en un mecanismo cambiario de bandas de fluctuación.</i> | 687 |
| Rojo García, José Luis y Sanz Gómez, José Antonio: <i>Evaluación de estimaciones de probabilidad: una introducción</i> | 699 |
| Selva Sevilla, Carmen. <i>Análisis de la educación en Castilla-La Mancha, enseñanza primaria, enseñanza secundaria , enseñanza superior.</i> | 719 |

| | |
|--|-----|
| SUÁREZ VEGA, Rafael; DORTA GONZÁLEZ, Pablo; SANTOS PEÑATE, Dolores R. y MARTEL ESCOBAR, M ^a del Mar. <i>Un análisis sobre la organización espacial y niveles educativos de los centros escolares en la isla de Palma.</i> | 733 |
| TORTOSA CHULIA, M ^a Angeles y PLA VALL, Angeles <i>Cuestiones relacionadas con el límite conjunto a las cuotas y el impuesto mínimo en el impuesto sobre el patrimonio español.</i> | 745 |
| URIARTE ARCINIEGA, Juan de de Dios. <i>¿Son los universitarios potencialmente emprendedores?</i> | 755 |

EL MODELO DE RASCH APLICADO AL ANALISIS DEMOGRAFICO

PEDRO ALVAREZ MARTÍNEZ

Departamento de Economía Aplicada y Organización de Empresa.

ENRIQUE GARCÍA CARRASCO

Departamento de Economía Financiera.
Universidad de Extremadura.

1. INTRODUCCION

Los modelos de variables latentes, en la Teoría de los Tests, centra su atención no solo en el resultado total de los tests, sino más bien en la interacción entre una persona y un ítem. El diseño del planteamiento y la formulación matemática trata de explicar el proceso de cómo se obtiene una respuesta a un ítem. El modelo más representativo de la Teoría de la Respuesta al Ítem (Item Response Theory) es el modelo de Rasch, el cual puede ser considerado como un instrumento de medida de variables latentes (Andrich, 1988).

Las medidas se basan en observaciones que esencialmente son cualitativas. Para hacer medidas se desarrollan unas normas o reglas que controlan cómo se hacen estas observaciones. Estas reglas especifican el grado de validez y certeza que las medidas requieren.

Medir el "perfil demográfico" de los municipios es análogo, por ejemplo, a medir la altura. Primero se concibe la idea de la variable "perfil demográfico" que se quiere medir. Después se determina las observaciones que son útiles considerar como manifestaciones de esa variable. A continuación se eligen los agentes (ítems) que proporcionan ese "perfil demográfico" que puedan manifestar casos de esta variable unidimensional. La idea de una línea donde se sitúen los ítems nos da una imagen de esta variable aritmética. Esto nos facilita la concepción de cómo proceder en la construcción de esa variable. Se hace uso de del conocimiento de aritmética para situar los ítems a lo largo de la línea y su continuo, y justificar estas posiciones mediante análisis empíricos.

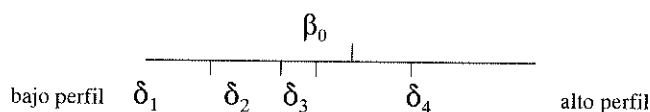
2. METODO: EL MODELO DE RASCH

El "perfil demográfico" puede ser considerado como una variable latente (X) definida por un conjunto de ítems. Estos ítems son los atributos que determinan el perfil demográfico. Como cualquier otra variable, el "perfil demográfico" se concibe como una línea con dirección a lo largo de la cual se sitúan los atributos y municipios. Se supone una única dimensión. La dirección implica "más" de la variable. Más es "más" distancia a lo largo de la línea.

Es necesario encontrar formas de establecer las situaciones de los atributos en la mencionada línea si creemos que esto es una forma que nos ayuda a pensar en el perfil demográfico.

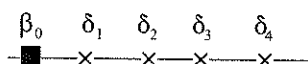
3. CÓMO SE SITUÁN LOS ATRIBUTOS Y MUNICIPIOS

Según lo supuesto, la siguiente figura representa la forma en la que un municipio β_0 y los atributos pueden ser considerados según su ubicación en la línea de perfil demográfico

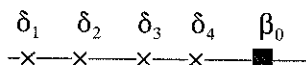


Los atributos δ_1 , δ_2 , δ_3 , en este caso están más próximos al extremo de bajo perfil demográfico que el atributo δ_4 y el municipio β_0 .

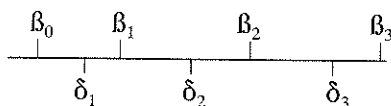
En la representación siguiente el municipio β_0 no se espera que presente ningún atributo



mientras que a continuación se representa el caso en que el municipio β_0 se espera que presente todos los atributos



Si hubiera dos o más municipios su diferencia, según el perfil demográfico, vendría dada por un conjunto de atributos y su relativa posición respecto a ellos (Wright & Stone, 1978).



Esta representación muestra que el municipio β_0 tiene el perfil demográfico más bajo. El municipio β_1 excede (está más a la derecha) al atributo representado por el parámetro δ_1 . El municipio β_2 excede a los parámetros δ_1 y δ_2 . El municipio β_3 excede a todos los parámetros δ considerados. El municipio con menos perfil demográfico es β_0 y el de mayor perfil es β_3 .

Por otro lado el atributo δ_1 es el de menor medida, y está presente en los municipios β_1 , β_2 y β_3 ; mientras que el atributo δ_3 es el de medida más alta (está más a la derecha), el más raro, ya que solo está presente en el municipio β_3 .

Luego la variable latente "perfil demográfico" se concibe como un continuo a lo largo del cual se sitúan los parámetros δ_i y β_n que representan a los atributos y municipios respectivamente.

Sea X_{ni} la variable dicotómica "perfil demográfico" referida a un municipio "n" y un atributo "i". Si $X_{ni}=1$, se dice que en el municipio "n" se presenta el atributo "i". Si $X_{ni} = 0$ entonces el atributo "i" no está presente en el municipio "n".

Relacionando la representación gráfica con la variable aleatoria descrita se tiene

$$\begin{aligned} \text{Si } \beta_n > \delta_i, & \text{ es decir, si } (\beta_n - \delta_i) > 0 \text{ entonces } P[X_{ni}=1] > 0,5 \\ \text{Si } \beta_n < \delta_i, & \text{ es decir, si } (\beta_n - \delta_i) < 0 \text{ entonces } P[X_{ni}=1] < 0,5 \\ \text{Si } \beta_n = \delta_i, & \text{ es decir, si } \beta_n = \delta_i \text{ entonces } P[X_{ni}=1] = 0,5 \end{aligned}$$

este análisis nos permite relacionar la probabilidad de tener perfil demográfico con la diferencia $(\beta_n - \delta_i)$, (logit). Esta diferencia estará comprendida entre $-\infty$ y $+\infty$, y la probabilidad está comprendida entre 0 y 1, esto es

$$\begin{aligned} 0 &\leq P\{X_{ni}=1\} \leq 1 \\ -\infty &\leq (\beta_n - \delta_i) \leq +\infty \end{aligned}$$

Si utilizamos la diferencia $(\beta_n - \delta_i)$ como un exponente de base e , entonces

$$0 \leq e^{(\beta_n - \delta_i)} \leq +\infty$$

$$0 \leq \left\{ \frac{e^{(\beta_n - \delta_i)}}{1 + e^{(\beta_n - \delta_i)}} \right\} \leq 1$$

Con los cálculos correspondientes y aplicando límites se obtiene la expresión.

Esta fórmula será una estimación de la probabilidad de tener perfil demográfico para un municipio "n" referido al atributo "i" dado los parámetros β_n y δ_i . La relación puede ser expresada como (Rasch, 1980)

$$P\{X_{ni} = 1 \mid \beta_n, \delta_i\} = \frac{e^{(\beta_n - \delta_i)}}{1 + e^{(\beta_n - \delta_i)}}$$

Esta es la fórmula que George Rasch obtuvo en su desarrollo de la Teoría de Variables Latentes.

La probabilidad cuando $X_{ni}=0$ es

$$P\{X_{ni} = 0 \mid \beta_n, \delta_i\} = 1 - P\{X_{ni} = 1 \mid \beta_n, \delta_i\} = 1 - \frac{e^{(\beta_n - \delta_i)}}{1 + e^{(\beta_n - \delta_i)}} = \frac{1}{1 + e^{(\beta_n - \delta_i)}}$$

Supongamos que el panel de resultado de un municipio "n" sobre un conjunto de L atributos es

$$X_{n1}, X_{n2}, X_{n3}, \dots, X_{nL}$$

Donde cada X_{ni} ($i=1,2,\dots,L$) son 1 y 0. Una forma de contabilizar el "perfil demográfico" será expresar el número de atributos que se presenten en el municipio "n", ignorando la forma del panel de los resultados. Sabemos que no todos los atributos obtienen la misma evaluación, luego la forma del panel de los resultados es importante. El resultado total que obtiene un municipio lo representamos por r_n

$$r_n = X_{n1} + X_{n2} + \dots + X_{nL}$$

La probabilidad condicional de obtener un resultado total mediante un panel de resultados de 1 y 0 viene dada por

$$P[(X_{n1}, X_{n2}, \dots, X_{nL}) / (r_n, \beta_n, \delta_1, \delta_2, \dots, \delta_L)] = P[X_{ni} / r_n, \beta_n, \delta_{-i}] = \frac{P[(X_{ni} \cap r_n) / \beta_n, \delta_{-i}]}{P[r_n / \beta_n, \delta_{-i}]}$$

donde \sim (tilde) indica todos los valores referidos. Luego X_{ni} indica el resultado obtenido por el ejecutivo "n" al evaluar todos los atributos "i", desde 1 hasta L. Por tanto X_{ni} expresa el panel de las evaluaciones de todos los atributos realizadas por el ejecutivo "n".

El numerador es la probabilidad de un obtener un panel determinado y la del resultado total que ese panel genera. El denominador es la probabilidad de obtener ese resultado total mediante cualquier panel de resultados. Con los cálculos apropiados se obtiene

$$* = \frac{\prod_i \{e^{-X_{ni} \delta_i}\}}{\sum_{\forall_i \mid r_n} \{\prod_i \{e^{-X_{ni} \delta_i}\}\}}$$

La suma se extiende a todos los valores de "i", es decir, todos los atributos, dado el resultado total para el panel que genera r_n . Esta restricción de la suma viene expresado por $\forall_i | r_n$.

Luego la probabilidad de obtener un mismo resultado total por un panel mejor que otro depende de los atributos; el panel de resultado no proporciona información de los municipios. La información la proporciona el resultado total r_n . El modelo de Rasch es el único modelo de variables latentes que justifica el uso del resultado total.

En la práctica no sabemos la ubicación de los atributos, pero sí podemos observar el panel de los resultados de los municipios. Se utiliza r_n como el resultado total (número de atributos considerados por el municipio "n") definido por

$$r_n = \sum_{i=1}^L X_{ni}$$

Si se considera todos los resultados de un atributo, en lugar de los resultados de un municipio, se podría contar el número de municipios que presentan ese atributo. Entonces

$$S_i = \sum_{n=1}^N X_{ni}$$

Se demuestra que los resultados de un cierto número de municipios referidos a un determinado atributo no dependen del atributo. Luego el modelo de Rasch no solo justifica el uso del resultado total para evaluar a los municipios sino también para evaluar a los atributos. Esto no significa que los números r_n y S_i sean utilizados como medidas, sino que lo que quiere decir es que contienen toda la información necesaria para estimar los parámetros β_n y δ_i . Son estadísticos suficientes para la estimación.

4. ESTIMACIÓN DE MÁXIMA VEROSIMILITUD

Consideremos la matriz completa ($N \times L$) de todos los resultados de N municipios sobre L atributos. La probabilidad de que el panel de resultados observados de las evaluaciones haya ocurrido, será el producto de las probabilidades por separado de todas las evaluaciones de cada municipio con un atributo.

Esta probabilidad, la verosimilitud (Λ) de ocurrencia de la matriz de las evaluaciones viene dada por

$$\Lambda = P\{X_{ni} \mid \beta_n, \delta_i\} = \prod_{n=1}^N \prod_{i=1}^L P\{X_{ni} \mid \beta_n, \delta_i\} = \prod_{n=1}^N \prod_{i=1}^L \left\{ \frac{e^{X_{ni}(\beta_n - \delta_i)}}{1 + e^{(\beta_n - \delta_i)}} \right\}$$

Tomando logaritmos y simplificando resulta

$$\lambda = \log_e \Lambda = \sum_n^N r_n \beta_n - \sum_i^L S_i \delta_i - \sum_n^N \sum_i^L \log_e \{1 + e^{(\beta_n - \delta_i)}\} \quad (1)$$

Esta ecuación es el logaritmo de la verosimilitud del panel de resultados observados en términos de los parámetros β_n , δ_i , S_i y r_n . No aparecen los paneles de las evaluaciones individuales de los municipios, solo aparece el resultado total. Esto, junto con la separación de r_n , β_n y S_i , δ_i , establece la suficiencia de r_n para estimar β_n y de S_i para estimar δ_i , y proporciona los medios para obtener las estimas de los β_n independientemente de los δ_i y viceversa. Dicha ecuación permite calcular la probabilidad de ocurrencia de la matriz completa de las evaluaciones, una vez conocidos los parámetros β_n y δ_i .

5. CÓMO ESTIMAR LOS VALORES DE β_N Y Δ_I

Las mejores estimas de los parámetros β_n y δ_i se calculan maximizando la función de verosimilitud (ecuación (1)). Inicialmente se toma un conjunto de estimas y se calcula el logaritmo de la verosimilitud de ocurrencia utilizando (1). A continuación las estimas varían en la dirección en la que aumente la verosimilitud de ocurrencia de las evaluaciones observadas. Este proceso se continúa hasta que las estimas de los parámetros (β_n y δ_i) contabilicen mejor el panel de las evaluaciones obtenidas.

Con los cálculos apropiados se demuestra que la función de verosimilitud se maximiza cuando para cada municipio "n" se tenga

$$r_n = \sum_{i=1}^L P(X_{ni} = 1) \quad (2)$$

y para cada atributo

$$S_i = \sum_{n=1}^N P(X_{ni} = 1) \quad (3)$$

La ecuación (2) representa N ecuaciones, ya que hay una para cada municipio. La ecuación (3) representa L ecuaciones, ya que hay una para cada uno de los L atributos.

Aunque hay N municipios, no todos obtienen distintos resultados totales, al menos que haya más atributos que municipios; si un municipio no presenta ningún atributo y por tanto $r_n = 0$, entonces β_n no se puede estimar y estaría en cualquier lugar de la línea a la izquierda de los atributos. Igualmente los municipios que presenten todos los atributos $r_n = L$ no se pueden estimar. Además todos los municipios que hayan evaluado de la misma forma, obteniendo el mismo resultado comprendido entre 1 y L-1, se estimarán igual y tienen el mismo parámetro β_r . No es necesario expresar β_n puesto que se aplica a todos los municipios con este resultado total r . En lugar de una ecuación para cada municipio solo se necesita una ecuación para cada uno de los L-1 resultados de los L atributos, es decir, el resultado de 1 hasta L-1, el resto de la ecuación (2) queda

$$r = \sum_{i=1}^L P(X_{ri} = 1) \quad (4)$$

donde $P(X_{ri}=1)$ es la probabilidad de aquellos municipios que obtienen un resultado r cuando evalúan a los atributos i .

Las ecuaciones en (3) resulta

$$S_i = \sum_{r=1}^{L-1} n_r P(X_{ri} = 1) \quad (5)$$

donde n_r es el número de municipios que obtienen un resultado r . Con las L-1 estimas de β y las L estimas de δ_i , las L(L-1) probabilidades de un municipio que obtiene un resultado r en los atributos i vendrá dada por

$$\hat{P}(X_{ri} = 1) = \left\{ \frac{e^{(\beta_r - \delta_i)}}{1 + e^{(\beta_r - \delta_i)}} \right\} = \hat{P}_{ri}$$

En el programa que calcula las estimas para los parámetros se empieza por las L-1 estimas asociadas con cada resultado de la forma

$$\beta_r = \log_e \left\{ \frac{r}{L-r} \right\}$$

y los valores iniciales para las L estimas de los atributos son

$$\delta_i = \log_e \left\{ \frac{N-S_i}{S_i} \right\} - \frac{1}{L} \sum_{i=1}^L \log_e \left\{ \frac{N-S_i}{S_i} \right\}$$

El término restado sirve solo para fijar la media de los valores iniciales para δ_i en cero. La escala es intervalo luego el origen es arbitrario. Fijando la media de los δ_i en cero, simplemente se fija la escala donde estén las posiciones relativas de los atributos y municipios.

Las mejores estimas para β_i y δ_i se van obteniendo hasta que el segundo miembro de (4) y (5) difiera de los resultados observados en una cantidad muy pequeña. Éstas son pues las mejores estimas de los β_i y δ_i en el sentido de que con ningunos otros valores se obtendría el resultado más probable al obtenido. El proceso descrito es un método de estimación incondicional.

Los errores standards de las estimas de los parámetros de los atributos vienen dados por

$$SE (\delta_i) = \sqrt{\frac{1}{\sum_{r=1}^{L-1} [n_r \hat{P}_{ri} (1-\hat{P}_{ri})]}}$$

Los errores standards de las estimas de los parámetros de los municipios vienen dado por

$$SE (\beta_r) = \frac{1}{\sqrt{\sum_{i=1}^L [\hat{P}_{ri} (1-\hat{P}_{ri})]}}$$

Resultado y discusión. El perfil demográfico de los municipios puede ser considerado como una variable latente, definida por un conjunto de ítems que representados por el parámetro δ_i ($i=1, 2, 3, \dots, 51$) son los atributos siguientes: nacimientos, casamientos y defunciones desde 1975 hasta 1991, respectivamente.

Los 161 municipios de la provincia de Badajoz están representados por el parámetro β_n ($n=1, 2, 3, \dots, 161$). La frecuencia de cada atributo para cada municipio se ha referido a la escala de 0 a 20 (Alvarez et al. 1993).

La fórmula de Rasch vendría expresada por:

$$P[X_{ni}=x] = \frac{e^{(\beta_n - \delta_i)}}{1 + e^{(\beta_n - \delta_i)}}$$

que nos da la probabilidad de que en el municipio "n" se presente el atributo "i" con un nivel "x", donde "x" toma los valores de la escala 1-20. La probabilidad de que en el municipio no se presente el atributo "i" viene dado por:

$$P[X_{ni}=0] = \frac{1}{1 + e^{(\beta_n - \delta_i)}}$$

Los parámetros β_n y δ_i , con 21 categorías, se estiman mediante el método de máxima verosimilitud utilizando los algoritmos PROX y UCON.

Construida la variable "perfil demográfico del municipio" se han obteniendo las calibraciones de los 3 atributos desde 1975 hasta 1991. La Tabla 1 nos muestra las calibraciones ordenadas de los atributos

ESTADÍSTICAS DE LOS ÍTEMS EN ORDEN DE MEDIDA

| ENTRY NUM | NUM SCORE | COUNT | MEASURE | ERROR | INIFT NUM | STD | OUTIFT NUM | STD | PIRIS | ITEMS |
|--------------|--------------|-------|---------|-------|--------------|------|---------------|------|-------|-----------------|
| 34 | 1152 | 157 | 52.5 | .2 | .63 | -3.3 | .57 | -3.8 | .93 | 1991 Matrimonio |
| 21 | 1147 | 154 | 52.5 | .2 | .81 | -1.7 | .77 | -2.0 | .92 | 1978 Matrimonio |
| 32 | 1141 | 151 | 52.4 | .3 | 1.16 | 1.3 | 1.09 | .8 | .89 | 1989 Matrimonio |
| 18 | 1135 | 154 | 52.4 | .2 | .81 | -1.6 | .78 | -2.0 | .91 | 1975 Matrimonio |
| 20 | 1162 | 155 | 52.5 | .2 | 1.24 | 2.1 | 1.17 | 1.5 | .87 | 1977 Matrimonio |
| 33 | 1161 | 154 | 52.2 | .3 | .74 | -2.2 | .73 | -2.2 | .92 | 1990 Matrimonio |
| 22 | 1164 | 152 | 52.1 | .3 | .72 | -2.4 | .68 | -2.7 | .92 | 1979 Matrimonio |
| 15 | 1188 | 159 | 52.1 | .2 | .65 | -3.0 | .62 | -3.4 | .93 | 1989 Nacimiento |
| 19 | 1192 | 155 | 51.9 | .3 | .82 | -1.5 | .76 | -2.1 | .91 | 1976 Matrimonio |
| 30 | 1194 | 153 | 51.8 | .3 | .72 | -2.4 | .64 | -3.2 | .93 | 1967 Matrimonio |
| 4 | 1196 | 160 | 51.8 | .2 | .43 | -5.0 | .41 | -5.3 | .95 | 1976 Nacimiento |
| 40 | 1195 | 156 | 51.7 | .2 | .73 | -2.3 | .70 | -2.6 | .91 | 1980 Defunción |
| 24 | 1189 | 152 | 51.7 | .3 | .89 | -.9 | .84 | -1.4 | .92 | 1981 Matrimonio |
| 23 | 1205 | 155 | 51.7 | .3 | .95 | -.4 | .91 | -.6 | .90 | 1980 Matrimonio |
| 28 | 1214 | 155 | 51.6 | .3 | .74 | -2.2 | .68 | -2.8 | .91 | 1985 Matrimonio |
| 31 | 1207 | 153 | 51.6 | .3 | .67 | -2.8 | .62 | -3.3 | .92 | 1988 Matrimonio |
| 25 | 1218 | 155 | 51.5 | .3 | .92 | -.7 | .94 | -.5 | .89 | 1982 Matrimonio |
| 29 | 1232 | 158 | 51.4 | .2 | .69 | -2.7 | .65 | -3.1 | .91 | 1986 Matrimonio |
| 26 | 1239 | 157 | 51.3 | .3 | .78 | -1.9 | .72 | -2.4 | .92 | 1983 Matrimonio |
| 27 | 1240 | 154 | 51.1 | .3 | .82 | -1.5 | .74 | -2.2 | .91 | 1984 Matrimonio |
| 36 | 1303 | 161 | 50.2 | .3 | .73 | -2.3 | .71 | -2.5 | .92 | 1976 Defunción |
| 35 | 1337 | 160 | 49.8 | .3 | .82 | -1.5 | .78 | -1.9 | .91 | 1975 Defunción |
| 17 | 1349 | 158 | 49.6 | .3 | .34 | -3.9 | .49 | -4.4 | .94 | 1991 Nacimiento |
| 5 | 1352 | 158 | 49.6 | .3 | .45 | -4.6 | .42 | -5.0 | .94 | 1979 Nacimiento |
| 16 | 1361 | 158 | 49.6 | .3 | .58 | -3.6 | .58 | -3.7 | .93 | 1990 Nacimiento |
| 3 | 1366 | 160 | 49.5 | .3 | .31 | -5.9 | .29 | -6.2 | .96 | 1977 Nacimiento |
| 1 | 1376 | 161 | 49.5 | .3 | .41 | -5.0 | .37 | -5.5 | .95 | 1975 Nacimiento |
| 11 | 1380 | 160 | 49.4 | .3 | .70 | -2.6 | .72 | -2.5 | .92 | 1985 Nacimiento |
| 2 | 1383 | 160 | 49.4 | .3 | .30 | -6.0 | .28 | -6.4 | .96 | 1974 Nacimiento |
| 6 | 1385 | 160 | 49.3 | .3 | .50 | -4.3 | .55 | -3.9 | .94 | 1980 Nacimiento |
| 10 | 1392 | 159 | 49.2 | .3 | .57 | -5.4 | .56 | -5.6 | .95 | 1984 Nacimiento |
| 13 | 1392 | 158 | 49.2 | .3 | .56 | -3.7 | .48 | -4.6 | .93 | 1987 Nacimiento |
| 12 | 1398 | 160 | 49.2 | .3 | .65 | -2.9 | .63 | -3.2 | .92 | 1986 Nacimiento |
| 49 | 1401 | 160 | 49.1 | .3 | .57 | -3.7 | .50 | -4.4 | .94 | 1981 Nacimiento |
| 45 | 1393 | 159 | 49.1 | .3 | .93 | -.6 | .98 | -.1 | .89 | 1985 Defunción |
| 9 | 1405 | 159 | 49.1 | .3 | .53 | -4.0 | .43 | -5.0 | .94 | 1983 Nacimiento |
| 8 | 1403 | 158 | 49.0 | .3 | .39 | -5.1 | .35 | -5.7 | .96 | 1982 Nacimiento |
| 14 | 1417 | 160 | 48.9 | .3 | .57 | -5.4 | .53 | -5.9 | .96 | 1988 Nacimiento |
| 41 | 1411 | 158 | 48.9 | .3 | .89 | -1.7 | .73 | -2.3 | .90 | 1981 Defunción |
| 42 | 1406 | 158 | 48.8 | .3 | 1.38 | 5.2 | 1.44 | 3.8 | .85 | 1982 Defunción |
| 43 | 1426 | 160 | 48.8 | .3 | .60 | -3.4 | .59 | -3.6 | .92 | 1983 Defunción |
| 44 | 1440 | 160 | 48.5 | .3 | .59 | -3.4 | .58 | -3.6 | .92 | 1986 Defunción |
| 39 | 1471 | 160 | 48.0 | .3 | .82 | -1.5 | .75 | -2.1 | .91 | 1979 Defunción |
| 47 | 1492 | 161 | 47.8 | .3 | .67 | -2.8 | .64 | -3.1 | .94 | 1987 Defunción |
| 38 | 1499 | 161 | 47.7 | .3 | .68 | -2.7 | .66 | -3.0 | .92 | 1978 Defunción |
| 50 | 1500 | 161 | 47.7 | .3 | .73 | -2.2 | .67 | -2.9 | .91 | 1990 Defunción |
| 46 | 1497 | 159 | 47.6 | .3 | .76 | -2.0 | .70 | -2.6 | .91 | 1986 Defunción |
| 51 | 1504 | 160 | 47.6 | .3 | .90 | -.8 | .81 | -1.7 | .90 | 1991 Defunción |
| 37 | 1512 | 160 | 47.4 | .3 | .56 | -3.7 | .54 | -4.0 | .93 | 1977 Defunción |
| 48 | 1522 | 160 | 47.3 | .3 | .82 | -1.5 | .75 | -2.1 | .92 | 1988 Defunción |
| MEAN | 1328. | 158. | 50.0 | .3 | .70 | -2.6 | .66 | -3.0 | | |
| S.D. | 122. | 3. | 1.6 | .0 | .22 | 1.8 | .22 | 1.9 | | |

ENTRY NUM es el número de orden de entrada. RAW SCORE es el total de puntos. COUNT es el número de grupos que han puntuado a cada ítem (municipio). MEASURE es la medida. ERROR es el error standard. INFIT/OUTFIT son índices de desajustes. PTBIS es el punto biserial. MEAN es la media. S.D. es la desviación standard.

Los atributos más valorados en el perfil demográfico, por tanto con las medidas más baja, corresponden a "1988 Defunción", seguido de "1977 Defunción", "1991 Defunción", etc; los atributos más raros son "1991 Matrimonio", seguido de "1978 Matrimonio", etc.

TABLA 2

ESTADÍSTICAS DE LOS MUNICIPIOS EN ORDEN DE MEDIDA

| ENTRY NUM | RAW SCORE | COUNT | MEASURE | ERROR | INFIT MNSQ | STD | OUTFIT MNSQ | STD | PTBIS | MUNICIPIOS |
|--------------|--------------|-------|---------|-------|---------------|------|----------------|------|-------|------------------------|
| 83 | 883 | 51 | 81.8 | 1.0 | .58 | -2.4 | .59 | -2.3 | .27 | Merida |
| 44 | 821 | 51 | 70.3 | .8 | .26 | -3.0 | .26 | -3.0 | .34 | Don Benito |
| 11 | 798 | 51 | 67.5 | .7 | .33 | -3.1 | .32 | -3.0 | .27 | Almendralejo |
| 153 | 778 | 51 | 65.7 | .6 | .24 | -3.9 | .24 | -3.8 | .50 | Villanueva de Serena |
| 88 | 716 | 51 | 61.3 | .5 | .32 | -3.6 | .32 | -3.6 | .23 | Montijo |
| 158 | 700 | 51 | 60.2 | .5 | .30 | -3.7 | .30 | -3.7 | .26 | Zafra |
| 149 | 698 | 51 | 60.1 | .5 | .12 | -4.6 | .12 | -4.6 | .67 | Villafranca de Barros |
| 95 | 675 | 51 | 58.6 | .5 | .21 | -4.1 | .20 | -4.1 | .52 | Olivenza |
| 70 | 654 | 51 | 57.3 | .5 | .19 | -4.1 | .19 | -4.1 | .69 | Jerez delos Caballeros |
| 14 | 651 | 51 | 57.1 | .5 | .35 | -3.3 | .35 | -3.3 | .80 | Azuaga |
| 60 | 629 | 51 | 55.6 | .6 | .24 | -3.8 | .24 | -3.8 | .58 | Guareña |
| 122 | 627 | 51 | 55.5 | .6 | .19 | -4.0 | .19 | -4.0 | .74 | Santos de Maimona(Los) |
| 54 | 619 | 51 | 55.0 | .6 | .22 | -3.9 | .22 | -3.9 | .77 | Fuente del Maestre |
| 23 | 616 | 51 | 54.8 | .6 | .68 | -1.6 | .68 | -1.6 | .70 | Cabeza del Buey |
| 93 | 615 | 51 | 54.7 | .6 | .55 | -2.2 | .55 | -2.2 | .70 | Oliva de la Frontera |
| 36 | 612 | 51 | 54.5 | .6 | .23 | -3.8 | .23 | -3.8 | .77 | Castuera |
| 123 | 609 | 51 | 54.3 | .6 | .22 | -3.8 | .22 | -3.8 | .73 | San Vicente Alcantara |
| 6 | 600 | 51 | 53.7 | .6 | .27 | -3.6 | .27 | -3.6 | .77 | Alburquerque |
| 28 | 598 | 51 | 53.6 | .6 | .50 | -2.4 | .50 | -2.4 | .57 | Campanario |
| 50 | 591 | 51 | 53.1 | .6 | .44 | -2.8 | .44 | -2.8 | .80 | Fregenal de la Sierra |
| 74 | 588 | 51 | 52.9 | .6 | .38 | -3.0 | .38 | -3.0 | .68 | Llerena |
| 25 | 585 | 51 | 52.7 | .6 | .76 | -1.2 | .76 | -1.2 | -.06 | Calamonte |
| 103 | 585 | 51 | 52.7 | .6 | .24 | -3.7 | .24 | -3.7 | .52 | Puebla de la Calzada |
| | | | | | | | | | | |
| 65 | 260 | 51 | 37.1 | .4 | .41 | -3.2 | .39 | -3.2 | .68 | Higuera de Lereña |
| 77 | 248 | 49 | 36.9 | .4 | .48 | -2.7 | .46 | -2.8 | .74 | Malcocinado |
| 56 | 245 | 49 | 36.8 | .4 | .66 | -1.8 | .64 | -1.8 | .67 | Garbayuela |
| 82 | 238 | 51 | 36.4 | .4 | .66 | -1.9 | .66 | -1.8 | .48 | Mengabril |
| 13 | 211 | 48 | 35.9 | .4 | 1.07 | .4 | 1.12 | .6 | .38 | Atalaya |
| 17 | 188 | 45 | 35.6 | .4 | .68 | -1.6 | .70 | -1.6 | .44 | Baterno |
| 142 | 189 | 48 | 35.3 | .4 | .68 | -1.7 | .69 | -1.7 | .60 | Valverde de Burguillos |
| 45 | 148 | 37 | 35.1 | .4 | 1.24 | 1.1 | 1.27 | 1.3 | .27 | Entrin Bajo |
| 71 | 166 | 45 | 34.8 | .4 | .88 | -.6 | .92 | -.4 | .29 | La Lapa |
| 34 | 166 | 46 | 34.7 | .4 | .43 | -3.0 | .44 | -2.9 | .74 | Casas de Reina |
| 118 | 172 | 49 | 34.7 | .4 | .68 | -1.8 | .68 | -1.7 | .63 | Santic-Spiritus |
| 130 | 136 | 39 | 34.4 | .4 | .74 | -1.3 | .71 | -1.4 | .70 | Tamurejo |
| 110 | 144 | 42 | 34.3 | .4 | 1.15 | .8 | 1.15 | .7 | .34 | Reina |
| 114 | 138 | 42 | 34.1 | .4 | .93 | -.3 | .98 | -.1 | .50 | Risco |
| 30 | 127 | 44 | 33.6 | .4 | .73 | -1.4 | .74 | -1.2 | .52 | Capilla |
| 9 | 111 | 40 | 33.3 | .4 | .66 | -1.6 | .70 | -1.3 | .37 | Aljucen |
| 32 | 18 | 12 | 29.3 | 1.3 | 2.61 | 2.5 | 2.98 | 2.9 | -.06 | Carrascalejo (El) |
| | | | | | | | | | | |
| MEAN | 421. | 50. | 44.6 | .5 | .68 | -1.6 | .68 | -1.7 | | |
| S.D. | 151. | 4. | 7.7 | .1 | .41 | 1.9 | .43 | 1.9 | | |

La Tabla 2 muestra las medidas de los municipios. El municipio de mayor medida de perfil demográfico corresponde a Badajoz (No aparece en la tabla por poseer en todos los ítems correspondientes el mayor resultado, la categoría 20 de la escala), le sigue mérida, Don Benito, Almendralejo, etc. Los municipios de menor medida corresponden a El Carrascalejo, Aljucén, Capilla, Risco, etc.

El Item 1982 Defunción desajusta, esto quiere decir que hay municipios que en el citado año el número de defunciones no está en consonancia con los que hubo en otros años y otros municipios.

Así Aceuchal, Carmonita, etc con residuales negativos de -7, y -2 respectivamente hubo menos defunciones de lo normal, mientras que en El Carrascalejo con un residual positivo de 5 hubo más defunciones que lo que establece la normalidad a lo largo del período considerado según los municipios analizados.

6. CONCLUSIONES

a) El perfil demográfico puede ser considerado como una variable latente definida por los items Nacimientos, Matrimonios y Defunciones desde 1975 hasta 1991.

b) Los datos se ajustan bien al modelo. Hay un item 1982 Defunción que desajusta (en algunos municipios se tienen menos defunciones que lo que le hubiera correspondido atendiendo a todos los datos; los municipios que desajustan son Orellana la Vieja, Siruela, Zalamea de la Serena y Aceuchal.

c) El análisis de los desajustes nos permite indagar las causas (emigración, enfermedades, ect) de los mismos y poder suministrar las explicaciones que los justifiquen.

d) Esta metodología puede ser aplicada a cualquier tipo de item que supuestamente defina el perfil de la variable demográfica a estudiar.

7. BIBLIOGRAFIA

- ANDRICH, D. *Rasch Model for Measurement*. Murdoch University, Sage, 1988.
- WRIGHT, B.D. and STONE, M.H. *Best Test Design*. Chicago: MESA Press, 1978.
- ALVAREZ, P., MORAN, J.C. and WRIGHT, B.D. *Quality of Life*. VII Objective measurement workshop, Emory University, Atlanta, Georgia (USA), 1993.
- RASCH, G. *Probabilistic Models for some Intelligence and attainment Test*. Chicago: The University of Chicago Press, 1980.
- WRIGHT, B.D. and MASTERS, J. *Rating Scale Analysis*. Chicago: MESA Press, 1982.
- WRIGHT, B.D. and LINACRE, J.M. *Bigsteps*. Chicago: MESA Press, 1991.

CONVERGENCIA Y DISTRIBUCION COMARCAL DE LA RENTA EN CATALUÑA: 1979-1991.

JOSEP ALLEPUS QUEROL
AGUSTÍ SEGARRA BLASCO

Dto. Gestión Empresas y Economía
Universidad Rovira i Virgili

1. INTRODUCCION

Los procesos de globalización e integración económica desarrollados por las economías contemporáneas han modificado notablemente los factores competitivos de sectores, países y regiones, alterando las pautas de localización de las unidades productivas. La importancia de los factores específicos ligados al marco territorial (composición productiva, existencia de externalidades, nivel de competencia intraempresarial, etc.) en el crecimiento económico ha dado lugar a una mayor presencia de la dimensión geográfica en el análisis económico.

La correcta comprensión de la economía internacional requiere el estudio previo de los determinantes del crecimiento económico a escala regional y local. Porqué unas áreas concentran en su demarcación la producción y el empleo en detrimento de otras o porqué se especializan en determinadas actividades, generando economías de aglomeración y urbanización, cuando otras pierden posiciones en términos de crecimiento, son algunas de las cuestiones que cabe formular en ámbitos geográficos regionales o comarcales¹.

En las últimas décadas la descentralización territorial de la administración ha contribuido a impulsar determinadas actuaciones de política regional en ámbitos comarcales o locales. En este sentido, la necesidad de mejorar el estado de conocimiento por medio de la confección de estimaciones relativas a las principales macromagnitudes infraregionales ha fomentado la elaboración de estadísticas locales. En Cataluña la dilatada tradición de las aproximaciones a las macromagnitudes económicas comarcales permite abordar a largo plazo el crecimiento económico de dichas demarcaciones territoriales².

La presente comunicación contiene cuatro secciones. La primera aborda la evolución de la Renta Familiar Disponible de las comarcas catalanas durante el período comprendido entre 1979 y 1991. La segunda sección se ocupa de las fuentes de la desigualdad comarcal de la renta por habitante comarcal. En la tercera sección se efectúa un análisis de convergencia de la renta por cápita comarcal y finalmente, como es habitual, se exponen brevemente las principales conclusiones.

¹ Krugman, P. (1992).

² Para una panorámica de las estimaciones de las macromagnitudes económicas en áreas comarcales o locales véase Costa, A. y Rovira, C. (1994).

2. EVOLUCIÓN Y DISTRIBUCIÓN COMARCAL DE LA RENTA

El objetivo de esta sección es analizar la evolución de la renta familiar disponible (RFD) en las comarcas catalanas (41 comarcas desde la Ley de Ordenación Territorial) a partir de las estimaciones realizadas entre 1979 y 1991 mediante métodos indirectos³. La renta familiar disponible es el indicador más representativo del nivel de renta de la población residente en un ámbito geográfico concreto por encima de otros agregados económicos como el Producto Interior Bruto. Esta consideración cobra un mayor interés cuando el ámbito de estudio es municipal o comarcal, debido a los grandes flujos interterritoriales de renta. La renta familiar disponible comprende los flujos de ingresos percibidos por las unidades domésticas y las instituciones no lucrativas una vez deducidos los impuestos directos y las cotizaciones sociales. La RFD representa la corriente de ingresos netos de impuestos y cotizaciones sociales que durante un determinado período reciben las familias residentes y sobre los cuales aplican sus decisiones de consumo y ahorro.

A lo largo del período comprendido entre 1979 y 1991 la economía catalana, al igual que el resto de comunidades autónomas, sufre el ajuste a la crisis industrial (1978-1985) y la posterior recuperación de la actividad económica. La industria catalana experimenta un fuerte proceso de saneamiento que se traduce en un aumento moderado de la RFD. Posteriormente, la presión ejercida por la demanda externa y el buen comportamiento de la inversión y el consumo nacional permitieron una clara recuperación en la actividad productiva dando lugar a crecimientos elevados de la producción y del empleo. A partir del segundo semestre de 1985 el cambio de coyuntura tiene un claro reflejo en el crecimiento de la RFD regional.

En relación a la distribución espacial de la RFD cabe remarcar la existencia de una clara polarización a nivel comarcal⁴. En efecto, un número reducido de comarcas concentra el grueso de la población y la actividad económica mientras que las zonas más alejadas de los grandes núcleos urbanos experimentaron importantes flujos migratorios desde las comarcas rurales a los concentraciones industriales. En 1991, sólo cinco comarcas -Barcelonès, Vallès Occidental, Baix Llobregat, Maresme y Vallès Oriental- concentraban el 67,9% de la población catalana y el 69,5% de la RFD regional en el 7,7% de la superficie de Cataluña. En el otro extremo, en las cinco comarcas menor pobladas -Solsonès, Priorat, Vall d'Aran, Pallars Sobirà y Alt Ribagorça- residía el 0,58% de la población catalana con sólo el 0,65% de la RFD regional en el 12,2% del territorio catalán. Los datos anteriores muestran el elevado grado de polarización en la distribución territorial de la población y la actividad económica existente en la región, situación ésta que se ha mantenido durante el período observado.

³ Las estimaciones de la RFD comarcal se han realizado a partir de procedimientos indirectos, estableciendo una relación funcional entre la renta y un conjunto de variables explicativas. Entre 1979 y 1987 las variables explicativas han sido principalmente de consumo (ratio población activa/población total, consumo doméstico de energía eléctrica por cápita, número de turismo por cápita, número de teléfonos por cápita, etc.), y a partir de 1989 se ha utilizado información fiscal, concretamente el impuesto sobre la renta de las personas físicas.

⁴ Las estimaciones indirectas de la Renta Familiar Disponible comarcal provienen de los siguientes estudios: Castells, A., Parellada, M. y Sicart, F. (1982); Castells, A.; Güell, X. y Parellada, M. (1989); Arcarons, J., Castells, A., García, G., Parellada, M. (1992); García, J. y Soy, A. (1990 y 1991). Arcarons, J., García, G., Parellada, M. (1994).

Cuadro 1.

Renta Familiar Disponible, 1979-1991.

Pesetas de 1991.

Renta Familiar Disponible.

| | 1979 | 1983 | 1985 | 1987 | 1989 | 1991 |
|-----------------------------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|
| Total Cataluña ^a | 5721848 | 6092261 | 6032313 | 6792535 | 7282331 | 8244538 |
| Coefficiente de Variación | 2,73 | 2,78 | 2,73 | 2,75 | 2,70 | 2,67 |
| 5 mayores comarcas (%) | 68,72 | 70,15 | 68,41 | 69,12 | 68,90 | 69,53 |
| 5 menores comarcas (%) | 0,68 | 0,67 | 0,68 | 0,67 | 0,69 | 0,65 |

Población.

| | | | | | | |
|-----------------------------|----------|---------|---------|---------|---------|---------|
| Total Cataluña ^b | 585 7740 | 5965304 | 5974193 | 5994809 | 6027152 | 6059494 |
| Coefficiente de Variación | 2,72 | 2,66 | 2,63 | 2,59 | 2,56 | 2,52 |
| 5 mayores comarcas (%) | 68,89 | 68,72 | 68,52 | 68,33 | 68,14 | 67,95 |
| 5 menores comarcas (%) | 0,64 | 0,61 | 0,61 | 0,60 | 0,59 | 0,58 |

RFD por cápita.

| | | | | | | |
|---------------------------------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
| Media Cataluña ^c | 976,8 | 1021,2 | 1009,7 | 1133,0 | 1208,2 | 1360,5 |
| Coefficiente de Variación | 0,12 | 0,09 | 0,09 | 0,11 | 0,13 | 0,09 |
| RFDPC mínima ^c | 730 | 782 | 762 | 805 | 892 | 1060 |
| RFDPC máxima ^c | 1158 | 1127 | 1167 | 1495 | 1539 | 1596 |
| 5 mayores comarcas ^d | 1,1969 | 1,1378 | 1,1361 | 1,1886 | 1,2248 | 1,1573 |
| 5 menores comarcas ^d | 0,7910 | 0,8573 | 0,8517 | 0,8309 | 0,8135 | 0,8641 |

Nota:

^a Millones de pesetas.^c Miles de pesetas.^b Habitantes.^d Renta relativa respecto a la media comarcal.

Fuente: Institut Estadístic de Catalunya, Castells, A., Parellada, M. y Sicart, F. (1982); Castells, A.; Güell, X. y Parellada, M. (1989); Arcarons, J., Castells, A., García, G., Parellada, M. (1992); García, J. y Soy, A. (1990 y 1991). Arcarons, J.; García, G.; Parellada, M. (1994).

La RFD catalana registra un acentuado comportamiento cíclico durante el período comprendido entre 1979 y 1991. El impacto de la crisis económica sobre las ramas industriales se tradujo en la caída de la actividad productiva, del empleo industrial y de los componentes de la demanda interna dando lugar a crecimientos moderados de la renta en términos reales durante el período 1979-1985, siendo incluso negativo el crecimiento de la renta entre 1983 y 1985. A partir del segundo semestre de 1985 la recuperación de las exportaciones, primero, y de la demanda interna, después, dio lugar a un crecimiento de la producción y a una modernización de las capacidades instaladas que permitieron crecimientos importantes de la renta entre 1985 y 1991.

Cuadro 2.

Renta Familiar Disponible, 1979-1991.
Tasas de crecimiento (TMAA).

| | 79/83 | 83/85 | 85/87 | 87/89 | 89/91 |
|----------------|-------|-------|-------|-------|-------|
| RFD | 1,58 | -0,49 | 6,11 | 3,54 | 6,40 |
| Población | 0,46 | 0,07 | 0,17 | 0,27 | 0,27 |
| RFD por cápita | 1,12 | -0,57 | 5,93 | 3,26 | 6,12 |

Fuente: Institut Estadístic de Catalunya, Castells, A., Parellada, M. y Sicart, F. (1982); Castells, A.; Güell, X. y Parellada, M. (1989); Arcarons, J., Castells, A., García, G., Parellada, M. (1992); García, J. y Soy, A. (1990 y 1991).

La dispersión de la renta por habitante de las comarcas catalanas se aborda a partir de un conjunto de índices de desigualdad. El coeficiente de variación refleja una disminución del grado de dispersión de las rentas comarcales entre 1979 y 1985 y un incremento de los niveles de desigualdad entre 1985 y 1989. En efecto, observando el comportamiento de la desviación estándar normalizada, comprobamos que durante el período de ajuste a la crisis disminuye el grado de dispersión de las rentas comarcales, si bien a partir de 1985, la recuperación económica conlleva una acentuación de las diferencias en la renta comarcal por habitante. Mediante el coeficiente de variación hemos atribuido a cada comarca un peso idéntico obteniendo de este modo un indicador sesgado hacia las comarcas menos pobladas. Para remediar esta limitación, se procede a la elaboración de los índices de desigualdad de Gini, Atkinson y Theil, dado que los tres indicadores ponderan las rentas por cápita con la población comarcal. La familia de los índices de Atkinson permite también variar la sensibilidad del indicador respecto a las comarcas con niveles de renta por habitante bajos o altos: cuanto mayor sea α , más sensible es el índice a las comarcas con menor renta por habitante⁵.

Los índices de Gini y Theil muestran un crecimiento en la dispersión de la renta por habitante comarcal entre 1979 y 1983, una fuerte disminución de las desigualdades entre 1983 y 1987 y, finalmente, una recuperación de los niveles de desigualdad hasta alcanzar los valores iniciales. No obstante, la disminución en la desigualdad de la renta por habitante comarcal recogida por igual en los índices de Gini, Theil y Atkinson hay que aceptarla con determinadas reservas ya que su cálculo se realiza ponderando el peso de cada comarca por la población. En este sentido, dadas las grandes diferencias en los niveles poblacionales en los años en que comarcas de fuerte peso demográfico se sitúan cerca de la media catalana influyen notablemente en la disminución de la mayoría de los índices de desigualdad (la renta por habitante del Barcelonés, comarca que concentra a más del 40% de la población de Cataluña, se situó cerca de la media regional en 1987).

⁵ El índice de Atkinson viene dado por la siguiente expresión,

$$A(\alpha) = 1 - \left(\sum P^i (x^i / \mu)^{1-\alpha} \right)^{1/(1-\alpha)}$$

donde $\alpha > 0$ es el parámetro del índice de Atkinson, P^i la participación de la población de la comarca "i" en el conjunto regional, x^i la RFD por cápita de la comarca "i", y μ la RFD por habitante de la región. En el límite de dicha expresión, cuando α tiende a uno, se obtiene el índice de Theil que podemos expresar de la siguiente forma,

$$T = 1/\mu \sum P^i x^i \log (x^i/\mu)$$

Para los índices de Atkinson y Theil véase Esteban, J.M. (1994).

La evolución de los índices de Atkinson nos proporciona información adicional a la suministrada por los índices de Gini y Theil. El índice de Atkinson (0,5) corrobora la información ofrecida por el índice de Theil. Sin embargo, los índices de Atkinson (20) y Atkinson (100), al ser más sensibles a las comarcas con menor renta por habitante presentan importantes diferencias en cuanto a la magnitud de la convergencia registrada entre 1973 y 1987. En efecto, la reducción de los índices de Atkinson (20) y Atkinson (100) en 1983 indica que entre 1979 y 1983 fueron las regiones con mayores niveles de renta por habitante las que experimentaron un menor crecimiento en la RFD comarcal, mientras que entre 1985 y 1987 se asiste a un mayor crecimiento de la RFD comarcal en las comarcas con mayores niveles de renta por habitante. Es decir, el período de ajuste a la crisis permitió una disminución en la dispersión de las rentas por habitante comarcales por el menor crecimiento de las comarcas industriales, si bien a partir de la recuperación iniciada en 1985, el crecimiento sostenido por dichas comarcas acentuó los niveles de desigualdad en relación a las comarcas con menores rentas por habitante. Únicamente entre 1989 y 1991 coincide la tendencia de los índices de Theil y Atkinson, dada la disminución en la dispersión de la renta por habitante que afectó por igual a las comarcas catalanas con niveles superiores o inferiores a la renta media catalana.

Cuadro 3.

Renta Familiar Disponible. Índices de concentración.

| | 1979 | 1983 | 1985 | 1987 | 1989 | 1991 |
|------------------------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
| Ratio Min/Max | 1,5863 | 1,4402 | 1,5303 | 1,8563 | 1,7255 | 1,5057 |
| Coefficiente Variación | 0,1057 | 0,0892 | 0,0861 | 0,1113 | 0,1259 | 0,0912 |
| Gini | 0,0389 | 0,0398 | 0,0378 | 0,0298 | 0,0384 | 0,0394 |
| Theil | 0,0011 | 0,0012 | 0,0010 | 0,0007 | 0,0012 | 0,0011 |
| Atkinson (0,50) | 0,0013 | 0,0014 | 0,0012 | 0,0009 | 0,0014 | 0,0013 |
| Atkinson (20) | 0,0712 | 0,0639 | 0,0568 | 0,0641 | 0,0728 | 0,0549 |
| Atkinson (100) | 0,2167 | 0,1930 | 0,1971 | 0,2439 | 0,2182 | 0,1723 |

Fuente: Institut Estadístic de Catalunya, Castells, A.; Parellada, M. y Sicart, F. (1982). Castells, A.; Güell, X. y Parellada, M. (1989). Arcarons, J.; Castells, A.; García, G.; Parellada, M. (1992). García, J. y Soy, A. (1990 y 1991). Arcarons, J.; García, G.; Parellada, M. (1994).

2. FUENTES DE LAS DESIGUALDADES DE LA RENTA POR HABITANTE COMARCAL

Esta sección aborda las fuentes de la desigualdad comarcal de la renta por habitante. Utilizamos una descomposición multiplicativa que permite expresar la renta por habitante como el producto de la productividad por trabajador ocupado y la tasa de ocupación total de la población. La renta por cápita comarcal (RFDPC) queda expresada de la forma:

$$RFDPC = RFD / POBTOTAL = Q * OCTOTAL = RFD/OC * OC/POBTOTAL$$

Siendo RFD la renta familiar disponible comarcal, POBTOTAL la población de derecho de la comarca, Q el producto medio por ocupado, OCTOTAL la tasa de ocupación total de la población y OC el volumen de trabajadores ocupados de la comarca. A su vez la tasa de ocupación es igual al producto de la fracción de la población potencialmente activa entre 16 y 64 años (TPPA), la tasa de actividad (TACT) y la tasa de ocupación respecto a la población activa (TOCUP), es decir el complementario de la tasa de desempleo:

$$\text{OCTOTAL} = \text{OC} / \text{POBTOTAL} = \text{TPPA} * \text{TACT} * \text{TOCUP}$$

Quedando la renta por cápita expresada por la siguiente descomposición:

$$\text{RFDPC} = \text{RFD} / \text{OC} * \text{TPPA} * \text{TACT} * \text{TOCUP} = \text{RFD} / \text{ocupados} * \text{pobl.16-64} / \text{pobtotal} * \text{activos} / \text{pobl. 16-64} * \text{ocupados} / \text{activos}$$

Expresando la renta por habitante comarcal como diferencias porcentuales respecto a la media catalana, podemos observar como las comarcas con menores niveles de renta están situadas en el interior y destacan por la importancia relativa del sector agrícola -Terra Alta, Garrigues, Priorat, Noguera, etc.-. En el otro extremo predominan las comarcas industriales del litoral -Barcelonés, Gironés, Maresme, etc.- y, especialmente, las comarcas de la Vall d'Aran y la Cerdanya con una fuerte dedicación al turismo de montaña.

Las desigualdades en las productividades comarcales constituye el principal factor explicativo de la diferencias en rentas por cápita entre comarcas⁶. No obstante, las diferencias en los componentes de la tasa de ocupación total también constituyen fuentes importantes de las desigualdades en las rentas por cápita comarcales. Destacan las diferencias en las tasas de ocupación (el complementario de la tasa de desempleo) seguidas de las tasas de actividad.

Las comarcas con menores niveles de renta por cápita cuentan generalmente con niveles de productividad por trabajador inferiores, menores tasas de población potencialmente activa (su base demográfica refleja un pronunciado envejecimiento de la población residente), y, finalmente, menores tasas de actividad (la importancia de la agricultura mantiene a una parte de la población parcialmente ocupada en las tareas del campo).

En el extremo opuesto, las comarcas con mayores niveles de renta por cápita disfrutan de mayores niveles de productividad, mayores tasas de población potencialmente activa y mayores tasas de actividad. Dentro de este grupo las comarcas con una base industrial importante registran tasas de ocupación inferiores a la media catalana -Barcelonés, Vallés Oriental, Maresme y Tarragonés-, mientras que el resto cuentan con niveles de ocupación elevados.

⁶ Para los países europeos y las comunidades autónomas españolas también la principal fuente de la dispersión en las rentas por cápita es la desigualdad en las productividades por trabajador. Cabe destacar, sin embargo, que para las regiones españolas la dispersión en las tasas de ocupación alcanza niveles superiores a los observados en las comarcas catalanas. Las diferencias en las tasas de paro y de actividad son más pronunciadas entre regiones que no dentro de una misma región. Véase para las CCAA De la Fuente, A. (1994, p. 516) y para un grupo de países europeos Esteban, J.M. (1994, p. 42).

Si efectuamos una descomposición aditiva del índice de Theil correspondiente a la distribución comarcal de la renta por habitante en 1991, podemos comprobar como las diferencias en las productividades por trabajador ocupado explican las dos terceras partes de las desigualdades comarcales en sus rentas por habitante y los distintos componentes de la tasa de ocupación el resto⁷.

Cuadro 4.

Fuentes de las desigualdades comarcales de la renta por habitante, 1991.

| | <u>Índice de Theil</u> | <u>Tanto por ciento</u> |
|---------------------------------|------------------------|-------------------------|
| RFD por habitante | 0,00111 | 100,0% |
| Productividad por ocupado | 0,00074 | 66,8% |
| Tasa de ocupación | 0,00037 | 33,2% |
| Población 16-64/población total | 0,00011 | 9,0% |
| Activos/población 16-64 | 0,00010 | 10,3% |
| Ocupados/activos | 0,00016 | 13,9% |

Nota: Se ha efectuado una descomposición factorial del índice de Theil en la cual la desigualdad de las rentas por habitante se expresa como una adición de las tasas de productividad y ocupación.

Fuente: Institut Estadístic de Catalunya y Castells, A.; Güell, X. y Parellada, M. (1989).

Dada la importancia de la productividad aparente del trabajo en la dispersión de las rentas por cápita comarcales procederemos a analizar la naturaleza de las desigualdades en las productividades por trabajador comarcales (PIB/población ocupada). Las diferencias en las productividades por trabajador pueden atribuirse a los perfiles de la estructura productiva comarcal y a los diferenciales en los niveles de productividad de los sectores comarcales.

Cuadro 5.

Productividad por trabajador en la economía catalana: 1991.

| | <u>Agricultura</u> | <u>Industria</u> | <u>Construcción</u> | <u>Servicios</u> | <u>Total</u> |
|------------------------|--------------------|------------------|---------------------|------------------|--------------|
| Cataluña | 1987 | 3749 | 4417 | 4719 | 4242 |
| Coefficiente Variación | 0,176 | 0,449 | 0,133 | 0,103 | 0,208 |
| Mínimo | 1,490 | 2,874 | 3,150 | 3,470 | 2,929 |
| Máximo | 3,304 | 14,977 | 5,664 | 5,328 | 8,062 |

Fuente: Caixa de Catalunya (1994).

⁷ Para la separabilidad del índice de Theil véase Theil, H. (1967) y Esteban, J.M. (1994).

Las productividades sectoriales de la economía catalana recogen fuertes diferencias entre sectores especialmente por las desigualdades existentes en las productividades sectoriales de las cuarenta y una comarcas. En efecto, tal como muestra el coeficiente de variación, la dispersión en los niveles de productividad comarcales es muy elevada en las actividades industriales, con un gran recorrido de la variable, reflejando quizás determinados sesgos en la obtención indirecta del PIB comarcal de 1991. A partir de estos datos podemos abordar las fuentes de las desigualdades de la productividad comarcal. Sea Y_t y L_t el VAB real y la ocupación en Catalunya durante el período "t"; Y_{it} y L_{it} el VAB real y el número de ocupados en la comarca i -ésima ($i = 1...41$ para las comarcas catalanas) en el período "t"; y Y_{ijt} y L_{ijt} el VAB real y el número de ocupados de la comarca i -ésima en el sector j -ésimo ($j = 1...4$, considerando las ramas agrícola, industrial, de la construcción y los servicios) en el período "t", las productividades por trabajador de la economía catalana, las comarcas y los sectores-comarca quedaran expresadas de la siguiente forma:

$$\text{Productividad por trabajador de la economía catalana,} \quad P_t = Y_t / L_t$$

$$\text{Productividad por trabajador de la comarca } i\text{-ésima,} \quad P_{it} = Y_{it} / L_{it}$$

$$\text{Productividad por trabajador del sector } j\text{-ésimo en la comarca } i\text{-ésima} \quad P_{ijt} = Y_{ijt} / L_{ijt}$$

Sabiendo que la productividad por trabajador de una economía en el período "t" puede ser expresada como la suma de las productividades sectoriales ponderadas por el volumen de ocupación:

$$P_t = Y_t / L_t = \sum Y_{jt} / L_{jt} = \sum P_{jt} L_{jt}$$

Podemos expresar las productividades comarcales de la siguiente forma,

$$P_{it} = Y_{it} / L_{it} = \sum Y_{ijt} / L_{ijt} = \sum P_{ijt} L_{ijt}$$

Las diferencias de las productividades comarcales respecto al agregado regional serán recogidas por las dos expresiones anteriores de la forma,

$$P_{it} - P_t = \sum P_{ijt} L_{ijt} - \sum P_{jt} L_{jt}$$

Finalmente, operando obtenemos la siguiente expresión,

$$P_{it} - P_t = \sum L_{ijt} (P_{ijt} - P_{jt}) + \sum P_{jt} (L_{ijt} - L_{jt})$$

El primer término de la derecha recoge las diferencias de la productividad regional atribuibles a la productividad diferencial de los sectores industriales y el segundo término las diferencias explicadas por la estructura productiva de cada región. En general, el dato más remarcable de esta descomposición de las fuentes de la desigualdad en las productividades aparentes del trabajo es que las comarcas con menores niveles de renta tienen menores productividades por trabajador a pesar de corregirlas por las diferencias en la estructura productiva⁸. Por ejemplo, la comarca de les Garrigues presenta el menor nivel de productividad por trabajador inferior en un 31% al promedio catalán. El 55,8% de la productividad diferencial cabe atribuirlo a su estructura productiva y el 44,2% restante a sus niveles de productividad por trabajador sectoriales. A pesar de corregir la estructura productiva de la comarca la productividad por trabajador continúa siendo un 13,6% inferior a la media catalana. Las comarcas interiores de base agraria generalmente padecen una estructura productiva con predominio de actividades con bajos niveles de productividad, pero al mismo tiempo registran una productividad, una vez corregida por la estructura productiva, inferior.

Entre las comarcas con mayores niveles de productividad destacan las situadas en el *hinterland* barcelonés -Barcelonés, Baix Llobregat, Vallés Oriental y Vallés Occidental- y las del Gironés, Baix Penedés, Alt Camp, Baix Camp, Tarragonès y Ribera d'Ebre. Estas últimas disfrutaban de elevados niveles de productividad por trabajador una vez corregida por su estructura productiva, especialmente las dos últimas comarcas que cuentan con establecimientos destinados a la generación de energía eléctrica y a la industria petroquímica.

Efectuando una descomposición de la varianza, el 94,47% de las disparidades en las productividades comarcales cabe atribuir las a las diferencias en las productividades sectoriales y un 7,45% a la estructura productiva diferencial, recogiendo la interacción de efectos el -1,92%.

3. CONVERGENCIA DE LA RENTA POR CÁPITA ENTRE LAS COMARCAS CATALANAS

La abundante literatura sobre el crecimiento económico aparecida durante los años ochenta a partir de la base de datos ofrecida por Summers y Heston se ha ocupado básicamente de dos cuestiones: el contraste de la hipótesis de convergencia en las rentas por cápita de países o regiones y los factores determinantes de la tasa de crecimiento en el largo plazo. Según los modelos de crecimiento económico de la teoría neoclásica las economías (países, regiones o comarcas) con idénticos parámetros fundamentales (tecnología, composición de la demanda, tasa de crecimiento de la población, etc.) deben converger en renta por cápita a lo largo del tiempo. Los teóricos del crecimiento endógeno sostuvieron que bajo el supuesto de rendimientos decrecientes del capital el modelo neoclásico de Solow (1956) predecía la existencia de convergencia en las rentas por habitante entre países y regiones, mientras los rendimientos constantes del capital implícitos en los modelos de crecimiento endógeno predecían la no convergencia en términos de renta por cápita⁹.

⁸ Véase un resultado semejante para las CCAA españolas en Raymond, J.L. (1994).

⁹ Romer, P. M. (1994).

El modelo neoclásico defiende que la tasa de crecimiento está inversamente relacionada con la distancia que separa a una economía de su estado estacionario. En el supuesto de que todas las comarcas catalanas tienden al mismo estado estacionario contrastaremos la hipótesis de convergencia incondicional o absoluta del tipo "beta"¹⁰. Si por el contrario consideramos que las comarcas catalanas tienden a estados estacionarios distintos definidos por diferentes parámetros (nivel tecnológico, tasas de escolarización, crecimiento demográfico, estructura productiva, etc.) estaremos delante de una convergencia de tipo "beta" condicional o relativa. En los dos casos la presencia de β -convergencia entre las comarcas catalanas vendrá dada por la existencia de una relación inversa entre la tasa de crecimiento de la renta y su nivel inicial, en otras palabras, hablaremos de β -convergencia cuando las comarcas pobres crezcan más de prisa que las ricas.

A diferencia de la convergencia de tipo "beta", un segundo concepto de convergencia se refiere a la dispersión de la renta por cápita durante un período de tiempo considerable. Si en promedio las comarcas con menores niveles de renta registran unas tasas de crecimiento superiores a las comarcas ricas, se reducirá la dispersión de los niveles de renta y estaremos delante de un proceso de convergencia del tipo "sigma". Si bien los dos conceptos de convergencia están estrechamente relacionados son distintos. La existencia de β -convergencia es una condición necesaria pero no suficiente para la existencia de α -convergencia¹¹. Observaremos acto seguido como la presencia de β -convergencia entre las comarcas catalanas durante el período comprendido entre 1979 y 1991 no implicó claramente la existencia de α -convergencia. Es decir, si bien las comarcas con menor renta inicial crecieron a tasas superiores que las más ricas, no se redujo substancialmente la dispersión de las rentas por cápita comarcales. Para comprobar la hipótesis de α -convergencia utilizamos la desviación estándar de sección cruzada del logaritmo de la renta por cápita de las comarcas catalanas (excepto las del Pla d'Urgell, Pla de l'Estany y Alt Ribagorça por carecer de datos durante 1979 y 1983).

Cuadro 6.

Dispersión de la renta por cápita entre comarcas catalanas: 1979-1991.

| Desviación estándar | 1979 | 1983 | 1985 | 1987 | 1989 | 1991 |
|---------------------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
| Ln (RFDPC) | 0,1073 | 0,0904 | 0,0898 | 0,1135 | 0,1265 | 0,0896 |

¹⁰ Barro, R.J. y Sala-i-Martin, X. (1991) y (1992), Mankiw, N.G., Romer, D. y Weil, D.N. (1992).

¹¹ Para las diferencias entre los dos tipos de convergencia véase Sala-i-Martin, X. (1994).

La dispersión de la renta personal disminuyó notablemente entre 1979 y 1985 dado el mayor impacto de la crisis sobre las comarcas industriales con niveles de renta por habitante superiores a la media catalana. En cambio, el proceso de α -convergencia experimentó una clara involución durante el período expansivo comprendido entre 1985 y 1989, si bien a partir del último año se aprecia una importante reducción en los niveles de dispersión en la renta por cápita comarcal¹².

Para estudiar la existencia de una convergencia comarcal del tipo "beta" incondicional Barro y Sala-i-Martin (1991) proponen estimar una ecuación en la que la tasa de crecimiento media de la renta por cápita en el intervalo (t, t-T) viene determinada por,

$$(1/T)\log(Y_{it}/Y_{i,t-T}) = a - [\log(Y_{i,t-T})](1-e^{-\beta T})(1/T) + u_{i,t-T}$$

donde:

- Y_{it} es la renta por cápita real de la comarca "i" en el año "t"
- $Y_{i,t-T}$ es la renta por cápita real de la comarca "i" en el año "t-T"
- β es la tasa a la que la renta por cápita converge hacia su nivel de estado estacionario.
- $u_{i,t-T}$ es la perturbación aleatoria.

Para analizar las diferencias en las tasas de crecimiento provocadas por la existencia de estados estacionarios distintos y de posibles shocks que afectan al crecimiento económico comarcal se ha procedido también a estimar los parámetros de una convergencia "beta" condicionada por dos variables. La primera recoge el efecto de la estructura productiva por medio de la participación del sector primario en el PIB comarcal de 1991, y la segunda contempla el efecto sobre el crecimiento de las economías de localización y aglomeración al incorporar en la ecuación de regresión la densidad espacial de la actividad económica (VAB/Km²) durante el ejercicio de 1991. La introducción de dichas variables condicionantes de estados estacionarios distintos para cada comarca permite contrastar la hipótesis acerca de la relevancia de la estructura productiva y de las economías de localización y aglomeración en el crecimiento económico. Para el contraste de la convergencia condicional efectuamos la regresión múltiple con datos de sección cruzada de la siguiente expresión:

$$(1/T)\log(Y_{it}/Y_{i,t-T}) = a - [\log(Y_{i,t-T})](1-e^{-\beta T})(1/T) + c \text{ AGR/PIB}_{it} + d \text{ VAB/KM2} + u_{i,t-T}$$

El resultado obtenido en la regresión no lineal con datos de sección permite afirmar la existencia de β -convergencia tanto condicional como incondicional entre las comarcas catalanas durante el período 1979-1991.

¹² Para las regiones españolas véase De la Fuente, A. (1994), Sala-i-Martin, X. (1994) y Mas, M., Maudos, J., Pérez, F. y Uriel, J. (1994).

Cuadro 7.

Convergencia en la renta por cápita comarcal: 1979-1991.

| | Convergencia Incondicional | Convergencia Condicional |
|----------------------|-------------------------------|-----------------------------|
| Constante | 0,2338 (0,0426) | 0,3580 (0,0534) |
| B | -0,0260 (0,0062) | -0,0388 (0,0077) |
| AGR/PIB | | -0,0438 (0,0150) |
| VAB/KM2 | | 0,0002 (0,0001) |
| Adj. R ² | 0,4145 | 0,5497 |
| Error estándar | 0,0039 | 0,0034 |
| Número observaciones | 38 | 38 |

Nota: Los errores estándar entre paréntesis.

Fuente: Institut Estadístic de Catalunya.

De los resultados econométricos se desprende en primer lugar que todas las variables utilizadas son estadísticamente significativas y presentan los signos esperados. En la convergencia no condicionada el valor estimado de "B" es del 2,6% (su signo negativo indica la presencia de convergencia). La incorporación de nuevas variables condicionantes del estado estacionario aumenta el valor de "B" al 3,8%. Dichas variables presentan los signos esperados: el peso del sector agrario con signo negativo indica que en iguales condiciones las comarcas agrarias crecieron a tasas inferiores que el resto. La intensidad de la actividad económica en términos de superficie aparece con un signo positivo de escasa relevancia. Cabe interpretar que las comarcas con gran concentración de la actividad productiva (Barcelonés, Vallès Occidental, Baix Llobregat, Maresme, Tarragonès, etc.) no se vieron substancialmente afectadas por el efecto positivo o negativo de la aglomeración.

4. CONCLUSIONES

Las estimaciones realizadas sobre la Renta Familiar Disponible en las comarcas catalanas entre 1979 y 1991 permiten avanzar las siguientes consideraciones acerca de la distribución y el crecimiento de las rentas por cápita comarcales:

- 1.-Durante el período de observación las desigualdades en la distribución territorial de la renta y de la población se han mantenido, e incluso acentuado. En 1991, cinco comarcas pasaron a concentrar el 69,5% de la RFD en el 7% de la superficie regional. Frente a las cinco comarcas más desertizadas que con un 12% del territorio catalán únicamente reciben el 0,65% de la renta.
- 2.-La dispersión en las rentas por cápita disminuyó durante la fase de ajuste industrial -1978-1985- para acentuarse durante el período de recuperación -1985-1989-. En los últimos

ejercicios la recesión industrial afectó al crecimiento de la renta por cápita en las comarcas industriales provocando una reducción de las desigualdades comarcales.

3.-Entre los factores explicativos de las diferencias en los niveles de renta comarcal, la productividad por trabajador ocupado explica el 66,8%, la tasa de ocupación el 13,9%, la tasa de actividad el 10,3% y la tasa de población potencialmente activa el 9,0% restante.

4.-Entre 1979 y 1991 las comarcas catalanas experimentan un proceso de convergencia en sus rentas por cápita a una tasa del 2,6% que aumenta al 3,8% cuando es condicionada por la estructura productiva comarcal y la densidad económica por superficie.

5.-A pesar de la convergencia tipo "beta" experimentada a escala regional, persiste la dispersión en las rentas por cápita comarcales, indicando la existencia de determinados "clubs" comarcales. Es decir, sólo un grupo concreto de comarcas han convergido hacia los niveles de renta de las comarcas ricas, mientras las más pobres han mantenido las diferencias. Si en 1983 la renta relativa de las cinco comarcas más pobres ascendía al 85,7% de la media comarcal, en 1991, pasa a ser del 86,4%.

5. BIBLIOGRAFÍA

ARCARONS, J.; CASTELLS, A.; GARCÍA, G.; PARELLADA, M. (1992): *Estimació de la renda familiar disponible a les comarques i municipis de Catalunya 1989*, Generalitat de Catalunya, Barcelona.

ARCARONS, J.; GARCÍA, G.; PARELLADA, M. (1994): *Estimació de la renda familiar disponible a les comarques i municipis de Catalunya 1991*, Generalitat de Catalunya, Barcelona.

BARRO, R.J. Y SALA-I-MARTÍN, X. (1991): "Convergence across States and Regions", *Brookings Papers on Economic Activity*, 1, pp. 107-179.

BARRO, R.J. Y SALA-I-MARTÍN, X. (1992): "Convergence", *Journal of Political Economy*, vol. 100, n. 2, pp. 223-251.

CAIXA DE CATALUNYA (1994): *Catalunya Comarcal. Anuari Econòmic 1994*, Caixa Catalunya, Barcelona.

CASTELLS, A.; PARELLADA, M.; SICART, F. (1982): "Estimació de la renda i els dipòsits de les comarques i els principals municipis de Catalunya", *Revista Econòmica Banca Catalana*, (66), pp. 1-18.

CASTELLS, A.; GÜELL, X.; PARELLADA, M. (1989): *Estimació de la renda de les comarques i els principals municipis de Catalunya*, Diputació de Barcelona, Barcelona.

CASTELLS, A.; COSTA, A.; PARELLADA, M.; PERAN, E. (1990): "La renda familiar disponible de les comarques, municipis mes grans de 5.000 habitants i capitals comarcals de Catalunya. Any 1987", *Nota d'Economia*, (39), pp. 71-97.

COSTA, A. Y ROVIRA, C. (1994): "Macromagnituds bàsiques de les economies comarcals. Nota metodològica", *Nota d'Economia*, (50), pp. 25-43.

DE LA FUENTE, A. (1994): "Crecimiento y convergencia", en IAE, *Crecimiento y convergencia regional en España y Europa*, Barcelona, vol. II, pp. 125-198.

ESTEBAN, J.M. (1994): "La desigualdad interregional en Europa y en España: descripción y análisis", en IAE, *Crecimiento y convergencia regional en España y Europa*, Barcelona, vol. II, pp. 13-84.

GARCÍA, J.; SOY, A. (1990): *Estimació de la renda de les comarques i els principals municipis de Catalunya, 1985*, Diputació de Barcelona, Barcelona.

GARCÍA, J.; SOY, A. (1991): *Estimació de la renda de les comarques i els principals municipis de Catalunya, 1987*, Diputació de Barcelona, Barcelona.

MANKIW, N.G., ROMER, D. Y WEIL, D.N. (1992): "A Contribution to the Empirics of Economic Growth", *The Quarterly Journal of Economics*, Mayor, pp. 407-437.

MAS, M., MAUDOS, J., PÉREZ, F. Y URIEL, J. (1994): "Disparidades regionales y convergencia en las Comunidades Autónomas", *Revista de Economía Aplicada*, vol. II, pp. 129-148.

RAYMOND, J.L. (1994): "La distribución regional del PIB per cápita y su evolución en el tiempo: un análisis de la hipótesis de convergencia", *Revista Asturiana de Economía*, (1), pp. 69-91.

ROMER, P. (1990): "Rendimientos crecientes y nuevos desarrollos de la teoría del crecimiento", *Cuadernos Económicos de Información Comercial Española*, (46).

ROMER, P. (1994): "The Origins of Endogenous Growth", *Journal of Economic Perspectives*, vol. 8, 1, pp. 3-22.

SALA-I-MARTIN, X. (1994): *Apuntes de crecimiento económico*, Antoni Bosch Editor, Barcelona.

SALA-I-MARTIN, X. (1994): "La riqueza de las regiones. Evidencia y teorías sobre crecimiento regional y convergencia", *Moneda y Crédito*, n. 198, pp. 13-54.

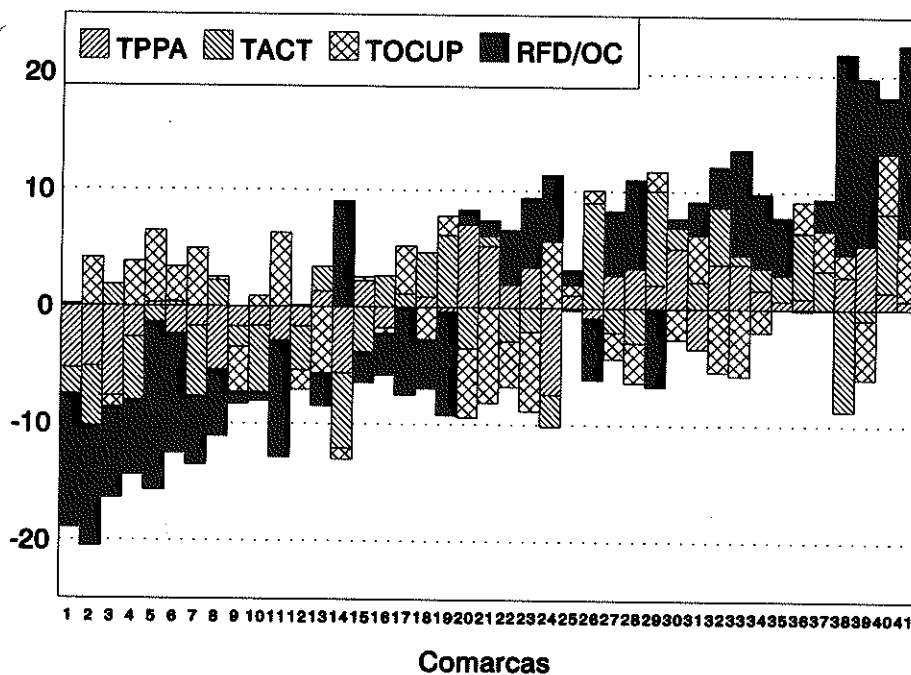
SOLOW, R.M. (1956): "A Contribution to the Theory of Economic Growth", *Quarterly Journal of Economics*, 70, 1, pp. 65-94.

THEIL, H. (1967): *Economics and Information Theory*, North-Holland Publishing Company, Amsterdam.

ANEXO GRAFICOS

Gráfico 1.

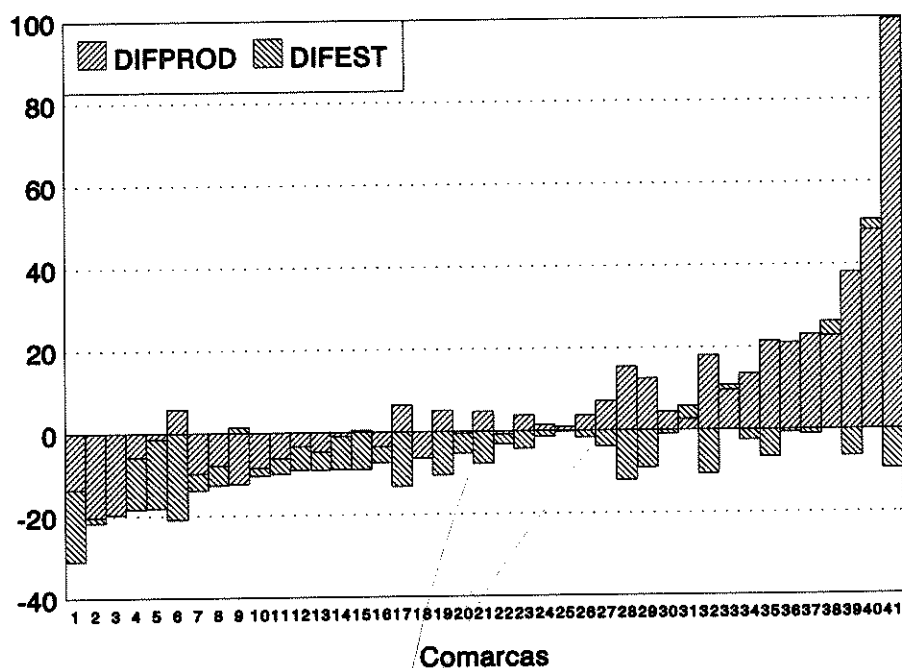
Descomposición de la renta por cápita relativa comarcal, 1991.



Nota: Las variables se expresan en desviaciones porcentuales respecto a la media catalana. La suma de los diferentes componentes expresa la desviación porcentual de la renta por cápita comarcal.

Gráfico 2.

Descomposición de la productividad por trabajador relativa comarcal, 1991.



Nota: Las variables se expresan en desviaciones porcentuales respecto a la media catalana. La suma de los diferentes componentes expresa la desviación porcentual de la productividad por trabajador comarcal. DIFPROD expresa la parte de la productividad comarcal explicada por la productividad diferencial de los sectores productivos. DIFEST expresa las diferencias en la productividad comarcal explicadas por la estructura productiva.

ANALISIS DE LA TENDENCIA ESPACIAL DEL VALOR DEL SUELO URBANO A PARTIR DE LA VALORACION CATASTRAL

JORGE CHICA OLMO.
JOSÉ A HERMOSO GUTIÉRREZ.
RAFAEL A CANO GUERVÓS.
Facultad de CC.EE. y Empresariales.
Universidad de Granada.

1. OBJETIVOS

El objetivo general de este trabajo es presentar los principales resultados obtenidos y algunas limitaciones que se derivan de la aplicación del Trend Surface Analysis (TSA) al estudio del valor del suelo repercutido sobre el valor de mercado de la vivienda, obtenidos mediante la metodología catastral. Frecuentemente este tipo de datos presenta deriva espacial. La metodología aplicada permite realizar estimaciones espaciales sobre variables económicas de corte transversal localizadas geográficamente, como es en este caso la valoración catastral del suelo de la vivienda. A través de este método se puede detectar la presencia de deriva o tendencia espacial. El TSA se basa en aplicar mínimos cuadrados ordinarios a un modelo de regresión polinómica cuyas variables explicativas vienen dadas a partir de las propias coordenadas cartesianas de la vivienda. Las principales limitaciones de este método se deben a la posible presencia de multicolinealidad y, sobre todo, porque las perturbaciones suelen adolecer de autocorrelación espacial. En este trabajo se incluye una aplicación de esta herramienta al caso del valor del suelo urbano de la vivienda en la ciudad de Granada.

2. EL MÉTODO DE VALORACIÓN CATASTRAL

A continuación, en unas breves líneas vamos a describir, muy someramente, la metodología de valoración del suelo aplicada por el Centro de Gestión Catastral y Cooperación Inmobiliaria (CGCYCT), que se encuentra desarrollada y delimitada por una normativa específica. Dicha normativa define el valor catastral como una suma corregida de los valores del suelo y de la edificación. La corrección se basa en la aplicación de unos coeficientes que hacen referencia a determinadas características intrínsecas y extrínsecas de los inmuebles, que afectan de igual forma al suelo y a las construcciones, como puede ser la depreciación funcional o inadecuación, viviendas interiores, apreciación o depreciación económica por razones particulares del mercado inmobiliario, etc. Cada elemento de la suma, suelo y construcción, tiene una forma específica de cálculo, interesándonos en este caso la valoración del suelo. El valor de repercusión del suelo por el método residual se obtiene a partir del valor de mercado de la vivienda (V_v) de la siguiente forma

$$V_v = l'4(V_s + V_c)$$

en donde V_c incluye el coste de la construcción, los gastos del constructor, los honorarios profesionales, gastos de promoción y los tributos locales. Así, el valor de repercusión del suelo sobre el que se ha trabajado ha sido el obtenido por medio de la metodología catastral, al que se le han aplicado todos los coeficientes catastrales que podrían afectarle, y multiplicado por el "coeficiente de mercado" de $l'4$. Por tanto, el valor de la localización estudiado incluye la estimación catastral del valor de repercusión pagado por el promotor al propietario de la parcela y también la parte del beneficio del promotor atribuible al suelo, es decir $l'4V_s$, que a partir de ahora denominaremos CT.

3. METODOLOGÍA.

En el apartado anterior se ha visto muy resumidamente la metodología que utiliza el CGCYCT para obtener el valor de repercusión del suelo urbano de la vivienda. El valor del suelo así obtenido está íntimamente relacionado con su localización; por tanto, si consideramos que la localización espacial (v) de cada bien urbano (i) puede venir representada por sus coordenadas cartesianas (x_i, y_i) podemos plantear un modelo de regresión polinómica en el cual el valor del suelo urbano (Z) venga explicado por su localización espacial:

$$Z(v_i) = \sum_{s=0}^p \sum_{r=0}^q \beta_{rs} x_i^r y_i^s + u_i \quad (1)$$

donde:

$p+q \leq D$ representa el mayor orden de la deriva espacial.

$Z(v_i)$ es el valor del suelo de la vivienda i , localizada en v .

(x_i, y_i) son las coordenadas de la vivienda i .

β_{rs} son los parámetros del modelo de regresión.

u_i es la perturbación aleatoria, que se supone bien comportada, es decir, con $E[u] = 0$, varianza constante y covarianza cero.

Así, el polinomio de deriva, para diferentes grados de ésta, quedaría configurado de la siguiente forma:

| | |
|--|------------------------|
| β_0 | no hay deriva. |
| $\beta_0 + \beta_{10}x + \beta_{01}y$ | hay deriva lineal. |
| $\beta_0 + \beta_{10}x + \beta_{01}y + \beta_{20}x^2 + \beta_{02}y^2 + \beta_{11}xy$ | hay deriva cuadrática. |

Matricialmente el modelo (1) se puede expresar:

$$Z = X\beta + u \quad (2)$$

donde:

$$\begin{aligned} \mathbf{Z} &= (Z_1, \dots, Z_n)' \\ \beta &= (\beta_1, \dots, \beta_K)' \\ \mathbf{u} &= (u_1 \dots u_n)' \end{aligned}$$

$$\mathbf{X} = \begin{bmatrix} 1 & f_{12} & \cdot & \cdot & f_{1k} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ 1 & f_{n2} & \cdot & \cdot & f_{nk} \end{bmatrix}$$

donde f_{ik} representa a $x_i, y_i, x_i^2, y_i^2, \dots$ etc.

En la aplicación práctica del TSA una cuestión que es necesario resolver consiste en la determinación del orden de la deriva. Para ello se puede usar la significación de los coeficientes, el valor de la F o el R^2 (Jackson (1977)). La limitación de este procedimiento viene dada por la influencia que la presencia de multicolinealidad puede tener sobre dichos contrastes. En relación a la estimación de los parámetros del modelo de regresión mediante MCO, el problema se plantea porque dichas estimaciones dejarán de ser eficientes cuando las perturbaciones estén autocorrelacionadas espacialmente, supuesto que puede considerarse muy verosímil para pequeñas distancias.

En este trabajo tan sólo se pretende presentar este método, en combinación con otros instrumentos, para detectar la presencia de tendencia espacial. Estos otros instrumentos que permitirán analizar la presencia de tendencia espacial son el análisis de medias-medianas por filas y columnas, y el uso del variograma experimental.

El estudio de los gráficos de medias-medianas por filas y columnas se basa en la obtención de la media y la mediana de los valores espaciales cuyas coordenadas cartesianas se encuentren dentro de un intervalo o banda para la coordenada X (columnas) y para Y (filas). La representación gráfica de estos valores nos dará una idea de la presencia y del tipo de deriva espacial. Por otra parte, el variograma experimental (Chica Olmo, J. (1994)) también nos proporcionará una idea tanto de la presencia de autocorrelación espacial en la variable analizada como de la posible presencia de deriva espacial. El estimador insesgado del variograma tiene la siguiente expresión:

$$\hat{\gamma}(h) = \frac{1}{2NP(h)} \sum_{i=1}^{NP(h)} (Z(v_i+h) - Z(v_i))^2 \quad (4)$$

donde $NP(h)$ representa el número de parejas distantes h .

4. APLICACIÓN AL CASO DEL VALOR CATASTRAL DEL SUELO EN LA CIUDAD DE GRANADA.

4.1. DATOS DISPONIBLES

Para realizar el estudio se ha obtenido el valor catastral del suelo sobre una muestra de 297 viviendas localizadas irregularmente sobre el plano de la ciudad (véase figura 6). Dicha valoración se ha hecho conforme a la Ponencia de Valores elaborada en 1990, de acuerdo con la O.M. de 28 de diciembre de 1989.

En este estudio se han transformado los valores catastrales (CT) mediante logaritmos neperianos (LCT), lo cual permite, por una parte, suavizar los datos y, por otra, asegurar que las estimaciones sean positivas.

4.2. ESTUDIO DE LA DERIVA ESPACIAL DE LOS DATOS.

Como se señaló con anterioridad, un aspecto que frecuentemente se detecta en este tipo de datos es la presencia de deriva o tendencia espacial. Esta presencia de deriva espacial se caracteriza por la variación a gran escala de los datos, de manera que no se puede aceptar la estacionaridad espacial en media de la variable analizada. Para detectar la deriva espacial se puede recurrir a la representación de los valores de la variable desde los ejes de coordenadas y a la representación tridimensional. En la figura 1 se dan las tres visiones de LCT, donde se aprecia la existencia de deriva cuadrática en los datos.

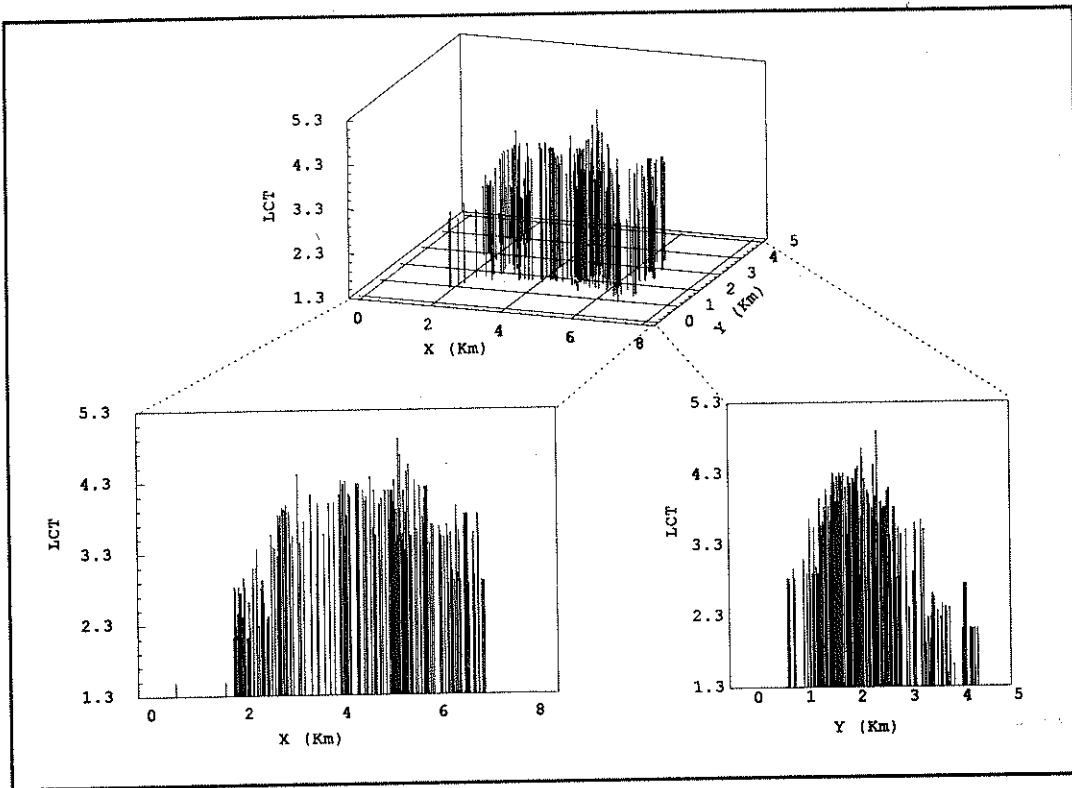


Figura. 1 Logaritmo neperiano del valor catastral.

Un análisis gráfico que clarifica la presencia y el tipo de deriva es el que se ha realizado mediante el cálculo de las medias y medianas por columnas y filas. Para ello se han obtenido las medias y medianas de LCT para unas bandas de 300 metros, es decir, se han tomado aquellos valores que se encontraban en los intervalos (0,300), (301,600), etc., y se han calculado sus medias y medianas, proceso que se ha realizado tanto para la dirección X (columnas) como Y (filas). Los resultados están representados en la figura 2, donde ahora se aprecia más claramente la existencia de deriva cuadrática tanto en X como en Y.

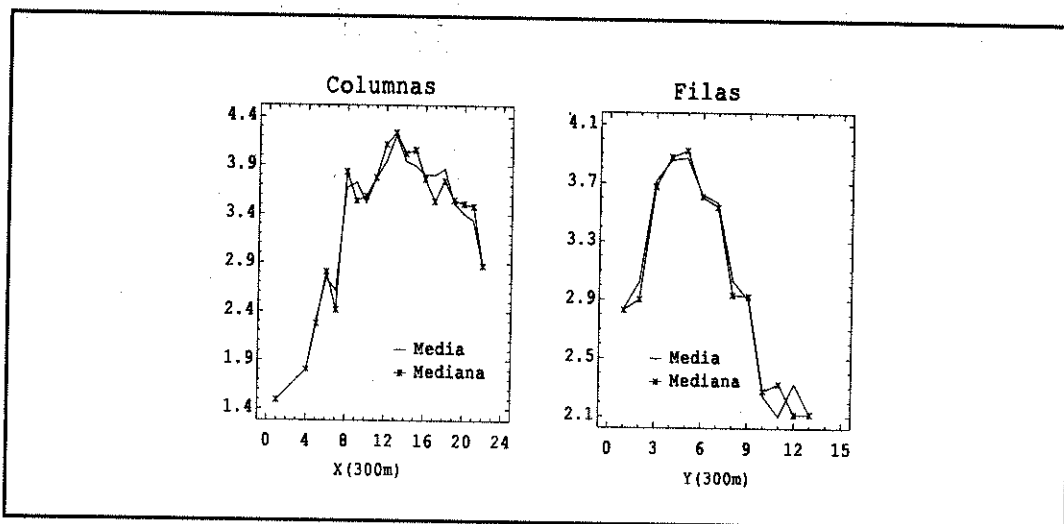


Figura. 2 Gráfico media-mediana por columnas y filas de LCT.

De igual forma, para detectar la autocorrelación espacial de LCT y la presencia de deriva espacial se ha calculado el variograma experimental medio de LCT. Este variograma aparece representado en la figura 3, donde se aprecia un crecimiento continuado del variograma, llegando a superar la varianza experimental de LCT; este comportamiento del variograma nos indica que la variable está autocorrelacionada espacialmente y además que presenta deriva espacial.

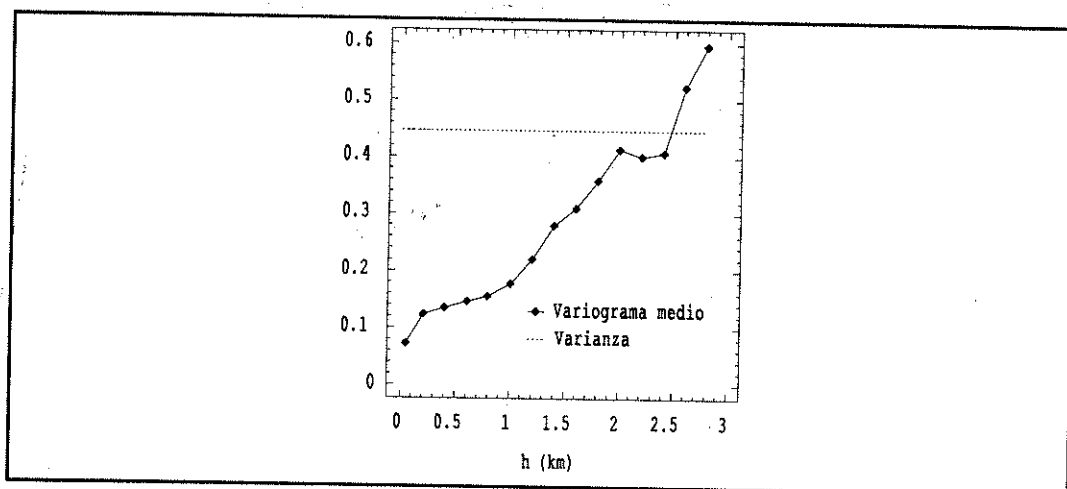


Figura. 3 Variograma experimental medio de LCT.

La forma de la deriva espacial puede ser estimada mediante un modelo de regresión polinómica. En este caso se ha ajustado un polinomio de segundo grado que recoja la deriva cuadrática antes detectada. El modelo de regresión polinómica de segundo grado, aplicando mínimos cuadrados ordenarios (MCO), de LCT es:

$$\hat{LCT}_i = 1.425 + 1.0E-3x_i + 2.77E-4y_i - 1.347E-7x_i^2 - 1.472E-7y_i^2 + 8.423E-8x_iy_i$$

(3.57) (9.04) (1.09) (-12.05) (-3.70) (4.12)

donde se observa que la única variable no significativa es la correspondiente al coeficiente de la coordenada Y (en paréntesis se recoge el valor del estadístico experimental del contraste de la t-Student). Es necesario reseñar el efecto contrapuesto que puede tener la posible presencia de multicolinealidad sobre los estadísticos t, efecto que tiende a disminuir sus valores, y la presencia de autocorrelación de las perturbaciones, pues si dicha correlación es positiva, tendería a aumentarlos. Eliminando dicha variable los resultados del nuevo modelo son:

$$\hat{LCT}_i = 1.773 + 9.9E-4x_i - 1.376E-7x_i^2 - 1.052E-7y_i^2 + 9.987E-8x_iy_i$$

(7.36) (8.97) (-12.63) (-9.64) (7.05)

Para analizar en qué medida el modelo ajustado filtra la deriva detectada, se ha realizado el gráfico de media-mediana de los residuos MCO del último modelo (véase figura 4), donde se observa claramente como en la dirección X dichos residuos son estacionarios, mientras que en la dirección Y la estacionaridad no es tan clara. Para determinar finalmente si los residuos MCO son o no estacionarios se ha obtenido el variograma experimental medio de éstos (véase figura 5), donde se aprecia un comportamiento estacionario. Así, se observa como el variograma va creciendo a medida que la distancia entre las viviendas (h) es mayor, llegando a estabilizarse alrededor de la varianza experimental para valores de h en torno a los 300 metros. Debe destacarse también que dicho comportamiento del variograma manifiesta la presencia de autocorrelación espacial de los residuos, afirmación avalada por la propia disposición espacial de los valores positivos y negativos de dichos residuos (véase figura 7), donde se observan agrupaciones de los valores positivos y negativos.

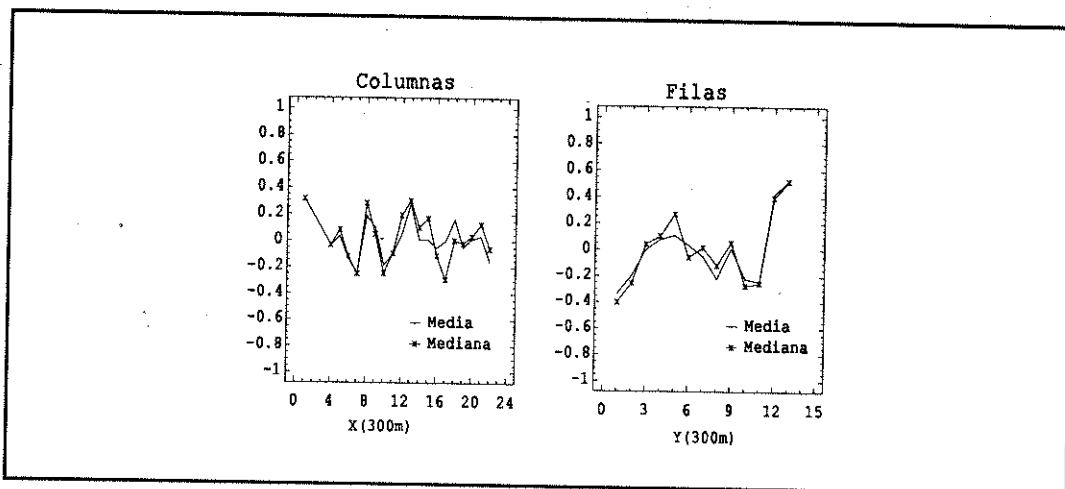


Figura. 4 Gráfico de medias-medianas de los residuos MCO.

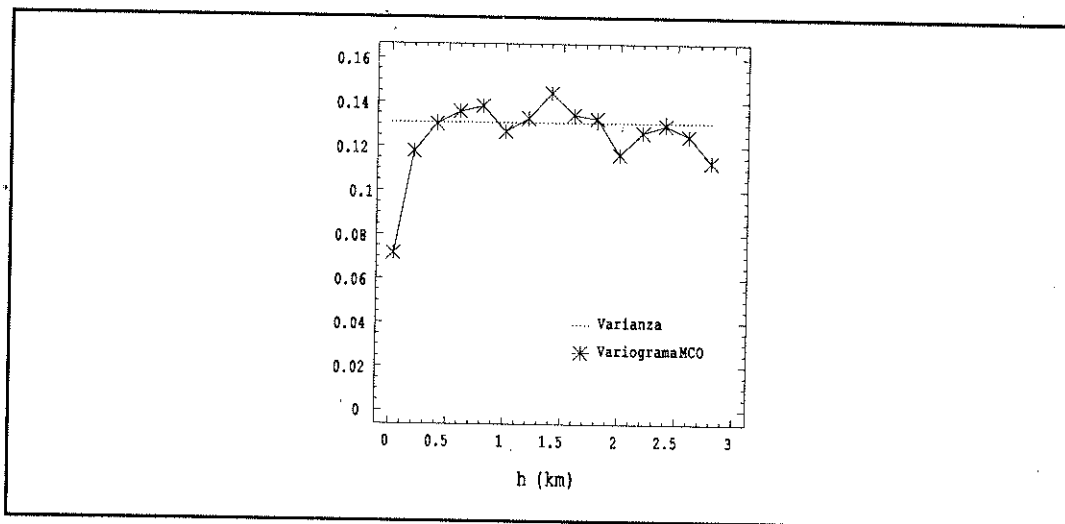


Figura. 5 Variograma experimental de los residuos MCO.

4.3. ESTIMACIÓN ESPACIAL DEL VALOR CATASTRAL

En la figura 6 se ha representado el plano de isovalores catastrales del suelo de la vivienda, obtenido a partir de las estimaciones realizadas usando el modelo de regresión MCO anterior, sobre los nudos de una malla regular de 200 metros de lado, superpuesta sobre el plano de la ciudad. En esta figura, se observa un comportamiento monocéntrico, que se contradice con las conclusiones extraídas en otros trabajos que se han realizado sobre la vivienda en esta ciudad (Chica Olmo, J. (1994). Una conclusión que sí coincide con la de los trabajos referidos consiste en el un comportamiento decreciente de dichos valores desde el centro de la ciudad hacia la periferia, más acentuado en la zona Norte de la ciudad que en las zonas Sur y Oeste; mientras que, por el contrario, en la zona Este los valores se mantienen más estables.

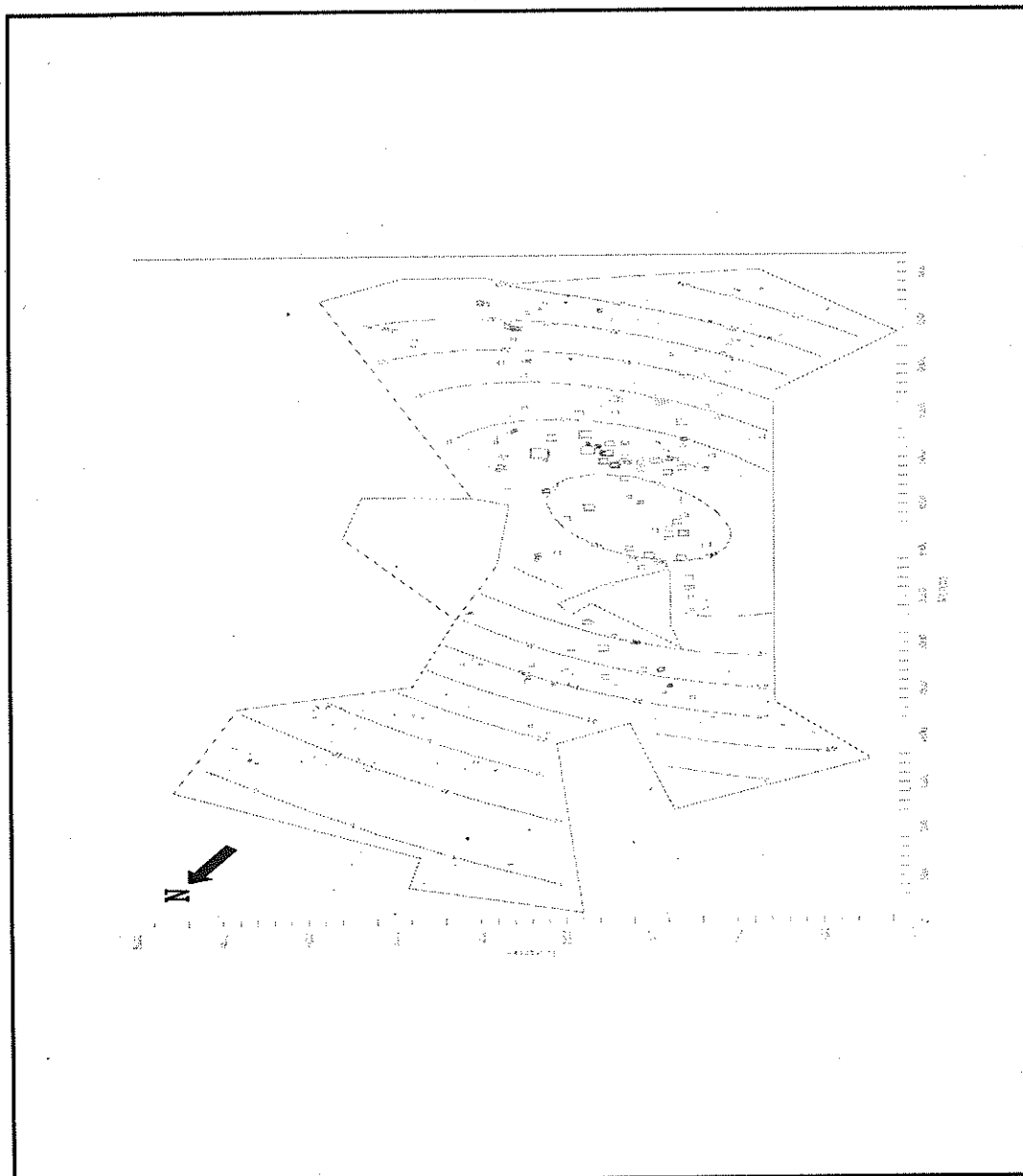


Figura. 6 Plano de isovalores catastrales y datos experimentales.

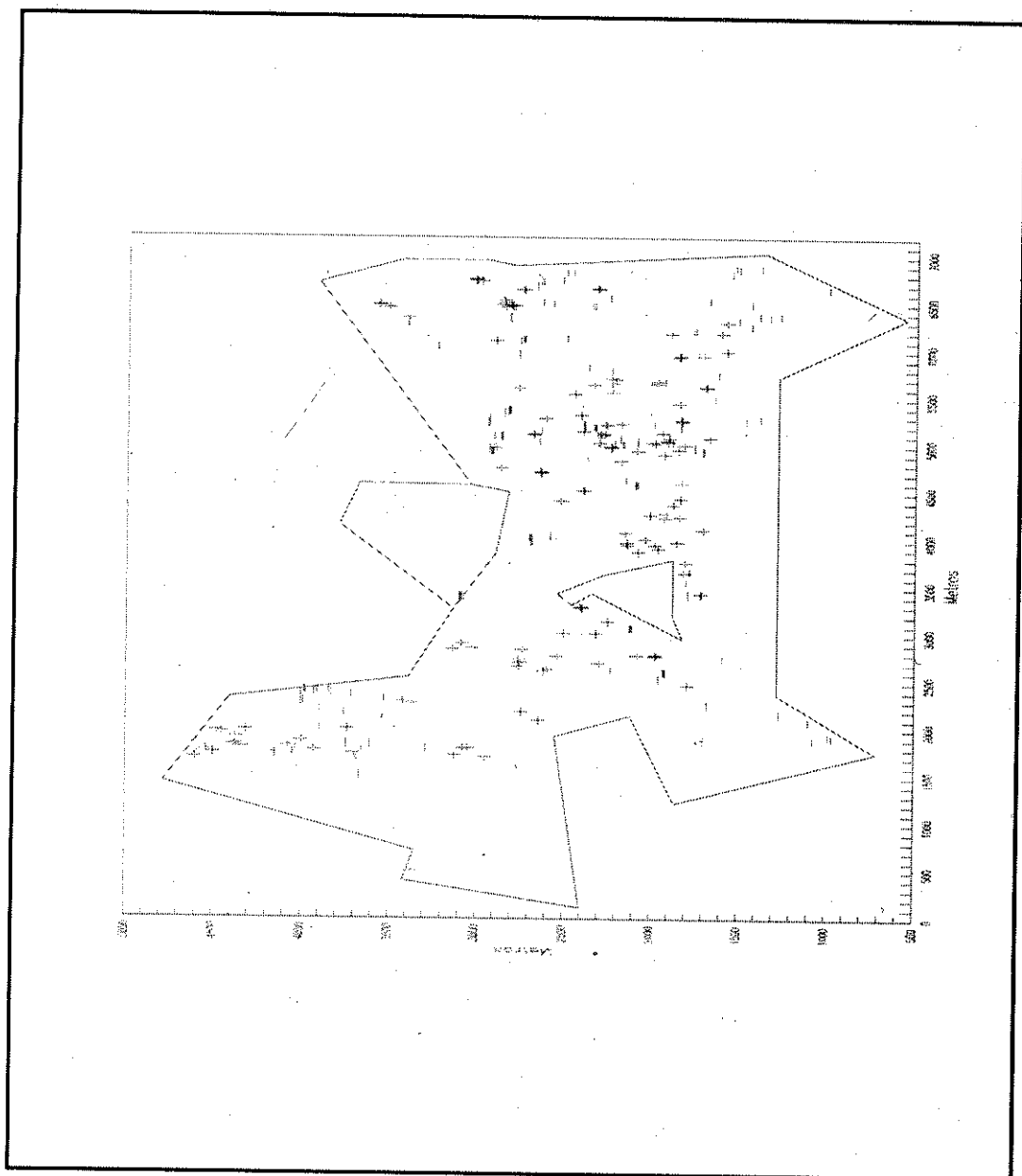


Figura. 7 Plano de residuos MCO positivos (+) y negativos (-).

5. CONCLUSIONES

Este método permite considerar la deriva o tendencia espacial, es decir, la variación espacial a gran escala de la variable analizada. Si bien su principal limitación viene dada porque no tiene en cuenta la presencia de autocorrelación espacial a pequeña escala, lo cual provoca que las estimaciones MCO no sean eficientes.

6. BIBLIOGRAFÍA

CHICA OLMO, J.(1994): Teoría de las Variables Regionalizadas. aplicación en Economía Espacial y Valoración Inmobiliaria. Biblioteca de Económicas y Empresariales. Servicio de Publicaciones de la universidad de Granada.

CGCYT (1990): Normas Reguladoras del Catastro. Subdirección General de Estudios y Estadística. MEH. Madrid.

BARNBROCK, J. Y GREENE, D.L. (1977): Investigation of Population Density Gradients using Trend Surface Analysis: comment. Land Economics, 53, 2.

JACKSON, J.R. (1977): Investigation of Population Density Gradients using Trend Surface Analysis: comment. Land Economics, 53, 2.

POLÍTICAS DE APOYO DE LA JUNTA DE ANDALUCÍA A LA ADMINISTRACIÓN LOCAL: EL PLAN DE COOPERACIÓN MUNICIPAL

PURIFICACIÓN DURO ÁLVAREZ

RAFAEL MARTÍNEZ SOLER

Consejería de Economía y Hacienda. Junta de Andalucía

M^a DEL CASTILLO MUÑOZ CAMPOS

Facultad de Ciencias Económicas y Empresariales.

Universidad de Sevilla

1. INTRODUCCIÓN

En todos los Presupuestos de la Comunidad Autónoma de Andalucía desde 1982 vienen reconociéndose importantes transferencias a las Corporaciones Locales, tanto corrientes como de capital, con una tendencia creciente, lo que pone de manifiesto que, desde el comienzo de la autonomía, la Junta de Andalucía ha ido poniendo en marcha distintas líneas de actuación que implican una colaboración con la Administración Local, colaboración que en unos casos responde al desarrollo de políticas propias de la Comunidad Autónoma y en otros supone un apoyo a actuaciones diseñadas por las propias Corporaciones Locales.

En 1989, la Junta de Andalucía instrumenta de manera específica la cooperación con la Administración Local con la definición y aprobación del Plan de Cooperación Municipal, que se incluye en la Ley del Presupuesto de la Comunidad Autónoma para ese ejercicio.

Posteriormente, el Decreto 51/1989, de 14 de marzo, establece las normas generales para la aplicación del Plan de Cooperación Municipal, y define a éste como el vehículo de canalización de la cooperación.

Tenemos, pues, una fecha de referencia, 1989, y un instrumento, el Plan de Cooperación Municipal, que nos van a servir para analizar la política de apoyo a la Administración Local llevada a cabo por la Junta de Andalucía.

Se trata, en primer lugar, de comprobar si ha existido esa cooperación, identificarla, cuantificarla y clasificarla señalando las áreas que ha cubierto y recoger la evolución que ha seguido, considerando tanto el volumen total de las transferencias como algunas políticas individualizadas.

Una vez analizado el volumen y composición de la cooperación parece conveniente relativizar de alguna manera los datos obtenidos, y la referencia adoptada es la propia evolución y composición del gasto público de la Administración Autónoma.

Se pretende con esta comparación observar si el esfuerzo realizado a través de las políticas de gasto sigue la misma tendencia cuando se trata de actuaciones a llevar a cabo por la Administración Local, que cuando se están contemplando actuaciones directas o realizadas a través de otros agentes o instituciones.

2. ANTECEDENTES

Como indicamos al comienzo, en todos los Presupuestos de la Junta de Andalucía se han venido recogiendo transferencias a Corporaciones Locales, aunque las cifras iniciales de cooperación no eran excesivamente elevadas. No obstante, ya en el Presupuesto de 1986 se recogían subvenciones y transferencias a las Corporaciones Locales por un importe que ascendía a 6.123 millones de pesetas, lo que suponía un 1,16% de la cifra total del Presupuesto. Ese importe casi se duplicó en el ejercicio de 1987, alcanzándose los 11.804 millones de pesetas y continuó su tendencia ascendente en 1988, aunque esta vez la tasa de variación interanual se situó en un 28,58%.

Si utilizamos la clasificación funcional del gasto del Presupuesto de la Junta de Andalucía para clasificar las transferencias a las Corporaciones Locales en funciones y programas, observamos que en los ejercicios 1986 y 1987, Educación, Cultura y Medio Ambiente engloban el mayor volumen de transferencias, siguiéndole a continuación, aunque a distancia, las dirigidas a Programas de Servicios Sociales, Obras de Infraestructura y Fomento del Empleo.

Sin embargo, en 1988 las transferencias de mayor cuantía corresponden a Obras de Infraestructura y quedan a continuación y con importes bastante similares las transferencias para Servicios Sociales, Educación, Cultura y Medio Ambiente y Fomento del Empleo, creciendo de manera importante, en un 102,17% las transferencias en materia de Fomento Económico situándose casi al mismo nivel que los programas y funciones señalados con anterioridad y de los que en ejercicios anteriores se encontraban distanciadas.

El peso de la cooperación con la Administración Local en el Presupuesto de la Junta de Andalucía en este ejercicio de 1988, previo a la instauración del Plan de Cooperación Municipal, era de un 1,90%, con un importe de 15.177 millones de pesetas.

3. EL PLAN DE COOPERACIÓN MUNICIPAL

Como ya hemos indicado, en el Presupuesto de 1989 aparece por vez primera el Plan de Cooperación Municipal, no como un programa presupuestario individualizado, sino como una agrupación de transferencias a Corporaciones Locales procedentes de distintos programas presupuestarios, de forma que el Plan de Cooperación constituye la canalización de las distintas actuaciones de cooperación económica con la Administración Local previstas en los Presupuestos autonómicos. No supone, por tanto, en general, un cambio de actuación en materia de cooperación sino una clasificación y sistematización de dicha cooperación.

Y así, en el Decreto 51/1989, de 14 de marzo, en el que se establecen las normas generales para la aplicación del Plan de Cooperación Municipal, se diferencian cinco programas de actuación:

- a) Promoción económica.
- b) Urbanismo e Infraestructura.
- c) Equipamientos colectivos.
- d) Fomento cultural.
- e) Nivelación de los servicios municipales.

Los cuatro primeros programas suponen una clasificación más o menos acertada de las líneas de actuación en las que la Junta de Andalucía venía cooperando, aunque cabe destacar, como una modificación importante, que debajo de esta clasificación se ha producido también en este ejercicio la colaboración, por vez primera, de la Junta de Andalucía a la financiación de los Planes Provinciales de Obras y Servicios, Planes que son diseñados y aprobados por la Administración Local, por lo que esta actuación va a suponer una cooperación a proyectos propios de las Corporaciones Locales, mientras que el resto de transferencias están contemplando, en su mayor parte, la puesta en marcha de políticas diseñadas desde la Administración Autónoma.

Por lo que respecta al quinto programa, el denominado de Nivelación de Servicios Municipales, es el que supone una verdadera novedad en el campo de la cooperación con la Administración Local. Y ello es así porque a pesar de su denominación impropia, este Fondo se ha constituido en una verdadera participación de las Corporaciones Locales en los tributos de la Comunidad Autónoma.

La única determinación que realizaba el Decreto 51/1989 sobre el programa de Nivelación es que las transferencias corrientes y de capital destinadas a este programa atendieran prioritariamente los gastos corrientes de los nuevos equipamientos de los municipios. Ello podría dar a entender que nos íbamos a encontrar con transferencias a determinados municipios para garantizar una prestación mínima de servicios municipales y unos niveles mínimos de equipamientos. Esto implicaría la fijación de índices para medir los niveles de prestación de servicios y el establecimiento de criterios adecuados de distribución.

Sin embargo, la realidad con que nos encontramos es que la presupuestación de la Nivelación de Servicios aparece única y exclusivamente como transferencias corrientes, que su distribución alcanza a todos los municipios andaluces, que para su reparto no se tiene en cuenta la valoración de déficits municipales sino fundamentalmente la cifra de población, y que no existe ningún mecanismo que controle el gasto financiado con estas transferencias.

Ello supone que, a pesar de su equívoca denominación y de las someras determinaciones recogidas en el citado Decreto 51/1989, el programa de Nivelación de Servicios Municipales incorpora unas transferencias netamente incondicionadas que desarrollan la previsión constitucional de participación de las Corporaciones Locales en los tributos de las Comunidades Autónomas.

Tenemos, pues, que en el Plan de Cooperación Municipal se pueden diferenciar dos bloques bien definidos: por un lado, las transferencias englobadas en los primeros cuatro programas indicados (Promoción económica; Urbanismo e Infraestructura; Equipamientos colectivos; y Fomento cultural) que son transferencias condicionadas y el programa de Nivelación de Servicios Municipales, como financiación incondicionada a las Corporaciones Locales.

3.1. EVOLUCIÓN DE LAS TRANSFERENCIAS DEL PLAN DE COOPERACIÓN MUNICIPAL EN EL PERIODO 1989-1994

El Plan de Cooperación Municipal supone en 1989, año de su implantación, un volumen de recursos de 32.536 millones de pesetas. Pero, aunque esta cifra es de por sí importante, lo más destacable es el aumento que supone respecto de las transferencias a Corporaciones Locales que se contenían en el Presupuesto del ejercicio anterior, antes de la aprobación del Plan de Cooperación. Ese crecimiento, que se sitúa en un 114,37%, pone de manifiesto la espectacularidad del aumento de la cooperación con la Administración Local que supuso la puesta en marcha del Plan.

Para ese ejercicio se produjo también un crecimiento importante -aunque bastante menor- del Presupuesto de la Junta de Andalucía aumentando respecto del año anterior un 28,74%. Ello supuso que el peso de la Cooperación en el Presupuesto de 1989 se situara en un 3,16%, lo que teniendo en cuenta que se partía de una cooperación que representaba el 1,90% del Presupuesto, evidencia también el importante avance de la cooperación local en la estrategia de gasto de la Junta de Andalucía.

A partir de la puesta en marcha del Plan las cifras que se han venido incluyendo en los sucesivos ejercicios han mantenido una tendencia creciente hasta 1993, aunque los incrementos interanuales de dichas dotaciones han ido descendiendo.

En 1994 se produce por primera vez una disminución en la dotación del Plan de Cooperación Municipal respecto al ejercicio anterior, y esta disminución se ha visto reflejada en la mayor parte de las líneas de actuación que se han considerado.

Durante el periodo 1989-94 el Plan ha comportado unas transferencias totales de 279.378 millones de pesetas a la Administración Local Andaluza, lo que ha supuesto un 3,26% de los Presupuestos de la Junta de Andalucía en ese mismo periodo. Del total de las transferencias, las de capital han representado un 74,48% frente a un 25,52% de las transferencias corrientes, es decir, que la cooperación con la Administración Local ha sido fundamentalmente una cooperación que ha puesto el énfasis en la financiación de inversiones públicas.

Tenemos, por tanto, que el Plan de Cooperación ha puesto a disposición de las Corporaciones Locales un importante volumen de recursos autonómicos con la finalidad prioritaria de mejorar la dotación de capital público en los distintos municipios y provincias.

Esa misma aportación al mejor equipamiento de municipios y provincias podría haberse realizado mediante la actuación directa de la Administración Autónoma, y el hecho de realizarse a través de transferencias a las Corporaciones Locales, indica una voluntad descentralizadora importante de la Junta de Andalucía, dejando a las administraciones locales la gestión y puesta en marcha de determinados proyectos.

Para analizar las líneas de actuación que se han cubierto mediante el Plan de Cooperación Municipal nos ha parecido conveniente no utilizar los cinco programas en los que se clasifica el Plan según el Decreto regulador, sino hacer un reagrupamiento de actuaciones en base a las funciones y programas en los que se clasifica el Presupuesto de la Junta de Andalucía.

Esta reclasificación se plantea con objeto de poder establecer comparaciones con el resto de gasto público autonómico, agrupando aquellas funciones o programas que resultan más significativos en las transferencias a Corporaciones Locales.

La Tabla Nº1 recoge las cifras del Plan de Cooperación durante el periodo 1989-94, la clasificación por funciones del Plan, las tasas de variación interanuales para cada ejercicio, el índice de crecimiento, y el porcentaje que el Plan de Cooperación Municipal representa sobre el total del Presupuesto autonómico.

TABLA 1
EL PLAN DE COOPERACIÓN MUNICIPAL DE LA JUNTA DE ANDALUCÍA.
CLASIFICACIÓN POR FUNCIONES

| | | | | | | | (miles de ptas) |
|---------------------------------------|----------------------|----------------------|----------------------|----------------------|----------------------|----------------------|----------------------|
| | 1989 | 1990 | 1991 | 1992 | 1993 | 1994 | TOTAL |
| PER | 2.400.000 | 2.400.000 | 2.400.000 | 2.178.500 | 5.190.447 | 5.489.000 | 20.057.947 |
| Planes Prov. Obras y Servicios | 2.000.000 | 4.000.000 | 5.000.000 | 6.000.000 | 5.595.010 | 5.500.000 | 28.095.010 |
| Nivelación de Servicios | 1.000.000 | 2.000.000 | 3.708.000 | 4.422.000 | 4.446.662 | 4.446.662 | 20.023.324 |
| Obras de Infraestructura | 8.628.692 | 10.953.588 | 10.930.238 | 9.426.958 | 10.817.048 | 9.221.638 | 59.978.162 |
| Fomento del empleo | 4.854.250 | 4.426.000 | 9.025.031 | 10.020.791 | 9.057.588 | 8.732.960 | 46.116.620 |
| Servicios Sociales | 2.732.105 | 4.137.301 | 5.405.301 | 7.028.532 | 8.891.907 | 7.666.521 | 35.861.667 |
| Educación, Cultura y Medio Ambiente | 3.964.411 | 3.162.599 | 6.630.637 | 5.900.711 | 5.087.960 | 5.249.894 | 29.996.212 |
| Fomento Económico | 5.401.000 | 4.387.000 | 3.736.838 | 4.681.326 | 2.226.878 | 2.344.878 | 22.777.920 |
| Otros | 1.556.000 | 1.325.000 | 3.877.770 | 3.638.060 | 3.357.228 | 2.718.000 | 16.472.058 |
| TOTAL | 32.536.458 | 36.791.488 | 50.713.815 | 53.296.878 | 54.670.728 | 51.369.553 | 279.378.920 |
| Transferencias Corrientes | 5.623.216 | 7.945.051 | 11.484.072 | 14.883.184 | 16.182.904 | 15.169.161 | 71.287.588 |
| % s/total | 17,28% | 21,59% | 22,64% | 27,93% | 29,60% | 29,53% | 25,52% |
| Transferencias de Capital | 26.913.242 | 28.846.437 | 39.229.743 | 38.413.694 | 38.487.824 | 36.200.392 | 208.091.332 |
| % s/total | 82,72% | 78,41% | 77,36% | 72,07% | 70,40% | 70,47% | 74,48% |
| Tasa de Variación Interanual PCM | | 13,08% | 37,84% | 5,09% | 2,58% | -6,04% | |
| Índice Crec. PCM (Base 1989=100) | 100 | 113,08 | 155,87 | 163,81 | 168,03 | 157,88 | |
| % SOBRE TOTAL GASTO DE LA J.A. | 3,16% | 3,03% | 3,76% | 3,48% | 3,33% | 2,85% | 3,26% |
| | | | | | | | |
| TOTAL P. GASTO J.A. | 1.029.859.598 | 1.215.826.131 | 1.348.914.607 | 1.532.769.296 | 1.643.634.219 | 1.800.503.490 | 8.571.507.341 |
| Tasa de Var. Interanual P. Gasto | | 18,06% | 10,95% | 13,63% | 7,23% | 9,54% | |
| Índice crec. P. Gasto (Base 1989=100) | 100 | 118,06 | 130,98 | 148,83 | 159,60 | 174,83 | |

A continuación pasamos a analizar las funciones más representativas del Plan de Cooperación Municipal.

3.2. OBRAS DE INFRAESTRUCTURA

Dentro de la función Obras de Infraestructura hemos integrado las funciones Vivienda y Ordenación del Territorio, Infraestructura Básica y del Transporte y parte de los programas especiales vinculados a la Exposición de 1992, contemplados en los Presupuestos de la Junta de Andalucía.

El mayor volumen de recursos del Plan de Cooperación Municipal se agrupa en esta función de Obras de Infraestructuras, 59.976 millones de pesetas, que suponen un 21,74% del total y que son exclusivamente transferencias de capital.

Ya la cifra inicial de 1989 en este grupo era una cifra muy elevada que suponía un aumento espectacular del 214,5% respecto de 1988, provocado por la puesta en marcha del programa presupuestario Andalucía 92, que supone un esfuerzo muy importante en materia inversora por parte de la Administración Autónoma.

En 1990 continuaron creciendo estas transferencias y en los sucesivos ejercicios se han producido oscilaciones, pero siempre suponen las mayores dotaciones dentro del Plan de Cooperación Municipal, salvo en el ejercicio 1992 en el que fueron superadas por las transferencias correspondientes a Fomento del Empleo.

Esta evolución refleja la prioridad absoluta otorgada a la dotación de infraestructuras en los años previos a 1992 y más específicamente a que esa dotación de infraestructuras, aunque financiada por la Comunidad Autónoma, fuera gestionada por la Administración Local.

La mayor parte de esas dotaciones, proceden del ya enunciado programa Andalucía 92 que se puso en marcha en 1989 para el cuatrienio 1989-1992, con una previsión de transferencias para inversiones en infraestructura que se distribuía a lo largo del periodo de manera que el mayor volumen de recursos correspondía a los primeros ejercicios, en los que habían de acometerse las fases más costosas de los proyectos, de forma que los mismos estuvieran finalizados en 1992.

Para 1993 vuelve a producirse un aumento de las transferencias para infraestructuras, aunque en esta ocasión dicho aumento procede fundamentalmente del importante crecimiento operado en Vivienda y Ordenación del Territorio.

Si comparamos la evolución de las transferencias en este área con la evolución que registra el Presupuesto de la Junta de Andalucía en estas mismas funciones, deducidas las transferencias del Plan de Cooperación Municipal, observamos que para el Presupuesto autonómico en el periodo considerado existe una tendencia a la estabilización de este tipo de gasto.

Así, según se indica en la Tabla Nº2, las variaciones interanuales de las dotaciones presentan un crecimiento inicial de un 25,46% para el ejercicio 1990, y a partir de ahí unas tasas menores de crecimiento en los dos ejercicios siguientes y un decrecimiento en los años 1993 y 1994.

TABLA Nº 2
OBRAS DE INFRAESTRUCTURA

| | (miles de ptas) | | | | | |
|---|-----------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|
| | 1989 | 1990 | 1991 | 1992 | 1993 | 1994 |
| (1) Presupuesto J.A. | 90.005.152 | 113.046.557 | 128.922.146 | 132.551.685 | 131.537.590 | 129.238.473 |
| (2) PCM | 8.628.692 | 10.953.588 | 10.930.238 | 9.426.958 | 10.817.048 | 9.221.638 |
| (1)-(2) Presupuesto J.A. sin Transf. del PCM | 81.376.460 | 102.092.969 | 117.991.908 | 123.124.727 | 120.720.542 | 120.016.835 |
| Variac. Interanual Obras Infraest. Pres. J.A. | | 25,60% | 14,04% | 2,82% | -0,77% | -1,75% |
| Variac. Interanual Obras Infraest. PCM | | 26,94% | -0,21% | -13,75% | 14,75% | -14,75% |
| Variac. Interanual Obras Infraest. Pres. J.A. sin PCM | | 25,46% | 15,57% | 4,35% | -1,95% | -0,58% |

3.3. FOMENTO DEL EMPLEO

Dentro de la función Fomento del Empleo hemos incluido los programas Fomento del Empleo, Formación Profesional Ocupacional e Inserción Profesional de la Junta de Andalucía.

En la clasificación realizada de las transferencias del Plan de Cooperación Municipal, el Fomento de Empleo es la segunda función en importancia en el total del periodo considerado, con un volumen de recursos transferidos de 46.116 millones de pesetas, que representan un 16,51% sobre el total de las funciones diferenciadas.

Las transferencias recogidas en cada uno de los años presentan una evolución irregular en la que destaca el fuerte incremento producido en 1991, cifrado en un 103,91% y que corresponde con la puesta en marcha, mediante Decreto 142/1990, de 15 de mayo, del Programa de Solidaridad que pretende contribuir a la erradicación de la marginación y la desigualdad en Andalucía. Con esta finalidad se crea en el ejercicio 1991 un programa presupuestario específico de Inserción Profesional en el que se recoge un importante volumen de transferencias a los municipios para contrataciones temporales en programas públicos de interés social o a través de empresas colaboradoras.

También en este ejercicio 1991, destaca la puesta en marcha del programa de Formación Profesional Ocupacional, financiado con recursos del Fondo Social Europeo, con un volumen menor al del programa de Inserción Profesional, pero que ha supuesto un total de 1.654 millones de pesetas para el periodo 1991-94, destinados principalmente a mejorar la cualificación profesional de los trabajadores andaluces.

TABLA N°3
FOMENTO DEL EMPLEO

| | | | (miles de ptas) | | | | | |
|--|------------|-----------------------------------|-----------------|------------|------------|------------|------------|------------|
| | | | 1989 | 1990 | 1991 | 1992 | 1993 | 1994 |
| (1) Presupuesto J.A. | | | 12.224.357 | 16.325.881 | 22.916.460 | 24.591.753 | 24.702.359 | 37.451.875 |
| (2) PCM | | | 4.854.250 | 4.426.000 | 9.025.031 | 10.020.791 | 9.057.588 | 8.732.960 |
| (1)-(2) Presupuesto J.A. sin Transf. del PCM | | | 7.370.107 | 11.899.881 | 13.891.429 | 14.570.962 | 15.644.771 | 28.718.915 |
| Variac. | Interanual | Fomento Empleo Pres. J.A. | | 33,55% | 40,37% | 7,31% | 0,45% | 51,61% |
| Variac. | Interanual | Fomento Empleo PCM | | -8,82% | 103,91% | 11,03% | -9,61% | -3,58% |
| Variac. | Interanual | Fomento Empleo Pres. J.A. sin PCM | | 61,46% | 16,74% | 4,89% | 7,37% | 83,57% |

Por lo que respecta al Presupuesto de Gastos de la Junta de Andalucía esta función presenta una tendencia creciente a lo largo de todo el periodo, aunque hasta 1993 se produce una disminución en la intensidad del aumento. En 1994 se produce un aumento muy importante pero que viene motivado por la asunción por la Junta de Andalucía de las funciones y servicios correspondientes a la gestión de la Formación Profesional Ocupacional financiada con transferencias del Fondo Social Europeo.

La comparación del Plan de Cooperación Municipal y del Presupuesto de la Junta pone de manifiesto que la evolución de este tipo de gasto ha seguido distinta tendencia en uno y otro caso, y en el periodo 1989-93, aunque se ha producido un aumento en esta función en el Plan de Cooperación Municipal, de un 86,5%, dicho aumento se sitúa por debajo del que se produce en el Presupuesto de la Junta de Andalucía, que es de un 102,07%. Esto puede obedecer a la falta de definición clara de la Junta sobre la descentralización de este tipo de gasto, observándose más bien una tendencia a conservar la gestión del fomento del empleo en el nivel autonómico.

3.4.SERVICIOS SOCIALES

El área de Servicios Sociales es otra de las funciones en que hemos dividido el Plan de Cooperación Municipal. En ella hemos sumado las transferencias de la función Seguridad Social y Protección Social y del programa de Promoción de la Mujer. Los Servicios Sociales se sitúan en tercer lugar en cuanto a dotación de recursos, con 35.861 millones de pesetas en el periodo analizado, lo que supone un 12,84% del total de las transferencias del Plan.

Dentro de los Servicios Sociales son de especial importancia las transferencias corrientes, que suponen el 89% del total de la función, y que junto con el Fondo de Nivelación de Servicios Municipales constituyen la mayor parte -el 73%- del gasto corriente del Plan de Cooperación para el periodo analizado 1989-94.

Esta función ha seguido un crecimiento constante, destacando dentro de la misma las transferencias destinadas a construcción, equipamiento y mantenimiento de Centros de Servicios Sociales Comunitarios y Especiales. También se incluyen en esta función transferencias destinadas a actuaciones en materia de drogodependencia, emigración y juventud.

TABLA Nº4
SERVICIOS SOCIALES

| | (miles de ptas) | | | | | |
|--|-----------------|------------|------------|------------|------------|------------|
| | 1989 | 1990 | 1991 | 1992 | 1993 | 1994 |
| (1) Presupuesto J.A. | 49.928.699 | 63.509.771 | 72.571.676 | 83.783.679 | 82.838.055 | 90.631.276 |
| (2) PCM | 2.732.105 | 4.137.301 | 5.405.301 | 7.028.532 | 8.891.907 | 7.666.521 |
| (1)-(2) Presupuesto J.A. sin Transf. del PCM | 47.196.594 | 59.372.470 | 67.166.375 | 76.755.147 | 73.946.148 | 82.964.755 |
| Variac. Interanual Serv. Sociales Pres. J.A. | | 27,20% | 14,27% | 15,45% | -1,13% | 9,41% |
| Variac. Interanual Serv. Sociales PCM | | 51,43% | 30,65% | 30,03% | 26,51% | -13,78% |
| Variac. Interanual Serv. Sociales Pres. J.A. sin PCM | | 25,80% | 13,13% | 14,28% | -3,66% | 12,20% |

Si realizamos una comparación entre la evolución seguida por el gasto en materia de Servicios Sociales contemplado en el Presupuesto de la Junta de Andalucía y el correspondiente a las transferencias recogidas en el Plan de Cooperación, observamos como las transferencias a Corporaciones Locales han experimentado, en términos relativos, incrementos mayores que los del resto del presupuesto gestionado por la Junta de Andalucía, salvo para 1994, que nuevamente presenta unas características distorsionantes, y en el que se invierte esta tendencia.

Este comportamiento es especialmente acusado en el ejercicio 1993, en el que, a pesar de producirse un descenso en el gasto de esta naturaleza contemplado en el presupuesto de la Junta de Andalucía de un -1,13%, las transferencias a las Corporaciones Locales experimentan un crecimiento del 26,51%.

Esto supone que, en materia de Servicios Sociales, la Junta de Andalucía ha centrado sus esfuerzos en procurar una gestión descentralizada a través de las Corporaciones Locales y especialmente en los programas de Servicios Sociales y Acción Social, aunque llevando a cabo actuaciones de coordinación, seguimiento y evaluación del sistema público de Servicios Sociales.

3.5. NIVELACIÓN DE SERVICIOS MUNICIPALES

Como indicamos al comienzo, el Fondo para Nivelación de Servicios Municipales se ha constituido en un verdadero instrumento de financiación incondicionada de las Corporaciones Locales que desarrolla la previsión recogida en la Constitución Española y en la Ley de Haciendas Locales de que las Corporaciones Locales participen en los tributos de las Comunidades Autónomas.

En este sentido, las dotaciones anuales que se han venido consignando a partir de 1991 en los Presupuestos de la Comunidad Autónoma de Andalucía por Nivelación de Servicios Municipales se han presupuestado asumiendo los planteamientos de la Federación Andaluza de Municipios y Provincias, es decir, vinculándolas a los ingresos tributarios de la Comunidad Autónoma mediante la utilización del mismo porcentaje -3,49%- de participación de los municipios en los ingresos tributarios del Estado para el quinquenio 1989-1993.

Respecto al volumen total de recursos, hay que destacar que, para el periodo considerado, se han movilizado 20.023 millones de pesetas, lo que supone que un 7,17% del Plan de Cooperación Municipal es financiación totalmente incondicionada.

También en este concepto las restricciones presupuestarias del ejercicio 1994 se dejaron sentir no presupuestándose incremento alguno con respecto al año anterior. Esta circunstancia, no obstante, no puede desvirtuar la realidad que supone el que frente a los 1.000 millones de pesetas con que se dotó inicialmente este Fondo en 1989, nos encontremos en 1994 con 4.446 millones de pesetas.

4. CONCLUSIONES

Analizadas las cifras correspondientes a las dotaciones del Plan de Cooperación Municipal desde su puesta en marcha en 1989 hasta 1994, y tomando también en consideración las líneas más destacadas en las que se han clasificado las distintas transferencias, se pueden resaltar las siguientes conclusiones:

La aprobación y regulación del Plan de Cooperación Municipal supuso un salto cuantitativo muy importante en la cooperación con la Administración Local, produciéndose un crecimiento espectacular de las transferencias en el año de su implantación y continuando con una tónica de crecimiento que sólo se quiebra en 1994.

Cualitativamente la aprobación del Plan de Cooperación introdujo un cambio destacable en esa cooperación, al crear un Fondo de Financiación Incondicionada para los municipios andaluces, el Fondo de Nivelación de Servicios Municipales.

En cuanto a las transferencias condicionadas, el cambio más relevante ha sido el que la Junta de Andalucía financie actuaciones diseñadas por las propias Corporaciones Locales a través de los Planes Provinciales de Obras y Servicios.

Dentro del Plan de Cooperación son las transferencias de capital las que tienen un peso más importante, lo que indica una especial preocupación por la mejora de la dotación de infraestructuras y otros gastos de inversión frente al gasto corriente.

El volumen de dotaciones muestra a las áreas de Obras de Infraestructura, Fomento del Empleo y Servicios Sociales como las más destacadas dentro de la cooperación municipal.

Los datos trabajados dejan abiertas otras líneas de estudio que sin duda permitirían profundizar en el conocimiento de las políticas de cooperación local puestas en marcha por la Junta de Andalucía.

Previsiblemente, también los datos de ejecución del Plan de Cooperación contribuirían a ese mejor conocimiento y pondrían de manifiesto en qué medida los planteamientos políticos que suponen los presupuestos quedan reflejados en el quehacer diario que la gestión comporta.

Esperamos poder completar y desarrollar estos puntos y deseamos que las optimistas conclusiones aquí expuestas queden así definitivamente confirmadas.

5. BIBLIOGRAFÍA

Presupuestos de la Junta de Andalucía, años 1986 a 1994.

Repertorio de Disposiciones. Consejería de Economía y Hacienda, años 1980 a 1993.

DESARROLLO DE LAS GRANDES METROPOLIS. FACTORES Y ESTRATEGIAS: UNA APROXIMACION

HELENA FRANCO IBARZABAL

Escuela Universitaria de Estudios Empresariales de San Sebastián
(Euskal Herriko Unibertsitatea - Universidad del País Vasco)

1. INTRODUCCION

A raíz de la crisis económica, la necesidad de realizar reestructuraciones y las transformaciones de los procesos de acumulación requieren nuevas formas de intervención del Estado, así como de las diferentes autoridades regionales. De esta manera, el carácter de la regulación del Estado durante el proceso de acumulación intensiva en los países capitalistas desarrollados varía sustancialmente. En esta nueva fase, la industrialización (entendida en su sentido más amplio) en los distintos niveles espaciales va a suponer la adaptación de las estructuras internas a las condiciones necesarias para atraer capitales extranjeros (Byé y D. de Bernis, 1987, 1084).

En ese sentido, vamos a fijarnos en la forma que ha adoptado ese proceso de adaptación en unos espacios determinados, las grandes metrópolis, y analizaremos cuál ha sido su evolución más reciente; en concreto veremos que en esta nueva fase de internacionalización y globalización de la economía mundial las grandes ciudades internacionales se configuran como los principales núcleos de desarrollo; a continuación presentaremos, a grandes rasgos, las estrategias diseñadas por los poderes públicos para favorecer el que sus ciudades adquieran ese carácter de metrópoli internacional, y a modo de ejemplo nos referiremos al caso de Bilbao; para finalizar con algunas reflexiones en torno a la potencialidad y posibles consecuencias de dichas estrategias.

2. GRANDES METROPOLIS INTERNACIONALES: CONCENTRACION DEL DINAMISMO ECONOMICO.

Los estudios recientes sobre la evolución de las grandes ciudades apuntan hacia una mayor concentración de los sectores y actividades más dinámicas en las mismas. No obstante, este tipo de actividades sólo van a ser posibles en un reducido número de espacios metropolitanos, en los que la capacidad tecnológica va a ser la clave y el factor determinante del desarrollo económico y del cambio regional (Malecki, 1991).

Un informe publicado por el MOPT sobre las aglomeraciones metropolitanas españolas sostiene que "la ciudad pasa de una fase de crecimiento extensivo a una fase de crecimiento intensivo, en la que se refuerza la especialización en actividades intensivas en capital o conocimiento, tanto en la industria como en el terciario avanzado" (MOPT, 1993, 141). Esto va a provocar una transformación en la estructura industrial en la que tenderán a aparecer cada vez más sectores y empresas innovadoras,

bien sean productores directos de esa innovación o bien consumidores de la misma, así como sectores con una demanda en expansión. Asimismo, en este nuevo tejido productivo será cada vez más frecuente encontrarse con centros de decisión de las firmas multiplanta y, en numerosos casos, con filiales pertenecientes a empresas transnacionales.

En esa misma línea, Gómez Uranga y Etzebarria (1993) señalan que la concentración del desarrollo en las aglomeraciones metropolitanas va a provocar el desplazamiento y la expulsión de la manufactura hacia zonas más periféricas, siendo sustituida por actividades productivas (no manufactureras) más flexibles e innovadoras, que precisan un alto nivel de cualificación, como por ejemplo: control de calidad, gestión, consultoría, marketing, I+D, etc. En consecuencia, se configura una nueva división del trabajo, que convierte a las áreas metropolitanas en grandes polos de atracción para las actividades y servicios más avanzados.

Por otro lado, otros autores, entre los que se encontraría Cuadrado Roura (1990), al analizar los factores y tendencias locacionales en la industria, hacen hincapié en los fenómenos de desindustrialización y, en consecuencia, de desurbanización que afectarían a las principales áreas urbanas. Al mismo tiempo, sin embargo, reconocen que ciertas metropolis tienden a superar esa situación de declive industrial a través de la especialización de sus aparatos productivos en actividades no directamente industriales. En efecto, estos autores constatan que las actividades de servicios que tienen un carácter más central o estratégico tienden a concentrarse en las ciudades, y que, por otro lado, las nuevas industrias tecnológicas, que actúan en base a estrategias muy diferentes de las de las industrias tradicionales, también requieren de entornos urbanos altamente desarrollados y tienden a la concentración en grandes áreas metropolitanas.

En definitiva, se pone en evidencia, a través de distintos estudios y análisis, que la gran ciudad está convirtiéndose en una localización especialmente atractiva para las actividades más dinámicas e impulsoras del desarrollo. Llegados a este punto hemos de preguntarnos qué características presentan las grandes metropolis para que resulte tal su capacidad de atracción. A este respecto existen diferentes aproximaciones al tema.

Así, algunos autores realizan un análisis de la dinámica espacial en términos de redes. En concreto, Gómez Uranga y Etzebarria (1993, 299 y ss.) distinguen entre redes internas de cooperación y redes externas de infraestructuras. Las primeras serían el resultado de un prolongado proceso de desarrollo y estarían integradas por todas las instituciones sociales, económicas, políticas y científicas de un espacio determinado. Las segundas, por su parte, tratarían de conectar ese área a nivel internacional, a través de las infraestructuras de transporte y telecomunicaciones. Estos dos tipos de redes deben necesariamente complementarse. En efecto, la existencia de unas redes internas de cooperación dotaría a un espacio de una coherencia, que se manifestaría en una mejor adaptación de los trabajadores a las nuevos requerimientos de la competencia internacional en términos de formación y cualificación, en una difusión de las innovaciones productivas y, en definitiva, en la creación de un entorno productivo que favorecería el desarrollo regional. Por otro lado, la creación de grandes infraestructuras posibilita la intensificación de las relaciones entre áreas metropolitanas con cierto nivel de potencial endógeno. No obstante, la internacionalización de las grandes redes de infraestructuras no garantizan un desarrollo regional más homogéneo, sino que pueden servir para reforzar a las áreas más consolidadas a nivel internacional, tal como demuestra la experiencia en numerosos casos.

En este mismo sentido se posiciona el informe del MOPT (1993, 154), al señalar que "los espacios metropolitanos han atraído especialmente la localización de las empresas innovadoras al ofrecer una acumulación de infraestructuras técnicas (aeropuertos, enlaces por autopistas y autovías, conexión a redes telemáticas, ...), servicios a la producción y capital intangible (concentración de trabajadores cualificados, generación y acceso a la innovación, centros de decisión y educativos, entorno social favorable...), esenciales para su funcionamiento."

Una aproximación diferente, pero a nuestro entender complementaria con la anterior, sería la realizada por Bonneville (1994). Podríamos agrupar las características de las metrópolis que presenta el autor en dos categorías: a) aquellas derivadas de su carácter metropolitano, y b) aquellas derivadas de su carácter internacional.

a) Características derivadas de su carácter metropolitano

Las grandes áreas metropolitanas generan importantes *economías de aglomeración*.¹ En efecto, en los espacios metropolitanos, además de hallarse concentrados abundantes recursos y actividad empresarial, también contamos con la presencia de un amplio mercado de consumidores. Al mismo tiempo, las grandes concentraciones urbanas proporcionan otras ventajas, como pueden ser: acceso a una gran variedad de infraestructuras y equipamientos básicos; diversidad y calidad de servicios especializados para empresas e individuos; economías externas ligadas a la presencia del complejo productivo industrial, que favorece las relaciones interempresa; una forma de organización social que minimiza los costes de transacción social, gracias a la presencia de servicios públicos y privados, etc...

Todo ello permite desarrollar en la región una alta capacidad de innovación y adaptación permanente, derivada, en parte, de esas condiciones más propicias para el lanzamiento y la circulación de la información y las innovaciones.

En este sentido, podemos aplicar la teoría del ciclo de producto de Vernon al análisis de las economías de aglomeración que surgen en torno a las grandes áreas metropolitanas. En efecto, en la primera fase de innovación, los productos se fabricarán en los grandes espacios metropolitanos, que son los que van a proporcionar las condiciones más idóneas para la localización de las actividades y ramas más dinámicas, debido a la facilidad de acceso a los centros de innovación, la proximidad de los suministradores, la accesibilidad a una mano de obra cualificada y diversificada, la existencia de mercados de consumo con capacidad para absorber los nuevos productos, etc. (MOPT, 1993, p.32).

¹ Como nos recuerda Richardson (1986, 46), "Weber fue el primer teórico de la localización que analizó explícitamente las economías de aglomeración, aunque éstas sólo son determinantes en la selección de la localización cuando los dos factores locacionales más importantes, la orientación hacia el transporte (costes mínimos de transporte) y la orientación hacia el trabajo (lugares con costes del factor trabajo reducidos) no son dominantes. Además, el análisis weberiano de las economías de aglomeración es excesivamente limitado, puesto que se centra en las economías de escala de la industria (economías de localización) y presta mucha menos atención al concepto de economías de urbanización, que es más amplio y probablemente más importante".

Una gran ciudad, dada la cantidad de empresas que se concentran en la misma, posibilita la obtención de importantes economías de aglomeración²: la división del trabajo entre firmas (externalización de servicios) crea y mantiene interdependencias técnicas pero al mismo tiempo favorece la aparición y la permanencia de comunidades de profesionales locales entre empresas grandes y pequeñas, centros tecnológicos e instituciones de enseñanza superior. En el mismo sentido, la diversidad de actividades es una fuente más de innovación. Todo ello ocurre, fundamentalmente, a través de la movilidad interempresa de la mano de obra y a través de una mayor cooperación que en el pasado entre empresas y centros de investigación.

Ahondando en la misma línea, Gómez Uranga (1994) considera que las tendencias a la concentración en dichas áreas urbanas son una consecuencia de la necesidad de "entornos densos" que hagan posible los procesos de creación de recursos en el tiempo. El mismo autor opina que, en la generación de entornos de creación y desarrollo productivos, influyen conjuntamente los siguientes aspectos: "la adquisición de mayores competencias de la mano de obra, la calidad interna de las interacciones intraempresariales e interfirmas, la mayor utilización de los equipos técnicos y humanos, la ganancia de tiempos entre los diversos agentes empresariales e institucionales, la mejora de la gestión de los flujos de producción, y la reducción de los tiempos previos a la comercialización de los bienes y los servicios".

Importante presencia del terciario y de funciones ligadas a la organización y a la gestión. Las grandes urbes se caracterizan también por el gran número de actividades intangibles relacionadas con la industria y los servicios dirigidos a la producción que en ellas se localizan. Esta característica confiere unas ventajas incuestionables a las ciudades metropolitanas. Estas se ven reforzadas debido a que, por un lado, la evolución reciente de los sistemas productivos tiende a incorporar cantidades crecientes de trabajo intelectual y de servicios; y, por otro, las empresas cada vez necesitan una mayor flexibilidad y capacidad de innovación, para poder adaptar rápidamente su producción a los cambios en la demanda.

Las ciudades metropolitanas han conseguido acumular actividades del terciario avanzado, que progresivamente se han ido haciendo más complejas. De hecho han ido constituyendo un modo de organización socioeconómica donde las complementariedades crean interdependencias, posibilitando efectos de "bola de nieve", ya que la calidad y cantidad de los servicios favorecen un desarrollo autosostenido de nuevas actividades.

Un mercado de trabajo activo y diversificado: en las grandes ciudades, junto a la concentración de mano de obra cualificada y diversa, también encontramos un gran número de trabajadores no cualificados. Este será uno de los factores decisivos para la localización de las actividades innovadoras, puesto que necesitan, por un lado, profesionales muy cualificados y, al mismo tiempo, precisan también mano de obra con baja cualificación.

²A las economías de aglomeración algunas veces se les denomina economías de urbanización. Se trata, en definitiva, de economías de escala que afectan tanto a los consumidores como a las empresas, ya que se benefician de la mutua proximidad (accesibilidad de los aprovisionamientos y de los mercados finales, la utilización en común de los diferentes servicios, disponibilidad de un mercado de trabajo variado y que permite que la mano de obra pueda ser utilizada conjuntamente, etc.). Además, frecuentemente estas economías de escala son acumulativas (Richardson, 1986, 209).

Además, si aceptamos que la organización de las nuevas producciones depende de procesos de investigación básica y desarrollo y del manejo de las nuevas tecnologías, la concentración de las empresas y sectores más avanzados en las grandes ciudades se ve favorecida, ya que en ellas se hallan los principales mercados de ingenieros y técnicos cualificados en general.

Por otro lado, en las grandes áreas metropolitanas se concentran centros tecnológicos, instituciones de enseñanza superior y, en general, un entorno que estimula el desarrollo de los recursos intelectuales. Estos recursos contribuyen a la circulación y difusión de la información y la innovación, tanto en el seno del área metropolitana como, a través de las redes externas, entre distintas áreas metropolitanas.

Hasta ahora nos hemos referido a las grandes metrópolis en general, sin incidir demasiado en otro de los factores determinantes del nivel de desarrollo y capacidad de atracción que dichos espacios puedan ejercer, como es, en concreto, el grado de internacionalización o la posición que dentro de la jerarquía urbana internacional ocupan las diferentes metrópolis.

b) Características derivadas de su carácter internacional

Las ciudades internacionales son parte de las redes internacionales: el nivel de internacionalización de una ciudad vendrá determinado por el modo de integración en las redes internacionales del trabajo. Esta integración ha aumentado recientemente como resultado de la actuación de las corporaciones transnacionales al extender sus redes de filiales internacionales y como consecuencia del desarrollo de sus relaciones internas, conocidas como relaciones intrafirma. Este proceso de internacionalización favorece a aquellas ciudades que acogen a los centros estratégicos de estas empresas.

El desarrollo de la internacionalización del capital adopta cada vez más la forma de red, configurándose ésta por medio de la adquisición de participaciones en diferentes empresas o por medio de acuerdos de cooperación tecnológica. También en el caso del comercio, del intercambio de tecnología y de la investigación prevalecen las configuraciones en red. Todos los servicios industriales se internacionalizan organizándose en redes. En efecto, las más recientes aportaciones a la teoría de la localización reconocen que la creación de un entorno que favorezca la internacionalización de un determinado espacio está íntimamente relacionado con el establecimiento y desarrollo de redes de cooperación entre los diferentes agentes locales, así como con su capacidad de interrelacionarse con otras áreas metropolitanas a través de las redes externas de infraestructuras (Gómez Uranga y Etzebarria, 1993).

Siguiendo a Bonneville (1994, 274), "una ciudad es internacional si ofrece servicios que promuevan la internacionalización de su economía local, dependiendo su posición internacional de la capacidad exportadora de su base manufacturera". Como puede observarse, esta definición está inspirada en la teoría regional de base-exportación, teoría con una larga tradición y desarrollada por diferentes autores³, con la incorporación de modelos, a partir de la década de los cincuenta. Esta teoría

³Entre los más relevantes podemos citar a North (1955) y a Friedmann (1966).

pone el énfasis en la importancia de la apertura de las economías infranacionales, llegando en algún caso a establecer como hipótesis que el crecimiento regional está inducido por las exportaciones. Sin embargo, Bonneville va más allá al señalar que una ciudad puede conseguir la internacionalización de su sector servicios y actividades comerciales no por exportar productos locales o regionales, sino por redistribuir productos importados. De este modo, algunas ciudades regionales estarían inmersas en un proceso internacionalizador debido a su capacidad para adaptar productos extranjeros a estándares culturales nacionales o regionales.

Otros autores ponen el énfasis en otros aspectos, que consideramos no son excluyentes con la anterior aproximación, sino mas bien complementarios con la misma. Así, Gómez Uranga y Etxebarria (1993, 316) establecen que el grado de internacionalización de una ciudad se basa, aunque esto no sea suficiente para asegurar dicha internacionalización, en la existencia y desarrollo de unas redes externas de infraestructuras y, en concreto, de unas redes de telecomunicaciones, que, a su vez, van a dotar de consistencia a las redes internas de cooperación a nivel local y posibilitar el desarrollo endógeno en dicha metrópoli.

La gran movilidad de la población es otra de las características de ciudades internacionalizadas. Aunque nos podemos referir a diferentes grupos de población (intercambios internacionales generados en torno a las comunidades de inmigrantes económicos o poblaciones semipermanentes de extranjeros trasladados debido a funciones diplomáticas, culturales y relativas a la universidad), desde el punto de vista de la internacionalización debemos centrarnos en las élites profesionales que acuden debido a intercambios económicos o tecnológicos, esas "élites circulantes" que debido a sus negocios transitan a menudo por las ciudades más importantes. En este sentido las ciudades internacionales ofrecen condiciones para realizar breves estancias (aeropuertos, áreas de negocios, hoteles internacionales, etc.) y al mismo tiempo son ciudades adecuadas para que esas élites fijen su residencia. Por lo tanto, las ciudades internacionales se caracterizan no sólo por su capacidad para atraer los centros de decisión de las grandes compañías, sino también por ser lugares privilegiados de acogida y residencia para esas élites profesionales.

Las ciudades internacionales son nodos de conexión y comunicación en las grandes redes de infraestructuras. Los patrones actuales por los que se rigen las infraestructuras de comunicación refuerzan la importancia de aquellas ciudades bien situadas dentro de las redes, y las alteraciones en esos patrones pueden transformar las viejas jerarquías entre ciudades. En este contexto, cobra especial relevancia el desarrollo de sistemas de alta velocidad por aire, carretera o tren, así como de telecomunicaciones. De esta forma se va configurando una tendencia a la concentración del tráfico internacional en unas pocas áreas metropolitanas, aumentando, por tanto, sus ventajas logísticas (Bonneville, 1994, 277).

A nivel de Estado español parece que sólo Madrid y Barcelona pueden identificarse como metrópolis internacionales o 'ciudades globales', "donde las funciones de coordinación del sistema productivo adquieren un acusado protagonismo, sustituyendo en parte las de fabricación directa" (MOPT, 1993, p.141).

3. ESTRATEGIAS PARA FOMENTAR LAS METROPOLIS.

A la vista de esa gran potencialidad de las metrópolis para obtener importantes niveles de desarrollo, en los últimos tiempos se han multiplicado las políticas dirigidas a crear las condiciones para que un área metropolitana pueda adquirir ese carácter internacional. En ese contexto, la búsqueda de esa dimensión internacional se sitúa como principal objetivo en detrimento de estrategias que persigan un desarrollo de la ciudad y su área de influencia más acorde a las necesidades de sus habitantes y de la propia región en que se localizan. Generalmente son las autoridades locales (municipales o, en caso de que la hubiera, del ámbito de la metropoli) quienes diseñan y aplican estas políticas, pero también cuentan con la intervención de las autoridades regionales e, incluso, estatales.

Algunos de los principales campos de actuación de estas políticas son:

- la provisión de infraestructuras para favorecer el acceso y la estancia en la ciudad: aeropuertos, puertos, redes de carreteras, hoteles, centros de congresos, cámaras de comercio, ...
- el establecimiento de áreas de negocios y tecnopolos, para incentivar la localización de empresas avanzadas y favorecer la actividad económica; se complementaría con la promoción de infraestructura educativa (educación superior) y con el apoyo a la investigación y difusión tecnológica.
- el impulso para el establecimiento de un amplio sector de servicios avanzados en base al cual se favorezca el desarrollo de instalaciones de alto nivel tecnológico, se estimule la localización de empresas en la región o se potencie el atractivo de la ciudad, de cara a conseguir que los oficinas centrales y los centros de decisión de empresas multinacionales o instituciones internacionales (en particular las europeas) se localicen en la misma.
- el desarrollo de iniciativas de marketing internacional. Entre ellas distinguiríamos, por un lado, actuaciones en los ámbitos cultural y deportivo y, por otro lado, el establecimiento de servicios concretos para promocionar las ventajas de la metrópoli ante los inversores extranjeros, ofreciendo una imagen de ciudad moderna, avanzada y bien conectada al espacio internacional.

4. EL CASO DE BILBAO.

Bilbao es, sin duda, la aglomeración metropolitana más importante del norte de la Península Ibérica; situada en una región industrial en declive y con serios problemas para retornar a los niveles de crecimiento conocidos en épocas anteriores, parece estar buscando en la transformación de su estructura productiva hacia la terciarización y la innovación la vía de solución para su actual situación. Al menos la actuación de los diferentes poderes públicos (que, además, cuentan con el visto bueno y la participación del sector privado) se enmarca claramente dentro de la estrategia que hemos comentado más arriba. De forma resumida vamos a identificar los principales elementos de dicha estrategia:

La provisión de infraestructuras de transporte es una de las áreas que más atención y recursos está recibiendo; proyectos de infraestructura de alta velocidad que favorecerán una eficiente comunicación con el exterior se ven complementadas con importantes mejoras del acceso a Bilbao y de las vías de comunicación interiores en el área metropolitana. Sin pretender ser exhaustivos podríamos citar los siguientes proyectos en curso: modernización y ampliación del aeropuerto de Sondika, ampliación del Puerto de Bilbao, mejora de los accesos a Bilbao por la red viaria y ferroviaria, Corredor de Uribe Kosta, Corredor del Txoriherri, conexión por carretera con la Cornisa Cantábrica, el Metro de Bilbao, estación intermodal de Abando, entre otros.⁴ No pueden faltar en esta relación los dos principales proyectos de grandes infraestructuras de la Comunidad Autónoma Vasca (autovía Urbina-Maltzaga - que quedaría integrada en el Eje Transeuropeo Norte-Sur -, proyecto de "Y vasca" de Tren de Alta Velocidad); ambos proyectos resultan estratégicos para el desarrollo del Bilbao Metropolitano, ya que permitirán una mayor integración del País Vasco en el marco internacional y, sobre todo, con Europa, lo cual constituye una de las condiciones básicas para poder adquirir ese carácter de metrópoli internacional.

Otro de los ejes fundamentales incluiría las diferentes iniciativas dirigidas a favorecer la reactivación de la estructura productiva y, más concretamente, a *crear un entorno atractivo y favorable para las empresas avanzadas*. El Parque Tecnológico de Zamudio (que ampliará próximamente su actual superficie, para poder atender la futura demanda de instalación por parte de empresas innovadoras y de alta tecnología), los centros tecnológicos agrupados en la red EITE (Agrupación Vasca de Centros Tecnológicos), los proyectos de telecomunicaciones o el programa "Elkartegiak"⁵ serían una muestra de los esfuerzos dedicados a tal objetivo.

Por otro lado, no debemos olvidar que esta estrategia se complementa con el apoyo y la implicación del sector privado; en este sentido, la Asociación Bilbao Metròpoli-30 ha sido y es uno de los principales impulsores del proyecto de regeneración y modernización del Gran Bilbao. En dicha asociación participan conjuntamente instituciones públicas y privadas⁶ y, tras realizar un estudio sobre las potencialidades y necesidades del Bilbao metropolitano, ha decidido centrar su atención en ocho temas considerados esenciales para su futuro: inversión en recursos humanos; metrópoli de servicios en una moderna región industrial; movilidad y accesibilidad; regeneración medioambiental; regeneración urbana; centralidad cultural; articulación de la acción social y gestión coordinada de las

⁴Información más detallada sobre tales proyectos, presentada de forma resumida y clara, en un monográfico especial sobre infraestructuras publicado por *El Mundo del País Vasco* el 13-XI-94.

⁵Programa consistente en recuperación de edificios industriales en desuso y deteriorados, para que sean utilizados por empresas de nueva creación, las cuales también contarán con una serie de servicios comunes que les son facturados a precio de coste.

⁶Actualmente está integrada por más de un centenar de socios entre los que se encuentran todos los ayuntamientos del Área Metropolitana, el Gobierno Vasco, la Diputación Foral de Bizkaia, sociedades públicas, corporaciones profesionales, centros tecnológicos, universidades, y entidades financieras y empresas privadas de distintos sectores.

administraciones públicas y el sector privado. Como puede observarse, se orienta muy claramente en la línea apuntada, es decir, conseguir que Bilbao vaya adquiriendo esas características propias de las grandes metrópolis internacionales, tanto en lo referente a su estructura productiva como en aspectos relativos a entornos urbanísticos y medioambientales agradables, oferta cultural de cierto prestigio⁷, mejora y promoción de la imagen de la ciudad en el exterior, etc.

5. ALGUNAS REFLEXIONES

En esta páginas nos hemos referido al caso concreto de Bilbao, pero son muchas las aglomeraciones metropolitanas que buscan en estrategias de este tipo la vía que les permita recuperar el dinamismo perdido, visto lo eficaz que ha resultado esta forma de desarrollo en el caso de las grandes metrópolis internacionales. Sin embargo, y he ahí nuestra primera reflexión, es realmente difícil que una metrópoli cualquiera consiga ese status de ciudad internacional. De hecho, la jerarquía urbana internacional es muy rígida y tiende a concentrar las funciones internacionales en un reducido número de ciudades, concretamente en aquellas donde su propia evolución les confirió tal carácter de metrópoli internacional, y que han visto reforzado su papel de la mano de transformaciones estructurales más recientes como la terciarización de las economías avanzadas o la creciente importancia de las nuevas tecnologías en los procesos productivos. En este sentido, políticas dirigidas a aumentar el atractivo de una ciudad y a promocionarla ante el inversor extranjero tendrán unos efectos limitados, siempre que no cuenten con unas condiciones estructurales adecuadas a nivel regional y local, puesto que las actuaciones dirigidas a incidir eficazmente sobre la base productiva son bastante difusas.

Por otro lado, otra reflexión se centraría en torno a las consecuencias espaciales y sociales del modelo de desarrollo impulsado por tales proyectos. Etxebarria (1993, 422), en su tesis doctoral y en referencia a lo que él llama "proyecto genuinamente local" (que vendría a coincidir con la estrategia de revitalización del Bilbao Metropolitano expuesta más arriba), opina que "este proyecto tiende lógicamente a incrementar las desigualdades, incluso en el interior del Bilbao metropolitano, donde ciertas áreas podrían salir perjudicadas frente a otras que podrían desarrollarse en mayor medida, o resultar relativamente favorecidas". Las desigualdades, por tanto, podrían surgir, en el interior de las propias aglomeraciones metropolitanas entre, por ejemplo, áreas donde se concentre el grueso de las inversiones y las actuaciones y otras áreas que queden más marginadas debido a que no ofrecen unas condiciones favorables para desarrollar este tipo de iniciativas (por ejemplo, pueblos y barrios obreros, expandidos durante la fase de crecimiento industrial, que hoy presentan serios problemas sociales, medioambientales y urbanísticos); en esta misma línea, también los riesgos de exclusión social y marginación pueden verse incrementados. Y para finalizar, debemos mencionar los posibles efectos que sobre el conjunto de la región podrían generarse de la aplicación de políticas de desarrollo esencialmente centralizadas en torno a la aglomeración urbana más importante; si los esfuerzos y

⁷El hecho de que el Museo de Arte Contemporáneo, Museo Guggenheim, se vaya a ubicar en Bilbao, y precisamente en una zona sujeta a un importante plan de recuperación urbanística - zona de Abandoibarra - apuntaría en este sentido. Para más información al respecto, ver la revista *Bilbao Metrópoli-30* publicada por la propia asociación.

recursos de los poderes públicos se concentran en el fomento de dicha metrópoli y no se consideran actuaciones complementarias que afecten al resto del territorio regional, probablemente las desigualdades intrarregionales tenderán a aumentar⁸.

6. BIBLIOGRAFIA

AAVV (1993), *Bilbao Metrópoli-30, Revista de la Asociación para la Revitalización del Bilbao Metropolitano*, No. 1, Marzo 1993.

BONNEVILLE, M. (1994), "Internationalization of Non-capital Cities in Europe: Aspects, Processes and Prospects", *European Planning Studies*, Vol. 2, No. 3, pp. 267- 285.

BYÉ, M. y DESTANNE DE BERNIS, G. (1987) *Relations économiques internationales*, Paris, Dalloz.

CUADRADO ROURA, J.R. (dir) (1990), *El crecimiento regional español ante la integración europea*, Informes del Instituto de Estudios de Prospectiva.

EL MUNDO DEL PAIS VASCO, monográfico sobre infraestructuras en en País Vasco, 13-XI-94.

ETXEBARRIA, G. (1993), *La desestructuración del espacio económico vasco. La crisis actual de la industria vasca y su inserción en el marco europeo* (tesis doctoral), Argitarapen Zerbitzua, Euskal Herriko Unibertsitatea EHU-UPV.

FRIEDMANN, J. (1966) *Regional Development Policy: A Case Study of Venezuela*, Cambridge, Mass., MIT Press.

GOMEZ URANGA, M. & ETXEBARRIA, G. (1993), "Networks and Spatial Dynamics: The Case of the Basque Country", *European Planning Studies*, Vol.1, No. 3, pp. 299-318.

GOMEZ URANGA, M. (1994) "Concentraciones metropolitanas e inversiones en comunicaciones: el caso Vasco-Aquitano" en Letamendia, Castro y Borja (eds.) *Cooperación Transfronteriza. Euskadi-Aquitania*, Servicio Editorial Universidad País Vasco, Bilbao, pp. 145-164.

MALECKI, E. J. (1991) *Technology and Economic Development. The Dynamics of Local, Regional and National Change*, Harlow, Nueva York.

⁸En el caso de la Comunidad Autónoma Vasca varias voces se han alzado para criticar la excesiva centralidad otorgada por las autoridades regionales a Bilbao, en detrimento de otras zonas de la Comunidad, tal y como apunta Etxebarria (1993) en su investigación.

MINISTERIO DE OBRAS PUBLICAS Y TRANSPORTES (1993), *Procesos de reestructuración industrial en las aglomeraciones metropolitanas españolas*, Serie monografías, MOPT Centro de Publicaciones.

NORTH, D. (1955) "Location Theory and Regional Economic Growth", *Journal of Political Economy*, June 1955.

RICHARDSON, H. W. (1986) *Economía regional y urbana*, Alianza Universidad, Madrid.

DESEQUILIBRIOS Y DESIGUALDADES SOCIALES EN LA COMARCA DE VÉLEZ MALAGA¹

M^a LUZ GONZÁLEZ ALVAREZ

Facultad de Económicas
Universidad de Málaga

1. INTRODUCCION

El objetivo de este proyecto será determinar las necesidades sociales, y como instrumento apropiado para este conocimiento se emplearán indicadores sociales, ya que proporcionan una síntesis o resumen de una preocupación social, que permite determinar y jerarquizar las prioridades de actuación.

El uso de indicadores sociales ha ido aumentando en los últimos años para describir y analizar la situación socioeconómica del territorio y poder establecer comparaciones entre unidades territoriales distintas, en relación con el nivel de vida y bienestar, sobre todo, en países desarrollados, donde la calidad de vida es un objetivo deseable y necesario para el progreso en sociedad.

La clave está en la selección de los indicadores a utilizar y la composición municipal de la comarca, al igual que la elección del procedimiento de agregación para elaborar un indicador sintético.

Las variables utilizadas en la construcción de los indicadores han sido dieciocho, que han dado lugar a quince indicadores, relacionados con la situación de la mujer, ancianidad, educación, nivel económico y situación laboral. En el anexo se detallan dichos indicadores. La información se ha extraído del Censo de Población del año 91.

El método a emplear será un análisis estadístico, que permita conocer la distribución de los municipios según el indicador correspondiente, a fin de detectar los desequilibrios existentes y cuantificar grados de necesidad.

El primer paso es un análisis descriptivo, centrado en la dispersión que muestran los indicadores, lo que puede dar idea de los desequilibrios y desigualdades entre los municipios; la medida utilizada es el coeficiente de variación de Pearson, unido a procedimientos basados en desviaciones respecto a medidas de tendencia central, por ejemplo, cuando los indicadores se distribuyen normalmente, $\bar{x} \pm 2\sigma$, intervalo que contiene el 95% del total de la distribución, por

¹ Este trabajo ha sido realizado en el marco del Proyecto PB90-0807 financiado por la DGICYT.

tanto, aquellos valores que quedan fuera se pueden considerar como anormales, o bien, $Me \pm 1,5R_1^2$, cuando la distribución no se ajusta a una normal. Ambos pueden confirmar la existencia de municipios extremos.

La aplicación de un procedimiento u otro dependerá de la forma de la distribución de los indicadores, por ello habrá que hacer un análisis sobre el ajuste a una normal; dado que el número de municipios es reducido se aplica el test de Kolmogorov-Smirnov, con un nivel de significación del cinco por ciento.

Para cuantificar el grado de necesidad, bien podría hacerse en términos absolutos o relativos, es decir, aplicando números índices a cada indicador tomando como referencia el valor del indicador para la ciudad de Málaga, o el valor para Andalucía.

También sería interesante analizar las correlaciones entre los indicadores, ya que, si éstas fueran significativas, podría comprobarse cómo acciones concretas sobre un problema social pueden tener efectos sobre otros relacionados con él. Por otra parte, este análisis nos permite determinar qué indicadores son más representativos a la hora de elaborar el indicador sintético.

Por último, a la obtención del indicador sintético, que refleje de forma global y resumida, la situación de cada municipio, referente a su nivel de vida, se puede llegar por muy diversos caminos (Pena, 1992); en este trabajo se ha optado por el método multivariante de componentes principales. Los resultados permitirán evaluar la distancia de cada núcleo con respecto al valor medio de la comarca, para dar una idea global de los desequilibrios y desigualdades existentes.

2. ANÁLISIS DE RESULTADOS

Iniciando el estudio por el *análisis de dispersión*, los indicadores sobre aspectos generales, tales como, TAC³, TDG, presentan dispersión en pequeña cuantía, siendo la de TFE, casi el doble de la TDG, y considerable la de TRE; es decir, no hay fuertes diferencias en cuanto a nivel de actividad y dependencia general, aunque empiezan a ser considerables en la tasa de fecundidad, con lo que ello supone de dependencia de la mujer, y sobre todo, en la tasa de renovación, manifiesto de la actual dinámica demográfica de la comarca, siendo preocupantes los valores máximos que alcanza este indicador, 195 y 213 por cien, correspondiente a los municipios de Sedella y Salares respectivamente.

Analizando las tasas de dependencia de los colectivos infantil y senil, la dispersión en éste último es sensiblemente mayor, reflejo de una dispar importancia cuantitativa de los mayores en los distintos municipios.

² R_1 = Recorrido intercuartílico.

³ Véase el anexo para la definición de los indicadores utilizados.

En cuanto a los indicadores sobre nivel educativo, los desequilibrios pueden calificarse como intermedios en la población sin estudios, sin embargo, en la tasa de analfabetismo la dispersión es más del doble.

Si se analizan la tasa de ocupación, y las de paro, la primera presenta el mayor nivel de desequilibrio casi del 50 por ciento, la tasa de paro general y tasa de paro femenino tienen niveles parecidos entre ellas.

Por último, aplicado a las tasas de categorías profesionales, entendidas éstas como indicadores de renta o nivel socioeconómico, permiten afirmar que es en este aspecto donde se producen los mayores desequilibrios, sobre todo en las categorías alta y media; en cambio, la de nivel inferior, es la que muestra el coeficiente de variación más pequeño de todos los indicadores.

Si además de la dispersión tenemos en cuenta, los valores máximos y los niveles para la provincia de Málaga, y la región de Andalucía, se observa que, indicadores como TRE es más de cuatro veces la cifra de Málaga, casi cuatro para TAF, tres veces mayor TDS, y más del doble, TPA, TCI, TEN, TPF. En este mismo sentido, se comprueba que en indicadores como CPA Y CPM, todos los municipios presentan valores por debajo del nivel de la provincia y de la región, mientras que otros como CPB, TCI, TDS, TRE toman valores superiores a aquellos, aspectos negativos que confirman la existencia de graves desigualdades.

Confirmado el hecho de la existencia de desequilibrios, conviene intentar localizar municipios con mayor nivel de carencias, utilizando para ello *criterios gráficos*, basados en desviaciones a la media y a la mediana, comprobando previamente si las distribuciones se ajustan a una normal, a través del test de Kolmogorov-Smirnov. Realizado ese análisis puede concluirse que se distribuyen según una normal, por lo que se aplica el intervalo que recoge aproximadamente el 95% por ciento de la distribución.

En la tasa de analfabetismo, destacan por su situación desfavorable, Salares y Sedella.

Referente a las tasas de dependencia, en concreto, dependencia senil vuelven a aparecer los municipios de Salares y Sedella; la dependencia general e infantil es manifiesta en el mismo municipio, Canillas del Aceituno.

Si se analiza la tasa de fecundidad, el mayor nivel de carencias se produce en Canillas del Aceituno.

Por lo que respecta a indicadores de envejecimiento y renovación, alcanzan las peores posiciones Salares y Sedella.

Si se ordenasen los municipios según el valor que toman los distintos indicadores, pueden localizarse *bolsas de marginación* con los cinco peor situados, obteniéndose los siguientes resultados:

- relacionados con el plano laboral, la situación más desfavorable se produce en Almachar, El Borge, Iznate, Benamargosa y Periana en cuanto a paro general, alcanzando cifras superiores al 70 por ciento de la población activa, la situación se repite en la tasa de paro femenino, superando, en este caso, el 85 por ciento.
- en el aspecto educativo, los municipios más afectados son Salares, Sedella, Canillas del Aceituno, Comares y Periana si nos fijamos en la tasa de analfabetismo, con niveles mayores del 12 por ciento; por contra, teniendo en cuenta la tasa de carencia de instrucción, las bolsas de marginación aparecen en Arenas, Cútar, Viñuela, Salares y Sedella, superando el 46 por ciento.
- la tasa de fecundidad, muestra las peores posiciones en municipios, como Canillas del Aceituno, Macharaviaya, Periana, Cútar e Iznate.
- en lo referente a las tasas de dependencia, en concreto, dependencia general y dependencia senil muestran la misma pauta de comportamiento, destacando Canillas del Aceituno, Cútar, Sedella, Salares y El Borge; teniendo en cuenta la dependencia infantil, repite el municipio de Canillas del Aceituno, apareciendo otros municipios como Vélez Málaga, Benamocarra, Iznate y Macharaviaya.
- la tasa de actividad pone de manifiesto que las posiciones extremas las ocupan Salares, Arenas, Canillas del Aceituno, Vélez Málaga y Sedella.
- en cuanto a los indicadores relativos a categorías profesionales, las situaciones más precarias se manifiestan en Salares, Cútar, Arenas, Moclinejo y Viñuela que presentan los valores más altos en cuanto a CPB y los más bajos en CPA y CPM.
- el indicador de envejecimiento muestra la situación más desfavorable en Salares, Sedella, Cútar junto con Alcaucín y Benamargosa.
- por último, la tasa de renovación indica una situación preocupante en los municipios de Salares y Sedella con valores en torno al 200 por ciento, además de Benamargosa, Alcaucín y Cútar, con cifras superiores al cien por cien.

A modo de resumen, se realiza una tabla, indicando los municipios y la frecuencia con que aparecen como bolsas de marginación, según los quince indicadores estudiados:

Tabla 1. Bolsas de marginación

| Municipios | Frecuencias |
|-----------------------|-------------|
| Salares | 10 |
| Cútar | 9 |
| Sedella | 7 |
| Canillas del Aceituno | 6 |
| Arenas | 5 |
| Benamargosa | 5 |
| El Borge | 5 |
| Iznate | 5 |
| Periana | 5 |

Una vez detectados los núcleos considerados como bolsas de marginación, podría ser interesante cuantificar la distancia relativa existente entre ellos y un valor de referencia, que bien podría ser el valor del indicador para la provincia de Málaga, o bien el de Andalucía, para ello bastará con aplicar *números índices* con respecto a dichos valores.

En general, la posición relativa de la comarca de Vélez Málaga es ligeramente mejor con respecto a Andalucía, que con respecto a Málaga, salvo en los indicadores de situación laboral. La ordenación de los núcleos más desfavorecidos coincide con las clasificaciones efectuadas con los criterios anteriores, pero es de destacar aquellos cuya distancia puede considerarse preocupante, alrededor del 200 por ciento.

En los indicadores de nivel educativo, la tasa de analfabetismo coloca en esta situación a Sedella y Salares, a una distancia superior al 350 por ciento, junto a Canillas del Aceituno, Comares, Periana, Alcaucín, Moclinejo, Almachar y Benamargosa. Relativo a la población sin instrucción, existen seis municipios, Arenas, Cútar, Viñuela, Salares, Sedella y Benamocarra.

En cuanto a la tasa de dependencia senil y envejecimiento, que muestran comportamientos muy similares, las mayores carencias se repiten en Salares, Sedella y Cútar, además de Canillas del Aceituno en la dependencia senil.

La situación laboral, presenta mayores distancias con respecto a Andalucía, sobre todo la tasa de paro general, sin embargo, en ocupación las diferencias son, apenas, de un dos por ciento, y el paro femenino se diferencian en décimas, pero sí coinciden los municipios más desfavorecidos, Almachar, El Borge, Iznate, Benamargosa, Periana, Macharaviaya, Cútar y Canillas del Aceituno, además de Sedella y Moclinejo, en cuanto a la tasa de paro.

Por último, en la tasa de renovación quedan a considerable distancia Salares y Sedella, en torno al 400 por ciento, junto a Benamargosa, Alcaucín, Cútar, Comares y Viñuela.

Como puede comprobarse, las bolsas de marginación se localizan en los mismos municipios vistos por los procedimientos anteriores.

Realizando un *análisis de correlaciones*, se estudian las relaciones entre los indicadores, circunstancia que permite prever cómo políticas encaminadas a un sector van a tener repercusión en otros relacionados con aquellos. Además, los indicadores que resulten más representativos de este análisis, se podrán utilizar para elaborar un indicador sintético de nivel de vida de la comarca.

Al analizar los indicadores de nivel socioeconómico, se comprueba que existe una relación directa entre las categorías profesionales alta y media, e inversa de éstas dos con la baja, siendo los coeficientes muy altos, lo que pone de manifiesto que la categoría profesional baja constituye un grupo muy numeroso y diferenciado del resto. En cuanto a la correlación con otros indicadores, únicamente es significativa con respecto a la tasa de carencia de instrucción, existiendo una relación inversa con las categorías alta y media, y directa con respecto a la baja.

En el plano laboral, la tasa de actividad muestra un comportamiento directo en relación con las tasas de paro general y femenino e inverso con la ocupación, lo que implica que, el mercado de trabajo es incapaz de absorber al colectivo que se va incorporando. Además el paro femenino está relacionado positivamente con la tasa de fecundidad, por la retirada del mercado de trabajo del colectivo de mujeres embarazadas y de madres durante los primeros meses o años de vida de sus hijos; y con la tasa de renovación de forma negativa.

Relacionado con las tasas de dependencia, en concreto, del colectivo infantil existe una relación inversa con la dependencia senil, el envejecimiento y la tasa de renovación, por contra, es directa con respecto a la tasa de fecundidad. Las correlaciones se repiten para los indicadores dependencia senil, envejecimiento y renovación con respecto a la tasa de analfabetismo de forma directa, y con la tasa de fecundidad de forma inversa.

Por último, queda comentar los resultados de la elaboración del *indicador sintético de nivel de vida*, obtenido mediante la aplicación del método de componentes principales, con los indicadores que han resultado más significativos.

Considerando indicadores como el de renovación, población analfabeta, colectivo encuadrado en categorías profesionales bajas, población senil dependiente y envejecimiento, resulta que la primera componente, que consigue explicar en torno a un setenta por ciento de la variabilidad de los indicadores considerados, es representativa de los mismos, lo que permite considerarla como el indicador sintético que queríamos obtener, para reflejar los desequilibrios y desigualdades existentes en la comarca de Vélez Málaga.

Si se aplican números índices con base cien el valor medio de la comarca, permite relativizar y jerarquizar los municipios, así como evaluar la distancia existente entre ellos. La tabla 2 recoge el valor del indicador sintético para los diecisiete municipios, distinguiendo posiciones favorables y desfavorables, resumen de la situación global de la comarca, referida a los indicadores considerados.

Tabla 2. Indicador sintético relativizado

| Posición favorable | | Posición desfavorable | |
|--------------------|-----------|-----------------------|------------------|
| Municipios | | Municipios | Ind. Sint. Sint. |
| Vélez Málaga | 70.418965 | Salares | -127.164631 |
| Macharaviaya | 66.624032 | Sedella | -112.563354 |
| Benamocarra | 60.052330 | Comares | -28.476416 |
| Iznate | 54.240957 | Cútar | -27.877209 |
| Moclinejo | 33.207944 | Alcaucín | -27.046479 |
| El Borge | 28.910154 | Canillas del Aceituno | -20.520795 |
| Arenas | 25.670583 | Benamargosa | -12.455491 |
| Almachar | 10.772724 | | |
| Viñuela | 5.331556 | | |
| Periana | 0.875129 | | |

3. CONCLUSIONES

A la vista de los resultados obtenidos, la existencia de desequilibrios es evidente, las carencias se manifiestan a través del nivel educativo, de la situación laboral y profesional de la población, y de la estructura demográfica de la comarca. Resultados lógicos tratándose de una zona eminentemente agrícola, y con un incipiente avance del sector servicios, ambos con baja cualificación.

La jerarquización que resulta por cualquiera de los métodos utilizados, puede considerarse como una aproximación para la distribución eficiente de los recursos, cuyo objetivo debe ser la disminución de la tasa de paro, el aumento de la formación, y las iniciativas empresariales, con el objetivo de atraer a la población más joven.

ANEXO. DEFINICIÓN DE INDICADORES.

Categoría profesional alta (CPA):

$$CPA = \frac{\text{Población ocupada encuadrada en categorías profesionales altas}}{\text{Población ocupada}}$$

Categoría profesional baja (CPB):

$$CPB = \frac{\text{Población ocupada encuadrada en categorías profesionales bajas}}{\text{Población ocupada}}$$

Categoría profesional media (CPM):

$$CPM = \frac{\text{Población ocupada encuadrada en categorías profesionales medias}}{\text{Población ocupada}}$$

Tasa de actividad (TAC):

$$TAC = \frac{\text{Población activa de 15 a 64 años}}{\text{Población total de 15 a 64 años}}$$

Tasa de analfabetismo (TAF):

$$TAF = \frac{\text{Población analfabeta mayor de 10 años}}{\text{Población mayor de 10 años}}$$

Tasa de carencia de instrucción (TCI):

$$TCI = \frac{\text{Población sin estudios mayor de 10 años}}{\text{Población mayor de 10 años}}$$

Tasa de dependencia general (TDG):

$$TDG = \frac{\text{Población menor de 15 y mayor de 65 años}}{\text{Población de 15 a 64 años}}$$

Tasa de dependencia infantil (TDI):

$$TDI = \frac{\text{Población menor de 15 años}}{\text{Población de 15 a 64 años}}$$

Tasa de dependencia senil (TDS):

$$TDS = \frac{\text{Población mayor de 65 años}}{\text{Población de 15 a 64 años}}$$

Tasa de envejecimiento (TEN):

$$TEN = \frac{\text{Población mayor de 65 años}}{\text{Población total}}$$

Tasa de fecundidad (TFE):

$$TFE = \frac{\text{Población menor de 5 años}}{\text{Mujeres de 15 a 49 años}}$$

Tasa de ocupación (TOC):

$$TOC = \frac{\text{Población ocupada}}{\text{Población activa}}$$

Tasa de paro (TPA):

$$TPA = \frac{\text{Población parada}}{\text{Población activa}}$$

Tasa de paro femenino (TPF):

$$TPF = \frac{\text{Población femenina parada}}{\text{Población femenina activa}}$$

Tasa de renovación (TRE):

$$TRE = \frac{\text{Población mayor de 65 años}}{\text{Población menor de 15 años}}$$

BIBLIOGRAFÍA.

CARMONA, J.A. (1977): *Los indicadores sociales, hoy*. C.I.S. Madrid.

CLAVERO, A. (1982): "Una aproximación a la cuantificación de las necesidades sociales en Andalucía para 1985". *Economía y Economistas. Economía I*. 1982. Consejo General de Colegios de Economistas. Madrid. pp. 320-49. Mimeo.

CLAVERO, A., FDEZ.-UTRILLA, I. Y SÁNCHEZ, J. (1991): "Evaluación económica de las necesidades sociales en Andalucía para el año 2010". *Nuevas necesidades. Nuevas prestaciones*. 1991. pp.319-31. Asociación de Economía de la Salud. Barcelona.

CLAVERO, A. (1993): "Desigualdades y desequilibrios". *Dictamen para el Plan Estratégico de Málaga*. Málaga.

GILDER, G. (1984): *Riqueza y pobreza*. Instituto de Estudios Económicos. Madrid.

GONZÁLEZ, M.J. (1987): *Diferenciación socioeconómica en la ciudad de León*. Universidad de León 1987.

GOUGH, I. (1982): *La economía política del bienestar social*. Blume. Madrid.

I.N.E. (1991): *Indicadores sociales*. Madrid.

JOHNSON, N. (1991): *El Estado del Bienestar en transición*. Ministerio de Trabajo. Madrid.

MILES, I. (1985): *Social indicators for human development*. Frances Pinter. Londres.

PENA, J.B. (1977): *Problemas de la medición del bienestar y conceptos afines*. Madrid. I.N.E.

PENA, J.B. (1992): "Indicadores sociales regionales". *Datos, técnicas y resultados en el análisis regional*. Valencia. U.I.M.P. Mimeo.

SANZ, A. Y TERÁN, M. (1988): "Las disparidades sociales regionales". *Papeles de Economía Española*, 34.

ANÁLISIS DE LOS CRITERIOS LATENTES EN LA DIVISION ADMINISTRATIVA DE LOS BARRIOS. APLICACION EN LA CIUDAD DE GRANADA

JOSÉ A., HERMOSO GUTIÉRREZ

RAFAEL A. CANO GUERVÓS

JORGE M., CHICA OLMO

Facultad de Ciencias Económicas y Empresariales.

Universidad de Granada.

1. METODOLOGÍA

El análisis canónico de poblaciones tiene como objetivo determinar aquellas variables que mayor discriminación introducen entre varios grupos de poblaciones. Al igual que otros métodos de análisis factorial, proporciona una imagen gráfica del posicionamiento relativo de estos grupos.

Sea Q una población general, compuesta por la unión de t poblaciones o grupos disjuntos Q_1, Q_2, \dots, Q_t (por ejemplo, barrios de una misma ciudad):

$$Q = Q_1 + Q_2 + \dots + Q_t \quad Q_1 \cap Q_r = \emptyset \quad \text{Ec. (1)}$$

Q_2, \dots, Q_t (por ejemplo, barrios de una misma ciudad):

Se han tomado datos de X_1, X_2, \dots, X_p características de la población Q , estando ésta formada por N observaciones o individuos (en nuestro caso, serían viviendas). A su vez, cada subpoblación está compuesta por N_r observaciones (esto es, hay N_r viviendas observadas pertenecientes al barrio Q_r , con $r=1, \dots, t$), por lo que $N = \sum_{r=1}^t N_r$. Dado que sobre cada individuo se observan p variables, los datos

obtenidos formarán una tabla $N \times p$, de la forma:

| Variables | |
|-----------|-------------------------------|
| X_1 | $X_2, \dots, X_1, \dots, X_p$ |

Poblaciones

| | | |
|-------|---|-------|
| Q_1 | $x_{111} \quad x_{121} \dots x_{1i1} \dots x_{1p1}$ | N_1 |
| | $x_{11N1} \quad x_{12N1} \dots x_{1iN1} \dots x_{1pN1}$ | |
| Q_r | $x_{r11} \quad x_{r21} \dots x_{ri1} \dots x_{rp1}$ | N_r |
| | $x_{r1h} \quad x_{r2h} \dots x_{rih} \dots x_{rph}$ | |
| | $x_{r1Nr} \quad x_{r2Nr} \dots x_{riNr} \dots x_{rpNr}$ | |
| Q_t | $x_{t11} \quad x_{t21} \dots x_{ti1} \dots x_{tp1}$ | N_t |
| | $x_{t1Nt} \quad x_{t2Nt} \dots x_{tiNt} \dots x_{tpNt}$ | |

Siendo x_{rh} el valor que toma la observación h -ésima de la variable X_i en la población Q

Se denominan variables canónicas a las combinaciones lineales de las variables siguientes:

$$Y_1 = v_{11} X_1 + \dots + v_{p1} X_p$$

$$Y_i = v_{1i} X_1 + \dots + v_{pi} X_p$$

$$Y_j = v_{1j} X_1 + \dots + v_{pj} X_p$$

$$Y_p = v_{1p} X_1 + \dots + v_{pp} X_p$$

El análisis canónico de poblaciones conduce a la transformación de la matriz de medias muestrales X , obtenida directamente de la tabla de datos reseñada más arriba, en la matriz de datos Y , referida a las variables canónicas Y_i , tal que $Y = X V$:

$$\begin{matrix} & Y & X & V \\ & tp & tp & pp \end{matrix}$$

TABLA I

| | $X_1 \dots X_i \dots X_p$ | | $Y_1 \dots Y_i \dots Y_p$ |
|-------|--|-------|------------------------------------|
| Q_1 | $\bar{x}_{11} \dots \bar{x}_{1i} \dots \bar{x}_{1p}$ | Q_1 | $Y_{11} \dots Y_{1i} \dots Y_{1p}$ |
| Q_i | $\bar{x}_{11} \dots \bar{x}_{1i} \dots \bar{x}_{1p}$ | Q_i | $Y_{11} \dots Y_{1i} \dots Y_{1p}$ |
| Q_r | $\bar{x}_{r1} \dots \bar{x}_{ri} \dots \bar{x}_{rp}$ | Q_r | $Y_{r1} \dots Y_{ri} \dots Y_{rp}$ |
| Q_t | $\bar{x}_{t1} \dots \bar{x}_{ti} \dots \bar{x}_{tp}$ | Q_t | $Y_{t1} \dots Y_{ti} \dots Y_{tp}$ |

$$X = (\bar{x}_{ri}) \Rightarrow Y = XV = (Y_{ri}) \quad \text{Ec. (2)}$$

La transformación canónica cumple las siguientes propiedades:

1) La distancia euclídea entre las proyecciones canónicas de los individuos medios, es decir, la distancia entre los puntos (y_{11}, \dots, y_{1p}) y (y_{r1}, \dots, y_{rp}) coincide con la distancia de Mahalanobis entre las poblaciones, representadas a través de sus individuos medios muestrales:

$$\hat{D}^2(Q_1, Q_r) = \sum_{i=1}^p (Y_{1i} - Y_{ri})^2 \quad \text{Ec. (3)}$$

Las filas de la matriz Y son denominadas coordenadas canónicas de las poblaciones, siendo la dimensión efectiva de este conjunto $e = \min(t-1, p)$.

2) Las variables canónicas son unitarias y están incorrelacionadas entre sí con respecto a la matriz de covarianzas \hat{S} :

$$\left. \begin{array}{l} \text{Var}_{\hat{S}}(Y_i) = 1 \\ \text{Cov}_{\hat{S}}(Y_i, Y_j) = 0 \end{array} \right\} \quad \text{con} \quad \left\{ \begin{array}{l} i, j = 1, \dots, p \\ i \neq j \end{array} \right. \quad \text{Ec. (4)}$$

donde \hat{S} es la estimación insesgada de la matriz de covarianzas global C, que generalmente es desconocida, obteniéndose a través de la expresión:

$$\hat{S} = \frac{1}{N-t} \sum_{r=1}^t N_r S_r \quad \text{Ec. (5)}$$

donde $S_r = (s_{ij}^{(r)})$ es la estimación de la matriz de covarianzas de la población r, Q_r :

$$S_{ij}^{(r)} = \frac{1}{N_r} \sum_{h=1}^{N_r} (x_{rih} - \bar{x}_{ri}) (x_{rjh} - \bar{x}_{rj}) \quad i, j = 1, \dots, p \quad \text{Ec. (6)}$$

3) Las d primeras coordenadas canónicas son las coordenadas de los individuos medios de las subpoblaciones, restringidas al subespacio canónico, S_d^c , formado por las d primeras variables canónicas:

$$S_d^c = \langle Y_1, \dots, Y_d \rangle \quad \text{Ec. (7)}$$

La distancia euclídea en dimensión d entre estos individuos medios coincide con su distancia de Mahalanobis, restringida al subespacio canónico de dimensión d , S_d^c . Estas coordenadas presentan máxima dispersión, es decir, para una dimensión d preestablecida, la siguiente expresión es máxima:

$$D(S_d^c) = \sum_{r=1}^t \hat{D}_{S_d^c}^2(Q_r) = \sum_{r=1}^t \sum_{i=1}^d (Y_{1i} - Y_{ri})^2 \quad \text{Ec. (8)}$$

Es decir, los individuos medios canónicos están alejados al máximo entre sí, consiguiéndose así la máxima discriminación entre las subpoblaciones.

Consideremos la matriz de datos \bar{X} , obtenida a partir de X :

$$\begin{array}{ccccccc} \bar{x}_{11} - \bar{x}_1 & \bar{x}_{12} - \bar{x}_2 & \dots & \bar{x}_{1i} - \bar{x}_i & \dots & \bar{x}_{1p} - \bar{x}_p & \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \\ \bar{x}_{21} - \bar{x}_1 & \bar{x}_{22} - \bar{x}_2 & \dots & \bar{x}_{2i} - \bar{x}_i & \dots & \bar{x}_{2p} - \bar{x}_p & \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \\ \bar{x}_{r1} - \bar{x}_1 & \bar{x}_{r2} - \bar{x}_2 & \dots & \bar{x}_{ri} - \bar{x}_i & \dots & \bar{x}_{rp} - \bar{x}_p & \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \\ \bar{x}_{t1} - \bar{x}_1 & \bar{x}_{t2} - \bar{x}_2 & \dots & \bar{x}_{ti} - \bar{x}_i & \dots & \bar{x}_{tp} - \bar{x}_p & \end{array} \quad \text{Ec. (9)}$$

Para obtener una representación que recoja la distancia de Mahalanobis entre las subpoblaciones, en lugar de la distancia euclídea o experimental, se procede a la diagonalización de $A = \bar{X}' \bar{X}$ con respecto de \hat{S} (o de C , en caso de que fuera conocida), y, posteriormente, se aplica la proyección canónica. El algoritmo de diagonalización se puede resumir así:

$$A v_i = \lambda_i \hat{S} v_i \Leftrightarrow \hat{S}^{-1} A v_i = \lambda_i v_i \quad \text{Ec. (11)}$$

se diagonaliza A con respecto de \hat{S} :

$$|A - \lambda_i \hat{S}| = 0, \quad \lambda_1 \geq \dots \geq \lambda_p \geq 0 \quad \text{Ec. (12)}$$

donde v_i es el vector $v_i = (v_{1i}, \dots, v_{pi})'$

siendo λ_i los valores propios de la diagonalización anterior. Las variables canónicas se obtienen como:

$$Y_i = v_{1i} X_1 + \dots + v_{pi} X_p, \quad \text{con} \quad \text{Var}_{\hat{S}}(Y_i) = v_i' \hat{S} v_i = 1$$

La matriz de vectores propios ordenados de mayor a menor valor propio

$$V = \begin{pmatrix} v_{11} & \dots & v_{1e} \\ \vdots & & \vdots \\ v_{p1} & \dots & v_{pe} \end{pmatrix} \quad \text{donde} \quad e = \min(t-1, p) \quad \text{Ec. (13)}$$

es la utilizada para llevar a cabo el cambio de coordenadas euclídeas a canónicas, a través de la proyección canónica $Y = \bar{X} V$. Este conjunto de individuos constituye una configuración euclídea de los individuos medios de las poblaciones en dimensión $e = \min(t-1, p)$.

En el ACPL no sólo se representa la proyección de los individuos medios, sino también las regiones de confianza para los individuos medios de cada una de las poblaciones.

Resumiendo, las propiedades de la representación canónica son:

- 1) Las variables canónicas están incorrelacionadas y son de varianza unidad. Por lo tanto, trazaremos los ejes canónicos como ejes ortogonales.
- 2) Las distancias geométricas euclídeas de las representaciones canónicas de las poblaciones coinciden con las distancias de Mahalanobis, salvo la pérdida debida a la reducción de la dimensión.
- 3) En el caso de normalidad multivariante y homogeneidad de covarianzas, las proyecciones de los vectores de medias teóricas están contenidas en regiones confidenciales esféricas (círculos para $d=2$).

Considerando las variables canónicas Y_i como factores, la observación de la matriz de correlaciones entre las variables canónicas y las variables observables, X_i , es fundamental para determinar cuáles de éstas últimas son las que mayor peso tienen en la interpretación de la primera variable canónica, en la segunda, etc. De esta forma, se pondrían de manifiesto las variables que mayor discriminación introducen entre las subpoblaciones, dado que el primer eje canónico es el más discriminante, seguido por el segundo, etc.

2. APLICACIÓN SOBRE UNA MUESTRA DE VIVIENDAS DE LA CIUDAD DE GRANADA

A través del Análisis Canónico de Poblaciones se genera una representación gráfica donde cada uno de los sectores administrativos de la ciudad se hallan situados sobre un plano, generado por las dos primeras variables canónicas. Debe recordarse que las dos primeras variables canónicas son las combinaciones lineales de las variables observables que más discriminan los sectores entre sí, permitiendo una clasificación que maximice la heterogeneidad entre ellos y la homogeneidad dentro de ellos.

El análisis de las correlaciones entre las variables canónicas y las variables originales, observadas sobre una muestra de viviendas, permite desvelar cuáles son las claves en las que se basa el criterio de división administrativa de la ciudad. Ha de aclararse que el concepto de distancia entre los individuos medios de una subpoblación está íntimamente ligado a su mayor o menor semejanza. Así, en el caso de que las viviendas-tipo en venta de dos barrios tengan características similares se dice que están cercanas; por el contrario, si existe bastante diferencia en sus comportamientos medios, se dice que se hallan distantes la una de la otra.

En la aplicación del ACPL que ahora se comenta se ha trabajado con un nivel de significación de 0,05 para el test Λ de Wilks de comparación de medias. El nivel de confianza utilizado para la obtención de las regiones de confianza ha sido del 0'90.

La muestra se compone de 298 viviendas sobre las cuales se han observado 13 variables más la variable sector administrativo al que pertenece cada una de las viviendas. Los sectores administrativos considerados en la ciudad de Granada por el Departamento de Valoraciones Inmobiliarias de la Junta de Andalucía son diez. El estudio se ha hecho sobre nueve de ellas, al excluir el sector del Albayzín. Los nueve sectores restantes son los siguientes: Chana, Cartuja-Almanjáy, Constitución-Plaza de Toros-Doctores, Camino de Ronda, Zaidín, Pedro Antonio de Alarcón, Centro, Realejo y Camino de la Sierra.

Los resultados del ACPL son los siguientes:

2.1. COMPARACIÓN DE LAS MEDIAS.

Obtenidas las matrices de la suma de cuadrados y productos cruzados dentro de los sectores (W) y entre los sectores (B), se procede al cálculo de la matriz de la suma de cuadrados y productos cruzados total o matriz de dispersión total, T, como suma de las matrices de dispersión dentro de los sectores y entre los sectores : $T=W+B$. Finalmente, el estadístico experimental de la razón Λ de Wilks se obtiene por el producto de los valores propios de W respecto de T:

$$\Lambda = 1,00004 \times 1,00000 \times 0,999995 \times 0,999768 \times 0,997709 \times \\ \times 0,979623 \times 0,957577 \times 0,897677 \times 0,843934 \times 0,804642 \\ \times 0,609629 \times 0,468367 \times 0,161016 = 0,0262$$

La aproximación asintótica de Rao es $F = 12,8537$, con 104 y 1918 grados de libertad. El punto crítico de la F-Snedecor es 1,2471, por lo que se rechaza la hipótesis nula de igualdad de los vectores de medias de los sectores administrativos: las diferencias globalmente consideradas entre las viviendas-tipo de los sectores son significativas.

2.2. OBTENCIÓN DE LAS VARIABLES CANÓNICAS

Tras la diagonalización de la matriz $A = \bar{X}' \bar{X}$, respecto de \hat{S} , se obtienen $e = \min(9-1, 13) = 8$ valores propios, y, por tanto, 8 variables canónicas. Los valores propios, así como la cantidad de información o de varianza recogida por las variables canónicas figura en la Tabla 2.

TABLA 2

| Variable Canónica | Valor propio λ_i | Cantidad de información (%) o porcentaje de varianza | Cantidad de información acumulada(%) |
|-------------------|-----------------------------|---|--|
| 1 | 38,5739 | 77,3344 | 77,3344 |
| 2 | 4,73767 | 9,4982 | 86,8326 |
| 3 | 2,75485 | 5,5231 | 92,3557 |
| 4 | 1,70676 | 3,4217 | 95,7774 |
| 5 | 1,11063 | 2,2267 | 98,0041 |
| 6 | 0,715903 | 1,4352 | 99,4393 |
| 7 | 0,248505 | 0,4982 | 99,9375 |
| 8 | 0,0311513 | 0,0625 | 100,0000 |
| | 49,879369 | 100 | |

La primera variable canónica, esto es, aquella combinación lineal de variables observables que más diferencia los sectores administrativos entre sí, recoge una tasa de inercia del 77,33 %, y las dos primeras el 86,83 %.

2.3. ESTRUCTURA FACTORIAL DE LAS VARIABLES CANÓNICAS

Las combinaciones lineales que generan las variables canónicas están dadas por la matriz V de transformación canónica, que recoge por columnas los vectores propios de la diagonalización de la matriz $A = \bar{X}' \bar{X}$ con respecto a \hat{S} , como puede verse en la Tabla 3.

Por tanto, la primera variable canónica se define por la combinación lineal siguiente:

$$Y_1 = -0,0171304 \text{ ANTIG}^* + 0,226629 \text{ CONSERVAC}^* + 0,702891 \text{ HABITAC}^* + 0,0656768 \\ \text{AMPLITUD}^* + 0,135359 \text{ ESPARC}^* - 0,0167309 \text{ SUP_C_VIV}^* + 0,212160 \text{ COEFEXTER}^* + \\ 0,537863 \text{ BAÑOPORDOR}^* + 0,00123105 \text{ DISTANCIA2}^* - 0,733091 \text{ CAL_ZONA}^* + 0,160351 \\ \text{CAL_UBICA}^* - 0,202144 \text{ CAL_EDIFIC}^* - 0,00696036 \text{ CAL_VIVIE}^*$$

con el símbolo * queremos denotar que cada variable ha sufrido un cambio de origen producido por la sustracción de su media.

TABLA 3

| VARIABLES | COEF. 1ª VARIABLE CANONICA | COEF. 2ª VARIABLE CANONICA | CORR.CON 1ª VAR. CANONICA | CORR.CON 2ª VAR. CANONICA |
|-------------------------|----------------------------------|----------------------------------|---------------------------------|---------------------------------|
| ANTIGÜEDAD | -0.0171304 | 0.0329192 | 0.00142804 | 0.10344 |
| CONSERVACION | 0.226629 | 0.0693172 | 0.070364 | -0.00283776 |
| HABITACIONES | 0.702891 | 0.288422 | 0.057769 | 0.178241 |
| AMPLITUD | 0.0656768 | 0.00643795 | -0.17294 | 0.0638728 |
| ESPARCIMIENTO | 0.135359 | -0.325917 | 0.165040 | 0.110165 |
| SUPERFICIE | -0.0167309 | -0.00795692 | -0.831106 | 0.173872 |
| EXTERIORIDAD | 0.212160 | -0.203824 | 0.127424 | -0.0528984 |
| BAÑO POR DORMITORIO | 0.537863 | 1.56257 | -0.136482 | 0.1669 |
| DISTANCIA | 0.00123105 | -0.000648834 | 0.883125 | 0.252585 |
| CALIDAD DE ZONA | -0.733091 | 1.32443 | -0.363658 | 0.732718 |
| CALIDAD DE UBICACION | 0.160351 | 0.831331 | -0.198494 | 0.584832 |
| CALIDAD DE EDIFICIO | -0.202144 | -0.0206279 | -0.200031 | 0.341567 |
| CALIDAD DE VIVIENDA | -0.00696036 | 0.0725997 | -0.20528 | 0.318753 |

Al igual que ocurre en otros métodos factoriales, la interpretación del factor, en este caso, de la variable canónica, se hace a la luz de sus correlaciones con las variables observables, que se recogen en la Tabla 3, indicativa de la estructura factorial de las variables canónicas.

En la columna 1 se aprecia que la variable que más influye sobre la primera variable canónica es la distancia existente entre la vivienda y los dos subcentros considerados (el centro tradicional y el nuevo centro comercial y de ocio), presentando una correlación positiva de 0,883125. Tal grado de asociación desvela que la distancia al centro es la variable que mejor discrimina entre los sectores administrativos y la más homogénea dentro de los mismos. Por tanto, la mayor semejanza entre las viviendas situadas en el

mismo sector administrativo estriba en su distancia al centro, siendo esta misma característica la que mejor las distingue de las viviendas situadas en otros sectores. Además, el hecho de que las correlaciones de la primera variable canónica con el resto de las variables observables tengan una magnitud muy inferior indica que el criterio geográfico de la distancia al centro es prácticamente la única razón que subyace bajo la división administrativa.¹

2.4. REPRESENTACIÓN CANÓNICA

Como se ha explicado anteriormente, las viviendas-tipo, que resumen el comportamiento de cada sector, y de la totalidad de la ciudad se representan a través del vector de medias, obteniéndose la tabla de datos a partir de la cual se calcula la matriz \bar{X} .

La proyección de la vivienda-tipo de la ciudad de Granada se denomina centroide, punto en el cual se cortan los ejes de las variables canónicas. La primera coordenada de dicho punto se obtiene a través del producto del vector de medias global por el primer vector propio, esto es:

$$10,2819(-0,0171304) + 1,31879(0,226629) + 4,34564(0,702891) + 26,5347(0,0656768) + \\ 0,449664(0,135359) + 113,064(-0,0167309) + 3,49018(0,212160) + 0,502825(0,537863) + \\ 3444,10(0,00123105) + 3,29195(-0,733091) + 3,39933(0,160351) + 3,46309(-0,202144) + \\ 3,58054(-0,00696036) = 5,495441$$

Las coordenadas del centroide se hallan en las dos últimas filas de la Tabla 4. En dicha Tabla también se recogen las coordenadas canónicas, referidas al centroide, de las viviendas-tipo de cada sector, obtenidas a través de la proyección canónica $\bar{X}V = Y$. Así, por ejemplo, la primera coordenada de la vivienda-tipo del sector del Camino de Ronda, es decir, su valor en la primera variable canónica, se hallaría a través de la expresión:

$$(15,0741 - 10,2819)(-0,0171304) + (1,407441 - 1,31879)(0,226629) + (4,59259 - 4,34564)(0,702891) + \\ (27,1111 - 26,5347)(0,0656768) + (0,259259 - 0,449664)(0,135359) + (125,667 - 113,064)(-0,0167309) + \\ + 3,54074 - 3,49018)(0,212160) + (0,436296 - 0,502825)(0,537863) + (1942,62 - 3444,10)(0,00123105) + \\ + (3,66667 - 3,29195)(-0,733091) + (3,77778 - 3,39933)(0,160351) + (3,51852 - 3,46309)(-0,202144) + \\ (3,48148 - 3,58054)(-0,00696036) = -1,93381$$

¹Sólo cabe destacar la correlación negativa de la primera variable canónica con las variables indicativas de la calidad, sobre todo con la calidad de la zona (-0,363658). No obstante hay que subrayar nuevamente que estas correlaciones son demasiado inferiores a las que presenta la variable distancia, como para ser tenidas en cuenta para la interpretación de la primera variable canónica

Tras calcular las coordenadas de las proyecciones de las viviendas-tipo y las coordenadas del centroide, se obtienen los radios de las regiones de confianza, cuyo tamaño es inversamente proporcional al tamaño de las submuestras.

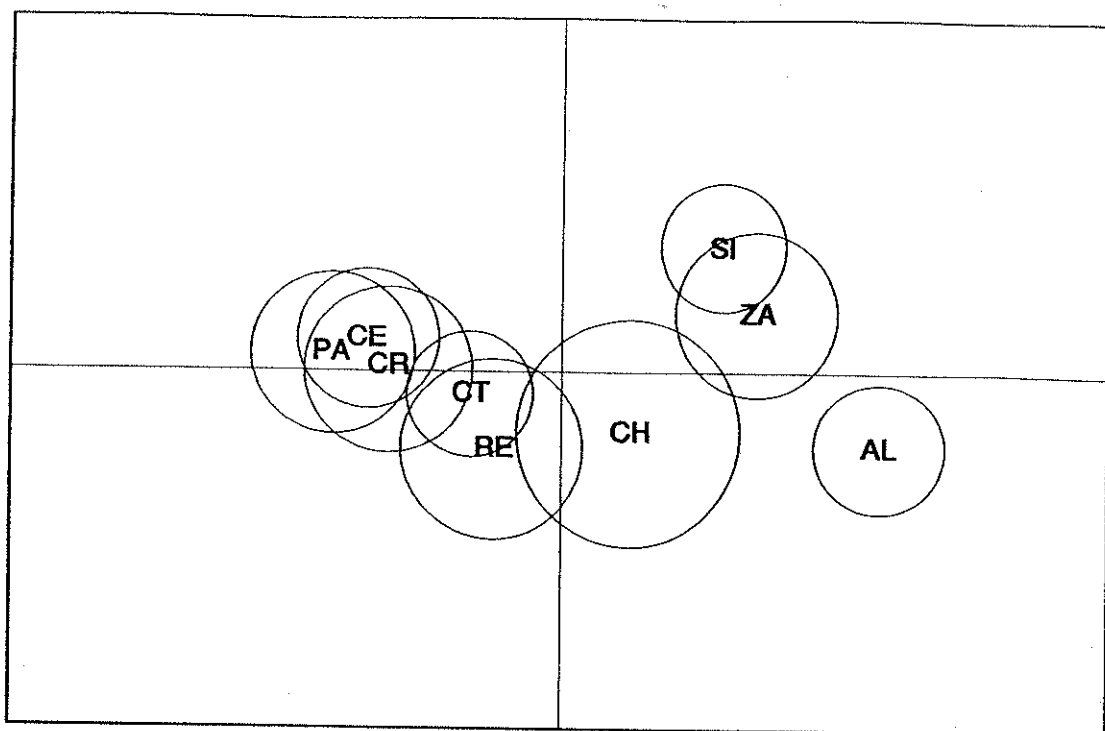
TABLA 4

| SECTOR | CH | AL | CT | CR | ZA | PA | CE | RE | SI | GR |
|---------|------|------|------|------|-----|------|------|------|-----|------|
| TAMAÑO | 14 | 50 | 32 | 27 | 27 | 30 | 43 | 23 | 52 | 298 |
| RADIO | 1'2 | 0'6 | 0'8 | 0'9 | 0'9 | 0'8 | 0'7 | 1 | 0'6 | -- |
| COORD.1 | 0'7 | 3'6 | -1'0 | -1'9 | 2'2 | -2'6 | -2'2 | -0'8 | 1'8 | 5'5 |
| COORD.2 | -0'6 | -0'9 | -0'2 | 0'0 | 0'6 | 0'2 | 0'3 | -0'9 | 1'4 | 10'4 |

2.5. COMENTARIOS SOBRE LA REPRESENTACIÓN GRÁFICA

La representación canónica de las regiones de confianza de los sectores administrativos, representados por la vivienda-tipo en venta, puede observarse en la figura 1. Dado que los dos primeros ejes canónicos recogen casi toda la variabilidad, la distancia euclídea entre las viviendas-tipo coincide, en gran medida, con la distancia de Mahalanobis. Teniendo en cuenta que la distancia a los dos centros de la ciudad considerados explica casi en exclusiva la 1ª variable canónica, de la representación se deduce que las viviendas-tipo de los sectores se sitúan sobre el plano canónico, de izquierda a derecha, ordenados de menor a mayor distancia geográfica a los dos centros considerados: PA (1646,04), CR (1942,62), CE (2000,62), CT (2525,71), RE (2688,10), CH (3605,06), SI (4727,64), ZA (4798,19), AL (5399,51). La única excepción a esta regla la constituye CR, que permuta su posición con CE debido a la influencia residual de otras variables, pero no es una excepción muy significativa a la regla general porque la diferencia del sector CE y CR en la variable distancia es de apenas 60 metros, por lo que una muy leve influencia de las otras variables ha provocado la permuta de sus puestos. En la zona negativa del primer eje se sitúan las cinco viviendas-tipo de los sectores, con una distancia inferior a la media (3444,10), y en la parte positiva las que la superan. Vamos a fijar la atención en los situados a la izquierda, los más cercanos a los dos centros. El grado de solapamiento entre sus regiones de confianza es importante. En particular, cabe reseñar que existe una amplia semejanza entre las viviendas en venta de los sectores administrativos de Pedro Antonio de Alarcón, Centro y Camino de Ronda en cuanto a su valor en la primera variable canónica. Ello no es más que una constatación del hecho de que los tres sectores se hallan contiguos geográficamente y ocupan la zona central de la ciudad y, por tanto, sus viviendas son, lógicamente las más próximas a los dos centros considerados. Consecuentemente, estos sectores geográficamente centrales de la ciudad se hallan en el extremo inferior del primer eje. A continuación se sitúa el solapamiento de los sectores de Constitución-Plaza de Toros-Doctores con el Realejo. La semejanza es consecuencia de que ambos sectores se hallan geográficamente casi equidistantes a la zona central de la ciudad, bordeándola por sus flancos Norte y Suroeste, respectivamente.

FIGURA 1



En la parte positiva del primer eje se hallan los cuatro sectores más distantes de la zona central: Almanjáyar-Cartuja, Zaidín, Camino de la Sierra y La Chana, que ocupan las cuatro "esquinas" del plano de la ciudad: la Norte, Sur, Suroeste y Oeste, respectivamente. En conjunto, este grupo de sectores presenta mayores diferencias y, por tanto, menor grado de solapamiento de sus regiones de confianza que los que constituyen el 1º grupo de sectores. Dentro de este grupo de sectores, sólo es reseñable el solapamiento entre las viviendas-tipo en venta del Camino de la Sierra y del Zaidín, debido a que son prácticamente equidistantes de los dos subcentros considerados para el cálculo de la variable distancia al centro de la ciudad. Por el contrario, la vivienda-tipo en venta del sector Almanjáyar-Cartuja es la única cuya región de confianza no experimenta ni el más ligero solapamiento con los demás.

3. CONCLUSIONES

Como conclusión global del análisis canónico de poblaciones aplicado a los sectores administrativos de la ciudad, quisiéramos subrayar que este criterio de división se basa casi exclusivamente en el aspecto de la distancia geográfica. Evidentemente, ello debe tener explicaciones históricas y socioeconómicas pues la extensión de la trama urbana de la ciudad a lo largo y ancho del espacio se produce normalmente en forma de continuum o mancha de aceite. Por tanto, este criterio de división exclusivamente geográfico no carece en absoluto de fundamento; pero también es cierto que no parece tener en cuenta otras características de la vivienda cuya asociación con la distancia no es perfecta, como pueda ser el caso de las calidades de los bienes inmuebles.

4. BIBLIOGRAFÍA

CUADRAS, C.M. (1991): Métodos de Análisis Multivariante. PPU. Barcelona.

ARENAS, C., CUADRAS, C.M., FORTIANA, J. (1991): Multicua (Paquete no Standard de Análisis Multivariante). Publicacions del Departament d'Estadística. Universidad de Barcelona.

ANDERSON, T.W. (1984): An Introduction to Multivariate Statistical Analysis. John Wiley & Sons. New York.

ELEMENTOS PARA LA CREACION DE UN FONDO INCONDICIONAL VALENCIANO MUNICIPAL (FIVAM)

JOSÉ-SALVADOR MIÑANA SIMÓ

Departamento de Economía Aplicada Y Unidad de
Investigación de Hacienda Pública Y Economía del Sector Público
Facultad de Cc. Económicas Y Empresariales
Universitat de València (Estudi General)

INDICE

1.- Síntesis del proceso. 2.- Indicadores de características y de necesidades municipales en la CAV. Distribución del Fondo Incondicional Valenciano Municipal (FIVAM). 3.- Capacidad y necesidad financiero-fiscales y participación incondicional (PIMICAV) de los municipios valencianos con población igual o mayor a 10.000 habitantes en los ingresos de la Generalitat Valenciana. 4.- Conclusiones fundamentales. Bibliografía.

El artículo 142 de la Constitución Española señala que "Las Haciendas locales... se nutrirán... (de la) *participación en los...* (tributos propios) *de las Comunidades Autónomas.*" El presente trabajo forma parte de un estudio más amplio que, en el contexto de los municipios valencianos, persigue: a) plantear la participación incondicional de éstos en los ingresos propios de la Generalitat Valenciana (en esta ponencia se aportan algunos elementos para ello) y b) conocerlos más a fondo, ordenándolos en una tipología municipal. Con el análisis multivariante de componentes principales se definen siete componentes principales que, sintetizando los datos originales, son identificados individualmente con una o varias de las variables que presentan mayor correlación con cada uno de ellos. A partir de ello se ha deducido un indicador de características municipales que se hace corresponder con el de necesidades financiero-fiscales de cada municipio. El sistema de participación defendido en este trabajo: a) con respecto al sistema vigente, mejora sustancialmente la nivelación intermunicipal en un 216,31% y, en comparación con la situación inicial, disminuye las desigualdades en el 14,24 por ciento, y b) sin requerir la inclusión de la diferencia entre necesidad y capacidad en ninguna ecuación específica, distribuye las subvenciones a los ayuntamientos de tal manera que, en cerca del 90% de los casos, logra ajustarse a un esquema de reparto que considerase tal diferencia.

1. SÍNTESIS DEL PROCESO

El trabajo, siguiendo diferentes etapas, analiza lo que constituye la aplicación a la Comunidad Autónoma Valenciana (CAV) de un sistema de participación de los municipios valencianos en los tributos de la Generalitat Valenciana.

La primera de dichas etapas, acudiendo a la problemática inherente a la capacidad, al esfuerzo fiscal y a los estratos -según una tipología municipal-, señala los límites para la implantación del escenario de equilibrio local (mecanismo de distribución de un fondo de transferencias con dos flujos: uno entre municipios y otro del gobierno subvencionador al receptor o ayuntamiento) y del escenario de esfuerzo fiscal (se concreta un método de reparto con origen en el gobierno de ámbito superior y destino en el municipio, considerando en éste último, fundamentalmente, la relación que se produce entre sus recaudaciones real y máxima) y, en consecuencia, justifica cuáles son las aplicaciones inmediatas con arreglo a la disponibilidad de la información, fundamentalmente estadística.

En la segunda, aparece que sólo el escenario de equilibrio local puede ser llevado a la práctica en las circunstancias presentes por medio de los escenarios inmediatos Y y Z (respectivamente, amplio y suficiente sin estratos -el primero, considerando la capacidad y la necesidad financiero-fiscales de los municipios y, el segundo, teniendo en cuenta sólo la necesidad de esos entes locales-). Por ello, se adaptan al caso valenciano las correspondientes ecuaciones que los sustentan (o sea, para el primer escenario, las expresiones de la participación incondicional, absoluta y "per capita", de los municipios valencianos en los ingresos de la Generalitat Valenciana y los indicadores de capacidad y necesidad, y, para el segundo, únicamente las de subvención total y por habitante).

Con la tercera, el índice de capacidad es aplicado a los municipios valencianos para el año 1986 utilizando tres bases financiero-fiscales: actividad económica, parque de vehículos y propiedad inmueble (véanse FEMP -1985- y Miñana Simó, J. S., y Roig Alonso, M. -1989-).

En la cuarta, y en las mismas circunstancias que en la etapa tercera, se estima la necesidad financiero-fiscal (indicador de necesidad) recurriendo al análisis multivariante, método de componentes principales (MCP). Es decir, el índice se identifica con y es consecuencia directa de las características municipales (representadas porcentualmente por un grupo de variables) que se deducen de los diferentes componentes principales sobresalientes y de la variación de éstos. Por ello se asume que el indicador es la relación entre la necesidad de un ayuntamiento y la del conjunto de municipios (véanse Aznar, A., et alía -1984- y Miñana Simó, J. S. -1992- y -1995-).

En la quinta etapa se analiza el índice de características municipales en la CAV, deducido a partir de siete componentes principales y de una selección final de diez variables.

La sexta, estructura los indicadores de características y de necesidades municipales en la CAV y el sistema de distribución de las 26.761.535.000 pesetas del Fondo Incondicional Valenciano Municipal (FIVAM). La participación de los municipios valencianos en éste se corresponde únicamente con el escenario Z (suficiente sin estratos, o sea, considerando sólo la necesidad y no la diferencia entre ésta y la capacidad como incumbe al escenario Y -en un denominado "El Proceso Iterativo de Análisis Empírico" se han efectuado 48 pruebas informáticas según: a) las diferentes

variantes que se pueden adoptar para el establecimiento del indicador de necesidades, b) el tipo de distribución a seleccionar y c) el índice de desigualdad de Williamson resultante-). Tras las anteriores operaciones se calcula el índice de desigualdad de Williamson ya que, con el reparto incondicional, se persigue, entre otras cosas, aminorar las desigualdades fiscales entre los municipios atendiendo a sus ingresos propios.

En la última, se analizan los resultados municipales respecto, por una parte, a sus capacidades y necesidades y, por otra, a su participación incondicional en los ingresos de la CAV (PIMICAV).

2. INDICADORES DE CARACTERÍSTICAS Y DE NECESIDADES MUNICIPALES EN LA CAV. DISTRIBUCIÓN DEL FONDO INCONDICIONAL VALENCIANO MUNICIPAL (FIVAM).

En síntesis, se exponen a continuación los datos más notables acerca de las etapas cuarta a sexta. Definidos siete componentes principales (CP), que, sintetizando los datos originales (véanse Miñana Simó, J. S. -1992-, -1994- y -1995-), son, a su vez, identificados individualmente con una o varias variables con más alta correlación con cada uno de aquéllos, se puede configurar el indicador de características municipales que se hace corresponder con el de necesidades de cada ayuntamiento. Tales CP requieren:

a) una sola variable (respectivamente, valor catastral en la contribución urbana -CTURVC86-, número de habitaciones en establecimientos hoteleros -HABITA86-, consumo eléctrico con fin industrial -KWHINDUS-, densidad de población -DENSIDAD- y superficie de ríos y lagos -SRIO84M2-) los CP1 y CP4 a 7 (tamaño, actividad turística, actividad industrial, densidad y superficie fluvial),

b) dos variables (valor catastral en la contribución territorial rústica -PRMGCTRP- y población agrícola -POBLAGRI-) el CP3 (actividad agrícola) y

c) tres variables (superficie agrícola -SAGR84M2-, superficie del término municipal -SUPE84M2- y superficie de vías pecuarias -SVIASP85-) el CP2 (superficie general).

En consecuencia, y ponderando de forma conveniente las variables que identifican a un componente y los componentes (estos últimos según su importancia relativa), el indicador de necesidad financiero-fiscal, INEFISC, para un municipio queda como:

$$\begin{aligned}
 <A> \quad INEFISC_x = INCARMUN_x = INCAMN4A = [74,73 \text{ CTURVC86} + \\
 &+ 7,08 \left(\frac{0,96 \text{ SAGR84M2} + 0,95 \text{ SUPE84M2} + 0,81 \text{ SVIASP85}}{2,72} \right) + \\
 &+ 5,61 \left(\frac{0,89 \text{ PRMGCTRP} + 0,82 \text{ POBLAGRI}}{1,71} \right) + 3,91 \text{ KWHINDUS} + \\
 &+ 3,76 \text{ HABITA86} + 2,67 \text{ DENSIDAD} + 2,24 \text{ SRIO84M2}] / 100
 \end{aligned}$$

siendo INCAMN4A el índice de características municipales en el que se ha considerado la variable CTURVC86 como representativa del CP1, tamaño.

A su vez, el indicador de necesidad financiero-fiscal, que se ha hecho corresponder con el de características municipales, ha sido ponderado por la población correspondiente para hallar el valor "per capita":

$$ \text{IANEFISC}_x = \text{IANEFN4A} = \text{ZICAPN4A} / \text{Y10N4A}$$

siendo ZICAPN4A igual a INCAMN4A / P.HCHO86, mientras que Y10N4A = SINCMN4A / 3.745.265, y en donde ZICAPN4A es el valor "per capita" del indicador de características municipales, INCAMN4A, para un municipio cualquiera, x; P.HCHO86 representa la población de hecho del municipio x en 1986 (3.745.265 es el total de habitantes de la CAV); Y10N4A hace referencia al indicador estándar "per capita" de necesidad para el conjunto de municipios de la CAV, año 1986, y SINCMN4A es el sumatorio de INCAMN4A.

Seguidamente se ha procedido a la distribución de idéntico importe que el percibido en 1986 por los municipios de la CAV en concepto de participación en el FNCM. Evidentemente, el reparto se ha efectuado según el modelo aquí desarrollado, es decir, según el FIVAM. En 1986, los municipios valencianos ingresaron un total de 26.761.535.000 pesetas, según datos de la Direcció General d'Administració Local. Esta es la cantidad cuyo reparto se efectúa, por lo que se ha calculado el importe "per capita" que corresponde a cada habitante de la CAV:

$$\text{FIVHAB4} = 26.761.535.000 / 3.745.265 = 7.145,43 \text{ pesetas.}$$

donde FIVHAB4 es el fondo vertical "per capita" para un habitante de la CAV. La cuantía anterior queda ajustado para cada municipio con arreglo a:

$$<C> \text{FIVVCN4A} = (\text{FIVHAB4}) (\text{IANEFN4A})$$

donde FIVVCN4A es el fondo vertical "per capita" para un ayuntamiento cualquiera, x, de la CAV, es decir, la participación municipal "per capita". Al mismo tiempo, se evalúa lo que corresponde al total de habitantes de cada municipio valenciano:

$$<D> \text{FIVN4A} = (\text{FIVVCN4A}) (\text{P.HCHO86})$$

donde FIVN4A representa el fondo vertical total o participación incondicional municipal en los ingresos de la CAV que le corresponde a un ayuntamiento cualquiera, x. El importe que se deduce de FIVVCN4A (y/o FIVN4A) se compara con el del FNCM para 1986.

Tras las anteriores operaciones se procede al cálculo del índice de desigualdad, ya que uno de los objetivos perseguidos es que, a través de la subvención incondicionada, se aminoren las desigualdades fiscales entre los municipios valencianos atendiendo a sus ingresos propios. En este contexto, el sistema de participación incondicionada debe de transferir unos recursos menores a los municipios relativamente menos necesitados y con más capacidad y mayores a aquéllos con unas

relativas mayores necesidades y menores riquezas. Para comprobar la viabilidad del modelo de distribución propuesto como reductor de las desigualdades intermunicipales, se aplica el coeficiente de desigualdad de Williamson. El indicador, que varía entre 0 -menor desigualdad- y 1 -mayor desigualdad- y elimina la influencia de la unidad de medida, relaciona la desviación típica de los ingresos por habitante (ponderada por la población relativa del municipio) y la media aritmética de aquellos ingresos "per capita" (véanse FEMP -1985-, Pommerhne, W. W. (1977) y Miñana Simó, J. S., y Roig Alonso, M. -1989-). En este sentido, se efectúan los cálculos pertinentes con el fin de observar cuál es el valor del índice de Williamson (IW): a) antes de cualquier distribución y b) después del reparto, por un lado, según los parámetros propios del FNCM y, por otro, con arreglo al modelo aquí desarrollado. El coeficiente adaptado al sistema de reparto propuesto queda como sigue:

$$4A = \sqrt{\frac{\sum \left[\left(\frac{(\text{TOTINGRE} - \text{FNCM.86}) + \text{FIVMILP4}}{\text{P.HCHO86}} \right) - \left(\frac{(\text{TOTINGRE} - \text{FNCM.86}) + \text{FIVMILP4}}{\text{P.HCHO86}} \right)^2 \left(\frac{\text{P.HCHO86}}{\sum \text{P.HCHO86}} \right) \right]}{\left(\frac{(\text{TOTINGRE} - \text{FNCM.86}) + \text{FIVMILP4}}{\text{P.HCHO86}} \right)}}$$

donde IW3N4A es el índice de Williamson deducido para el FIVAM; TOTINGRE representa el total de ingresos del ayuntamiento, 1986, miles de pesetas; FNCM.86 expresa la participación de un municipio cualquiera, x, en el Fondo Nacional de Cooperación Municipal, clasificación económica 411.02, 1986, miles de pesetas; FIVMILP4 es la participación de un municipio cualquiera, x, en el FIVAM, 1986, miles de pesetas. Por su parte, el coeficiente de Williamson que se deriva sin ninguna distribución implica eliminar en la fórmula anterior la variable FIVMILP4, mientras que el que considera el reparto vigente en 1986 sólo requiere de TOTINGRE en la mencionada ecuación.

3. CAPACIDAD Y NECESIDAD FINANCIERO-FISCALES Y PARTICIPACIÓN INCONDICIONAL (PIMICAV) DE LOS MUNICIPIOS VALENCIANOS CON POBLACIÓN IGUAL O MAYOR A 10.000 HABITANTES EN LOS INGRESOS DE LA GENERALITAT VALENCIANA.

Dadas las limitaciones inherentes a esta comunicación, sólo se presentan en el cuadro I los resultados sobre la distribución del Fondo Incondicional Valenciano Municipal (FIVAM), la participación de los ayuntamientos en éste y las capacidades y necesidades de los municipios valencianos iguales o mayores de 10.000 habitantes. En el cuadro se señalan dieciseis conceptos:

N.INE; código de municipio, Instituto Nacional de Estadística.

POBLACION; denominación del municipio.

ESTRATOS; clasificación por estratos de población; código de estrato y, entre paréntesis, número de habitantes que considera el estrato y de municipios que integran el estrato: 1 (menos de 1.000; 230), 2 (de 1.000 a 4.999; 180), 3 (de 5.000 a 9.999; 55), 4 (de 10.000 a 19.999; 32), 5 (de 20.000 a 49.999; 28), 6 (de 50.000 a 499.999; 10) y 7 (más de 500.000; 1).

FIVVCN4A; fondo vertical "per capita" para un ayuntamiento cualquiera, x, de la CAV, es decir, la participación municipal "per capita"; valor medio para el conjunto de ayuntamientos: 20.969,716.

FNCMCAPI; Fondo Nacional de Cooperación Municipal, 1986, pesetas por habitante; cifra media para el conjunto de municipios: 5.225,822.

D12, *FIVVCN4A* - *FNCMCAPI*; signo de la diferencia: positivo (importe adicional "per capita" que recibe el ayuntamiento con el modelo *FIVAM*) y negativo (cantidad suplementaria por habitante que el *FNCM* concede al ente local o cuantía "per capita" de la subvención que deja de percibir el municipio con el *FIVAM*); 1986, pesetas por habitante; diferencia media para todos los entes locales considerados: 15.743,895.

FIVN4A, fondo vertical total o participación incondicional municipal en los ingresos de la CAV (*PIMICAV*) que le corresponde a un ayuntamiento cualquiera, x; cuantía media para el conjunto de municipios: 50.115.234,1.

FNCMPTA; Fondo Nacional de Cooperación Municipal, 1986, pesetas; importe medio para el conjunto de ayuntamientos: 50.014.301,5.

D11; *FIVN4A* - *FNCMPTA*; signo de la diferencia: positivo (para el ayuntamiento, transferencia adicional que asigna el *FIVAM* frente al *FNCM*) y negativo (cuantía suplementaria que el *FNCM* concede al ente local o importe de la subvención que deja de percibir el municipio con el *FIVAM*); 1986, pesetas; diferencia media para todos los entes locales considerados: 100.932,584.

IBFACTEC; indicador de capacidad en la base financiero-fiscal actividad económica del municipio x; valor medio para el conjunto de ayuntamientos: 0,763.

IBFPVEHI; indicador de capacidad en la base financiero-fiscal parque de vehículos del municipio x; valor medio para el conjunto de ayuntamientos: 0,895.

IBFPINMU; indicador de capacidad en la base financiero-fiscal propiedad inmueble del municipio x; valor medio para el conjunto de ayuntamientos: 0,775.

IACAFISC; índice agregado de capacidad para cada uno de los municipios: $IACAFISC = 0,2190 IBFACTEC + 0,1646 IBFPVEHI + 0,6164 IBFPINMU$; valor medio para el conjunto de ayuntamientos: 0,793.

INCAMN4A; indicador de características municipales en el que se ha considerado la variable *CTURVC86* como representativa del *CP1*, tamaño; valor medio para el conjunto de municipios: 7.521.277.

IANEF4NA; índice de necesidad financiero-fiscal del municipio x; valor medio para el conjunto de ayuntamientos: 2,935.

DIFEREN; IANEF4NA - IACAFISC; signo de la diferencia: positivo y negativo con arreglo a que el municipio tenga una necesidad superior a su capacidad y a la inversa; valor medio para el conjunto de ayuntamientos: 2,142.

El cuadro aparece desglosado para los cuatro estratos con mayor población. Los municipios valencianos reciben transferencias incondicionales a través de su participación en los ingresos de la administración autónoma valenciana. El monto global distribuido con este fin (FIVAM) es de 26.761.535.000 pesetas (idéntico al del FNCM repartido entre los ayuntamientos valencianos en 1986), o sea, una media de 7.145,43 pesetas por habitante. El importe percibido por cada municipio en el FIVAM y en el FNCM se expresa en valores absolutos y "per capita" (respectivamente, columnas FIVN4A y FIVVCN4A, en lo que atañe al FIVAM, y FNCMCAPI y FNCMPTA, en lo que afecta al FNCM) y, a su vez, la diferencia entre éstos se señala en las columnas D12 y D11. El signo de estas diferencias representa, si es positivo, que el ente en cuestión obtiene más subvención con el FIVAM que con el FNCM y viceversa, si es negativo.

Las capacidades de los municipios valencianos son medidas a partir de las bases potenciales agrupadas en los conceptos de actividad económica, parque automovilístico y propiedad inmueble. Los resultados de aquéllas así como el indicador agregado se encuentran en las columnas 4ª a 7ª de la derecha del cuadro I. Por su parte, las necesidades de los entes locales (2ª columna de la derecha) se deducen e identifican a partir del indicador de características (3ª columna de la derecha) obtenido por MCP. La diferencia entre necesidad y capacidad relativas (1ª columna de la derecha) señala si la capacidad del municipio es relativamente insuficiente para cubrir sus necesidades (signo positivo) o si, por el contrario (signo negativo), el ente local puede hacer frente a su necesidad con su capacidad

| CUADRO 1.- Participación Incondicional, Capacidad y Necesidad de los Municipios Valencianos Mayores de 10.000 Habitantes, FIVAM, FNCM, Indicadores y Diferencias Absolutas y "Per Capita", 1986. | | | | | | | | | | | | | | |
|--|----------------------|--------------|--------------|-----------|-----------------|---------------|-------------------|--------------|--------------|--------------|--------------|------------------|--------------|-------------|
| NINE | POBLACION | FIVV CN4A | FNCM CAPI | D12 | FIVN4A | FNCMPTA | D11 | IBFAC TEC | IBFV VEHI | IBFP INMU | IACA FISC | INCAM N4A | IANEF N4A | DIFE REN |
| ESTRATO 7.- MAS DE 500.000 HABITANTES / N° CASOS = 1 | | | | | | | | | | | | | | |
| 46.250 | VALENCIA | 6.568,7 | 10.512,1 | -4.143,34 | 4.715.372.707,1 | 7.783.000.000 | -3.067.677.292,89 | 1,16 | 1,00 | 1,13 | 1,11621 | 707.673.990.3929 | 0,8913 | -0,2249 |
| ESTRATO 6.- DE 50.000 A 499.999 HABITANTES / N° CASOS = 10 | | | | | | | | | | | | | | |
| 3.009 | ALCOY | 3.161,8 | 7.014,6 | -3.852,83 | 206.889.953,6 | 459.000.000 | -252.110.046,35 | 1,07 | 0,91 | 0,47 | 0,67446 | 31.049.972.2211 | 0,4425 | -0,2320 |
| 3.014 | ALICANTE | 5.503,1 | 7.450,5 | -1.947,47 | 1.420.194.906,6 | 1.922.785.000 | -502.590.093,39 | 1,16 | 1,08 | 1,01 | 1,05544 | 213.142.357.1884 | 0,7702 | -0,2853 |
| 3.031 | BENIDORM | 7.404,9 | 6.040,1 | 1.364,79 | 490.382.050,7 | 400.000.000 | 90.382.050,74 | 1,63 | 1,28 | 2,60 | 2,17139 | 73.596.367.4647 | 1,0363 | -1,1351 |
| 3.065 | ELICHE | 4.211,5 | 7.725,5 | -3.514,03 | 711.411.855,8 | 1.305.000.000 | -593.588.144,24 | 0,96 | 1,06 | 0,66 | 0,79024 | 106.768.443.6572 | 0,5894 | -0,2008 |
| 3.066 | ELDA | 6.024,8 | 7.549,6 | -1.524,85 | 335.169.438,7 | 420.000.000 | -84.830.561,33 | 1,10 | 1,01 | 1,10 | 1,08256 | 50.302.112.6765 | 0,8432 | -0,2394 |
| 3.099 | ORIHUELA | 6.112,3 | 7.061,1 | -948,77 | 320.284.416,7 | 370.000.000 | -49.715.583,20 | 0,79 | 0,96 | 0,65 | 0,73238 | 48.968.173.7766 | 0,8554 | 0,1230 |
| 12.040 | CASTELLO DE LA PLANA | 6.554,7 | 8.087,5 | -1.532,82 | 830.732.446,0 | 1.025.000.000 | -194.267.553,96 | 0,97 | 1,10 | 1,18 | 1,11876 | 124.676.036.3086 | 0,9173 | -0,2014 |
| 46.131 | GANDIA | 7.951,9 | 8.074,2 | -122,34 | 409.696.766,5 | 416.000.000 | -6.303.233,52 | 1,11 | 1,13 | 1,44 | 1,31477 | 61.487.148.0902 | 1,1129 | -0,2019 |
| 46.220 | SAGUNTO | 4.159,1 | 7.106,9 | -2.947,79 | 228.237.138,8 | 390.000.000 | -161.762.861,20 | 0,96 | 0,90 | 0,66 | 0,76730 | 34.253.753.3391 | 0,5821 | -0,1852 |
| 46.244 | TORRENT | 5.944,6 | 6.601,0 | -656,35 | 321.402.851,7 | 357.000.000 | -35.497.148,31 | 0,92 | 0,83 | 1,04 | 0,97791 | 48.251.035.0604 | 0,8319 | -0,1460 |
| ESTRATO 5.- DE 20.000 A 49.999 HABITANTES / N° CASOS = 28 | | | | | | | | | | | | | | |
| 3.059 | CREVILLENTE | 3.412,0 | 6.191,9 | -2.779,89 | 73.512.278,6 | 133.405.000 | -59.892.721,39 | 1,08 | 0,96 | 0,35 | 0,61249 | 11.032.697.1831 | 0,4775 | -0,1350 |
| 3.063 | DENIA | 5.793,3 | 7.541,2 | -1.747,86 | 134.439.120,2 | 175.000.000 | -40.560.879,80 | 1,15 | 1,28 | 0,96 | 1,05357 | 20.176.576.3585 | 0,8108 | -0,2428 |
| 3.079 | IBI | 2.971,9 | 5.850,0 | -2.878,06 | 59.946.587,7 | 118.000.000 | -58.053.412,35 | 0,96 | 0,97 | 0,37 | 0,59332 | 8.996.763.0062 | 0,4159 | -0,1794 |
| 3.093 | NOVELDA | 7.977,7 | 6.464,8 | 1.512,89 | 164.124.653,0 | 133.000.000 | 31.124.653,00 | 0,92 | 1,03 | 1,22 | 1,12507 | 24.631.770.7880 | 1,1165 | -0,0086 |
| 3.104 | PETRER | 6.440,8 | 5.984,3 | 456,51 | 141.015.870,3 | 131.021.000 | 9.994.870,30 | 1,00 | 0,90 | 0,92 | 0,93687 | 21.163.612.7245 | 0,9014 | -0,0355 |
| 3.122 | SAN VICENTE DEL RAS, | 1.862,2 | 5.803,9 | -3.941,65 | 47.726.536,4 | 148.747.000 | -101.020.463,63 | 1,01 | 1,00 | 0,29 | 0,56375 | 7.162.781.9637 | 0,2606 | -0,3031 |
| 3.139 | VILLAYOYA | 3.072,4 | 7.706,3 | -4.633,91 | 65.783.356,2 | 165.000.000 | -99.216.643,79 | 0,86 | 0,92 | 0,41 | 0,59205 | 9.872.741.2002 | 0,4300 | -0,1621 |
| 3.140 | VILLENA | 8.917,5 | 5.954,9 | 2.962,59 | 269.550.109,3 | 180.000.000 | 89.550.109,30 | 1,00 | 0,84 | 1,00 | 0,97282 | 40.453.986.5681 | 1,2480 | 0,7752 |
| 12.032 | BURRIANA | 6.315,5 | 6.996,9 | -681,44 | 157.956.557,3 | 175.000.000 | -17.043.442,75 | 0,95 | 1,06 | 1,10 | 1,06213 | 23.706.065.1249 | 0,8838 | -0,1783 |
| 12.126 | VALL DE UXO | 5.048,7 | 0,0 | 5.048,68 | 136.708.159,4 | 0 | 136.708.159,43 | 0,88 | 0,97 | 0,81 | 0,84954 | 20.517.112.9765 | 0,7066 | -0,1430 |
| 12.135 | VILLARREAL INFANTES | 6.108,7 | 6.546,0 | -437,38 | 223.094.267,4 | 239.008.000 | -15.973.732,60 | 0,87 | 0,81 | 0,67 | 0,73771 | 13.145.250.6372 | 0,5120 | -0,2257 |
| 46.005 | ALAQUAS | 3.658,2 | 5.847,2 | -2.189,01 | 87.588.493,7 | 140.000.000 | -52.411.506,34 | 0,86 | 1,00 | 0,99 | 0,96461 | 33.481.909.9888 | 0,8549 | -0,1097 |
| 46.017 | ALZIRA | 6.120,6 | 6.565,2 | -444,59 | 242.392.715,8 | 260.000.000 | -17.607.284,18 | 0,91 | 0,94 | 1,01 | 0,97455 | 36.378.214.4085 | 0,8566 | -0,1180 |
| 46.021 | ALDAYA | 4.151,3 | 6.117,3 | -1.966,02 | 88.455.083,8 | 130.347.000 | -41.891.916,21 | 0,92 | 0,78 | 0,76 | 0,79630 | 13.275.308.1824 | 0,5810 | -0,2153 |
| 46.022 | ALFAFAR | 3.201,3 | 6.648,7 | -3.447,41 | 64.038.050,2 | 133.000.000 | -68.961.949,85 | 0,88 | 0,77 | 0,57 | 0,67294 | 9.610.808.2738 | 0,4480 | -0,2249 |
| 46.029 | BURJASSOT | 5.061,4 | 6.243,7 | -1.182,30 | 122.364.726,8 | 150.948.000 | -28.583.273,15 | 0,85 | 0,85 | 0,86 | 0,85945 | 18.364.455.6081 | 0,7083 | -0,1511 |
| 46.078 | ALGEMESI | 3.077,2 | 5.921,7 | -2.844,43 | 109.758.963,0 | 211.214.000 | -101.455.037,02 | 0,93 | 0,84 | 0,56 | 0,68749 | 16.472.586.9543 | 0,4307 | -0,2568 |
| 46.083 | CARCAIXENT | 5.024,7 | 7.121,5 | -2.096,79 | 102.307.193,3 | 145.000.000 | -42.692.806,69 | 0,82 | 0,80 | 0,79 | 0,79978 | 15.354.227.9563 | 0,7032 | -0,0966 |
| 46.094 | CATARROJA | 3.615,6 | 6.015,1 | -2.399,56 | 75.301.439,8 | 125.277.000 | -49.975.560,20 | 0,90 | 0,83 | 0,67 | 0,74627 | 11.340.213.8713 | 0,5060 | -0,2403 |
| 46.102 | QUART DE POBLET | 4.461,7 | 6.828,2 | -2.366,47 | 121.537.282,6 | 186.000.000 | -64.462.717,41 | 0,92 | 0,82 | 0,79 | 0,82236 | 18.240.273.0611 | 0,6244 | -0,1979 |

| CUADRO I.- Participación Incondicional, Capacidad y Necesidad de los Municipios Valencianos Mayores de 10.000 Habitantes: FIVAM, FNCM, Indicadores y Diferencias Absolutas y "Pro Capite", 1986. | | | | | | | | | | | | | | | |
|--|---------------------|--------------|--------------|-----------|---------------|-------------|----------------|--------------|--------------|--------------|--------------|-----------------|--------------|-------------|--|
| N.INE | POBLACIÓN | FIVV CN4A | FNCM CAPI | D12 | FIVN4A | FNCMPTA | D11 | IBFAC TEC | IBPP VEHI | IBPP INMU | IACA FISC | INCAM N4A | IANEF N4A | DIFE REN | |
| 46.110 | XIRIVELLA | 3.748,6 | 6.452,1 | -2.703,57 | 91.214.048,1 | 157.000.000 | -65.785.951,89 | 0,92 | 0,81 | 0,67 | 0,74965 | 13.689.372,5865 | 0,5246 | -0,2250 | |
| 46.145 | XATIVA | 6.133,1 | 6.005,0 | 128,11 | 149.114.843,3 | 146.000.000 | 3.114.843,29 | 1,02 | 1,05 | 1,00 | 1,01053 | 22.379.103,7717 | 0,8583 | -0,1522 | |
| 46.159 | MANISES | 4.395,0 | 6.004,6 | -1.609,56 | 108.890.526,9 | 148.769.000 | -39.878.473,08 | 0,96 | 0,82 | 0,77 | 0,82216 | 16.342.252,3740 | 0,6151 | -0,2071 | |
| 46.169 | MISLATA | 3.661,2 | 2.929,8 | 731,49 | 128.216.773,0 | 102.600.000 | 25.616.773,02 | 0,99 | 0,88 | 0,68 | 0,78212 | 19.242.728,6600 | 0,5124 | -0,2697 | |
| 46.181 | OLIVA | 6.638,3 | 5.694,7 | 1.033,57 | 133.608.620,7 | 112.806.000 | 20.802.620,69 | 0,81 | 1,04 | 1,12 | 1,03781 | 20.051.935,2820 | 0,9290 | -0,1088 | |
| 46.184 | ONTINYENT | 6.320,6 | 6.410,3 | -89,74 | 181.621.253,0 | 184.200.000 | -2.578.747,05 | 1,01 | 1,02 | 0,92 | 0,95465 | 27.257.654,4171 | 0,8846 | -0,0701 | |
| 46.190 | PATERNA | 6.495,2 | 6.098,8 | 396,34 | 218.322.185,5 | 205.000.000 | 13.322.185,49 | 0,98 | 0,92 | 1,12 | 1,05620 | 32.765.717,5962 | 0,9090 | -0,1472 | |
| 46.235 | SUECA | 4.928,0 | 6.514,8 | -1.586,82 | 118.759.115,3 | 157.000.000 | -38.240.884,68 | 0,83 | 1,01 | 0,75 | 0,81133 | 17.823.326,6847 | 0,6897 | -0,1217 | |
| ESTRATO 4.- DE 10.000 A 19.000 HABITANTES / Nº CASOS = 32 | | | | | | | | | | | | | | | |
| 3.015 | ALMORADI | 5.230,4 | 5.177,6 | 52,76 | 72.152.847,1 | 71.425.000 | 727.847,07 | 0,68 | 0,86 | 0,79 | 0,77623 | 10.828.674,1699 | 0,7320 | -0,0442 | |
| 3.018 | ALTEA | 11.262,8 | 5.030,5 | 6.232,33 | 136.573.256,4 | 61.000.000 | 75.573.256,39 | 1,03 | 1,26 | 1,96 | 1,64294 | 20.496.866,7753 | 1,5762 | -0,0667 | |
| 3.019 | ASPE | 6.646,8 | 5.901,6 | 745,19 | 101.364.080,0 | 90.000.000 | 11.364.079,96 | 0,87 | 0,83 | 1,00 | 0,94073 | 15.212.685,8344 | 0,9302 | -0,0105 | |
| 3.047 | CALPE | 17.707,2 | 7.372,5 | 10.334,71 | 180.135.017,9 | 75.000.000 | 105.135.017,89 | 1,13 | 1,54 | 3,66 | 2,76024 | 27.034.600,7768 | 2,4781 | -0,2821 | |
| 3.049 | CALLOS DE SEGURA | 4.043,1 | 5.186,3 | -1.143,19 | 59.523.017,8 | 76.353.000 | -16.829.982,20 | 0,79 | 0,75 | 0,67 | 0,70694 | 8.933.193,7897 | 0,5658 | -0,1411 | |
| 3.082 | JAVEA | 10.597,0 | 6.462,9 | 4.134,05 | 132.812.054,4 | 81.000.000 | 51.812.054,40 | 1,17 | 1,70 | 1,75 | 1,61634 | 19.932.386,8900 | 1,4830 | -0,1333 | |
| 3.089 | MONOVAR | 8.174,1 | 6.426,3 | 1.747,81 | 95.751.873,4 | 75.278.000 | 20.473.873,43 | 0,96 | 0,95 | 0,74 | 0,82199 | 14.370.407,8316 | 1,1440 | 0,3220 | |
| 3.119 | SAN JUAN DE ALCANTE | 3.771,5 | 4.378,9 | -607,37 | 45.176.892,2 | 52.450.000 | -7.275.107,84 | 0,94 | 1,10 | 0,68 | 0,80439 | 6.779.832,0899 | 0,5278 | -0,2766 | |
| 3.121 | SANTA POLA | 18.500,0 | 10.658,6 | 7.841,34 | 251.673.542,2 | 145.000.000 | 106.673.542,19 | 1,01 | 0,82 | 3,46 | 2,48986 | 37.771.077,5997 | 2,5891 | 0,0992 | |
| 3.133 | TORREVIEJA | 22.243,2 | 5.527,3 | 16.715,89 | 410.475.096,0 | 102.000.000 | 308.475.096,00 | 1,20 | 1,39 | 5,20 | 3,69613 | 61.603.959,5139 | 3,1129 | -0,5832 | |
| 12.009 | ALMAZORA | 6.160,6 | 6.191,3 | -30,73 | 94.528.448,6 | 95.000.000 | -471.551,45 | 0,70 | 1,03 | 1,06 | 0,97707 | 14.186.796,6516 | 0,8622 | -0,1149 | |
| 12.027 | BENICARLO | 7.738,0 | 6.026,9 | 1.711,08 | 130.965.999,1 | 102.006.000 | 28.559.999,10 | 0,94 | 1,05 | 1,22 | 1,11292 | 19.655.331,5530 | 1,0629 | -0,0500 | |
| 12.082 | NULES | 3.898,5 | 6.044,9 | -2.146,42 | 43.386.461,2 | 67.274.000 | -23.887.538,81 | 0,83 | 1,01 | 0,60 | 0,71972 | 6.511.424,9882 | 0,5456 | -0,1741 | |
| 12.084 | ONDA | 4.425,9 | 5.583,5 | -1.157,54 | 79.268.465,7 | 100.000.000 | -20.731.534,32 | 0,89 | 0,94 | 0,52 | 0,66729 | 11.896.583,7346 | 0,6194 | -0,0479 | |
| 12.138 | VINAROS | 5.301,5 | 7.107,7 | -1.806,25 | 92.601.179,3 | 124.151.000 | -31.549.820,65 | 1,03 | 1,04 | 0,68 | 0,81843 | 13.897.552,7606 | 0,7419 | -0,0765 | |
| 46.013 | ALBORAYA | 6.665,1 | 6.101,9 | 563,12 | 74.275.383,3 | 68.000.000 | 6.275.383,31 | 0,95 | 1,05 | 1,18 | 1,11067 | 11.147.223,6713 | 0,9328 | -0,1779 | |
| 46.019 | ALCUDIA (I) | 3.273,2 | 5.991,6 | -2.718,44 | 32.777.552,8 | 60.000.000 | -27.222.447,19 | 0,83 | 0,93 | 0,53 | 0,66095 | 4.919.243,7150 | 0,4581 | -0,2029 | |
| 46.031 | ALGNËT | 3.332,6 | 5.825,9 | -2.493,35 | 37.181.681,2 | 65.000.000 | -27.818.318,78 | 0,80 | 0,98 | 0,53 | 0,65994 | 5.580.213,7740 | 0,4664 | -0,1935 | |
| 46.054 | BENETUSSE | 3.672,9 | 6.659,5 | -2.986,58 | 51.292.370,7 | 93.000.000 | -41.707.629,34 | 1,03 | 0,88 | 0,69 | 0,79486 | 7.697.941,1326 | 0,5140 | -0,2808 | |
| 46.060 | BENIFAIO | 2.848,8 | 4.737,4 | -1.888,55 | 34.399.701,6 | 57.204.000 | -22.804.298,40 | 0,88 | 0,92 | 0,48 | 0,63596 | 5.162.695,2403 | 0,3987 | -0,2373 | |
| 46.081 | CANALS | 5.895,2 | 5.518,0 | 377,18 | 69.763.535,5 | 65.300.000 | 4.463.535,47 | 0,88 | 0,89 | 1,04 | 0,97912 | 10.470.087,1180 | 0,8250 | -0,1541 | |
| 46.085 | CARLET | 3.496,8 | 6.447,2 | -2.950,44 | 48.541.974,5 | 89.500.000 | -40.958.025,50 | 0,78 | 0,97 | 0,54 | 0,66558 | 7.285.162,6344 | 0,4894 | -0,1762 | |
| 46.105 | CULLERA | 6.387,6 | 7.762,0 | -1.374,42 | 122.616.657,2 | 149.000.000 | -26.383.342,84 | 0,91 | 0,82 | 1,02 | 0,96555 | 18.402.265,2209 | 0,8939 | -0,0716 | |
| 46.147 | LIRIA | 9.150,6 | 5.193,0 | 3.957,58 | 122.581.774,4 | 69.566.000 | 53.015.774,35 | 0,90 | 0,88 | 0,69 | 0,76952 | 18.397.030,0221 | 1,2806 | 0,5111 | |
| 46.164 | MASSAMAGRELL | 3.930,9 | 5.166,7 | -1.235,74 | 47.171.088,1 | 62.000.000 | -14.828.911,87 | 0,83 | 0,82 | 0,69 | 0,74482 | 7.079.420,4855 | 0,5501 | -0,1947 | |

| CUADRO 1.- Participación Incondicional, Capacidad y Necesidad de los Municipios Valencianos Mayores de 10.000 Habitantes. FIVAM, FNCM, Indicadores y Diferencias Absolutas y "Per Capita", 1986. | | | | | | | | | | | | | | |
|--|-----------|--------------|--------------|-----------|---------------|-------------|----------------|--------------|--------------|--------------|--------------|-----------------|--------------|-------------|
| NINE | POBLACIÓN | FIVV CN4A | FNCM CAPI | D12 | FIVN4A | FNCMPTA | D11 | IBFAC TEC | IBFP VEHI | IBFP INMU | IACA FISC | INCAM N4A | IANEF N4A | DIFE REN |
| 46.171 | MONCADA | 4.306,4 | 5.560,8 | -1.254,40 | 77.054.959,1 | 99.500.000 | -22.445.040,87 | 0,89 | 0,87 | 0,80 | 0,82968 | 11.564.381,4414 | 0,6027 | -0,2270 |
| 46.186 | PAIPORTA | 3.815,6 | 5.122,6 | -1.307,01 | 57.142.228,1 | 76.716.000 | -19.573.771,90 | 0,92 | 0,82 | 0,70 | 0,77063 | 8.575.885,7017 | 0,5340 | -0,2366 |
| 46.194 | PICASSENT | 7.967,1 | 6.195,2 | 1.771,95 | 114.455.884,6 | 89.000.000 | 25.455.884,63 | 0,80 | 0,80 | 1,28 | 1,09499 | 17.177.499,3213 | 1,1150 | 0,0200 |
| 46.205 | PUCOL | 5.274,6 | 4.696,6 | 577,98 | 63.453.107,8 | 56.500.000 | 6.953.107,77 | 0,93 | 0,86 | 0,94 | 0,92674 | 9.523.020,3254 | 0,7382 | -0,1886 |
| 46.213 | REQUENA | 17.431,2 | 6.433,1 | 10.998,04 | 306.997.548,5 | 113.300.000 | 193.697.548,47 | 0,76 | 0,85 | 0,43 | 0,57299 | 46.074.085,2022 | 2,4395 | 1,8665 |
| 46.230 | SILLA | 5.355,9 | 5.706,5 | -352,60 | 86.315.393,2 | 92.000.000 | -5.684.606,80 | 0,90 | 0,80 | 0,91 | 0,89252 | 12.954.184,1633 | 0,7493 | -0,1432 |
| 46.249 | UTIEL | 9.212,4 | 6.280,9 | 2.931,51 | 110.005.135,9 | 75.000.000 | 35.005.135,89 | 0,55 | 0,82 | 0,52 | 0,58014 | 16.599.532,4693 | 1,2893 | 0,7091 |

4. CONCLUSIONES FUNDAMENTALES.

Las conclusiones sobresalientes son las siguientes:

A).- Por motivos técnicos inherentes al MCP, no se puede utilizar éste para evaluar la necesidad de los municipios valencianos integrados por estratos de población.

B).- Inicialmente, el escenario de esfuerzo fiscal no puede ser estudiado empíricamente y sí el de equilibrio local en sus variantes Y y Z (amplia y suficiente sin estratos) al no requerir de estratos y utilizar el concepto de capacidad respecto a la media de los municipios. Posteriormente se concreta que únicamente es posible aplicar el escenario Z a la realidad de los municipios valencianos.

C).- El indicador agregado de capacidad para cada uno de los municipios es función de los índices de actividad económica, de parque de vehículos y de propiedad inmueble, es decir:

$$IACAFISC = 0,2190 \text{ IBFACTEC} + 0,1646 \text{ IBFPVEHI} + 0,6164 \text{ IBFPINMU}$$

D).- La única variación a retener en el contexto de la necesidad es la "g" (se identifica o representa cada CP con una o varias variables que tienen la más alta correlación con el componente).

E).- Se han hallado 42 CP (tantos como variables originales). De ellos, los siete primeros explican el 96% de la variación total posible (original), por lo que son retenidos.

F).- Los siete componentes principales, el peso porcentual y la denominación de cada uno de ellos y la o las variables que los identifican son:

- CP1: 74,73%, TAMAÑO; valor catastral en la contribución urbana (CTURVC86).
- CP2: 7,08%, SUPERFICIE GENERAL; superficie agrícola (SAGR84M2), superficie del término municipal (SUPE84M2) y superficie de vías pecuarias (SVIASP85).
- CP3: 5,61%, ACTIVIDAD AGRÍCOLA; valor catastral en la contribución territorial rústica (PRMGCTRP) y población agrícola (POBLAGRI).
- CP4: 3,91%, ACTIVIDAD TURÍSTICA; número de habitaciones en establecimientos hoteleros (HABITA86).
- CP5: 3,76%, ACTIVIDAD INDUSTRIAL; consumo de energía eléctrica con fin industrial (KWHINDUS).
- CP6: 26,7%, DENSIDAD; densidad de población (DENSIDAD).
- CP7: 2,24%, SUPERFICIE FLUVIAL; superficie de ríos y lagos (SRIO84M2).

G).- El índice de desigualdad inicial para los ingresos propios municipales, IW1, es 0,469977. La obtención de una subvención por los ayuntamientos valencianos siguiendo el sistema de distribución del FNCM, permite reducir en el 4,50 por ciento las disparidades intermunicipales en los ingresos, ya que el coeficiente de Williamson para este caso, IW2, es 0,448820. Pero es el sistema de participación defendido en este trabajo de investigación el que mejora sustancialmente la nivelación intermunicipal, con respecto al supuesto anterior, en un 216,31% y disminuye las desigualdades, con relación a la situación inicial, en el 14,24 por ciento, al deducirse que $IW3N4A = IW3 = 0,403056$.

H).- A la vista de los datos expuestos en el cuadro I, de la información que atañe a todos los demás y que no ha podido ser presentada aquí y de los resultados conjuntos obtenidos, quizá la enseñanza fundamental que se extrae es: al considerar necesidades y capacidades relativas entre todos los entes locales, la presencia de una gran heterogeneidad entre ellos induce a que siempre son los más poblados los que pueden hacer frente a su necesidad con su capacidad, mientras que los más pequeños son los que requieren de un más elevado apoyo financiero ya que no logran por sus propios medios cubrir sus necesidades acudiendo a sus capacidades. Evidentemente, la necesidad absoluta es mucho mayor en los municipios con más habitantes y mucho menor en los de menos población. Pero es al reflexionar en términos "per capita" donde las distancias se reducen o incluso se transforman en una relación inversa: los mayores no necesitan tantas transferencias por habitante y los menores sí las precisan en mayor cuantía. De lo que se desprende la dificultad en reducir las desigualdades por métodos que incluyan la diferencia entre necesidad y capacidad.

I).- Aún considerando

- a) las imperfecciones que entraña el método de evaluación de las necesidades financiero-fiscales que en este trabajo de investigación se propugna,
 - b) la notable heterogeneidad inherente a los municipios valencianos y las diferencias en sus capacidades y necesidades que desembocan en que sólo los más poblados puedan cubrir las segundas con las primeras y
 - c) la participación en un sistema de distribución de transferencias que únicamente considera la necesidad relativa de estos entes locales,
- el FIVAM, sin tener en cuenta en ningún momento la capacidad de cada ente local, permite que, en gran medida, cada ayuntamiento reciba una subvención que respeta esa diferencia entre necesidad y capacidad, esa posibilidad de cubrir o no la primera con la segunda. En resumen, que el FIVAM otorga una transferencia mayor que el FNCM a aquéllos que tienen más dificultades para hacer frente a sus necesidades financiero-fiscales utilizando sus capacidades financiero-fiscales.

J).- Como confirmación de lo señalado en la conclusión anterior, y atendiendo a la comparación entre necesidad menos capacidad (columna DIFEREN del cuadro I) y ganancia neta resultante con el FIVAM frente al FNCM (columna D11 del cuadro I), se resalta la gran coherencia en los resultados conseguidos con el sistema de distribución del FIVAM si se contrastan los entes locales que más ganan con este reparto y los más necesitados.

De los 360 municipios que, de forma relativa, no cubren su necesidad con su capacidad, únicamente 13 (2,42% del total) no logran una más alta transferencia con el FIVAM que la que reciben del FNCM y 347 (64,74%) sí la consiguen. A su vez, de los 174 entes locales con necesidad menor que su capacidad (o sea, que relativamente pueden hacer frente a la primera), 127 (23,69%) no perciben una más elevada subvención con el FIVAM que con el FNCM, mientras que 47 la alcanzan (8,77%).

Es decir, el paralelismo en el contraste no se mantiene en 60 supuestos (11,19%) y sí en los otros 474 (88,43%; no se dispone de datos para Alquerías del Niño Perdido y Domeño). Lo anterior se debe al método de estimación de la necesidad, al sistema de distribución inherente al FIVAM y a las características de los municipios en cuestión.

En consecuencia, el sistema defendido en el presente trabajo de investigación sobre participación incondicional de los municipios valencianos en los ingresos de la Comunidad Autónoma Valenciana (PIMICAV), o sea, el Fondo Incondicional Valenciano Municipal (FIVAM), sin requerir la inclusión de la diferencia entre necesidad y capacidad financiero-fiscales en ninguna ecuación específica, distribuye las subvenciones a los ayuntamientos de tal manera que, en cerca del 90% de los casos, logra ajustarse a un esquema de reparto que considerase tal diferencia. O sea, transfiere en mayor medida a los más necesitados y con menor riqueza (aquellos que no alcanzan, de forma relativa, a cubrir su necesidad con su capacidad) y relativamente menos a los que poseen más capacidad con la que hacer frente a su necesidad.

5. BIBLIOGRAFIA

ACIR (1987): A Catalog of Federal Grant-In Aid Programs to State and Local Government: Grants Funded by 1987, Advisory Commission on Intergovernmental Relations, Washington DC 20575, U. S. Government Printing Office, M-153, August, pp. 50.

ACIR (1990a): 1988 State Fiscal Capacity and Effort, Advisory Commission on Intergovernmental Relations, Washington DC 20575, U. S. Government Printing Office, M 170, August, pp. 160.

ACIR (1990b): Representative Expenditures: Addressing the Neglected Dimension of Fiscal Capacity, Advisory Commission on Intergovernmental Relations, Washington DC 20575, U. S. Government Printing Office, M-174, pp. 150.

ALCANTUD MARÍN, F. (1984): Análisis Factorial, Centro Editorial de Servicios y Publicaciones Universitarias S.A., Valencia, pp. 219.

AZNAR, A., MARTÍNEZ, C., SANSO, M., APARICIO, M. T., Y TRIVEZ, F. J. (1984): Estudio sobre la Distribución del Fondo Nacional de Cooperación Municipal, Departamento de Econometría, Facultad de Ciencias Económicas y Empresariales, Universidad de Zaragoza (también en FEMP -1985b-).

BARÓ LLINAS, J., Y MARTÍNEZ BORONAT, J. M. (1988): "Estratificación económica de Baleares. Un enfoque parcial", Estudios Regionales, nº 21, pág. 17-36.

BASULTO, J. (1985): "Análisis de componentes principales", Documento de Trabajo, Departamento de Estadística y Econometría, Universidad de Sevilla, pp. 16.

BERTIER, P., Y BOUROCHE, J. M. (1981): Analyse des Données Multidimensionnelles, Presses Universitaires de France, Paris.

BOSCH-DOMÉNECH, A. ET ALIA (1988): Cinco Estudios sobre la Financiación Autonómica, Instituto de Estudios Fiscales, Madrid, pp. 427.

BRAMLEY, G. (1990): Equalization Grants and Local Expenditure Needs: The Price of Equality, Aldershot, Avebury, U. K., pp. 296.

BUY, J. (1979): Contribution à une Reconnaissance Géo-Economique de l'Europe Seconde, Série d'Etudes, n° 27, Conseil de l'Europe, Strasbourg, pp. 60.

CABRER, B., MÁS, M., Y SANCHO, A. (1991): "Necesidades, dotaciones y déficits en las comunidades autónomas", Monografía del Instituto Valenciano de Investigaciones Económicas, WP-EC, 91-07, diciembre, pp. 38.

CASTELLS, A., Y FRÍGOLA, R. (CEP) (1986): Las Subvenciones Intergubernamentales en la Financiación de los Municipios, Ayuntamiento de Lérida.

COMMISSION DES COMMUNAUTÉES EUROPÉENNES (1984): Les Régions de l'Europe, Série Documents, Commission des Communautés Européennes, Luxembourg (deuxième rapport périodique sur la situation et l'évolution socio-économique des régions de la Communauté; versión en español: C.C.E., Las regiones de Europa, serie C.E.E., COM-84-4D final, Banco Exterior de España, pp. 290).

CONSEIL DE L'EUROPE (1979): Contribution à une Reconnaissance Géo-économique de l'Europe Seconde, Série d'Etudes, n° 27, Strasbourg, pp. 60.

FEMP (1985): Las Subvenciones Intergubernamentales en la Financiación de los Municipios: Análisis, Experiencia Comparada y Propuestas para el Caso Español, Federación Española de Municipios y Provincias, Madrid.

FVMP (1987): "Fondo de cooperación municipal de la Comunidad Valenciana", Documento de Trabajo, Federación Valenciana de Municipios y Provincias, junio, Valencia, pp. 18 (ej.mec.).

MIÑANA SIMÓ, J. S., Y ROIG ALONSO, M. (1989): "Modelos de distribución de un fondo incondicional de recursos financieros, según capacidades y necesidades de los municipios valencianos: una primera aproximación", Actas de la XV Reunión de Estudios Regionales, 29-30 de Noviembre y 1 de Diciembre, Murcia, pág. 525-538.

MIÑANA SIMÓ, J. S. (1992): "Aproximación geo-socio-económica al primer nivel de gobierno: algunos casos de municipios valencianos", actas del Segundo Congreso de Economía Valenciana, diciembre, Castellón.

MIÑANA SIMÓ, J. S. (1994): "La tipología municipal y la creación de un fondo incondicional valenciano-municipal (FIVAM)", Estudios de Economía Aplicada, VIII Reunión Anual de ASEPELT-España, volumen IV, Universitat de les Illes Balears, Palma, pág. 373-381.

MIÑANA SIMÓ, J. S. (1995): "Características geo-socio-económicas del gobierno local: los municipios valencianos", actas del II Encuentro de Economía Pública, 10 y 11 de febrero, Salamanca.

POMMERHNE, W. W. (1977): "Quantitative aspects of federalism: a studies of six countries", en Oates, W. E. (ed.) (1977), The Political Economy of Fiscal Federalism, Lexington Books, Lexington, Massachusetts, pág. 275-355.

SIERRA MARTÍNEZ, M. A. (1986): Análisis Multivariante. Teoría y Aplicaciones en Economía, Ediser, Servicios Editoriales, Barcelona, pp. 350.

LAS DISPARIDADES COMARCALES EN EL NIVEL DE VIDA EN CATALUÑA

LUCIA QUADRADO MERCADAL
ENRIQUE LÓPEZ BAZO

Dep. de Econometría, Estadística y Economía Española
Facultad de CC. Económicas y Empresariales
Universidad de Barcelona

1. INTRODUCCION¹

La evolución de la sociedad occidental, tras la segunda Guerra Mundial, trae consigo la consolidación de un nuevo marco teórico en el que los analistas contemplan no sólo los aspectos económicos sino también los aspectos sociales que tienen una repercusión sobre los individuos. Es a partir de este momento cuando los investigadores formados bajo esta corriente señalan que *"cuando un país ha alcanzado el nivel mínimo de renta lo importante es mejorar las condiciones de vida de sus habitantes"*. ¿Significa que estamos ante una situación en la que podemos afirmar que es necesario medir la realidad social para llegar a entender el estado de la economía de nuestro país?. Creemos que ello debe ser así puesto que los organismos públicos cada vez tienen mayor interés en ajustar las políticas sociales y de protección al ciudadano con las económicas.

Desde mediados de los años sesenta y hasta la actualidad se han realizado diversos trabajos con el objeto de medir a través de indicadores sociales la evolución y las necesidades en determinadas áreas -llamadas también componentes- como cultura, sanidad, servicios sociales, etc.

En el ámbito español destacaríamos, entre otras, la aportación de Pena (1977). La metodología específica utilizada en dicho trabajo merece ser destacada puesto que es una aplicación concreta a la medida del bienestar. Por su parte, el INE elabora una serie de publicaciones iniciadas en 1981 con la monografía que lleva el título *"Medida del bienestar social. Progresos realizados en la elaboración de los indicadores sociales"* y cuya última aportación es el N°0 de *"Indicadores Sociales"* del año 1991. La característica de este último estudio es la contribución metodológica efectuada. La técnica de análisis multivariante es aplicada para los datos de las comunidades autónomas (CCAA) en distintos años.

El objetivo de nuestro trabajo consiste en determinar y localizar las disparidades territoriales en el bienestar, según el enfoque del nivel de vida, para las comarcas catalanas, así como realizar un estudio de la evolución de las mismas para los últimos años. A través de la elaboración de indicadores sintéticos de nivel de vida será posible definir un mapa de déficits y superávits existentes en las comarcas respecto a este tipo de indicadores. Cabe resaltar el hecho de que actualmente la descentralización de las competencias en estas materias por parte de las Administraciones Públicas

¹Esta comunicación se incluye en el proyecto de investigación financiado por la DGICYT PB91/0438.

es cada vez mayor. La consecuencia es que la responsabilidad de formular las políticas de planificación social queda en manos de la Administración Autonómica correspondiente -en nuestro caso la Generalitat de Catalunya-. Por lo tanto, el conocimiento deberá ser no sólo para el conjunto de nuestra comunidad sino también para cada una de las comarcas que comprenden su territorio.

Los datos utilizados proceden de diversas fuentes. Todos aquellos relacionados con la población provienen del Padrón de 1986 y del Censo de habitantes de 1991, mientras que el resto de magnitudes son recopiladas por el Institut d'Estadística de Catalunya.

El presente trabajo toma el año 1991 como punto de referencia para el análisis de las disparidades en términos de nivel de vida en las comarcas catalanas, efectuándose también un estudio de la evolución de las mismas respecto a la situación existente en 1986.

2. BIENESTAR, NIVEL DE VIDA Y OTROS CONCEPTOS: ALGUNAS APLICACIONES DE LOS INDICADORES SOCIALES.

La medida del bienestar ha sido en los últimos años una de las preocupaciones básicas de las instituciones públicas. Los principales teóricos del bienestar afirmaban que éste era fruto del crecimiento económico y el desarrollo regional. La teoría clásica del desarrollo sostenía el hecho de que el individuo es más feliz cuanto más rico es, lo que suponía alcanzar un determinado nivel de bienestar al alcanzar uno de riqueza.

Desde los años sesenta los investigadores en el campo social y económico han tratado de medir las principales preocupaciones en el área social con una metodología que en Bauer (1966) se denomina *Indicadores Sociales*. Este concepto engloba aspectos relacionados con la salud, la cultura, la educación, etc., que no contemplan los principales indicadores económicos. Tal vez, la aparición del término y su utilización ha sido consecuencia de la imposibilidad de equiparar la economía del bienestar a una ciencia pura y con aplicaciones de tipo estadístico.

Actualmente los autores más relevantes mantienen que el concepto de indicador social se aplica básicamente para estudiar la dimensión social de la economía. Con ello queremos hacer hincapié en el hecho de que la sociedad está compuesta por individuos, que son el sujeto y objeto del desarrollo socioeconómico (Setién, 1989). Por tanto, la economía deberíamos estudiarla interrelacionando el factor económico con el factor social, puesto que sería inimaginable un tratamiento de ambos que no fuera paralelo. Las cuestiones que podemos extraer son por una parte, decidir quien es el juez del bienestar, si uno mismo o bien un observador imparcial -el Estado que facilita el bienestar-. Por otro lado, el ya conocido problema de los indicadores sociales consistente en la selección de indicadores y su construcción.

Las aplicaciones de los indicadores sociales han pasado por diversas fases dependiendo de la corriente teórica vigente. De esta forma se ha ido perfilando la necesidad de ampliar la información que nos ofrecen los indicadores macroeconómicos. Así, a principios de la década de los cincuenta la teoría desarrollista hablaba del desarrollo económico y de la medida del PIB como método de análisis

del bienestar. En esos momentos las organizaciones mundiales, como la ONU o la OCDE, intentaban explicar cómo los países se recuperaban tras la crisis originada por la II Guerra Mundial. Las críticas surgen en la década de los setenta cuando algunos países experimentan el "crecimiento cero", que implicaba un incremento del bienestar nulo.

Es a partir de estos momentos cuando el papel de las organizaciones mundiales se hace preponderante. De este modo, la Comisión de Estadística de la Naciones Unidas intentó definir y medir los niveles de vida atendiendo a los campos de actuación social como salud, consumo de alimentos y nutrición, educación, ocupación, vivienda, seguridad social y libertades humanas.

Ello se tradujo en la recopilación de un sistema de Estadísticas Sociales y Demográficas (SESD) a partir de 1976 por parte de la ONU; y en la elaboración por la UNESCO, la OCDE o el Banco Mundial, de informes dedicados a las políticas de planificación social. A partir de entonces el problema del bienestar pasaba a ser analizado desde la óptica de los seres humanos y el entorno físico que les rodea.

La bibliografía económica también hace referencia a los sistemas de contabilidad social. El Sistema Europeo de Cuentas Económicas Integradas (OSCE, 1970) se estructura como un conjunto de cuentas de las cuales se pueden extraer no sólo las macromagnitudes económicas sino también aquellas magnitudes relativas a la situación de la realidad social.

Finalmente, y desde el punto de vista microeconómico, el bienestar del individuo se ha medido a través de la renta personal y su distribución. La dificultad de esta metodología se centra en la imposibilidad de que sea aplicada íntegramente al cálculo del bienestar. Como análisis teórico se fundamenta en la teoría del consumidor donde las preferencias individuales son conocidas y se pueden ordenar, en la construcción de funciones de bienestar que maximizan la utilidad del individuo en determinados bienes y servicios y en la posibilidad de agregación de las mismas para todos los individuos que conforman la sociedad.

Si bien consideramos que las bases de partida son buenas -aunque no aplicables-, éstas presentan un importante inconveniente: el no poder abandonar los juicios de valor implícitos en los criterios de elección individual. Es decir, si presuponemos que cada individuo es el mejor juez de su propio bienestar, podrá elegir aquello que él mismo considere mejor. Si las funciones individuales de bienestar fueran agregables, sería muy difícil que todo un colectivo llegara a un acuerdo unánime en el que el bienestar de cada uno de nosotros fuera el bienestar de todos.

Concluyendo, sea cual sea la metodología que apliquemos en la medida del bienestar, no podemos dejar de lado el aspecto subjetivo del mismo.

Hasta aquí nos hemos referido al concepto global del bienestar. Pero no debemos olvidar que el bienestar es un concepto de carácter multidimensional lo que implica diferenciar el bienestar en términos objetivos y subjetivos. Este es un aspecto en el que no existe unanimidad a la hora de determinar si realmente es necesario o no medir el bienestar desde un enfoque más subjetivista.

Como resultado de las anteriores afirmaciones distinguiremos a partir de aquí ambos aspectos. Denominamos *nivel de vida* a la disposición que en un determinado momento del tiempo tienen los miembros de una sociedad de un conjunto de bienes y servicios, que de carácter público o privado, son susceptibles de cuantificación. Por lo tanto equivale a la idea de stock (Pena, 1977) de las condiciones de vida. Sería el nivel de renta, la riqueza personal, el número de hospitales a los que tenemos acceso, las escuelas y universidades o los servicios sociales de nuestra ciudad. Hemos considerado importante medir el nivel de vida a través de un indicador sintético y también con los indicadores parciales para cada componente, puesto que en ambos casos el objetivo es descubrir cuáles son las disponibilidades sociales de los individuos. Tanto en España como en el resto del mundo se han elaborado estudios del nivel de vida, que no dejan de ser simplemente análisis de la infraestructura social del país. La información derivada de los resultados ofrece una definición abstracta de lo que es la sociedad estudiada aunque es de gran utilidad para conocer los medios que tiene a su alcance.

El otro aspecto que hemos mencionado es el de la *calidad de vida*. Este está relacionado con la satisfacción del nivel de vida de los individuos, la dimensión subjetiva o el conocimiento de la situación actual de las personas así como de sus preferencias.

Aunque en estos momentos no podamos evaluar la calidad de vida -no existen datos a este respecto- algunos autores afirman que no tiene sentido preguntar a la gente sobre la satisfacción de su nivel de vida (Erikson, 1993). Esta hipótesis se fundamenta en que la satisfacción depende de las aspiraciones individuales, las cuales generalmente las personas las adaptamos según los recursos y condiciones que tengamos en cada momento.

Es importante tener presente los inconvenientes ya conocidos por los investigadores. La información estadística en este campo no es tan amplia como en el caso de la económica, las fuentes tienen un carácter heterogéneo -por tanto no comparables-; existe información redundante; en la recogida de datos la definición de las variables puede modificarse a lo largo del tiempo y, además, su medición se realiza en períodos temporales distintos.

3. BREVE DESCRIPCIÓN METODOLÓGICA

Este trabajo se enmarca en el estudio del nivel de vida en el territorio catalán. La distribución territorial actual de Cataluña comprende 41 comarcas en una superficie de aproximadamente 31.000 km².

El primer problema que se encuentra en la elaboración de un sistema de indicadores sociales sintéticos es el de la selección inicial de los indicadores correspondientes a cada componente. Tal y como argumenta Horn (1993), los indicadores utilizados en el análisis del bienestar se caracterizan por tener una definición que implícita o explícitamente incorporan varios significados. Por otra parte, no debemos olvidar que los indicadores sociales, por ser sociales, tienen un factor subjetivo referente a cómo perciben los individuos el bienestar, aunque los datos disponibles se encuentren en términos monetarios u otro tipo de unidades de medida. Finalmente, los indicadores deben proporcionar una información lo más amplia posible, de forma que según Bauer "*podamos valorar dónde estamos y hacia dónde vamos*".

En resumen, en primer lugar se han determinado los posibles significados de los indicadores, lo que también nos ha facilitado la delimitación de cada una de las componentes. Se han obtenido siete componentes: población, sanidad, servicios sociales, educación, cultura, recursos económicos y recursos naturales. En segundo lugar, se han expresado los indicadores en relación a la superficie o a la población dependiendo de la naturaleza de los mismos -es decir, el número de hospitales se ha relativizado a la población mientras que la superficie cultivable a la total-. Por último, se ha intentado recoger el mayor número de datos posible con el fin de tener una información amplia, aunque ello suponga que la misma sea redundante en algunos casos.

El total de variables para el estudio es de 67 para las 41 comarcas catalanas. Algunas de las magnitudes consideradas en trabajos de esta índole (por ejemplo, vivienda, condiciones de hábitat y medio ambiente) no han podido ser incluidas en el análisis debido a la no disponibilidad de la información a nivel comarcal para las mismas.

El método empleado para la construcción de los citados índices está basado en el concepto de distancia. Los indicadores que se desprenden de la distancia satisfacen las condiciones que se exige en cualquier espacio métrico (Zarzosa, 1992): no negatividad, conmutatividad y desigualdad triangular. Estos indicadores permiten la comparación interespacial, es decir entre comarcas, y son invariantes respecto a la base de referencia que se toma para cada comarca.

En los últimos años la mayor parte de los investigadores han escogido técnicas de análisis multivariante para la construcción de indicadores sintéticos del bienestar. En párrafos anteriores ya apuntábamos que ésta es la metodología seguida por el INE. El motivo es que estas herramientas posibilitan reducir el exceso de información disponible; con unos pocos factores conseguimos resumir prácticamente toda la información. Según Pena, debemos tener en cuenta que ambos métodos son válidos y a la vez complementarios.

En este trabajo se ha optado fundamentalmente por emplear una modificación del método de la Distancia-P, propuesto por Pena, conocido como DP2. Las características del indicador construido de esta forma permiten comparar a las comarcas entre sí en el mismo, con lo que se cumple uno de los objetivos básicos del estudio: el de obtener un mapa de diferencias territoriales en términos de nivel de vida en Cataluña.

Formalmente la expresión de este indicador es la siguiente:

$$DP2_i = \sum_{j=1}^n \frac{d_{ij}}{\sigma_j} (1 - R_{j,j-1,j-2,\dots,1}^2)$$

donde $d_{ij} = x_{ij} - x_{vj}$, es decir, la distancia del valor del indicador j en la comarca i respecto al valor de dicho indicador en el vector base de referencia (por ejemplo el valor máximo del indicador); σ_j es la desviación estándar del indicador j y $R_{j,j-1,j-2,\dots,1}^2$ es el coeficiente de determinación de la regresión del indicador j con los que le preceden. En dicha expresión, d_{ij}/σ_j es el indicador parcial de la componente j -ésima; y $(1 - R_{j,j-1,j-2,\dots,1}^2)$ es el factor encargado de eliminar la información contenida en las componentes precedentes.

El cálculo de la DP2 sigue un proceso iterativo en el que en cada iteración se van ordenando cada una de las componentes de manera que se elimine la información contenida en la anterior. La matriz de datos, en la que se han introducido los indicadores en signo negativo que afectan inversamente al nivel de vida, se va corrigiendo en función de los factores expresados en la fórmula anterior. Finalmente se obtiene una jerarquización para cada indicador suponiendo que el orden de entrada de éstos en la última iteración -una vez estabilizado el proceso- se corresponde con la aportación de información al indicador sintético obtenido. Esto es, se consigue una ordenación de los indicadores en función de su influencia en el indicador final elaborado.

En nuestro caso hemos seguido la metodología de la DP2 pero se han analizado cada una de las componentes por separado. Es decir, se ha obtenido la ordenación inicial de los indicadores en cada componente y el indicador sintético parcial del mismo. Para el cálculo del indicador sintético del nivel de vida o indicador global, se han utilizado los indicadores de cada componente cuya correlación con el indicador sintético parcial fuese mayor. Se ha aplicado esta metodología para los dos años objeto de estudio (1986 y 1991)².

4. ANÁLISIS DE LOS RESULTADOS

4.1. INDICADORES PARCIALES.

Para analizar el nivel de vida de las comarcas se han construido, en primer lugar, los indicadores parciales correspondientes a cada una de las componentes. Dado que uno de los objetivos de este trabajo es el de estudiar la evolución que han experimentado las comarcas en los últimos años, se realizan los cálculos con los datos disponibles para 1991 y 1986.

De los aproximadamente 80 indicadores analizados para ambos años se han agrupado en siete componentes que se corresponden con áreas de preocupación social de la OCDE. Los principales resultados se sintetiza en la tabla al final del documento y se presentan a continuación:

* **EDUCACIÓN.** Los indicadores del sistema educativo hacen referencia a la situación actual de la enseñanza así como al grado de acceso de los ciudadanos a la escolarización. Se observa una importante diferencia en este indicador para las comarcas mejor y peor dotadas. Por lo que respecta a las de mejor situación destacan (en los tres primeros lugares) comarcas de montaña del extremo nor-occidental caracterizadas por las densidades de población más bajas del territorio catalán. A continuación aparece el Barcelonès, situándose el resto de comarcas con capitales de provincia en los lugares privilegiados. Por contra, las tres peores posiciones son ocupadas por comarcas del sur de Cataluña a las que acompañan otras del cinturón que rodea al Barcelonés. Existe un nivel de desigualdad importante en esta componente. Por ejemplo la comarca mejor situada presenta un nivel de dotación cuatro veces superior a la peor situada. Sin embargo, no se aprecian discontinuidades importantes, de lo que se desprende que no existe un grado de polarización elevado. En cuanto a la

²Los cálculos se han efectuado a través del programa FELIZ2 elaborado por F. Zarzosa Espina y P. Zarzosa Espina. Valladolid, 1992.

relación del índice obtenido con los indicadores empleados destacar que la mayor relación se observa respecto al nivel de estudios de la población y al ratio profesor/alumno en enseñanzas secundarias.

* **POBLACIÓN.** El indicador parcial de esta área nos permite estructurar la población catalana en tres grandes grupos. Un primer grupo, en el que englobaríamos las comarcas costeras y cercanas a la comarca del Barcelonés. Esta última actuaría de centro de atracción de población para ella misma y para las comarcas más próximas. En el segundo grupo integraríamos las comarcas de la zona central situadas más lejos de la comarca-centro que hemos considerado anteriormente. Por último, el tercer grupo lo formarían las más despobladas generalmente agrarias y muy alejadas del primer grupo. La jerarquización de los indicadores nos permite apreciar que variables como la población en edad laboral, el porcentaje de la población de más de 65 años (con una relación inversa), población con residencia en zonas urbanas o la tasa de defunciones son los indicadores que mantienen una correlación más elevada con el indicador parcial de población. El índice para esta componente nos revela entonces las importantes diferencias existentes en el territorio catalán en cuanto a la estructura de su población (oferta de trabajo potencial) y a su concentración en núcleos urbanos.

* **CULTURA.** En este caso, los resultados obtenidos para el indicador parcial sitúan a las comarcas con mayor presión en términos de población, como las más deficientes en infraestructura cultural. El valor del indicador de cada comarca queda entonces fuertemente condicionado al tamaño y densidad de la población. Es por ello que algunas comarcas que a priori podríamos pensar que disponen de mayores recursos se encuentran con valores del indicador muy bajos. Probablemente los resultados obtenidos cambiarían substancialmente si fuera posible considerar las características cualitativas de la oferta cultural. En cuanto a la jerarquización de los indicadores el mayor peso lo tienen los que se corresponden con infraestructuras de carácter público: bibliotecas, patrimonio histórico, entidades culturales, etc.

* **SANIDAD.** La definición de salud, según la OMS, es "*estado completo de bienestar físico, mental y social, no solo ausencia de enfermedad*". Uno de los principales problemas de los indicadores sociales se hace patente en este caso donde analizar la valoración de la salud personal resultaría interesante aunque sumamente difícil. Las comarcas más débiles lo son en función de un indicador donde no sólo se tiene en cuenta el número de hospitales o la atención hospitalaria, sino también la incidencia de las principales enfermedades sufridas por la población -medidas a través de la morbilidad-. La primera circunstancia a destacar en este indicador es la menor disparidad territorial en el mismo respecto a la existente en otras componentes. Por lo que respecta a las comarcas mejor y peor situadas no se aprecia una homogeneidad en el perfil de las mismas. Así, entre las que ocupan los primeros lugares se encuentran tanto el Segrià y el Tarragonès (comarcas con capitales de provincia) como el Alt Urgell, el Pallars Jussà (comarcas de montaña) o el Alt Camp, el Baix Ebre (comarcas del litoral sur). Las morbilidad en términos de enfermedades infantiles y comunes y el número de camas hospitalarias son los indicadores que más contribuyen a la formación del índice sintético de esta componente.

* **SERVICIOS SOCIALES.** Estos indicadores en términos generales hacen referencia a los servicios y ayudas que se ofrece a la población considerada como más desfavorecida. La dispersión de este índice es de las más altas de entre las componentes consideradas. Esta circunstancia podría ser debida a que la dotación de esos servicios en una comarca no limita sus efectos a la propia comarca sino también a las adyacentes. Tampoco se observan en este indicador pautas de comportamiento

homogéneas territorialmente dado que tanto al grupo de comarcas mejor como peor situadas pertenecen comarcas de características variadas. Los indicadores más relevantes en esta componente son las pensiones concedidas por enfermedades y los centros de integración social para la infancia y adolescencia.

* *RECURSOS ECONÓMICOS y RECURSOS NATURALES.* Con estas dos componentes hemos obtenido indicadores parciales relacionados con el concepto del desarrollo. Los recursos económicos y los naturales son los que permiten que una población tenga mayores o menores perspectivas de crecimiento futuro. Por el lado económico consideramos el indicador tradicional en la medida del bienestar que es la renta per cápita y otros indicadores relativos a la capacidad industrial, la ocupación y el empleo. La dotación en recursos naturales es importante tanto para las generaciones actuales como las futuras. Para el mismo se han utilizado indicadores como la tierra cultivable o con pastos, la pérdida de tierras por incendios forestales, etc. En términos económicos podemos dividir las comarcas con mejor situación en dos grupos; por una parte, comarcas que no tienen una excesiva presión demográfica, en las cuales el peso del sector primario es más elevado que en el resto y que no se ven tan afectadas por las tasas de paro, más frecuente sobre todo en las comarcas industriales. Por otro, algunas comarcas industriales y turísticas. De entre las que ocupan las peores posiciones destacan el Barcelonès y comarcas industriales circundantes. El nivel de disparidades en esta componente también se encuentra entre las más elevadas. Los indicadores que más contribuyen al índice son la tasa de paro y las inversiones para la industria. Es interesante resaltar que en la jerarquización de los indicadores de esta componente la renta per cápita presenta una correlación muy baja con el índice de esta componente. Ello pone de manifiesto las limitaciones de utilizar como único indicador para la medida del bienestar la renta per cápita.

Con respecto al indicador de recursos naturales únicamente señalar que se produce una discontinuidad importante entre las comarcas con mayores núcleos de población y más industrializadas (con menor puntuación en el indicador) y las restantes.

4.2. INDICADOR GLOBAL.

El indicador global obtenido presenta unas características que nos permiten diferenciar las agrupaciones de comarcas que a continuación se exponen. En primer lugar, es significativo el hecho de que las capitales de las cuatro provincias catalanas destacan entre las más favorecidas y por tanto se encuentran entre las mejor dotadas en términos relativos al indicador global. En segundo lugar, consideramos que el efecto expansivo que tiene la comarca del Barcelonès se pone de manifiesto sobre comarcas adyacentes como el Vallès Occidental y el Baix Llobregat. Del mismo modo las comarcas circundantes con el Tarragonès engrosarían también el grupo de las mejor situadas. En un segundo nivel con unos valores próximos a los medios se sitúan algunas de las comarcas próximas al Segrià (Lleida) y al Gironès -ambas capitales de provincia-. Destaca también en este grupo intermedio, aunque con dotaciones por debajo de la media dos comarcas del cinturón que rodean al Barcelonès: el Maresme y el Vallès Oriental. Por lo que respecta a los niveles inferiores sobresalen comarcas de los extremos norte y sur del territorio catalán.

Los indicadores que más contribuyen a la definición del indicador global construido son por este orden: población con estudios intermedios, enfermedades infantiles, inversión industrial en ampliaciones, pensiones por enfermedad y porcentaje de la población con edades comprendidas entre 15 y 29 años.

Este indicador ha sido obtenido para el año 1986 con objeto de comparar la evolución del nivel de vida entre los dos periodos. Para hacer factible esta comparación se ha normalizado el indicador para ambos años, presentándose los resultados en el gráfico del final del documento. En él podemos observar que para el periodo analizado las comarcas que han visto incrementado su nivel de vida son en su mayoría comarcas costeras (Tarragonès, Maresme, Gironès, Garraf, Alt y Baix Empordà) y algunas comarcas de montaña (Ripollès, Garrotxa, Alta Ribagorça) y del interior (Solsonès, Bages, Anoia, Conca del Barberà, Segrià). Destaca la disminución observada en el Barcelonès. El resto de comarcas que ven disminuir su nivel de vida según el indicador calculado son comarcas del sur y del noroeste del territorio junto con algunas del interior entre las que destacan el Berguedà y Osona. En conjunto se observa como 20 comarcas aumentan su puntuación en el indicador entre los dos años analizados, mientras que 21 lo disminuyen. El coeficiente de variación nos indica un ligero aumento de las disparidades (0,18 en 1986 y 0,20 en 1991). La misma circunstancia se aprecia a través del ratio entre el valor máximo y mínimo del indicador (19,72 en 1986 y 22,10 en 1991). Del valor de la media se desprende también un leve incremento del nivel de vida en el territorio en su conjunto.

5. BIBLIOGRAFÍA

BAUER, R.A. (1966). *Social indicators*. Cambridge.

ERIKSON, R. (1990). Política de bienestar e investigación del bienestar. La experiencia sueca. *Sistema* 94-95, pp 39-49.

HORN, R.V. (1993). *Statistical indicators. For the economic and social science*. Cambridge.

INE (1986). *Medida del bienestar social. Progresos realizados en la elaboración de los indicadores sociales*. Madrid. (1991). *Indicadores Sociales*. Madrid.

OSCE. (1970). (Office Statistique des Communautés Européennes. *Système Européen de Comptes Economiques Intégrés (SEC)*. Luxemburgo. Referido en Pena (1977).

PENA, J.B. (1977). *Problemas de medición del bienestar y conceptos afines. Una aplicación al caso español*. INE. Madrid.

SANZ, A. Y TERÁN, M. (1988). Las disparidades sociales regionales. *Papeles de Economía Española*, nº34, 82-113.

SETIÉN, M.A. (1989). *La calidad de vida y su medida. Sistema de indicadores sociales para el País Vasco*. Tesis doctoral, Universidad de Deusto, Bilbao.

ZARZOSA, P. (1992). *Aproximación a la medición del bienestar social: Estudio de la idoneidad del indicador sintético "Distancia-P2"*. Tesis doctoral. Valladolid.

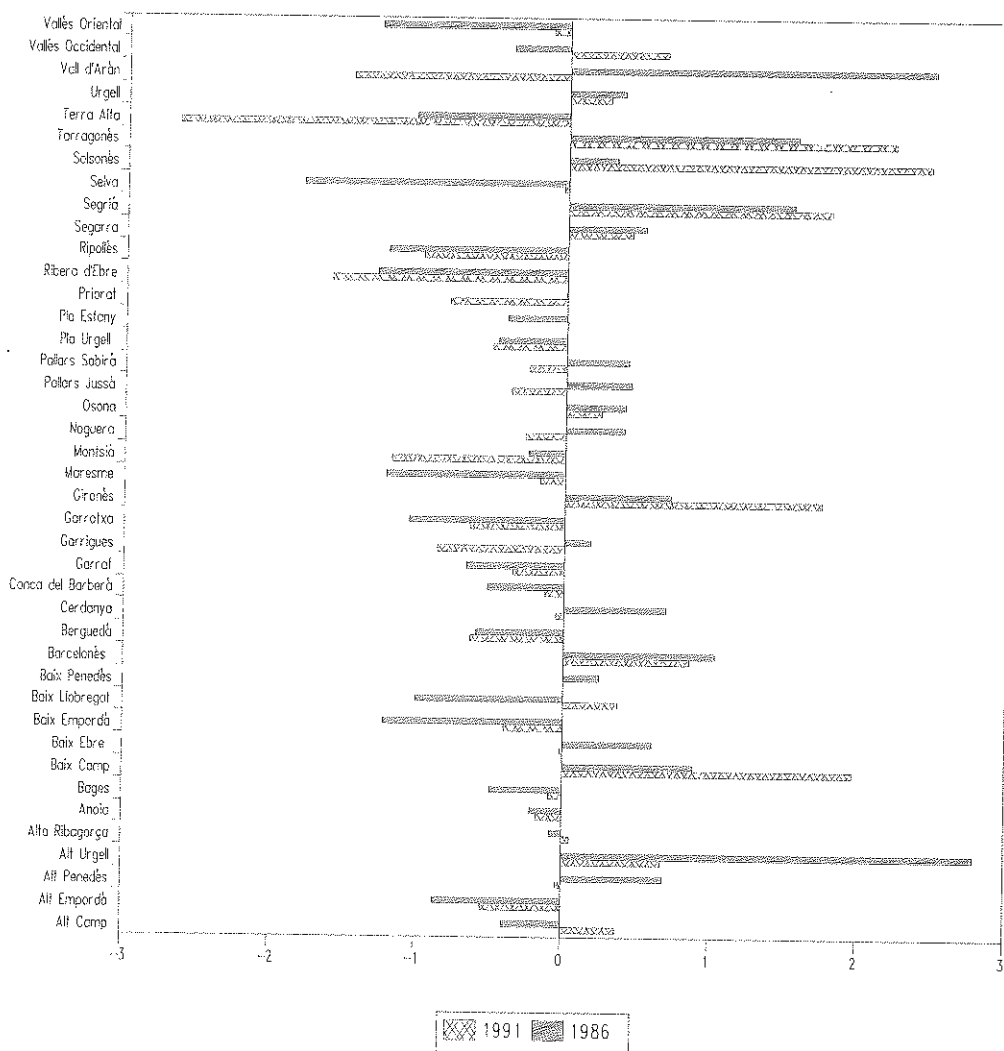
DESARROLLO LOCAL

| COMARCA | POB | CUL | SAN | RCN | SOC | EDUC | ECO | TOT |
|-------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| Alt Camp | -0.36 | 0.58 | 1.01 | 0.51 | -0.42 | -0.21 | -0.10 | 0.37 |
| A.Empordà | 0.13 | -0.32 | -1.05 | -0.58 | -0.27 | -0.19 | 0.10 | -0.54 |
| Alt Penedès | 0.03 | 0.23 | 0.52 | 0.32 | -0.18 | -0.24 | 0.64 | -0.03 |
| Alt Urgell | -0.30 | -0.06 | 1.06 | -0.42 | 1.15 | 0.45 | 2.34 | 0.68 |
| A.Ribagorça | 0.31 | 0.49 | -1.12 | -0.09 | -0.66 | 3.28 | 0.83 | 0.06 |
| Anoia | 0.35 | -0.57 | 0.53 | 0.10 | -0.10 | -0.65 | -0.69 | -0.17 |
| Bages | 0.24 | -0.35 | 0.65 | -0.23 | -0.88 | -0.03 | -1.36 | -0.09 |
| Baix Camp | 0.67 | -0.71 | 2.48 | -0.05 | 2.20 | -0.56 | -1.22 | 1.97 |
| Baix Ebre | -0.39 | -0.53 | 1.32 | -0.27 | 0.67 | -1.19 | -0.61 | -0.01 |
| B.Empordà | 0.57 | -0.14 | -0.09 | -0.88 | -1.12 | -0.90 | -0.50 | -0.39 |
| B.Llobregat | 1.74 | -1.71 | -0.08 | -0.40 | 0.74 | -1.03 | -0.93 | 0.37 |
| B.Penedès | 0.57 | 1.11 | 0.42 | 0.04 | -0.28 | -0.40 | -0.31 | 0.00 |
| Barcelonès | 2.92 | -1.53 | -0.05 | -1.79 | -0.17 | 1.45 | -0.94 | 0.36 |
| Berguedà | -0.67 | -0.18 | 0.73 | -0.38 | -1.20 | -0.34 | -0.92 | -0.63 |
| Cerdanya | -0.06 | 0.50 | 0.26 | 3.39 | -0.47 | 0.32 | 1.48 | -0.05 |
| C.Barberà | -1.31 | 2.96 | 0.32 | 0.22 | -0.62 | 0.11 | -0.86 | -0.13 |
| Garraf | 0.98 | -0.60 | -0.57 | -0.65 | 0.15 | -0.36 | -1.01 | -0.35 |
| Garrigues | -1.43 | 0.68 | -0.85 | 0.63 | 0.42 | 0.05 | 0.33 | -0.36 |
| Garrotxa | -0.24 | -0.07 | -0.88 | -0.01 | -0.70 | -0.32 | -0.11 | -0.64 |
| Gironès | 0.52 | -0.42 | 0.61 | -0.08 | 1.60 | 0.92 | 0.83 | 1.75 |
| Maresme | 1.12 | -1.28 | -0.31 | -0.46 | -0.33 | -0.80 | -1.11 | -0.16 |
| Montsià | -0.26 | -0.89 | -0.16 | 0.20 | 0.29 | -2.06 | 0.07 | -1.18 |
| Noguera | -0.77 | 0.54 | -0.15 | 0.39 | 0.50 | 0.12 | 0.14 | -0.27 |
| Osona | 0.57 | -0.07 | 0.04 | -0.17 | 0.00 | 0.15 | 0.40 | 0.24 |
| P.Jussà | -1.83 | 0.66 | 0.87 | -0.02 | -1.28 | 1.27 | 0.42 | -0.37 |
| P.Sobirà | -1.09 | 1.35 | -1.42 | -0.11 | -0.49 | 1.96 | 0.76 | -0.25 |
| P.d'Urgell | 0.15 | 0.05 | -0.54 | 0.59 | -0.63 | 0.85 | 1.45 | -0.50 |
| P.Estany | -0.71 | -1.26 | -1.52 | 2.54 | 1.63 | -0.69 | -0.31 | 0.01 |
| Priorat | -1.94 | 1.36 | -0.33 | -2.98 | 0.74 | 0.55 | -1.36 | -0.79 |
| Ribera Ebre | -1.24 | 0.28 | -1.12 | -1.74 | -1.12 | -0.28 | -0.45 | -1.60 |
| Ripollès | -0.43 | 0.64 | -0.13 | -0.07 | -1.44 | -0.94 | -0.22 | -0.97 |
| Segarra | -0.85 | 1.27 | -0.61 | 0.59 | -0.58 | 0.27 | 1.77 | 0.44 |
| Segrià | 0.42 | -1.17 | 1.67 | 1.44 | 2.60 | 0.48 | -0.67 | 1.80 |
| Selva | 0.80 | -0.76 | -0.86 | -0.31 | -0.57 | -1.02 | -0.09 | -0.02 |
| Solsonès | -0.14 | 0.74 | 1.33 | -0.25 | 1.95 | -0.42 | 2.66 | 2.48 |
| Tarragonès | 1.01 | -1.01 | 1.04 | -0.07 | 1.55 | 0.51 | 0.79 | 2.23 |
| Terra Alta | -1.52 | 0.23 | -2.30 | 0.00 | -0.61 | -1.49 | -1.11 | -2.65 |
| Urgell | -0.76 | 1.62 | 0.35 | 1.23 | 0.22 | 1.17 | -0.57 | 0.29 |
| Vall Aran | 0.48 | 1.23 | -2.19 | 0.00 | -1.39 | 1.72 | 1.41 | -1.46 |
| V Occident | 1.46 | -1.58 | 0.66 | -0.18 | -0.29 | -0.61 | -1.09 | 0.67 |
| V.Oriental | 1.24 | -1.30 | 0.50 | 0.02 | -0.61 | -0.85 | 0.07 | -0.11 |
| Media | 45.59 | 42.81 | 69.19 | 57.58 | 50.35 | 54.26 | 52.94 | 66.94 |
| CV | 0.41 | 0.45 | 0.18 | 0.22 | 0.44 | 0.26 | 0.33 | 0.20 |

Nota: POB: Población; CUL: Cultura; SAN: Sanidad; RCN: Recursos Naturales; SOC: Servicios Sociales; EDUC: Educación; ECO: Recursos Económicos; TOT: Total.

Los datos para cada una de las componentes se presentan normalizados. Media y coeficiente de variación (CV) corresponden a los datos originales en relación al valor máximo (=100).

1. The first step in the process of the research is to identify the research problem. This involves a thorough review of the existing literature to determine what has been studied and what gaps remain. The research problem should be clearly defined and stated in a concise manner.



EVOLUCIÓN DEL NIVEL DE VIDA EN LAS COMARCAS CATALANAS. 1986-1991.

ESTIMACION DEL NIVEL ECONOMICO MUNICIPAL

MARTA RENESES GUILLEN

RAMON MAHIA CASADO

Facultad de Ciencias Económicas y Empresariales
Universidad Autónoma de Madrid

1. ESTIMACION DEL NIVEL ECONOMICO MUNICIPAL

El proyecto del Atlas Comercial de España desarrollado en el Instituto Lawrence R. Klein, identifica y valora las áreas de atracción comercial que definen el territorio español desde una perspectiva económico-comercial.

Dado que un área comercial siempre difiere en mayor o menor medida de las divisiones político-administrativas, no puede aprovecharse convenientemente la información estadística provincial o regional, haciéndose necesario trabajar para el desarrollo de este proyecto con información a nivel municipal.

El Atlas Comercial, ha considerado siempre interesante disponer de una medida del nivel económico para cada uno de los más de 8000 municipios de España, tomando esta información hasta ahora del Anuario del Mercado Español de Banesto.

Sin embargo, este año, nos propusimos la estimación propia del nivel económico municipal, en concreto la renta bruta disponible por habitante escalada del 1 al 12, y el presente documento intentará describir el proceso seguido, los resultados más interesantes que hemos logrado y las posibilidades futuras de un proyecto que sigue en marcha.

Es evidente que la estimación del nivel económico para cada municipio, debe ser indirecta. Esto supone la utilización de una serie de variables municipales de naturaleza económica que se demuestren, en general, altamente relacionadas con el nivel de renta; analizando los valores de estas variables podremos aproximar la renta del municipio.

Sin embargo, para establecer de forma concreta la relación entre la renta y un conjunto de variables económicas, es necesario disponer de datos reales de renta municipal y es obvio que tal información no existe. (La renta facilitada por el A.M.E de Banesto es una estimación y por tanto no es válida para obtener explícitamente la relación buscada).

De esta forma, la relación entre la renta familiar disponible y un conjunto de variables explicativas, debe buscarse a nivel provincial. Una vez identificados los parámetros de la ecuación de regresión, podemos determinar la renta municipal sustituyendo los valores provinciales de las exógenas por valores municipales.

El Instituto Nacional de Estadística, publica en su Contabilidad Regional, la renta familiar disponible a nivel provincial. Creímos conveniente aprovechar esta nueva información como variable endógena en la relación buscada a nivel provincial, pero en la fecha en la que se inició la investigación sólo estaba disponible hasta 1989. Por tanto, como etapa previa a cualquier otra se hizo necesario prolongar la serie facilitada por el INE hasta 1992.

En definitiva, el proceso de obtención de la renta municipal se descompone en dos etapas completamente independientes:

1.- La predicción de los valores de la renta provincial ofrecida por el INE para el trienio 1990-1992. Esta etapa es, en principio, sencilla, puesto que basta con encontrar una relación entre la renta provincial y una serie de variables a período histórico 1985-1989. Hecho esto, dado que se dispondrá de información para las exógenas en período de predicción 1990-1992 se puede estimar el valor de la renta provincial para este trienio.

2.- Una vez que se dispone de una estimación de la renta provincial para 1992, se determinará una nueva ecuación de regresión que relacione esta renta con otro conjunto de variables provinciales de naturaleza económica. Una vez determinada la nueva ecuación de regresión, utilizamos valores municipales de las variables exógenas utilizadas para obtener la renta municipal.

Como puede observarse, no utilizamos la ecuación obtenida en la primera etapa para determinar el nivel económico municipal, a pesar de que relaciona la renta con una serie de indicadores. Debe recordarse que sería necesario disponer de información municipal sobre estas exógenas lo cual supondría una limitación a la hora de determinar la ecuación de regresión que mejor sirva al propósito de prolongar la serie del INE hasta 1992.

2. EXTRAPOLACIÓN DE LA RENTA FAMILIAR DISPONIBLE PROVINCIAL PARA EL PERÍODO 1990-1992 A PARTIR DE LA INFORMACIÓN DEL INE 1985-1989.

Como se ha comentado anteriormente, la información provincial constituye la base para la estimación de la renta municipal. El objetivo que el Instituto se plantea es la utilización de la Contabilidad Regional del INE, pero dado que este organismo sólo elabora la renta familiar disponible provincial para el período 1985-1989, se hace necesario obtener una predicción de la misma para los años 1990-1992.

A) OBTENCIÓN DE LA RENTA FAMILIAR DISPONIBLE POR HABITANTE PARA 1992.

La predicción de la renta se realiza a partir de la siguiente información:

- Los datos que el INE proporciona sobre renta familiar disponible provincial desde 1985 hasta 1989.
- La información contenida en una serie de variables económicas a nivel provincial.

Para cada año desde 1985 a 1989, se dispone de 50 datos, uno para cada una de las provincias españolas (excluidas Ceuta y Melilla). Se trata de elaborar un modelo uniecuacional que explique la renta familiar disponible provincial por habitante en función de una serie de variables de naturaleza económica. Una vez que se haya logrado un ajuste adecuado, se puede predecir el valor de dicha renta en 1990-1992 si se conoce el valor de las variables exógenas utilizadas en el período de estimación 1985-1989.

La econometría tradicional ofrece en principio dos vías de aprovechamiento de la información disponible: el análisis temporal y el transversal.

El primero de ellas consiste en la estimación del modelo uniecuacional propuesto con un corte transversal para el dato más reciente disponible (1989), dado que se dispone de un conjunto suficientemente amplio de observaciones para un solo año (50 datos, uno por provincia).

La segunda de las aproximaciones consistiría en estimar el modelo propuesto individualmente para cada una de las provincias, aprovechando que se dispone de 5 datos para cada de ellas (1985-1989).

Este segundo procedimiento resulta muy arriesgado por ser claramente insuficiente un período de 5 años-5 datos para cada provincia. Así, el procedimiento que en principio se utiliza para estimar la renta provincial es la obtención de una ecuación de comportamiento que relacione la renta familiar disponible a nivel provincial de las 50 provincias españolas con una serie de variables económicas para el año 1989. A continuación se comprueba si esta misma ecuación constituye también un buen ajuste en los años 1985, 1986, 1987 y 1988. Si esto es así, sólo restaría aplicar la ecuación obtenida para 1989 a los datos de las variables económicas para 1992, con lo que se obtendría la renta familiar disponible provincial en 1992.

Siguiendo esta línea de trabajo existen dos caminos para la modelización de la renta provincial en 1989: puede intentarse estimar una única ecuación para las 50 provincias españolas o puede intentarse establecer grupos de provincias homogéneos para a continuación explicar la renta provincial de modo diferente en cada uno de los grupos.

En el caso de estimar una única ecuación de renta para todas las provincias españolas se trata de encontrar una ecuación de regresión que proporcione un buen ajuste de la renta provincial en función de una serie de variables de naturaleza económica. Las variables con las que se cuenta para explicar la renta familiar disponible por habitante son muchas, y destacamos aquí las que a lo largo de la investigación han resultado más significativas:

- Nº de Bancos y Cajas por habitante
- Automóviles por habitante
- Tasa de Ocupación
- Devoluciones de IRPF por habitante
- Consumo de energía por habitante
- Líneas telefónicas por habitante

Los resultados que se obtienen con esta metodología son satisfactorios, con medidas de bondad cercanas al 90% y variables altamente significativas individualmente. Aún así, la existencia de residuos excesivamente elevados en algunas provincias españolas y la difícil interpretación de alguna de las variables más significativas (devoluciones por IRPF), llevan a considerar la segunda de las aproximaciones indicadas: la estimación por grupos.

Así, se estiman tres ecuaciones de regresión para tres conjuntos de provincias clasificadas en primarias (sector agrícola), secundarias (sector industrial) o terciarias (sector servicios) en función del porcentaje del valor añadido en agricultura, industria y servicios destinados a la venta sobre el valor añadido total de cada una de las provincias. Las tres ecuaciones de regresión pueden tener, en principio, distintas variables explicativas.

Los resultados de la aplicación de este segundo procedimiento no fueron satisfactorios. Se obtuvieron ajustes elevados, pero siempre gracias a la exclusión del análisis de las provincias de régimen foral (que obligaría a realizar una segunda estimación para las mismas), o a la inclusión de variables fiscales de difícil interpretación.

En este punto de la investigación, se plantea la mejora de los resultados mediante la aplicación de técnicas econométricas diferentes. Así, se plantea un tercer procedimiento alternativo, menos utilizado pero que a nuestro juicio resulta muy adecuado para el caso descrito. Se trata de la utilización de la metodología del *Panel Data*. Esta técnica utiliza tanto la información temporal como la transversal para la estimación de la ecuación de regresión, lo que permite aprovechar al máximo la información disponible (50 datos por 5 años). Entre las ventajas más destacables del Panel Data, cabe mencionar que este tipo de estimación es potencialmente capaz de captar simultáneamente la evolución temporal de la variable analizada (al utilizar el corte temporal) y la estructura, la distribución entre los elementos analizados (al aprovechar año a año el corte transversal).

Una vez decidida la utilización del Panel Data, debemos plantearnos dos tipos de estimación alternativa:

- Una única ecuación para el total de las cincuenta provincias españolas, válida además para todo el período en el que se dispone de información 1985-1989. A este tipo de estimación se la denomina de efectos aleatorios:

$$\hat{Y} = \beta_i + \beta_1 X_1 + \beta_2 X_2 + \dots + \beta_k X_k$$

con:

$$\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_k = cte$$

$\beta_i = \text{diferente para cada provincia}$

- Una ecuación en la que aunque los coeficientes de las variables explicativas no varían de provincia a provincia, si lo hace el término independiente de forma que se obtiene una función ligeramente diferente para cada elemento. Es lo que se denomina modelo de efectos fijos:

$$\hat{Y} = \beta_i + \beta_1 X_1 + \beta_2 X_2 + \dots + \beta_k X_k$$

con:

$$\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_k = cte$$

$\beta_i = \text{diferente para cada provincia}$

En nuestro caso, se ha optado por un modelo de efectos fijos, es decir por el segundo de los propuestos más arriba. Las razones que llevan a esta decisión se derivan de la posibilidad que ofrece este modelo de diferenciar, aunque sea levemente, unas provincias de otras a la hora de analizar el comportamiento o evolución de su renta familiar disponible por habitante. Esta posibilidad parece lógica si se considera el diferente nivel inicial de cada una de las provincias españolas.

Para la elección de las variables que se han incluido finalmente como explicativas de la renta familiar disponible por habitante provincial, se han examinado cerca de 80 variables de naturaleza económica disponibles a nivel provincial y para el período 1985-1992 de forma que fuera posible su utilización tanto para la estimación del modelo como para la predicción-extrapolación de la renta por habitante para 1992.

Finalmente, las variables seleccionadas para explicar la renta familiar disponible por habitante provincial han sido las siguientes:

- Índice de paro en la construcción, SEOPAN.
- Líneas telefónicas instaladas por 100 habitantes, INE.
- Consumo de energía eléctrica por habitante, UNESA.
- Automóviles por habitante, DGT.

El resultado es ampliamente satisfactorio con una R^2 del 97%, una alta significatividad tanto individual para cada variable como global y unos errores que en excepto muy pocos casos no superan el 4-5%. En una etapa posterior de análisis de resultados, se decidió añadir una quinta variable que, sin alterar significativamente los resultados, corregía algunos valores atípicos resultantes para un grupo muy reducido de provincias. Se trata de una variable que recoge la posición que en el ranking de renta del conjunto total de provincias tenía cada año cada provincia. Los resultados concretos obtenidos en la regresión son los siguientes:

GRÁFICO I

| | | | | | | |
|--|-------------|--------------|---------------------------|--------------|--------------|--------------|
| Least Squares with Group Dummy Variables | | | | | | |
| Ordinary least squares regression. | | | | | | |
| Observations | = | 250 | Dep. Variable | = | RBDH | |
| Mean of LHS | = | .6443874D+00 | Weights | = | ONE | |
| StdDev of residuals | = | .3015585D-01 | Std.Dev of LHS | = | .1475426D+00 | |
| R-squared | = | .9672852D+00 | Sum of squares | = | .1773282D+00 | |
| F[54, 195] | = | .1067706D+03 | Adjusted R-squared | = | .9582258D+00 | |
| Log-likelihood | = | .5516671D+03 | Restr.($\beta=0$) Log-1 | = | .1241760D+03 | |
| Amemiya Pr. Criter.= | - | .3973337D+01 | Akaike Info.Crit. | = | .1109438D-02 | |
| ANOVA | Source | Variation | Degrees of Freedom | Mean Square | | |
| | Regression | .5243105D+01 | 54. | .9709453D-01 | | |
| | Residual | .1773282D+00 | 195. | .9093755D-03 | | |
| | Total | .5420433D+01 | 249. | .2176881D-01 | | |
| Estd. Autocorrelation of e(i,t) | | | .224766 | | | |
| Variable | Coefficient | Std. Error | t-ratio | Prob t =x | Mean of X | Std.Dev.of X |
| PAROC | -.33457E-02 | .6267E-03 | -5.339 | .00000 | 25.979 | 10.409 |
| LINEA | .18593E-01 | .3128E-02 | 5.945 | .00000 | 23.805 | 6.5990 |
| ENERGH | 19.653 | 10.08 | 1.950 | .05233 | .29668E-02 | .16247E-02 |
| ORDEN | -.71790E-02 | .6901E-03 | -10.403 | .00000 | 25.500 | 14.460 |
| AUTOH | 1.3511 | .3464 | 3.900 | .00012 | .24953 | .55554E-01 |

De nuevo los resultados obtenidos son muy significativos, tanto a nivel global, de significatividad conjunta, como a nivel individual. Los errores se siguen manteniendo en límites aceptables.

Con este modelo uniecuacional, y sustituyendo los valores de las variables exógenas para el período 1990-1992 se obtiene la renta familiar disponible por habitante provincial.

B) AJUSTE DE LA RENTA PROVINCIAL A LA NACIONAL

El paso final de esta etapa es realizar el ajuste de esta renta a nivel provincial con la renta familiar disponible por habitante a nivel nacional para 1992, dato obtenido de la Contabilidad Nacional. Para ello ha habido que realizar algunas estimaciones adicionales. Así, el dato de la Contabilidad Nacional sobre la renta familiar disponible por habitante total incluye, además de las 50 provincias que nuestro análisis considera, el dato de Ceuta y Melilla. Pero, como se ha comentado también al inicio del documento, el dato a nivel provincial sólo existe hasta 1989. Por tanto, para hallar el total nacional al que es necesario ajustar la suma de la renta estimada para cada una de las provincias, se hace necesario estimar cual es la evolución de la renta familiar disponible por habitante en Ceuta y Melilla durante los años 1990, 1991 y 1992.

2.- ESTIMACIÓN DEL NIVEL ECONÓMICO MUNICIPAL PARA 1992

Una vez obtenida la renta familiar disponible a nivel provincial para 1992, debe estimarse una nueva ecuación que relacione esta nueva variable endógena obtenida de la extrapolación con variables explicativas de las que se disponga información municipal para el total del territorio nacional. El motivo de este paso intermedio es que no se dispone de la misma información a nivel municipal y a nivel provincial.

Puede anticiparse ya que la información municipal en España es muy escasa y que resulta muy complejo encontrar variables de las que se disponga de detalle municipal capaces de explicar la renta provincial por habitante. El Anuario del Mercado Español de Banesto, publicación de reconocida experiencia en este campo ha venido utilizando año a año prácticamente el mismo conjunto de variables municipales:

- Teléfonos por habitante
- Licencias comerciales por habitante
- Vehículos por habitante
- Bancos y Cajas por habitante
- Viviendas secundarias por habitante

Efectivamente, no existe apenas otro tipo de información que no suponga alguna variante sobre alguna de las mencionadas e incluso la utilización de algunas de ellas es cuestionable. Por ejemplo, el concepto de licencia comercial ha sido reemplazado por el IAE, las viviendas secundarias resultan siempre con el signo incorrecto (es de suponer una correlación positiva entre las viviendas secundarias y la renta mientras que siempre se obtiene un signo negativo en el coeficiente) y lo mismo ocurre con los vehículos, que además presentan una elevada correlación con otra de las exógenas (teléfonos) que distorsionaba el análisis.

Así, con estas primeras impresiones, y siguiendo los pasos de estudios ya realizados, el primer análisis consiste en realizar una regresión de la variable endógena, en este caso la renta familiar disponible por habitante provincial ajustada (es decir, que la suma de la renta de las 50 provincias españolas consideradas es igual a la renta familiar disponible por habitante nacional para 1992, dato

que ofrece el I.N.E.) en función de las variable exógenas de las que se dispone información a nivel municipal y cuya utilización sea justificable. Las variables que en un principio se escogen para explicar la evolución de la renta son:

- Líneas telefónicas instaladas y solicitadas por habitante
- Bancos y Cajas de ahorro por habitante

Con este modelo uniecuacional de regresión se obtienen resultados satisfactorios con un R^2 del 87% y una significatividad elevada para todas las variables. Se debe mencionar que la estimación se realiza en logaritmos para eliminar la heterocedasticidad, común en este tipo de análisis con datos de corte transversal.

Las variables que se introducen en el modelo deben cumplir unos mínimos de significatividad individual y conjunta de modo que quede garantizada la bondad de la estimación. Este aspecto hace necesario rechazar una serie de variable (las mencionadas viviendas secundarias, automóviles) que en principio arrojan información importante sobre el nivel económico municipal, lo que puede distorsionar en algunos casos los resultados. Así, en el caso antes descrito, sólo resultan significativas dos variables, que aunque por sí solas explican en gran medida la renta municipal no garantizan una estimación homogénea. Es decir, pueden existir municipios en los que una de esta dos variables no sea representativa de la renta, lo que sesga la estimación. Este inconveniente puede resolverse considerando más de dos variables.

Siguiendo la línea expositiva planteada, una segunda apuesta, que finalmente se acepta, es la consideración de las diferentes variables disponibles a nivel municipal en el estudio, mediante el análisis factorial. Mediante esta técnica de análisis multivariante se sistematiza la información que contienen las variables en factores que se pueden considerar como síntesis de dichas variables. Así, se consideran todas las variables de las que se dispone de información a nivel municipal, que son:

- Parque automovilístico habitante
- Líneas telefónicas instaladas y solicitadas por habitante
- Bancos y Cajas de Ahorro por habitante
- Ratio de viviendas principales entre viviendas secundarias

Los resultados del análisis factorial y la regresión de la variable independiente (renta provincial disponible por habitante en 1992) en función de los factores obtenidos se muestran a continuación:

GRÁFICO2

FACTOR /VARIABLES AUTO92H BANCO92H TELEF93H SECPRI /CRITERIA FACTORS (3)
/EXTRACTION PC /ROTATION VARIMAX.

--- FACTOR ANALYSIS ---

Final Statistics:

| Variable | Communality | * | Factor | Eigenvalue | Pct of Var | Cum Pct |
|----------|-------------|---|--------|------------|------------|---------|
| AUTO92H | .91150 | * | 1 | 2.06318 | 51.6 | 51.6 |
| BANCO92H | .95966 | * | 2 | 1.09706 | 27.4 | 79.0 |
| TELEF93H | .85983 | * | 3 | .57026 | 14.3 | 93.3 |
| SECPRI | .99950 | * | | | | |

Varimax Rotation 1, Extraction 1, Analysis 1 - Kaiser Normalization.

Rotated Factor Matrix:

| | FACTOR 1 | FACTOR 2 | FACTOR 3 |
|----------|----------|----------|----------|
| AUTO92H | .95138 | -.05837 | .05452 |
| BANCO92H | .10080 | .94371 | .24272 |
| TELEF93H | .80455 | .44633 | .11539 |
| SECPRI | .09147 | .22585 | .96960 |

Se emplean únicamente los dos primeros factores para estimar la renta provincial, dado que el tercer factor no resulta significativo en el análisis. Los resultados que se obtienen en la regresión son satisfactorios con un R^2 del 80% y una significatividad elevada. Debe mencionarse que de nuevo, y para evitar la Se observa que la regresión se realiza con 45 observaciones solamente. Del análisis, y con el fin de evitar errores excesivos, se excluyen las provincias de Alicante, Gerona, Huesca, Málaga y Teruel. Para estimar la renta de los municipios pertenecientes a estas provincias, a éstos se les concede un trato igual que si en el análisis hubieses estado incluidos. Es decir, se obtiene la renta de estos municipios aplicando los resultados de la regresión a las variables exógenas. Debe mencionarse que de nuevo, y para evitar la heterocedasticidad, la estimación se ha realizado en logaritmos.

GRÁFICO3

LS // Dependent Variable is RENTA92
SMPL range: 1 - 50
Number of observations: 45

| VARIABLE | COEFFICIENT | STD. ERROR | T-STAT. | 2-TAIL SIG. |
|--------------------|-------------|-----------------------|-----------|-------------|
| C | 0.0525442 | 0.0097625 | 5.3822374 | 0.0000 |
| F31 | 0.1047089 | 0.0101501 | 10.316021 | 0.0000 |
| F32 | 0.0774550 | 0.0096545 | 8.0227238 | 0.0000 |
| R-squared | 0.801583 | Mean of dependent var | 0.044183 | |
| Adjusted R-squared | 0.792135 | S.D. of dependent var | 0.143279 | |
| S.E. of regression | 0.065324 | Sum of squared resid | 0.179224 | |
| Log likelihood | 60.47782 | F-statistic | 84.83767 | |
| Durbin-Watson stat | 1.900516 | Prob(F-statistic) | 0.000000 | |

El siguiente paso, una vez obtenida la regresión provincial para 1992 en función de indicadores económicos disponibles a nivel municipal, es extrapolar los resultados obtenidos para cada uno de los municipios. Así, se supone que los municipios se comportan igual que la provincia en lo que se refiere a la evolución de su renta y, para hallar la renta familiar disponible por habitante municipal, se aplican los coeficientes obtenidos en la regresión provincial a las mismas variables exógenas pero con su valor a nivel municipal. Esto lleva a suponer comportamientos homogéneos de la provincia y el municipio, lo que cual, aunque puede no ser cierto, es una hipótesis de trabajo coherente.

El siguiente paso consiste en ajustar los valores de renta obtenidos a nivel municipal. Es decir, al sumar la renta familiar disponible de cada uno de los municipios de una provincia, el resultado debe coincidir con el total de renta provincial hallado en la estimación mediante datos de panel y ajustado al total nacional para 1992. Pero al tratarse de una estimación esto no sucede así. Por ello se hace necesario de nuevo realizar un ajuste de la renta familiar disponible con el fin de que la suma de todos los municipios de una provincia coincida con el total provincial.

Una vez obtenida la renta municipal se ha agrupado según los siguientes intervalos o niveles:

- Nivel 1: Hasta 650.000 pts/hb
- Nivel 2: Entre 650.000 - 750.000 pts/hb
- Nivel 3: Entre 750.000 - 850.000 pts/hb
- Nivel 4: Entre 850.000 - 950.000 pts/hb
- Nivel 5: Entre 950.000 - 1.050.000 pts/hb
- Nivel 6: Entre 1.050.000 - 1.150.000 pts/hb
- Nivel 7: Entre 1.150.000 - 1.250.000 pts/hb
- Nivel 8: Entre 1.250.000 - 1.350.000 pts/hb
- Nivel 9: Entre 1.350.000 - 1.450.000 pts/hb
- Nivel 10: Entre 1.450.000 - 1.550.000 pts/hb
- Nivel 11: Entre 1.550.000 - 1.650.000 pts/hb
- Nivel 12: Más de 1.650.000 pts/hb

Los resultados calculados de la renta municipal aplicando la metodología señalada y efectuando los cuadros e integraciones indicados se han respetado en su totalidad a la hora de elaborar las tablas de datos del Atlas Comercial de España 1994.

3.- FUTURAS LÍNEAS DE INVESTIGACIÓN

Los datos que se deducen del proceso metodológico descrito corresponden a 1992. Es nuestra intención actualizar estos datos, más aún si tenemos en cuenta que ya disponemos de los datos provinciales para 1991 de Contabilidad Regional del INE. Pero queremos ir más allá. El objetivo de los próximos meses será el de mejora de la estimación, con el fin de obtener resultados lo más coherentes posibles a nivel provincial, para la posterior estimación del nivel económico municipal.

En este sentido, se pretende aprovechar lo más posible la información provincial, del mismo modo que ya se ha hecho para la información municipal. Y siguiendo una línea de trabajo ya conocida, intentaremos dotar de la mayor consistencia posible a la estimación provincial utilizando el análisis factorial. Es decir, al no incluir en la regresión provincial la información de todas las variables que pueden explicar la renta familiar bruta disponible por habitante (bien por problemas de escasa significatividad individual, por problemas de elevada correlación con otras variables exógenas, o por problemas de signo), estamos sesgando la estimación a favor de aquellas provincias para las cuales las variables explicativas sean más relevantes, y en contra de aquellas provincias para las que puede no resultar explicativa de su renta la variable utilizada, pero por motivos metodológicos debe seguir la misma ecuación que el resto.

La utilización del análisis factorial evitaría estos problemas, al recoger la máxima información posible de las variables explicativas en factores, que pasarían a ser las variables exógenas de la ecuación de comportamiento de la renta provincial.

En esta línea seguimos trabajando y es nuestra intención obtener resultados muy pronto, con la consiguiente actualización del banco de datos municipal y, concretamente, del dato de nivel municipal.

CAOS Y TIPO DE CAMBIO

FUENSANTA ARNALDOS GARCÍA
MERCEDES BLEDA MAZA DE LIZANA
Dpto. Métodos Cuantitativos para la Economía
Facultad de CC. Económicas y Empresariales
Universidad de Murcia

1. INTRODUCCION

Debido a la no linealidad característica de la mayoría de los fenómenos del mundo real, debería ser práctica común modelizar los fenómenos económicos dinámicos mediante sistemas dinámicos no lineales. Estudios matemáticos recientes de sistemas no lineales en tiempo discreto unidimensionales, muestran que incluso sistemas muy simples pueden manifestar un comportamiento dinámico muy complicado. Aunque este comportamiento también puede darse en sistemas de mayor dimensión, tanto discretos como continuos, existen varias razones para trabajar con sistemas unidimensionales. La primera de ellas sería la mayor facilidad para entender las propiedades matemáticas de sistemas unidimensionales frente a los de mayor dimensión. Otra podría ser que muchos fenómenos típicos de estos últimos pueden ser analizados a través del conocimiento de funciones unidimensionales, y una última la constituiría el hecho de que la mayoría de los ejemplos económicos de comportamiento dinámico complicado están enmarcados en ecuaciones en diferencias de primer orden.

El propósito de nuestro estudio es exponer como un modelo determinístico no lineal puede presentar un comportamiento dinámico muy complejo, aun teniendo una estructura muy simple. El alto grado de volatilidad presente en la variable tipo de cambio en los últimos años y el escaso éxito de las predicciones realizadas sobre dicha variable a partir de modelos lineales, unido al creciente interés mostrado en la literatura por la posibilidad de que esas características procedan de la existencia de relaciones no lineales, nos ha inducido a escoger para nuestro estudio un modelo no lineal de determinación del tipo de cambio (J. Ellis, 1993).

2. MODELO

En el modelo que analizamos, el tipo de cambio está determinado por la interacción de dos tipos de agentes distintos: especuladores y comerciantes.

La demanda neta de moneda extranjera de los especuladores (E_j) está expresada en función de la desviación del tipo de cambio actual respecto del esperado en el futuro:

$$E_t = w \left(\frac{e^e}{e_t} - 1 \right), \quad w \geq 0$$

En la ecuación anterior e_t representa el tipo de cambio actual, precio de la moneda extranjera en términos de la moneda nacional, e^e el tipo de cambio esperado en el futuro y w un parámetro que mide la sensibilidad de la demanda de los especuladores ante las divergencias entre los dos niveles de tipo de cambio.

Un valor del parámetro $w=0$ indicará que no existe demanda especulativa de divisas, o, lo que es lo mismo, que cualquier divergencia entre e_t y e^e , por grande que ésta sea, no dará lugar a demanda de divisas por motivo especulación. Si $w \rightarrow \infty$ cualquier desviación entre los tipos de cambio citados producirá una demanda neta de divisas que anulará dicha divergencia de forma instantánea. La demanda de divisas por parte de los especuladores es no lineal en el tipo de cambio actual, de forma que cuanto menor sea e_t , en relación a e^e , mayor será, en proporción, dicha demanda.

La balanza comercial C_t es función lineal de las desviaciones del tipo de cambio actual y del período anterior respecto al esperado:

$$C_t = u (e_t - e^e) + v (e_{t-1} - e^e), \quad u, v > 0$$

Como puede observarse esta especificación de la balanza comercial tiene en cuenta la influencia de e_{t-1} , medida por el parámetro v . El uso de la misma podría justificarse por la existencia de acuerdos contractuales.

El tipo de cambio esperado se define en el modelo como el estado estacionario, valor al cual los especuladores (considerados como grupo) no desean comprar ni vender, y está determinado por diversas variables ("fundamentales") tales como los diferenciales de precios y de tipos de interés en los respectivos países, exógenas al modelo. El horizonte temporal del modelo es el corto plazo, de forma que no se consideran posibles variaciones en los "fundamentales", permitiendo esto centrarnos únicamente en la dinámica intrínseca de la variable estudiada, e_t .

En el estado estacionario ($e_t = e_{t-1} = e^*$), la balanza comercial permanece en equilibrio (por simplicidad impondremos $e^*=1$). El mercado de divisas se vacía en cada período de forma que se verifica la siguiente condición de equilibrio

$$\Delta E_t = C_t$$

3. SOLUCIÓN DEL MODELO

Aplicando la condición de equilibrio la solución del modelo viene dada por

$$ue_{t-1}e_t^2 - [(u+v)e^*e_{t-1} - ve_{t-1}^2 - we^*]e_t - we^*e_{t-1} = 0$$

Con $u, v, y w$ positivos, existen dos raíces reales y distintas para e_t . Dado que e_t nunca toma valores negativos, consideramos únicamente la raíz positiva, de modo que el comportamiento dinámico del tipo de cambio viene determinado de forma explícita por la siguiente expresión:

$$= \frac{(u+v)e^*e_{t-1} - ve_{t-1}^2 - we^* + \sqrt{((u+v)e^*e_{t-1} - ve_{t-1}^2 - we^*)^2 + 4uwe^*e_{t-1}}}{2ue_{t-1}}$$

es decir,

$$e_t = f(e_{t-1})$$

Mostraremos que, para determinados valores de los parámetros, la serie temporal del tipo de cambio determinada por este modelo presenta un comportamiento caótico, es decir, *un comportamiento aperiódico que aparece bajo condiciones totalmente deterministas y que presenta gran sensibilidad a las condiciones iniciales* (F. Montero, 1992). Apuntaremos, además, las consecuencias que esto tiene a efectos de la realización de predicciones. Dada su naturaleza no lineal, la ecuación en diferencias anterior no puede ser resuelta de forma analítica, por tanto, analizamos el comportamiento dinámico de e_t a través del estudio de su diagrama de fases.

Se puede comprobar que, con independencia de los valores de los parámetros que intervienen en el modelo, la línea de fases cumple las siguientes propiedades:

- 1) $f(0) \rightarrow 0$
- 2) $f(e_{t-1})$ crece monótonamente conforme crece e_{t-1} alcanzando su máximo en $e_{t-1} = \sqrt{(w/v)}$ y decrece monótonamente conforme e_{t-1} supera dicho punto.

Tiene, por tanto, la forma típica de las funciones con una "joroba", como puede observarse en la figura 1, que representa la línea de fases para un valor determinado de los parámetros ($u=6, v=8, w=2$). Este tipo de funciones han sido analizadas frecuentemente para el estudio de sistemas caóticos simples (Ver recopilación de: Lorenz, H.-W., 1993). Así mismo, se puede demostrar que el modelo es caótico en el sentido de Li-Yorke (J. Ellis, 1993).

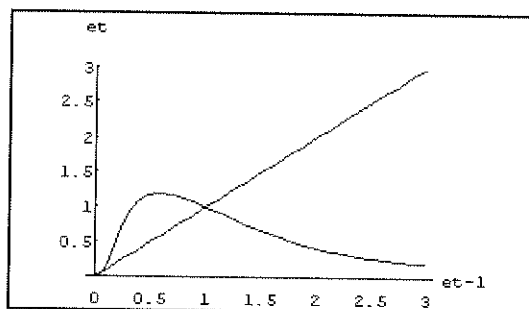


Figura 1: Diagrama de fases.

El estado estacionario viene determinado por $e_t = e_{t-1} = e^*$ (gráficamente, el punto de corte de f con la línea de 45°) que en el modelo propuesto es igual a uno. Si el valor absoluto de la pendiente de la función f en e^* es menor que la unidad, el estado estacionario es estable. La pendiente en dicho punto tiene la siguiente expresión

$$\left. \frac{df(e_{t-1})}{de_{t-1}} \right|_{e_{t-1}=e^*} = \frac{w-v}{u+w}$$

Por tanto, la estabilidad del estado estacionario depende del valor que tomen los parámetros del modelo. En concreto, e^* es estable cuando

$$w > \frac{v-u}{2}$$

Los valores de los parámetros que satisfacen la expresión anterior pertenecen al subespacio paramétrico situado por encima del plano representado en la figura 2.

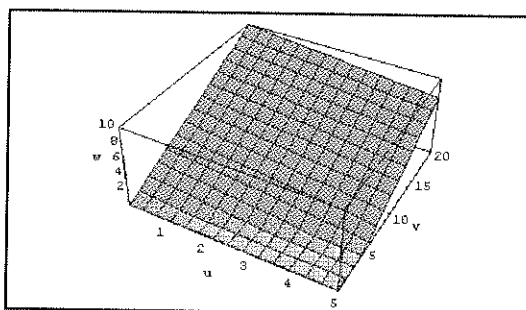


Figura 2

En el instante en el que dicha relación no se cumpla, el estado estacionario se hará inestable, dando lugar a la aparición de un ciclo de periodo dos inicialmente estable.

Para el caso particular en que $u=4$ y $w=2$, si $v=6$ se cumple la relación anterior, siendo por tanto el estado estacionario e^* estable, como se muestra en las figuras 3 y 4.

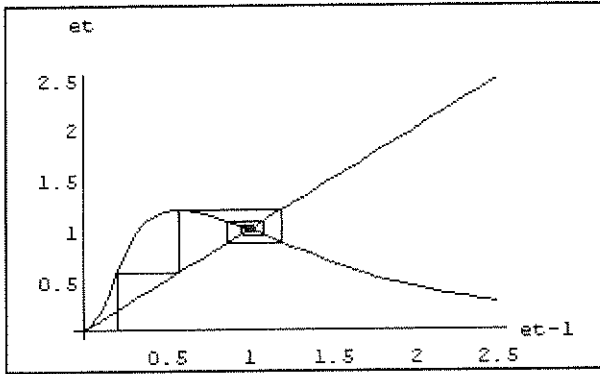


Figura 3: Punto fijo obtenido a través de iteración gráfica.

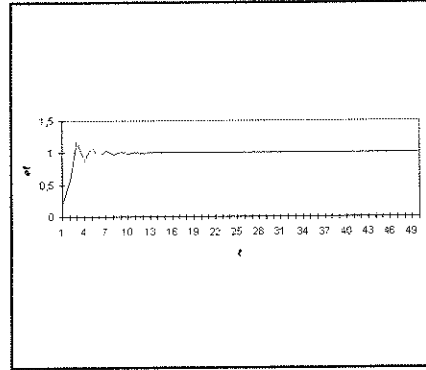


Figura 4: Serie temporal de e_t simulada para las iteraciones 1-50.

En el momento en que se incumple la condición de estabilidad surge el ciclo de periodo dos. En las figuras 5, 6 y 7 reflejamos la existencia de dicho ciclo para los valores de u y w fijados anteriormente y para $v=9$.

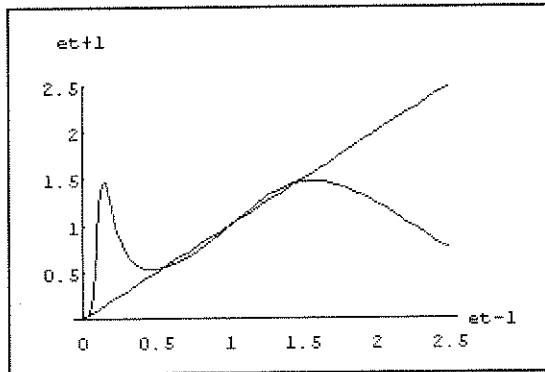


Figura 5: Representación del ciclo de periodo dos a partir de la función $f(f(e_{t-1}))$.

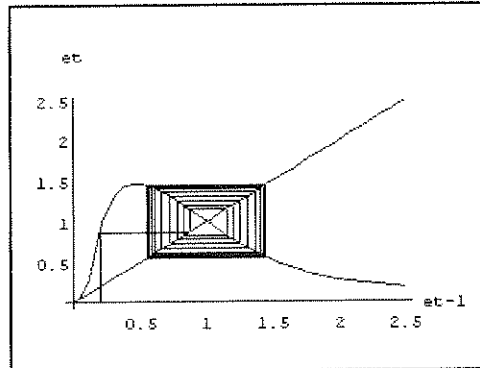


Figura 6: Ciclo de periodo dos obtenido mediante iteración gráfica.

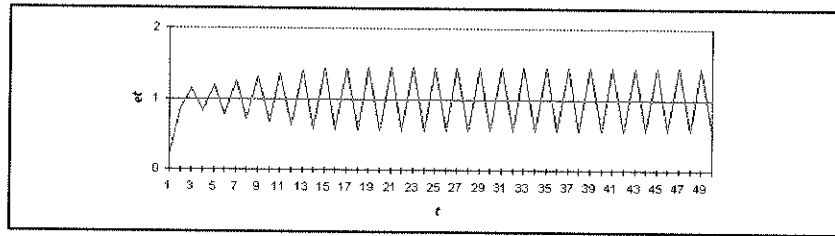


Figura 7: Simulación de las 50 primeros valores de la serie temporal de e_t .

Cuando la divergencia entre los parámetros v y u aumente ligeramente para un w dado, dicho ciclo se hará inestable apareciendo un ciclo de período 4 originalmente estable. Bajo la parametrización utilizada encontramos un ciclo de este período para el valor $v=12.5$, como se aprecia en las figuras 8 y 9.

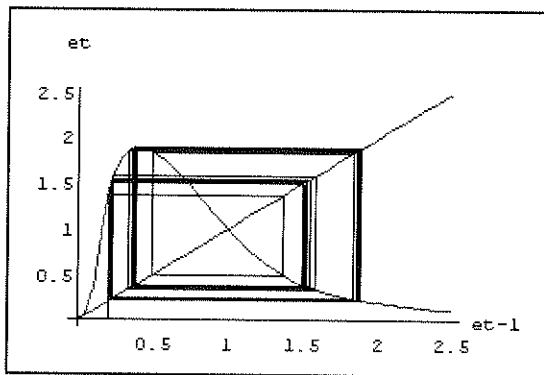


Figura 8: Ciclo de período cuatro generado a partir de iteración gráfica.

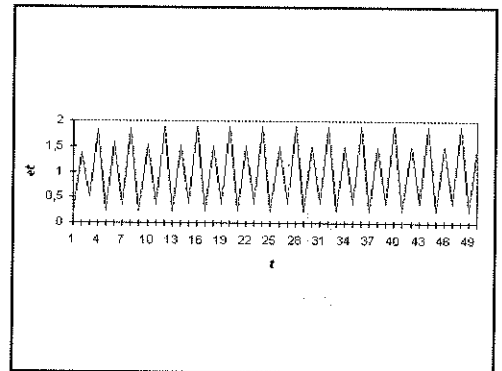


Figura 9: Simulación de la serie temporal de e_t para las 50 primeras iteraciones.

Este proceso de bifurcación se repite a medida que dicha divergencia se amplía, dando lugar a ciclos sucesivos de período 2^n , lo que se conoce como ruta de Feigenbaum. El desdoblamiento de período en cascada dará lugar finalmente a caos. En el ejemplo que estamos analizando, el comportamiento caótico aparece para valores superiores a $v \approx 13.6$ (Figuras 10 y 11).

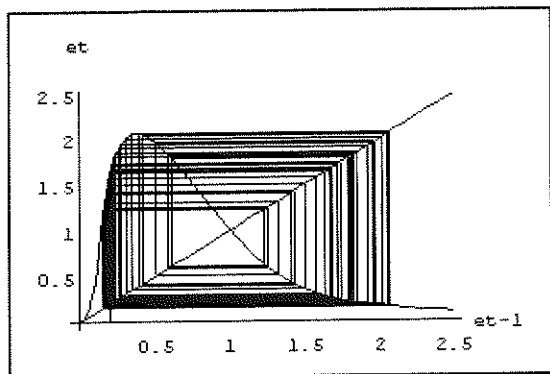


Figura 10: Comportamiento caótico obtenido a través de iteración gráfica.

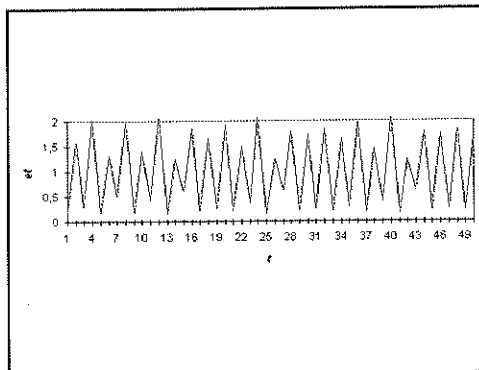


Figura 11: Serie temporal de e_t caótica (1-50).

4. CONCLUSIONES

En el estudio hemos reflejado la existencia de distintos tipos de comportamiento dinámico en función de los valores de los tres parámetros que aparecen en el modelo: soluciones periódicas, ciclos límite y comportamiento caótico.

Recordemos que el parámetro w representa la sensibilidad de la demanda de divisas por motivo especulación ante desviaciones entre e_t y e^e , mientras que una divergencia entre los parámetros v y u refleja una importancia distinta del efecto de e_{t-1} y de e_t (en relación con e^e) sobre la balanza comercial.

En particular, hemos señalado que el parámetro w nos determinará el valor máximo que podrán alcanzar las posibles divergencias entre v y u en el modelo para que el estado estacionario sea estable. La inestabilidad de dicho estado dará paso a un comportamiento cada vez más complejo a medida que las divergencias mencionadas se amplíen. Para un valor pequeño de w no serán necesarias grandes diferencias entre los parámetros para que el modelo manifieste un comportamiento dinámico complicado (un valor pequeño de w implicará que pequeñas divergencias entre e_t y e^e no generarán grandes demandas de divisas, lo que podría estar justificado por la existencia de costes de transacción que desincentivarían la especulación).

Dados unos valores de u y w se ha observado que, para valores suficientemente elevados de v , aparece comportamiento caótico. Esto indica que éste aparece siempre que el efecto de la existencia de acuerdos contractuales fijados al tipo de cambio en $t-1$ es convenientemente mayor que el de las transacciones realizadas al tipo de cambio en t , para un w dado.

Una de las principales características del comportamiento caótico es su sensibilidad a las condiciones iniciales. Como consecuencia de ésta, trayectorias temporales del tipo de cambio que partan de condiciones iniciales infinitesimalmente distintas presentarán un comportamiento muy diferente después de un número determinado de periodos. Por tanto, con modelos con esta dinámica las predicciones sólo tienen sentido a corto plazo. Debemos resaltar, sin embargo, que las posibles divergencias entre estas trayectorias no indican que exista un cambio cualitativo en la estructura subyacente del modelo, como podría comprobarse analizando los diagramas de fases correspondientes para valores dados de los parámetros.

Por otro lado, la capacidad predictiva del modelo también se ve afectada por las posibles variaciones en los parámetros. Solamente un conocimiento infinitamente preciso de la estructura subyacente del mismo permitiría predicciones acertadas.

5. BIBLIOGRAFIA

BENHABIB, J., y DAY, R.H. (1989), "Chaos: Significance, Mechanism, and Economic Applications", *Journal of Economics Perspectives*, 3, 77-105.

CASTILLO, E. et al.(1993), *Mathematica*, Paraninfo, S.A.

DE GRAUWE, P., DEWACHTER, H. y EMBRECHTS, M.(1993), *Exchange Rate Theory*, Blackwell.

ELLIS, J.M.(1992), "An Investigation of Nonlinearities and Chaos in Exchange-Rates", en *Chaos and Non-linear Models in Economics* (ed. Creedy, J. y Martin, L.V.), Edward Elgar Publishing Company.

LORENZ, H.-W.(1993), *Nonlinear Dynamical Economics and Chaotic Motion*, Berlin-Heidelberg-New York: Springer-Verlag.

MAY, R.M. (1976), "Simple Mathematical Models with Very Complicated Dynamics", *Nature*, 261, 459-67.

MONTERO, F. y MORAN, F.(1992), *Biofísica*, Ediciones de la Universidad Complutense, S.A.

COMPORTAMIENTO CAÓTICO DE UN MODELO DE PRECIOS

M^a Rosa ARRANZ SOMBRÍAM^a Pilar PÉREZ GONZÁLEZ*Facultad de C.C. E.E. y E.E.**Departamento de Economía Aplicada**Universidad de Valladolid*

1.- INTRODUCCION Y CONCEPTOS PREVIOS

La gran complejidad que presentan los fenómenos económicos lleva a pensar en los modelos lineales como instrumentos demasiado sencillos para que se adapten a ella de forma satisfactoria. Frish (1933) intenta romper la rigidez de los comportamientos lineales añadiendo la presencia de "shocks estocásticos" en los modelos. Kaldor (1940), Hicks (1950) y Goodwin (1951) proponen soluciones alternativas empleando dinámicas no lineales.

Tras la aparición en Lorenz (1963) de diversos modelos deterministas no lineales con un comportamiento sumamente rico en irregularidad y complejidad "caos", reaparece de nuevo el papel de la matemática no lineal en la modelización de las fluctuaciones y ciclos económicos. El empleo de dinámicas caóticas dentro de la economía se inició en los trabajos de Benhabib y Day (1981) y ha tenido un desarrollo importante en los últimos años.

En este trabajo, vamos a estudiar el comportamiento dinámico de un modelo discreto no lineal de evolución de los precios de un bien, con el objeto de analizar la presencia de caos. El modelo se basa en el planteado por Golberg (1964) de una forma lineal.

Comenzaremos exponiendo las definiciones y resultados principales que vamos a emplear. En el apartado siguiente, realizamos la construcción del modelo y pasamos posteriormente a su estudio cualitativo.

Se dice que p es un *punto periódico de periodo k* si $f^k(p) = p$ y $f^j(p) \neq p$ para $0 < j < k$, donde f^k denota la aplicación $f \circ f \circ \dots \circ f$.

Sea p un punto periódico de periodo k , se llama *ciclo de periodo k* al conjunto

$$\{p, f(p), \dots, f^{k-1}(p)\}.$$

Teorema (Li/Yorke, 1975). Sea I un intervalo y $f : I \longrightarrow I$ una aplicación continua. Supongamos que existe un punto $a \in I$ para el que los puntos $b = f(a)$, $c = f^2(a)$ y $d = f^3(a)$ satisfacen

$$d \geq a > b > c \quad (\text{o } d \leq a < b < c).$$

Entonces:

1. Para cada $k = 1, 2, \dots$ existe un punto $p_k \in I$ de periodo k .
2. Existe un conjunto no numerable $S \subseteq I$ formado por puntos no periódicos tal que:

(a) Para cada $p, q \in S$ con $p \neq q$,

$$\limsup_{n \rightarrow \infty} |f^n(p) - f^n(q)| > 0,$$

$$\liminf_{n \rightarrow \infty} |f^n(p) - f^n(q)| = 0.$$

(b) Para cada $p \in S$ y cada punto periódico $q \in I$,

$$\limsup_{n \rightarrow \infty} |f^n(p) - f^n(q)| > 0.$$

Una aplicación real f satisfaciendo las propiedades 1 y 2 del teorema anterior es una *aplicación caótica en el sentido de Li/Yorke*.

Si $f : I \longrightarrow I$ es una aplicación continua con un ciclo de periodo tres, entonces f presenta caos en el sentido de Li/Yorke (1975).

2.- MODELO

Tratamos de determinar la evolución de los precios de un bien en función de su demanda.

Denotamos por $r(t)$ la cantidad de dinero que aparece en el mercado de demanda en t y $p(t)$ al precio del bien en el instante t .

Goldberg considera dos hipótesis de linealidad:

- La relación precio-dinero de mercado es constante, es decir $p(t) = K r(t)$.
- Los especuladores actúan en función de los cambios en el nivel de precios de acuerdo con la expresión

$$r(t+1) = R + \alpha(p(t+1) - p(t))$$

donde R es el nivel normal de inversión que se supone constante.

En nuestro modelo consideraremos un comportamiento no lineal de los especuladores. Supondremos que éstos se rigen por cambios absolutos en el nivel de precios y por

cambios relativos respecto a un precio de referencia q . De esta forma, el comportamiento de la oferta de dinero satisface la ecuación:

$$r(t+1) = R + \alpha \left((p(t+1) - p(t)) - \left(\frac{p(t+1)}{q} \right)^2 (q - p(t+1)) \right)$$

donde supondremos que el precio de referencia q está relacionado con el nivel normal de inversión R de tal forma que $R = \alpha q$.

Así la ecuación resultante es

$$r(t+1) - R = \frac{R}{q} \left((p(t+1) - p(t)) - \left(\frac{p(t)}{q} \right)^2 (q - p(t)) \right)$$

Como $p(t+1) = K r(t+1)$, aceptando la hipótesis de linealidad precio-dinero de mercado tenemos

$$\begin{aligned} p(t+1) &= \frac{Kq}{q - KR} \left(R - \frac{R}{q} p(t) - \frac{R}{q} \left(\frac{p(t)}{q} \right)^2 (q - p(t)) \right) \\ &= \frac{KqR}{q - KR} - \frac{KR}{q - KR} p(t) - \frac{KR}{q - KR} \left(\frac{p(t)}{q} \right)^2 (q - p(t)). \end{aligned}$$

Si denotamos por $a = \frac{KR}{q - KR}$, la expresión anterior se puede escribir como

$$p(t+1) = \frac{a}{q^2} (p(t) - q)(p(t)^2 - q^2),$$

de donde la ecuación que determina la evolución de los precios, es una ecuación en diferencias no lineal que depende únicamente de K , pues q y R se suponen conocidos. Para tener un comportamiento positivo de los precios tomamos $q > KR$. Así la función que determina la evolución del modelo es

$$f(p) = \frac{a}{q^2} (p - q)(p^2 - q^2),$$

que consideraremos definida en $[0, \infty)$ pues los precios son variables positivas.

3.- EXISTENCIA DE CICLOS

Como hemos dicho en la introducción, la existencia de un ciclo de periodo 3 para la función

$$f(p) = \frac{a}{q^2} (p - q)(p^2 - q^2),$$

supone la existencia de caos en el sentido de Li/Yorke. Así pues, nuestro objetivo es el estudio de los ciclos de periodo 3 de dicha función, lo que hemos llevado a cabo mediante el estudio de los puntos fijos de f^3 .

En primer lugar probaremos que podemos reducir el estudio de los puntos fijos de f^3 al de los puntos fijos de g^3 , siendo

$$g(p) = a(p - 1)(p^2 - 1),$$

una función que depende sólo del parámetro a .

Se verifica lo siguiente:

p es un punto fijo de f^n si y solo si $\frac{p}{q}$ es un punto fijo de g^n .

Este resultado es consecuencia inmediata de la igualdad

$$f^n(p) = q \cdot g^n\left(\frac{p}{q}\right), \quad \forall n \in \mathbb{N}.$$

que se puede probar por inducción sobre n .

Por tanto para el estudio de los ciclos del modelo, analizaremos la función g definida en $[0, \infty)$ que aparece representada en la figura 1.

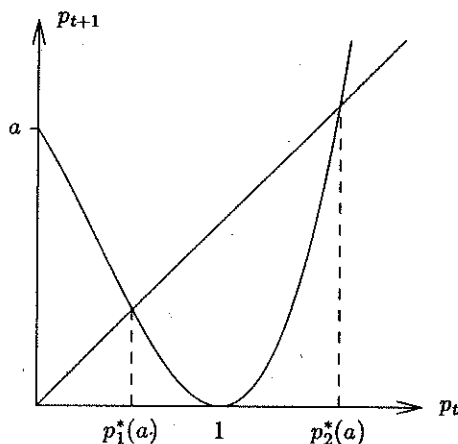


Figura 1

La función presenta dos puntos fijos para cualquier valor $a > 0$ que son:

$$p_1^*(a) = \frac{2\sqrt{\frac{4a+3}{a}} \operatorname{sen} \left(\frac{\arcsen \left(\frac{a(16a-9)\sqrt{\frac{4a+3}{a}}}{2(4a+3)^2} \right)}{3} \right)}{3} + \frac{1}{3},$$

y

$$p_2^*(a) = \frac{2\sqrt{\frac{4a+3}{a}} \cos \left(\frac{\arcsen \left(\frac{a(16a-9)\sqrt{\frac{4a+3}{a}}}{2(4a+3)^2} \right)}{3} + \frac{\pi}{6} \right)}{3} + \frac{1}{3}.$$

Es obvio que $p_2^*(a)$ es siempre un punto fijo inestable. Sin embargo, la estabilidad de $p_1^*(a)$ depende del valor de a . Hemos probado que si $a < 0.775533$ entonces $p_1^*(a)$ es un punto fijo asintóticamente estable. Para $a = 0.775533$ la derivada de g en $p_1^*(a)$ es -1 , aparece una bifurcación de flip y el punto fijo se transforma en inestable.

Los puntos fijos de g , $p_1^*(a)$ y $p_2^*(a)$, son siempre puntos fijos de g^3 . Para algunos valores de a , por ejemplo $a = 1.4$, son los únicos puntos fijos de $g^3(p)$ (figura 2) y por tanto en estos casos no pueden existir ciclos de periodo 3.

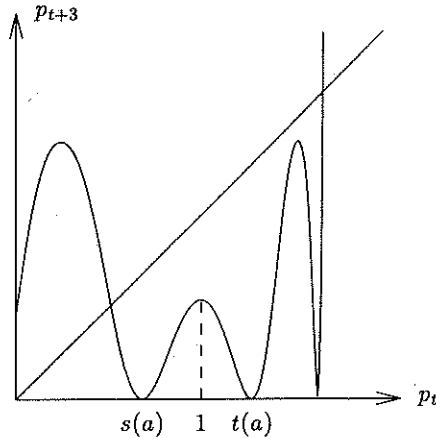


Figura 2

Sin embargo, para otros valores de a , como 1.6 (figura 3), tiene ocho puntos fijos lo que implica la aparición de dos ciclos de periodo tres.

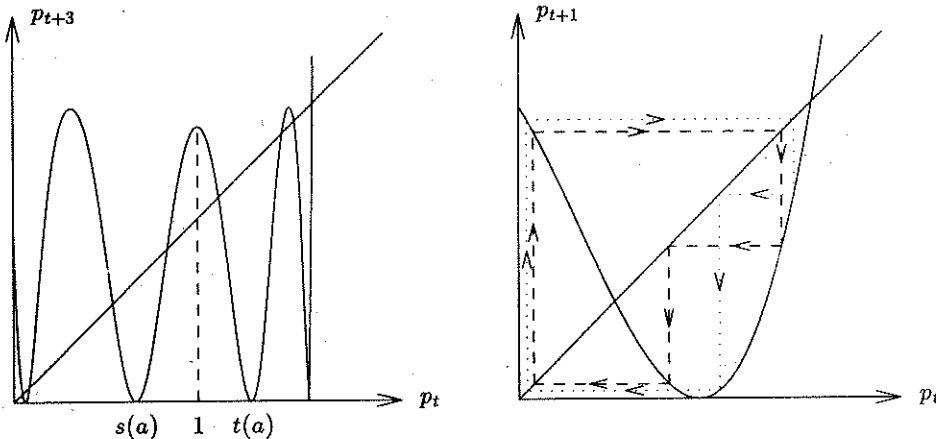


Figura 3

La evolución de las gráficas de g^3 para diferentes valores de a , supone el paso de una situación de 2 puntos fijos a otra con 8 al aumentar el valor del parámetro a .

Hemos probado que para $a = 1.510232$ la función g^3 tiene 5 puntos fijos y que éstos son los únicos casos posibles. Es decir, se verifica una de las tres situaciones siguientes dependiendo del valor de a :

1. Si $a < 1.510232$, g^3 tiene dos puntos fijos.
2. Si $a = 1.510232$, g^3 tiene cinco puntos fijos y los tres puntos fijos propios constituyen el ciclo de periodo 3

$$\{p^1, g(p^1) = p^2, g^2(p^1) = p^3\},$$

como puede apreciarse en la figura 4.

3. Si $a > 1.510232$, g^3 tiene ocho puntos fijos y aparecen dos ciclos de periodo 3 (figura 3).

El valor 1.510232 que denotaremos por a_0 determina el comienzo del régimen caótico del modelo.

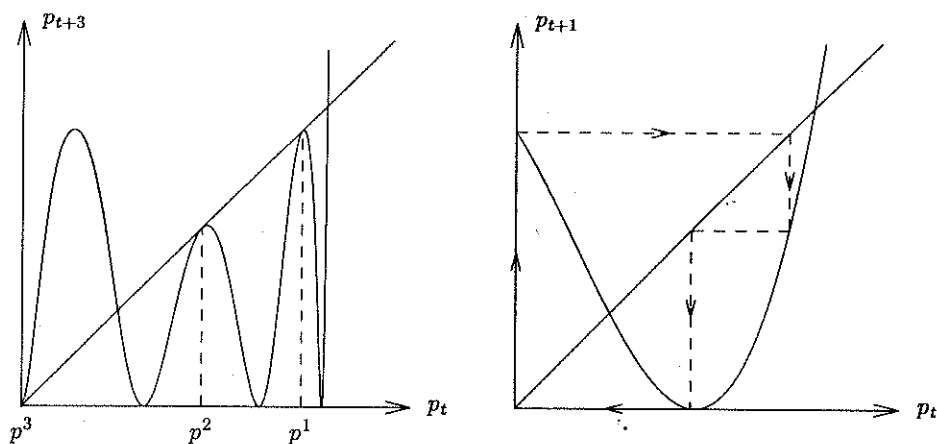


Figura 4

La aplicación del teorema de Li/Yorke viene condicionada por

$$g([0, p_2^*(a)]) \subseteq [0, p_2^*(a)].$$

Esta condición deja de verificarse para valores de a en los que $g(0) = a > p_2^*(a)$. Si $g(0) = a = p_2^*(a)$, a es punto fijo de g , luego verifica

$$a(a-1)(a^2-1) = a.$$

La única solución de esta ecuación mayor que cero es $a = \frac{\sqrt{5}}{2} + \frac{1}{2} \simeq 1.60178$. Por tanto, si $a > 1.60178$ es $p_2^*(a) < a$ y no podemos aplicar dicho teorema.

4.- OBTENCION DE a_0 .

A la vista de las figuras 2 y 3, observamos que el valor de g^3 en 1 va aumentando con el valor de a superando en algún momento el valor 1, lo que supone la existencia de dos puntos fijos entre $s(a)$ y $t(a)$.

La aparición de un único punto fijo p_0 entre $s(a)$ y $t(a)$ viene condicionada por la tangencia entre las curvas $g^3(p)$ y p en p_0 , lo que significa que la derivada de la función g^3 ha de ser igual a 1 en este punto.

Análisis gráficos de las funciones g^3 para distintos valores de a , nos llevaron a la conclusión de que $a_0 \in [1.5102, 1.5103]$ y estimamos un valor de $p_0 \in [0.9720, 0.9740]$.

Para calcular a_0 y p_0 , consideramos la función de dos variables $F(p, a) = g^3(p)$ y planteamos la resolución del sistema

$$\left. \begin{array}{l} F(p, a) = p \\ \frac{\partial}{\partial p} F(p, a) = 1 \end{array} \right\}$$

mediante el método de Newton, utilizando como valores iniciales los obtenidos gráficamente.

La resolución numérica del sistema nos proporciona un valor del punto fijo $p_0 = 0.97466$ y un valor de $a_0 = 1.51023$.

Es obvio que el conjunto $\{p_0 = p^2, g(p_0) = p^3, g^2(p_0) = p^1\}$ es un ciclo de periodo 3. Estos puntos, junto con los puntos fijos de g , constituyen todos los puntos fijos de g^3 , pues la derivada de g^3 es también uno en $g(p_0)$ y $g^2(p_0)$, lo que impide que g^3 corte a p en más puntos.

Esto es debido a que si p^* es un punto fijo, se verifica

$$(g^3(p^*))' = (g^3(g(p^*)))' = (g^3(g^2(p^*)))',$$

lo que nos permite identificar claramente que puntos pertenecen a cada ciclo en el caso en que $a > a_0$.

5.- CONCLUSIONES

En este trabajo hemos considerado un modelo de evolución de precios expresado por una ecuación en diferencias no lineal dependiente de los parámetros a y q .

En un primer paso, hemos simplificado el modelo pasando al estudio de una ecuación uniparamétrica, obteniendo un comportamiento caótico para valores del parámetro en el intervalo $[1.51023, 1.60178]$. Esto supone un comportamiento prácticamente aleatorio del modelo y una gran sensibilidad respecto a la variación de las condiciones iniciales para distintos valores del parámetro. Es decir, partiendo de unas condiciones iniciales muy próximas, la evolución de los precios diverge siempre que partamos de un precio

inicial menor que $p_2^*(a)$, pues para valores mayores, evidentemente los precios evolucionan de forma creciente.

Para valores del parámetro a menores que 1.51023, tenemos un comportamiento determinista del modelo y por tanto evolución predecible de los precios a partir de unas condiciones iniciales dadas.

Sin embargo, para valores mayores se inicia la zona caótica del modelo con una evolución de los precios totalmente diferente partiendo de condiciones iniciales muy próximas.

La importancia de este hecho radica en que la variación de las componentes exógenas que intervienen en la definición de a (K , R , q), puede introducirnos en la zona caótica y llevarnos a un comportamiento no predecible de los precios a pesar de ser un modelo determinista.

Estos resultados obtenidos para la función g , se trasladan de forma natural al modelo inicial, pues para un valor determinado del parámetro a , la presencia o no de un ciclo de orden 3 en g , supone la existencia o no de uno en f , independientemente de q . Así, el comportamiento del modelo de partida, viene condicionado unicamente por el parámetro a .

BIBLIOGRAFÍA

- Golberg, S., "Introducción a las Ecuaciones en Diferencias Finitas". Marcombo (1964).
- Guckenheimer, J. y Holmes, P., "Nonlinear Oscillations, Dynamical Systems, and Bifurcations of Vector Fields". Springer-Verlag (1983).
- Li, T.Y. y Yorke, J.A., "Period Three Implies Chaos". *American Mathematical Monthly*, 82, pp. 985-992 (1975).
- Lorenz, H.W., "Nonlinear Dynamical Economics and Chaotic Motion". Springer-Verlag (1993).
- Soto, M.D. y Fernández, R., "Presencia de Caos en un Modelo de Expectativas de Precios". *Ponencias de la III Reunión Anual de la Asociación Científica Europea de Economía Aplicada*. Diputación de Sevilla, pp. 659-667 (1992).

UNA REFLEXIÓN SOBRE ALGUNAS DE LAS CRÍTICAS A LA MODELIZACIÓN ECONÓMICA NEOCLÁSICA

M^{ca}CARMEN BELTRÁN CASCALES

M^aPILAR MARTÍNEZ GARCÍA

Dpto. Métodos Cuantitativos para la Economía

Facultad de CC.Económicas y Empresariales

Universidad de Murcia

1.INTRODUCCIÓN

Una crítica que comúnmente suele hacerse a la economía neoclásica es que ésta es "atemporal" (Georgescu-Roegen, 1972 ; Shackle, 1972), o que no se sitúa "en el tiempo" (Hicks, 1976). Aunque esta acusación es compartida por quienes creen que el análisis de los verdaderos problemas de la economía ha de hacerse desde la perspectiva del tiempo real, aún existen quienes se niegan a aceptar dichas críticas. El objetivo del trabajo que presentamos es el de clarificar dichas críticas, aportando nuestro punto de vista al respecto y señalando dónde se halla, en nuestra opinión, el problema fundamental de la modelización neoclásica, que hace que dichas críticas tengan sentido.

2.CONCEPCIONES DEL PROCESO ECONÓMICO

En nuestra opinión, la razón de la existencia de estas críticas, hay que buscarla en cómo conciben el proceso económico las distintas escuelas de pensamiento en la economía, que, siguiendo la terminología de Hayek¹, denominamos de "tradición racionalista" y de "tradición evolutiva". En primer lugar introduciremos dos conceptos que hacen referencia a cómo se puede clasificar este proceso económico.

Proceso dinámico:

Entendemos por proceso dinámico aquel cuyo funcionamiento transcurre en el tiempo lógico o teórico y que se expresa, de forma determinista, mediante un análisis que relaciona cantidades correspondientes a diferentes puntos de tiempo. Dicho análisis coincide con el análisis diferencial e incluye como caso especial el análisis de períodos.

¹F.A.Hayek (1991). *Los fundamentos de la libertad*. Unión Editorial. pag.73

Proceso evolutivo:

Un proceso económico se dice que es evolutivo cuando transcurre en tiempo histórico o en tiempo real. Esto supone que el proceso evolutivo, a diferencia del dinámico, ha de ser expresado de forma estadística mediante un tipo de análisis que sea capaz de conjugar los aspectos deterministas y aleatorios propios de dicho proceso.

A partir de esta conceptualización, podemos decir que la escuela racionalista considera que el proceso económico se puede describir mediante lo que hemos denominamos un proceso dinámico. Esto conlleva considerar que el proceso económico se entiende como determinista y que, por lo tanto las herramientas matemáticas que se requieren para su estudio son las ecuaciones diferenciales y en diferencias, lineales o reducibles a lineales. La escuela evolucionista, por el contrario, considera que el proceso económico es un proceso evolutivo y debido a su carácter no determinista, las herramientas que requiere para su análisis son ahora las ecuaciones diferenciales o en diferencias no lineales, junto con los procesos estocásticos. Vemos pues que aunque sólo sea desde un punto de vista matemático formal, el segundo caso se enfrenta a unos niveles de complejidad más elevados que los que se dan dentro de los procesos dinámicos, e incluso podemos decir que éstos aparecerían tan solo como un caso muy particular de aquellos.

Partiendo de la base, generalmente aceptada, de que el proceso económico evoluciona a lo largo del tiempo, y con el objetivo de conseguir una aproximación a la descripción de un proceso de este tipo, la economía ortodoxa introdujo el estudio del proceso económico desde dos tipos de análisis, el dinámico y el dinámico comparativo. Con ello, aunque formalmente alcanzó su objetivo, realmente lo que consiguió fue sacrificar el proceso histórico al proceso dinámico, al considerar en su estudio como único tiempo, el tiempo del proceso o tiempo lógico propio de la dinámica, y eliminar el tiempo histórico o tiempo del calendario asociado a todo proceso evolutivo.

3. EL CONCEPTO DE EQUILIBRIO Y SU RELACIÓN CON LA MODELIZACIÓN ECONÓMICA

El origen de muchas de las críticas que se han formulado a la modelización neoclásica parten del supuesto de que ésta está inspirada en la modelización física. El problema que desencadena en la economía esta forma de actuar, es que sus modelizaciones no contemplan el tiempo histórico, ya que en la modelización física se excluye todo tipo de cambio cualitativo. Esto ha ocasionado que algunos de sus críticos (Georgescu o Shackle) concluyan en afirmar que "la debilidad que presenta el análisis ortodoxo de la economía para abordar el problema del cambio real proviene de su dependencia teórica de la lógica estándar" (Boland, 1978). En este sentido, la solución que presenta Georgescu-Roegen para paliar dicha dependencia es modificar la lógica con lo que él llama conceptos "dialécticos" (Georgescu-Roegen, 1971), aún a costa de la posibilidad de violar el principio de no-contradicción (Boland, 1978).

En nuestra opinión esta crítica puede ser acertada en lo que se refiere al origen del problema, ésto es, que la modelización económica se ha inspirado en la modelización física. Sin embargo pensamos que la lógica estándar no es la responsable de que el análisis ortodoxo de la economía no aborde el problema del cambio real. Por el contrario pensamos que dicha responsabilidad recae en la manera en como ésta concibe el concepto de equilibrio en su análisis .

En economía tradicionalmente ha venido asociándose el concepto de equilibrio con el concepto de estado estacionario. Sin embargo, como dice Schumpeter (1982)², esta asociación ha venido utilizándose en el transcurso de la historia del pensamiento económico, bajo dos conceptualizaciones diferentes, que fueron introducidas respectivamente por Adam Smith y por J. S. Mills. Para el primero, dicho estado "era una condición efectiva del proceso económico que se esperaba ver realizada en algún momento futuro". Para el segundo, el estado estacionario no era una realidad futura, sino que "esperaba que de hecho el proceso económico se apaciguara finalmente en un estado estacionario de naturaleza especial, que no sería un expediente analítico para facilitar el estudio de la realidad no estacionaria, sino que sería él mismo la realidad".

De dichas concepciones, la segunda, en nuestra opinión, es la que contempla la economía neoclásica en sus modelizaciones. Esta segunda conceptualización del estado estacionario hizo que el estudio de las condiciones bajo las cuales pudiese existir un equilibrio, se constituyese en el objetivo central de la modelización económica, olvidando por tanto el estudio del proceso de cambio en tiempo real que necesariamente ha de producirse hasta llegar a él.

Como bien afirma Boland, "lo que hace que un modelo de equilibrio aparezca fuera del tiempo, no es que las condiciones del equilibrio se deriven de forma lógica de la suposición de que existe un equilibrio. Más bien se trata de que la existencia del equilibrio está fuera de toda duda (se asume que siempre dicha proposición es verdadera). En consecuencia, las condiciones de equilibrio no son tautológicas sino metafísicas". Esto es, en los modelos de equilibrio, éste no se introduce como un enunciado a debatir su status de verdad, sino que se toma como un enunciado metafísico, donde dicho status no se cuestiona en ningún momento.

Sin embargo, hemos de decir que la idea de que el equilibrio asociado al estado estacionario es una realidad, se encuentra tan firmemente arraigada en la modelización económica actual que los constructores de modelos, en base a afirmar la existencia real del equilibrio económico, son capaces incluso de incurrir en un grave error lógico en cuanto a la consistencia de sus modelos, introduciendo supuestos *ad hoc*, como es el caso de los modelos de equilibrio de expectativas racionales.

²J.A.Schumpeter (1982). *Historia del Análisis Económico*. Pag 627-8

En nuestra opinión, mientras la economía base su estudio en encontrar las condiciones mediante las cuales se define el equilibrio o bien las que hacen que se pueda definir un equilibrio a partir de otro, necesariamente está obviando el estudio del cambio económico en un contexto histórico. Las razones de este comentario se derivan de las recientes aportaciones de la Teoría de los Procesos Irreversibles, creada por I. Prigogine, que nos dice que siempre que situemos nuestro estudio de un sistema en condiciones que nos garanticen que éste se encuentra en el equilibrio o cerca de él, dicho sistema no puede exhibir ningún tipo de cambio histórico. La razón física de este hecho, es que en dichas condiciones desaparece toda interacción entre las unidades del sistema. En este caso, cada componente sigue un movimiento pseudoinercial en donde cada punto del sistema evoluciona independientemente de todos los demás, perdiéndose así la posibilidad de que dichas unidades interactúen, dando lugar a un proceso de cambio histórico. La razón matemática es que en dichas condiciones, el sistema puede ser descrito mediante ecuaciones diferenciales integrables (lineales o reducibles a lineales). Dichas ecuaciones se caracterizan porque sus soluciones no representan ningún tipo de comportamiento que haga referencia al cambio histórico, por no presentar irreversibilidad temporal, bifurcaciones ni sensibilidad a las condiciones iniciales ni a los parámetros, condiciones necesarias para determinar la historia del sistema.

4. BIBLIOGRAFÍA

BOLAND.L.A (1978)*Time in economics vs economics in time: the "Hayek Problem"*
Canadian journal of Economics. XI,no.2.

GEORGESCU-ROEGEN.N.(1971) *The Entropy Law and the Economic Process*
(Cambridge, Mass.:Harvard University Press)

HAYEK.F.A. (1991) *Los Fundamentos de la Libertad*. Ed. Unión Editorial.

HICKS.J.R.(1976) *Some questions of time in economics*. En A.M.Tang,F.M.Westfield, y J.S.Worley,eds, *Evolution, Welfare and Time in Economics*. (Toronto:Heath) 135-51

SCHUMPETER.J.A. (1982) *Historia del Análisis Económico*. Ed.Ariel.

SHACKLE.G.L.S. (1972) *Epistemología y Economía: Crítica de las doctrinas económicas*.
Ed.F.C.E.España.

CONSIDERACIONES SOBRE LOS MODELOS DE PROGRAMACIÓN POR METAS EN SU VERSIÓN DINÁMICA

RAFAEL CABALLERO FERNÁNDEZ

MERCEDES GONZÁLEZ LOZANO

LOURDES REY BORREGO

FRANCISCO RUIZ DE LA RÚA

Departamento de Economía Aplicada (Matemáticas)

Universidad de Málaga.

Parece evidente que debido a la complejidad del mundo económico y empresarial resulta difícil captar la riqueza y variedad de una realidad mediante un modelo monoobjetivo. Un agente económico no suele tener sólo un único objetivo a minimizar o maximizar, sino que ha de tener en cuenta varios, normalmente en conflicto entre sí, por lo que no resulta posible obtener una solución factible formada por el óptimo de cada uno de ellos. De ahí el gran desarrollo en las últimas décadas de la programación multiobjetivo.

Sin embargo, tenemos que hacer notar que el auge de la misma se ha reducido a su vertiente estática siendo su desarrollo en el campo dinámico más limitado, cosa que hay que intentar paliar ya que es evidente que el tiempo es una variable, si no crucial sí muy importante en cualquier problema económico. Las decisiones que tomemos hoy claramente influirán en las que tomemos mañana y eso no se recoge en un modelo estático donde no se considera más que una situación puntual. En este mundo, donde todo está interrelacionado, los agentes económicos deben realizar una planificación estratégica con un horizonte temporal ya que en el ámbito económico existen muchas decisiones que no logran sus propósitos inmediatamente sino que van consiguiendo los resultados requeridos a medida que el tiempo transcurre por lo que es necesario disponer de un modelo donde se vean esos efectos a lo largo del tiempo.

Es por ello que estamos interesados en estudiar la vertiente dinámica de la programación multiobjetivo basándonos siempre en su parte estática que, como hemos indicado, se encuentra mucho más desarrollada y contrastada.

Sabemos que al introducir el tiempo en nuestro modelo surgen dos posibilidades según si consideramos que el tiempo es una variable continua o una discreta. Si la consideramos continua surgen los modelos diferenciales y si tomamos la otra opción tendremos los modelos en diferencias. Nosotros, en este trabajo, utilizaremos la versión discreta autónoma. Así nuestro problema general multiobjetivo dinámico será el siguiente:

$$\text{Min } J(u(k)) = (J_1(u(k)), J_2(u(k)), \dots, J_p(u(k)))$$

$$\text{donde } J_i(u(k)) = \sum_{k=0}^{N-1} f_i(x(k), u(k)) + F_i(x(N))$$

$$\text{s.a } x(k+1) = h(x(k), u(k)) \quad k=0, 1, \dots, N-1 \text{ con } x(0) = x_0$$

$$g_i(x(k), u(k)) = 0 \quad i=1, \dots, s_I$$

$$g_i(x(k), u(k)) \leq 0 \quad i=s_{I+1}, \dots, S$$

$$L \leq u(k) \leq U \quad L, U \in R^m$$

es decir, queremos minimizar p funcionales dependientes de nuestra variable de control, $u(k)$, donde cada uno de ellos está compuesto, aparte de la suma representativa de los efectos acumulados de los controles a lo largo del tiempo, de una componente que es función del estado terminal.

La existencia de este último término es importante ya que muestra la situación en que dejamos el sistema en ese momento terminal. Aunque nosotros finalicemos nuestro estudio en un momento determinado debemos saber en qué situación dejamos al sistema ya que esa realidad no tiene por qué agotarse en ese instante siendo del todo lógico que continúe su existencia y resulta interesante saber en qué situación se encuentra al final de nuestro horizonte de planificación.

Estos funcionales van a estar sujetos, aparte de nuestras ecuaciones de movimiento que son las que verdaderamente dan dinamicidad a nuestro modelo, a restricciones que pueden afectar tanto a las variables de control, $u(k)$, como a las de estado, $x(k)$, o a ambas. Además pueden existir cotas sobre nuestras variables de control que limiten sus posibles valores a lo largo del tiempo.

Una vez planteado nuestro modelo, buscamos su solución. Para ello existen varios métodos de resolución. Podemos citar entre ellos a los métodos escalarizantes que pretenden convertir el problema multiobjetivo en uno monoobjetivo debido a que la resolución de este último resulta conocida y relativamente fácil. Dentro de ellos tenemos el método de la ponderación, el de la restricción y la programación compromiso.

El primero convierte el problema vectorial en uno escalar tomando la suma ponderada de los funcionales como nueva función objetivo. El segundo va optimizando sólo una de los funcionales objetivo tomando las demás como restricciones con unas cotas prefijadas y el tercero intenta obtener aquella solución que, de alguna forma, se acerque más a la solución ideal formada por los mínimos de cada una de las funciones objetivo (punto ideal o utópico, normalmente inalcanzable).

Estos métodos permiten obtener un conjunto de soluciones, llamadas eficientes, generalmente

bastante grande. Son soluciones incomparables entre sí que surgen como combinaciones no dominadas en un conjunto en el que no se puede establecer una ordenación total. Esto resulta un inconveniente importante porque, en definitiva, es el decisor el que debe elegir entre puntos que no son comparables según la ordenación utilizada, por lo que tendrá que usar criterios más o menos subjetivos para determinar qué solución se ajusta más a sus preferencias. Así pues, tarde o temprano, dejamos en manos de la subjetividad la solución elegida.

Por tanto, los métodos citados, cuando se aplican a problemas grandes y complejos, no son muy eficaces siendo necesarios nuevos enfoques en la programación multiobjetivo en los cuales los criterios de optimización se relajen. Uno de ellos, quizás el que más auge ha tenido en los últimos años, es la programación por metas.

En los métodos escalarizantes el modelizador no disponía de mucha información sobre las preferencias del decisor, salvo la idea de que pretendía minimizar los objetivos, pero puede ocurrir que éste, al conocer la imposibilidad de obtener el punto ideal formado por los mínimos de cada una de las funciones objetivo, abandone la idea de optimización y se conforme con establecer unos niveles de aspiración para cada objetivo, niveles que indicará al modelizador. Dichos niveles de aspiración consisten en establecer, para cada función objetivo, un valor umbral de forma que no será satisfactoria una solución donde se alcance valores peores a los que él establece.

Además es lógico pensar que el decisor tenga un orden de preferencia entre los objetivos, orden que situará a los mismos en distintos niveles de forma que preferirá satisfacer antes todas las metas correspondientes a los objetivos situados en niveles superiores.

Se trata, en definitiva, de encontrar soluciones que verifiquen todas las metas impuestas a las funciones objetivo, soluciones que recibirán el nombre de satisfactorias. Si no existen combinaciones admisibles que satisfagan todas las metas tendremos que renunciar a una o más de las mismas. Como es lógico, las apropiadas serán las correspondientes a funcionales situados en los niveles más bajos de preferencia. Es decir, vamos a aplicar un orden lexicográfico, pero no sobre los objetivos directamente, sino sobre funciones que miden la cercanía de cada uno de los mismos a su meta correspondiente.

Por tanto, en cierto sentido, la programación por metas lexicográfica, se acerca más a la realidad del mundo económico, ya que en el mismo conseguir todos nuestros propósitos resulta difícil, por no decir imposible, y nos debemos conformar con la situación que más se aproxime a nuestras aspiraciones renunciando a la optimización.

Hemos indicado ya que una de las características fundamentales de la programación por metas es la información dada por el decisor al analista de los niveles de aspiración para cada una de las funciones objetivo. Es decir, valores del objetivo, superiores o inferiores, a partir del cual el decisor se considera satisfecho.

Sabemos que en el campo estático el planteamiento de un problema de programación por metas se realiza incorporando los objetivos y niveles de aspiración establecidos en el conjunto de restricciones y formulando una nueva función objetivo conocida como función de realización. Esas nuevas restricciones creadas son deseos del decisor y por ello un punto que no las cumpla no tiene por

qué ser no admisible, de ahí su nombre de restricciones blandas o débiles a diferencia de las demás, ya existentes, llamadas duras o fuertes ya que sí deben cumplirse obligatoriamente.

Con el fin de determinar soluciones que verifiquen las restricciones duras de forma obligada y se aproximen lo más posible a las metas se introducen las variables de desviación p_i y n_i ambas no negativas, y sólo una de ellas, a lo más, estrictamente positiva. Sabemos que estas variables muestran la desviación por exceso o por defecto a nuestro nivel de aspiración y, por consiguiente, para cada objetivo, $f_i(u)$, se debe cumplir que:

$$f_i(u) - p_i + n_i = \alpha_i \quad i=1,\dots,p$$

$$p_i, n_i \geq 0 \quad p_i, n_i = 0$$

siendo $\alpha_i = (\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_p)$ los niveles de aspiración fijados.

De esta forma nuestra nueva función objetivo vendrá definida en las variables de desviación, pero no en todas sino en las que denominaremos no deseadas. Como nuestro propósito es minimizar los funcionales, las variables que nos interesa que tomen un valor pequeño son las variables p_i las cuales muestran el exceso con respecto al nivel de aspiración, intentando que alcancen el valor nulo. Además podemos eliminar de nuestra formulación las variables n_i que en ningún momento serán significativas para nosotros, por lo que podemos transformar nuestras restricciones en las siguientes:

$$f_i(u) - p_i \leq \alpha_i \quad i=1,\dots,p \quad \text{con} \quad p_i \geq 0$$

siendo nuestra función de realización cualquier función en las variables de desviación no deseadas, las p_i , tal que el mínimo restringido a condiciones de no negatividad de las variables sea alcanzado en el origen, es decir, $p = 0$.

Una vez expuesto cómo se fijan los niveles de aspiración en el problema estático veremos la generalización a la optimización multiobjetivo dinámica.

Existen varias formas diferentes de llevar a cabo esta extensión. Una primera consiste en fijarlos como constantes en el instante final, es decir, al introducir las variables de desviación la meta queda expresada por:

$$\sum_{k=0}^{N-1} f_i(x(k), u(k)) + F_i(x(N)) - p_i \leq \alpha_i$$

donde consideramos que dichas variables de desviación también son constantes.

Con esta forma de introducir el nivel de aspiración estamos expresando el hecho de que queremos que sea el valor alcanzado por nuestro funcional en el momento final el que sea menor que nuestra cota sin considerar cada momento por separado.

Esta variante presenta el inconveniente de no utilizar una información interesante que es la evolución de las desviaciones a los niveles de aspiración a lo largo del período de planificación. Tratando de solucionar este hecho surge una segunda extensión que nos induce a tratar los niveles de aspiración constantes para cada instante, analizando las desviaciones a lo largo del tiempo ya que van a venir medidas por una función dependiente del mismo, o sea:

$$\sum_{j=0}^{k-1} f_i(x(j), u(j)) + F_i(x(k)) - p_i(k) \leq \alpha_i \quad k=1, \dots, N$$

Con ello el nivel de aspiración se pretende lograr en cada instante de tiempo y no sólo en el momento terminal.

En esta expresión el inconveniente más grande a destacar es que no tiene sentido fijar el nivel constante en el período, por ello lo definiremos como función del tiempo a lo largo del período de planificación, es decir:

$$\sum_{j=0}^{k-1} f_i(x(j), u(j)) + F_i(x(k)) - p_i(k) \leq \alpha_i(k) \quad k=1, \dots, N$$

Como se puede observar, este tercer supuesto es el más general de todos, pues contiene el primero de ellos suponiendo que cuando $k = 0, 1, 2, \dots, N-1$ $\alpha_i(k)$ es igual a una constante muy superior a los valores alcanzables y cuando $k = N$, $\alpha_i(N) = \alpha_i$, por lo que $p_i(k) = 0$ cuando $k = 0, \dots, N-1$ y sólo debemos minimizar $p_i(N) = p_i$. También el segundo caso puede extraerse del tercero supuesto que $\alpha_i(k) = \alpha_i$ cuando $k = 0, 1, \dots, N$.

Existiría aún otro caso particular a considerar y sería el caso en que se buscara en cada momento que se cumpliera lo siguiente:

$$f_i(x(k), u(k)) - p_i(k) \leq \alpha_i(k) \quad k=0, \dots, N-1$$

En esta ocasión, como se puede observar, no se evalúa la suma acumulada de los efectos conseguidos en cada momento como en las anteriores, sino que se estudia cada período por separado tratando de conseguir que en cada uno de ellos el valor alcanzado por nuestra función sea menor que el nivel de aspiración correspondiente.

Indicar que esta posibilidad tiene su razón de ser en el caso en que se esté interesado en la búsqueda de un comportamiento regular a lo largo del tiempo de forma que no se presenten altibajos a lo largo del período de planificación.

Como también esta última expresión puede ser considerada como un caso particular de la tercera generalización será esta última la que nosotros trataremos tras poder observar que es la más general de todas.

Una vez introducidos los niveles de aspiración en el caso dinámico, debemos hacer notar que ahora la función de realización que consideremos deberá recoger la evolución temporal de las variables de desviación no deseadas por lo que para nuestro caso discreto dicha función de realización vendrá dada por una función sumatorio.

Otra información que debe dar el decisor al modelizador para poder resolver el problema de programación por metas lexicográfica es el orden de preferencia entre los objetivos. Mediante este dato se establecen niveles de prioridad entre ellos de forma que se colocan en cada nivel uno o más objetivos de acuerdo con los intereses del decisor, colocándose en el mismo nivel aquellos de la misma prioridad y para los cuales tengamos un conocimiento del intercambio entre los mismos o ponderaciones que se establezcan para ellos. Mientras que en niveles distintos se colocarán objetivos no comparables mediante ponderaciones, siendo altamente preferible el objetivo colocado en un nivel superior con respecto de otro inferior.

Nosotros supondremos que en cada nivel tenemos un solo objetivo de forma que tendremos p niveles de prioridad.

Con todo lo dicho, el método que se genera consiste en una sucesión de $p+1$ problemas que resolvemos de forma secuencial, así comenzando por el primero pasaremos al siguiente cuando obtengamos la solución nula en las variables no deseadas, y así sucesivamente.

El primer problema a resolver será el de nivel cero cuya razón de ser se encuentra en asegurar que el conjunto de soluciones admisibles no sea vacío, siendo, por consiguiente, su formulación:

$$\text{Min } R_0(u) \equiv 0$$

$$\text{s.a. } x(k+1) = h(x(k), u(k)) \quad k=0, \dots, N-1 \quad \text{con } x(0) = x_0$$

$$g_i(x(k), u(k)) = 0 \quad i=1, \dots, s_I$$

$$g_i(x(k), u(k)) \leq 0 \quad i=s_{I+1}, \dots, s$$

$$L \leq u(k) \leq U \quad L, U \in R^m$$

Obtenida una solución para dicho problema, aseguramos la existencia de puntos que verifican todas las restricciones del problema y, por tanto, podemos pasar al siguiente nivel, el uno, consistente en:

$$\text{Min } R_1(p)$$

$$s.a. \quad x(k+1)=h(x(k),u(k)) \quad k=0,\dots,N-1 \text{ con } x(0)=x_0$$

$$g_i(x(k),u(k))=0 \quad i=1,\dots,s_I$$

$$g_i(x(k),u(k))\leq 0 \quad i=s_{I+1},\dots,s$$

$$L\leq u(K)\leq U \quad L,U\in R^m$$

$$\sum_{j=0}^{k-1} f_i(x(j),u(j)) + F_i(x(k)) - p_i(k) \leq \alpha_i(k) \quad k=1,\dots,N$$

$$p_i(k) \geq 0 \quad i\in N_1 \text{ (nivel uno)}$$

donde la función de realización podría tomar la expresión:

$$R_1(p) = \sum_{k=1}^N p_i(k) \quad i\in N_1$$

Obtenida una solución de dicho problema y supuesto que el valor óptimo es nulo, podemos asegurar que $p_i(k)$, $i\in N_1$, es nulo, y por tanto, tenemos una solución que verifica las metas de este nivel y a partir de su conocimiento podemos pasar al siguiente.

En cada nivel se incorporan las restricciones correspondientes a las metas de los precedentes ya conseguidas sin considerar las variables de desviación de dichos niveles. Por tanto, en niveles posteriores podemos admitir reducir valores con respecto a los valores conseguidos siempre que verifiquemos los niveles de aspiración ya alcanzados.

El problema para el nivel q será establecido por:

$$\text{Min } R_q(p) = \sum_{k=1}^N p_i(k) \quad i \in N_q$$

$$\text{s.a. } x(k+1) = h(x(k), u(k)) \quad k=0, \dots, N-1 \text{ con } x(0) = x_0$$

$$g_i(x(k), u(k)) = 0 \quad i=1, \dots, s_I$$

$$g_i(x(k), u(k)) \leq 0 \quad i=s_{I+1}, \dots, s$$

$$L \leq u(k) \leq U \quad L, U \in \mathbb{R}^m$$

$$\sum_{j=0}^{k-1} f_i(x(j), u(j)) + F_i(x(k)) - p_i(k) \leq \alpha_i(k) \quad i \in N_q$$

$$p_i(k) \geq 0 \quad i \in N_q$$

$$\sum_{j=0}^{k-1} f_r(x(j), u(j)) + F_r(x(k)) \leq \alpha_r(k) \quad r \in (N_1, \dots, N_{q-1})$$

Si logramos encontrar una solución para el último problema, el correspondiente al nivel p , dicho punto será una solución satisfactoria. Si no lo logramos, por lo menos, habremos encontrado la solución que más cerca se queda de verificar todas las metas.

Ya para finalizar nuestro trabajo, hemos utilizado un programa informático para resolver problemas de este tipo obteniendo tiempos de convergencia bastante aceptables.

En dicho programa se convierte nuestro modelo dinámico en uno estático utilizando la ecuación de movimiento que nos relaciona cada momento de tiempo con los anteriores. Con ella vamos viendo el valor de las variables de estado en cada instante y obtenemos su relación con los controles ejercidos en periodos anteriores observando la recurrencia existente. Sin más que sustituir estas expresiones en

las restricciones correspondientes obtenemos un problema estático con tantas variables de decisión como controles por períodos de tiempo tengamos y posteriormente se resuelve utilizando el programa de programación por metas estático desarrollado en Ruiz(1994).

BIBLIOGRAFÍA.

CABALLERO, R. Y GONZÁLEZ, A., "Consideraciones sobre la Programación por Metas Dinámica". Estudios de Economía Aplicada. nº 0, 1993, 121-145.

CABALLERO, R., REY, L. Y RUIZ, F., Determination of Satisfying and Efficient Solutions in Convex Multi-objective Programming. Enviada a Optimization, 1995.

IGNIZIO, J.P., Goal Programming and Extensions. Lexington Books, Massachusets, 1976.

RUIZ, F., Programación Multiobjetivo Convexa. Fundamentos y Métodos de Determinación de Soluciones. Tesis Doctoral. 1994.

ALGORITMO DE PENALIZACIÓN DIRECTA EN EL PROBLEMA DE CONTROL OPTIMO

Susana, CALDERÓN MONTERO
Rafael, CABALLERO FERNÁNDEZ

Economía Aplicada (Matemáticas).

Ramón, HIDALGO SÁNCHEZ
Servicio Central de Informática.
Universidad de Málaga.

1. INTRODUCCION

Usualmente, las técnicas existentes dentro de los problemas de Control Optimo se basan en la discretización directa de éste. En este trabajo planteamos la resolución de un problema de control óptimo no lineal penalizando las restricciones directamente y una vez formalizado sin restricciones, discretizarlo y resolverlo.

La penalización del problema vamos a considerarla a partir de los esquemas existentes para el problema estático. Dentro de esta línea, podemos construir una sucesión de problemas cuyas soluciones, en el límite, converjan a la solución del problema inicial e, incluso, intentar que esta convergencia se produzca resolviendo un único problema irrestricto, siendo éste el enfoque de la penalización exacta desarrollada.

Una vez reducido a un problema de control sin restricciones, e independientemente de la técnica que utilicemos para ello, tendremos que resolver un problema de control irrestricto. Para ello, pasaremos por un proceso de discretización y su resolución mediante técnicas cuasi-Newton que veremos posteriormente.

Dentro de la penalización, puntualizamos que la función L_1 está estudiada, pero no es diferenciable, y las técnicas que expondremos para la resolución de un problema irrestricto necesitan diferenciabilidad; por esto, necesitamos dar otras funciones que sí posean esta característica. En particular, una función de penalización exacta diferenciable, generalizada a partir del caso estático y que es la que hemos implementado. Aquí veremos detalladamente los aspectos computacionales del mismo, obteniendo en nuestro caso buenos resultados, si bien para estas funciones no tenemos resultados teóricos de convergencia que avalen los resultados obtenidos.

2. FUNCION DE PENALIZACION EXACTA

Trataremos un problema de la forma:

$$\min J(u(t)) = \int_0^T f(x(t), u(t), t) dt$$

$$\begin{aligned} \text{s.a. } x'(t) &= h(x(t), u(t), t) \\ x(0) &= x_0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} g(x(t), u(t), t) &\geq 0 \\ u(t) &\in U \end{aligned}$$

Supondremos que f , h , y g son funciones no lineales de clase dos; el espacio de controles admisibles, U , lo consideramos como el de las funciones continuas a trozos y que trabajamos con m restricciones de desigualdad.

Siguiendo la línea de los métodos vistos para programación estática, queremos implementar funciones de penalización que sean diferenciables para el problema de control óptimo.

La idea, por tanto, es construir una función de penalización exacta que generalice la dada por Fletcher (1987) para el caso dinámico, que resultaría:

$$F(x(t), u(t), t) = f(x(t), u(t), t) - \lambda(t)g(x(t), u(t), t)$$

y los multiplicadores vienen dados mediante la solución del problema cuadrático auxiliar:

$$\min \frac{\varepsilon}{2} y' y + \nabla f' y$$

$$\text{s.a. } \nabla g' y + g \geq 0$$

tomando ε de forma creciente.

Esta función, puesto que es diferenciable, ha sido tratada en subrutinas de minimización, utilizando su gradiente, cuya obtención expondremos más adelante.

3. RESOLUCION DE UN PROBLEMA IRRESTRICTO

Una vez que hemos reducido el problema con restricciones al estudio de un problema irrestricto, tenemos que resolverlo. En este apartado nos centramos en este paso. Queremos aplicarle métodos análogos a los cuasi-Newton de programación estática sin restricciones, teniendo en cuenta que ahora trabajamos en el espacio de funciones. Para ello, discretizaremos el problema de partida mediante algún proceso y pasaremos al caso no lineal estático.

Por tanto, la idea desarrollada en este epígrafe es la discretización, conjuntamente con algún método cuasi-Newton. Ahora bien, en la versión discreta del problema de control, puesto que por cada variable de control introducimos N variables discretas, siendo N el tamaño de la partición que consideremos, hemos aumentado la dimensión del problema no lineal, donde los métodos cuasi-Newton convergen de forma más lenta. Sin embargo, existen resultados que afirman que el problema que nos ocupa sí se produce la convergencia del algoritmo.

Partimos de la expresión general:

$$\min J(x(t), u(t)) = \int_0^T F(x(t), u(t), t) dt$$

$$s.a. \quad \dot{x}(t) = h(x(t), u(t), t)$$

$$x(0) = x_0$$

donde las restricciones del problema ya aparecen recogidas en la función de penalización J, construida según el apartado anterior.

Las variables de estado se pueden considerar dependientes de las variables de control a partir del sistema de ecuaciones diferenciales:

$$x(t) = x(u, t)$$

Así, nos quedaría el problema:

$$\min J(u) = \int_0^T F(x(u, t), u(t), t) dt$$

Ahora bien, para minimizar esta función, la mayoría de los métodos exigen el conocimiento, al menos, de las primeras derivadas parciales con respecto a la variable de control. En el momento que tengamos que calcular su gradiente, con respecto a u , debemos tener en cuenta que las variables de estado también dependen de ella. Con esto, la expresión del gradiente será:

$$\nabla J(u) = p(t)^t h_u(x(t), u(t), t) + F_u(x(t), u(t), t)$$

donde p es la solución de la ecuación diferencial:

$$-p'(t) = p(t)^t h_x(x(t), u(t), t) + F_x(x(t), u(t), t)$$

$$p(T) = 0$$

siendo p la variable de coestado asociada al problema.

Por tanto, cada vez que queramos conocer el valor del gradiente de J tendremos que resolver, además de la ecuación diferencial dada, esta ecuación adicional; además, si queremos aplicar el método de Newton, necesitamos las segundas derivadas. Es por ello que se considera el utilizar un método cuasi-Newton, aproximando la hessiana por un proceso iterativo, en particular el método BFGS. El método está basado en los trabajos de Kelley y Sachs, con algunas variantes. Para minimizar $J(u)$ intentamos calcular los puntos que anulan el gradiente.

Para ello, en vez de discretizar el problema de partida, discretizamos la ecuación diferencial dada por el problema y la ecuación adjunta construida, obligando que se anule el gradiente de J en los puntos de la partición que hayamos considerado.

Aunque se podría aplicar un esquema en diferencias finitas para aproximar el gradiente, estos autores sugieren que esta aproximación se puede mejorar utilizando un esquema de orden superior, por ejemplo, un algoritmo de orden cuatro como es el de Runge-Kutta, aplicándolo a la ecuación diferencial o a la ecuación adjunta.

Para estos esquemas se necesita conocer las variables en los puntos intermedios de la partición. Por tanto, la idea sería introducir como variables adicionales las variables de control en esos puntos intermedios y calcular las variables de estado mediante interpolación, por ejemplo, de Hermite.

Concretando, para comenzar, fijamos N , número de intervalos que vamos a considerar en la primera malla. El espacio $L_2[0, T]$ lo discretizamos pasando al espacio \mathbb{R}^{2N+1} , puesto que cada variable de control está tomada en los puntos de la malla y en los intermedios. Una vez discretizado, definimos el producto interior en este espacio por la expresión siguiente:

$$\langle v^N, w^N \rangle_N = \frac{T}{6N} \left\{ v_0^N w_0^N + 2 \sum_{j=1}^{N-1} v_{2j}^N w_{2j}^N + 4 \sum_{j=1}^N v_{2j-1}^N w_{2j-1}^N + v_{2N}^N w_{2N}^N \right\}$$

El proceso sería considerar el gradiente de la función que queremos minimizar, en este caso la discretización de J , que notamos ∇J^N , que lo consideramos diferenciable Fréchet y construir un algoritmo a través del cual obtengamos una aproximación de la segunda derivada de J^N en el punto solución, que notamos B , de forma que sea simétrica con respecto al producto interior definido anteriormente.

ALGORITMO BFGS

Primer paso:

Damos $u_0^N \in \mathbb{R}^{2N+1}$, $B_0 \in \mathcal{L}(\mathbb{R}^{2N+1})$, operadores lineales, continuos e inversibles, y sea $i = 0$.

Segundo paso:

Resolvemos el sistema de ecuaciones:

$$B_i^N s_i^N = -\nabla J^N(u_i^N); \quad s_i^N \in \mathbb{R}^{2N+1}$$

Tercer paso:

Consideramos:

$$u_{i+1}^N = u_i^N + s_i^N$$

$$y_i^N = \nabla J^N(u_{i+1}^N) - \nabla J^N(u_i^N)$$

Cuarto paso:

$$\text{Si } \|y_i\| < \gamma \quad (\gamma \text{ pequeño})$$

tomamos u_i como solución. Si no, vamos al siguiente paso.

Quinto paso:

Actualizamos el valor de B_i^N :

hacemos $i = i + 1$, y volvemos al paso segundo.

$$B_{i+1}^N = B_i^N + \frac{\langle y_i^N, \cdot \rangle_N}{\langle s_i^N, y_i^N \rangle_N} y_i^N - \frac{\langle B_i^N s_i^N, \cdot \rangle_N}{\langle s_i^N, B_i^N s_i^N \rangle_N} B_i^N s_i^N$$

Con este algoritmo se obtiene convergencia a través de una serie de teoremas, que, por su extensión, no exponemos en el presente trabajo.

4. IMPLEMENTACION NUMERICA

Todo lo expuesto genera un algoritmo que pasamos a desarrollar. Este ha sido implementado en lenguaje FORTRAN 77 y desarrollado con ayuda de la librería NAG. El proceso utilizado aquí es el método BFGS, que nos calcula un mínimo del problema, midiendo que el gradiente se anule, o, al menos, no varíe significativamente de una iteración a la siguiente. Así pues, lo primero que necesitamos es la expresión de los gradientes de las funciones de penalización, los cuales calculamos aplicando las fórmulas teóricas vistas.

Una vez construido $\nabla J(u)$, el algoritmo BFGS da una estimación de los óptimos de $J(u)$, intentando obtener los puntos que anulan al gradiente. Así pues, para empezar el algoritmo damos los valores iniciales u , ϵ y λ . El valor de u , aunque lo demos sobre una partición de $N-1$ puntos, lo ampliamos hasta $2N+1$, utilizando las aproximaciones constante a trozos, cúbica Spline o cúbica Hermite. Una vez hecho esto, calculamos las variables de estado y coestado mediante la resolución de sus respectivas ecuaciones diferenciales. Con éstas, obtenemos las variables en N puntos, consiguiendo su ampliación hasta $2N+1$ utilizando aproximación cúbica de Hermite.

Una vez obtenidas todas las variables, evaluamos $\nabla J(u)$ en éstas, sustituyendo simplemente en su expresión, y obteniendo un vector de dimensión $2N+1$. Ahora pasamos a la obtención de la siguiente variable de control en el proceso iterativo. Así, para cada variable de control, calculamos la longitud de paso correspondiente y actualizamos la variable de control. Volvemos a repetir todo el proceso, hasta que obtenemos $\nabla J(u)$, siendo el objetivo de este algoritmo reducir el valor de y_i hasta un cierto valor prefijado.

Mediante este algoritmo de resolución del problema inicial, podemos separar dos tipos de iteraciones, una mayor y otra menor. En la menor, para cada ε y λ fijos, repetimos todo el proceso hasta conseguir un valor y_i suficientemente pequeño.

Una vez conseguida la convergencia para estos valores concretos de los multiplicadores, los actualizamos siguiendo las mismas fórmulas vistas en programación no lineal, teniendo en cuenta que las restricciones están consideradas punto a punto.

Observamos que en el método no se necesita explícitamente el valor del funcional pero lo hemos calculado al final de cada iteración menor, utilizando para ello una cuadratura, subrutina D01GAF, para poder comparar la evolución de los costes obtenidos hacia el coste óptimo.

ALGORITMO

Primer paso:

Damos N , número de intervalos de la partición, ε valor fijo, un valor de la variable de control

inicial, $u_0 \in \mathbb{R}^N$, $B_0 = I$, λ_0 multiplicador asociado, $i=0$.

Segundo paso:

Repetimos el algoritmo BFGS las veces necesarias, hasta obtener u_{i+1} cumpliendo:

$$\|\nabla J(u_{i+1}) - \nabla J(u_i)\| < 10\gamma$$

Tercer paso:

Comprobamos si:

$$\|u_{i+1} - u_i\| < \gamma \quad i = 1, \dots, m$$

Si se verifica, u_i es solución. Si no, actualizamos λ_i , hacemos $i = i+1$ y volvemos al paso segundo.

Observamos que en el segundo paso el criterio de salida es 10γ y en el tercer paso es γ ; lo hemos considerado de esta forma para no exigir tanta precisión en una iteración menor, puesto que debemos actualizar los multiplicadores y volver a repetir el proceso para aceptar la solución como válida.

5. CONCLUSIONES

La penalización en los problemas estáticos es un tema profundamente desarrollado en multitud de variantes. Frente a éstos, nos planteamos si es posible su generalización a problemas dinámicos. En estos aspectos, están surgiendo estudios novedosos, dando algunos resultados de funciones de penalización sobre todo para el caso lineal, o el caso no diferenciable.

Centrándonos en el caso diferenciable, y puesto que habíamos estudiado ya la generalización de algunas funciones (penalización lagrangiana aumentada) en este campo, hemos generalizado la función de penalización exacta dada por Fletcher (1987) para posteriormente aplicar una adaptación de un método cuasi-Newton discretizado. Con esto, proponemos un nuevo algoritmo donde, si bien los resultados teóricos no están perfilados, hemos obtenido resultados bastante buenos, comprobados sobre una serie de problemas de control óptimo determinista, con tiempos de convergencia sustancialmente rápidos.

6. BIBLIOGRAFIA

BAUMANN, W.T.: (1991) "*Discrete-time control of continuous-time nonlinear systems*". International Journal Control, vol. 53, no. 1, p. 113-120.

FLETCHER, R: (1987). Practical methods of optimization. John Wiley & Sons.

GOULD, N.I.M.: (1988) "*On solving three classes of nonlinear programming problems via simple differentiable penalty functions*". Journal of Optimization Theory and Applications, vol. 56, no. 1, january, p. 88-127.

ITO, K., KUNISCH, K.: (1990) "*The augmented lagrangian method for equality and inequality constraints in Hilbert spaces*". Mathematical Programming, vol. 46, p. 341-360.

KELLEY, C.T., SACHS, E.W.: (1990) "*Approximate quasi-Newton methods*". Mathematical Programming, vol. 48, p. 41-70.

KELLEY, C.T., SACHS, E.W., WATSON, B.: (1991) "*Pointwise quasi-Newton method for unconstrained optimal control problems, II*". Journal of Optimization Theory and Applications, vol. 71, no. 3, p. 535-547.

MAYNE, D.Q., POLAK, E.: (1987) "*An exact penalty function algorithm for control problems with state and control constraints*". IEEE Transactions on Automatic Control, vol. AC-32, no. 5, may, p. 380-387.

SMITH, S., MAYNE, D.Q.: (1988) "*Exact penalty algorithm for optimal control problems with control and terminal constraints*". International Journal Control, vol. 48, no. 1, p. 257-271.

SEIERSTAD, A. Y SYDSAETER, K.: (1987). Optimal control theory with economics applications. North-Holland.

XING, A.Q., CHEN, Z.H., WANG, C.L. Y YAO, Y.Y.: (1989) "*Exact penalty function approach to constrained optimal control problems*". Optimal Control Applications and Methods, vol. 10, p. 173-180.

LA REFORMA DEL SUBSIDIO AGRARIO: UNA PROPUESTA PARA EL DEBATE

JOSÉ MANUEL CANSINO MUÑOZ-REPISO.

Dpto. Tª Económica y Economía Política.

Facultad de CC. Económicas y Empresariales.

Universidad de Sevilla.

El subsidio por desempleo en favor de los trabajadores eventuales del Régimen Especial Agrario de la Seguridad Social, es una de las prestaciones asistenciales de la protección por desempleo del Sistema de la Seguridad Social Español.

Los beneficiarios de este régimen de subsidios, son los trabajadores eventuales del Régimen Especial Agrario de la Seguridad Social (en adelante, REA), en situación de desempleo, con domicilio en alguna localidad de las Comunidades Autónomas de Andalucía o de Extremadura.

El subsidio consiste en una prestación económica a favor del beneficiario, comprendiendo, además, el abono del importe de la cuota del trabajador, vigente en cada momento, al REA del desempleado ¹.

Su duración varía según la edad del trabajador, las responsabilidades familiares y el periodo de ocupación por el que se ha cotizado a la Seguridad Social.

Ante la imposibilidad de analizar toda la casuística incluida en el REA, definiremos un 'trabajador subsidiado tipo', y analizaremos su comportamiento.

El sistema incluye una primera restricción para el acceso de un trabajador, al régimen de prestaciones por desempleo. Esta restricción toma forma en un número mínimo de jornadas reales cotizadas en el REA por el trabajador, en los 12 meses anteriores a la situación por desempleo. Lo primero que haremos será suponer que nuestro 'trabajador tipo', tiene acceso a las prestaciones, esto es, cotizó al menos el mínimo de jornadas requeridas. Con carácter general, el RD/273/95 de 24 de Febrero, exige 40 jornadas cotizadas al REA.

Con respecto a la duración de periodo de subsidio, vamos a considerar que, éste es de 180 días al año (límite incluido en la mayoría de los casos). La cuantía diaria del subsidio es del 75 % del Salario Mínimo Interprofesional diario vigente en cada momento. Hasta el 1/1/95, para un beneficiario como nuestro 'trabajador tipo', el número máximo de días de percepción del subsidio en cada mes era de veinte días, menos los días trabajados y en Incapacidad Laboral Transitoria, que superen el número

¹Para 1.995 la cotización es de 8.500 pesetas/mes.

de diez en dicho mes. En la actualidad no existe ninguna obligación sobre la forma en la que se distribuyen esos 180 días².

1. UN MODELO TEORICO DE OFERTA DE TRABAJO

En este trabajo queremos acercarnos a los incentivos que tienen los potenciales beneficiarios del sistema, para ofrecer, en el periodo de un mes, 30 días de trabajo, por los que habría que cotizar al REA, o bien, trabajar una fracción de ese mes dentro de la legalidad, esto es, cotizando al REA, y otra fracción, trabajando de hecho, aunque cotizase un familiar por el resto de las jornadas.

Veamos cuáles son los determinantes de la oferta de trabajo de una persona, para poder mejor analizar su comportamiento. El modelo tradicional de oferta de trabajo, ha tomado la forma siguiente:

$$h = g(w, y, \vec{z}, \vec{B}) + E = h^* + E$$

donde 'w' es el salario de mercado, 'y' la renta no laboral, 'z' el vector de características personales, 'B' el vector de coeficientes desconocidos que muestra los gustos individuales, que suponemos en principio constantes en la población, y 'E' un término aleatorio de media 0. Sobre el término aleatorio, Burtless y Hausman (1.978), opinan:

*"As an empirical matter, these sources of randomness turn out to explain only a very small fraction of the total variation of hours worked compared with variation in preferences among the population (...). Another form of randomness in the data occurs because of individual variation in tastes".*³

La estimación de los parámetros se realiza minimizando el cuadrado de las diferencias entre 'h' (horas observadas de trabajo ofrecido) y h* (horas estimadas de trabajo ofrecido). Evidentemente, en el caso de que la oferta de trabajo fuese lineal, el método a utilizar sería el de MCO.

Para analizar la elección del trabajador, habrá que considerar sus preferencias, que subyacen a esta ecuación, y que pueden representarse por la función de utilidad.

Partiendo de una función de utilidad indirecta V(w,y), que corresponde a la función de utilidad directa definida sobre las horas de trabajo y la composición de bienes, u(h,x), donde h son las horas de trabajo y x una combinación de bienes consumida por el sujeto, (esto implica que las preferencias

²Supondremos que el trabajador cobra los 180 días de forma continuada aunque distribuye los ingresos obtenidos de forma homogénea a lo largo de los 12 meses del año).

³Burtless G. and Hausman J. A. (1.978): "The effect of taxation on labor supply: evaluating the Gary Negative Income Tax Experiment", *Journal of Political Economy*, vol. 86, December, pág. 1.115.

individuales están igualmente bien representadas por una función de consumo que por una función de precios y renta), y haciendo uso de la identidad de Roy a partir de la teoría dual, generaríamos una función de oferta de trabajo.

La identidad de Roy da una demanda de mercado (en nuestro caso, de horas de trabajo) como el ratio entre la derivada de la función de utilidad indirecta con respecto al salario, dividido por la utilidad marginal de la renta:

$$\frac{\frac{\partial V(w, y)}{\partial w}}{\frac{\partial V(w, y)}{\partial y}} = h^* = g(w, y, \bar{z}, \bar{B})$$

De mantenerse la condición de Slutsky,

$$\frac{dh}{dw} = \frac{\partial h}{\partial w} \Big|_{(u=\bar{u})} + h \frac{\partial h}{\partial y}$$

$V(w, y)$ puede ser despejada siempre, resolviendo la ecuación diferencial anterior. De hecho, dándole a $V(\cdot)$ una especificación lineal del tipo,

$$h^* = \alpha w + \beta y + \gamma z$$

Se obtiene la siguiente función de utilidad indirecta:

$$V(w, y) = e^{bw} \left(y + \frac{\alpha}{\beta} w - \frac{\alpha^2}{\beta} + z \frac{\gamma}{\beta} \right)$$

Burtless y Hausman (1.978) permiten la variación en las preferencias, al aceptar la posibilidad de que ' β ' estuviese distribuido aleatoriamente en la población. De hecho, llegan a demostrar que la variación en ' β ' era mucho más importante que que la variación del término aleatorio 'E'. En este mismo sentido, Blomquist (1.983) comprobó y rechazó un modelo que mantuviese constante las preferencias⁴. El propio Hausman señaló como línea de análisis, el permitir al mismo tiempo, la variación de todos los parámetros de los gustos. Hausman (1.985) afirma,

⁴Blomquist N.S. (1.983), "The effect of income taxation on the labor supply of married men in Sweden", *Journal of Public Economic*, nº 22, pág. 172.

"An even more satisfactory procedure would be to allow all the taste coefficients to vary in population".⁵

Presentado el modelo, cabe hacer generalizaciones en tres sentidos, por una parte, los análisis de la oferta de trabajo suelen presentar unas decisiones de trabajo-ocio más a largo plazo, en particular, Argandoña (1.986) señala:

"se supone que las decisiones de trabajo-ocio se toman atendiendo al rendimiento del trabajo y al nivel de renta, no sólo en el presente sino también en el futuro esperado".⁶

Sin embargo, el propio carácter de eventuales de los trabajadores que estamos considerando, rechazaría la generalización del modelo por esta vía, puesto su situación precaria en lo que a continuidad de su prestación laboral se refiere, impide cualquier planteamiento de decisión trabajo-ocio a largo plazo.

En segundo lugar, es necesario considerar el problema de las restricciones cuantitativas. Las restricciones suelen aparecer si el individuo tiene que elegir entre trabajar a tiempo completo o no trabajar. De esta forma, tendríamos que estimar los parámetros de su oferta de trabajo mediante un modelo de elección discreta que nos permita una determinada distribución de preferencias, en este sentido, Hausman y Wise (1.978), escriben:

"In many situations, choices are made over a continuum of possibilities; for example, 'how much' to spend or how much to work. But in many other situations, the possible alternatives are 'discretes' or 'quantal' (...). Examples of this kinds of choice are wheter or not to work, where to live, where to work, mode of transportation, and size of familiy. Knowledge of the determinats of such decisions is important to the policy maker in designing, for example, income maintenance programs, urban renewal projects, medical education programs, public transportation networks, and child care facilities".⁷

⁵Hausman J.A. (1.985): "Taxes and labor supply", en Auerbach A. and Feldstein M. (ed.), Handbook of Public Economic. vol. I, pág. 234.

⁶Argandoña A. (1.986), "La Economía de la Oferta", *Papeles de Economía Española*, nº 28, pág. 211. Obra Social de la CECA.

⁷Hausman J.A. and Wise D. (1.978): "A conditional probit model for qualitative choice: discretes decisions recognizing interdependence and heterogeneous preferences", *Econometrica*, vol. 46, nº 2, 1.978 march, pág. 403.

Otro tipo de restricción cuantitativa es la elección entre trabajos, cada uno de los cuales implica una combinación de salario de mercado y horas de trabajo distinta. No obstante, si el individuo acepta un trabajo dado, está obligado a trabajar el número de horas asociadas a ese trabajo. En cualquier caso, para el sector de trabajadores objeto de estudio, ninguna de las restricciones cuantitativas es lo suficientemente relevante como para modificar el marco teórico de referencia, pues, la eventualidad en el trabajo supone la flexibilidad en el número de días trabajados a lo largo del mes.

La tercera generalización del modelo consiste en pasar de considerar la decisión de ofrecer horas de trabajo, como resultado de una elección individual, a considerar esta elección como el resultado de la decisión de un colectivo; en particular, se consideraría la oferta de trabajo de una unidad familiar⁸.

Esta es la generalización que sí vamos a seguir en nuestro modelo teórico, pues en el objetivo último de analizar los incentivos al fraude al sistema del REA, habría de considerarse la posibilidad del trasvase de jornadas cotizadas entre los miembros de una misma unidad familiar, de forma que se generase el derecho a la percepción del subsidio a un mayor número de miembros, con el objetivo de elevar al máximo la ganancia mensual de la familia, sin superar los límites impuestos por la legislación.

1.1 EL MODELO DE OFERTA DE TRABAJO FAMILIAR

Vamos a estudiar el caso de una unidad familiar compuesta por dos miembros, el marido y la mujer, pudiéndose generalizar las conclusiones obtenidas a un número mayor de miembros sin restar ninguna validez.

La elección del número de horas trabajadas, respondería al mismo planteamiento descrito para un trabajador individual, esto es, partiendo del mapa de curvas de indiferencia que mostrara las preferencias de la unidad familiar, analizaríamos la solución de tangencia entre la recta de presupuesto de la familia (expresada por el cesto de bienes que consume), y la curva de indiferencia más alta.

La función indirecta de utilidad de una familia sería:

$$V(w, Y) = \exp(\beta_1 w_1 + \beta_2 w_2) Y^* (w_1, w_2, Y)$$

donde los argumentos responden a las variables antes descritas.

⁸Véase Hausman and Ruud P. (1984): "Family labor supply with taxes", *American Economic Review*, vol 74. Págs. 242 a 248.

Aplicando la desigualdad de Roy, obtenemos las ecuaciones de oferta de trabajo para cada miembro:

$$h_1 = \delta_1 + \beta_1 Y^* + \gamma_1 w_1 + \alpha_1 w_2$$

$$h_2 = \delta_2 + \beta_2 + \gamma_2 w_2 + \alpha_2 w_1$$

En el problema de la maximización conjunta de la utilidad de la familia, combinaríamos las ecuaciones 7 y 8, con la restricción presupuestaria,

$$X = Y + w_1 h_1 + w_2 h_2$$

donde 'x' es el cesto de bienes consumido por la familia.

2. LOS DATOS

Supongamos un mes que incluye 30 días laborables y comparemos dos situaciones distintas.

En la primera, la unidad familiar (compuesta por el marido y la mujer), actúa dentro de la legalidad del REA, esto es, analizamos el caso de un trabajador que percibirá su salario por las 30 jornadas efectivas de trabajo. Su mujer, que consideramos fuera del mercado de trabajo, no recibe renta laboral alguna. Con estos supuestos, la riqueza total acumulada de la familia, que coincidirá con la renta laboral mensual del trabajador, será:

$$\text{Miembro } 1 \quad WR_{\text{total/mes}} = 3750 \times 30 = 112500 \text{ Ptas.}$$

donde 3.750 Ptas. es el salario diario de un trabajador eventual no cualificado establecido en el Convenio Provincial del Campo para la Provincia de Sevilla, en 1.995.

En la segunda situación, la familia se instala en una situación de fraude al sistema del REA, y se comporta de la siguiente forma:

El trabajador, que lo hace durante las 30 jornadas, sólo declara a efectos de cotización del REA, haber trabajado 15 jornadas. De esta forma, podría percibir el salario íntegro de las 30 jornadas que, de hecho ha trabajado, más los 15 días de subsidio por desempleo, que el REA le concede. Su riqueza total al final del mes será:

$$\begin{aligned} \text{Miembro } 2 \quad WR_{total/mes} &= 0 \times 15 + 15 \times 1567/5 = \\ &= 23512/5 \text{ Ptas.} \end{aligned}$$

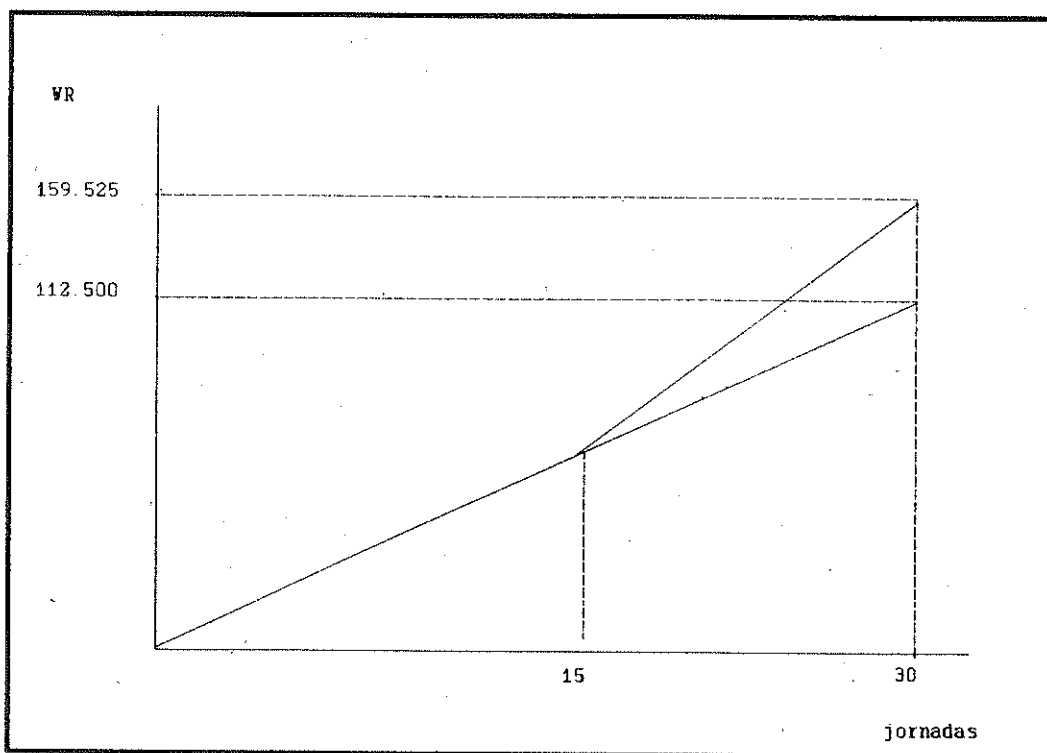
siendo 1.567, el 75 % del salario mínimo interprofesional para 1.995 expresado en días y sin incluir las pagas extraordinarias.

Pero además, con la connivencia del empleador, el otro cónyuge puede aparecer a efectos del sistema de la Seguridad Social, como trabajador por las otras 15 jornadas por las que no cotiza el trabajador, el otro miembro de la unidad familiar, esto es, la segunda renta, que no percibirá salario por unas jornadas cotizadas pero ficticias en la práctica, en cambio, sí tiene derecho a la percepción del subsidio por los 15 días restantes del mes, de forma que su riqueza mensual será:

$$\begin{aligned} \text{Miembro } 1 \quad WR_{total/mes} &= 3750 \times 30 + 15 \times 1567/5 = \\ &= 136012/5 \text{ Ptas.} \end{aligned}$$

De esta forma, la riqueza acumulada por la unidad familiar en situación de fraude, al final del mes, será de 159.525 Ptas, por lo que el incentivo al fraude será de 47.025 Ptas (la diferencia entre la situación fraudulenta y la legal), que podrá repartirse entre los trabajadores y los empleadores que se instalan en la situación de fraude.

El gráfico 1 muestra los niveles de acumulación de riqueza en ambas situaciones.



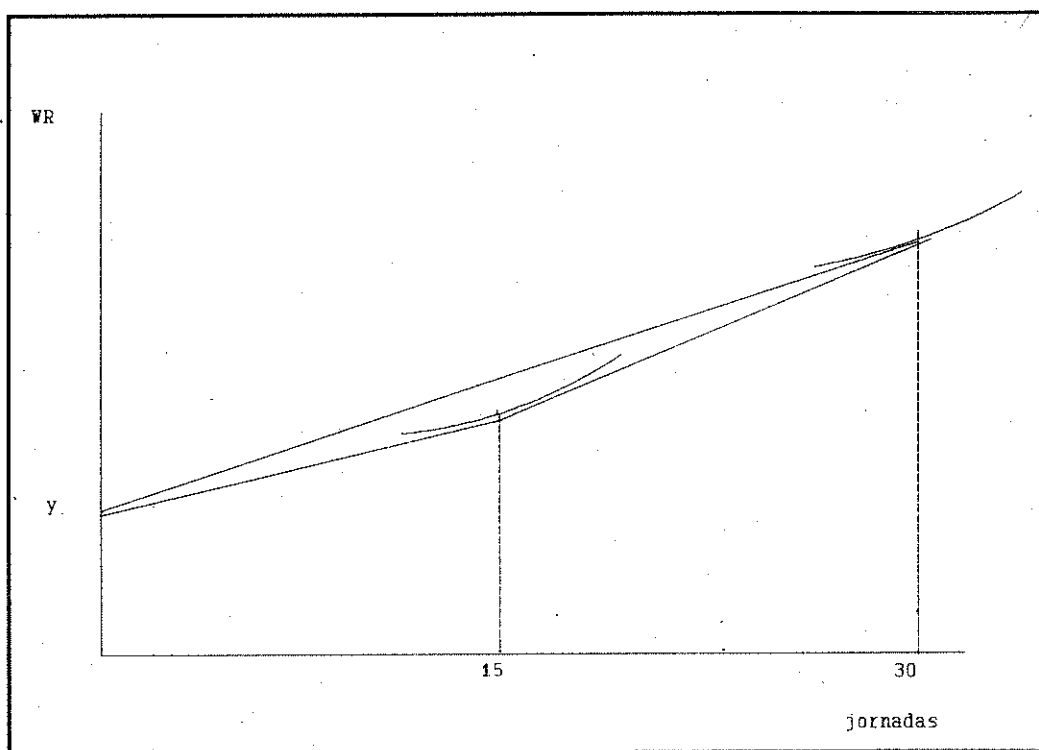
Los cálculos que hemos efectuado han ignorado las diferencias salariales existentes entre los días laborables y los días festivos, así como la posibilidad de que el salario percibido por el trabajador durante las jornadas por las que no cotiza, es igual al establecido en el convenio, estas consideraciones las aplazamos hasta un posterior estudio.

LA PROPUESTA DE REFORMA

Los programas de mantenimiento de rentas, tanto los que se basan en transferencias establecidas directamente por las administraciones como los basados en impuestos negativos sobre la renta, responden a una misma filosofía; el subsidio desciende conforme aumenta la renta recibida por el sujeto beneficiario.

En 1.978 se hizo permanente en EE.UU. el "Earned Income Tax Credit" (EITC) como programa de mantenimiento de rentas cuya filosofía era la contraria a la tradicional. Para las rentas más bajas, el subsidio otorgado por el EITC aumentaba con la renta laboral percibida por el beneficiario, de esta forma, la rentabilidad marginal del trabajo aumentaba⁹.

En nuestro caso, podría considerarse la posibilidad de que la cantidad que supone el incentivo al fraude, constituya la cuantía del subsidio que recibiría una persona que trabaja legal y efectivamente las 30 jornadas del mes. Gráficamente, vemos cómo esta nueva situación desincentivaría (o en el límite haría indiferentes) la situación de fraude con respecto a la que es respetuosa con la legalidad recogida por el REA.



Según la representación gráfica, a partir del mapa de curvas de indiferencia, el número de jornadas declaradas sería de 30.

⁹Inicialmente el EITC cubría exactamente las contribuciones conocidas como "OASDHI contributions" ('oldage, survivors, disability and health insurance'), en la actualidad excede al valor de esas contribuciones. Véase Holtzblatt J. et al. (1.994), "Promoting work through EITC", *National Tax Journal*, Vol. XLVII, n° 3, pág. 593.

3. VALORACION:

A nuestro juicio esta propuesta responde a una primera preocupación de todo economista, cual es la del fomento de la economía productiva frente a la economía que soporta la existencia de colectivos instalados en una situación subsidiada. Igualmente, la evasión o fraude fiscal origina efectos distributivos al suponer transferencias de recursos desde quienes contribuyen hacia quienes no lo hacen, y esto, también es un tema de interés para el economista¹⁰.

De elaborarse medidas que recogieran nuestras propuestas, la reducción de los niveles de fraude al REA, sería una posibilidad bastante cercana.

Finalmente, los datos existentes sobre el PIB per cápita, sitúan a las dos regiones españolas beneficiarias del régimen de subsidios agrarios, Andalucía y Extremadura, como las más desfavorecidas; sin embargo, en términos de renta familiar disponible per cápita, las diferencias se reducen¹¹. El razonamiento realizado en este artículo, muestra una posible explicación a la reducción de las disparidades en términos de renta nacional, cuando es la familia la unidad de renta tomada como referencia.

En cualquier caso, no es nuestra intención cuestionar los programas de nivelación de rentas, sino la de denunciar desde el punto de vista de la eficacia, las situaciones de fraude que pueden abrigarse al amparo de la legalidad vigente.

¹⁰Albi E. (1.990): "Elusión y evasión fiscales: la investigación económica", *Hacienda Pública*, nº 115, 2/1.990. Instituto de Estudios Fiscales. Págs. 251 a 263.

¹¹Raymond J.L. y García B. (1.994), "Las disparidades en el PIB per cápita entre Comunidades Autónomas y la hipótesis de convergencia", *Papeles de Economía Española*, nº 59, pág. 38. Obra Social de la CECA.

4. BIBLIOGRAFIA

ALBI E. (1.990): "Elusión y evasión fiscales: la investigación económica", *Hacienda Pública*, nº 115, 2/1.990. Instituto de Estudios Fiscales.

ARGANDOÑA A. (1.986): "La Economía de la Oferta", *Papeles de Economía Española*, nº 28.

BLOMQUIST N.S. (1.983): "The effect of income taxation on the labor supply of married men in Sweden", *Journal of Public Economic*, nº 22.

BURTLESS G. AND HAUSMAN J.A. (1.978): "The effect of taxation on labor supply: evaluating the Gary Negative Income Tax Experiment", *Journal of Political Economy*, vol. 86, December.

HAUSMAN J.A. (1.985): "Taxes and labor supply", en Auerbach A. and Feldstein M. (ed), *Handbook of Public Economic*, vol. I.

- AND WISE D. (1.978): "A conditional probit model for qualitative choice: discrete decisions recognizing interdependence and heterogeneous preferences", *Econometrica*, vol. 46.

- AND RUUD P. (1.984): "Family labor supply with taxes", *American Economic Review*, vol. 74.

HOLTZABATT et al. (1.994): "Promoting work through EITC", *National Tax Journal*, vol. XLVII, nº 3.

RAYMOND J.L. Y GARCÍA B. (1.994): "Las disparidades en el PIB per cápita entre Comunidades Autónomas y la hipótesis de convergencia", *Papeles de Economía Española*, nº 59.

BABBAGE, UN PRECURSOR DEL CAMBIO TECNOLÓGICO

MANUEL ALEJANDRO CARDENETE FLORES

Facultad de CC. Económicas y Empresariales
Universidad de Sevilla

1. BABBAGE, UN GRAN DESCONOCIDO. BREVE BIOGRAFÍA

A lo largo de la historia de las ciencias muchos han sido los casos como el que nos ocupa de personajes que pasaron sin pena ni gloria durante su época y que fueron redescubiertos años después. La ciencia económica no podía ser menos y uno de sus ejemplos podía ser el protagonista de nuestro trabajo.

Charles Babbage nació en 1792 en el seno de una familia acomodada de Devon (Inglaterra). Hijo de un banquero, heredaría una considerable fortuna, recibiendo la mayor parte de su educación en su hogar, siendo su asignatura favorita las matemáticas. En la Universidad de Cambridge sus más íntimos amigos fueron John Herschel (posteriormente astrónomo real) y George Peacock (más tarde decano de Ely); Babbage pactó solemnemente con ellos "hacer todo lo posible para dejar tras de sí un mundo más sensato que el que habían recibido".

Fue uno de los pioneros de las máquinas de calcular y de la investigación operativa y dedicó su esfuerzo a ganar el apoyo público para la ciencia. Los grandes ordenadores electrónicos que tanto se han difundido desde su creación a mediados del siglo XX, se basan en principios que Babbage fue el primero en enunciar. Soñaba con mecanizar las operaciones matemáticas abstractas para su aplicación a la industria. Su primera idea fue la "máquina de calcular con diferencias", para resolver ecuaciones en diferencias, que formaba tablas matemáticas por interpolación y las expresaba directamente en forma mecanográfica. Con la aprobación de la Royal Society y de la Astronomical Society, el gobierno inglés acordó consignar fondos para la construcción de dicha máquina. Los trabajos duraron sólo ocho años. Poco después Babbage ideó otra máquina, la "máquina analítica", fundada en un principio enteramente nuevo, la programación interna, y que reemplazaba y superaba por entero a la máquina de calcular con diferencias. Tampoco duró mucho la empresa dado que el gobierno retiró su apoyo debido al alto coste del mismo que incluso le costó parte de su fortuna. Limitado por la tecnología de su tiempo, Babbage tuvo que dar a su gran idea una forma totalmente mecánica, valiéndose de un complicado mecanismo de relojería con piezas de peltre, latón y acero, con fichas perforadas inspiradas en las del telar de Jacquard.

Mientras trabajaba en sus máquinas, Babbage tuvo que hacer frente a los problemas que entrañaba el dictar y hacer observar en su taller y en su gabinete de proyectos las nuevas normas de precisión que ellas exigían.

Bajo su dirección, sus mecánicos diseñaron herramientas y métodos muy avanzados para su época. Babbage inventó también un esquema de símbolos mecánicos para representar con claridad la función de todas las partes móviles de su maquinaria.

Uno de los sucesores de Newton en la cátedra lucasiana de matemáticas de Cambridge, nunca abandonó la dedicación a sus máquinas, pero su gran curiosidad y su entusiasmo le llevaron por otros caminos. Los problemas que encontró en la construcción de sus máquinas despertaron su interés por los generales de la fabricación. Después de visitar fábricas en Inglaterra y en el Continente, Babbage escribió su libro más conocido, *On the Economy of Machinery and Manufactures* (1832)¹. Este libro contiene una descripción y clasificación detalladas de las herramientas y de la maquinaria que había observado, junto con un análisis de los "procesos económicos de fabricación". Obra precursora en la materia que, cien años más tarde, denominamos investigación operativa, la *Economy* todavía es una lectura instructiva.

Además de trabajos de matemáticas pura, aplicada y economía, Babbage escribió otros sobre física y geología, astronomía y biología. Incluso se aventuró en el campo de la arqueología y en el de la apologetica y escribió una de las primeras y más claras explicaciones populares de la teoría del seguro de vida.

Un entusiasta de las conferencias, Babbage, fue miembro activo de sociedades eruditas de todo el mundo. Con Herschel, colaboró en la fundación de la Royal Astronomical Society en 1820, la British Association for the Advancement of Science (BAAS) en 1831 y la Statistical Society en 1834. Durante años, Babbage dirigió un ataque contra la decadencia de la ciencia en Inglaterra, criticando el abandono de la ciencia en las Universidades, y pidiendo apoyo del gobierno a los científicos.

Murió en 1871 dejando pocos escritos aunque de gran valor y actualidad para cualquier economista o matemático. Sólo terminó pequeñas partes de una máquina y no publicó ninguna descripción detallada de las mismas salvo algunas que figuran en sus memorias. Sus obras fueron:

Reflections on the decline of science in England and on some of its causes. Fellowes. London, 1830.

Passages from the life of a philosopher. Longmans. London, 1864.²

Babbage's calculating engines: being a collection of papers relating to them their history and construction. Dirigido por Henry P. Babbage. Spon. London, 1864.

Charles Babbage and his calculating engines: selected writings by Charles Babbage and others. Drover. New York, 1963.³

¹Babbage, C. *On the Economy of Machinery and Manufactures*. 4ª Ed. 1835. Reeditado por Frank & Co. Londres, 1963.

²Libro de memorias.

³Obra escrita por su hijo, el comandante Henry P. Babbage a partir de escritos de su padre y de sus contemporáneos.

2. APORTACIONES E INFLUENCIAS

Una vez vista brevemente la biografía de Babbage, estamos en condiciones de introducimos en su obra. Solamente nos centraremos en sus aportaciones desde el punto de vista de la matemática aplicada y la economía. Dejaremos de lado el "Babbage científico" y nos centraremos en el Babbage preocupado por su entorno y su preocupación en el mundo de la economía.

Ya hemos hablado un poco del desconocimiento generalizado de la obra de Babbage y de su vida casi "furtiva" en la literatura económica. Autores autorizados como Schumpeter, en su libro *Historia del análisis económico*⁴, sólo le dedica una nota a pie de página en la que brevemente hace una biografía de Babbage. Su referencia se realiza al hablar Schumpeter de la obra de Mill y comentar como éste al abundar en "aplicaciones prácticas" no se refiere a la materia factual dado que para ello supone que pueden acudir a las fuentes universalmente accesibles, como la obra de Babbage.

Otro autor, Mark Blaug, en *Teoría económica en retrospectiva*⁵, realizando de nuevo un estudio de Mill, al tratar del libro 1, capítulo VII, de los *Principios*⁶, dice que añade poco al tratamiento que realiza Adam Smith en lo referente a la división del trabajo. En el capítulo siguiente, discutiendo sobre las fuerzas que propician los rendimientos crecientes a escala, se basa en gran medida en la obra de Babbage, *Economy of machinery and manufactures*⁷, que se cita ampliamente.

Por otro lado, la influencia de Babbage se deja sentir en otros autores como Karl Marx, que toma de él el énfasis sobre cómo las innovaciones tecnológicas fuerzan a los trabajadores e intensifican la plusvalía obtenida por los capitalistas que pretenden recuperar las grandes inversiones lo más rápidamente posible⁸.

La influencia de Babbage se ha dejado sentir hasta nuestros días en trabajos como los de Gary Becker, Jacob Mincer⁹ y Alfred Sauvy¹⁰. Este último lo cita como uno de los economistas que defienden el uso de las máquinas, frente al planteamiento de los obreros y de la opinión pública de su época (siglo XIX) de cierta aversión a "aquellos aparatos de aspecto diabólico". Afirma que las conclusiones de Babbage en torno a este tema, no difieren mucho de lo que dicen otros autores como Malthus o Bastiat.

⁴Schumpeter, J.A. *Historia del análisis económico*. Oxford Univ. Press. New York, 1954. Pág. 541. Las citas son de la edición en castellano.

⁵Blaug, M. *Teoría económica en retrospectiva*. Cambridge Univ. Press. 3ª Edic. 1978. Págs. 247-249.

⁶Mill, J.S. *Principios de política económica*. Citado por M. Blaug. op. cit. 1978. Pág. 247.

⁷Babbage, C. op. cit. 1835.

⁸Marx, K. *El Capital*. Foreign Language Publishing House. Moscú, 1961. Pág. 405.

⁹Rosenberg, N. *Exploring the black box: technology, economy and history*. Cambridge Univ. Press. Cambridge, 1994. Pág. 30.

¹⁰Sauvy, A. *La máquina y el paro: empleo y progreso técnico*. Ed. Espasa Calpe. Madrid, 1986.

Incluso autores españoles, como Luis Toharia, han tenido en cuenta las aportaciones de Babbage. En su prólogo del libro *El mercado de trabajo: Teorías y aplicaciones*, desarrolla la teoría institucionalista del mercado del trabajo. Tomando como base el trabajo de Michel Piore, *Fundamentos tecnológicos del dualismo*¹¹, acepta las explicaciones de Adam Smith de por qué aumenta la productividad del trabajo cuando se produce la división del trabajo¹² y añade un cuarto elemento, denominado por Piore "principio de Babbage"¹³ y que consiste en la posibilidad que da la división del trabajo de aprovechar las ventajas comparativas de los diferentes individuos en la ejecución de las diferentes tareas.

Piore reconoce que estas razones no son suficientes para aumentar la productividad e incluye una forma alternativa de entender la división del trabajo, al considerar la tecnología como fundamental. El proceso de la división del trabajo queda justificado por el proceso de desarrollo tecnológico, cuyo origen está ligado al desarrollo económico¹⁴.

Un autor que estudia y cita con gran asiduidad a Babbage es Harry Braverman. En su obra *Lavoro e capitale monopolistico*¹⁵, ensalza a nuestro protagonista a la altura de Adam Smith en sus aportaciones a las explicaciones de las ventajas de la división del trabajo. Así en las páginas 55, 76, 80 y 193, trata sobre la inclusión de Babbage de una cuarta ventaja en el proceso de división del trabajo, que como ya hemos comentado denomina "principio de Babbage".

Además, Braverman introduce la importancia que Babbage da al estudio de los factores que entran a formar parte del proceso de división del trabajo y que según él están del todo ignorados:

"...Babbage osservava che la causa più importante e influente (dei risparmi derivati dalla divisione del lavoro) è stata del tutto ignorata"¹⁶

Por otro lado, Braverman, buen conocedor de la obra de Babbage, reconoce la aportación del mismo en el dirección científica tomada por la economía y el desarrollo de la "máquina de calcular" realizada por Babbage¹⁷.

¹¹Piore, M. *Fundamentos tecnológicos del dualismo*. 1980. Obra citada por Luis Toharia. *El mercado de trabajo: teoría y aplicaciones*. Ed. Alianza Univ. Madrid, 1983. Pág. 25.

¹²1) ahorro de tiempo; 2) mejoras en el proceso; 3) habilidad.

¹³Dicho concepto es tomado por Piore de Harry Braverman en su obra *Lavoro e capitale monopolistico*. Bib. Piccola. Torino, 1974.

¹⁴Toharia, L. op. cit. 1983. Págs. 23-28.

¹⁵Braverman, H. op.cit. 1974.

¹⁶Ibidem. Pág. 80.

¹⁷Braverman, H. op. cit. 1974. Págs. 85, 318.

También tiene en cuenta la aportación del cuarto principio de Babbage, por el cual, la ventaja comparativa de cada trabajador se tiene que tener en cuenta para desarrollar cualquier tarea, además de una supervisión de la misma por parte del empresario¹⁸. Babbage es uno de los pioneros del denominado "espionaje industrial" en el seno de la propia empresa. Según él, sin dicho control la productividad se ve muy mermada dado que el trabajador se convierte en "holgazán".

Por último señalar que Braverman también compara el tratamiento de las formulaciones de la Revolución Industrial realizadas por Andrew Ure en su obra *Philosophy of Manufacture*¹⁹, con las aportaciones de Babbage.

Es interesante destacar que dicha comparación es también realizada por Schumpeter en una nota a pie de página de su obra *Historia del análisis económico*²⁰, aunque de más categoría a la obra de Babbage:

"...En contraste con este tratamiento sólido y equilibrado citaré el de A. Ure (*Philosophy of manufacture*, 1835) que presenta también hechos interesantes, pero no se puede equiparar en cuanto a análisis con la obra de Babbage".

Para terminar este repaso de los autores que no han olvidado la obra de Babbage, mencionaremos a Nathan Rosenberg. Rosenberg en su libro *Exploring the black box*²¹, dedica todo un capítulo a la obra de Babbage y recalca explícitamente la necesidad de "redescubrir" a nuestro protagonista:

"Charles Babbage has recently been rediscovered as the "pionner of the computer". He needs to be rediscovered a second time for his contribution to the understanding of economics, especially for his penetrating and original insights into the economic role played by technological change in the course of industrial developement. Indeed, it is fair to say it was Babbage's book which first introduced the factory into the realm of economic analysis²²".

Una vez realizado este breve recorrido por los diferentes autores que han tratado la figura de Babbage, decir que en los últimos años tal y como dice Rosenberg, esta figura ha sido redescubierta.

¹⁸Ibidem. Págs. 318, 345, 347

¹⁹Ure, A. *Philosophy of manufacture*. 1835. Citado por 20. J.A. Schumpeter. op. cit. 1954. Pág. 604.

²⁰Schumpeter, J.A. op. cit. 1954. Pág. 604

²¹Rosenberg, N. op. cit. 1994.

²²Ibidem. Pág. 24.

Como ejemplo tenemos las obras de Anthony Hyman²³ y la de William Pickering²⁴, aunque aún queda mucho por descubrir de este autor al que los economistas están prestando ahora mayor atención.

3. CHARLES BABBAGE VERSUS ADAM SMITH

Para estudiar la figura de Babbage de forma completa tenemos que estudiar su obra *On the economy of machinery and manufactures*²⁵, donde aparecen reflejadas sus más importantes aportaciones en el mundo de la economía aplicada. El título del epígrafe que puede resultar sorprendente responde a la "lucha" que sostuvo nuestro protagonista con Adam Smith. Babbage, que estudió en profundidad *La riqueza de las Naciones*²⁶, criticó las aportaciones de Smith a la división del trabajo y sus ventajas.

La relación del Babbage economista con el Babbage inventor es muy estrecha. Su libro *On the economy of machinery...* es el producto de la preocupación en el desarrollo de su propia máquina de calcular, de la que ya hemos hablado:

"The present volume may be considered as one of the consequences that have resulted from the calculating-engine, the construction of which I have been so long superintending²⁷".

Las observaciones de Babbage son tan importantes que merecen ser leídas incluso hoy en día e introducirlas en el lugar que le corresponden en la historia de la tecnología.

Babbage, analizando la obra de Smith, llega a la conclusión de que el principio más importante del que la manufactura depende es la división del trabajo. Releyendo *La riqueza de las Naciones* tiene en cuenta las tres ventajas enunciadas por Smith: incremento de la destreza por parte del trabajador; el ahorro de tiempo; y la invención de gran números de máquinas e instrumentos que faciliten las tareas²⁸. Babbage asume todo esto pero, según sus propias palabras, el análisis queda incompleto.

²³Hyman, A. *Charles Babbage: pionner of the computer*. Princeton Univ. Press. Princeton, 1992

²⁴Pickering, W. *The works of Charles Babbage: Passage from the life a philosopher*. Oxford Univ. Press. London, 1989.

²⁵Babbage, C. op. cit. 1835.

²⁶Smith, A. *La Riqueza de las Naciones*. Ed. Alianza. Madrid, 1994

²⁷Babbage, C. op. cit. 1835. Pág. 198

²⁸Con respecto a esto último, decir que las fábricas de Babbage fueron un claro ejemplo de centros de invención de artilugios, muy avanzados para su época.

Su análisis de los beneficios debido a un uso intensivo de la mano de obra fue muy original. Constituye de hecho el mejor complemento de la obra de Smith, e influyó en muchos economistas, como ya hemos citado. La inclusión de un cuarto determinante, como es la ventaja comparativa de cada trabajador en el desarrollo de las tareas, supone un paso más en la teoría del mercado de trabajo:

"... the master manufacturer, by dividing the work to be executed into different processes, each requiring different degrees of skill or of force, can purchase exactly that precise quantity of both which is necessary for each process; whereas, if the whole work were executed by one workman, that person must possess sufficient skill to perform the most difficult, and sufficient strength to execute the most laborious, of the operations into which the art is divided ²⁹".

A partir de este análisis, Babbage defiende el pago a los trabajadores teniendo en cuenta la productividad de cada uno de ellos. Para ello es necesaria una vigilancia de los mismos y así controlar dicha productividad.

Más rica también es la discusión de los determinantes de la invención, con respecto a la desarrollada por Smith. Hay que tener presente que Babbage vivió inmerso en plena Revolución Industrial. Analizó la sociedad con posterioridad a cuando lo hizo Smith- aproximadamente cincuenta años después- por lo que un punto central del uso intensivo de la mano de obra necesitaba el requisito del cambio tecnológico. Señalaba dos razones para este cambio: la primera, era que el desarrollo de habilidades individuales podía dar lugar a avances técnicos ocasionales; la segunda, era que la invención necesitaba de una adecuada división del trabajo para potenciar las habilidades de cada uno.

En su libro *On the economy machinery...* expresa las grandes dificultades que el avance tecnológico tiene. Habla del "dolor" derivado de la frustración que tiene un inventor a la hora de desarrollar nuevas técnicas³⁰. La prueba y el error son necesarios para desarrollar máquinas complejas. No pueden ser desarrolladas solamente en el papel. Necesitan ser testadas y probadas en la realidad.

"...it is obvious, that the little master manufacturers cannot afford, like the man who possesses considerable capital, to try the experiments which are requisite, and incur the risks, and even losses, which almost always occur, in inventing and perfecting new articles of manufacture, or in carrying to a state of greater perfection articles already established... ³¹".

En ambientes altamente competitivos, los beneficios pueden desaparecer a menos que la empresa innove y mejore sus técnicas. Incluso, es necesario una protección para que los competidores no penetren en su cuota de mercado (patentes, investigación en secreto...).

²⁹Babbage, C. op. cit. 1835. Págs. 175-176.

³⁰No hay que olvidar que el propio Babbage sufrió a lo largo de su vida la incompreensión gubernamental a la hora de querer desarrollar sus máquinas de calcular y con diferencias.

³¹ Babbage, C. op. cit. 1835. Pág. 223

Desde el punto de vista de Babbage, el progreso de un país viene dado por el progreso en sus técnicas y sus empresas. Esto permitirá la ventaja comparativa de la que ya hablaba con respecto al análisis de los obreros de sus empresas. Un país que posea un alto nivel de desarrollo científico unido a la industria, dará lugar, en palabras de Babbage, a "una capacidad natural y a hábitos adquiridos", que pondrán en posición ventajosa al país.

Como vemos, la preocupación de Babbage sobre la innovación tecnológica y la figura del inventor es superior que la de Smith. Hay que tener presente que las circunstancias que rodearon a este último no fueron las mismas que las que vivió Babbage. De todas formas nuestro personaje se anticipó a su tiempo y dio en su libro *On the economy of machinery*...todo un repaso de lo que la innovación tecnológica tiene de básico para el desarrollo no solo de una empresa, sino también de un país.

Es indudable que la visión casi futurista del Babbage matemático e inventor, anticipándose al desarrollo de las máquinas de calcular y de los ordenadores, parece más propia de una novela de Julio Verne que de un rico heredero, dueño de varias empresas y dedicado a los problemas de sus fábricas. Sus inquietudes en el mundo de las matemáticas le impulsaron a desarrollar complicados instrumentos de cálculo a base de tarjetas perforadas, mecanismos de relojería, etc., como ya se ha mencionado.

Pero su labor no se quedó sólo en el trabajo de un simple inventor algo visionario. Vivió en un mundo que cambiaba y asumió dichos cambios. Como decía al inicio del trabajo, se propuso "hacer todo lo posible para dejar tras de sí un mundo más sensato que el que habían recibido". Por ello aplicó todos sus conocimientos matemáticos y su capacidad de observación en su propia fábrica. Estudió el libro que marcó el inicio de la economía como ciencia, *La riqueza de las Naciones*, e intentó completar el modelo de Smith de ventajas en la división del trabajo.

Esto último lo enlazó con la necesidad de cambios tecnológicos para que la empresa no se quedara atrás. Incluso vemos en sus palabras la figura del "empresario innovador" schumpeteriano.

Quizás no se le ha hecho justicia en cuanto su aportación al mundo de la economía. Autores de la categoría de Rosenberg³² abogan por su redescubrimiento, del que aún estamos a tiempo.

³² Rosenberg, N. "... he needs to be rediscovered a second time for his contribution to the understanding of economics..." op. cit. 1994. Pág. 24.

4. BIBLIOGRAFÍA

- BABBAGE, CHARLES. *On the economy of machinery and manufactures*. 4ª Edic. 1835. Reprinted by Frank Cass & Co. London, 1963.
- BLAUG, MARK. *Economy theory in retrospect*. Cambridge Univ. Press. 3ª Edic. Cambridge, 1978.
- BRAVERMAN, HARRY. *Lavoro e capitale monopolistico*. Ed. Piccola. Torino, 1974.
- CARLSSON, BO et al. *The importance of technology and the permanence structure in Industrial Growth*. Industrial Institute for Economic Research. Estocolmo, 1978.
- CIPOLLA, CARLO M. *The economy history of world population (1750-1914)*. Pelican Books. Harmondsworth, 1965.
- CLARK, JOHN. *The process of technological change: new technology and social choice in the workplace*. Cambridge Univ. Press. Cambridge, 1988.
- FAURE SOULET, J.F. *Economía Política y progreso en el siglo de las luces*. Ed. RT. Madrid, 1974.
- HALL, PETER. *Technology innovation and economic policy*. Ed. Phillip Allen. Southampton, 1986.
- HYMAN, ANTHONY. *Charles Babbage: pionner of the computer*. Princeton Univ. Press. Princeton, 1982.
- LICANDRO, HUGO. *Los cambios económicos y sociales en el siglo XIX*. Ed. Kapulusz, S.A. Buenos Aires, 1972.
- MARX, KARL. *El Capital*. Foreign Languages Publishing House. Moscú, 1961.
- PICKERING, WILLIAM. *The works of Charles Babbage: Passage from the life of a philosopher*. Oxford Univ. Press. London, 1989.
- ROSENBERG, NATHAN. *Economía del cambio tecnológico*. Fondo de Cultura Económica. México, 1979.
- ROSENBERG, NATHAN. *Exploring the black box: Technology, economy and history*. Cambridge Univ. Press. Cambridge, 1994.
- SAUVY, ALFRED. *La máquina y el paro: empleo y progreso técnico*. Ed. Espasa Calpe. Madrid, 1986.

SCHERER, FREDERIC M. *Innovation and Growth: Schumpeterian perspectives*. MIT, Massachusetts, 1989.

SCHUMPETER, JOSEPH ALOIS. *Historia del análisis económico*. Oxford Univ. Press. New York, 1954. Edición en castellano.

SMITH, ADAM. *La Riqueza de las Naciones*. Ed. Alianza. Madrid, 1994.

TOHARIA, LUIS. *El mercado de trabajo: Teoría y Aplicaciones*. Alianza Ed. Madrid, 1983.

REVISIÓN DE LOS MODELOS Y PROCEDIMIENTOS UTILIZADOS PARA LA EVALUACIÓN DE LA EFICIENCIA

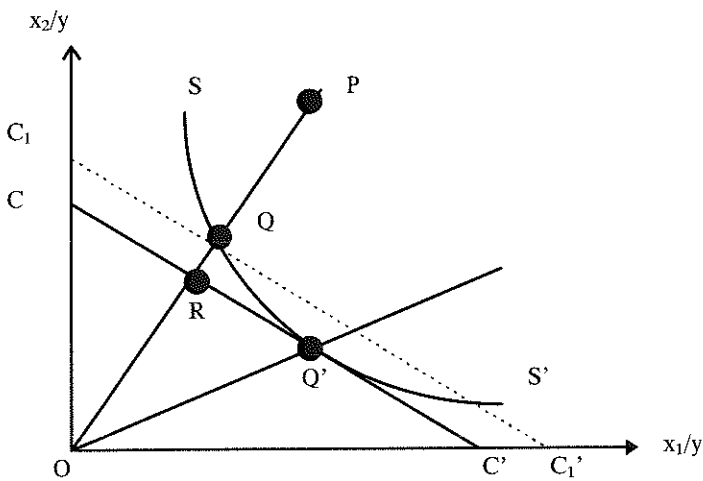
ISABEL CASTILLO MANRIQUE

Departamento de Economía. Universidad de Cantabria.

1. INTRODUCCIÓN

La primera aproximación al concepto de eficiencia, entendiéndola desde el punto de vista de la producción, sería la obtención de la máxima productividad de acuerdo con los recursos empleados, o, alternativamente, que el coste de obtener un nivel de producción sea mínimo. Así, una firma es eficiente cuando consigue la cantidad máxima posible de output con una combinación dada de factores, es decir, cuando sea imposible reducir algún input sin que ello produzca una reducción en el output; es lo que se denomina **eficiencia técnica**.

Analicemos la eficiencia considerando el caso más sencillo en el que las firmas producen un sólo output, y , con la combinación de dos inputs, x_1 y x_2 . Si consideramos rendimientos constantes de escala, los puntos de la siguiente gráfica tienen de coordenadas $(x_1/y, x_2/y)$.



Las firmas que utilizan menores niveles de inputs formarán una envolvente, la isocuanta SS' o frontera, que recoge las firmas técnicamente más eficientes. Esta isocuanta tendrá siempre pendiente negativa, lo que implica que, si aumentamos la cantidad utilizada del input x_1 y no compensamos este aumento con una disminución de la cantidad utilizada del input x_2 , se incrementará el nivel de output

producido y viceversa. Midiendo la distancia de cada observación a la isocuanta eficiente tendremos una idea del nivel de ineficiencia técnica de cada firma.

La firma situada en el punto P es técnicamente ineficiente, ya que hace un uso excesivo de los inputs. Su grado de eficiencia técnica viene medido por la distancia con la frontera eficiente (OQ/OP). Este índice, que está comprendido entre cero y uno, indica la relación entre el nivel óptimo de los inputs necesarios para producir una unidad de output y las cantidades que realmente se utilizan. Además este ratio posee las propiedades que una medida de eficiencia necesita; si toma el valor 1 la firma será eficiente técnicamente al cien por cien. La ineficiencia técnica puede interpretarse como la proporción en la que podría incrementarse el output si la firma fuera eficiente al cien por cien, y vendría dada por la expresión $1-(OQ/OP)$.

Suponiendo el logro de la eficiencia técnica, necesitamos una medida del grado en que la firma utiliza los factores de producción en las mejores condiciones, a la vista de sus precios. Si CC' tiene una pendiente igual al ratio de los precios de ambos factores, Q' será el método óptimo de producción, ya que, aunque ambos puntos (Q y Q') representan el cien por cien de eficiencia técnica, los costes de producción en Q' serán mínimos. La ratio OR/OQ representa la eficiencia de precios o **eficiencia asignativa** del punto Q que, si bien es técnicamente eficiente, pues se encuentra situado en la isocuanta SS', no constituye la mejor combinación de input teniendo en cuenta sus precios relativos. Este ratio refleja el coste en el que se incurriría en relación con su coste real, si las firmas hubieran sido eficientes. La expresión $1-(OD/OB)$ mide el incremento proporcional en los costes originado por la ineficiencia asignativa.

Por tanto la eficiencia asignativa implica alcanzar el coste mínimo de producir un nivel dado de producto o servicio cuando se modifican las proporciones de los factores de producción utilizados, de acuerdo con sus precios y productividades marginales. Alternativamente, la eficiencia asignativa implica obtener un máximo de producción, manteniendo el coste, a través de un reajuste de los factores de producción según sus costes de uso.

La eficiencia asignativa requiere que

$$\frac{MP_2}{MP_1} = \frac{P_2}{P_1}$$

siendo MP_2 , la productividad marginal de x_2 ; MP_1 , la productividad marginal de x_1 ; P_2 , el precio (coste) del input x_2 y P_1 , el precio (coste) del input x_1 . El cociente MP_2/MP_1 recibe el nombre de tasa marginal de sustitución técnica.

Finalmente, el ratio OR/OP mide la **eficiencia global** -agregada o total- del punto P, que engloba las eficiencias técnica y asignativa. O sea, la eficiencia global, es la combinación -producto- de eficiencia técnica y asignativa:

$$\text{Eficiencia global} = \frac{OQ}{OP} \cdot \frac{OR}{OQ} = \frac{OR}{OP}$$

La ineficiencia global puede se medirá por la distancia del punto R al punto Q, o su equivalente C' a C_1' .

2. PRINCIPALES MODELOS Y PROCEDIMIENTOS PARA LA MEDICIÓN DE LA EFICIENCIA.

Teniendo en cuenta que el grado de eficiencia técnica de una firma se mide por su distancia con la frontera eficiente, el problema que se plantea a continuación es la estimación de dicha frontera. En este sentido comentaremos los distintos modelos de evaluación de la eficiencia, teniendo en cuenta que las diferencias entre ellos radican en las hipótesis de partida que se establezcan sobre la isocuanta técnicamente eficiente y, como consecuencia, en los procedimientos para la estimación de dichos modelos.

De este modo, distinguiremos entre modelos paramétricos y no-paramétricos, según se defina o no la forma de la frontera o función de producción. A su vez, entre los paramétricos distinguiremos entre aleatorios y deterministas (o causales), cuya diferencia está fundamentalmente en la incorporación o no de una componente aleatoria en la función de producción.

2.1 MODELOS NO-PARAMÉTRICOS

El origen de los modelos no paramétricos se debe a J.M. Farrell (1957), cuyo propósito fue proporcionar una medida de eficiencia que considerara a la vez todos los inputs y todos los outputs que formaban parte de la producción.

El procedimiento más utilizado para evaluar la eficiencia en este tipo de enfoque es el Análisis Envolvente de Datos (DEA), que permite medir la eficiencia técnica mediante ratios de productividad, tratando de encontrar las ponderaciones óptimas que maximizan dichos ratios. Utilizando técnicas de programación lineal se construye una envolvente formada por las unidades más eficientes; con ella se comparará el resto de las firmas.

Para estimar la eficiencia de una firma, que denotaremos por el subíndice 0, de entre las n unidades de decisión que se pretenden analizar hacemos la siguiente formulación¹:

$$\max \frac{\sum_{r=1}^s u_r y_{r0}}{\sum_{i=1}^m v_i x_{i0}}$$

sujeto a

$$\frac{\sum_{r=1}^s u_r y_{rj}}{\sum_{i=1}^m v_i x_{ij}} \leq 1 \quad \forall j=1,2,\dots,n.$$

$$u_r, v_i > 0 \quad r=1,\dots, s \quad i=1,\dots, m.$$

donde x_{ij} representa el valor del input i -ésimo de la firma j -ésima, siendo v_i su ponderación; y_{rj} representa el output r -ésimo de la firma j -ésima, siendo u_r su ponderación. Todo ello para las n unidades que utilizando m inputs obtienen s output.

Este planteamiento puede hacerse de una forma lineal, maximizando el output. Para la firma 0:

$$\max \sum_{r=1}^s u_r y_{r0}$$

sujeto a

$$\sum_{i=1}^m v_i x_{i0} = 1$$

¹El origen de esta formulación se debe a Charnes, Cooper y Rhodes (1978)

$$\sum_{r=1}^s \mu_r y_{rj} - \sum_{i=1}^m v_i x_{ij} \leq 0 \quad \forall j=1,2,\dots,n.$$

$$\mu_r \geq 0 \quad \forall r=1,2,\dots,s.$$

$$v_i \geq 0 \quad \forall i=1,2,\dots,m.$$

Resolviendo este programa, para cada una de las n firmas nos dará una medida de eficiencia técnica relativa sujeta a rendimientos constantes de escala.

La principal ventaja que presenta este modelo, cuya resolución es enteramente matemática (no estadística) es que ofrece la posibilidad de estudiar conjuntamente múltiples outputs y múltiples inputs. El hecho de acoger vectores multidimensionales de output hace que la técnica sea particularmente útil en el estudio de la eficiencia en el ámbito del sector público. A diferencia de la mayoría de los métodos paramétricos -excepto los que utilizan datos de panel- ofrece una información sobre eficiencia singularizada a nivel de cada firma.

Sin embargo, esta técnica adolece de algunos fallos, entre los cuales destacaremos los que consideramos más importantes. Por un lado, el hecho de que el estudio esté basado en dos supuestos que en la práctica no se cumplen siempre, como son los rendimientos constantes de escala y la fuerte disponibilidad de inputs, hace que algunos economistas consideren esta técnica como obsoleta debido a la dificultad de extenderla a situaciones con rendimientos no constantes de escala. Además, dado que no es una técnica estadística, no distingue ni las perturbaciones estadísticas ni los shocks aleatorios de la ineficiencia.

2.2. MODELOS PARAMÉTRICOS

Frente a los modelos frontera no-paramétricos, estas técnicas ajustan una forma funcional concreta a la función de producción, casi siempre la función de Cobb-Douglas, lo que elimina la necesidad del supuesto de homogeneidad lineal (rendimientos constantes de escala) y tiene la ventaja de poder presentar la función de producción en una simple expresión matemática. Se trata de construir un entorno paramétrico convexo de los ratios inputs-outputs, cuyo límite viene representado por una función previamente seleccionada.

El origen de estos modelos está también en el trabajo de Farrell (1957), posteriormente desarrollado por Aigner y Chu (1968), Afriat (1972) y Richmond (1974), entre otros.

Entre los modelos paramétricos distinguimos los modelos deterministas o causales, en los que no se considera ninguna componente aleatoria; y los modelos aleatorios, en los que se supone que puede haber causas ajenas a la ineficiencia que son fuente de aleatoriedad en el modelo.

2.2.1 Modelos deterministas.²

Aigner y Chu (1968) especificaron una función de producción frontera típicamente neoclásica (Cobb-Douglas), con la condición de que todas las observaciones se situaran en la frontera o por debajo de ella. La frontera, o norma de comportamiento óptima, sujeta a la restricción de que el residuo sea no-positivo (en la frontera de costes el residuo será siempre no-negativo), se especifica

$$y_i = f(x_i; \beta), \quad i=1, \dots, n$$

donde y_i es el output obtenible de un vector no estocástico de inputs, x_i , y β es el vector de parámetros desconocidos a estimar. Estimando esta ecuación obtenemos los valores óptimos de output y la diferencia de estas estimaciones con los valores observados se deberán únicamente a la ineficiencia (puesto que hemos partido que la no existencia de elementos aleatorios). Si los valores observados de output coincidieran con los valores estimados, la firma estaría situada en la frontera de producción, por lo que sería técnicamente eficiente.

La estimación del vector de parámetros β se realiza mediante técnicas de programación matemática sobre una muestra de las n firmas de una industria. Aigner y Chu sugieren la minimización de

$$\sum_{i=1}^N |y_i - f(x_i; \beta)|$$

sujeto a

$$y_i \leq f(x_i; \beta)$$

que es un problema de programación lineal si la ecuación de producción es lineal en β .

Alternativamente, estos autores plantean minimizar la expresión $\sum_{i=1}^N (y_i - f(x_i; \beta))^2$ sujeto a la misma restricción, que es un problema de programación cuadrática si la ecuación de producción es lineal en β , lo que coincide con el método de ajuste por mínimos cuadrados.

²Nótese que se denominan modelos deterministas porque en la ecuación no se supone que no existe aleatoriedad. Sin embargo esta aleatoriedad puede venir de la elección de la muestra, puesto que la estimación de estos modelos se realiza a partir de una muestra de firmas.

El problema que se plantea en este modelo es cómo justificar, habiendo considerado que en el modelo no existe ninguna fuente de aleatoriedad, que distintas firmas que utilizan inputs idénticos presenten outputs diferentes y, por tanto, existan firmas que no estén situadas en la frontera. Esto nos indica que implícitamente se ha asumido un término de aleatoriedad.

El principal inconveniente es que no distingue entre la componente de ineficiencia y los posibles shocks aleatorios. Es decir, en la función de producción estimada, toda la variación del término de error se atribuye a la ineficiencia técnica, cuando puede deberse a otros motivos que están fuera de control de la empresa. Además, al ser un método más algebraico que estadístico, los estimadores que se obtienen no tienen propiedades estadísticas, es decir son estimadores sin errores standard, t-ratios, etc.

Las diferencias con el análisis envolvente de datos se encuentran en la elección de la forma funcional y en la posibilidad de medir uno o más outputs, ya que en los modelos deterministas es necesario especificar el output en una sola variable.

2.2.2 Modelos aleatorios.

A diferencia de los modelos deterministas, en los modelos aleatorios asumimos explícitamente que la función de producción estimada (óptima) puede estar influida tanto por errores de medición en los datos como por factores externos que se encuentran fuera del control de las firmas. De ahí que se incorpore al modelo una variable aleatoria que refleje dichos fenómenos.

Dentro de los modelos que incorporan un término de aleatoriedad distinguimos entre aquéllos que recogen dicha aleatoriedad junto con la ineficiencia en una sola variable aleatoria (modelos estadísticos), y los que consideran que el término de error consta de dos partes, una recoge los efectos de los factores fuera de control de la empresa, los posibles errores de especificación y otros ruidos estadísticos, y otra componente recoge los efectos de la ineficiencia (modelos estocásticos).

2.2.2.1 Modelos estadísticos.

Los modelos estadísticos, como hemos indicado, incorporan una variable aleatoria que refleja tanto la ineficiencia como los posibles errores de medida en los datos y los efectos externos fuera de control de las firmas.

El modelo puede expresarse como:

$$y_i = f(x_i; \beta) + \varepsilon_i \quad i=1,2,\dots,n$$

$$\varepsilon_i \leq 0$$

El hecho de que existan observaciones por encima de la frontera es atribuido a los posibles errores de medida en los datos y a los efectos externos que se encuentran fuera del control de la firma.

Estableciendo determinadas hipótesis sobre la variable ε_i el modelo puede ser estimado mediante *mínimos cuadrados* obteniéndose así los mejores estimadores lineales insesgados y consistentes de todos los parámetros, excepto del término independiente. Además, suponiendo una distribución concreta para el término de perturbación, el modelo puede estimarse mediante técnicas de *máxima verosimilitud*. Los estimadores obtenidos dependen fundamentalmente de la forma de la distribución de la perturbación aleatoria. Por ejemplo, Afriat (1972) propuso una distribución beta para ε_i y Richmond (1974) y Greene (1980) supusieron una distribución gamma.

La distribución que se suponga a la variable aleatoria es importante, ya que los estimadores de máxima verosimilitud dependen de la forma de dicha distribución, lo cual supone un problema, al no existir a priori argumentos para establecer una buena distribución de ε_i . En cualquier caso, parece poco adecuado que la eficiencia técnica dependa de la conveniencia estadística.

Si estimamos la frontera por el método de los mínimos cuadrados corregidos según propone Richmond (1974), aún usando correctamente el término constante, alguno de los residuos puede tener equivocado el signo para las observaciones que están por encima de la frontera, lo que hace que con la frontera obtenida por este método resulte delicado analizar o computar la eficiencia técnica de las observaciones individuales. Una solución es la que proporciona el modelo estocástico. Otra dificultad que presenta el método de los mínimos cuadrados es que la corrección del término constante no es independiente de la distribución asumida por la perturbación aleatoria, con lo que se presenta el mismo inconveniente que apuntábamos para la máxima verosimilitud.

2.2.2.2 Modelos estocásticos.

La idea esencial de los modelos frontera estocásticos, utilizados por primera vez por Aigner y Chu (1977) y Meeusen and Van Den Broek (1977), es que el término de error consta de dos partes: una componente simétrica que recoge los efectos de los factores externos fuera de control de la empresa, como los posibles errores de especificación y otros 'ruidos' estadísticos; y otra componente que recoge los efectos de la ineficiencia.

Partiendo de la ecuación

$$y_i = f(x_i; \beta) + \varepsilon_i \quad i=1, \dots, n$$

con la estructura de error

$$\varepsilon_i = v_i + u_i$$

es decir,

$$y_i = f(x_i; \beta) + v_i + u_i$$

donde

v_i - representa la perturbación simétrica; se suponen independientes e idénticamente distribuidos, con distribución normal de media cero y varianza constante. Cuando su varianza es cero, entonces la frontera estocástica se convierte en determinista. Capta las verdaderas diferencias aleatorias debidas a los efectos externos fuera del control de la firma, así como el llamado 'ruido' estadístico.

u_i - distribuida independientemente de v_i , debe ser siempre menor o igual a cero. Es el término de error que determina el nivel de ineficiencia técnica relativa de la firma.

Para que la frontera sea claramente estocástica se debe cumplir que

$$y_i \leq f(x_i; \beta) + v_i$$

Los estimadores directos de las funciones de producción frontera estocásticas pueden ser obtenidos por *máxima verosimilitud* o *mínimos cuadrados ordinarios corregidos*. Introduciendo distribuciones específicas de probabilidad para los componentes de error; asumiendo que ambas distribuciones son independientes y que las variables x_i son exógenas, las propiedades asintóticas de la máxima verosimilitud pueden ser demostradas por el camino habitual.

El principal inconveniente de este modelo es que no permite estimar el nivel de ineficiencia técnica de cada observación, es decir, de cada firma individual, sólo permite estimar la eficiencia media de la muestra.

3. BIBLIOGRAFÍA

- AFRIAT, S.N. (1972): "Efficiency estimation of production functions", *International Economic Review*, vol. 13, n.º 3, págs. 568-598.
- AIGNER, D.J. Y S.F. CHU (1968): "On estimating the industry production function", *American Economic Review*, n.º 58, págs. 226-239.
- AIGNER, D., C.A.K. LOVELL Y P. SCHMIDT (1977): "Formulation and estimation of stochastic frontier production function models", *Journal of Econometrics*, n.º 6, págs. 21-37.
- ALBI, E., (1992): "Evaluación de la eficiencia pública (El control de la eficiencia del Sector Público)", *Hacienda Pública Española*, n.º 120-121, págs. 299-316.
- BANKER, R.D., A. CHARNES Y W.W. COOPER (1984): "Some models for estimating technical and scale inefficiencies in data envelopment analysis", *Management Science*, n.º 30, págs. 1078-1092.
- BARROW, M. Y A. WAGSTAFF (1989): "Efficiency measurement in the public sector: an appraisal", *Fiscal Studies*, vol. 10, n.º 1, págs. 73-97.
- BAUER, P.W., (1990): "Recent developments in the econometric estimation of frontiers", *Journal of Econometrics*, vol. 46, págs. 39-56.
- BJUREK H., L. HJALMARSSON Y F. R. FORSUND (1990): "Deterministic parametric and nonparametric estimation of efficiency in service production", *Journal of Econometrics*, n.º 46, págs. 213-227.
- BROEK, J.V.D., F.R. FÖRSUND, L. HJALMARSSON Y W. MEEUSEN (1980): "On the estimation of deterministic and stochastic frontier production functions. A Comparison" *Journal of Econometrics*, vol. 13, págs. 117-138.
- CHARNES, A., W.W. COOPER Y E. RHODES (1978): "Measuring the efficiency of decision-making units", *European Journal of Operational Research*, n.º 2, págs. 429-444.
- CHARNES, A., W.W. COOPER Y E. RHODES (1981): "Evaluating program and managerial efficiency: An application of data envelopment analysis to program follow through", *Management Science*, vol. 27, n.º 6, junio, págs. 668-697.
- CUENCA, A. (1994): "Eficiencia técnica en los servicios de protección contra incendios", *Revista de Economía Aplicada*, n.º 5, vol. 2, págs. 87 a 109.
- FARRELL, M.J. (1957): "The measurement of productive efficiency", *Journal of the Royal Statistical Society*, vol. 120, n.º 3, págs. 253-281.

FÖRSUND, F.R., C.A.K. LOVEL Y P. SCHMIDT (1980): "A survey of frontier production functions and of their relationship to efficiency measurement", *Journal of Econometrics*, vol. 13, págs. 5-25.

GREENE, W.H. (1990): "A gamma-distributed stochastic frontier model", *Journal of Econometrics*, vol. 46, págs. 141-163.

LEE, L.F., W.G. TYLER (1978): "The stochastic frontier production function and average efficiency. An Empirical Analysis", *Journal of Econometrics*, vol. 7, págs. 385-389.

LEVITT, M.S. Y M.A.S. JOYCE (1987): *The growth and efficiency of public spending*, Cambridge (U.K.), Cambridge University Press.

LÓPEZ CASASNOVAS, G. Y A. R. WAGSTAFF (1988): "La combinación de factores productivos en el hospital: una aproximación a la función de producción", *Investigaciones Economicas*, vol. 12, n.º 2, págs. 305-327.

---- (1991): "Indicadores de eficiencia para la gestión pública: una revisión de métodos", *Cuadernos de Economía*, n.º 19, págs. 55-83.

MEEUSSEN, W. Y J. VAN DEN BROECK (1977): "Efficiency estimation from Cobb-Douglas production functions with composed error", *International Economic Review*, vol. 18, n.º 2, págs. 435-444.

PEDRAJA, F. Y J. SALINAS (1994): "El Análisis de Envolvente de Datos (DEA) y su aplicación al Sector Público: una nota introductoria", *Hacienda Pública Española*, n.º 128, págs. 117-131.

PRIOR, D., J. VERGES E I. VILARDELL, (1993): *La evaluación de la eficiencia en los sectores privado y público*, Madrid, Instituto de Estudios Fiscales.

RICHMOND, J. (1974): "Estimating the efficiency of production", *International Economic Review*, vol. 15, n.º 2, June, págs. 515-521.

SCHMIDT, P. (1976): "On the statistical estimation of parametric frontier production functions", *Review of economic of statistics*, vol. 58, n.º 2, May, págs. 238-239.

---- (1986): "Frontier production functions", *Econometric Reviews*, vol. 4, n.º 2, págs. 238-239.

SMITH, P. (1990): "The Use of Performance Indicators in the Public Sector", *Royal Statistical Society*, vol. 153, part. 1, págs. 53-72.

SEIFORD, L.M. Y R.M. THRALL (1990): "Recent developments in DEA", *Journal of Econometrics*, n.º 46, págs. 7-38.

TIMMER, C.P. (1971): "Using a Probabilistic Frontier Production. Function to Measure Technical Efficiency", *The Journal of Political Economy*, vol. 2, págs. 776-794.

WAGSTAFF, A. (1989): "Estimating efficiency in the hospital sector: a comparison of three statistical cost frontier models", *Applied Economics*, vol. 21, págs. 659-672.

SOLUCIONES DE NASH NO COOPERATIVAS

EN CICLO ABIERTO Y CERRADO.

Ramón FERNÁNDEZ LECHÓN

*Facultad de C.C. E.E. y E.E.**Departamento de Economía Aplicada**Universidad de Valladolid*

1.- INTRODUCCIÓN.

En el juego diferencial de horizonte finito y suma no nula, entre trabajadores y empresarios planteado por Soto (1.994), no se considera la posibilidad de que ambos jugadores deseen valorar la cuantía de capital existente en la economía en el momento terminal. Lancaster en su trabajo publicado en 1.973, y en el que plantea un juego entre trabajadores y empresarios donde se trata de distribuir la producción entre ambos, los primeros decidiendo que parte de la producción ahoran o consumen y los segundos decidiendo sobre el trabajo y la inversión de capital, considera ese requerimiento terminal exclusivamente para los capitalistas; sin embargo Seierstad (1.993), en un juego modificado del anteriormente descrito de Lancaster si considera la valoración del capital final para ambos jugadores.

En este trabajo, consideramos el juego planteado por Soto, incorporando como elemento terminal la valoración que en su planteamiento realiza Seierstad. Esto puede llevarse a cabo debido a que el fundamento teórico de los modelos de Soto y Seierstad tienen la misma raíz, el modelo de Lancaster entre trabajadores y capitalistas, pero mientras el primero considera una función de producción de tipo Coob-Douglas y por tanto no lineal, el segundo considera una función de producción de Leontieff.

El objetivo de este trabajo, es obtener, bajo el supuesto planteado, las estrategias de Nash en ciclo abierto y cerrado. La diferencia entre ambas surge de las distintas suposiciones que se realizan acerca de la estructura de información que ambos jugadores poseen. Así, mientras en el primer caso, se supone que los controles de ambos jugadores dependen del tiempo y del estado inicial del capital, variable de estado del modelo, en las estrategias en ciclo cerrado se supone que el control depende además del tiempo del valor de la variable de estado en cada momento.

Las estrategias de Nash son de tiempo consistente (Petit, pg. 214); pero la consistencia fuerte en el tiempo, solamente la tienen las estrategias feedback. Así nosotros probaremos, en este trabajo, que la estrategia en ciclo cerrado obtenida es un equilibrio perfecto en los subjuegos.

2.- PLANTEAMIENTO DEL MODELO.

Consideramos un juego diferencial entre trabajadores y empresarios. Ambos jugadores tratan de maximizar objetivos diferentes en un horizonte temporal finito. Así, en el trabajo, coexisten los siguientes elementos: crecimiento de la economía (medido a través del capital), oferta de trabajo y distribución del capital entre ambos agentes.

Además, añadimos una modificación respecto al trabajo de Soto y es que los jugadores tienen en cuenta las ganancias, que se miden por $cK(T)$, de tener un stock de capital $K(T)$ al finalizar el horizonte temporal T . Estas ganancias se dividen en proporciones entre los dos agentes que intervienen en el modelo y supondremos que esta proporción se mide a través del límite máximo de participación de los trabajadores en el producto, con lo que $s_2 cK(T)$ será la ganancia para los trabajadores y $(1 - s_2)cK(T)$ la de los empresarios, donde c es un número fijo y positivo que cuantifica las ganancias.

Los trabajadores tratan de maximizar su participación en el producto y las ganancias y los empresarios sus beneficios y ganancias. Como hemos dicho los trabajadores disponen de un límite mínimo y máximo de participación en el producto y las empresas de un límite máximo y mínimo de oferta laboral y además han de decidir también qué porcentaje de su participación en el producto destinan a formación de capital (inversión).

El producto viene dado a través de la clásica función de producción de Coob-Douglas $f(K, L) = K^\alpha L^\beta$, $\alpha, \beta \in (0, 1)$, $\alpha + \beta < 1$, con lo que el funcional objetivo para los trabajadores es:

$$\int_0^T s K^\alpha L^\beta dt + s_2 cK(T),$$

donde la variable de control s es el porcentaje del producto que se destina a los trabajadores, variable que como hemos indicado ha de verificar $0 < s_1 \leq s \leq s_2 < 1$.

El porcentaje del producto destinado a las empresas es $(1 - s)K^\alpha L^\beta$, pero esta participación no se destina integramente a beneficios sino que una parte irá a formación de capital. Luego, si denotamos por θ el porcentaje destinado a inversión, $\theta \in [0, 1]$, tendremos que la formación de capital verifica la ecuación:

$$\dot{K} = \theta(1 - s)K^\alpha L^\beta, \quad K(0) = K_0 > 0,$$

y por consiguiente el funcional objetivo para las empresas será:

$$\int_0^T (1 - \theta)(1 - s)K^\alpha L^\beta dt + (1 - s_2)cK(T).$$

La oferta de trabajo es variable de control para las empresas y supondremos que es una variable no negativa, acotada superiormente por el capital existente en la economía corregido por un factor tecnológico μ , constante en todo el horizonte temporal. Por tanto, la oferta laboral satisface la desigualdad: $0 \leq L \leq \mu K$, $\mu \in [0, 1]$.

El problema para los trabajadores sería:

$$\max_s \int_0^T s K^\alpha L^\beta dt + s_2 c K(T) ,$$

$$s. a : \quad \dot{K} = \theta(1-s) K^\alpha L^\beta ,$$

$$\theta \in [0, 1],$$

$$0 < s_1 \leq s \leq s_2 < 1,$$

$$K(0) = K_0 .$$

Problema de control con una variable de estado K y una variable de control s .

El problema para las empresas sería:

$$\max_{\theta, L} \int_0^T (1-\theta)(1-s) K^\alpha L^\beta dt + (1-s_2) c K(T) ,$$

$$s. a : \quad \dot{K} = \theta(1-s) K^\alpha L^\beta ,$$

$$\theta \in [0, 1],$$

$$0 < s_1 \leq s \leq s_2 < 1,$$

$$0 \leq L \leq \mu K; \quad \mu \in [0, 1],$$

$$K(0) = K_0 .$$

Problema con una variable de estado K y dos variables de control θ y L .

3.- ESTRATEGIAS NO COOPERATIVAS DE NASH.

Los controles que optimizan el problema de los trabajadores, tendrán que resolver el problema paramétrico:

$$\max_{s_1 \leq s \leq s_2} \mathcal{H}_1 = [s K^\alpha L^\beta + \psi_1 \theta (1-s) K^\alpha L^\beta] ,$$

donde ψ_1 es la variable de coestado, con $\psi_1(T) = s_2 c$. De análoga forma tendremos que los controles L y θ , óptimos para los empresarios, deberán satisfacer el programa:

$$\max_{\substack{0 \leq \theta \leq 1 \\ 0 \leq L \leq \mu K}} \mathcal{H}_2 = [(1-\theta)(1-s) K^\alpha L^\beta + \psi_2 \theta (1-s) K^\alpha L^\beta] ,$$

donde ψ_2 , variable de coestado asociada al problema de optimización de los empresarios, satisfará en el momento terminal la condición $\psi_2(T) = (1-s_2)c$.

El control $L = 0$, no es óptimo ya que cualquier otro valor del trabajo daría un mayor valor a los funcionales objetivos de ambos jugadores. Tampoco $L \in (0, \mu K)$, pues la determinación de los controles admisibles para las empresas, lleva consigo que la condición exigida para que el control L pertenezca a ese intervalo es que $1 - \theta + \psi_2 \theta = 0$ y dicha condición no es compatible con ningún valor de los controles admisibles para θ . Por tanto, en una estrategia óptima se satisfará siempre $L = \mu K$, esto es, las empresas ofertarán el máximo trabajo que les permita su tecnología y capital durante todo el horizonte temporal.

La variable de coestado ψ_2 satisface la ecuación diferencial:

$$\dot{\psi}_2 = -(1 - \theta + \psi_2 \theta)(1 - s)(\alpha + \beta)\mu^\beta K^{\alpha+\beta-1},$$

tanto en ciclo abierto como cerrado y el comportamiento de esta variable determina que $\theta \notin (0, 1)$ salvo instantáneamente, ya que en este intervalo la variable ψ_2 debe permanecer constantemente igual a uno y esto no puede mantenerse en un intervalo finito. Lo mismo ocurre con el control s de los trabajadores, al tomar θ solamente los valores cero o uno, $s \notin (s_1, s_2)$ ya que en ese intervalo se ha de verificar $\psi_1 \theta = 1$ y esto, por el comportamiento en ciclo abierto o cerrado de ψ_1 , sólo puede darse instantáneamente. Por tanto, los controles de ambos jugadores serán en bang-bang para θ y s :

$$s = \begin{cases} s_1, & \text{si } \psi_1 \theta \geq 1 \\ s_2, & \text{si } \psi_1 \theta \leq 1. \end{cases}$$

$$\theta = \begin{cases} 1, & \text{si } \psi_2 \geq 1 \\ 0, & \text{si } \psi_2 \leq 1. \end{cases}$$

Si consideramos que la estructura de información es en ciclo abierto, el sistema dinámico que satisfacen las variables de coestado de ambos jugadores será:

$$-\dot{\psi}_1 = [s + \psi_1 \theta(1 - s)]\alpha\mu^\beta K^{\alpha+\beta-1}$$

$$-\dot{\psi}_2 = (1 - \theta + \psi_2 \theta)(1 - s)(\alpha + \beta)\mu^\beta K^{\alpha+\beta-1}.$$

y si la estructura de información es en ciclo cerrado, el sistema dinámico vendrá dado por:

$$-\dot{\psi}_1 = [s + \psi_1 \theta(1 - s)](\alpha + \beta)\mu^\beta K^{\alpha+\beta-1}.$$

$$-\dot{\psi}_2 = (1 - \theta + \psi_2 \theta)(1 - s)(\alpha + \beta)\mu^\beta K^{\alpha+\beta-1}.$$

Ambos sistemas tienen las mismas condiciones terminales, debido al término residual en los funcionales objetivos de ambos jugadores, $\psi_1(T) = s_2 c$, $\psi_2(T) = (1 - s_2)c$.

Notemos que la variable de coestado del segundo jugador satisface la misma ecuación diferencial en ciclo abierto y cerrado, ello es debido a que el control de los trabajadores no

depende de la variable de estado del modelo; sin embargo, no ocurre así con la variable de coestado para el primer jugador ya que el control L depende siempre del stock de capital lo que conlleva distinto comportamiento (Mehlmann, (1.988) p. 84).

Las estrategias óptimas para ambos jugadores dependen de los valores terminales de las variables de coestado. Así, bajo distintos supuestos, nos encontramos con diferentes estrategias que no pueden ser consideradas si eliminamos estas valoraciones (ver Soto (1.994) para ciclo abierto y Soto y Fernández (1.994) para ciclo cerrado).

Vamos a distinguir cuatro posibilidades distintas según $\psi_1(T)$ y $\psi_2(T)$ sean mayores, menores o iguales a la unidad.

PRIMER CASO $\psi_1(T) < 1$, $\psi_2(T) < 1$

A) Ciclo Abierto.

La estrategia de Nash óptima para ambos jugadores será mantener en el intervalo terminal $(t_1, T]$, la política $L = \mu K$, $s = s_2$, $\theta = 0$. El momento t_1 es donde se satisface $\psi_2(t_1) = 1$, entonces integrando la ecuación diferencial para ψ_2 , y teniendo en cuenta las condiciones terminales, obtenemos la amplitud de ese intervalo terminal:

$$T - t_1 = \frac{[1 - c(1 - s_2)] K^{1-\alpha-\beta}}{(1 - s_2)(\alpha + \beta)\mu^\beta},$$

donde K es el capital alcanzado en t_1 que puesto que es constante en todo ese intervalo terminal, será la cuantía máxima de capital que en este caso existirá en la economía.

En el momento t_1 la variable de coestado del primer jugador toma el valor:

$$\psi_1(t_1) = s_2 c + \frac{\alpha s_2 [1 - c(1 - s_2)]}{(1 - s_2)(\alpha + \beta)},$$

valor que puede ser mayor o igual a uno o estrictamente inferior a la unidad. En el primer caso, la estrategia óptima será $L = \mu K$, $\theta = 1$, $s = s_1$ en $[0, t_1]$ y el capital en el instante t_1 será:

$$[K(t_1)]^{1-\alpha-\beta} = K_0^{1-\alpha-\beta} + (1 - \alpha - \beta)(1 - s_1)\mu^\beta t_1.$$

Si $\psi_1(t_1) < 1$, la estrategia óptima será siempre $L = \mu K$, pero $\theta = 1$, $s = s_2$ en el intervalo $(t_2, t_1]$ y $\theta = 1$, $s = s_1$ en el intervalo $[0, t_2]$. El instante t_2 será aquel para el cual $\psi_1(t_2) = 1$. La amplitud del intervalo $(t_2, t_1]$ y la relación entre los capitales en el momento t_2 y t_1 satisfacen las siguientes relaciones:

$$t_1 - t_2 = \frac{[K(t_2)]^{1-\alpha-\beta}}{(1 - s_2)(1 - \alpha - \beta)\mu^\beta} \left[\left(\frac{\alpha + \beta}{s_2 [\beta(1 - s_2)c + 2\alpha + \beta]} \right)^{\frac{1-\alpha-\beta}{\alpha}} - 1 \right],$$

$$[K(t_1)]^{1-\alpha-\beta} = [K(t_2)]^{1-\alpha-\beta} + (1 - \alpha - \beta)(1 - s_2)\mu^\beta(t_1 - t_2),$$

donde

$$[K(t_2)]^{1-\alpha-\beta} = K_0^{1-\alpha-\beta} + (1-\alpha-\beta)(1-s_1)\mu^\beta t_2.$$

En este caso, como hemos indicado, el máximo capital en la economía es $K(t_1)$ ya que en el intervalo $(t_1, T]$, al decidir los empresarios no invertir, el capital permanecerá constante.

B) Ciclo Cerrado.

Las estrategias son las mismas que en el caso anterior, pero las amplitudes de los intervalos donde deben utilizarse y las condiciones de su existencia son diferentes.

Así, la amplitud del intervalo $(t_1, T]$ encontrado utilizando exclusivamente la variable de coestado ψ_2 coincide en ciclo abierto y cerrado; ahora bien, mantener la estrategia $L = \mu K$, $\theta = 1$, $s = s_1$ en todo $[0, t_1]$ sólo es posible si:

$$\psi_1(t_1) = s_2 c + \frac{s_2}{1-s_2} [1 - c(1-s_2)] \geq 1,$$

lo que implica que la cota superior del control de los trabajadores s_2 debe ser mayor o igual que $\frac{1}{2}$.

En el caso de que $\psi_1(t_1)$ sea estrictamente inferior a uno, entonces $s_2 < \frac{1}{2}$, y los capitales en los instantes t_1 y t_2 satisfacen la relación:

$$\left[\frac{K(t_1)}{K(t_2)} \right]^{\alpha+\beta} = \frac{1}{2s_2}.$$

Las expresiones de $K(t_1)$ y $K(t_2)$ son iguales a las obtenidas en ciclo abierto, sin embargo $t_1 - t_2$ toma el valor:

$$t_1 - t_2 = \frac{[K(t_2)]^{1-\alpha-\beta}}{(1-s_2)(1-\alpha-\beta)\mu^\beta} \left[\left(\frac{1}{2s_2} \right)^{\frac{1-\alpha-\beta}{\alpha+\beta}} - 1 \right].$$

En el momento t_2 es donde $\psi_1(t_2) = 1$ y $\psi_2(t_2) = \frac{1}{2s_2}$, que es estrictamente mayor que la unidad.

SEGUNDO CASO $\psi_1(T) < 1$, $\psi_2(T) \geq 1$

Tanto para ciclo abierto como para ciclo cerrado la estrategia óptima es $L = \mu K$, $\theta = 1$ en todo el horizonte temporal, $s = s_2$ en $(t_1, T]$ y $s = s_1$ en $[0, t_1]$ donde el momento t_1 viene determinado por la relación:

$$T - t_1 = \frac{[K(t_1)]^{1-\alpha-\beta}}{(1-\alpha-\beta)(1-s_2)\mu^\beta} \left[\left(\frac{1}{(1-s_2)s_2 c + s_2} \right)^{\frac{1-\alpha-\beta}{\alpha+\beta}} - 1 \right],$$

para ciclo abierto y

$$T - t_1 = \frac{[K(t_1)]^{1-\alpha-\beta}}{(1-\alpha-\beta)(1-s_2)\mu^\beta} \left[\left(\frac{1}{(1-s_2)s_2 c + s_2} \right)^{\frac{1-\alpha-\beta}{\alpha+\beta}} - 1 \right],$$

para ciclo cerrado. En ambas situaciones el capital en el momento t_1 satisface la relación:

$$[K(t_1)]^{1-\alpha-\beta} = K_0^{1-\alpha-\beta} + (1-\alpha-\beta)(1-s_1)\mu^\beta t_1.$$

TERCER CASO $\psi_1(T) \geq 1$, $\psi_2(T) < 1$

La estrategia óptima para ambos jugadores, tanto en ciclo abierto como cerrado, es necesario considerarla en dos subintervalos $[0, t_1]$ y $(t_1, T]$ donde el momento t_1 es aquél donde la variable de coestado ψ_2 satisface: $\psi_2(t_1) = 1$.

Así, en ambos supuestos, la estrategia óptima es $\theta = 0$, $s = s_2$ en $(t_1, T]$ y $\theta = 1$, $s = s_1$ en $[0, t_1]$. De nuevo $L = \mu K$ en todo el horizonte temporal. El momento t_1 satisface:

$$T - t_1 = \frac{K^{1-\alpha-\beta} [1 - (1-s_2)c]}{(1-s_2)(\alpha+\beta)\mu^\beta},$$

en ciclo abierto y en ciclo cerrado.

En ambas posibilidades, el capital es constante en el último subintervalo y satisface la relación considerada en el segundo caso, que coincide con la obtenida en el primer caso cuando $\psi_1(t_1)$ es mayor o igual que la unidad.

CUARTO CASO $\psi_1(T) \geq 1$, $\psi_2(T) \geq 1$

En este caso, al igual que en los anteriores $\psi_1(T) + \psi_2(T) = c \geq 1$, luego las ganancias en el instante final $cK(T)$ tienen para ambos jugadores una valoración elevada. Esta última consideración no está garantizada en el primer caso.

Ahora considerando la distinta estructura de la información para los dos jugadores, la estrategia óptima es mantener $L = \mu K$, $\theta = 1$, $s = s_1$ en todo el horizonte.

4.- UN EQUILIBRIO PERFECTO EN LOS SUBJUEGOS.

Las estrategias en ciclo cerrado encontradas en cada uno de los cuatro casos anteriores son estrategias feedback ya que verifican la ecuación de Hamilton - Jacobi - Bellman (ver Bazar y Olsder, pág. 328).

El estudio lo vamos a realizar solamente para el primer caso y cuando $\psi_1(t_1)$ es mayor o igual que uno; de una forma análoga podrían obtenerse las funciones de valor para la segunda política que puede darse en este caso que es cuando $\psi_1(t_1) < 1$ y para los tres casos restantes.

En efecto las funciones de valor $V_i(t, K)$, $i = 1, 2$ definidas por las expresiones:

$$V_1(t, K) = \begin{cases} -\frac{s_1}{1-s_1} + a \left[t - \frac{K^{1-\alpha-\beta}}{(1-s_1)\mu^\beta(1-\alpha-\beta)} \right] + b, & \text{si } t \in [0, t_1] \\ s_2\mu^\beta K^{\alpha+\beta}(T-t) + s_2cK, & \text{si } t \in (t_1, T]. \end{cases}$$

$$V_2(t, K) = \begin{cases} -(1-s_1)\mu^\beta [K(t_1)]^{\alpha+\beta} \left[t - \frac{K_0^{1-\alpha-\beta}}{(1-s_1)\mu^\beta(1-\alpha-\beta)} \right] + \\ + K(t_1) \left[\frac{1-c(1-s_2)}{\alpha+\beta} + (1-s_2)c \right] - \frac{K_0}{1-\alpha-\beta} \left[\frac{K(t_1)}{K_0} \right]^{\alpha+\beta}, & \text{si } t \in [0, t_1] \\ (1-s_2)\mu^\beta K^{\alpha+\beta}(T-t) + (1-s_2)cK, & \text{si } t \in (t_1, T]. \end{cases}$$

donde:

$$\begin{aligned} a &= -[s_1 + \psi_1(t_1)(1-s_1)] [K(t_1)]^{\alpha+\beta} \mu^\beta, \\ b &= \frac{s_1}{1-s_1} K(t_1) + \frac{s_2}{1-s_2} \frac{1-c(1-s_2)}{\alpha+\beta} K(t_1) + s_2 c K(t_1) - \\ &\quad - [s_1 + \psi_1(t_1)(1-s_1)] [K(t_1)]^{\alpha+\beta} \frac{K_0}{(1-s_1)(1-\alpha-\beta)}, \\ \psi_1(t_1) &= s_2 c + \frac{s_2}{1-s_2} [1-c(1-s_2)], \\ K(t_1) &= [K_0^{1-\alpha-\beta} + (1-\alpha-\beta)(1-s_1)\mu^\beta t_1]^{\frac{1}{1-\alpha-\beta}}. \end{aligned}$$

Las funciones $V_1(t, K)$ y $V_2(t, K)$ son dos veces diferenciables en sus argumentos y satisfacen:

$$-\frac{\partial V_i}{\partial t} = \max_{u_i} \mathcal{H}_i(K; \frac{\partial V_i}{\partial K}, u_i),$$

donde u_i representa los controles para cada uno de los jugadores.

Entonces, la estrategia feedback encontrada es un equilibrio perfecto en los sub juegos, o lo que es equivalente, la estrategia en ciclo cerrado encontrada es consistente "fuerte" en el tiempo.

Notemos que los valores de los funcionales objetivos de ambos jugadores con la estrategia feedback son:

$$\begin{aligned} V_1(0, K_0) &= -\frac{s_1}{1-s_1} K_0 + \left[\frac{s_1}{1-s_1} + \frac{s_2}{1-s_2} \frac{1-c(1-s_2)}{\alpha+\beta} + s_2 c \right] K(t_1), \\ V_2(0, K_0) &= \left[\frac{1-c(1-s_2)}{\alpha+\beta} + (1-s_2)c \right] K(t_1). \end{aligned}$$

5.- CONCLUSIONES.

Planteados un juego, donde no se va a considerar el proceso negociador, parece lógico pensar que ambos jugadores sigan estrategias de Nash, ya que utilizar otra estrategia unilateralmente por parte de un jugador implicaría exclusivamente una disminución del valor de su funcional objetivo. Ahora bien, dependiendo de la información por parte de los jugadores, hemos considerado estas estrategias en ciclo abierto o cerrado.

En el análisis realizado en el trabajo, hemos encontrado diferentes estrategias de Nash, dependiendo de si la información considera exclusivamente el tiempo o también tiene en cuenta el valor del capital en cualquier momento de tiempo, y en ambos casos el capital y la tecnología determinan la oferta de empleo que se utiliza siempre en todas sus posibilidades.

Como en este trabajo se considera una valoración final en los funcionales objetivos de ambos jugadores, hemos considerado distintas posibilidades, al tener en cuenta la relación existente, con respecto a la unidad, de los valores de las variables de coestado de ambos jugadores en el momento terminal del juego.

Para cualquiera de los casos considerados, durante un primer intervalo de tiempo, que en uno de los supuestos puede ser todo el horizonte temporal, los trabajadores participan en el producto con su cota mínima y los empresarios dedican toda su participación a inversión; en el período siguiente, que en tres supuestos agota el horizonte temporal, los trabajadores pasan a participar con la cota máxima mientras que los empresarios, en un caso siguen dedicando todo a inversión y, en los otros dos dejan de invertir. En el caso de que este segundo período no agote el horizonte temporal ha existido durante él una participación máxima de los trabajadores y una inversión de las empresas que durante el siguiente período dejan de invertir manteniendo los trabajadores su participación máxima.

En el trabajo hemos determinado, en el primero de los casos y cuando $\psi_1(t_1) \geq 1$, que la estrategia óptima en ciclo cerrado es feedback ya que las funciones de valor verifican el Principio de Bellman y, por tanto, la estrategia óptima es un equilibrio perfecto en los subjuegos o dicho de otro modo, es una estrategia consistente fuerte en el tiempo y por consiguiente la estrategia de equilibrio permanecerá igual aún cuando el juego se perturbe en algún sentido.

6.- BIBLIOGRAFÍA.

- Basar, T. y Olsder, G.J. (1995): *Dynamic Noncooperative Game Theory*. Academic Press, London.
- Lancaster, K. (1973): "The Dynamic Inefficiency of Capitalism". *Journal of Political Economy*. Vol. 81, págs. 1.092 - 1.109.
- Mehmann, A. (1988): *Applied Differential Games*. Plenum Press, New York.

- Petit, M.L.** (1.990): *Control Theory and Dynamic Games in Economic Policy Analysis*. Cambridge University Press, New York.
- Seierstad, A.** (1.993): "The Dynamic Inefficiency of Capitalism". *Journal of Economic Dynamics and Control*. Vol. 17, págs. 877 - 886.
- Soto, M.D.** (1.994): "Distribución, Crecimiento y Empleo. Una solución no cooperativa". *VIII Reunión Anual Asepelt-España*. Palma de Mallorca. Vol. II, págs. 39 - 46.
- Soto, M.D. y Fernández, R.** (1.994): "Distribución, Crecimiento y Empleo: Un análisis mediante un juego diferencial". *Anales de Estudios Económicos y Empresariales*. Vol. 9, págs. 145 - 157.

COMPORTAMIENTO CAÓTICO EN UN MODELO DE MERCADO ESPECULATIVO

M^a DOLORES, GARCIA ARTILES

1. INTRODUCCIÓN

El crash bursátil de octubre de 1987 ha llevado a numerosos economistas a reconsiderar el comportamiento de los mercados especulativos. La teoría del camino aleatorio y el paradigma de los mercados eficientes ha comenzado a ser cuestionado como una explicación plenamente satisfactoria del comportamiento de los mercados de stocks (Peters (1994), para una panorámica general).

A los intentos estadísticos de aclarar las irregularidades de tipo empírico que separan el comportamiento real de los rendimientos de un camino aleatorio, se une el deseo de conseguir modelos de tipo dinámico que expliquen el comportamiento de los precios (Chiarella (1992)).

En el presente trabajo exponemos uno de tales modelos y analizamos la riqueza de sus características dinámicas.

Por simplicidad se considera un mercado especulativo donde se negocia un único activo. Inicialmente supondremos que los intercambios comerciales pueden realizarse de forma continua.

Adoptaremos como premisa básica que los cambios del precio están forzados por el exceso de *demanda agregada* de los inversores, es decir

$$\dot{P}(t) = D_t^*(.) \quad (1)$$

donde $\dot{P}(t)$ es el logaritmo de los precios del activo en un tiempo t , y D_t^* la función del exceso de demanda.

En segundo lugar consideraremos que en el mercado interactúan dos tipos de agentes. Por un lado los fundamentalistas que basan su decisiones de inversión en la ortodoxia económica considerando la existencia de un precio intertemporal walrasiano y por otro los chartistas cuya demanda está basada en expectativas sobre el incremento de los precios en el futuro en base a las cotizaciones del activo en el pasado. Este tipo de premisas estan tomadas de un modelo desarrollado por Beja y Goldman (1980) y ampliado por Chiarella (1992), que pretenden incorporar en los modelos de mercado las actuaciones del análisis técnico por su importancia capital dentro de los mercados reales.

Desde este punto de vista se considera que el exceso de demanda de los inversores tiene una componente fundamental y una componente especulativa.

$$D_t^* (.) = D_t (.) + \bar{d}_t (.) \quad (2)$$

donde D_t se refiere al exceso de la demanda fundamental y \bar{d} al exceso de la demanda chartista.

Sea $W(t)$ el precio de equilibrio de la acción. Supondremos que dicho exceso de demanda fundamentalista viene expresado por una función lineal monótona creciente que se anula en cero

$$D_t (.) = a (W(t) - P(t)) , \quad a \in \mathbb{R}^+ \quad (3)$$

donde "a" es la *pendiente de la demanda fundamentalista*. Esto sugiere que dicha demanda se ajusta con una dinámica de *expectativas racionales*.

El exceso de demanda chartista se determina definiendo una nueva variable $\Psi(t)$ que mide la estimación (media) de la tendencia actual de $P(t)$; sea también $g(t)$ la tasa creciente de inversiones alternativas, como es el caso de bonos gubernamentales (sin riesgo).

Consideraremos, por tanto, que el exceso de demanda chartista es una función de la diferencia entre el rendimiento esperado del activo, medido por la estimación chartista de la tendencia del precio, y el rendimiento de algún activo alternativo, esto es, $\Psi(t) - g(t)$. La función de demanda chartista viene dada de la forma

$$\bar{d}_t (.) = h (\Psi(t) - g(t)) \quad (4)$$

donde h es una función no lineal, creciente, que pasa por el origen, con un punto de inflexión y acotada superior e inferiormente.

El modelo se cierra especificando el modo en que los chartistas forman su estimación de la tendencia del precio. Los chartistas consideran estimaciones sobre el estado del mercado basándose en la hipótesis de que los precios varían siguiendo tendencias de los precios pasados. Todo ello nos lleva a suponer que la dinámica de un mercado especulativo fuera del equilibrio se basa en un proceso de *expectativas adaptativas* de acuerdo a la siguiente ecuación

$$\dot{\Psi}(t) = c (\dot{P}(t) - \Psi(t)) , \quad 0 < c \leq \infty \quad (5)$$

que describe la variación chartista de la tendencia del precio y donde c es la velocidad de ajuste chartista. Esta ecuación pretende describir la base del análisis técnico donde la estimación de la tendencia se ajusta al alza si el cambio de precio es más alto que el esperado y viceversa.

Alternativamente la cantidad $\tau (=1/c)$ indicará el tiempo de retardo en la formación de expectativas.

De las ecuaciones (1) - (5) se obtiene que las dinámicas del precio del activo se rigen por

$$\begin{aligned}\dot{P} &= a(W - P) + h(\Psi - g) \\ \tau \dot{\Psi} &= a(W - P) - \Psi + h(\Psi - g)\end{aligned}\quad (6)$$

que constituye un sistema de segundo orden de ecuaciones diferenciales no lineales.

Siguiendo a Chiarella (1992), consideramos que $W(t)$ y $g(t)$ son constantes. En tal caso, el punto de equilibrio del sistema (6) viene dado por $\bar{\Psi}=0$ y $\bar{P}=W + h(-g)/a$

El sistema (6) se transforma en

$$\begin{aligned}\dot{p} &= -ap + k(\Psi) \\ \tau \dot{\Psi} &= -a p - \Psi + k(\Psi)\end{aligned}\quad (7)$$

siendo $p=P-\bar{P}$ la desviación del precio de equilibrio y donde $k(\Psi) = h(\Psi - g) - h(-g)$. En este caso el punto de equilibrio es $\bar{P}=\bar{\Psi}=0$

Obsérvese que la función $k(\Psi)$ tiene las mismas características que $h(\Psi - g)$, salvo que ahora el punto de inflexión está en el origen. Por otra parte como $k'(\Psi) = h'(\Psi - g) > 0$, en el punto de equilibrio $k'(0) = h'(-g) = b > 0$, donde el parámetro b refleja la pendiente en el equilibrio de la demanda chartista o especulativa.

Chiarella (1992) demuestra que este modelo presenta un comportamiento asintótico de punto fijo estable o ciclo límite estable según las magnitudes de los parámetros fundamentalistas y chartistas. La transición de uno a otro comportamiento dinámico se realiza por medio de una bifurcación de Hopf, que se produce al reducir el tiempo de retardo en la formación de expectativas.

El objetivo de este trabajo es considerar la versión discreta del modelo anterior. Dicha versión, lejos de constituir un modelo matemático simplificado, posee características dinámicas totalmente impensables en el modelo continuo. El comportamiento dinámico quedará enriquecido al exhibir dicho modelo discreto dinámicas caóticas deterministas, comportamiento caótico transitorio y diversos tipos de bifurcaciones entre los regímenes de tipo estable y el caos.

El trabajo está organizado de la siguiente manera. En primer lugar consideramos la estabilidad en el punto de equilibrio, la bifurcación de Neimark y la bifurcación discreta de Hopf que resulta al variar el tiempo de retardo en la formación de expectativas chartista. En segundo lugar demostraremos la existencia de caos determinista, en el modelo, por medio de un teorema de Marotto (1978) cuya aplicación hemos sistematizado. Por último realizamos diversas simulaciones numéricas que nos aproximan al atractor.

2. EL MODELO DISCRETO

Al discretizar el modelo de Chiarella haciendo $\dot{p} = p_{t+1} - p_t$, $\dot{\Psi} = \Psi_{t+1} - \Psi_t$, resulta

$$\begin{aligned} p_{t+1} &= (1-a) p_t + k (\Psi_t) \\ \Psi_{t+1} &= - (a/\tau) p_t + (1-1/\tau) \Psi_t + k (\Psi_t) / \tau \end{aligned} \quad (8)$$

que representa un sistema no lineal de dos ecuaciones en diferencias unidimensionales. El punto de equilibrio en este sistema es el origen, y el Jacobiano en el equilibrio

$$J_E = \begin{bmatrix} 1-a & b \\ -\frac{a}{\tau} & 1 - \frac{(1-b)}{\tau} \end{bmatrix}$$

Siendo

$$\begin{aligned} \text{tr } J_E &= (1-a) + (1-1/\tau) + b/\tau \\ \det J_E &= (1-a)(1-1/\tau) + b/\tau \end{aligned}$$

los autovalores de esta matriz vendrán dados por la soluciones de la ecuación característica

$$\lambda^2 - \text{tr } J_E \lambda + \det J_E = 0$$

esto es

$$\lambda_{1,2} = \frac{\text{tr } J_E \pm \sqrt{(\text{tr } J_E)^2 - 4 \det J_E}}{2}$$

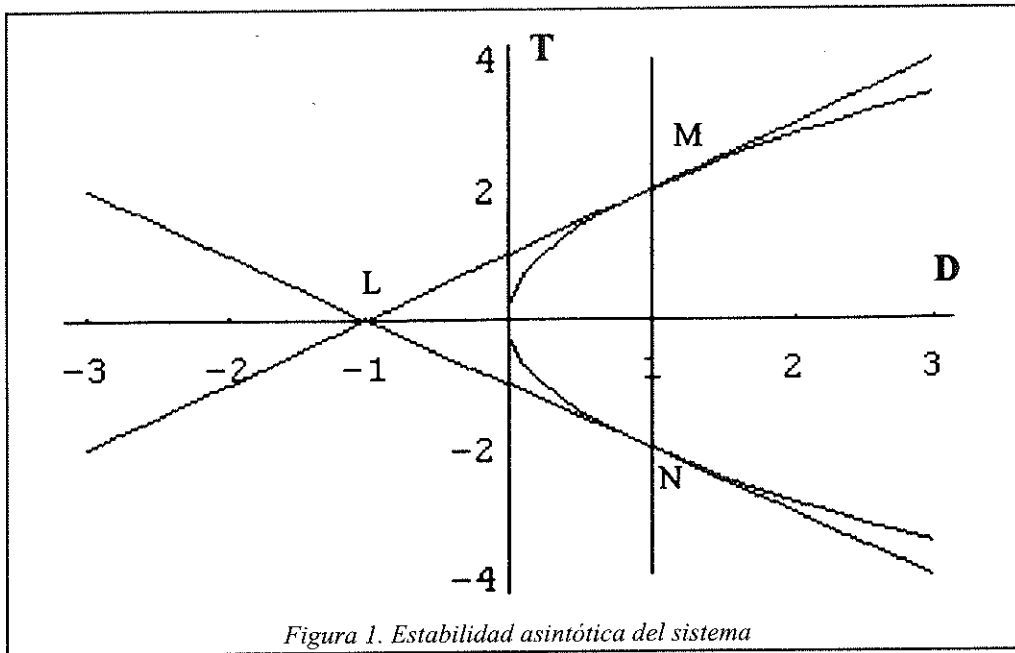


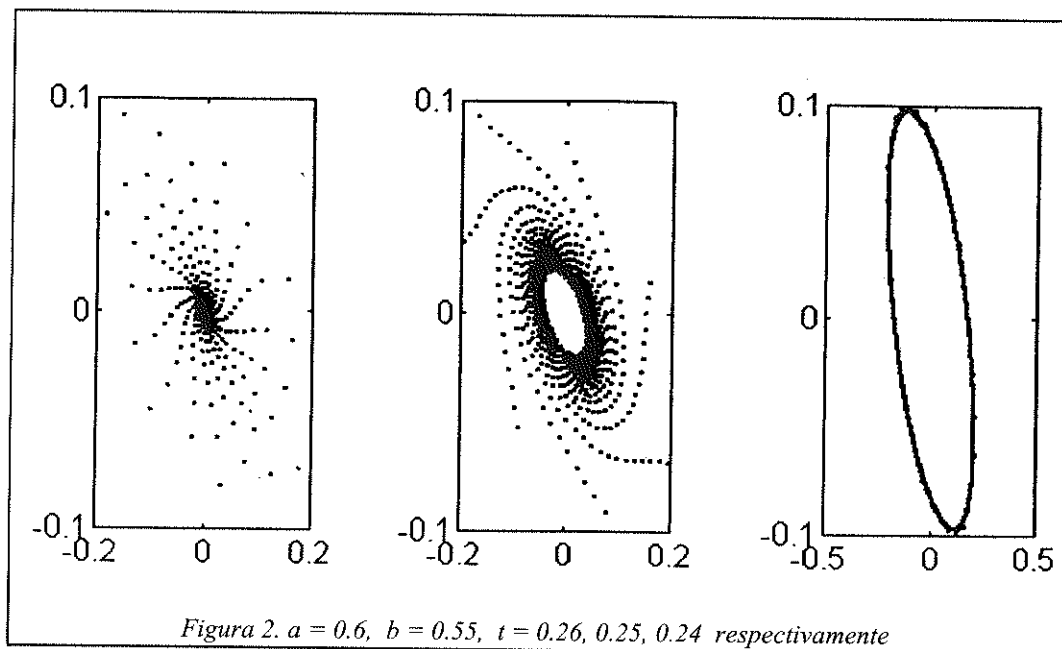
Figura 1. Estabilidad asintótica del sistema

El criterio de estabilidad en el plano (T, D) está dibujado en la Figura 1. La divergencia ocurre sobre la recta $T - D = 1$; mientras que una bifurcación flip (fenómeno de período doble), en la recta

$T + D = -1$, y una bifurcación de Neimark se encuentra sobre la recta $D = 1$. El límite de estabilidad es el triángulo LMN , los puntos que están dentro de este triángulo representan la estabilidad asintótica del sistema.

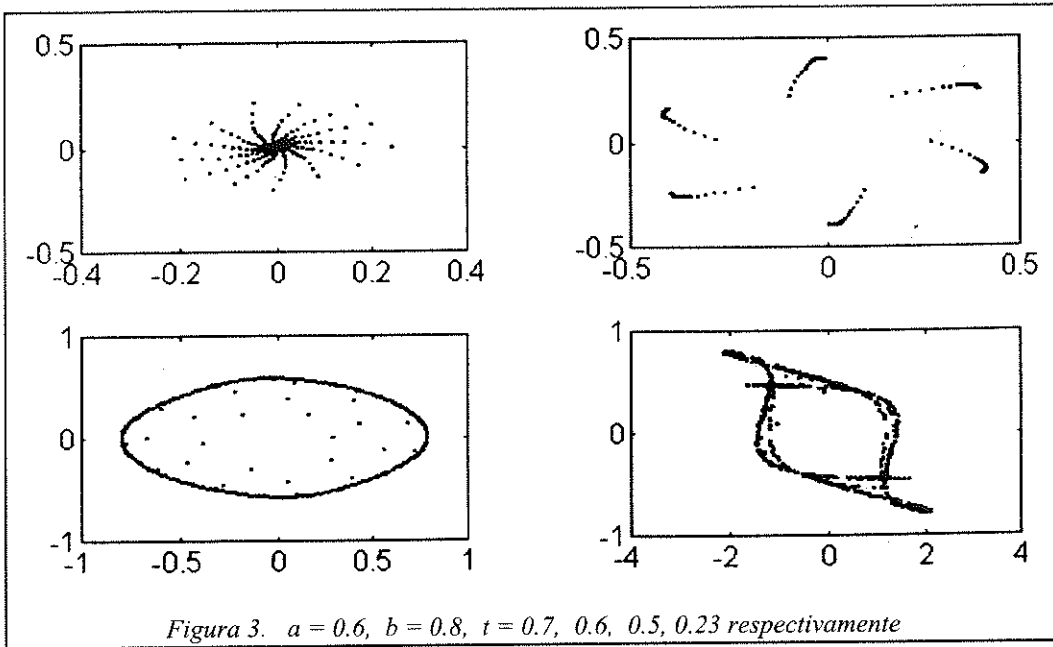
La región donde el sistema oscila y se hace inestable se encuentra en aquella región donde los autovalores son complejos y se encuentren fuera de la línea de Neimark ($D > 1$), la relación que liga a los parámetros del modelo en su versión discreta es que $\tau < 1 + (b-1)/a$.

La figura 2 representa una simulación numérica para un rango de parámetros cuya traza está comprendida entre 0 y 2 y cuyo determinante oscila alrededor del valor 1.



Se observa que cuando τ cruza la línea de Neimark, el punto de equilibrio pasa de ser estable a inestable, degenerando en un ciclo límite a medida que el valor de τ va disminuyendo.

Análogamente, si se toma un rango de parámetros de forma que su traza esté comprendida entre 0 y -2 y su determinante oscile alrededor de 1, se obtiene, como se observa en la figura 3, que el punto de equilibrio pasa de ser estable a inestable, degenerando en un atractor cuando el valor de τ tiende a 0.



La bifurcación de Neimark es una situación análoga a la bifurcación de Hopf para flujo. En nuestro caso se obtiene una bifurcación de Hopf para el sistema dinámico discreto en el valor $\tau = \tau_0$ ocurre que $\text{Det } J = 1$ cuando $\tau = \tau_0$, esto es si se verifica

$$(1-a) \left(1 - \frac{1}{\tau_0}\right) + \frac{b}{\tau_0} = 1 \quad \Rightarrow \quad \tau_0 = 1 + \frac{b-1}{a}$$

El módulo cruza el círculo unidad con velocidad no nula cuando el parámetro τ cambia, por tanto en $\tau = \tau_0$, se verifica

$$\frac{d(\lambda(\tau))}{d\tau} = -\frac{a^2}{2\tau_0} < 0$$

que es la condición para que ocurra una bifurcación de Hopf.

3. DETECCIÓN DEL CAOS POR MEDIO DE UN PUNTO FIJO EXPANSIVO

En términos generales, si se considera un sistema dinámico en tiempo discreto $x_{t+1}=f(x_t)$ con un punto fijo inestable $x^*=f(x^*)$, y siendo $B_r(x^*)$ una bola cerrada con radio r en \mathbb{R}^n centrada en x^* , se dice que el punto x^* de \mathbb{R}^n es un *punto fijo expansivo* de $f(x)$ en $B_r(x^*)$ en términos de Marotto (1978), si x^* es un punto fijo y todos los autovalores del jacobiano de $f(x)$ son en valor absoluto mayores que uno para todo x de $B_r(x^*)$.

Esta definición no implica que la serie temporal se mueva siempre lejos de x^* . Si x_t no pertenece a la bola $B_r(x^*)$ para un r arbitrario, los autovalores podrán ser menores o iguales que uno. Un punto x_t que se encuentre fuera de $B_r(x^*)$ puede saltar dentro de ella e incluso coincidir con x^* , en este caso el punto fijo se denomina (*snap-back repeller*) repeledor de salto hacia atrás en términos de Marotto.

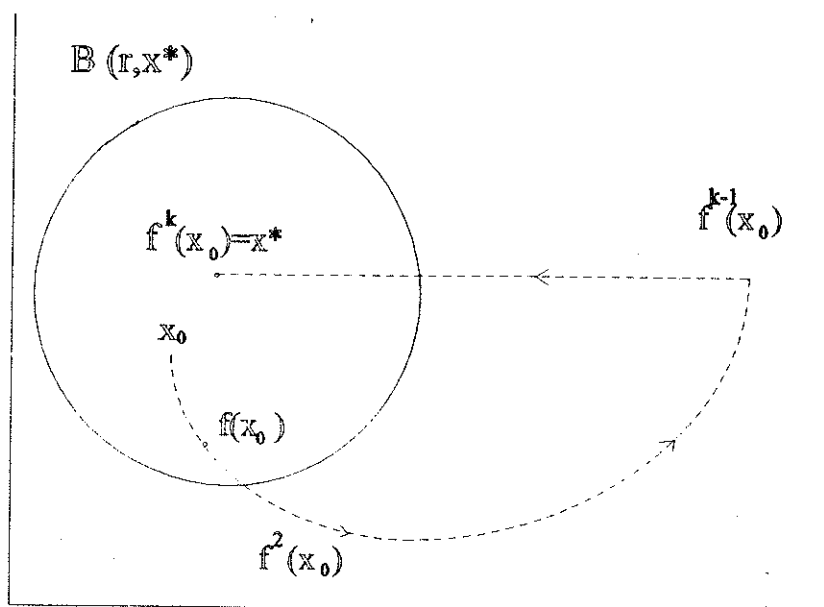


Figura 4. Un Snap-Back Repeller

La figura 4 muestra la idea de un *snap-back repeller*: Una trayectoria que comienza en un punto x_0 arbitrariamente cerca del punto fijo x^* , es repelida del punto fijo después de tomar algunos valores dentro de la bola $B_r(x^*)$, pero al cabo de ciertas iteraciones salta hacia atrás súbitamente para caer exactamente en el punto fijo.

Marotto (1978) demuestra que si f posee un snap-back repeller, entonces el sistema dinámico en tiempo discreto es caótico.

En nuestro modelo bidimensional en tiempo discreto, el jacobiano del sistema (8) es

$$J = \begin{pmatrix} -a + 1 & k'(\Psi) \\ -\frac{a}{\tau} & \frac{k'(\Psi) - 1}{\tau} + 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} F_{11} + 1 & F_{12} \\ F_{21} & F_{22} + 1 \end{pmatrix}$$

siendo

$$F_{11} = -a ; \quad F_{12} = k'(\Psi) ; \quad F_{21} = -\frac{a}{\tau} ; \quad F_{22} = \frac{k'(\Psi) - 1}{\tau}$$

Los autovalores de J vendrán dados por

$$\lambda_{1,2} = \frac{F_{11} + 1 + F_{22} + 1}{2} \pm \sqrt{\frac{(F_{11} - F_{22})^2 + 4 F_{12} F_{21}}{4}}$$

Para el rango de los parámetros tales que $a < 1$, $k'(\Psi) > 1$ y τ suficientemente bajo, el módulo de los autovalores es mayor que uno, lo que implica que los autovalores permanecen fuera del círculo unidad y el punto fijo es un punto fijo expansivo en términos de Marotto.

El procedimiento que hemos seguido para encontrar en este rango de parámetros un *snap-back repeller* es considerar las iteraciones inversas del punto fijo de la siguiente forma:

$$f^{-1}(\dots f^{-1}(f^{-1}(x^*))\dots) = x_0$$

En nuestro modelo, y para el rango de parámetros en donde se verifica que el punto fijo es un punto fijo expansivo, partiendo del mismo, se observa que en la primera iteración el punto salta a un valor que se encuentra fuera de una bola de centro el origen y radio 1, esto es, una bola $B_1(0^*)$, a partir del cuál, las próximas iteraciones se irán acercando tanto como queramos al punto fijo (Figura 5). Por lo que se deduce que el modelo en su versión discreta tiene un *snap-back repeller* para un determinado rango de los parámetros.

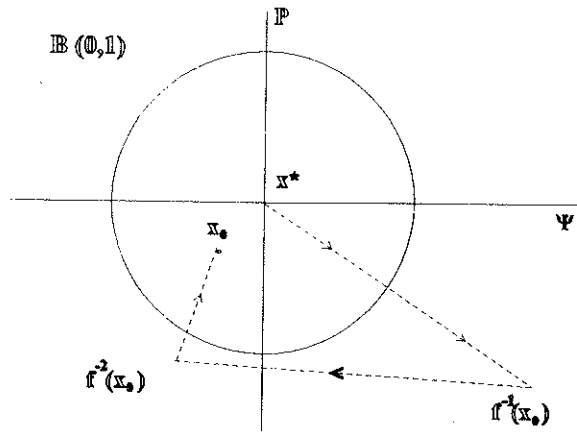


Figura 5. Un Snap-Back Repeller mediante iteraciones inversas

Tal y como apunta Marotto (1978), los *snap-back repeller* persisten bajo pequeñas perturbaciones del modelo variando el rango de los parámetros.

A continuación se muestran los resultados de la simulación numerica para las veinte primeras iteraciones tomando como valores de los parámetros:

a b tau fi pi = [.015 1.5 .001 0 0], siendo fi y pi valores iniciales de Ψ y P respectivamente.

| | | | | | | |
|---------|-------|--------|--------|--------|---------|---------|
| | cor = | 0.0150 | 1.5000 | 0.0010 | 0 | 0 |
| i = 1; | cor = | 0.0150 | 1.5000 | 0.0010 | 0 | 0 |
| i = 2; | cor = | 0.0150 | 1.5000 | 0.0010 | 1.3221 | -1.3208 |
| i = 3; | cor = | 0.0150 | 1.5000 | 0.0010 | -0.0359 | -1.2862 |
| i = 4; | cor = | 0.0150 | 1.5000 | 0.0010 | -0.0375 | -1.2487 |
| i = 5; | cor = | 0.0150 | 1.5000 | 0.0010 | -0.0364 | -1.2123 |
| i = 6; | cor = | 0.0150 | 1.5000 | 0.0010 | -0.0354 | -1.1769 |
| i = 7; | cor = | 0.0150 | 1.5000 | 0.0010 | -0.0343 | -1.1426 |
| i = 8; | cor = | 0.0150 | 1.5000 | 0.0010 | -0.0333 | -1.1093 |
| i = 9; | cor = | 0.0150 | 1.5000 | 0.0010 | -0.0323 | -1.0769 |
| i = 10; | cor = | 0.0150 | 1.5000 | 0.0010 | -0.0314 | -1.0455 |
| i = 11; | cor = | 0.0150 | 1.5000 | 0.0010 | -0.0305 | -1.0151 |
| i = 12; | cor = | 0.0150 | 1.5000 | 0.0010 | -0.0296 | -0.9855 |
| i = 13; | cor = | 0.0150 | 1.5000 | 0.0010 | -0.0287 | -0.9567 |
| i = 14; | cor = | 0.0150 | 1.5000 | 0.0010 | -0.0279 | -0.9288 |
| i = 15; | cor = | 0.0150 | 1.5000 | 0.0010 | -0.0271 | -0.9018 |
| i = 16; | cor = | 0.0150 | 1.5000 | 0.0010 | -0.0263 | -0.8755 |
| i = 17; | cor = | 0.0150 | 1.5000 | 0.0010 | -0.0255 | -0.8500 |

| | | | | | | |
|---------|-------|--------|--------|--------|---------|---------|
| i = 18; | cor = | 0.0150 | 1.5000 | 0.0010 | -0.0248 | -0.8252 |
| i = 19; | cor = | 0.0150 | 1.5000 | 0.0010 | -0.0240 | -0.8011 |
| i = 20; | cor = | 0.0150 | 1.5000 | 0.0010 | -0.0233 | -0.7778 |

Las dos últimas columnas corresponden a los valores inversos de las variables Ψ y P , así partiendo del punto fijo se observa que en la doceava iteración el punto entra dentro de la bola de radio 1 y se aproxima al centro de la misma tanto como queramos. Por lo que podemos concluir que el modelo en su versión discreta tiene, para un específico rango de los parámetros, un repelidor de salto hacia atrás en términos de Marotto y, en consecuencia, el sistema tiene un comportamiento caótico en este rango de parámetros.

Los resultados gráficos de esta simulación numérica se muestran en las figuras 6 y 7.

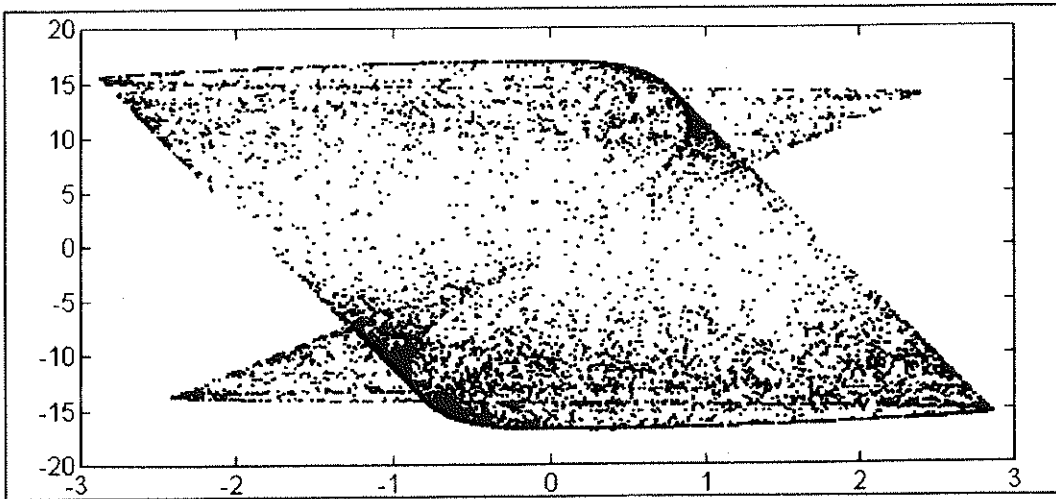


Figura 6. Atractor caótico (10.000 iteraciones); $a=0.015$, $b=1.5$, $\tau=0.217$

Para valores altos de τ , las series temporales convergen hacia el único punto fijo. Cuando τ comienza a disminuir, la secuencia $\{(P_t, \Psi_t)\}_{t=1,T}$ es localizada primero sobre una órbita atractor cerrada. Para valores muy pequeños de τ el sistema se concentra sobre un atractor extraño (figura 6). Las trayectorias por separado de las series temporales P_t y Ψ_t reflejadas en la figura 7, muestran el comportamiento típicamente caótico con alta sensibilidad a las condiciones iniciales.

4. CONCLUSIONES

La dinámica del comportamiento especulativo y la consiguiente interacción en los mercados de diversos tipos de agentes (chartistas y fundamentalistas), ha permitido una comprensión más realista de la dinámica de los activos fuera del equilibrio. Beja y Goldman (1980) han considerado modelos que implican la convergencia hacia el equilibrio intertemporal walrasiano para ciertos valores de los parámetros y Chiarella (1992) demuestra la existencia de un ciclo límite estable alrededor del precio de equilibrio para mercados con un elevado componente especulativo.

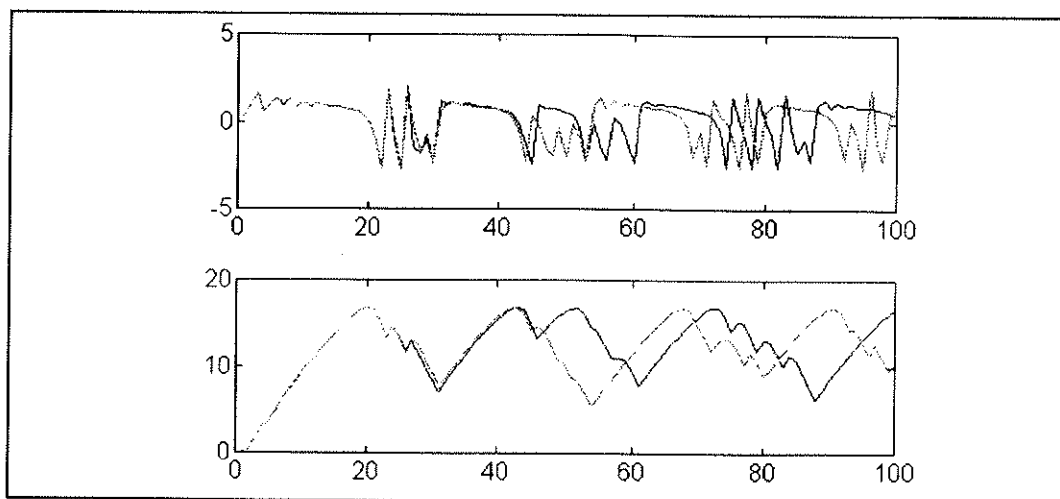


Figura 7. Trayectorias temporales de P y Ψ variando las condiciones iniciales

Estos modelos tienen el problema de que presentan un comportamiento dinámico demasiado simple que no se ajusta a la lógica de las expectativas racionales de los agentes que, de conocer de antemano una dinámica determinista, la destruirían mediante actuaciones que intentan anticiparse a dicha dinámica con el fin de optimizar sus beneficios. Las expectativas racionales sugieren por tanto versiones estocásticas de los modelos de mercado. En este trabajo mostramos un modelo discreto determinista no lineal que da lugar a una dinámica muy compleja e impredecible, que puede ser confundida con el azar, denominada genéricamente caos determinista.

El comportamiento caótico, pese a ser determinista, no es incompatible con las expectativas racionales que realicen determinado tipo de agentes, puesto que su dinámica es impredecible a medio plazo y de muy difícil anticipación a corto plazo; dicha dinámica es además altamente sensible a las condiciones iniciales de las que parte el sistema en el modelo.

Por último cabría señalar que el comportamiento caótico se genera dentro del modelo con la actuación de los propios agentes chartistas al intentar anticiparse al mercado adaptando sus expectativas en función del movimiento de las cotizaciones del pasado.

Desde el punto de vista matemático, el modelo discreto de mercado especulativo que presentamos en este trabajo es muy rico en características dinámicas, la estabilidad e inestabilidad del equilibrio dependen de la interacción entre la intensidad de la demanda fundamental, la intensidad de la demanda chartista y la velocidad con la que los chartistas revisan sus estimaciones de la tendencia del precio. En este sentido, el tiempo de retardo en la formación de expectativas chartista juega un papel fundamental, a medida que va disminuyendo el sistema se bifurca en un ciclo límite estable que degenera en un atractor extraño. Para un específico rango de parámetros, en donde predomina la intensidad de la demanda chartista y donde el tiempo de retardo en la formación de expectativas sea pequeño, el sistema presenta un comportamiento caótico.

5. BIBLIOGRAFIA

- BEJA, A. AND GOLDMAN, M.B. (1980). "*On The Dynamic Behaviour of Prices in Disequilibrium*", Journal of Finance, XXXV(2), pp.235-248.
- CHIARELLA, C. (1990). The Elements of a Nonlinear Theory of Economic Dynamics, Springer-Verlag Lecture Notes in Economics and Mathematical Systems, Vol 343.
- CHIARELLA, C. (1992). "*The Dynamics of Speculative Dynamics*". Annals of Operations Research 37, pp.101-124.
- LORENZ, H.W.(1993). Nonlinear Dynamical Economics and Chaotic Motion, 2ª Ed. Springer Verlag Berlín-Heidelberg.
- MAROTTO, F.R. (1978). "*Snap-Back Repellers Imply Chaos in R^n* ." Journal of Mathematical Analysis and Applications 72, pp. 199-223.
- PETERS, E.E. (1994): Fractal Market Analysis. John Wiley & Sons.
- THOMPSON, J.M. and STEWART, H.B. (1993). Nonlinear Dynamics and Chaos. John Wiley and Sons.

ANÁLISIS DE LA AUSENCIA DE CICLOS EN LAS PREFERENCIAS

JOSÉ LUIS GARCÍA LAPRESTA
CARLOS RODRÍGUEZ PALMERO

*Universidad de Valladolid
Facultad de Ciencias Económicas y Empresariales
Dep. de Economía Aplicada (Matemáticas)*

1 Introducción

La hipótesis de comportamiento racional más extendida en el análisis económico consiste en suponer que los agentes muestran sus preferencias no estrictas sobre los pares de opciones factibles a través de preórdenes completos (relaciones binarias transitivas y conexas). La transitividad de la preferencia no estricta equivale a que sean transitivas las relaciones asociadas de preferencia estricta (P) e indiferencia (I). No obstante, cada una de estas dos condiciones ha sido criticada, debilitada o eliminada en numerosas ocasiones, atendiendo a diversos análisis experimentales o normativos, tanto desde la teoría de la decisión como desde la teoría de la elección social.

En primer lugar, la hipótesis de transitividad de I ha sido desechada por estar ligada a una capacidad absoluta de discriminación entre las opciones, lo que va en contra de la conocida existencia de umbrales en la percepción humana. Esto ha hecho aparecer otros supuestos de racionalidad más débiles, tales como los correspondientes a los semiórdenes, las estructuras de orden de intervalos y las estructuras cuasitransitivas, en donde P es transitiva, pero no lo es necesariamente I .

En lo referente a la hipótesis de transitividad de P , por lo general se ha considerado indispensable, desde un punto de vista normativo, para modelizar la coherencia de los agentes, debido fundamentalmente a que refleja una idea intuitiva de racionalidad, facilita la obtención de resultados teóricos y garantiza la independencia del resultado final respecto del camino elegido para comparar las opciones. Sin embargo, desde una perspectiva positiva, esta hipótesis ha sido calificada como poco realista, al ser refutada por diversos experimentos y por limitar ciertos aspectos de la teoría del comportamiento. Por ejemplo, cuando los agentes han de mostrar sus preferencias sobre un número elevado de opciones, pueden cometer fácilmente intransitividades a causa de la dificultad que tienen para retener en la memoria todas sus manifestaciones, máxime cuando algunas de ellas pueden haberse decidido sin mucha seguridad. Así mismo, cuando los agentes tienen en cuenta varios atributos de las opciones, sus preferencias pueden no ser transitivas, debido a que constituyen una agregación vaga e informal de otras más simples, relativas a cada uno de los atributos considerados¹.

Por otra parte, en el ámbito de la teoría de la elección social, se ha utilizado un supuesto de coherencia más débil que el de la transitividad de P , con objeto de atenuar las indeseables consecuencias del teorema de imposibilidad de Arrow. Se trata de suponer que las relaciones de preferencia son acíclicas. Con ello se permite la existencia de intransitividades en las preferencias estrictas, pero se elimina la posibilidad de cualquier tipo de ciclos en ellas. A esto hay que añadir que el hecho de que las preferencias estrictas sean acíclicas constituye una condición necesaria y

¹A este respecto se ha de destacar el trabajo pionero [9] de May.

suficiente para que en todo subconjunto finito no vacío de opciones exista alguna opción que no sea preferida estrictamente por ninguna otra².

Dado el interés creciente que existe en el análisis económico por el uso de estructuras preferenciales en las que no sean necesariamente transitivas ni P ni I , en este trabajo se aborda el estudio de la ausencia de ciclos en las preferencias estrictas, cuyo caso extremo es la aciclicidad. Los análisis se han efectuado desde la perspectiva teórica de la matemática discreta y se han desarrollado de forma paulatina: primero, resaltando que la inexistencia de ciclos de orden 1, 2 y 3 corresponde, respectivamente, a la irreflexividad, la asimetría e inexistencia del efecto Condorcet y derivando las implicaciones existentes; en segundo lugar, se han demostrado condiciones equivalentes a la ausencia de ciclos de orden arbitrario y se han deducido diversas consecuencias que ponen de manifiesto ciertas relaciones entre la ausencia de ciclos de diferentes órdenes. Por último, se han caracterizado las relaciones de preferencia acíclicas y se han dado varias condiciones suficientes, basadas en propiedades relativas a ciertas potencias de la relación de preferencia.

1.1 Notación

A lo largo del trabajo se utilizan con profusión los símbolos lógicos de conjunción (\wedge), disyunción (\vee) y negación (\neg), junto al lenguaje y propiedades conjuntistas. Dado que las relaciones binarias constituyen la herramienta básica para la modelización de la coherencia, a continuación se introducen brevemente las operaciones y propiedades necesarias para el desarrollo de este trabajo.

1.1.1 Definición

Sean R, S dos relaciones binarias³ sobre X .

1. $\Delta = \{(x, y) \in X \times X \mid x = y\}$ es la *relación diagonal* de X [$x \Delta y \Leftrightarrow x = y$].
2. $R^{-1} = \{(x, y) \in X \times X \mid (y, x) \in R\}$ es la *relación inversa* de R [$x R^{-1} y \Leftrightarrow y R x$].
3. $R^c = \{(x, y) \in X \times X \mid (x, y) \notin R\}$ es la *relación complemento* de R [$x R^c y \Leftrightarrow \neg(x R y)$].
4. $R \cap S = \{(x, y) \in X \times X \mid (x, y) \in R \wedge (x, y) \in S\}$ es la *relación intersección* de R con S [$x (R \cap S) y \Leftrightarrow (x R y \wedge x S y)$].
5. $R \cup S = \{(x, y) \in X \times X \mid (x, y) \in R \vee (x, y) \in S\}$ es la *relación unión* de R con S [$x (R \cup S) y \Leftrightarrow (x R y \vee x S y)$].
6. $R \circ S = \{(x, y) \in X \times X \mid (x, z) \in R \wedge (z, y) \in S \text{ para algún } z \in X\}$ es la *relación composición* de R con S [$x (R \circ S) y \Leftrightarrow \exists z \in X (x R z \wedge z S y)$].
7. R^n es la *relación potencia n -ésima* de R y se define por: $R^0 = \Delta$, $R^{k+1} = R^k \circ R$.

²Un claro ejemplo de utilización de preferencias acíclicas en la teoría de la elección social lo constituye un teorema de imposibilidad, debido a Blair y Pollak ([3]), en donde, bajo ciertas condiciones de cardinalidad, se demuestra la existencia de algún individuo con derecho a veto en algunos pares de opciones, en lugar de un dictador, como ocurre en el teorema de Arrow.

³Una relación binaria sobre un conjunto no vacío X es un subconjunto del producto cartesiano $X \times X$. Si R es una relación binaria sobre X , se sustituirá la notación conjuntista $(x, y) \in R$ por la predicativa $x R y$.

1.1.2 Definición

Sea R una relación binaria sobre X .

1. R es *reflexiva* si y sólo si $\Delta \subseteq R$ [$\forall x \in X \quad x R x$].
2. R es *irreflexiva* si y sólo si R^c es reflexiva ($\Delta \subseteq R^c$) [$\forall x \in X \quad \neg(x R x)$].
3. R es *simétrica* si y sólo si $R \subseteq R^{-1}$ [$\forall x, y \in X \quad x R y \Rightarrow y R x$].
4. R es *asimétrica* si y sólo si $R \cap R^{-1} = \emptyset$ [$\forall x, y \in X \quad x R y \Rightarrow \neg(y R x)$].
5. R es *transitiva* si y sólo si $R^2 \subseteq R$ [$\forall x, y, z \in X \quad x R y \wedge y R z \Rightarrow x R z$].
6. $R^\infty = \bigcup_{m=1}^{\infty} R^m$ es la *clausura transitiva* de R (la menor relación binaria transitiva que contiene a R).

1.2 Preferencia e indiferencia

Se define como noción primitiva la de preferencia fuerte o estricta, mediante una relación binaria P sobre el conjunto de opciones $X \neq \emptyset$, de forma que $x P y$ se interprete como “ x es preferida a y ” o “ x es mejor que y ”.

Es natural concebir la indiferencia, I , como ausencia de preferencia estricta; en otras palabras, “ x es indiferente a y ” cuando “ni x es preferida a y ni y es preferida a x ”. De esta construcción se derivan las siguientes propiedades:

1. $I = P^c \cap (P^{-1})^c = (P \cup P^{-1})^c$.
2. $P \cap I = P^{-1} \cap I = \emptyset$.
3. $P \cup P^{-1} \cup I = X \times X$.

2 Ausencia de ciclos

En esta sección se justifica la importancia que tiene la ausencia de ciclos en las relaciones binarias, cuando éstas pretenden modelizar, bajo diferentes requisitos de coherencia, las preferencias de los agentes.

2.1 Ciclos en las relaciones binarias

En este apartado se introduce formalmente la noción de ciclo para las relaciones binarias y se caracteriza la inexistencia de ciclos de un orden dado, mediante potencias de la relación binaria. Este resultado básico y sus consecuencias inmediatas se utilizarán repetidamente a lo largo de todo el trabajo.

2.1.1 Definición

Una relación binaria P sobre X tiene *ciclos de orden* $m \in \mathbb{N}$ si y sólo si existen $x_1, \dots, x_m \in X$ tales que

$$x_1 P x_2 \wedge x_2 P x_3 \wedge \dots \wedge x_{m-1} P x_m \wedge x_m P x_1.$$

2.1.2 Proposición

Para cualquier relación binaria P sobre X y cualquier $m \in \mathbb{N}$, son equivalentes:

1. P no tiene ciclos de orden m .
2. $P^m \cap \Delta = \emptyset$.
3. P^m es irreflexiva.
4. $P^{m-1} \cap P^{-1} = \emptyset$.

La demostración se omite por ser meramente técnica. ■

2.1.3 Observación

Si una relación binaria P tiene ciclos de orden m , estos se pueden repetir tantas veces como se desee, provocando así la aparición de ciclos de orden $r \cdot m$ para cualquier $r \in \mathbb{N}$:

$$P^m \cap \Delta \neq \emptyset \Rightarrow P^{r \cdot m} \cap \Delta \neq \emptyset \quad \forall r \in \mathbb{N}.$$

De lo anterior se deriva que si P no tiene ciclos de un cierto orden, entonces tampoco los tiene de ningún orden que sea divisor suyo:

$$\exists r \in \mathbb{N} \quad P^{r \cdot m} \cap \Delta = \emptyset \Rightarrow P^m \cap \Delta = \emptyset.$$

2.2 Casos más relevantes

La ausencia de ciclos de orden 1, 2 y 3 corresponde a los tres casos más interesantes para la modelización de las preferencias. Se trata, respectivamente, de la irreflexividad, asimetría e inexistencia del efecto Condorcet.

1. El hecho de que la relación P no tenga ciclos de orden 1 equivale a que sea irreflexiva, es decir, a que ninguna opción sea preferida a sí misma. Es fácil probar que de la irreflexividad de P se sigue que I es reflexiva (toda opción es indiferente a sí misma) y simétrica (cuando hay indiferencia se da en ambos sentidos).

Se ha de señalar que este requisito es el más débil de los considerados en la literatura para representar las preferencias estrictas de los agentes.

2. La inexistencia de ciclos de orden 2 para P equivale a que P sea asimétrica (no hay opciones mutuamente preferidas). Es fácil probar que si P es asimétrica, entonces también es irreflexiva. En este caso, además de las propiedades derivadas de la irreflexividad se tiene $P = (P^{-1} \cup I)^c$, $P^{-1} = (P \cup I)^c$, por lo que las relaciones P , P^{-1} , I establecen una partición en el conjunto $X \times X$. En otras palabras, para cualquier par de opciones $x, y \in X$ se da una y sólo una de las tres situaciones: xPy o yPx o xIy . Además, se ha de notar que cuando P es transitiva, la irreflexividad y la asimetría de P resultan equivalentes.

La condición mencionada, considerada básica en la literatura, se impondrá en el presente trabajo a toda relación binaria que modelice las preferencias estrictas de los agentes.

3. Impedir que P tenga ciclos de orden 3 equivale a asegurar que no se da el llamado efecto Condorcet o paradoja del voto: la existencia de tres opciones x, y, z para las cuales x sea preferida estrictamente a y , y lo sea a z y z a x .

El efecto Condorcet ha sido considerado a lo largo del tiempo como el paradigma de la incoherencia, desde que el marqués de Condorcet mostrara la posibilidad de que se diera esta circunstancia para la preferencia colectiva en las votaciones efectuadas por la regla de la mayoría.

En consonancia con lo expuesto en 2, se exigirá la asimetría a toda relación binaria que pretenda modelizar las preferencias, tal como se establece en la siguiente definición.

2.2.1 Definición

Una *relación de preferencia* es una relación binaria asimétrica.

2.3 Resultados generales

En este apartado se demuestran varias propiedades en las que se ponen de manifiesto implicaciones entre la ausencia de ciclos de diferentes órdenes.

La siguiente proposición establece tres propiedades sobre las relaciones de preferencia, que están basadas en 2.1.2, 2.1.3 y en el hecho de que la asimetría de P garantiza que P, P^{-1}, I constituyen una partición en el conjunto de pares de opciones.

2.3.1 Proposición

Si P es una relación de preferencia sobre X y $m \in \mathbb{N}$, se verifica:

1. P no tiene ciclos de orden $m \Leftrightarrow P^{m-1} \subseteq P \cup I$.
2. $\exists r \in \mathbb{N} \quad P^{r-m-1} \subseteq P \cup I \Rightarrow P^{m-1} \subseteq P \cup I$.
3. $P^m \subseteq P \cup I \Rightarrow P^{k-1} \subseteq P \cup I$ para cualquier $k \in \mathbb{N}$ que sea divisor de $m+1$.

DEMOSTRACIÓN

1. Se sigue de 2.1.2 y de $P^{-1} = (P \cup I)^c$.
2. Se sigue de 2.1.3 y de $P^{-1} = (P \cup I)^c$.
3. Es consecuencia inmediata del apartado anterior. ■

En la siguiente proposición se establecen varias consecuencias derivadas de la hipótesis $P^m \subseteq P$. Esta condición⁴ es claramente más fuerte que $P^m \subseteq P \cup I$ y por tanto implica la ausencia de ciclos de orden $m+1$.

⁴Las relaciones binarias que satisfacen $P^m \subseteq P$ fueron utilizadas por Blair y Pollak en [2], bajo el nombre de relaciones P^m -transitivas, con objeto de delimitar la frontera que separa los supuestos de coherencia que implican dictadura de los que no, en teoremas de imposibilidad estilo Arrow.

Cabe destacar que bajo esta hipótesis se asegura la no existencia de ciclos de determinados órdenes, tanto superiores como inferiores a m , tal y como se pone de manifiesto en los tres primeros apartados⁵. El cuarto apartado garantiza que cualquier potencia de P está incluida en alguna de orden menor que m , lo que tendrá especial relevancia en la siguiente sección.

2.3.2 Proposición

Si P es una relación de preferencia sobre X , $m \in \mathbb{N}$ es mayor que 2 y $P^m \subseteq P$, se verifica:

1. $P^{m-1} \subseteq P \cup I$.
2. $P^{r \cdot (m-1)+1} \subseteq P \quad \forall r \in \mathbb{N}$.
3. $P^{r \cdot (m-1)} \subseteq P \cup I \quad \forall r \in \mathbb{N}$.
4. $P^\infty = P \cup P^2 \cup \dots \cup P^{m-1}$.

DEMOSTRACIÓN

1. Por reducción al absurdo, si $x, y \in X$ son tales que $x P^{m-1} y$ y $\neg(x(P \cup I)y)$, entonces $x P^{-1} y$ y, por tanto, $x P^m x$; luego $x P x$, lo que contradice que P sea irreflexiva.
2. Por inducción: es obvio para $r = 1$; supuesta cierta la propiedad para $r = k$, se tiene:

$$P^{(k+1) \cdot (m-1)+1} = P^{k \cdot (m-1)+1} \circ P^{m-1} \subseteq P \circ P^{m-1} = P^m \subseteq P.$$

3. Es consecuencia inmediata de los dos apartados anteriores.
4. Dado $k \in \mathbb{N}$, pueden presentarse tres casos:

- (a) k congruente con 0 módulo $m-1$, es decir $k = r \cdot (m-1)$ para algún $r \in \mathbb{N}$.
Como $r \cdot (m-1) = (r-1) \cdot (m-1) + 1 + (m-2)$, se tiene, por 2:

$$P^k = P^{(r-1) \cdot (m-1)+1} \circ P^{m-2} \subseteq P \circ P^{m-2} = P^{m-1}.$$

- (b) k congruente con 1 módulo $m-1$, es decir $k = r \cdot (m-1) + 1$ para algún $r \in \mathbb{N}$.
Por 2, $P^k \subseteq P$.

- (c) k congruente con s módulo $m-1$, para $s \in \{2, 3, \dots, m-2\}$.
Debido a que $k = r \cdot (m-1) + 1 + (s-1)$, se tiene, por 2:

$$P^k = P^{r \cdot (m-1)+1} \circ P^{s-1} \subseteq P \circ P^{s-1} = P^s. \quad \blacksquare$$

3 Aciclicidad

Tal como se ha mencionado anteriormente, si una relación binaria no tiene ciclos de orden 2, entonces tampoco los tiene de orden 1. Sin embargo, del hecho de que no tenga ciclos de orden 3 no se deriva que no tenga ciclos de orden menor, tal como prueba el siguiente ejemplo: para $X = \{a, b, c\}$, la relación $P = \{(a, b), (a, c), (b, a)(b, c)\}$ no tiene ciclos de orden 3, pero sí de orden 2.

⁵ El segundo apartado aparece enunciado, sin demostrar, en [2, p. 190].

La exigencia de la asimetría (ausencia de ciclos de orden dos) de P para representar la noción de preferencia estricta permite, sin embargo, la aparición de ciclos de orden tres (efecto Condorcet) y de órdenes superiores. Igualmente, existen relaciones de preferencia sin ciclos de orden 3 (o mayor) que tienen ciclos de orden superior.

Así pues, en general, la no existencia de ciclos de un determinado orden permite la aparición de ciclos, tanto de orden superior como de orden inferior. Este hecho, incompatible con la coherencia que se pretende modelizar para las preferencias individuales o colectivas, da pie a considerar a continuación las llamadas relaciones de preferencia acíclicas, que generalizan la inexistencia del efecto Condorcet.

3.1 Caso general

En este apartado se analizan, a través de dos proposiciones y dos corolarios, las relaciones de preferencia que no tienen ciclos de ningún orden, llamadas acíclicas.

En la primera proposición se caracterizan estas relaciones, básicamente de dos formas distintas. Por un lado se justifica que la aciclicidad de una relación de preferencia equivale a que su clausura transitiva sea asimétrica. Y por otro se prueba que la ausencia total de ciclos de una relación de preferencia P equivale a la ausencia de ciclos a partir de un orden cualquiera; es decir, basta que todas las potencias de P , a partir de una dada, estén contenidas en $P \cup I$, para que se dé la aciclicidad. Es consecuencia inmediata de esta proposición que si alguna potencia de P es vacía, entonces P es acíclica.

En la segunda proposición se demuestra que con $P^m \subseteq P$ y ausencia de ciclos de orden $m-1$, para algún $m \geq 4$, se asegura la aciclicidad de P . Además, en los casos $m=2$ y $m=3$ la condición $P^m \subseteq P$ garantiza, por sí sola, la aciclicidad de P . Se ha de destacar que, como consecuencia de esta proposición, basta que dos potencias consecutivas de P estén incluidas en P para que ésta sea acíclica.

3.1.1 Definición

Una relación de preferencia es *acíclica* si y sólo si no tiene ciclos de ningún orden.

3.1.2 Proposición

Si P es una relación de preferencia sobre X , son equivalentes:

1. P es acíclica.
2. $P^\infty \subseteq P \cup I$.
3. P no tiene ciclos de orden superior a k , para algún $k \in \mathbb{N}$.
4. P^∞ es una relación de preferencia transitiva.

DEMOSTRACIÓN

Las implicaciones $1 \Rightarrow 2$ y $2 \Rightarrow 3$ son inmediatas. En cuanto a $3 \Rightarrow 4$, procederemos por reducción al absurdo, suponiendo que existe $k \in \mathbb{N}$ tal que P no tiene ciclos de orden superior a k , junto a que P^∞ no es asimétrica (la transitividad ya está garantizada). Entonces existen $x, y \in X$ tales que $x P^\infty y$ y $y P^\infty x$; luego existen $i, j \in \mathbb{N}$ de forma que $x P^i y$ y $y P^j x$; por tanto $P^{i+j} \cap \Delta \neq \emptyset$. Tomando $r \in \mathbb{N}$ suficientemente grande para que $r \cdot (i+j) > k$, se tiene,

3.2.1 Proposición

Si X tiene n elementos y P es una relación de preferencia sobre X , entonces son equivalentes:

1. P es acíclica.
2. $P^n = \emptyset$.
3. $P^m = \emptyset$, para algún $m \in \mathbb{N}$.

DEMOSTRACIÓN

$1 \Rightarrow 2$: Por reducción al absurdo, supongamos P acíclica y $P^n \neq \emptyset$; entonces existen $n + 1$ opciones x_1, \dots, x_{n+1} tales que $x_1 P x_2 \wedge x_2 P x_3 \wedge \dots \wedge x_n P x_{n+1}$. Como sólo hay n opciones, al menos una está repetida, por lo que P tiene ciclos, en contra de lo supuesto.

$2 \Rightarrow 3$: Obvio.

$3 \Rightarrow 1$: Se sigue de 3.1.3. ■

BIBLIOGRAFÍA

- [1] VAN ACKER, P.: "Transitivity revisited". *Annals of Operations Research* 23, pp. 1-35, 1990.
- [2] BLAIR, D.H. – POLLAK, R.A.: "Collective rationality and dictatorship: the scope of the Arrow theorem". *Journal of Economic Theory* 21, pp. 186-194, 1979.
- [3] BLAIR, D.H. – POLLAK, R.A.: "Acyclic collective choice rules". *Econometrica* 50, pp. 931-943, 1982.
- [4] CONDORCET, M.J.A. (MARQUÉS DE): *Essai sur l'Application de l'Analyse à la Probabilité des Décisions Rendues à la Pluralité des Voix*. París, 1785.
- [5] FISHBURN, P.C.: "Intransitive indifference in preference theory: a survey". *Operations Research* 18, pp. 207-228, 1970.
- [6] FISHBURN, P.C.: *Interval Orders and Interval Graphs*. Wiley. Nueva York, 1985.
- [7] INDURÁIN ERASO, E.: *Sobre Relaciones de Preferencia*. Publicaciones del Seminario Matemático García de Galdeano, serie II, sección 5, núm. 20. Universidad de Zaragoza. Zaragoza, 1989.
- [8] LUCE, R.D.: "Semiorders and a theory of utility discrimination". *Econometrica* 24, pp. 178-191, 1956.
- [9] MAY, K.O.: "Intransitivity, utility, and the aggregation of preference patterns". *Econometrica* 22, pp. 1-13, 1954.
- [10] ROUBENS, M. – VINCKE, P.: *Preference Modelling*. Lecture Notes in Economics and Mathematical Systems, vol. 250. Springer-Verlag. Berlín, 1985.
- [11] URIARTE AYO, J.R.: "Teoría de la decisión normativa versus teoría de la decisión descriptiva". *Revista de Economía Pública* 13, pp. 85-112, 1991.

por 2.1.3: $P^{r \cdot (i+j)} \cap \Delta \neq \emptyset$, lo que implica, por 2.1.2, que P tiene ciclos de orden mayor que k , en contra de lo supuesto. Respecto a $4 \Rightarrow 1$, supongamos, por reducción al absurdo, que P^∞ es asimétrica (y, por tanto, irreflexiva) y que P tiene ciclos de un cierto orden $m \in \mathbb{N}$. Por 2.1.2, existe $x \in X$ tal que $x P^m x$, luego $x P^\infty x$, en contra de la irreflexividad de P^∞ . ■

3.1.3 Corolario

Si P es una relación de preferencia sobre X que verifica $P^m = \emptyset$, para algún $m \in \mathbb{N}$, entonces P es acíclica.

DEMOSTRACIÓN

Es consecuencia inmediata de la proposición anterior, ya que si $P^m = \emptyset$, entonces P no tiene ciclos de orden superior a m . ■

3.1.4 Proposición

Sea P una relación de preferencia sobre X . Se verifica:

1. Si $P^2 \subseteq P$, entonces $P^\infty = P$ y, por tanto, P es acíclica.
2. Si $P^3 \subseteq P$, entonces $P^\infty = P \cup P^2 \subseteq P \cup I$ y, por tanto, P es acíclica.
3. Si $P^m \subseteq P$ y $P^{m-2} \subseteq P \cup I$, para algún $m \in \mathbb{N}$ mayor que 3, entonces P es acíclica.

DEMOSTRACIÓN

1. De la hipótesis se sigue, por inducción, $P^m \subseteq P \quad \forall m \in \mathbb{N}$; de aquí que $P^\infty = P$ y, por 3.1.2, P es acíclica.
2. Por 4 y 1 de 2.3.2 y 3.1.2.
3. Dado que, por 2.3.2, $P^\infty = P \cup P^2 \cup \dots \cup P^{m-1}$ y $P^{m-1} \subseteq P \cup I$, basta demostrar, por 3.1.2, $P^k \subseteq P \cup I$ para $k \in \{2, 3, \dots, m-3\}$.

Así, sea $k \in \{2, 3, \dots, m-3\}$; se tiene, por 2 de 2.3.2:

$$P^{(k+1) \cdot (m-1)-1} = P^{k \cdot (m-1)+1} \circ P^{m-3} \subseteq P \circ P^{m-3} = P^{m-2} \subseteq P \cup I;$$

luego, por 3 de 2.3.1, $P^k \subseteq P \cup I$, ya que $k+1$ es un divisor de $(k+1) \cdot (m-1)$. ■

3.1.5 Corolario

Si P es una relación de preferencia sobre X que verifica $P^m \subseteq P$ y $P^{m+1} \subseteq P$, para algún $m \in \mathbb{N}$, entonces P es acíclica.

DEMOSTRACIÓN

Es consecuencia inmediata de la proposición anterior y de 1 de 2.3.2. ■

3.2 Caso finito

En este apartado se considera el caso en el que el conjunto de opciones es finito.

En 3.1.3 se establecía que una condición suficiente para que una relación de preferencia sea acíclica es que alguna potencia suya sea vacía. A continuación se demuestra que, cuando el conjunto de opciones es finito, esta condición es también necesaria.

PREFERENCIAS COLECTIVAS, ELECCION SOCIAL Y BIENES PUBLICOS

FRANCISCO MIGUEL GARCÍA SOBRECASES

Facultad de Ciencias Económicas
Universidad de Valencia

Se ha intentado caracterizar que la provisión de bienes públicos¹, no importa si de un modo centralizado o bien voluntariamente, pertenece a la esfera de los problemas de acción colectiva. Además, se ha ubicado el comportamiento free rider como una de las posibilidades (estrategias) que se le brinda al individuo en cuanto a cooperar o no para la solución de un problema de acción colectiva. Ahora bien, ¿Como revela el individuo sus preferencias por esos bienes públicos?. ¿Se trata de manifestar un comportamiento similar al que resultaría de una acción individual?. Los problemas aparecen con la solución a un comportamiento de acción colectiva. Los individuos, según la teoría tradicional, no ven ningún incentivo económico en revelar sus verdaderas preferencias ante la provisión de bienes públicos. Pero este encubrimiento de las preferencias corresponde a una estrategia no cooperativa, basada sólo en un racionalismo económico individual, que da como consecuencia un comportamiento free rider, y por tanto, una situación de equilibrio social inferior al que resultaría bajo otra estrategia de comportamiento colectivo².

No obstante, el problema que se acaba de describir arriba es parte de uno más amplio. Se trata pues de ver cómo el individuo revela sus preferencias para así resolver los problemas de acción colectiva, pues éstos ... "surgen al agregar, los intereses, preferencias, juicios o enfoques de diferentes personas o grupos en una sociedad en particular, y el ejercicio de agregación puede aparecer en muy diferentes contextos, por ejemplo"³ ... eligiendo políticas sociales, o simplemente eligiendo qué política de bienes públicos se lleva adelante, o bien el simple hecho de optar por una u otra financiación de los mismos. Para dar una respuesta, primero se describirá una aproximación que tradicionalmente se ha ido arrastrando, y posteriormente se verá el por qué de esta inadecuada revelación de preferencias.

¹ A lo largo del presente análisis, la provisión de bienes públicos, como problema de acción colectiva en cuanto a la revelación de preferencias por parte de los individuos, hay que entenderlo desde la óptica de las necesidades sociales que los individuos pretenden cubrir. El análisis no es extensible a las necesidades tutelares, o en la terminología de Musgrave a las necesidades preferentes o condenables. Estas últimas adolecen de otros problemas, pero en ningún caso de los de revelación de preferencias individuales y su posterior agregación social. Ello es debido a ... "que no se trata aquí de inducir la revelación de las preferencias subjetivas, sino de negarlas, imponiendo, paternalmente, lo que se considera una mejor estructura de gustos". (Musgrave, R. (1.967): Teoría de la Hacienda Pública. Ed. Aguilar. Pág. XLI-XLIII).

² Debido a las características de los bienes públicos, existe un planteamiento erróneo de la propia teoría tradicional debido a que sólo se contempla como comportamiento racional del individuo el basado en la maximización del interés propio. Si todos los individuos se comportaran así, los bienes públicos no se suministrarían. En la realidad no se da tal situación.

³ Sen A. (1.989): Op. Cit. pág. 214

1. LA REVELACION DE PREFERENCIAS COLECTIVAS

Tradicionalmente el principal problema de elección colectiva se ha resuelto alcanzando una ordenación de preferencias sociales (R) fundamentado en la ordenación de las preferencias que manifiestan los n-individuos de la sociedad ($R_1, R_2, R_3, \dots, R_n$), de modo que hay una ordenación para cada individuo en una comunidad de n individuos. Esto es:

$$R=f(R_1, R_2, R_3, \dots, R_n)$$

Siendo f , la función de bienestar social⁴, y la que hace la transformación desde la ordenación de preferencias individuales a la colectiva. Esta función ha de operar para cualquier grupo de ordenaciones de preferencias individuales, ha de satisfacer el principio de optimalidad paretiana, y ha de ser independiente de las alternativas irrelevantes (que significa que la situación social de cualquier par (x,y) debe depender sólo de las situaciones de los grupos individuales de *ese* par)⁵.

Pero la revelación de preferencias sociales o colectivas, definidas de este modo, presentan unas limitaciones que son convenientes exponer. En *primer lugar*, la función resultante de la agregación de preferencias individuales es incapaz de mostrar las comparaciones interpersonales de las utilidades individuales o intereses individuales. En *segundo lugar*, se pone de manifiesto la tendencia del modelo original para excluir la información que no proceda de la función de utilidad. En realidad, esta limitación no aparece explícitamente del modelo original, sino de la combinación de las tres características básicas que perfilan la función R anteriormente expuesta. Evidentemente esta segunda limitación implica que, ante esta falta de información ... "cualquiera dos situaciones que generan los mismos niveles de utilidad deben ser tratados exactamente del mismo modo, sin importar cuánto pueden diferir en cuanto a sus características no aportadas por la función de utilidad"⁶. Se trata de una restricción muy importante para el análisis de la función de bienestar social. La información que de la misma se desprenda, estará en cierto grado sesgada. Es por ello que el enfoque teórico tradicional que se ha dado a la revelación de preferencias ... "tiene demasiada poca estructura. Un individuo dispone de una ordenación de preferencias, y como y cuando la necesidad surge es de suponer que esta ordenación refleja sus intereses, representa su bienestar, resume su idea de lo que se debería hacer, y plasma su elección y comportamiento real. ¿Puede una ordenación de preferencias reflejar todo esto? ... Para que tengan cabida los diferentes conceptos relacionados con su comportamiento se necesita una estructura más elaborada"⁷. No es reproable pues, que exista el recurso a la información no

⁴ También se le ha llamado función de utilidad social, resultado de agregar las diferentes funciones de utilidad individuales. Arrow, K, J.(1.963): Op. Cit.(Existe versión en castellano Elección Social y Valores Individuales, Instituto de Estudios Fiscales 1.974, pág. 87 y ss.)

⁵ Sen, A. (1.989): Op. Cit. pág. 215-216.

⁶ Sen A.(1.989): Op. Cit. pág.218

⁷Goodin, Robert. E. (1.989): Op. Cit. Pág. 76

utilitarista para poder dar respuesta a las preferencias individuales que se manifiestan, ... "aunque estas se fundamenten, en buena medida, en actuaciones intuitivas"⁸.

Ahora bien, la introducción en el esquema tradicional utilitarista de información que se proporciona por cauces que no lo son, no debe de jugar el papel de "efecto desplazamiento" de una sobre la otra. La segunda puede también, como la primera, resolver los conflictos en cuanto a la revelación de preferencias individuales, pero no sería útil que se rechazara de plano la primera. Ambas, por diferentes caminos, proporcionan la información que se requiere, que no es otra que para la información utilitarista el responder a por qué los individuos quieren lo que quieren, o bien qué otras cosas que pueden querer, o las interconexiones entre, e implicaciones de, su diversidad de deseos, etc. Y para la no utilitarista, lo que se refiere a cómo son las elecciones personales, y las motivaciones que los individuos tienen detrás de sus niveles de utilidad, tanto como si las interdependencias surgen de que le gusten o disgusten los actos físicos de los otros, o de las alegrías o sufrimientos de los otros, etc...

Aún con las limitaciones descritas, la revelación de preferencias colectivas puede ser plasmada por la función de bienestar social y reflejar lo que la sociedad desea o está predispuesta a acometer. En particular, el problema de la acción colectiva no se manifestará por el resultado que, de la misma, se pueda obtener, que no será sino consecuencia de lo que los individuos que conforman la sociedad han revelado, y así se contempla en la agregación posterior. La revelación de preferencias individuales será la que realmente manifestará y contendrá el problema de la acción colectiva. De la correcta revelación de las mismas se obtendrá una función de bienestar social capaz de ser relevante para poder dar respuesta a lo que la sociedad, en sus actuaciones de decisión colectiva, está demandando.

Todo esto es extrapolable al caso de la provisión de bienes públicos. No debe de olvidarse que el problema fundamental que surge en la provisión de los bienes públicos no es otro que la correcta revelación de preferencias por los mismos, por parte de los individuos. Pero, en este contexto particular, el diseño de los mecanismos necesarios para conseguir una provisión óptima de éstos, así como las contribuciones individuales que cada uno debe realizar no es un proceso directo. Esto se complica debido al hecho que ... "buscar la verdad no es un fin en si mismo"⁹. Es decir, la solución a la provisión de los bienes públicos debe lograr cubrir otros objetivos, y no sólo la consecución de la optimalidad paretiana. Entre otros destacan, en primer lugar, que la parte del coste para el individuo debe de ser suficiente para cubrir el coste de la provisión del bien público; en segundo lugar, que la determinación de la parte en el coste con el que carga el individuo debe de ser acorde con el proceso distributivo, sin que la participación del coste de la provisión del bien le suponga la quiebra financiera; en tercer lugar, que el proceso de provisión alcanzado no sea vulnerable a estrategias colusivas a través de coaliciones entre individuos.

⁸ Sen, A.(1.989): Op. Cit. Pág. 222

⁹ Cornes R. & Sandler T. (1.986): Op. Cit. Pág. 105

El resultado de este proceso se reflejará en la función de bienestar social, la cual puede por tanto mostrar situaciones que no alcanzan un equilibrio óptimo en cuanto a la asignación de recursos necesarios para la correcta provisión (y por tanto solución de una acción colectiva) de bienes públicos.

2. LA INADECUADA REVELACION DE PREFERENCIAS COLECTIVAS

Se ha anticipado anteriormente que la posible solución a este problema se contempla desde la perspectiva individual, debido que a través de ésta se obtendrá la función de bienestar social o colectiva que plasmará las preferencias colectivas. Esto es, los modelos formales de elección colectiva tienden a representarla como un proceso mecánico de agregación de preferencias individuales, lo que a duras penas refleja la verdadera complejidad del proceso, agravado todavía más si cabe por el hecho que estos modelos suponen la mayoría de las veces a éstas como dadas. Y lo que es más, la "máquina de decisión colectiva" no funciona necesariamente con la ordenación completa de las preferencias individuales. Esto es consecuencia de que los individuos ven un sentido estratégico en encubrir algunas de sus demandas. En otras palabras, el problema es que algunas veces las preferencias parecen "sucias", y no es descabellado ver si no pueden, de algún modo, ser "lavadas" antes de ser desechadas. Se duda en lavar estas preferencias simplemente porque no estamos seguros de cuál es la composición de esa "tela"¹⁰.

Hay una dinámica más profunda, inherente a la misma naturaleza del proceso de decisión colectiva, que induce a los individuos a que sistemáticamente "laven" o encubran sus propias preferencias, y a que expresen sólo un subgrupo pequeño de las mismas en forma de demanda política. Lo que aquí se pone de manifiesto no es una cuestión entre ... "los intereses percibidos por un individuo y otros intereses más verdaderos que descubre en el curso de la toma de decisión colectiva. Es entre la ordenación de múltiples preferencias realmente operativa en el individuo, y la que aplica de modo distinto de acuerdo con el contexto"¹¹. Es entonces, cuando el individuo expresa sólo las preferencias éticas, orientadas públicamente, mientras que suprime las de orientación privada, las egoistas. La justificación que se le ha dado a este proceso, no carece de lógica. Las preferencias orientadas hacia lo público, son de algún modo únicamente apropiadas para el papel del individuo como ciudadano. Un individuo no puede concebirse a sí mismo como una persona que ocupa una cierta clase de papel y que tiene el conjunto de las preferencias que van con este sin, a su vez, estar dispuesto a ponerlas de manifiesto cuando este papel que debe desempeñar así lo requiere.

¹⁰ Goodin Robert. E(1.989): Op. Cit. pág 76

¹¹ Goodin, Robert E (1.989): Op. Cit. pág. 88

Es en esta distinción de ordenación de preferencias, entre las que el individuo realmente tiene y las que surgen en el proceso de toma de decisión colectiva donde se produce el *lavado* de las mismas, término acuñado por Goodin.

Por otra parte, existe otro argumento diferente al anteriormente expuesto, y que también intenta justificar la existencia del lavado de preferencias por parte del individuo. Este hace referencia a lo que ha venido a llamarse la "paradoja de la votación". Lo que esta plantea es por qué el individuo se molesta en votar, si la probabilidad de que su voto sea decisivo es inferior a que sea asesinado en el camino a la urna¹². Seguramente que votar, según lo expuesto, es un tanto irracional, debido sobre todo a que la recompensa que obtiene el individuo depende del resultado de la elección. El conjunto de preferencias con orientación privada son de este tipo, y por lo tanto, no motivan al individuo a que vote. No ocurre lo mismo con las preferencias éticas, ya que "hacer lo correcto" puede que comporte una satisfacción por sí mismo, aún cuando el resultado final no varíe. Es por ello que la existencia de esta paradoja, no desconocida por los individuos, ha conducido a éstos a que antepongan unos criterios basados en principios morales y no los basados en el interés propio. Este comportamiento así descrito, también justifica que los individuos de nuevo tengan que diferenciar los subgrupos de preferencias que disponen, y las revelen conforme al contexto en el que desarrollan su actividad. Hay pues un nuevo sesgo en la revelación de preferencias individuales, lo que complicará la función de bienestar colectiva o social que debe ser reflejo de la agregación de preferencias individuales.

No obstante, el lavado o encubrimiento de preferencias por parte de los individuos en la toma de decisiones colectivas, se ha justificado bajo una restricción de partida: Que la revelación de las mismas sea moralmente apropiada. Ello no evita que algún subconjunto de preferencias reveladas por algunos individuos tengan un condicionante perverso, basadas en el principio de malevolencia, por lo que "...no habría razón para respetar aquellas que bajo las restricciones de partida inmorales, podrían someter a los individuos. Así pues, no es suficiente decir que los individuos encubren o lavan sus propias preferencias, ya que para justificar el encubrimiento, se debe añadir que las circunstancias que les obligan o apremian a hacerlo sean moralmente aceptables"¹³. Al hilo de lo anterior, se debe tomar en consideración una acción adicional. Esta acción se basa en la propia actuación del decisor político que proporcionará otro tamiz a la revelación de preferencias individuales que conforman las preferencias colectivas. Este paternalismo es reconocido por dos hechos. En primer lugar, por no tener en cuenta las preferencias del individuo, justificado esto en términos de las preferencias reales del mismo, aunque sí en cambio, en los términos de sus "intereses reales" que ni él mismo comparte. Y en segundo lugar, este argumento sugiere que no se consideran ciertos votos que el individuo podría depositar, o bien demandas que podría realizar, de modo que no se le imposibilite a hacer algo contrario a su deseo.

El paternalismo puesto de manifiesto anteriormente, va a suponer un nuevo elemento distorsionador en cuanto a la correcta revelación de preferencias, en este caso ya directamente sociales, para el hecho concreto de satisfacer la demanda de bienes públicos que realizan los individuos. La distorsión se manifestará a través de los dos hechos enunciados. En cuanto al primer hecho, la alteración que la revelación de preferencias individuales va a sufrir, debido a la intervención del decisor, conllevará la práctica anulación de la revelación original que el individuo pretendía poner de manifiesto. El problema de la provisión de bienes públicos o necesidades sociales, no se resolverá. Por

¹² Goodin, Robert E. (1.989): Op. Cit. pág. 89

La paradoja de la votación fue observada por primera vez por Downs (1.957): Op. Cit.

¹³ Goodin, Robert E. (1.989): Op. Cit. Pág. 91

contra, se reducirá a dar solución a un problema de necesidades preferentes. En cuanto al segundo hecho, el sesgo introducido por el propio decisor, dará como resultado la provisión parcial de bienes públicos, pues si en este caso no se anula o sustituye la ordenación de preferencias que el individuo revela, sí que se atienden sólo las que se suponen "moralmente" mejor¹⁴. Por lo tanto, ambos hechos independientemente el uno del otro, van a poner de relieve una de las características más significativas de la provisión de los bienes públicos. Se trata de la suboptimalidad que existe en la provisión de los mismos a través de los procesos centralizados.

Lo que se ha conseguido hasta este momento es observar el comportamiento que pone de manifiesto el individuo en cuanto al encubrimiento de preferencias. Pero cuanto mayor es la información de que dispone, tanto utilitarista como la que no es, el comportamiento descrito se manifestará en un grado superior. Además, hay otro hecho a tener en cuenta: Dado que la información utilitarista es proporcionada a través de la función de bienestar social, con todas sus limitaciones, y de la que se obtiene el conjunto de preferencias sociales, ¿Cuál es el cauce para que la información no utilitarista esté disponible para el individuo, y consecuentemente sea reflejada en la función de bienestar social?. Si hasta este momento, se ha afirmado que el disponer de esta segunda información, incrementa las posibilidades del individuo para poder lavar y encubrir sus preferencias personales, falta analizar cómo se consigue que esta información no utilitarista sea válida para el individuo. Así pues, se puede observar una serie de argumentaciones que censuran las carencias de información que no se puede obtener a través de la función de bienestar. Un breve análisis de las mismas puede preparar el terreno para el uso de la información no utilitarista, y por tanto incrementar la capacidad de revelar las preferencias de los individuos¹⁵. Estas son:

1. Proteger las preferencias de las elecciones. Ello es debido a que las elecciones del individuo no reflejan siempre sus preferencias, ya que algunas veces las elecciones se hacen bajo la base de información incompleta, con ignorancia de los propios deseos futuros, o en la ausencia de un total conocimiento de todas las alternativas.

¹⁴En este caso, los bienes públicos que se suministran con el objeto de atender las necesidades sociales, se podrían tipificar de bilateralmente no exclusivos, es decir, son bienes sobre los que no se puede aplicar un principio de rechazo por parte del demandante de los mismos. Se supone al mismo tiempo, que la inaplicabilidad del principio de exclusión sí que se sigue manteniendo, dado que es una de las características definitorias de los bienes públicos. En este contexto, y aún revelando unas preferencias en contra del bien suministrado, el individuo se convierte en un *forced rider*. Tanzi, V. (1972): Op. Cit. Pág. 75-78.

¹⁵ Goodin, Robert E. (1.989): Op. Cit. Pág. 81-86

2. Muchas de las cosas que benefician a unos individuos, van a herir o molestar a los otros, lo que genera una actitud entre los mismos de querer ganar los unos a costa de los otros. Esto es lo que ocurre con los diferentes comportamientos estratégicos que se pueden dar en un problema de acción colectiva¹⁶. Sin entrar en ello, hay que hacer hincapié que los comportamientos de indulgencia recíproca, es decir, de benevolencia entre los individuos en la sociedad podrían ser aplicables también a las preferencias que éstos revelan, del mismo modo que se hace en ciertas acciones.

3. Aún revelando los individuos un conjunto de preferencias, éstas no plasman el grupo de mayor satisfacción para él, sino que debido a una patente "debilidad de voluntad propia" sólo revela aquellas que satisfacen un nivel de preferencias inferior (su *second best*). La consecuencia de situaciones como la descrita no es otra que el individuo no sólo tiene diversos niveles de preferencias, sino que además tiene preferencias por preferencias. Los individuos en este caso se encuentran que son unas preferencias las que dirigen su comportamiento, mientras que desearía que fueran otras. El encubrimiento de sus preferencias simplemente conlleva respetar sus propias preferencias por preferencias.

4. Como se ha visto anteriormente, tal como las preferencias explícitas por preferencias pueden justificar el ignorar las preferencias de primer orden en conflicto con las reveladas, del mismo modo podrían ciertas preferencias implícitas pero superiores postergar a un segundo plano a las explícitas, aunque lógicamente más secundarias. Ello comportaría una actitud en el decisor político de ignorar las de primer orden para así mejor servir a las propias preferencias de mayor rango que encubre el individuo de un modo implícito.

Una importante conclusión surge de toda esta clase de preferencias de segundo orden, definidas más ampliamente como preferencias relativas a la satisfacción de otros individuos, bien sean buenas o malas. El individuo puede encontrar que, entre sus propias preferencias, le es satisfactorio para su bienestar tanto tener en cuenta al resto de los individuos, así como realizar acciones encaminadas hacia ellos, bien a través de su propio comportamiento, bien a través de un sistema más amplio de normas o valores sociales. Ello no es problemático para el individuo altruista, aunque sí lo es para él que no profesa este tipo de acción pública cooperativa.

Finalmente, los argumentos anteriores ponen de manifiesto que se ignoran algunas preferencias del individuo en el sentido que son, de algún modo, internas a su propia función de preferencias. Esta justificación hace eco de la lógica del proceso de decisión social. La elección que el individuo realice en cuanto a la agregación de preferencias como un modo de hacer decisiones sociales, conlleva consecuencias para la clase de preferencias que podamos tener en cuenta. Esto es, ... "tanto como algunos aspectos del carácter de nuestros amigos son ignorados, también los son algunos argumentos de la función de preferencias de nuestros conciudadanos"¹⁷.

¹⁶ La adopción por el individuo de este tipo de estrategias o comportamientos, se ponen de relieve en estructuras de juegos basadas en el Dilema del Prisionero. Se trata pues, de intentar alcanzar un nivel de cooperación entre individuos fundamentada en la cooperación de ambos, y no en estrategias que supongan comportamientos *free rider* de algunos de los individuos.

¹⁷ Goodin, Robert E. (1.989): Op. Cit. Pág. 86

Quizás no exista caso más patente que el de la provisión de los bienes públicos en el que todo lo anterior se pueda poner de manifiesto. Debido a la propia naturaleza de los bienes públicos, la revelación de las preferencias individuales pueden ser encubiertas, y por tanto, generar problemas de suboptimalidad en la provisión de los mismos como consecuencia de la aparición de comportamientos free rider. Estos comportamientos individuales son ya clásicos en la Teoría de los Bienes Públicos, sobre todo debidos a la inaplicabilidad del principio de exclusión sobre éstos. Por todo ello, cuanto más argumentos se puedan agregar a la función de bienestar del individuo, aún no siendo de fundamentación utilitarista (sobre los que la misma Teoría se asienta), más cerca se estará de resolver el problema de la revelación de preferencias individuales¹⁸.

Por todo lo anterior y como consecuencia de la inadecuada revelación de las preferencias colectivas, existe un hecho a destacar. La aparición de equilibrios del tipo Nash-Cournot, que son representativos de la situación descrita. Estos se caracterizan por responder a comportamientos nada cooperativos, basados en comportamientos maximizadores del interés propio del individuo y sujetos a una restricción que plasma correctamente este comportamiento. Así pues, la contribución que el resto de los individuos de la sociedad asigna para la provisión del bien público es conocida por aquel. En otras palabras, la contribución total necesaria para suministrar el bien público es una constante para el individuo, interesando a éste maximizar exclusivamente su propia utilidad. En resumen, ... "el equilibrio Nash- Cournot es típicamente no óptimo paretiano, debido a que ningún individuo toma en cuenta el bienestar del resto"¹⁹.

¹⁸ No se debe olvidar que uno de los fundamentos sobre los que se asienta el utilitarismo es en la idea del comportamiento racional del individuo, basado en la maximización del interés propio del mismo. En este contexto, esto sólo es posible si y sólo si el individuo adopta estrategias no cooperativas basadas en una incompleta revelación de preferencias verdaderas, que se plasme a través de las contribuciones que se realizan para la financiación de la provisión del bien público.

¹⁹ Cornes, R. & Sandler, T. (1986): Op. Cit. pág 19

La existencia de equilibrios Nash-Cournot, nos conduce al problema del free rider, en el que el individuo confía en que los otros suministrarán el bien público sabiendo éste que no quedará excluido en cuanto al consumo del mismo.

La formulación analítica de este equilibrio se puede resumir del siguiente modo:

Sea $U(z, Q)$ la función de utilidad, o bienestar, del individuo. Los argumentos que en la misma aparecen son el consumo de bienes privados, z , y el consumo de bien público puro Q . Esta función cumple los requisitos de ser continua, estrictamente creciente, estrictamente cuasiconcava y diferenciable de segundo orden para los dos argumentos. Así pues, los individuos al ajustar sus contribuciones independientemente de los otros, sólo contribuirá hasta el punto en que su Relación Marginal de Transformación, p , se iguala a su Relación Marginal de Sustitución entre z y Q . No se tiene en cuenta pues la generación de efectos externos que el consumo de bien público por parte del individuo produce sobre el resto, como resultado de un incremento en la contribución del bien público.

La condición de equilibrio de primer orden para el individuo que maximiza su bienestar, bajo los supuestos utilitaristas de Nash-Cournot, será:

$$p = \pi_Q(Q, U) \text{ siendo: } \pi_Q = -RMS_{Qz} = \partial z / \partial Q$$

Por contra, la condición de primer orden asociada al equilibrio óptimo paretiano se alcanza donde, geométricamente, las pendientes de las curvas de indiferencia de los individuos se igualan. Esto es:

3. ELECCION SOCIAL: ¿SOLUCION A LA PROVISION PUBLICA DE LOS BIENES PUBLICOS?

En buena medida el problema de revelación de preferencias individuales, quizás el más importante de todo el proceso, se ha resuelto tanto desde la óptica que la propia tradición utilitarista aporta, como desde enfoques que no recogen este pensamiento, pero que son bastante sugerentes para justificar los diferentes argumentos que conducen al individuo a encubrir sus preferencias.

Ahora bien, la realidad muestra que este puente que se instrumenta para realizar el proceso de agregación de las preferencias individuales carece de suficientes apoyos. Existen bastantes diferencias entre la formación de elecciones privadas y sociales, y las más notorias ... "surgen en el proceso de formación de preferencias. El Teorema de la Imposibilidad de Arrow y los subsiguientes desarrollos han mostrado que la idea de *preferencias sociales* no está en general bien definida"²⁰. Otros argumentos surgen también para poner en tela de juicio estas diferencias²¹. Pero lo que la realidad

$$(p \cdot U_z^1 / U_Q^1) - 1 = [(p \cdot U_z^2 / U_Q^2) - 1]^{-1}. \text{ Esto es: } p = -\frac{U_Q^1}{U_z^1} + \frac{U_Q^2}{U_z^2}$$

$$\text{Que se convierte en: } p = RMT_{Qz} = RMS_{Qz}^1 + RMS_{Qz}^2$$

Se obtiene la famosa condición de equilibrio de Samuelson. En este contexto, se debe poner de relieve la necesidad de adoptar supuestos de partida que se alejan del comportamiento racional maximizador del interés propio del individuo, para introducir la interacción que se va a producir entre las funciones de utilidad o bienestar de ambos individuos, esto es, $U_1(z, Q)$ y $U_2(z, Q)$, ya que de otro modo no se podría obtener un óptimo paretiano.

Véase, Cornes, R & Sandler, T. (1986): Op. Cit. Cap. 5

²⁰ Elster, Jon (1989, a): Op. Cit. Pág. 175 (Ch.IV)

El Teorema de la Imposibilidad, como es conocido en este campo de pensamiento, hace referencia al Teorema General de la Posibilidad, que dice que ... "con tres o más estados alternativos y dos o más (pero no infinito) individuos, las únicas funciones de bienestar social permisibles deben ser dictatoriales".

Por otra parte, Sen, A.(1989): Op. Cit. Pág. 216, hace una enumeración, que incluso se podría ampliar, de las interpretaciones que aparecen para el término Preferencia Social de tradición Arrowiana, pues Arrow ... "de hecho hizo que muchas de las posibles interpretaciones coincidieran unas con otras, a través de diferentes supuestos". Sen, observa que el término anterior puede interpretarse, al menos, de tres maneras diferentes:

- * Como evaluación de resultados
- * Como relación de elección de preferencias reveladas
- * Como relación básica de elección

²¹ Un primer argumento, que articuló originalmente Hayeck, es el que hace referencia a la idea de que la información que es difusa y dispersa por toda la sociedad, no puede ser reunida en el centro para formar *creencias sociales*. Un segundo argumento, asociado a los teóricos de la elección pública es, que es probable que la *acción social* sea distorsionada y desviada por los

refleja es que el proceso de toma de decisiones colectivas o sociales, en el mejor de los casos, presenta similitudes básicas con el proceso de revelación de preferencias individual, es decir, con el proceso de elección individual.

Para nuestros propósitos, el realizar la argumentación anterior supone que la elección colectiva que pueda realizar una sociedad a de ser canalizada a través de un proceso político, generalmente democrático. Esto conduce a poner de manifiesto el peso que tiene el proceso político, esto es, el sistema centralizado de decisión por ejemplo para la provisión de bienes públicos, frente a los sistemas voluntarios, que no presentan los problemas de agregación en cuanto a la revelación de preferencias.

La cuestión que surge en primer término es la de si la elección social se puede instrumentar bajo un modelo de "actor unitario" de racionalidad política, esto es, si el resultado de la agregación de comportamientos individuales se corresponderá con un único comportamiento social o colectivo²². En otras palabras, poco se desvirtuará el proceso de decisión colectiva, si lo tratamos como un único ente, con valores estables y coherentes, creencias bien asentadas y la capacidad de cumplir sus decisiones. Desde luego, no existe certeza de que este resultado se puede obtener tan explícitamente, lo que complicará todavía más los problemas de acción colectiva pues, como se ha puesto de manifiesto, se generarán los procesos políticos para intentar dar solución a este fenómeno.

Este problema de elección colectiva necesita, así planteado, de una triple dimensión para su análisis: las preferencias, la información y la acción. Estas tres dimensiones, con el supuesto metodológico planteado arriba, conduce a la concepción que nos equipara la elección social a la individual. Esto es, la solución al problema de la elección colectiva no es otro que el de la elección individual.

En cuanto a la primera dimensión, las preferencias colectivas, esto es, fines, concesiones, prioridades, están definidas por el proceso político democrático. En cuanto a la información, ésta es recogida por los diferentes agentes que conforman el sistema político para conseguir ordenar sus medios necesarios que le conduzca a obtener los fines previstos. Finalmente, otros agentes políticos llevarán a cabo la actuación necesaria para que se consiga la política óptima.

intereses privados de los agentes y agencias públicas que las tienen que cumplir.
Véase, Elster Jon (1.989, a): Op. Cit. Pág. 175

²² Elster Jon (1.989, a): Op. Cit. Pág. 177

Este modelo de decisión colectiva en el proceso político, supone aceptar los cánones de individualismo metodológico. Más específicamente, se trata de entender el proceso de decisión colectiva en términos de deseos, creencias y acciones de una entidad supraindividual, llamada "sociedad". Esto es, ¿puede la sociedad comportarse como un individuo?; ¿Encubre preferencias?.

De las tres dimensiones, quizás las dos primeras son las que se presentan como más complejas en cuanto a perfilar la elección social como elección individual. Si bien la actuación política podría ser resuelta, no ocurre lo mismo con la agregación de preferencias individuales y la compilación de información que se necesita para encauzar el proceso de decisión social. La agregación de preferencias individuales puede ser resuelta a través de procesos democráticos, sin recurrir a métodos dictatoriales, pero al mismo tiempo el método debe ser invulnerable a oportunismos individualistas que conducen a situaciones de no cooperación unilateral por parte del individuo. Lo anterior no resuelve el problema de revelación de preferencias individuales, a menos que se puedan llevar a cabo los ajustes necesarios en el proceso para que el individuo tenga los incentivos suficientes que le conduzcan a revelar exactamente el verdadero conjunto de preferencias. Esto es importante, debido a que el método se diseña para la consecución de soluciones óptimo paretianas, y un rango de preferencias de segundo orden reveladas por el individuo, distorsiona los resultados pretendidos por la elección colectiva. Finalmente, lo anterior es extrapolable al caso de la recogida o centralización de la información, puesto que esta fluye desde los individuos hacia el "centro".

Incluso en un entorno social, con normas efectivas de honradez y confianza, las dos dimensiones que más trastornos presentan para resolver un problema de elección colectiva, desplazan la solución del mismo básicamente a la esfera de las preferencias individuales. Enfocar pues la sociedad como un único ente de política racional, sería difícil, pero en todo caso ... "una mejor aproximación al problema de lo que sería una sociedad en la que la norma fuese el oportunismo desenfrenado"²³.

De todos modos, se debe resaltar el hecho que si bien se han apreciado analogías entre los problemas de la elección individual y social, o más explícitamente, la solución al problema de la elección social es la que pueda provenir de la que se de al comportamiento individual, la noción de sociedad bajo el modelo de actor unitario, esto es, elección colectiva como elección individual, ... "se quiebra en un punto crucial: los individuos a diferencia del proceso político, tienen un centro organizativo, referido a este como deseo o ego, que constantemente integra las partes fragmentadas. Las sociedades, por contra, no presentan este centro"²⁴.

Se han observado a lo largo del presente análisis tres niveles de problemas bien diferenciados para la provisión de bienes públicos. En primer lugar, los que hacen referencia a la correcta revelación de las preferencias individuales ante la provisión de éstos. En segundo lugar, los inducidos por la propia dinámica de agregación de las preferencias individuales, que darán como resultado las preferencias colectivas. Con éstas se pretende lograr el objetivo, por parte del decisor como por el mecanismo descentralizado de asignación, de provisión óptima de los bienes públicos. En tercer lugar, ha aparecido la idea de sociedad, como ente político capaz de canalizar un problema de elección social, equiparada de nuevo al individuo. Se ha conseguido en un primer plano simplificar el problema de elección colectiva, pero no debe de olvidarse que los inconvenientes analizados arriba todavía subsisten, en particular los de revelación de preferencias. En resumidas cuentas, la simplificación

²³ Elster Jon (1.989, a): Op. Cit. Pág. 179.

²⁴ Elster Jon (1.989, a): Op. Cit. Pág. 181

inicialmente. Pero la agregación de lo que los individuos desean, sí que conforma la demanda social. No existe pues una reciprocidad en cuanto a los deseos manifestados por los unos y lo que finalmente perciben como cumplimiento o satisfacción de los mismos.

4. BIBLIOGRAFIA

ARROW, K. J. (1.963): Social Choice and Individual Values. New York: Wiley (Existe versión en castellano: Elección Social y Valores Individuales. Instituto de Estudios Fiscales. 1.974).

CORNES, R. & SANDLER, T. (1.984): "Easy Riders, Joint Products and Public Goods". *Economic Journal*, 94. 580-598.

CORNES, R. & SANDLER, T. (1.984): The Theory of Public Goods: Non Nash Behavior. *Journal of Public Economics*, 23. 367-379.

CORNES, R. & SANDLER, T. (1.986): "The Theory of Externalities, Public Goods and Club Goods". Cambridge University Press.

DOWNS, A. (1.957): An Economic Theory of Democracy. New York: Harper.

ELSTER, JON (1.989): Solomonic Judgements. Cambridge University Press.

ELSTER, JON (1.989): The Cement of Society. Cambridge University Press.

GOODIN, ROBERT E. (1.989): "Laundering Preferences". *Foundations of Social Choice Theory*. Elster y Hylland Editors. Cambridge University Press.

MUSGRAVE, R. (1.967): Teoría de la Hacienda Pública. Ed. Aguilar.

OLSON, M. (1.971): The Logic of Collective Action. Harvard Economic Studies.

SAMUELSON, P.A. (1.954): "The Pure Theory of Public Expenditure". *Review of Economics and Statistics*, 36. 387-389.

SAMUELSON, P.A. (1.955): "A Diagrammatic Exposition of a Theory of Public Expenditure". *Review of Economics and Statistics*, 37. 350-356.

SEN, A. (1.989): "Foundations of Social Choice Theory: An Epilogue". *Studies in Rationality and Social Change*. Elster and Hylland Editors. Cambridge University Press.

SEN, A. (1.987): On Ethics and Economics. Basil Blackwell.

TANZI, V. (1.972): "A Note on Exclusion, Pure Public Goods and Pareto Optimality". *Public Finance*, nº 1. 75-78.

MODELIZACION DE LA RELACION PUBLICIDAD-VENTAS A TRAVES DE LA APROXIMACION DE PADE

C. GIL FARIÑA

C. GONZALEZ CONCEPCION

C. PESTANO GABINO

Departamento de Economía Aplicada

Universidad de La Laguna

1.- INTRODUCCION

La utilización de una técnica relevante dentro del ámbito de la aproximación racional, esto es, la aproximación de Padé (AP), ha venido a enriquecer y estimular gratamente el estudio de la estructura de relación dinámica entre variables, especialmente en el contexto de la identificación de modelos ARMA univariantes y multivariantes (Véase, entre otros, Beguin et al (1980), Jenkins y Alavi (1981), Lii (1985), Tiao y Tsay (1989), Francq (1989), Claverie et al (1990), Berlnet y Francq (1994)).

En particular, dentro del ámbito de la formulación de modelos racionales en términos causales, esta técnica cobra especial relevancia en tanto que sus propiedades permiten la caracterización de métodos sencillos a nivel computacional con los que abordar la especificación de la parte determinista en ciertos modelos de series temporales (véase, por ejemplo, Gil Fariña (1995)), a la vez que proporcionan estimaciones iniciales para los parámetros del modelo, que resultan fiables para llevar a cabo la obtención de un modelo definitivo a través de otros métodos iterativos más eficientes, una vez se incorpora la identificación de la parte aleatoria.

La elección de un caso particular de modelo VARMA, esto es, el modelo de Función de Transferencia (FT) (Box y Jenkins, 1976), que constituye una de las representaciones de uso más frecuente para la representación en el contexto input-output de sistemas estocásticos dinámicos por medio de expresiones racionales polinómicas, permite destacar la influencia que la incorporación de las expectativas o anticipaciones de una variable explicativa (input) ejerce sobre el modelo considerado.

En este sentido, la articulación de los instrumentos del análisis de series temporales, que recogen la información muestral disponible, con el establecimiento de modelos no causales en los que se incorporan las anticipaciones, es decir, el conocimiento que en forma de expectativas "ex ante" o "ex post" aporta la teoría económica o en su caso la propia evidencia empírica sobre la/s variable/s explicativa/s del modelo, proporciona un marco básico para abordar el estudio de la identificación racional de modelos de series temporales desde un contexto más general y en principio más acorde con la realidad evolutiva existente que se quiere plasmar.

El soporte metodológico que permite sustentar el estudio de la identificación dinámica de series temporales desde una consideración evolutiva no necesariamente causal de las variables involucradas, se basa en una generalización del concepto de AP al estudio de series formales de Laurent (Bultheel, 1987). La utilización de esta vía en la modelización permite caracterizar nuevos procedimientos con los que abordar el estudio de la identificación dinámica a través de un modelo único que de forma simultánea aproxima las dos direcciones en el tiempo de una serie formal de Laurent a la vez que recoge el caso clásico como un caso particular cuando se omite el papel de las expectativas.

Sin embargo, la consideración de este marco dinámico más amplio en el que se incorpora información futura sobre las variables del modelo favorece la creación de un proceso de realimentación continua del modelo por el cual se sustituyen período a período las expectativas formuladas por información actualizada conforme la propia evidencia empírica modifica o confirma las predicciones realizadas.

Por otra parte, cabe destacar que los modelos no resultan en modo alguno insensibles a cambios en los esquemas de formación de expectativas; por el contrario, estos cambios conducen a comportamientos dinámicos diferentes en tanto que es en efecto la naturaleza precisa de las expectativas la que determina la dinámica explícita de las variables anticipadas.

En este sentido, la posibilidad de ofrecer diferentes modelos para una misma serie de datos sin más que modificar las expectativas que de modo "ex ante" elaboran los agentes económicos permite adelantarnos al conocimiento futuro de su influencia sobre el modelo y, por consiguiente, comparar y contrastar diferentes especificaciones

dinámicas para determinar un modelo óptimo.

En definitiva, la realización de un análisis de sensibilidad permitirá contrastar en qué medida las anticipaciones sobre el comportamiento futuro de una variable afectan a las predicciones del modelo y, en consecuencia, a su adecuación a la realidad empírica.

Con el objetivo de ilustrar esta metodología de aproximación racional de Padé en la modelización de series temporales desarrollamos una aplicación al estudio de los datos correspondientes a la serie publicidad-ventas, que hacen referencia a la actividad de la empresa Lydia E. Pinkham Medicine Company para el período 1907-1960. Esta serie, que sido considerada por numerosos autores para ilustrar sus propuestas metodológicas y que ha sido abordada a través de diversos enfoques, presenta tal y como se señala en Hanssens (1980) y Aznar y Trivez (1993) diversas características que la convierten en un ejemplo ideal para estudiar la relación entre ambas variables. Algunas de las razones que justifican el elevado protagonismo de esta serie en los estudios hasta ahora realizados son, entre otras, la importancia de la publicidad como único instrumento de marketing en la actividad de la empresa así como el elevado ratio gastos de publicidad/ventas (superior al 40%) y que en algún período alcanzó incluso tasas del 80%.

Con tal propósito el trabajo se estructura en tres apartados. En los dos primeros se expresan algunos fundamentos teóricos que en base a propiedades de la AP permiten la identificación de los órdenes de un modelo VARMA y de un modelo FT con expectativas. Destacamos el último apartado dedicado a los resultados empíricos en relación al estudio de la serie publicidad-ventas antes mencionada. Finaliza el trabajo con las conclusiones más relevantes y la bibliografía consultada.

2.- MODELOS VARMA

Un proceso X_t , k -dimensional, no determinístico y centrado puede ser expresado como un modelo vectorial autorregresivo y media móvil (VARMA) si $A_p(B)X_t = B_q(B)a_t$ donde $A_p(B) = I - A_1B - \dots - A_pB^p$ y $B_q(B) = I - B_1B - \dots - B_qB^q$ son matrices $k \times k$ polinomiales en el operador retardo B , es decir, los coeficientes A_i y B_j ($i = 1, \dots, p; j = 1, \dots, q$) son matrices $k \times k$.

El k vector a_t es una sucesión de variables aleatorias i.i.d. como una Normal multivariante con media cero y matriz de covarianza Σ .

Se dice que la serie X_t es estacionaria cuando los ceros de $A_p(B)$ están fuera del círculo unidad e invertible cuando los de $B_q(B)$ verifican la misma condición.

Este tipo de modelos resulta útil para entender las relaciones dinámicas entre las componentes de la serie X_t . En este sentido, una serie puede causar a otra o existir una relación de "feedback" o estar contemporáneamente relacionadas.

En el caso de la serie publicidad-ventas de Lydia Pinkham, la modelización conjunta de estos efectos a través de los procedimientos descritos por Tiao y Box (1981) y Tiao y Tsay (1983) permite determinar el tipo de relación dinámica existente entre ambas variables (Véase Heyse y Wei (1985)).

La consideración de la metodología de AP matricial proporciona el siguiente teorema que puede ser utilizado en los primeros pasos para la identificación de un modelo VARMA.

Teorema 1 (Pestano y González, 1994).- Sea X_t un proceso k -dimensional, de segundo orden estacionario. Sean $R(h) = \text{Cov}(X_t, X_{t-h})$ las matrices de covarianza del proceso. Sea $M1(i, j) = (R(i - j + 1 + k + h))_{k, h=0}^{j-1}$. Entonces,

$$X_t \sim \text{VARMA}(p, q) \Leftrightarrow \text{rango } M1(i, j) = \text{rango } M1(i+1, j+1) \quad \forall i, j/i \geq q, j \geq p$$

3.- MODELOS DE FUNCION DE TRANSFERENCIA CON EXPECTATIVAS

A partir de las definiciones de AP para una serie formal de potencias (Baker y Graves Morris vol I, 1981) y de su extensión al estudio de series formales de Laurent (Bultheel, 1987) podemos dar una caracterización para la

identificación de un modelo FT con expectativas de los determinantes de Toeplitz $T_{f,g}(c_i) = \det[(c_{f+k-j})_{k,j=1}^g]$. En efecto, dadas dos series temporales estacionarias y_t, x_t , consideremos un modelo FT generalizado de la forma:

$$y_t = v(B)x_t + N_t; \quad v(B) = \sum_{i=-\infty}^{\infty} v_i B^i$$

en el que $x_{t-i} = x_{t-i}^*$, $i \geq 0$; $x_{t-i} = x_{t-i}^{**}$, $i < 0$ siguiendo la estructura de un modelo VARMA.

Asumimos la existencia de una relación dinámica de causalidad unidireccional $x_t \rightarrow y_t$ ($x_t^*, x_t^{**} \rightarrow y_t$) dada por la combinación de los efectos contemporáneos y desplazados de las variables inputs (incluyendo ahora la presencia de valores esperados recogidos por x_t^{**} que pueden seguir o no la misma distribución que x_t^*).

Una representación de orden finito para la FRI, esto es, $v(B) = \sum_{i=-\infty}^{\infty} v_i B^i$ que aproxime simultáneamente las dos direcciones en el tiempo y posibilite la estimación de un número finito de observaciones vendrá caracterizada por el siguiente resultado:

Teorema 2 (Gil-Fariña, 1994).- Dada la serie $v(B) = \sum_{i=-\infty}^{\infty} v_i B^i$ las condiciones siguientes son equivalentes:

- a)
$$v(B) = \frac{\sum_{i=H}^K a_i B^i}{(1 + \sum_{i=1}^N q_{-i} B^{-i})(1 + \sum_{i=1}^U q_i B^i)}$$
- b) $T_{H,N}(v_i) \neq 0$, $T_{K,U}(v_i) \neq 0$; $T_{J,M}(v_i) = 0 \quad \forall J < H \wedge M > N$;
 $T_{J,M}(v_i) = 0 \quad \forall J > K \wedge M > U$

Debido a las propiedades del operador retardo, se tendrá la siguiente equivalencia:

$$y_t = \frac{A_{H,K}(B)}{Q_{-N,U}(B)} x_t + N_t \equiv \frac{A_{I,L}(B)}{Q_M(B)} x_t + N_t$$

donde $I = H + N$, $L = K + N$, $M = N + U$, $A_{I,L}(B)$ y $Q_M(B)$ son polinomios de la forma:

$$A_{I,L}(B) = \sum_{i=I}^L a_i B^i \quad Q_M(B) = \sum_{i=0}^M q_i B^i$$

Asumiendo la no existencia de raíces comunes y verificando las condiciones para garantizar la estabilidad del modelo, el problema consistirá en determinar, de acuerdo con la información muestral disponible y a través de una estimación directa de la FRI, los órdenes I, L, M que mejor describan el comportamiento de $v(B)$.

Con tal propósito, los pasos a seguir en el estudio de la identificación dinámica para una formulación generalizada del modelo FT son:

- 1) Obtención de las estimaciones \hat{v}_i de los pesos v_i de la FRI $v(B)$, aproximando $v(B)$ a través de un número finito de términos, esto es, $v(B) \equiv \sum_{i=k}^{k'} \hat{v}_i B^i$.

- 2) Cálculo de los determinantes de Toeplitz asociados a la sucesión de pesos relativos estimados $\hat{\eta}_i = \frac{\hat{v}_i}{\max_{0 \leq i \leq k} |\hat{v}_i|}$ y

disposición de los mismos en forma tabular (Tabla T) como generalización de la Tabla C para el caso clásico.

- 3) Estimación de los parámetros del modelo.

4.- RESULTADOS EMPIRICOS

Los primeros antecedentes existentes sobre la modelización de la serie publicidad-ventas de Lydia Pinkham para el período 1907-1960 a través de la metodología de modelos FT se encuentran en Helmer y Johansson (1977), donde se asume una relación dinámica de causalidad unidireccional desde la publicidad hacia las ventas. No obstante, la existencia de una posible relación en el otro sentido ha sido mencionado por otros autores. A partir de entonces diversos trabajos, entre ellos, Vandaele (1983), Heyse y Wei (1985) y Wei (1990) han ilustrado la aplicación de esta metodología tomando como referencia las series analizadas. Sin embargo, este supuesto de causalidad unidireccional ha sido puesto en tela de juicio en diversas ocasiones (Hanssens (1980), Bhattacharyya (1982), Heyse y Wei (1985) y Wei (1990)) sosteniendo que se da una relación de "feedback". Es por ello que, a continuación consideramos dos apartados: Uno relativo a la identificación de un modelo VARMA y otro en el que asumiendo la existencia de una relación dinámica de causalidad unidireccional desde la publicidad hacia las ventas, presentamos diversos modelos FT en los que se analiza la influencia que sobre la evolución de las ventas tienen distintos esquemas de comportamiento o de generación de anticipaciones "ex ante" para la variable input, en nuestro caso, la publicidad.

En cualquier caso y dado que ambas series exhiben no estacionariedad, establecemos los modelos tomando primeras diferencias.

A) Modelos VARMA

Una vez estimadas las autocovarianzas muestrales y calculados los rangos de $M1(i, j)$, $0 \leq i \leq 5$, $0 \leq j \leq 5$, la aplicación del Teorema 1 proporciona los resultados que, dependiendo del tamaño muestral que se utilice en las estimaciones, se reflejan en las Tablas 1 y 2. Según la Tabla 1 los datos diferenciados siguen un modelo VARMA (0,1) ó (1,0) y de acuerdo con la Tabla 2 un VARMA(0,2) ó (2,0).

Nótese que en la Tabla 1, aunque la casilla (1,1) no presenta el mismo valor que el de las casillas (i,i), $i \geq 2$ debido a errores de redondeo en los cálculos, utilizando resultados teóricos en aproximación de Padé matricial se garantiza la coincidencia de dichos valores.

Obtenidos los órdenes del modelo, la maximización de la función de verosimilitud permite determinar estimadores eficientes de las matrices de parámetros y de Σ . Los resultados de la estimación del modelo VARMA (0,1) y (0,2) vía TSP son:

$$X_t - \begin{pmatrix} -0.20 & 0.40 \\ -0.05 & 0.45 \end{pmatrix} X_{t-1} = \varepsilon_t, \Sigma = \begin{pmatrix} 44132 & \\ & 23893 \quad 46790 \end{pmatrix}$$

$$X_t - \begin{pmatrix} -0.25 & 0.55 \\ -0.09 & 0.51 \end{pmatrix} X_{t-1} - \begin{pmatrix} -0.49 & -0.04 \\ -0.32 & 0.08 \end{pmatrix} X_{t-2} = \varepsilon_t, \Sigma = \begin{pmatrix} 33326 & \\ & 18249 \quad 45672 \end{pmatrix}$$

siendo $X_t = (X_{1t}, X_{2t})'$ con X_{1t} y X_{2t} las primeras diferencias de los datos de publicidad y de ventas, respectivamente.

En cuanto a las relaciones entre las variables podemos concluir que a) el valor $A_1(1,2)$ en ambos modelos indica la existencia de una relación positiva entre ventas y publicidad futura en un periodo, b) el valor poco significativo de $A_1(2,1)$ indica que la relación entre publicidad y ventas futuras es débil y c) la correlación estimada entre los residuos de $\hat{\varepsilon}_{1t}$ y $\hat{\varepsilon}_{2t}$ indica que la publicidad y las ventas están contemporáneamente relacionadas.

Las Gráficas 1 y 2 presentan ambos modelos.

B) Modelos FT con expectativas

Consideramos tres casos concretos según que las expectativas sigan un comportamiento creciente, decreciente o respetando las predicciones del modelo ARMA de la serie input, esto es,

$$(1 + 0.269B^2 - 0.325B^4)\Delta x_t = N_t.$$

Partiendo de un modelo FT generalizado para las variables publicidad (x_t) y ventas (y_t) y teniendo en cuenta que las series son integrables de orden uno formulamos un modelo:

$$\Delta y_t = v(B)\Delta x_t + a_t$$

en el que aproximamos $v(B)$ a través de un número finito de términos, esto es, $v(B) \equiv \sum_{i=k}^{k'} \hat{v}_i B^i$.

Siguiendo los pasos que sugiere la metodología propuesta, los resultados obtenidos fueron:

Caso a: Las expectativas siguen un comportamiento creciente

Estimados los pesos \hat{v}_i , la tabla T que se obtiene para la secuencia de pesos relativos estimados está dada por la Tabla 3.

El comportamiento de esta tabla sugiere un modelo de la forma $\frac{A_{-3,0}(B)}{Q_{-1,1}(B)} \equiv \frac{\hat{A}_{-2,1}(B)}{\hat{Q}_{0,2}(B)}$

En particular, un vez estimados los parámetros vía SCA y estudiado el proceso de ruido, el modelo que resulta es:

$$\Delta y_t = \frac{.4334B^{-1} - .3267B}{1 - 1.5010B + .6518B^2} \Delta x_t + a_t$$

Caso b: Las expectativas siguen un comportamiento decreciente

En este caso, la metodología propuesta permite obtener el siguiente modelo:

$$\Delta y_t = \frac{.4331B^{-1} - .3285B}{1 - 1.5016B + .6514B^2} \Delta x_t + a_t$$

que es sugerido por la Tabla 4.

Observar la analogía entre los modelos para los casos a) y b).

Caso c: Las expectativas son generadas por el modelo ARMA de la serie input

En este caso, la tabla T que se obtiene para la sucesión de pesos relativos estimados viene dada por la Tabla 5 la

cual sugiere un modelo de la forma $\frac{A_{-3,0}(B)}{Q_{-2,1}(B)} \equiv \frac{\hat{A}_{-1,2}(B)}{\hat{Q}_{0,3}(B)}$ que una vez estimado resulta ser

$$\Delta y_t = \frac{.5413B^{-1} - .1775}{1 - 1.3754B + .6612B^2} \Delta x_t + a_t$$

cuyos parámetros difieren significativamente de los obtenidos en los dos primeros casos.

Los resultados obtenidos para los tres casos estudiados pueden ser ilustrados en las Gráficas 3, 4 y 5.

Tal y como puede observarse, la inclusión en el modelo de las anticipaciones futuras para la publicidad generadas de modo "ex ante" y a través de distintos mecanismos de formación que no sólo incluyen la información contenida en los datos históricos disponibles sino también la que se deriva de los deseos propios y de las estrategias y proyecciones futuras que elaboran los agentes económicos en el proceso de toma de decisiones, facilita no sólo la obtención de formulaciones dinámicas que resultan válidas desde la perspectiva de ajuste a los datos disponibles sino que además, en la medida en que se anticipa el conocimiento de la influencia futura de dichas previsiones sobre la relación considerada, resulta posible evaluar su sensibilidad ante especificaciones dinámicas alternativas y, en consecuencia, lograr la determinación de un modelo óptimo.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- AZNAR, A. y TRIVEZ, F.J. (1993): *Métodos de Predicción en Economía*. Vol 1 y 2. Análisis de Series Temporales. Edit. Ariel. Barcelona.
- BAKER, G.A., jr. y GRAVES-MORRIS, P. (1981): Padé Approximants. Part I: Basic Theory. Part II: Extensions and Applications. *Encyclopedia of Mathematics and its Applications*. Vol. 13 y 14. Addison-Wesley, Reading.
- BEGUIN, J.M., GOURIEROUX, C. y MONFORT, A. (1980): "Identification of a Mixed Autoregressive-Moving Average Process: The Corner Method" en *Time Series*. O.D. Anderson, Ed., North-Holland, Amsterdam, pp. 423-436.
- BERLINET, A. y FRANCO, C. (1994): "Identification of a Univariate ARMA Model". *Computational Statistics*, 9, pp.117-133.
- BHATTACHARYYA, M.N. (1982): "Lydia Pinkham Data Remodelled". *Journal of Time Series Analysis*, 3, pp. 81-102.
- BOX, G.E.P. y JENKINS, G.M (1976): *Time Series Analysis: Forecasting and Control*. Revised Edition. Holden Day. San Francisco.
- BULTHEEL, A. (1987): *Laurent Series and their Padé Approximations*. Birkhäuser, Basel/Boston.
- CLAVERIE, P. et al (1990): "Identification des Modèles à Fonction de Transfert: La Méthode Padé-Transformée en z". *Annales D'Economie et de Statistique*, 17, pp. 145-161.
- FRANCO, C. (1989): *Identification et Minimalité dans les Séries Chronologiques*. Thèse. Université de Montpellier. Sciences et Techniques du Languedoc.
- GIL FARIÑA, C. (1994): "La aproximación de Padé en la determinación de modelos racionales para series temporales doblemente infinitas". *Estudios de Economía Aplicada*, 2, pp. 61-70. Universidad de Palma de Mallorca. Servicio de Publicaciones.
- GIL FARIÑA, C. (1995): *Propuesta Metodológica en el contexto de Modelos de Función de Transferencia con Expectativas*. Tesis Doctoral. Universidad de La Laguna.
- HANSENS, D.M. (1980): "Bivariate Time-Series Analysis of the Relationship Between Advertising and Sales". *Applied Economics*, 12, pp. 329-339.
- HELMER, R.M. y JOHANSSON, J.K. (1977): "An Exposition of The Box-Jenkins Transfer Function Analysis with an application to the Advertising-Sales Relationship". *Journal of Marketing Research*, 14, pp. 227-239.
- HEYSE, J.F. y WEI, W.W. (1985): "Modelling the Advertising-Sales Relationship Through Use of Multiple Time Series Techniques". *Journal of Forecasting*, 4, pp. 165-181.
- JENKINS, G.M. y ALAVI, A.S. (1981): "Some Aspects of Modelling and Forecasting Multivariate Time Series". *Journal of Time Series Analysis*, 2, pp. 1-47.
- LII, K. (1985): "Transfer Function Model Order and Parameter Estimation". *Journal of Time Series Analysis*, 6, 3, pp. 153-169.
- PESTANO GABINO, C. Y GONZALEZ CONCEPCION, C. (1994): *Funciones Racionales Matriciales. Una Aplicación a los Modelos VARMA*. Documento de trabajo nº 56. Facultad de Ciencias Económicas. Universidad de la Laguna.
- TIAO, G.C. y BOX, G.E.P. (1981): "Modelling Multiple Time Series with Applications". *Journal of the American Statistical Association*, 76, pp. 802-816.
- TIAO, G.C. y TSAY, R.S. (1983): "Multiple Time Series Modeling and Extended Sample Cross-Correlations". *Journal of Business and Economics Statistics*, 1, pp. 43-56.
- TIAO, G. C. y TSAY, R.S. (1989): "Model Specification in Multivariate Time Series". *Journal of the Royal Statistical Society. Series. B*, 51, pp. 157-213.
- VANDAELE, W. (1983): *Applied Time Series and Box-Jenkins Models*. New York, Academic Press.
- WEI, W.W.S. (1990): *Time Series Analysis: Univariate and Multivariate Methods*. Redwood City. Addison-Wesley.

Tabla 1

| | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 2 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 2 | 4 | 2 | 2 | 0 | 0 | 0 |
| 3 | 5 | 4 | 2 | 2 | 0 | 0 |
| 4 | 6 | 5 | 4 | 2 | 2 | 0 |
| 5 | 7 | 6 | 5 | 4 | 2 | 2 |

Tabla 2

| | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 2 | 2 | 1 | 0 | 0 | 0 |
| 2 | 3 | 3 | 3 | 1 | 0 | 0 |
| 3 | 4 | 3 | 3 | 3 | 1 | 0 |
| 4 | 5 | 4 | 3 | 3 | 3 | 1 |
| 5 | 6 | 5 | 4 | 3 | 3 | 3 |

Tabla 3

| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
|-----|------|------|------|-----|------|------|------|
| -12 | -.29 | .09 | -.02 | .01 | .00 | .00 | .00 |
| -11 | -.11 | .21 | -.05 | .05 | -.02 | .01 | .00 |
| -10 | .68 | .45 | .32 | .24 | .14 | .09 | .05 |
| -9 | -.11 | -.07 | .12 | .24 | .07 | .04 | .08 |
| -8 | .12 | .04 | .10 | .21 | -.03 | -.05 | .09 |
| -7 | .23 | .14 | .01 | .19 | .16 | .14 | .06 |
| -6 | -.76 | .47 | .28 | .16 | .04 | -.18 | .25 |
| -5 | .46 | .05 | .16 | .20 | .20 | .17 | .45 |
| -4 | -.22 | -.15 | -.06 | .06 | .15 | .34 | .27 |
| -3 | .43 | .23 | .08 | .06 | .01 | .44 | .56 |
| -2 | .21 | -.13 | .13 | .05 | -.17 | .57 | .12 |
| -1 | .40 | -.05 | .31 | .44 | .51 | .78 | .82 |
| 0 | 1.00 | .93 | .87 | .75 | .51 | .35 | -.01 |
| 1 | .16 | -.16 | .16 | .28 | -.01 | .17 | .02 |
| 2 | .18 | .00 | .08 | .11 | -.09 | .08 | -.02 |
| 3 | .22 | .09 | .04 | .07 | .01 | .03 | .03 |
| 4 | -.26 | .08 | -.06 | .04 | .02 | .00 | -.03 |
| 5 | -.05 | -.09 | .01 | .04 | .01 | .02 | .02 |

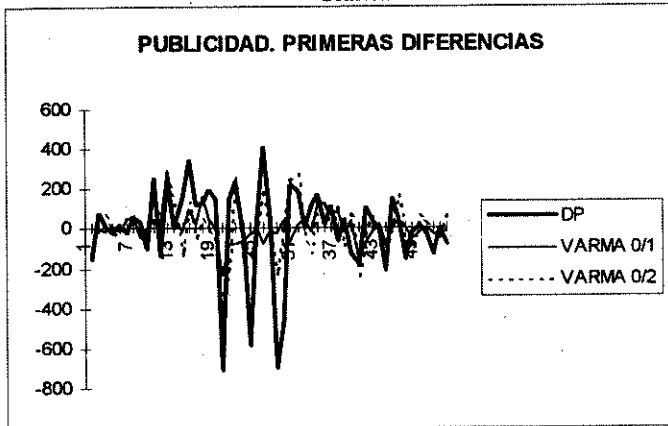
Tabla 4

| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
|-----|------|------|------|-----|------|------|------|
| -12 | -.21 | .04 | -.01 | .00 | .00 | .00 | .00 |
| -11 | -.14 | .19 | -.06 | .04 | -.02 | .01 | .00 |
| -10 | .83 | .68 | .59 | .51 | .42 | .34 | .28 |
| -9 | -.14 | -.13 | .26 | .47 | .10 | .01 | .25 |
| -8 | .18 | .07 | .18 | .39 | .01 | -.07 | .21 |
| -7 | .25 | .21 | .02 | .32 | .28 | .25 | .14 |
| -6 | -.82 | .56 | -.38 | .25 | .04 | -.30 | .51 |
| -5 | .46 | .02 | .16 | .24 | .27 | .27 | .76 |
| -4 | -.23 | -.13 | -.05 | .06 | .15 | .44 | .40 |
| -3 | .39 | .20 | .07 | .05 | -.02 | .50 | .69 |
| -2 | .22 | -.11 | .10 | .06 | -.16 | .60 | .18 |
| -1 | .41 | -.05 | .26 | .41 | .50 | .78 | .83 |
| 0 | 1.00 | .91 | .83 | .71 | .47 | .33 | -.02 |
| 1 | .21 | -.13 | .16 | .26 | -.03 | .15 | .01 |
| 2 | .18 | -.02 | .07 | .10 | -.08 | .07 | -.01 |
| 3 | .23 | .10 | .04 | .06 | .01 | .02 | .03 |
| 4 | -.23 | .08 | -.06 | .03 | .02 | .00 | -.03 |
| 5 | -.10 | -.07 | .01 | .03 | .01 | .02 | .03 |

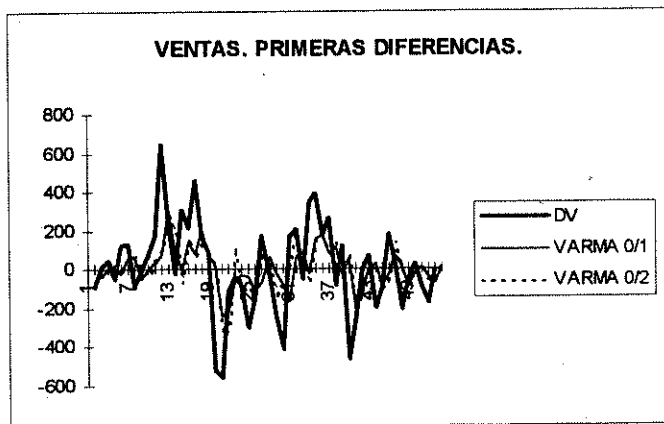
Tabla 5

| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
|-----|------|------|------|-----|------|------|------|
| -12 | -.25 | .06 | -.02 | .00 | .00 | .00 | .00 |
| -11 | -.11 | .21 | -.05 | .05 | -.02 | .01 | -.01 |
| -10 | .79 | .61 | .50 | .43 | .33 | .26 | .20 |
| -9 | -.12 | -.12 | .19 | .40 | .12 | .03 | .22 |
| -8 | .17 | .06 | .17 | .32 | .01 | -.10 | .22 |
| -7 | .27 | .21 | .04 | .25 | .26 | .27 | .15 |
| -6 | -.79 | .50 | -.29 | .15 | .12 | -.34 | .53 |
| -5 | .49 | .08 | .18 | .23 | .26 | .20 | .69 |
| -4 | -.20 | -.16 | -.04 | .06 | .15 | .39 | .38 |
| -3 | .41 | .21 | .07 | .04 | -.01 | .47 | .66 |
| -2 | .23 | -.12 | .11 | .04 | -.14 | .58 | .15 |
| -1 | .41 | -.06 | .27 | .40 | .49 | .77 | .83 |
| 0 | 1.00 | .92 | .83 | .70 | .46 | .31 | -.04 |
| 1 | .21 | -.14 | .17 | .27 | -.01 | .15 | .02 |
| 2 | .18 | -.02 | .08 | .11 | -.09 | .07 | -.02 |
| 3 | .25 | .10 | .05 | .07 | .01 | .02 | .03 |
| 4 | -.24 | .08 | -.06 | .04 | .02 | .00 | -.03 |
| 5 | -.07 | -.08 | .01 | .04 | .02 | .02 | .02 |

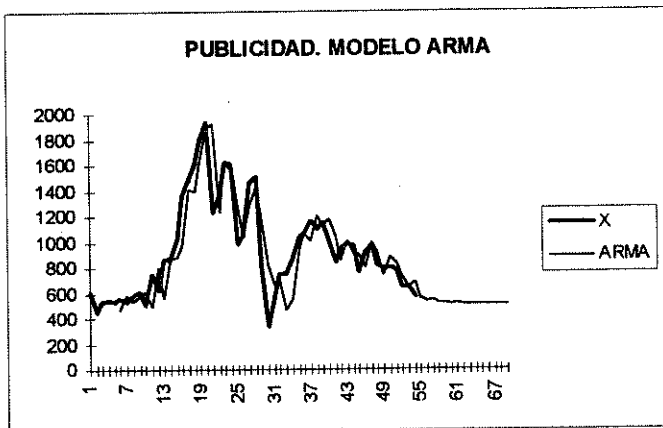
Gráfica 1



Gráfica 2



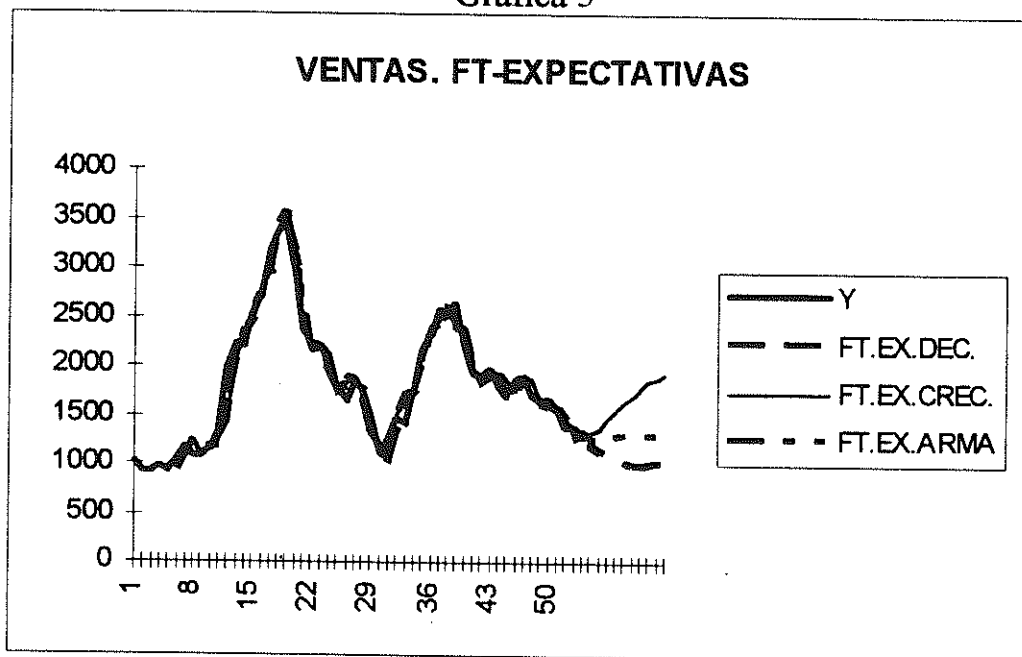
Gráfica 3



Gráfica 4



Gráfica 5



REFLEXIONES SOBRE EL CONCEPTO DE LA TASA NATURAL DE DESEMPLEO

FRANCISCO GÓMEZ GARCÍA
Dptmo. Teoría Económica y Economía Política
Universidad de Sevilla

1. INTRODUCCIÓN

En estas reflexiones sobre el concepto de la tasa natural de desempleo intentamos acercarnos a uno de los tópicos más importantes de la macroeconomía de las dos últimas décadas.

En el primer apartado nos ocupamos de la definición inicial de Friedman de dicho concepto, prestando especial atención a los puntos de referencia que encontró en la historia del pensamiento económico.

A continuación presentamos una serie de aclaraciones sobre este concepto, centrándonos tanto en las implicaciones teóricas como de política económica del mismo.

Por último, recogemos algunas de las críticas que han ido apareciendo sobre el concepto de la tasa natural de Friedman. En este apartado no pretendemos ser exhaustivos, pero se intenta esbozar una panorámica sobre la críticas al citado concepto. Creemos que esto es importante porque a partir de dicha revisión se puede obtener un dibujo bastante aproximado de la esencia de las controversias macroeconómicas pasadas y recientes.

2. LA APARICIÓN INICIAL DEL CONCEPTO

El concepto de la tasa natural de desempleo fue expuesto por Friedman en la alocución presidencial ante la American Economic Association de 1967, discurso que fue publicado en 1968. La importancia de este artículo no se debe sólo a la introducción en el análisis económico de dicho concepto crucial, sino a que como ha indicado Trevithick (1992) cambió la agenda de la investigación macroeconómica.

Para establecer el concepto citado, Friedman se inspiró¹ en el concepto del tipo de interés natural de Wicksell. Este autor distinguía el tipo de interés natural y el de mercado o monetario. El tipo natural sería aquél al que coinciden exactamente la demanda de fondos prestables y la oferta de ahorros².

Para Friedman este análisis tenía una clara contrapartida en el mercado de trabajo. Así, existe en cualquier época una tasa natural de desempleo, que sería la tasa consistente con el equilibrio en un sistema walrasiano, rectificado de manera que se tenga en cuenta: 1) las características estructurales de los mercados de trabajo y de bienes, incluyendo las imperfecciones de dichos mercados; 2) las variaciones estocásticas en las demandas y las ofertas, tanto en el mercado de bienes como en el de trabajo; y 3) los costes de obtención de la información y los costes de la movilidad.

Por tanto, la tasa natural se define como aquélla que corresponde al salario real de equilibrio. Así, en cualquier momento del tiempo, hay una tasa dada de paro que tiene la propiedad fundamental de ser consistente con el equilibrio en la estructura de salarios reales.

Cualquier tasa de desempleo por debajo de aquélla es indicador de que nos encontramos con un exceso de demanda en el mercado de trabajo, que provoca un alza en los salarios reales; de la misma forma, una situación de paro por encima de la tasa natural nos informa de la existencia de un exceso de oferta de trabajo que produce una presión a la baja de los salarios reales.

Friedman inscribe su análisis en un contexto de vaciado del mercado. Así, refiriéndose a la definición de Friedman de la tasa natural, Robinson (1986, p. 343) afirma: "Friedman uses it in a context of theoretical analysis in which markets clear".

Por otro lado, hay que indicar que aunque Friedman se refiere en su definición al modelo walrasiano de equilibrio general, se puede encontrar una gran afinidad entre el modelo de Friedman y el de Marshall-Pigou.

Para Trevithick (1992, p. 142, nota 13) la razón de porqué Friedman decidió asociar sus ideas a las de Walras, el cual apenas escribió nada sobre la teoría del empleo, puede encontrarse en el hecho de que los modelos de equilibrio general, a pesar de su limitada aplicabilidad, son considerados como más elegantes que los modelos de equilibrio parcial³.

¹ Véase Friedman (1968, p. 103).

² El propio Wicksell había aclarado que el tipo de interés natural o normal es esencialmente variable y que la autoridad monetaria podría reducir el tipo de interés de mercado por debajo del tipo de interés natural mediante la inflación [véase Urh (1951, p. 720)].

³ No obstante, un ejemplo de las inclinaciones de Friedman hacia el modelo de equilibrio parcial lo podemos encontrar en Friedman (1975, p. 226, figura 3).

3. MATIZACIONES A LA DEFINICIÓN INICIAL DE FRIEDMAN

A continuación presentamos una serie de aclaraciones con respecto al concepto de la tasa natural de desempleo:

1) Friedman (1968, p. 103, nota 3) observó que la tasa natural de desempleo no se tenía que corresponder necesariamente a la igualdad entre el número de los que no tienen empleo y el número de las ocupaciones vacantes⁴.

Más recientemente, Haltiwanger (1987) sigue negando dicha correspondencia de igualdad. Al nivel de la tasa natural de desempleo habrá alguna relación de equilibrio entre desempleo y vacantes, pero no necesariamente una de igualdad.

En este sentido, Malinvaud (1984) señala que la tasa de paro friccional o de equilibrio⁵ no guarda una relación necesaria con la tasa natural de desempleo. Dicho autor aclara que hay que diferenciar entre los estudios que tratan de determinar la tasa de desempleo de equilibrio y las posibles formas de reducirla y aquellos que intentan determinar las causas del proceso inflacionario.

2) En segundo lugar hay que recordar que el concepto de la tasa natural de desempleo tiene dos corolarios en la tasa natural de empleo y en el nivel natural de producción. Generalmente se pasa de un concepto a otro sin demasiadas complicaciones. Por ejemplo, se suele suponer que cuando estamos hablando de cambios en el desempleo estamos también refiriéndonos a cambios iguales, pero opuestos, en el empleo. Sin embargo, dicho supuesto sólo es cierto cuando la suma del desempleo y del empleo total permanece constante⁶.

3) Por otro lado, el propio Friedman (1975, p. 234), reconoció que el concepto de la tasa natural de desempleo no se había comprendido bien. Para Friedman dicho concepto no se refiere a un mínimo irreducible de desempleo. Se refiere, en cambio, a aquella tasa de desempleo que es consistente con las condiciones reales existentes en el mercado de trabajo. Se puede disminuir eliminando los obstáculos del mercado de trabajo por reducción de fricciones y se puede aumentar introduciendo obstáculos adicionales. El propósito del concepto es separar los aspectos monetarios de los no monetarios de una determinada situación de desempleo; precisamente el mismo propósito que Wicksell tuvo al utilizar la palabra "natural" en conexión con el tipo de interés.

Dicha tasa de desempleo es natural, en opinión de Phelps (1972, p. 43), en el sentido de que es el resultado de ineludibles fricciones económicas y no del manejo de la oferta de dinero, lo que en modo alguno obsta para que el nivel de paro en un momento dado se aparte de la misma debido a que

⁴ Un método para caracterizar la tasa de desempleo de pleno empleo atribuido comúnmente a Beveridge.

⁵ Malinvaud se está refiriendo a la tasa de desempleo friccional-estructural.

⁶ En este punto las variaciones de la población activa total adquieren una especial relevancia (véase Robinson, 1986).

las autoridades monetarias y fiscales tienen siempre la posibilidad de aplicar políticas desequilibradoras.

Asimismo, se ha insistido en la necesidad de no identificar la existencia de una tasa de paro independiente de la inflación esperada como una tasa de paro inmutable, toda vez que la misma puede variar a lo largo del tiempo y, entre otros factores, puede ser alterada mediante políticas tendentes a modificar la estructura de los mercados de trabajo.

4) El propio Friedman, una vez que deja clara la posibilidad de variación de la tasa natural de desempleo, se pregunta por los determinantes de la tasa natural de desempleo. Dicha tasa será función de una serie de características morfológicas de la economía que son las determinantes de las fricciones en el mercado de trabajo. Consiste, por tanto, en un fenómeno real determinado por otros fenómenos asimismo reales y que, en consecuencia, no puede ser alterado mediante la actuación de fuerzas puramente nominales, tales como la inflación anticipada.

En su artículo de 1968, Friedman indicó que muchas de las características que determinan el nivel de la tasa natural son manufactura humana y confección política. Así, se refirió a las leyes de salario mínimo y la fuerza de los sindicatos como factores que producen una tasa natural más alta de la que hubiese prevalecido en ausencia de dichos factores⁷.

Por otro lado, las mejoras en el mercado de trabajo, en la disponibilidad de información acerca de las vacantes de puestos de trabajo y de oferta de mano de obra, etc., tenderían a bajar dicha tasa.

En su lectura de recepción del Premio Nobel, Friedman (1977, pp. 104-105) destaca como determinantes de la tasa natural, la eficacia del mercado de trabajo, el grado de competencia o de monopolio, las barreras o estímulos para trabajar en diversas ocupaciones, la composición de la fuerza de trabajo y la generosidad de los programas de subsidiación al desempleo⁸.

5) Hay que recordar que el concepto de la tasa natural de desempleo jugó un papel clave en el análisis friedmaniano de la curva de Phillips. Para Friedman no había relación de intercambio a largo plazo entre la inflación y el desempleo, siendo la curva de Phillips a largo plazo vertical al nivel de la tasa natural de desempleo.

⁷ Carlin y Soskice (1990, p. 83, nota 5) indican que esto es inconsistente con su análisis en el que se asume que los precios y salarios se determinan en el mercado. Sin embargo, matizan dichos autores, que sin ninguna referencia a los sindicatos, el análisis de Friedman hubiese tenido menos resonancia en el análisis de la inflación de finales de los sesenta.

⁸ Para un intento de sistematización de los principales determinantes de la tasa natural de desempleo, señalados por los autores monetaristas, puede consultarse el trabajo de Robinson (1986). En esta línea, aunque desde una perspectiva diferente, también se encuentra el trabajo de Knight (1987).

Así, la introducción de dicho concepto junto a la inclusión de las expectativas en el estudio de la relación inflación-desempleo supuso la aparición de la curva de Phillips ampliada con expectativas. Cualquier intento de las autoridades monetarias de situar la tasa de desempleo efectiva por debajo de la natural, daría lugar a una aceleración de la inflación⁹.

4. ALGUNAS CRÍTICAS AL CONCEPTO

En ánimo de ser exhaustivos, recogemos a continuación algunas de las críticas que han ido apareciendo a partir de la definición inicial de la tasa natural por parte de Friedman:

1) Algunos autores, como por ejemplo Hahn (1982), afirman que el concepto de tasa natural de desempleo expuesto por Friedman, no tiene un fundamento teórico. Nadie ha logrado dar con dicha tasa y la definición no sólo resulta vacía, sino que no es operativa.

En esta línea, Malinvaud (1984) observa que no ha habido intento alguno de aplicar la definición de Friedman a una economía y que lo que pueda ser dicho supuesto sistema walrasiano de ecuaciones constituye una gran incógnita.

2) Por otro lado, Shulman (1989) destaca el hecho de que la tasa natural de desempleo se ha convertido durante las décadas de los años setenta y ochenta, en un concepto central de la macroeconomía y economía del trabajo neoclásicas. Además, se ha venido comúnmente asociando con (1) el equilibrio de pleno empleo, (2) las fuerza reales o factores de oferta, y/o (3) una tasa constante de inflación.

Schulman critica cada una de las tres definiciones anteriores basándose en que no combinan adecuadamente el contenido teórico y empírico, requieren la adopción de supuestos injustificables y distorsionan la dinámica que relaciona el desempleo, los salarios y los precios. En base a esta crítica este autor concluye que el concepto de la tasa natural de desempleo no es una buena guía ni para el análisis de las causas del desempleo ni de las medidas que adoptan los gestores de la política económica para su solución.

3) El concepto de la tasa natural de desempleo de Friedman está asociado a la idea de un equilibrio único. Frente a esta postura, Solow (1990) en su análisis del mercado de trabajo como institución social¹⁰, demuestra la existencia de un intervalo de situaciones de equilibrio en condiciones de desempleo alto y persistente.

⁹ Debido a ello a este análisis se le ha denominado alternativamente hipótesis de la tasa natural de desempleo o hipótesis aceleracionista.

¹⁰ Solow destaca el carácter de institución social del mercado de trabajo y su consiguiente diferenciación del resto de los mercados.

Efectivamente, la visión institucional de Solow sugiere que el mercado de trabajo puede estar en equilibrio con cualquiera de las tasas de desempleo incluidas en un intervalo. Eso no significa que pueda ser cualquier tasa de desempleo: el intervalo de posibles tasas de desempleo puede estar limitado por arriba y por abajo¹¹.

4) Recientemente Isaac (1993) vuelve a recordarnos que la política macroeconómica de las dos últimas décadas ha estado influida por la amplia aceptación de la hipótesis de la tasa natural entre los principales economistas. Como sabemos dicha teoría afirma que una economía no sujeta a perturbaciones tenderá hacia un nivel de desempleo que es independiente de las condiciones económicas iniciales y de la política macroeconómica actual.

Isaac proporciona un argumento teórico contrario a la tasa natural, apoyando la hipótesis alternativa de que una economía no sujeta a perturbaciones tenderá hacia un nivel de desempleo que depende tanto de la política macroeconómica como del estado actual de la economía. Una implicación importante de su modelo es que la política monetaria expansiva puede reducir permanentemente la tasa de desempleo.

Como sabemos esta no es la postura más extendida en la actualidad. Por ejemplo, Brash (1995) nos resume muy bien la postura de la corriente dominante. Tras reconocer que la reducción del desempleo es actualmente el objetivo económico y social más importante en la mayoría de los países de la OCDE, afirma que la política monetaria no es un instrumento que deba usarse directamente para estimular el crecimiento o el empleo, debiendo limitarse a preservar la estabilidad de precios (con lo que se contribuye indirectamente al objetivo anterior).

5) Como se ha podido observar la mayoría de estas críticas al concepto inicial de la tasa natural de desempleo están asociadas a una visión keynesiana de la economía¹². En este sentido hay que recordar que los autores keynesianos han preferido otra denominación alternativa para la tasa de desempleo de equilibrio, la tasa de desempleo no aceleradora de la inflación, "non-accelerating inflation rate of unemployment" (NAIRU)¹³. Hay que tener en cuenta que con la utilización del acrónimo NAIRU se evitan las connotaciones de inevitabilidad asociadas a la denominación tasa "natural".

¹¹ McDonald (1990) llega a la misma conclusión, aunque en un contexto analítico diferente.

¹² Para una revisión de las críticas postkeynesianas al planteamiento inicial de Friedman sobre la tasa natural de desempleo puede verse Calvo y Galindo (1991).

¹³ Véase Layard, Nickell y Jackman (1991).

En esta línea y muy en relación a las críticas de Isaac y Solow está el fenómeno de la histéresis. Durante las dos últimas décadas se han realizado varios trabajos empíricos con el objetivo de estimar tanto la propia tasa natural de desempleo, como la influencia sobre la misma de los factores que la determinan¹⁴.

En la mayoría de dichos trabajos empíricos empezó a observarse una tendencia desconcertante de las estimaciones de la tasa natural a situarse en línea con la tasa efectiva de desempleo. El fenómeno anterior ha intentado explicarse mediante la teoría de la histéresis del desempleo. La presencia de efectos de histéresis implica que la tasa natural de desempleo depende de la historia de la tasa efectiva de desempleo¹⁵.

Como indica Jenkinson (1988, p. 375) la implicación fundamental de la hipótesis de la tasa natural es que las políticas de dirección de la demanda no influyen en el equilibrio a largo plazo de la economía, reduciendo su papel a minimizar las desviaciones a corto plazo de la economía de su tasa natural. Por tanto, es en este sentido en el que el argumento de la histéresis desafía la interpretación de la tasa natural como un parámetro estructural de la economía, viniendo a ampliar el horizonte de la política macroeconómica.

¹⁴ Para una revisión reciente de estos trabajos empíricos puede verse Cromb (1993).

¹⁵ Para una revisión puede verse Cross (1988).

4. BIBLIOGRAFÍA

AGUILÓ, E. y FERNÁNDEZ DE CASTRO, J. (eds.): *Desequilibrio/Inflación/Desempleo* (1979), Editorial Vicens-Vives, Barcelona.

BRASH, D. T.: "The Role of Monetary Policy: Where Does Unemployment Fit In?" (1995), *Federal Reserve Bank of Kansas City Economic Review*, 1995, first quarter, pp. 23-30.

CALVO, A. y GALINDO, M. A.: "La tasa natural de paro: críticas postkeynesianas al planteamiento monetarista" (1991), *Información Comercial Española*, nº 693, 1991, pp. 75-96.

CARLIN, W. y SOSKICE, D.: *Macroeconomics and the Wage Bargain* (1990), Oxford University Press, Oxford.

CROMB, R.: "A Survey of Recent Econometric Work on the NAIRU" (1993), *Journal of Economic Studies*, Vol. 20, 1993, pp. 27-51.

CROSS, R.(ed.): *Unemployment, Hysteresis and the Natural Rate Hypothesis* (1988), Basil Blackwell, New York.

EATWELL, J., MILGATE, M. Y NEWMAN, P.(eds.): *The New Palgrave: A Dictionary of Economics*, The MacMillan Press Limited, 4 vols., Londres, 1987

FRIEDMAN, M.: "El papel de la política monetaria"(1968), *Información Comercial Española*, nº 425, 1969, pp. 99-109.

FRIEDMAN, M.: "¿Desempleo versus inflación?. Una interpretación de la curva de Phillips" (1975). En Aguiló, E. y Fernández de Castro, J. (eds.): *Desequilibrio/ Inflación/ Desempleo* (1979), pp. 221-240.

FRIEDMAN, M.: "Inflación y desempleo"(1977), *Económicas y Empresariales*, nº 3, pp. 100-114.

HAHN, F.: *Dinero e inflación* (1982), Antoni Bosch, Barcelona, 1983.

HALTIWANGER, J.: "Natural rate of unemployment"(1987). En Eatwell, J. et al.(ed.s):*The New Palgrave: A Dictionary of Economics*, vol. 1.

ISAAC, A.G.: "Is there a natural rate?", *Journal of Post Keynesian Economics*, Vol. 15, 1993, pp. 453-470.

JENKINSON, T.J.: "The NAIRU: Statistical Fact or Theoretical Straitjacket?". En Cross, R. (ed.): *Unemployment, Hysteresis and the Natural Rate Hypothesis* (1988), Basil Blackwell, New York, pp. 365-377.

KNIGHT, K. G.: *Unemployment: An Economic Analysis* (1987), Croom Helm, London.

LAYARD, R., NICKELL, E. y JACKMAN, R.: *El paro. Los resultados macroeconómicos y el mercado de trabajo* (1991), Oxford University Press, Oxford, 1994.

MALINVAUD, E.: *Paro masivo* (1984), Antoni Bosch, Barcelona, 1985.

MCDONALD, I.M.: *Inflation and Unemployment. Macroeconomics with a range of equilibria* (1990), Basil Blackwell, Oxford.

PHELPS, E.S.: *Inflation Policy and Unemployment Theory. The Cost-Benefit Approach to Monetary Planning* (1972), MacMillan, London.

ROBINSON, D.: *Monetarism and the labour market* (1986), Clarendon Press, Oxford.

SPENGLER, J.J. y ALLEN, W.R. (eds.): *El pensamiento económico de Aristóteles a Marshall* (1971), Editorial Tecnos, Madrid.

SOLOW, R.M.: *El mercado de trabajo como institución social* (1990), Alianza Editorial, Madrid, 1992.

TREVITHICK, J.A.: *Involuntary Unemployment. Macroeconomics from a keynesian Perspective* (1992), Harvester Wheatsheaf, London.

URH, C.G.: "Knut Wicksell. Evaluación de su doctrina con motivo de su centenario". En Spengler, J.J. y Allen, W.R. (eds.): *El pensamiento económico de Aristóteles a Marshall* (1971), Editorial Tecnos, Madrid, pp. 696-725.

ACOPLAMIENTO Y SINCRONIZACION EN LOS CICLOS ECONOMICOS. ESTUDIO ANALÍTICO DE UN MODELO

JUAN HERNÁNDEZ GUERRA

Facultad de CC. EE. y Empresariales.
Universidad de Las Palmas de Gran Canaria

1. INTRODUCCION

El estudio de las fluctuaciones cíclicas en la Economía ha sido objeto de interés y controversia a lo largo de la historia, en la que podemos encontrar diversas teorías sobre su origen y desarrollo, algunas claramente enfrentadas. Más allá de estas discusiones, es interesante resaltar que hasta hace pocos años los trabajos acerca de los ciclos económicos no se han enfocado hacia la explicación de la interacción que se produce entre estos ciclos.

La existencia en sí mismo de los ciclos sigue siendo aún fuente de discusión. No obstante, es comúnmente aceptado que en la Economía aparecen, en el agregado, varios ciclos, que comprenden el Ciclo Comercial, Ciclo de Construcción o Kuznets, y la Onda Larga o Ciclo Kondratieff. Sin entrar a fondo en el análisis de las diversas teorías que tratan de explicar las causas de la aparición de los diferentes ciclos, la existencia de interacción se pone de manifiesto con la observación de diversas series temporales analizados en trabajos precedentes (Mosekilde et al. 1992). Estos ejemplos muestran la existencia de procesos endógenos en la Economía que me conducen a una interacción entre los diversos ciclos existentes.

Otro factor importante es la observación en el agregado de exclusivamente tres modos cíclicos. Como se expone en Sterman y Mosekilde 1993, es razonable pensar que empresas o sectores diferentes con estructuras y procesos de decisión diferentes originen ciclos de fases y frecuencias diferentes. Si hubiera independencia entre los agentes económicos, o lo que es lo mismo, si la Economía fuera lineal, al agregar todos los ciclos originados no se observarían estos tres modos cíclicos diferentes, sino exclusivamente una superposición de muchas formas cíclicas de diversas fases y frecuencias. Sin embargo la realidad es que parte de estas tendencias dispares se reúnen en una sólo forma cíclica, dicho de otra manera, se sincronizan sus fases y frecuencias ajustándose a un modo único. Existen otras múltiples evidencias sobre las que no vamos a discutir que nos hace pensar en la existencia de una estructura profunda cuya dinámica es robusta a cambios y perturbaciones en los parámetros que la definen (Mosekilde et al 1992).

Este fenómeno de ajuste de diferentes modos cíclicos ha sido analizado no hace mucho tiempo en trabajos de tipo matemático (Arnol'd 1965), con el análisis de la función círculo, y aplicado a diversos campos de la ciencia, como en la Física y la Biología, y ha sido bautizado como proceso de "acoplamiento" (entrainment) o "cierre de modo" (mode-locking). Este fenómeno se manifiesta básicamente al emparejar dos osciladores, inicialmente independientes y con fases y frecuencias diferentes, de manera que la estructura de ajuste entre los osciladores me conduce a que asintóticamente las fases y frecuencias se acoplan de forma que cada p vueltas que produce un oscilador, el otro produce q vueltas. Se dirá entonces que se produce acoplamiento $p:q$. El desarrollo analítico de este proceso ha sido expuesto en el congreso ASEPELT 1994 por el mismo autor.

En los últimos años se han elaborado una serie de modelos dinámicos que intentan ajustarse al proceso de acoplamiento que se produce en la Economía. En este trabajo analizaremos la situación actual en el estudio de esos modelos, para posteriormente exponer una serie de contrastaciones analíticas a los resultados simulados de estos modelos, que suponen un avance en la comprensión del proceso de acoplamiento.

2. MODELOS PREVIOS

La primera aparición de un modelo que intentara explicar el proceso de "acoplamiento" surgió a partir de una pequeña modificación de un modelo no lineal de generación de la onda larga (Serman 1985).

Este modelo inicial supone la Economía en el agregado, considerando ésta dividida solamente en un sector productor de capital y un sector productor de bienes. La base filosófica de este modelo es considerar que la onda larga se genera debido fundamentalmente al proceso de auto-ordenamiento de capital que se produce en el sector productor de capital ante un aumento en la demanda de capital por parte del sector productor de bienes. Esto genera un bucle de realimentación positiva en la producción de capital con acotaciones no lineales, como son la saturación de la utilización de la capacidad productiva que experimenta el sector productor de capital, así como las no linealidades existentes en los pedidos de capital del sector productor de capital debidas, entre otras razones, a los procesos psicológicos seguidos por los agentes económicos en la toma de decisiones (Serman 1989).

Este modelo se formalizó mediante un sistema de ecuaciones diferenciales ordinarias que no vamos a entrar en su descripción. El sistema está ampliamente desarrollado y estudiado en la literatura reciente (Serman 1985, Rassmusen et al. 1985, Serman y Mosekilde 1993). Lo interesante en este trabajo es comentar que el comportamiento de las variables que definen el modelo se aproxima a un ciclo límite de periodo aproximadamente 50 años para valores reales de los parámetros que intervienen, con lo que tendríamos ajustado este proceso al comportamiento de la onda larga.

Inicialmente la tasa de pedidos de capital del sector productor de capital es exógena. La modificación de este modelo, expuesta en el artículo Serman y Mosekilde (1993), se produce al considerar esta tasa de carácter cíclico, imponiendo en ella una variación sinusoidal de cierta amplitud A y periodo T . Con esta imposición tendríamos modelizado, para unos ciertos valores de los parámetros A y T , la evolución del ciclo comercial. Incorporando esta variación al modelo original

se observó que, para una serie de valores de A y T , la onda larga se "acoplaba" al ciclo comercial, e incluso aparecía comportamiento caótico en el modelo.

A pesar de los resultados satisfactorios obtenidos con esta variación, esta imposición queda aún lejos de la realidad del proceso de acoplamiento, ya que la forma de variar los pedidos de capital del sector productor de bienes es exógena. En esa dirección se buscaba un sistema dinámico que produjera endógenamente dos comportamientos cíclicos diferentes que se acoplaran entre sí sin necesidad de una imposición externa.

La limitación que dispone el modelo anterior para desarrollar endógenamente el acoplamiento entre modos cíclicos es considerar la Economía en el agregado. En la Economía real aparecen una multitud de empresas y sectores de muy diversa índole y con valores de los parámetros que gobiernan su comportamiento muy diferentes (Ver Kampmann et al. 1993). En ese sentido surgió la necesidad de desagregar el modelo anterior considerando más de un sector productor de capital, cada uno con un comportamiento cíclico al tratarlo desligado del resto de los sectores, de manera que los mecanismos de interacción de los sectores entre sí emparejen sus ciclos a una misma frecuencia, de manera que en el agregado se observe un modo único, o que debido a las diferencias estructurales entre los sectores se produzca un acoplamiento entre los ciclos de cada uno de los sectores.

En esta línea, un modelo desagregado fue desarrollado por Kampmann et al. (1993), elaborado a partir del modelo de Sterman (1985) y suponiendo la economía dividida en dos sectores, un sector que podría representar el de la construcción y otro que podría representar el de producción de maquinaria, ordenadores, etc... La diferencia en la evolución de los sectores se basa, obviando otros factores, en el tiempo de vida del capital producido, siendo en el sector de la construcción más elevado lógicamente que en el sector de producción de maquinaria. Un factor de interacción entre los sectores es la dependencia que tiene cada sector con el otro para su propia producción. Así, para llevar a cabo el sector de construcción cualquier edificación necesita de cierta maquinaria producida por el otro sector y viceversa.

Con estas premisas se elaboró el modelo que a continuación vamos a exponer y mediante el cual cada sector desarrolla, en caso de independencia con el otro sector, un comportamiento cíclico de cierto periodo y amplitud, inicialmente diferentes en cada sector. Sin embargo, el efecto de la existencia de mutua dependencia entre los sectores origina que los ciclos de cada uno de ellos sincronicen sus frecuencias, produciendo un modo único, o simplemente acoplando sus ciclos de manera que un sector complete q ciclos cuando el otro a completado p , con p y q enteros.

El modelo consiste en un sistema de diez ecuaciones diferenciales con diez variables que a continuación vamos a exponer someramente (Kampmann et al 1993 para un desarrollo más detallado):

(Asignamos el subíndice 1 para determinar el sector de construcción y 2 para asignar al sector de maquinarias).

$$(I) \left\{ \begin{array}{l} K_{pq}' = \frac{x_q S_{pq}}{B_q} - \frac{K_{pq}}{\tau_q} \\ S_{pq}' = O_{pq} - \frac{x_q S_{pq}}{B_q} \\ B_p' = (O_{pp} + O_{qp} + Y_p) - x_p \end{array} \right.$$

con $\{p,q\} \in \{1,2\}$

La variación del capital q que se dispone en el sector p, K_{pq} , viene dada por las adquisiciones de nuevo capital q efectuadas por el sector p menos los desechos de ese capital. A su vez, las adquisiciones de capital q del sector p están asignadas equitativamente según la proporción de la producción total x_q de acuerdo con la parte correspondiente de los atrasos totales relativos al sector p, S_{pq}/B_q . Los desechos del capital K_{pq} están determinados por el tiempo de vida medio de ese capital, τ_q .

La variación de la línea de distribución del sector q hacia el sector p, S_{pq} , está determinada por los pedidos realizados por el sector p de capital del sector q, O_{pq} , menos, como es lógico, las adquisiciones de capital q del sector p.

La variación de los atrasos totales del sector p, B_p , está determinado por el conjunto de pedidos de capital p realizados por los dos sectores productor de capital y por el sector productor de bienes, y_p , que se considera exógeno, menos la producción de capital del sector p.

Por otro lado, la producción x_p , viene determinada por el cociente entre los atrasos totales de ese sector, B_p , sobre la demora de distribución media de ese sector, δ , limitada por la capacidad productiva c_p mediante una función no lineal. De la misma manera, la estructura de los pedidos tampoco es lineal. La tasa de pedidos de capital del sector q efectuada por el sector p, O_{pq} , no está determinada exclusivamente por los desechos de capital, sino que influyen una serie de factores psicológicos y de otra índole sobre los que no vamos a entrar.

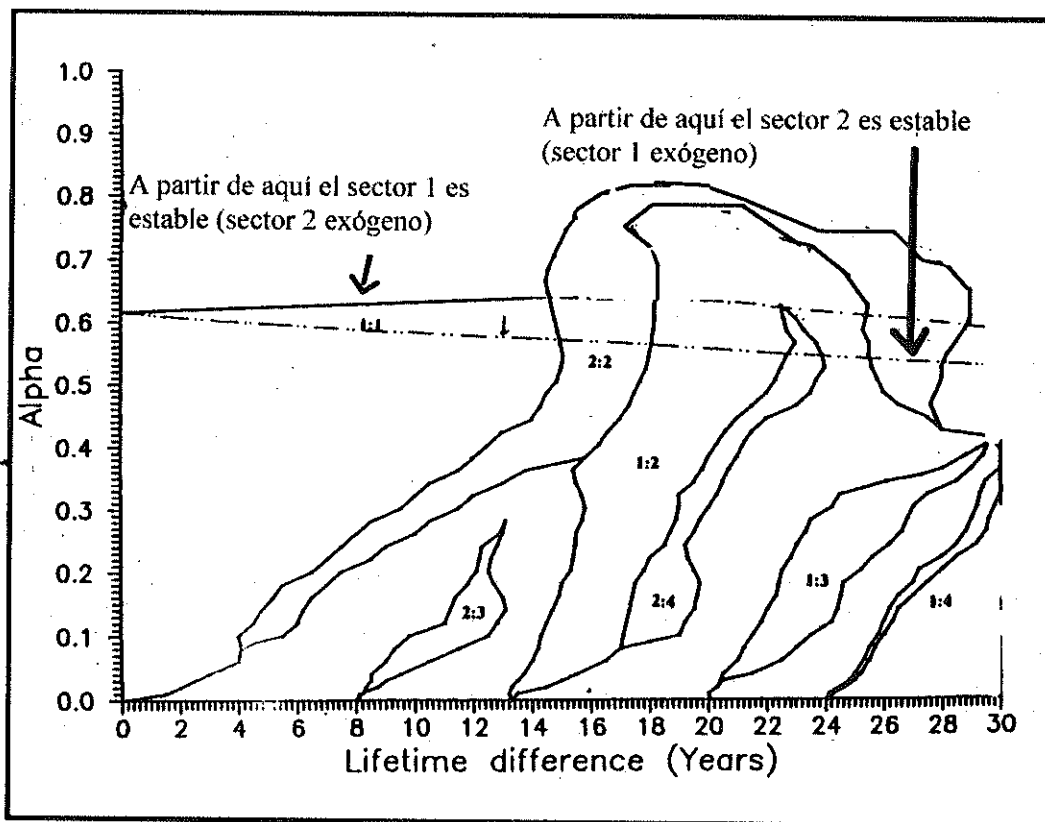
Este modelo es una ampliación del modelo ya descrito por Sterman (1985). Por coherencia con el otro modelo, los parámetros que miden el tiempo de vida del capital producido y la tasa capital-salida en cada uno de los sectores, así como otros parámetros de ajuste, se han construido a partir de aquéllos fijados en el modelo agregado anterior (Ver Haxholdt et al. 1994).

Los parámetros que me rigen el modelo desagregado son la diferencia del tiempo de vida del capital producido en cada uno de los sectores, $\Delta\tau$, y el hecho que cada sector para su propia producción necesita capital de sí mismo y del otro sector, siendo la capacidad productiva de cada uno de los sectores dependiente de los dos capitales mediante una función de Coob-Douglas con tasa de participación α . El modelo podría admitir otros factores de enlace entre los sectores, pero esta ampliación se deja para futuros trabajos (Kampmann et al 1993).

Vamos a comentar la función que desempeñarían los dos factores señalados en el modelo. Analizando la expresión de la capacidad productiva de cada uno de los sectores observamos que el parámetro α indica el grado de dependencia del sector con respecto al capital producido por el otro sector. Así, si $\alpha=0$ los dos sectores sólo necesitan para su producción de su propio capital, por lo que serían entre sí totalmente independientes. Necesariamente, por coherencia con el modelo original Sterman (1985), cada sector habría de comportarse de forma cíclica con una amplitud y periodo independientes y diferentes. En cambio, si $\alpha=1$ la producción de un sector depende exclusivamente del capital producido por el otro sector. Este fenómeno me anularía el efecto acelerador en los pedidos de capital de cada uno de los sectores de manera que la producción habría de colapsar hacia unos valores estables.

El efecto de la diferencia en los tiempos de vida del capital producido por cada uno de los sectores, $\Delta\tau$, es también interesante. Si esta diferencia no es muy elevada, parece razonable pensar que para ciertos valores medios de α los ciclos generados por cada uno de los sectores sincronizen sus frecuencias de manera que se observe un modo único. Se produciría entonces un cierre de modo del tipo 1:1. En cambio, si la diferencia en los tiempos de vida es elevada, con esos mismos valores medios de α , es razonable pensar que el ciclo generado por el sector de menor tiempo de vida de su capital producido se complete varias veces antes que se complete una sólo vuelta del ciclo generado por el sector de más tiempo de vida de su capital producido. Se produciría entonces un acoplamiento de la forma $p:q$, con p y q enteros.

Hasta ahora se han verificado estas hipótesis fundamentalmente a partir de simulaciones realizadas con el modelo, tomando valores de los parámetros de la misma forma que en los anteriores trabajos (Sterman y Mosekilde 1993, Rasmussen et al. 1985). Se representó en el plano definido por $\Delta\tau$ y α el conjunto de regiones donde se producían acoplamientos $p:q$, produciendo las llamadas lenguas de Arnol'd (Gráfica 1). Obsérvese que para valores altos de $\Delta\tau$ y bajos de α , se van produciendo, como era de esperar, acoplamientos del tipo $1:n$, donde el sector productor de capital de menor tiempo de vida ejecuta n vueltas cuando el otro sector sólo ejecuta una. A partir de una curva dada, el sistema dinámico correspondiente a un sector, considerado el otro como exógeno, admite un punto de equilibrio asintóticamente estable, como ya se había contrastado anteriormente. Las fronteras entre las regiones aún no se han delimitado exactamente (Kampmann et al. 1993).



Gráfica (1): Estructuras de Lenguas de Arnol'd para los parámetros α y $\Delta\tau$. (Kampmann et al. 1993)

Los estudios realizados hasta este punto dejan entrever varias vías de profundización. Un enfoque que se puede llevar a cabo es intentar realizar un estudio analítico en profundidad del sistema dinámico definido. Con ello intentaremos contrastar los resultados simulados ya efectuados con resultados analíticos, obteniendo una visión más completa del modelo.

Para ello hemos efectuado primeramente una reducción del número de ecuaciones iniciales, intratables analíticamente, utilizando argumentos de forma y analogía con el modelo de un sector (Sterman y Mosekilde 1993) y caracterizaciones en el sistema dinámico generado por la exogeneidad de un sector respecto al otro. La metodología de análisis es clásica en el estudio de sistemas dinámicos, similar en algunos aspectos a la utilizada por Rasmussen (1985) y claramente detallada en múltiples publicaciones ya clásicas en este campo de ciencia (Hirsch y Smale 1974).

3. ESTUDIO ANALITICO DEL MODELO

El enfoque analítico del modelo lo hemos realizado siguiendo una serie de etapas, las cuales han seguido un proceso de complejidad creciente. De esta manera hemos intentado analizar primero los casos extremos del modelo (aquéllos donde el grado de dependencia entre los sectores es $\alpha=0$ y $\alpha=1$) que nos guíe en la forma de atacar el problema ya con valores intermedios. Consideramos que con este enfoque obtenemos una visión más completa del proceso interno del modelo, pudiéndonos orientar a adaptar mejor el modelo a circunstancias más reales. Según este enfoque, en este trabajo hemos llevado a cabo los siguientes análisis:

- *Análisis del comportamiento del modelo con independencia entre los sectores.* ($\alpha=0$). Parece razonable que con independencia de los sectores, como se ha contrastado en las simulaciones, el modelo deba comportarse de manera que las variables correspondientes a cada sector (considerando el otro como exógeno) admitan un ciclo límite con una amplitud y periodo independientes entre sí. El estudio realizado del comportamiento global del modelo de dos sectores así lo va a demostrar.

- *Análisis del comportamiento del modelo con total dependencia de los sectores.* ($\alpha=1$). Los resultados simulados del modelo proponen que a partir de una curva (obsérvese gráfica 1) situada en el plano formado por los parámetros α y $\Delta\tau$, cada sector tomado individualmente, o sea, considerando el otro como exógeno, se comporta de manera que las variables que lo definen tienden a un punto de equilibrio. Esto quiere decir desde el punto de vista de la teoría de sistemas dinámicos, que ese sistema reducido, al considerar ciertas variables en el equilibrio, admite un punto asintóticamente estable globalmente. Tomando el caso extremo ($\alpha=1$) y considerando un sector exógeno al otro, hemos realizado un estudio analítico del comportamiento global de este modelo, comprobando que efectivamente admite, para unas condiciones generales, un punto de equilibrio asintóticamente estable globalmente. Este resultado completa el estudio de Kampmann et al (1993) sobre el mismo aspecto, pero realizado localmente.

Antes de entrar en el análisis, obsérvese que al disponer de un número de ecuaciones excesivamente elevado, diez, resultaría casi intratable analizarlo en su totalidad. Para evitar este inconveniente, realizamos una reducción del número de ecuaciones que no merman en absoluto la rigurosidad del análisis. Incorporamos, como también se presentó en el modelo de un sector (Sterman y Mosekilde 1993), que el atraso total de cada sector B_p se reparte entre las líneas de distribución hacia los diferentes sectores que tiene que satisfacer, que son el otro sector productor de capital, el suyo propio y el sector productor de bienes. Incorporamos también la restricción que supone, en los casos extremos que vamos a considerar ($\alpha=0$, $\alpha=1$), tomar un sector exógeno al otro. Incorporar esta suposición es lo mismo que considerar la demora de distribución y la demanda del otro sector exógenas. Debido a esto, las líneas de distribución de un sector con respecto al exógeno son también exógenas.

Incorporando las ecuaciones que se deducen de los procesos anteriormente detallados y que no vamos a detallar en el modelo, obtenemos una reducción de las ecuaciones hasta un número de cuatro, considerando bajo estudio exclusivamente aquéllas correspondientes a las variables que me definen el sector no exógeno, que son:

(A partir de ahora notaremos con el subíndice i al sector considerado exógeno, y con el subíndice j al sector que estamos tratando)

$$\begin{aligned}
 K'_{ji} &= x_i - x_i^e - \frac{K_{ji}}{\tau_i} \\
 K'_{jj} &= x_j - x_j^e - \frac{K_{jj}}{\tau_j} \quad (III) \\
 B'_i &= O_{ji} - (x_i - x_i^e) \\
 B'_j &= O_{jj} - (x_j - x_j^e)
 \end{aligned}$$

con

donde $h=i \text{ ó } j$. x_h^e es la parte proporcional de la producción del sector h correspondiente al sector exógeno, que es la unión del sector productor de capital considerado como exógeno y el sector productor de bienes.

Este grupo de ecuaciones ya es más fácilmente tratable. Vamos a enfocar con esta reducción el análisis de los casos extremos.

4. CASO DE INDEPENDENCIA ENTRE LOS SECTORES. $\alpha=0$

Para estudiar este caso, imponemos la condición que $\alpha=0$ en las ecuaciones, ya reducidas, del modelo (II). Obtenemos entonces dos grupos de ecuaciones desacopladas, que no vamos a describir, pero que admiten dos grupos de ecuaciones desacopladas, uno formado por las ecuaciones correspondientes a las variables (B_j, K_{jj}) (Sistema (1)), y otro formado por las correspondientes a las variables (B_i, K_{ji}) . Como están desacopladas, podemos estudiarlas separadamente:

SISTEMA (1): Esta es, para las variables que me definen el sector j (B_j, K_{jj}), una versión más sofisticada del modelo enunciado por Rasmussen (1985) que modeliza el comportamiento de la onda larga. Obviamos entonces el estudio analítico de este sistema dinámico, ya que se ajusta exactamente al modelo generador de onda larga expuesta en Sterman (1985), manifestando para un amplio rango de parámetros que definen el modelo un comportamiento de ciclo límite de periodo variable (dependiente, entre otros factores, del tiempo de vida del capital producido por ese sector, τ_j).

SISTEMA (2): Para estudiar este modelo vamos a hacer uso un método clásico en la teoría cualitativa, incorporado ya en otros trabajos relacionados con el tema (Rasmussen et al. 1985). Este es el cálculo de las isoclinas, o sea, una curva en el espacio de fases para la cual obtengo la misma pendiente de una ecuación diferencial dada. Vamos a establecer una definición más rigurosa:

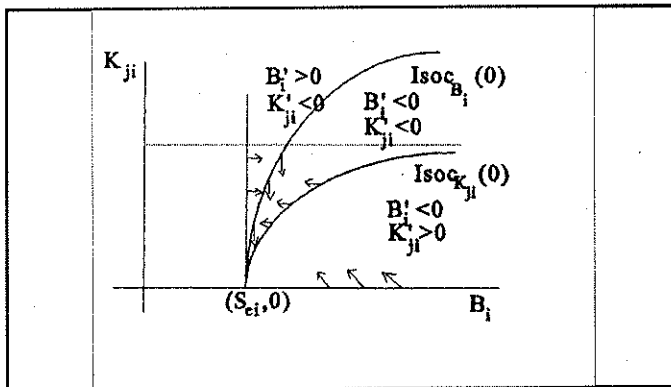
Definición:

Dado (1): $x_i' = f(x_1, x_2, \dots, x_n)$; $f: A \subseteq \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}; \text{cp } \mathbb{R}$

Se define "isoclina en c de la ecuación (1)" al conjunto:

$$\text{Isoc}_{x_i}(c) = \{(x_1, x_2, \dots, x_n) \in \mathbb{R}^n / x_i' = f(x_1, x_2, \dots, x_n) = c\}$$

Una vez hallados los puntos de equilibrio del sistema y su comportamiento local, simplemente con un análisis en profundidad de las isoclinas en cero de nuestro modelo ($\text{Isoc}_{B_i}(0), \text{Isoc}_{K_{ji}}(0)$) tendremos completado el comportamiento asintótico de las soluciones en el espacio de fases del sistema. Este adopta la forma que aparece en la gráfica 2.



Gráfica (2)

Las flechas indican la dirección que han de seguir las trayectorias del sistema en los puntos indicados.

Se demuestra que la isoclina de la ecuación correspondiente a B_i se sitúa siempre por encima de la isoclina correspondiente a K_{ji} . Además, esta isoclina está acotada por el valor $\forall \tau_i$, mientras que $\text{Isoc}_{B_i}(0)$ no tiene necesariamente una cota.

A partir de la disposición del espacio de fases podemos concluir que el punto de equilibrio $(B_i, K_{ji}) = (S_{ei}, 0)$ es asintóticamente estable globalmente.

Resumiendo, los resultados nos muestran que el sector no considerado exógeno, debido a la nula dependencia para su producción del capital del otro sector, tiende a reducir a cero las existencias de capital que posee del otro sector, K_{ji} , producido por los desechos de este capital inutilizado. A su vez, los atrasos del sector exógeno, B_j , se van a reducir únicamente a los producidos por la demanda de su propio sector y el sector productor de bienes, ambos considerados como exógenos. El sector no considerado exógeno muestra asintóticamente un comportamiento cíclico cuya amplitud y periodo depende exclusivamente de los parámetros que gobiernan su proceso de producción. Estos resultados se ajustan perfectamente a los ya obtenidos mediante simulación.

5. CASO DE DEPENDENCIA TOTAL ENTRE LOS SECTORES. $\alpha=1$

Nos disponemos entonces a realizar un estudio analítico del modelo cuando se supone una total dependencia del capital disponible del otro sector para la propia producción de un sector. Esto quiere decir que el grado de dependencia entre los sectores es máximo ($\alpha=1$). Partimos como antes de las cuatro ecuaciones reducidas del modelo, al considerar un sector i como exógeno y j como el sector a estudiar. Ahora, imponiendo la total dependencia entre ambos, $\alpha=1$, obtenemos unas ecuaciones parecidas a las anteriores, que no vamos a describir, pero que en este caso no están desacopladas, con lo que el análisis es más complejo. Un sencillo cálculo me lleva a comprobar que el único punto de equilibrio existente en el sistema es $(K_j, B_j, K_{ji}, B_j) = (K_{ji}^*/\delta_j, S_{qj}, \delta_j(x_i^* + x_j^* \tau/\tau, 0, S_{qj}))$. Mediante un sencillo estudio del comportamiento local del sistema dinámico podemos asegurar que este punto de equilibrio es asintóticamente estable localmente.

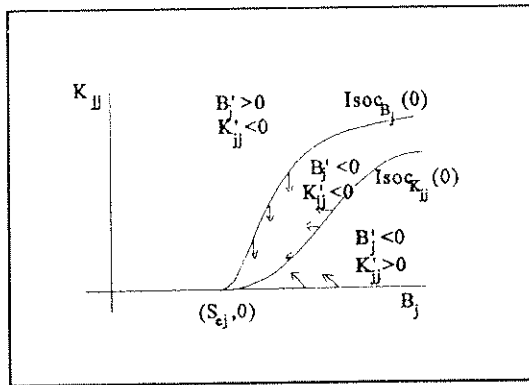
La dificultad intrínseca para el estudio global de este sistema es que su espacio de fases es de dimensión cuatro, con lo que a la dificultad que supone el aumento de dimensión con respecto al otro caso, se le añade que el sistema pierde muchas de las propiedades analíticas ciertas en dimensión dos. El Teorema de Poincaré-Bendixon no es cierto, con lo que los conjuntos límites, que es el objeto de nuestro estudio, pueden adoptar estructuras muy diversas, incluso caóticas, como son los llamados atractores extraños.

Para resolver esta dificultad utilizamos un método, consistente en estudiar dos grupos de ecuaciones por separado y comprobando que su comportamiento cualitativo es uniforme con respecto a las variables cuya ecuación diferencial correspondiente no se encuentra dentro del grupo escogido. Este método asegurará que el comportamiento global del sistema es cualitativamente el mismo que la unión de los dos comportamientos individuales.

Los dos grupos que vamos a estudiar son las ecuaciones correspondientes a las variables (B_j, K_{ji}) por un lado, y las ecuaciones correspondientes a las variables (B_i, K_{ji}) por otro.

1) *Ecuaciones correspondientes a (B_j, K_{ji})* : Como en el caso anterior, un método útil de análisis global de un sistema es hallar las isoclinas en cero y observar el comportamiento de las soluciones en cada región del espacio de fases delimitada por las isoclinas.

Mediante el desarrollo las isoclinas en cero ($\text{Isoc}_{B_j}(0), \text{Isoc}_{K_{ji}}(0)$), se deduce que para unas condiciones trivialmente verificadas por los parámetros tomados con valores reales, el espacio de fases del sistema formado por dichas variables es el indicado por la gráfica 3.

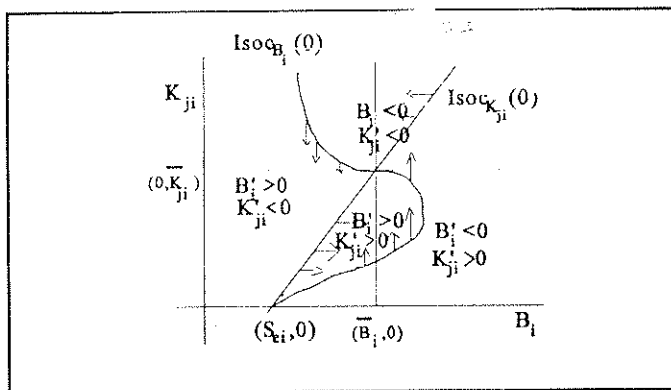


Gráfica (3)

El comportamiento descrito es uniforme con respecto a la variable K_{ji} . Con esto queremos decir que para cualquier valor que tome la variable K_{ji} el comportamiento cualitativo del sistema (c) y (d) es el mismo.

Con esta disposición en el espacio de fases podemos asegurar que, para K_{ji} fijo, el punto de equilibrio $(B_j, K_{ji}) = (S_{ej}, 0)$ es asintóticamente estable globalmente.

2) *Ecuaciones correspondientes a (B_i, K_{ji})* : Para ello vamos a volver sobre el estudio de las isoclinas en cero ($Isoc_{B_i}(0), Isoc_{K_{ji}}(0)$), siendo en este caso más complejo que el anterior debido a la estructura de las funciones implícitas que las definen. El resultado, expresado en el espacio de fases, se encuentra en la gráfica 4.



Gráfica (4)

El comportamiento cualitativo del sistema es uniforme para los diferentes valores de B_j . En la gráfica, por facilidad de análisis, hemos considerado $B_j = S_{e_j}$. A partir de este espacio de fases, se puede asegurar que el punto (K_{ji}, B_i) es asintóticamente estable globalmente.

Como hemos ya expuesto, el comportamiento global del sistema es la unión de los dos comportamientos estudiados. Esto quiere decir que el punto de equilibrio $(K_{ji}, B_i, K_{jj}, B_j)$ es asintóticamente estable globalmente.

Este resultado concuerda perfectamente con los hallados mediante simulaciones en Kampmann et al. (1993).

6. DISCUSIÓN Y CONCLUSIONES

El estudio de los procesos de acoplamiento entre los ciclos económicos se ha realizado desde hace pocos años. Los trabajos son aún unas aproximaciones a los procesos reales. Así, el modelo de dos sectores presentado supone un avance al incorporar procesos endógenos de sincronización y acoplamiento de ciclos. En ese sentido, este trabajo se ha enfocado como una contrastación de los resultados simulados realizados con el modelo anterior por Kampmann et al. (1993).

En esa línea, se pueden realizar nuevos estudios desde el punto de vista analítico profundizando aún más en el modelo. Además del estudio expuesto en este trabajo, podemos enfocar nuestro análisis utilizando otras vías. Los resultados simulados nos muestran unas estructuras llamadas lenguas de Arnol'd. En ese sentido, y debido a la naturaleza misma de los métodos de simulación, no se ha analizado completamente la estructura de las lenguas. Utilizar resultados conocidos sobre sistemas dinámicos que manifiesten un comportamiento de cierre de modo, junto con las propiedades generales de las lenguas de Arnol'd, serían de considerable ayuda para describir de una manera más precisa estas estructuras.

El modelo tiene evidentes ampliaciones, algunas ya propuestas en los primeros trabajos sobre el tema (Kampmann et al. 1993, Haxholdt et al. 1994). Además de intentar ampliar este modelo a más de dos sectores, otro objetivo inmediato es incorporar en el modelo otros factores determinantes en la sincronización, como es el papel del sistema de precios y la sustitución limitada entre los componentes de capital. Este es un trabajo que vienen realizando estos autores. También se puede extender la ampliación con la incorporación de lazos macroeconómicos, como trabajo, salario y tasas de interés.

Este es un pequeño apunte de la gran cantidad de desarrollos posteriores que puede tener el estudio de los procesos de acoplamiento en Economía. Elaborar modelos cada vez más ajustados a la realidad es una tarea aún por hacer. Junto con ello, la combinación de métodos analíticos con los numéricos aplicados a los nuevos modelos completarían una comprensión de estos procesos.

7. BIBLIOGRAFIA

- ARNOLD, VI. (1965) "Small Denominators. I. Mappings of the Circumference onto Itself", *American Mathematical Society translations*, 46, 184-213
- HAXHOLDT, C., KAMPMANN, C., MOSEKILDE, E. Y STERMAN, J. (1994) "Mode Locking and Entrainment of Endogenous Economic Cycles" *Working Paper n°3646-94*. Sloan School of Management, M.I.T., Cambridge, Mass.
- HERNÁNDEZ, J. (1994) "Ciclos Económicos: Acoplamiento y Sincronización" *VIII Reunión Anual ASEPELT*, Palma de Mallorca, Vol II, 291-298
- HIRSCH, M.W. Y SMALE, S. (1974) "Ecuaciones Diferenciales, Sistemas Dinámicos y Álgebra Lineal". *Alianza Editorial*.
- KAMPMANN, C., HAXHOLDT, C., MOSEKILDE, E. Y STERMAN, J. (1993) "Entrainment in a Disaggregated Economic Long-wave Model" *New Directions in Technology Studies*, Leydesdorff, L. Van den Besselaar, P. (Ed.), Pinter Publishers, London
- MOSEKILDE, E., LARSEN, E., STERMAN, J. Y THOMSEN, J. (1992) "Nonlinear Mode-Interaction in the Macroeconomy", *Annals of Operation Research*, 37, 185-215.
- RASMUSSEN, S., E. MOSEKILDE AND J.D. STERMAN (1985) "Bifurcations and Chaotic Behavior in a Simple Model of the Economic Long Wave" *System Dynamics Review* 1, 92-110.
- STERMAN, J.D. (1985) "A Behavioral Model of the Economic Long Wave" *Journal of the Economic Behavior and Organization*, 6(2), 17-53.
- STERMAN, J.D. (1989) "Misperceptions of feedback in dynamic decision making", *Organizational Behavior and Human Decision Processes* 43(3), 301-335.
- STERMAN, J.D. AND E. MOSEKILDE (1993) "Business Cycles and Long Waves: A Behavioral Disequilibrium Perspective" *Forthcoming in Semmler, W. (eds.) Business Cycles: Theory and Empirical Methods*. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.

DISTRIBUCIÓN DE LA CARTERA DE VALORES MEDIANTE PROGRAMACIÓN CUADRÁTICA

FERNANDO JIMÉNEZ TORRES.

Facultad de Ciencias Económicas y Empresariales.
Departamento de Análisis Económico.
Universidad Autónoma de Madrid.

1. INTRODUCCIÓN.

Un ejemplo típico de no linealidad es el de la selección de cartera. Como los inversionistas se preocupan tanto por el rendimiento esperado, como por el riesgo asociado a su inversión, las decisiones financieras constituyen un grupo de gran importancia en la Economía moderna. Esto ha originado trascendentes desarrollos en el análisis económico.

El problema de la selección de cartera reside en la composición de activos y pasivos para que la combinación final entre rentabilidad (ganancia) y riesgo sea óptima. En este trabajo, nos centraremos a estudiar la interacción entre el concepto de convexidad fuerte y los aspectos básicos más relevantes del modelo de selección de cartera, derivado del trabajo de Markowitz y Tobin, quienes fundamentaron microeconómicamente la demanda de dinero y bonos.

2. MODELO CUADRÁTICO.

Se puede formular un modelo de programación no lineal para el problema de la gestión de cartera, de la siguiente manera. Supongamos que una persona tiene una riqueza m , que desea mantener en cartera distribuyéndola en n tipos de valores o títulos, cada uno de ellos con distintas características. El objetivo del inversionista consiste en combinar la máxima rentabilidad con el mínimo riesgo.

Sean r_1, r_2, \dots, r_n , los rendimientos aleatorios que produce una unidad monetaria al invertirla en cada uno de los n valores V_1, V_2, \dots, V_n , en los cuales se puede invertir una cantidad total m . Supondremos que estas variables aleatorias tienen distribuciones de probabilidad conocida, o por lo menos, se conocen las medias y su matriz de varianzas y covarianzas.

Sea $R_i = E(r_i)$, $\sigma_i^2 = \sigma_i^2(r_i)$, $\sigma_{ij} = \text{cov}(r_i, r_j)$, y x_i , la proporción del capital m invertido en el valor V_i . Formar una cartera, consiste en elegir unas proporciones de inversión. Estas proporciones serán positivas. No estudiaremos el caso de proporciones negativas, las llamadas posiciones cortas, equivalentes a la emisión de ese activo. Al estudiar este problema, hay que tener en cuenta dos cuestiones:

i) Si dos carteras tienen igual varianza σ_0^2 , es decir, idéntico riesgo, se elegirá aquella que nos ofrezca un mayor rendimiento medio. El siguiente modelo de programación no lineal lo ilustra:

$$[P1] \quad \text{Max } m \sum_{i=1}^n x_i R_i \quad \text{sujeto a:} \quad \begin{cases} m^2 \left(\sum_{i=1}^n x_i^2 \sigma_i^2 + \sum_{\substack{i,j=1 \\ i \neq j}}^n x_i x_j \sigma_{ij} \right) = \sigma_0^2 \\ x_i \geq 0 \quad \forall i = 1, 2, \dots, n \\ \sum_{i=1}^n x_i = 1 \end{cases}$$

Donde $m, \sigma_0, x_i, R_i, \sigma_{ij} \in \mathbb{R}_+, \forall i, j = 1, \dots, n$. Se trata de un problema de programación cuadrática, cuya solución $\bar{x} = (x_1, x_2, \dots, x_n)$ determinará la cartera óptima.

ii) Si dos carteras tienen idéntico rendimiento medio esperado R_0 , será elegida aquella que posea menor varianza (menor riesgo). El modelo completo de programación no lineal puede ser:

$$[P2] \quad \text{Min } m^2 \left(\sum_{i=1}^n x_i^2 \sigma_i^2 + \sum_{\substack{i,j=1 \\ i \neq j}}^n x_i x_j \sigma_{ij} \right) \quad \text{sujeto a:} \quad \begin{cases} m \sum_{i=1}^n x_i R_i = R_0 \\ \sum_{i=1}^n x_i = 1 \\ x_i \geq 0, \quad \forall i = 1, \dots, n \end{cases}$$

Donde $m, \sigma_0, x_i, R_i, \sigma_{ij} \in \mathbb{R}_+, \forall i, j = 1, \dots, n$. El programa [P2], vuelve a ser un problema de programación cuadrática, cuya solución $\bar{x} = (x_1, x_2, \dots, x_n)$, también determinará la cartera óptima. Si la última restricción de ambos programas matemáticos es omitida, las posiciones cortas están permitidas, y tales problemas pueden ser resueltos usando los procedimientos descritos en Merton (1972), Ziemba y Vickson (1975, pp. 336-337) o en Roll (1977).

En este trabajo, no permitiremos las posiciones cortas. En estas condiciones, se puede seleccionar, para cada nivel de rendimiento fijo, cuál es la mínima varianza o desviación típica necesaria. Esto da lugar al llamado conjunto de varianza mínima. De éste conjunto, se selecciona el máximo rendimiento, que corresponde a cada desviación típica, obteniendo así el conjunto de carteras eficientes. Las carteras-solución de estos dos programas matemáticos [P1] y [P2], reciben el nombre de carteras eficientes. Son eficientes, en el sentido de que ninguna otra solución factible, será igualmente buena para una medida fija de R_0 ó σ_0^2 . En consecuencia, los inversores racionales se

situarán sobre tales carteras eficientes, y elegirán aquella que pueda alcanzar su curva de indiferencia más elevada, de acuerdo a su función de utilidad.

En relación a la función de utilidad se puede decir, que debido a las fluctuaciones de los precios, el rendimiento de los valores o los títulos que se cotizan en Bolsa se ven afectados, lo que implica un riesgo. De esta manera, se puede caracterizar a la función de utilidad de un inversiones como dependiente de dos argumentos, el rendimiento medio esperado y su varianza, o desviación típica. Estudiemos a continuación el programa matemático [P2].

3. MINIMIZACIÓN DEL RIESGO.

Resolvamos el problema [P2] de la selección de cartera, para el caso de poder invertir únicamente en dos valores V_1 y V_2 . Para ello tenemos que minimizar el riesgo medido por la varianza, para un rendimiento medio dado. Es decir, se trata de reducir al mínimo el riesgo asumido, para un determinado rendimiento ya fijado. En el problema [P2] nos estamos preguntando de una manera implícita, ¿cuál es el riesgo más bajo posible para un rendimiento de nuestra cartera de R_0 / m ? En estas condiciones se obtiene la siguiente matriz de varianzas y covarianzas:

$$A = \begin{pmatrix} \sigma_1^2 & \sigma_{12} \\ \sigma_{12} & \sigma_2^2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sigma_1^2 & \rho\sigma_1\sigma_2 \\ \rho\sigma_1\sigma_2 & \sigma_2^2 \end{pmatrix}$$

De las restricciones de igualdad se obtienen los valores de x_1 y x_2 .

$$x_1 = \frac{R_2 - \frac{R_0}{m}}{R_2 - R_1} \quad x_2 = \frac{\frac{R_0}{m} - R_1}{R_2 - R_1}$$

Una vez que se conoce la cantidad a invertir en cada activo, la varianza de la cartera será:

$$\begin{aligned} \text{Var}(x_1, x_2) = \text{Var}(R_0) = & \frac{m^2}{(R_2 - R_1)^2} \left[\left(R_2\sigma_1 - R_1\sigma_2 - \frac{R_0}{m}(\sigma_1 - \sigma_2) \right)^2 + \right. \\ & \left. + 2(1-\rho)\sigma_1\sigma_2 \left(\frac{R_0^2}{m^2} - \frac{R_0}{m}(R_1 + R_2)\sigma_2^2 + R_1R_2 \right) \right] \end{aligned}$$

La varianza de la cartera, es una función cuadrática que depende sólo de R_0 . Como lo que se pretende es conseguir el máximo rendimiento, se tendrá que derivar con respecto a R_0 e igualar a cero, para obtener los puntos críticos del problema de optimización sin restricciones.

$$\begin{aligned} \frac{d\text{Var}}{dR_0}(R_0) = & \frac{m^2}{(R_2 - R_1)^2} \left[2 \left(R_2\sigma_1 - R_1\sigma_2 - \frac{R_0}{m}(\sigma_1 - \sigma_2) \right) \frac{\sigma_2 - \sigma_1}{m} + \right. \\ & \left. + 2(1-\rho)\sigma_1\sigma_2 \left(2 \frac{R_0}{m^2} - \frac{R_1 + R_2}{m} \right) \right] = 0 \end{aligned}$$

y despejando de esta ecuación el valor de R_o/m , se tiene que es una función del coeficiente de correlación ρ .

$$\frac{d\text{Var}}{dR_o}(R_o) = 0 \Leftrightarrow \frac{R_o}{m} = \frac{R_2\sigma_1^2 + R_1\sigma_2^2 - \rho(R_1 + R_2)\sigma_1\sigma_2}{\sigma_1^2 + \sigma_2^2 - 2\rho\sigma_1\sigma_2}$$

Por otro lado:

$$\frac{d^2\text{Var}}{dR_o^2}(R_o) = \frac{2}{(R_2 - R_1)^2} \left((\sigma_2 - \sigma_1)^2 + 2(1 - \rho)\sigma_1\sigma_2 \right) > 0$$

Luego se trata de una función convexa y los puntos críticos obtenidos son mínimos globales. Además, el rendimiento medio de la cartera R_o/m , debe ser tal, que las variables de decisión x_1 y x_2 , estén comprendidas entre cero y uno. Sustituyendo el valor de R_o/m en los valores de x_1 y x_2 , se obtiene la siguiente proporción de inversión.

$$x_1 = \frac{R_2 - \frac{R_o}{m}}{R_2 - R_1} = \frac{\sigma_2^2 - \rho\sigma_1\sigma_2}{\sigma_1^2 + \sigma_2^2 - 2\rho\sigma_1\sigma_2}$$

$$x_2 = 1 - x_1 = \frac{\sigma_1^2 - \rho\sigma_1\sigma_2}{\sigma_1^2 + \sigma_2^2 - 2\rho\sigma_1\sigma_2}$$

Hay que estudiar esta solución obtenida, ya que depende de las desviaciones típicas y del coeficiente de correlación.

Teorema 1: La condición necesaria y suficiente para que las variables de elección x_1 y x_2 de [P2], pertenezcan al intervalo cerrado $[0,1]$ es que:

$$\rho \leq \rho_{\max} = \min\left\{\frac{1}{e}, e\right\}$$

donde $e = \sigma_2/\sigma_1$, es el riesgo relativo de inversión.

Luego el rendimiento medio de la cartera:

$$R_o/m$$

depende del coeficiente de correlación ρ entre las variables r_1 y r_2 , de las varianzas de ambos activos V_1 y V_2 y de sus rendimientos. Analicemos esta relación para comprobar que en realidad el rendimiento medio de la cartera del inversionista, es una función convexa del coeficiente de correlación.

4. EL RENDIMIENTO DE LA CARTERA Y EL COEFICIENTE DE CORRELACIÓN.

Debido a que el rendimiento medio de la cartera es función del coeficiente de correlación, comprobemos cómo varía dicho rendimiento en función de las variaciones del coeficiente de correlación. Hagamos un estudio de la función:

$$\text{Rend}(\rho) = \frac{R_2\sigma_1^2 + R_1\sigma_2^2 - \rho(R_1 + R_2)\sigma_1\sigma_2}{\sigma_1^2 + \sigma_2^2 - 2\rho\sigma_1\sigma_2}$$

Dividamos por σ_1^2 , con el fin de que aparezca en la función como único parámetro el coeficiente e , ya definido como el riesgo relativo de inversión.

$$\text{Rend}(\rho) = \frac{R_2 + R_1e^2 - \rho(R_1 + R_2)e}{1 + e^2 - 2\rho e}$$

Ahora tendremos que calcular su derivada primera y la segunda.

$$\frac{d\text{Rend}}{d\rho}(\rho) = \frac{(1 - e^2)(R_2 - R_1)e}{(1 + e^2 - 2\rho e)^2} \begin{cases} \geq 0 & \text{si } e \leq 1 \\ \leq 0 & \text{si } e \geq 1 \end{cases}$$

Teorema 2: La función $\text{Rend}(\rho)$ es una función convexa y monótona creciente, si y sólo si, $e \leq 1$. Análogamente, $\text{Rend}(\rho)$ es una función cóncava y monótona decreciente, si y sólo si, $e \geq 1$.

Si se admite que $R_2 > R_1$, entonces el caso interesante se produce si $\sigma_2 > \sigma_1$ ($e > 1$), es decir, si el activo más ventajoso es el más arriesgado. Según la Figura 1, existe un valor máximo del coeficiente de correlación. De otra manera, el rendimiento de la cartera no podría estar comprendido entre R_1 y R_2 .

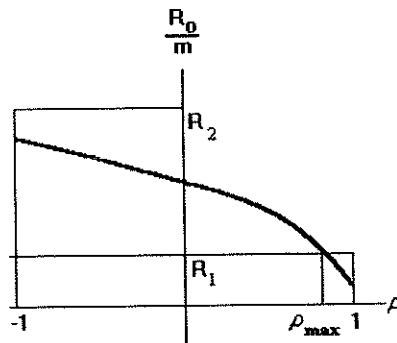


Figura 1: $e > 1$.

Teorema 3: Si $e > 1$, el mayor valor permitido del coeficiente ρ es $1/e$.

Por lo tanto, el rendimiento de la cartera depende del coeficiente de correlación entre los dos activos financieros. Supongamos que existe una gran asociación lineal pero negativa entre los rendimientos r_1 y r_2 . Por ser la función $\text{Rend}(\rho)$ decreciente y cóncava, el rendimiento de la cartera podrá ser próximo a R_2 , el rendimiento medio más elevado posible, pero aceptando un valor del coeficiente de correlación cercano a -1. Si por el contrario, los rendimientos de ambos valores se mueven de manera paralela, lo que correspondería a un coeficiente de correlación cercano a la unidad, obtendríamos una cartera de valores con muy bajo rendimiento medio. Esto es lo que se puede deducir de la Figura 1.

Luego, en el problema a estudiar, dos activos financieros riesgosos y según se observa en la Figura 1, es deseable que ambos valores estén correlacionados negativamente. Como el coeficiente de correlación indica si el rendimiento de un activo se mueve en el mismo sentido que el del otro, tal correlación negativa significa que al aumentar el rendimiento de un activo, disminuye el del otro, y recíprocamente. En la práctica, lo más normal es que el activo financiero con mayor rentabilidad sea el más arriesgado, mientras que el otro activo tenga menor riesgo y menor rendimiento, de tal manera que al aumentar el rendimiento del más riesgoso, disminuya la rentabilidad del más seguro, es decir, la cartera establecida posea un coeficiente de correlación negativo.

5. RELACIÓN ENTRE EL ÍNDICE DE CONVEXIDAD FUERTE DE LA FUNCIÓN DE RIESGO Y EL COEFICIENTE DE CORRELACIÓN.

Ya sabemos que la función varianza a minimizar es convexa pero, ¿qué es mejor, que la función varianza sea sólo convexa, o que sea además estrictamente convexa?. En principio, puede que sea deseable que dicha función sea marcadamente convexa, en el sentido que definiremos a continuación. Aunque, como tendremos ocasión de comprobar, esto sólo es cierto en una primera aproximación. Comprobemos ahora que la función varianza $\text{Var}(x_1, x_2)$, es fuertemente convexa de índice α . Recordemos el siguiente concepto.

Definición 1: Una función real $f(x)$ definida sobre un conjunto convexo $C \subseteq \mathbb{R}^n$, no vacío, se dice que es fuertemente convexa (α -convexa), si y sólo si:

$$f(x) = \phi(x) + \alpha x^T x$$

donde $\phi(x)$ es una función convexa sobre C , y α es un número real estrictamente positivo.

En este apartado, intentaremos encontrar una relación entre el índice α de convexidad fuerte de la función objetivo a minimizar, y el coeficiente de correlación ρ entre las variables r_1 y r_2 , correspondientes a los valores V_1 y V_2 . Pero antes, necesitamos conocer una caracterización de la convexidad fuerte para una función cuadrática.

Lema 1: La función cuadrática:

$$Q(x) = \frac{1}{2} x^T A x + b^T x$$

definida sobre un conjunto convexo $C \subseteq \mathbb{R}^n$, es α -convexa, si y sólo si, la matriz:

$$Q = A - 2\alpha I_n$$

es semidefinida positiva.

El índice de convexidad fuerte de la función varianza no puede ser cualquier número positivo. El siguiente resultado establece el intervalo al cual debe pertenecer tal índice.

Teorema 4: El índice de convexidad fuerte α , de la función varianza pertenece al intervalo:

$$\alpha \in \left(0, \frac{\sigma_1^2 + \sigma_2^2}{4} - \frac{1}{4} \sqrt{(\sigma_1^2 - \sigma_2^2)^2 + 4\rho^2 \sigma_1^2 \sigma_2^2} \right)$$

Una vez hallado el intervalo de variación del parámetro α , vemos que depende de los valores de las desviaciones típicas y del coeficiente de correlación. Recíprocamente, podríamos encontrar un intervalo de variación del coeficiente de correlación en función del índice de convexidad fuerte, considerando que los riesgos de los activos están fijados. Veamos a continuación, la relación existente entre el índice de convexidad fuerte α , y el coeficiente de correlación ρ .

Teorema 5: El intervalo de variación del coeficiente de correlación ρ es:

$$\rho \in \left(-\sqrt{1 + \frac{4\alpha^2 - 2\alpha(\sigma_1^2 + \sigma_2^2)}{\sigma_1^2 \sigma_2^2}}, \sqrt{1 + \frac{4\alpha^2 - 2\alpha(\sigma_1^2 + \sigma_2^2)}{\sigma_1^2 \sigma_2^2}} \right)$$

Demostración:

Según el intervalo hallado, se tiene:

$$\sqrt{(\sigma_1^2 - \sigma_2^2)^2 + 4\rho^2 \sigma_1^2 \sigma_2^2} < \sigma_1^2 + \sigma_2^2 - 4\alpha$$

y elevando ambos términos al cuadrado:

$$\sigma_1^4 + \sigma_2^4 - 2\sigma_1^2 \sigma_2^2 + 4\rho^2 \sigma_1^2 \sigma_2^2 < \sigma_1^4 + \sigma_2^4 + 2\sigma_1^2 \sigma_2^2 + 16\alpha^2 - 8\alpha(\sigma_1^2 + \sigma_2^2)$$

es decir;

$$\rho^2 < 1 + \frac{4\alpha^2 - 2\alpha(\sigma_1^2 + \sigma_2^2)}{\sigma_1^2 \sigma_2^2}$$

En consecuencia el intervalo de variación del coeficiente de correlación ρ , es:

$$\rho \in \left(-\sqrt{1 + \frac{4\alpha^2 - 2\alpha(\sigma_1^2 + \sigma_2^2)}{\sigma_1^2 \sigma_2^2}}, \sqrt{1 + \frac{4\alpha^2 - 2\alpha(\sigma_1^2 + \sigma_2^2)}{\sigma_1^2 \sigma_2^2}} \right)$$

El coeficiente ρ depende del índice de convexidad fuerte α . Hagamos un estudio de este intervalo de variación, calculando los puntos estacionarios de la función $f(\alpha)$. Hemos denotado por la función $f(\alpha)$, al radicando que aparece en el Teorema 5.

$$f(\alpha) = 1 + \frac{4\alpha^2 - 2\alpha(\sigma_1^2 + \sigma_2^2)}{\sigma_1^2 \sigma_2^2} = \frac{\sigma_1^2 \sigma_2^2 + 4\alpha^2 - 2\alpha(\sigma_1^2 + \sigma_2^2)}{\sigma_1^2 \sigma_2^2}$$

$$f(\alpha) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \alpha_1 = \frac{\sigma_1^2}{2} \\ \alpha_2 = \frac{\sigma_2^2}{2} \end{cases}$$

En los puntos hallados la ordenada es nula, veamos ahora las derivadas primera y segunda para estudiar la convexidad de la función.

$$f'(\alpha) = \frac{8\alpha - 2(\sigma_1^2 + \sigma_2^2)}{\sigma_1^2 \sigma_2^2} = 0 \Leftrightarrow \alpha = \frac{\sigma_1^2 + \sigma_2^2}{4}$$

$$f''(\alpha) = \frac{8}{\sigma_1^2 \sigma_2^2} > 0$$

La función $f(\alpha)$ es estrictamente convexa, por ser su derivada segunda estrictamente positiva. Además, como sólo existe un punto estacionario, éste es el mínimo de la función, cuyo valor es:

$$f\left(\frac{\sigma_1^2 + \sigma_2^2}{4}\right) = 1 - \frac{(\sigma_1^2 + \sigma_2^2)^2}{\sigma_1^2 \sigma_2^2}$$

Este valor es negativo ya que: $4\sigma_1^2 \sigma_2^2 < (\sigma_1^2 + \sigma_2^2)^2$, y por lo tanto estamos ya en condiciones de dibujar la gráfica de la función $f(\alpha)$, utilizando la información hallada.

$$\alpha_{\max} < \frac{\sigma_1^2 + \sigma_2^2}{4} - \frac{1}{4} \sqrt{(\sigma_1^2 - \sigma_2^2)^2 + 4\rho^2 \sigma_1^2 \sigma_2^2} \leq \frac{\sigma_1^2}{2}$$

La Figura 3 muestra la forma funcional de $f(\alpha)$, para cualquier valor del índice de convexidad fuerte α . Se ha considerado para su representación el caso: $\sigma_1 < \sigma_2$.

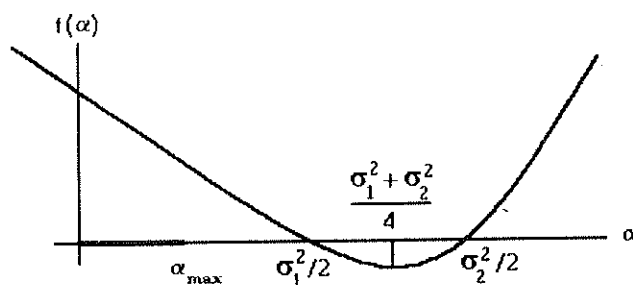


Figura 3.

6. CONCLUSIONES.

Como se puede observar, en el intervalo $\alpha \in (0, \alpha_{\max})$ la función $f(\alpha)$ es positiva pero decreciente. Por lo tanto, como $\rho^2 < f(\alpha)$, se puede deducir que conforme aumenta el índice α de convexidad fuerte, disminuye el valor de la función $f(\alpha)$, y en consecuencia ρ^2 no puede aumentar de valor, ocurriendo con el valor absoluto del coeficiente de correlación $|\rho|$, un comportamiento similar. Se reduce la amplitud del intervalo de variación del coeficiente de correlación.

La conclusión que se deduce de esto, se puede resumir en las siguientes ideas. En realidad el caso $\sigma_1 > \sigma_2$ no tiene interés, porque al suponer desde el comienzo de este trabajo que: $R_2 > R_1$, esto quiere decir que el activo más arriesgado es el que tiene un menor rendimiento, y una conducta lógica y sobre todo racional, es dirigir la inversión hacia el valor V_2 , con un menor riesgo y una mayor rentabilidad.

En consecuencia, el caso más interesante corresponde a $\sigma_1 < \sigma_2$, en el cual, el activo más arriesgado es el que proporciona una mayor rentabilidad. Esta situación es la que se produce en la práctica, existiendo incertidumbre en la proporción que debe definir a la cartera, incluso con sólo dos activos en juego. En estas condiciones, al tener el segundo activo más rendimiento que el primero, y según se pudo comprobar en la Figura 1, al disminuir el coeficiente ρ , aumenta el rendimiento medio de la cartera, alcanzando valores máximos de rendimiento, con valores negativos de ρ . Sin embargo, al aumentar el carácter convexo de la función varianza, disminuye el valor absoluto del coeficiente de correlación, estableciéndose de esta manera, un enfrentamiento entre dos parámetros: el índice de convexidad fuerte y el coeficiente de correlación. Si aumenta α , disminuye $|\rho|$, y por tanto el rendimiento de la cartera decrece.

En el estudio realizado sobre la selección de cartera, inicialmente se pensó que debía existir una relación entre el índice de convexidad fuerte de la función varianza a minimizar, y el coeficiente de correlación entre los rendimientos de ambos valores. Tal afirmación, no sólo ha sido demostrada, sino que además se ha llegado a una expresión explícita que expresa a una de ellas en función de la otra. También se creía cierto, dadas las características de las funciones fuertemente convexas, que si la función varianza poseía tal propiedad adicional, se podría conseguir para un rendimiento ya prefijado, un riesgo aún más bajo que si no poseyera dicha propiedad. Desgraciadamente, y según los cálculos analíticos y el estudio realizado, esta afirmación se ha sabido que no es cierta. En realidad, lo que sí se cumple es precisamente lo contrario.

Según el Teorema 5, para una función varianza fuertemente convexa de índice α , el coeficiente de correlación pertenece al siguiente intervalo.

$$\rho \in \left(-\sqrt{1 + \frac{4\alpha^2 - 2\alpha(\sigma_1^2 + \sigma_2^2)}{\sigma_1^2 \sigma_2^2}}, \sqrt{1 + \frac{4\alpha^2 - 2\alpha(\sigma_1^2 + \sigma_2^2)}{\sigma_1^2 \sigma_2^2}} \right) \subseteq (-1, 1)$$

Si consideramos el valor de $\alpha = 0$, la función varianza sería únicamente convexa, en el sentido tradicional del término, y en estas condiciones dicho intervalo se transforma en: $\rho \in (-1, 1)$. Con lo cual, este coeficiente puede alcanzar valores más negativos, más próximos a -1, que para un valor estrictamente positivo del índice de convexidad fuerte α . Así, es posible aumentar el rendimiento global de la cartera del inversionista. Conclusión que se puede deducir observando nuevamente la Figura 1.

En definitiva, no interesa elegir como función minimizadora de la varianza de un inversionista, aquélla que sea marcadamente convexa, en el sentido en que está definida la convexidad fuerte según la Definición 1.

7. BIBLIOGRAFÍA.

- BOARD, J.L.G., SUTCLIFFE, C.M.S. (1994). "Estimation Methods in Portfolio Selection and the Effectiveness of Short Sales Restrictions: UK Evidence". *Management Science*, Vol 40, N° 4, (Abril 1994), 516-534.
- BREALEY, R., MYERS, S. (1988). "Fundamentos de financiación empresarial". MacGraw Hill.
- COPELAND, T.E., WESTON, J.F. (1983). "Financial Theory and Corporate Policy". Addison Wesley.
- CHIPMAN, J.S. (1973). "The Ordering of Portfolios in Terms of Mean and Variance". *Review of Economic Studies*. Vol 40, 167-190.
- HAUGEN, R.A., (1986). "Modern Investment Theory". Prentice-Hall International.
- KREPS, D. (1990). "A Course in Microeconomic Theory". Harvester Wheatsheaf.
- LAFFONT, J. (1985). "Cours de Théorie Microéconomique". Vol II. Economie de l'incertain et de l'information. Ed. Economica.
- LINTNER, J. (1965). "The Valuation of Risk Assets and the Selection of Risky Investments in Stock Portfolios and Capital Budgets". *Review of Economics and Statistics*, (Febrero 1965).
- MARKOWITZ, H. (1952). "Portfolio Selection". *Journal of Finance*, (Diciembre 1952).
- MERTON, R.C. (1972). "An Analytic Derivation of the efficient Portfolio Frontier". *Journal Financial and Quantitative Analysis*, 7, 3, (Septiembre 1972), 1851-1872.
- ROLL, R. (1977). "A Critique of the Asset Pricing Theory's Tests". *Journal Financial Economics*, 4, Marzo 1977, 129-176.
- ROTHSCHILD, M., STIGLITZ, J. (1976). "Equilibrium in Competitive Insurance Markets: an Essay on the Economics of Imperfect Information". *Quarterly Journal of Economics*.
- SHARPE, W.F. (1964). "Capital Asset Prices: A Theory of Market Equilibrium under Conditions of Risk". *Journal of Finance*, (Septiembre 1964).
- STIGLITZ, J.E. (1985). "Information and Economic Analysis". *Economic Journal*, suplemento.
- STIGLITZ, J.E. (1987). "The Causes and Consequences of the Dependence of Quality on Price". *Journal of Economic Literature*, (Marzo 1987).
- STIGLITZ, J.E. (1989). "Imperfect Information in the Product Market". Schmalensee-Willing.
- TOBIN, J. (1958). "Liquidity Preference as Behaviour Towards Risk". *Review of Economic Studies*, (Febrero 1958). (Traducido en Mueller, M. (ed.), *Lecturas de Macroeconomía*, Cecs, 1979).
- ZIEMBA, W.T., VICKSON, R.G. (1975). "Stochastic Optimization Models in Finance". Academic Press. New York.

UN PROBLEMA DE TRANSPORTE MULTIOBJETIVO CON INFORMACION ADICIONAL

AMPARO M. MARMOL CONDE

MIGUEL A. HINOJOSA RAMOS

Dpto. Economía Aplicada I.

JUSTO PUERTO ALBANDOZ

FRANCISCO R. FERNANDEZ GARCIA

Dpto. Estadística e

Investigación Operativa.

Universidad de Sevilla.

1. INTRODUCCION

Aunque los primeros estudios sobre planificación y diseño de redes de transporte estuvieron basados en la minimización de un solo objetivo (distancia total, tiempo de viaje, o costes de construcción), no cabe duda de que, en la mayoría de los casos, el problema tiene naturaleza multiobjetivo. Un reconocimiento temprano de esta naturaleza multiobjetivo puede verse en Dantzing(1966), donde se formula el modelo con el único objetivo de minimizar la razón coste-tiempo, pero en él se hace ya evidente el carácter multiobjetivo del problema.

La multiplicidad de objetivos, a menudo da lugar a conflictos entre ellos. Estos conflictos son particularmente evidentes en la planificación del transporte: el mínimo coste de transporte puede no ser accesible a un amplio sector de la población, puede ser indeseable por razones logísticas, o puede ser arriesgado, etc.. A menudo resulta imposible combinar los objetivos en una función de utilidad global, lo que hace necesario el tratamiento del problema desde la óptica de la Programación Multiobjetivo.

Podemos citar como trabajos tempranos en la aplicación de técnicas multiobjetivo al Problema de Transporte, los de Ferguson(1966), y Kapur(1970), que discuten la potencialidad de varias técnicas multiobjetivo para generar soluciones del problema. Aneja y Nair(1979) proponen un algoritmo para resolver el caso particular del Problema de Transporte con dos objetivos, que permite además la incorporación de un objetivo adicional, que permitirá controlar el tiempo máximo empleado en el proceso de Transporte.

En 1979, Diaz e Isermann, independientemente, desarrollaron algoritmos para la identificación de todo el conjunto de soluciones no dominadas del Problema de Transporte Multiobjetivo, y recientemente, Gallagher y Saleh(1994) han desarrollado un procedimiento para la obtención de los valores objetivo eficientes basado en el análisis del espacio de objetivos.

Estos procedimientos de generación de todo el conjunto de soluciones no dominadas conllevan una carga computacional considerable, y en muchos casos generan un número demasiado grande de alternativas, lo que no ayuda mucho en el proceso de decisión. Se hace por tanto preciso, construir

procedimientos que precisen más la estructura de preferencias del decisor. Esto puede hacerse mediante la construcción de funciones de compromiso (Díaz, 1978), de esta forma solo se calcula una solución no dominada. La adecuación de esta solución a los deseos del decisor será función de lo bien que actúe la función de compromiso como sustituta de la función de utilidad subyacente del decisor.

Otra alternativa es la utilización de métodos interactivos, que tienen la ventaja de reducir la carga computacional que conllevan otros métodos, y la de incorporar en mayor medida la información que puede proporcionar el decisor (Klingman y Mote, 1982, Ringuest y Rinks, 1987).

En el presente trabajo se presenta otra metodología para el tratamiento del problema multiobjetivo, basada en la mejora de la estructura de preferencias del decisor, cuando es posible incorporar información sobre los pesos de importancia de los objetivos. Cuando no se dispone de información adicional, la estructura de preferencias del decisor (preferencia de Pareto) puede resultar insuficiente, debido al número de soluciones que genera. Así pues, si el decisor es capaz de proporcionar más información sobre la importancia de los objetivos, se mejorará la estructura de preferencias y debe usarse para reducir el conjunto de soluciones no dominadas de interés. Algunos casos particulares han sido ya tratados en la literatura, Steuer (1986) propone establecer intervalos de variación para los pesos de importancia de los objetivos, Carrizosa y otros (1995) estudian el caso en que la información viene dada mediante relaciones lineales sobre los pesos. En Mármol (1994), se aborda el caso general, que incluye a los anteriores, en que pueden establecerse niveles inferiores y superiores en las relaciones lineales sobre los pesos de importancia de los objetivos. Además se proporcionan procedimientos para la incorporación de nueva información al problema de forma secuencial.

Los procedimientos que permiten la incorporación de información adicional se aplican, en este trabajo, para la obtención de las soluciones no dominadas que son acordes con las preferencias del decisor en un problema de Transporte Multiobjetivo.

En la sección 2 se formula un Problema de Transporte donde se han establecido 3 objetivos, en la sección 3 se analiza la influencia de la incorporación de la información sobre la importancia de los objetivos en la obtención de las soluciones de interés.

2. FORMULACION DEL PROBLEMA

Consideremos un problema de transporte de maquinaria pesada, en el que hay dos puntos de suministro y trece puntos de destino, que coinciden con distintas ciudades españolas. Las rutas de los puntos de suministro a los puntos de destino están previamente establecidas, y son bien ruta de carretera, o bien ruta de ferrocarril. Debido a las grandes dimensiones de la maquinaria, cada unidad ha de transportarse de forma independiente. El plan de transporte ha de realizarse teniendo en cuenta las circunstancias siguientes:

Es necesario cubrir exactamente la demanda de los puntos de destino.

La empresa desea minimizar el coste total de transporte de la maquinaria, aunque se ha comprometido con la Administración a tener en cuenta el deterioro en la fluidez del tráfico que supone el transporte por carretera de la maquinaria.

Por otra parte, se desea que el tiempo total invertido en el proceso de transporte sea mínimo.

En la siguiente tabla se representan la disponibilidad de los puntos de suministro, las demandas de los puntos de destino, las distancias entre las distintas ciudades, y si cada ruta es de ferrocarril o de carretera.

TABLA 1

| | | HUELVA | TARRAGONA |
|-------------|---------|--------------------|--------------------|
| | | disponible 2018 | disponible 1176 |
| | demanda | | |
| VITORIA | 12 | 914 C | 496 C |
| OVIEDO | 43 | 880 F | 811 F |
| BADAJOS | 806 | 270 C | 965 C |
| BARCELONA | 402 | 1112 F | 97 C |
| BURGOS | 941 | 978 F | 534 C |
| CORDOBA | 4 | 232 C | 783 F |
| S.SEBASTIAN | 22 | 1095 C | 469 C |
| MADRID | 347 | 624 C | 561 C |
| MURCIA | 10 | 625 C | 513 F |
| SALAMANCA | 26 | 564 F | 720 C |
| SEVILLA | 34 | 95 C | 920 F |
| VALENCIA | 233 | 755 F | 260 F |
| BILBAO | 35 | 1035 C | 537 F |

En orden a encontrar soluciones satisfactorias se establecen tres objetivos:

Objetivo 1: Minimización del coste total de transporte.

Objetivo 2: Minimización de la distancia total recorrida por carretera.

Objetivo 3: Minimización del tiempo total del proceso.

Se definen las variables x_{ij} , $i=1,2$; $j=1,...,14$, que representan el número de unidades transportadas del origen i al destino j , y en función de estas, se establecen las funciones a optimizar de acuerdo con los objetivos.

El coste de transporte se establece de la siguiente forma: si la ruta es de carretera, el coste inicial de transportar una unidad será un número de unidades monetarias igual a la distancia en Kms. Si la ruta es de ferrocarril, el coste inicial de transportar una unidad será igual a la distancia en Kms. multiplicada por 1.5. En ambos casos, si la distancia excede los 1000 Kms., el coste de transportar una unidad será el coste calculado anteriormente multiplicado por 1.5.

Por otra parte, el almacenamiento de excedentes supone un coste por unidad de 1000 u.m. en Huelva y de 500 u.m en Tarragona.

Para el cálculo del tiempo, ha de tenerse en cuenta que el transporte por carretera se hace a una velocidad media de 70 Kms./h., el transporte por ferrocarril se hace a una velocidad de 100 Kms./h., pero las unidades transportadas en tren necesitan un tiempo adicional de carga y descarga que se estima en 1 hora por unidad transportada.

Las funciones objetivo se establecen como:

1) Función de coste total (medida en miles de pts.)

$$C(x) = C_c \left(\sum_{(i,j) \in C} d_{ij} x_{ij} \right) + C_F \left(\sum_{(i,j) \in F} d_{ij} x_{ij} \right) + p \left(\sum_{d_{ij} > 1000} d_{ij} x_{ij} \right) + \sum_{i=1}^m s_i x_{in}$$

donde d_{ij} : distancia del origen i al destino j , c_c : coste normal de transportar una unidad por carretera, c_F : coste normal de transportar una unidad por ferrocarril, s_i : coste de almacenar una unidad en el origen i , y p : penalización por distancias largas.

2) Función distancia recorrida por carretera (medida en Kms.):

$$d(x) = \sum_{(i,j) \in C} d_{ij} x_{ij}$$

3) Función tiempo total del proceso (medido en horas):

$$t(x) = \sum_{(i,j) \in F} d_{ij} x_{ij} / V_F + t_c \sum_{(i,j) \in F} x_{ij} + \sum_{(i,j) \in C} d_{ij} x_{ij} / V_C$$

donde v_F : velocidad del transporte por ferrocarril, v_C : velocidad del transporte por carretera, t_c : tiempo de carga y descarga de las unidades transportadas por ferrocarril.

Planteamos, pues, un Problema de Transporte con 2 orígenes y 14 destinos. El destino número 14 es un destino ficticio creado para nivelar la diferencia entre la disponibilidad total y la demanda total. Las unidades enviadas desde cada uno de los orígenes a este destino representan las unidades almacenadas en los orígenes, por lo que los costes de transporte asociados pueden considerarse respectivamente 1000 y 500.

El problema responde al siguiente modelo:

$$\begin{aligned} \text{MIN} \quad & \{ C^1x, C^2x, C^3x \} \\ \text{s. a.} \quad & \sum_{j=1}^n x_{ij} = a_i, \quad i=1, \dots, m \\ & \sum_{i=1}^m x_{ij} = b_j, \quad j=1, \dots, n \\ & x_{ij} \geq 0, \quad i=1, \dots, m \\ & \quad \quad j=1, \dots, n. \end{aligned}$$

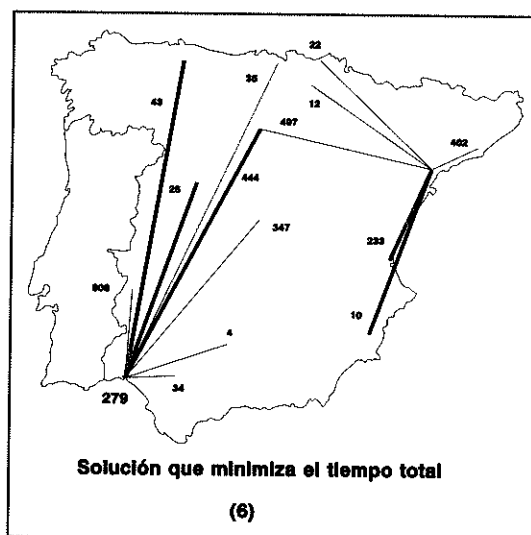
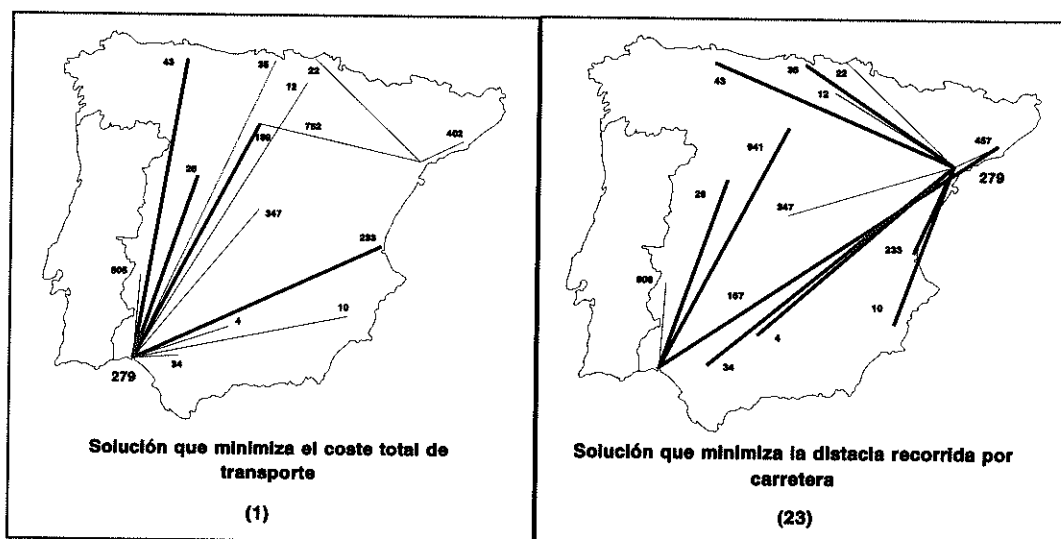
donde

$$\begin{aligned} C^1 &= (914, 1320, 270, 2502, 1319, 232, 1643, 624, 625, 846, 95, 1133, 1553, 1000, 496, 1217, 965, 97, \\ & \quad 543, 1175, 469, 561, 770, 720, 1380, 390, 806, 500) \\ C^2 &= (914, 0, 270, 0, 0, 232, 1095, 624, 625, 0, 95, 0, 1035, 0, 496, 0, 965, 97, 534, 0, 469, 561, 0, 720, 0, 0, \\ & \quad 0, 0) \\ C^3 &= (13.05, 9.8, 3.85, 13.12, 9.79, 3.31, 15.64, 8.9, 8.92, 6.64, 1.35, 8.55, 4.78, 0, 7.08, 9.11, 13.7, 1.38, \\ & \quad 7.63, 8.83, 6.7, 8, 6.13, 10.28, 10.2, 3.6, 6.37, 0) \\ a &= (2018, 1176) \\ b &= (12, 43, 806, 402, 941, 4, 22, 347, 10, 26, 34, 233, 35, 279). \end{aligned}$$

Si no es posible obtener ninguna información sobre las preferencias del decisor con respecto a los objetivos, el tratamiento del problema consiste en la obtención del conjunto de soluciones que no son mejorables con respecto a todos los objetivos.

Diremos que una solución factible, x , domina a otra solución factible, y , si $c^i x < c^i y$, $i=1,2,3$; y una solución factible x es no dominada, si no existe otra solución factible que la domine.

Este problema tiene 23 puntos extremos no dominados. Resulta evidente que este tipo de información, aún en los casos en que sea posible obtenerla, no es útil para el decisor, debido a la gran cantidad de soluciones presentadas, y a la similitud de muchas de ellas. Una manera más práctica de abordar el problema, en una primera fase, consiste en la resolución de cada uno de los tres problemas uniobjetivo. Se obtienen así, al menos tres soluciones no dominadas del problema múltiple, que son bastante representativas. En cada una de las soluciones óptimas de estos problemas se evalúan también los otros dos objetivos, obteniéndose una tabla de pagos que da una idea al decisor sobre los rangos de variación de los valores óptimos de los objetivos. Las tres soluciones no dominadas obtenidas, en este caso son:



En lo que sigue, consideraremos los coeficientes de las funciones objetivos multiplicados por un factor de equiparación de rangos (Steuer, 1986)

$$\Pi_i = (1/R_i) \left(\sum_{j=1}^k 1/R_j \right)^{-1} \quad i=1, \dots, k$$

donde R_i es la amplitud del rango de valores del i -ésimo objetivo sobre el conjunto de puntos no dominados.

3. EL PROBLEMA DE TRANSPORTE CON INFORMACION ADICIONAL SOBRE LA IMPORTANCIA DE LOS OBJETIVOS

Sin información adicional sobre la importancia de los objetivos, el conjunto de pesos admisibles para el decisor (a partir del que se generarían todas las soluciones no dominadas o eficientes del

$$\Omega = \{ \omega \in \mathbb{R}^3, \quad e^t \omega = 1, \omega \geq 0 \}$$

problema), viene dado por

Los procedimientos que utilizaremos para la incorporación de información adicional sobre la importancia de los objetivos, consistirán en la reducción del conjunto de pesos admisibles, de forma que, si es posible obtener los puntos extremos del nuevo poliedro de pesos, el problema de obtener los puntos no dominados acordes con la información proporcionada, se reduce a la obtención de las soluciones no dominadas del problema múltiple transformado $\text{Min } \{ LCx, x \in S \}$, donde L es la matriz cuyas filas son los puntos extremos del nuevo poliedro de pesos, C la matriz de objetivos del problema de transporte, y S la región factible de dicho problema.

Consideraremos distintas formas de incorporar información, que se traducen en distintos tipos de reducción del conjunto de pesos:

3.1. RELACIONES INTERVALARES SOBRE LOS PESOS

Aunque el decisor no pueda establecer exactamente los pesos de importancia de los objetivos, en muchas ocasiones sí es capaz de proporcionar intervalos de variación de estos valores. Se tiene así un subconjunto del conjunto de pesos admisibles, que es de la forma

$$P_{\alpha, \beta} = \{ \omega \in \mathbb{R}^3, \quad \omega_i \in [\alpha_i, \beta_i], \quad i=1, \dots, k, \quad e^t \omega = 1 \}$$

Supongamos que para la resolución del problema de Transporte Múltiple, el decisor ha podido proporcionar los siguientes intervalos de variación de los pesos de los objetivos:

$$\omega_1 \in [0.2, 0.7], \quad \omega_2 \in [0.2, 0.5], \quad \omega_3 \in [0.1, 0.8].$$

Los puntos extremos del poliedro de pesos se obtienen mediante el algoritmo 2.6 (Mármol, 1994), y vienen dados por:

$$(0.7, 0.2, 0.1), (0.2, 0.2, 0.6), (0.4, 0.5, 0.1), (0.2, 0.5, 0.3).$$

Resolviendo el problema con cuatro objetivos $\text{Min } \{ LCx, x \in S \}$, donde L es la matriz cuyas filas son los puntos extremos del poliedro de pesos, se obtienen los cuatro puntos extremos no dominados del problema que son acordes con la información proporcionada.

3.2. RELACIONES LINEALES SOBRE LOS PESOS

Otra forma de incorporar información sobre la importancia de los objetivos, consiste en la especificación de relaciones lineales sobre los pesos. En determinadas condiciones, (Carrizosa y otros, 1995, Mármol, 1994), la matriz que representa las relaciones es una matriz con inversa no negativa. Esta propiedad es de especial importancia para la obtención de los puntos extremos del nuevo poliedro de pesos.

3.2.1. RELACIONES LINEALES HOMÓGENEAS

Se tiene en estos casos que el nuevo poliedro de pesos es de la forma

$$P_M = \{ \omega \in \mathbb{R}^3, M\omega \geq 0, e^t \omega = 1 \}$$

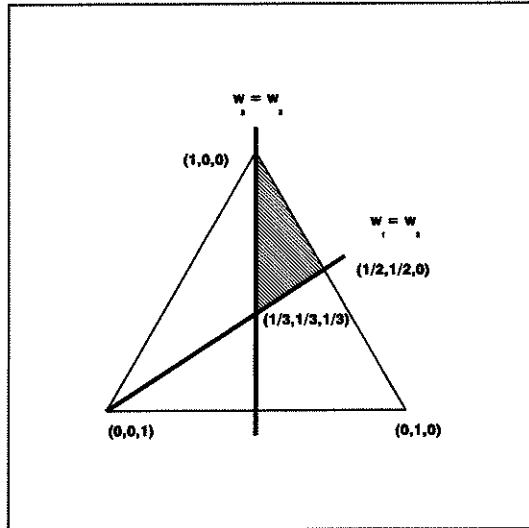
Supongamos que el decisor establece un orden de importancia entre los objetivos:

$\omega_1 \geq \omega_2 \geq \omega_3$. Matricialmente, estas relaciones pueden expresarse como $M\omega \geq 0$, donde M es la matriz

$$M = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

La matriz M tiene inversa no negativa, por lo que el conjunto de puntos extremos que determinan las relaciones viene dado por las columnas de la matriz M^{-1} , normalizada de forma que las columnas sumen la unidad (Carrizosa y otros, 1995).

En la siguiente gráfica, se representa la reducción del conjunto de pesos, sobre el hiperplano $e^t \omega = 1$, cuando se proporcionan esta ordenación:



El problema a resolver para obtener los puntos eficientes del Problema de Transporte acordes con la información proporcionada, será el problema con tres objetivos $\text{Min } \{ L_1' Cx, x \in X \}$, donde L_1 es la matriz de las columnas de M^{-1} , normalizadas para sumar la unidad. Este problema tiene 8 puntos extremos no dominados.

A partir de las relaciones anteriores, consideremos los siguientes casos:

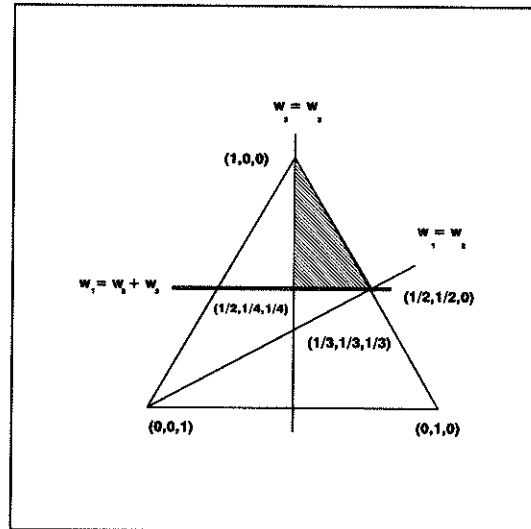
1. El decisor proporciona más información sobre los pesos, de la forma $\bar{w}_1 \geq \bar{w}_2 + \bar{w}_3$, es decir, la importancia del primer objetivo mayor o igual que la suma de los otros dos.

La incorporación de esta nueva relación al conjunto de pesos se hace de la siguiente forma:

$v = a_1 L_1 = (1, -1, -1)$ $L_1 = (1, 0, -1/3)$, y en virtud del teorema 2.49 (Mármol, 1994), el nuevo poliedro de pesos tiene 3 puntos extremos, que vienen dados por las columnas de la matriz

$$L_2 = \begin{bmatrix} 1 & 1/2 & 1/2 \\ 0 & 1/2 & 1/4 \\ 0 & 0 & 1/4 \end{bmatrix}$$

Gráficamente, la reducción del conjunto de pesos:



El problema a resolver para obtener las soluciones del problema de Transporte acordes con la información proporcionada es $\text{Min } \{ L_2' Cx, x \in S \}$.

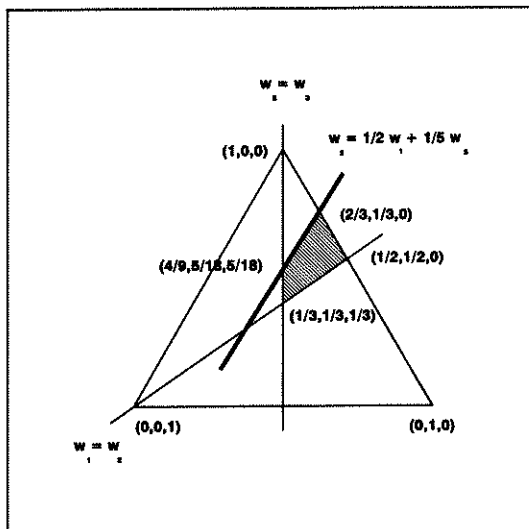
2. Si a partir de las relaciones anteriores, el decisor desea incorporar la nueva relación $w_3 \geq 0.8w_1 + 0.4w_2$, se tiene $v = a_2 L_2 = (-0.8, -0.6, -0.25)$. Esta relación es incompatible con las anteriores (teorema 2.45, Mármol, 1994). El decisor debe volver a considerar la información proporcionada.

3. Supongamos que a partir de las relaciones originales de orden, el decisor ha proporcionado la siguiente relación $w_2 \geq 1/2w_1 + 1/5w_3$. En este caso $v = a_3 L_1 = (-1/2, 1, -1/5) L_1 = (-1/2, 1/4, 1/10)$.

La nueva relación reduce el conjunto de pesos, dando lugar a un nuevo poliedro con cuatro puntos extremos (teorema 2.50, Mármol 1994), que vienen dados por las columnas de la matriz.

$$L_3 = \begin{bmatrix} 1/2 & 1/3 & 2/3 & 4/9 \\ 1/2 & 1/3 & 1/3 & 5/18 \\ 0 & 1/3 & 0 & 5/18 \end{bmatrix}$$

Gráficamente, la reducción del conjunto de pesos:

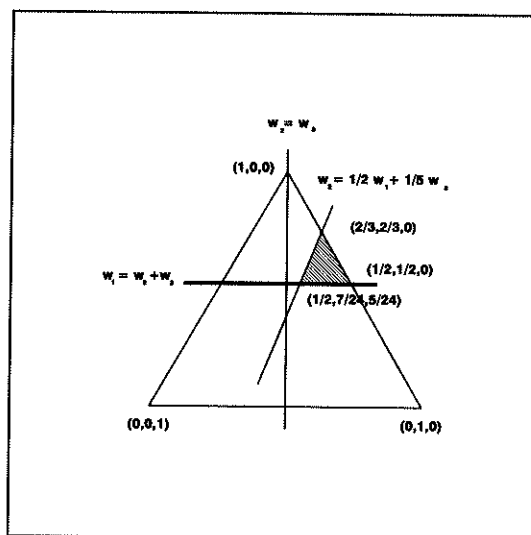


El problema a resolver, para la obtención de los puntos no dominados acordes con las relaciones dadas, es el problema con cuatro objetivos $\text{Min } \{ L_3' Cx, x \in S \}$.

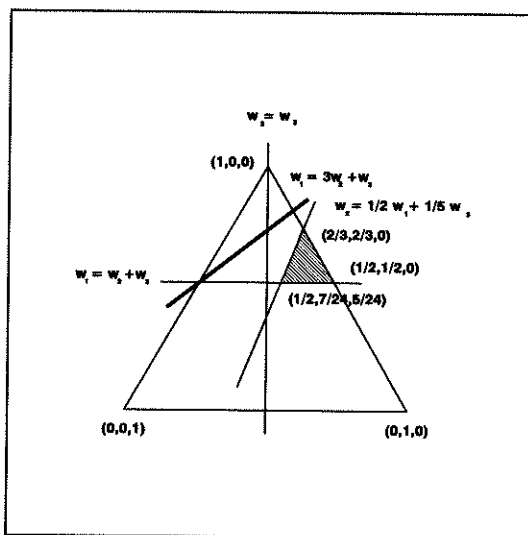
4. Si a partir de las relaciones de orden, y las relaciones del caso 1, se incorpora la relación $\omega_2 \geq 1/2 \omega_1 + 1/5 \omega_3$, se tiene $v = a_3 L_2 = (-1/2, 1/4, -1/20)$, de donde el nuevo conjunto de pesos tienen tres puntos extremos, dados por las columnas de la matriz

$$L_4 = \begin{bmatrix} 2/3 & 1/2 & 1/2 \\ 1/3 & 1/2 & 7/24 \\ 0 & 0 & 5/24 \end{bmatrix}$$

Gráficamente, la reducción del conjunto de pesos:

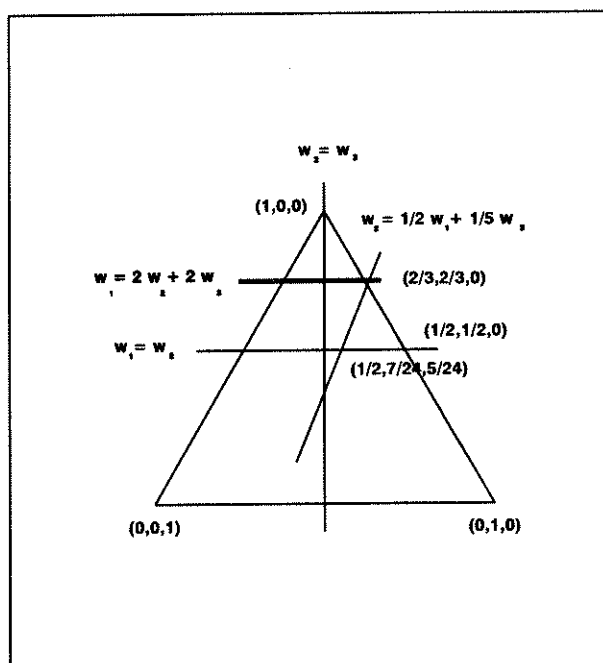


5. A partir de las relaciones del caso anterior, se desea incorporar $\omega_1 \leq 3\omega_2 + \omega_3$. Se tiene $v = a_4 L_4 = (1/3, 1, 14/24)$, por lo que esta información es redundante (teorema 2.45, Mármol, 1994), y no habrá que considerarla. Gráficamente:



Obsérvese, que si se elimina la relación a_3 , esta nueva relación sí supondría una reducción del conjunto de pesos.

6. A partir de las relaciones del caso 4), el decisor quiere incorporar la relación $\omega_1 \geq 2\omega_2 + 2\omega_3$, $v = (1, -2, -2)L_4 = (0, -1/2, -1/2)$, de donde el nuevo conjunto de pesos, tiene un sólo punto extremo $\bar{\omega}^0 = (2/3, 1/3, 0)^t$. Gráficamente:



El problema de obtener los puntos eficientes acordes con la información se reduce a resolver el problema uniobjetivo $\text{Min } \{ \bar{\omega}^0 Cx, x \in S \}$, cuya solución es el punto extremo eficiente que será solución óptima para el decisor.

3.2.2. RELACIONES LINEALES NO HOMOGENEAS

Si además de las relaciones lineales sobre los pesos de importancia de los objetivos, es posible establecer niveles superiores e inferiores sobre estas relaciones, el nuevo conjunto de pesos admisibles tiene la forma

$$P_{M, \alpha, \beta} = \{ \omega \in \mathbb{R}^3, \alpha \leq M\omega \leq \beta, e^t \omega = 1 \}$$

en este caso, la obtención de los puntos extremos puede hacerse haciendo una transformación de este poliedro, de forma que es posible aplicar el algoritmo 2.6 (Mármol, 1994).

Supongamos que el decisor establece relaciones sobre los pesos de la forma:

$$\begin{aligned} 0.5 &\leq \omega_1 - \omega_2 \leq 0.7 \\ 0.2 &\leq \omega_2 - \omega_3 \leq 0.5 \\ \omega_3 &\leq 0.2 \end{aligned}$$

$$\begin{bmatrix} 0.5 \\ 0.2 \\ 0 \end{bmatrix} \leq \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \omega \leq \begin{bmatrix} 0.7 \\ 0.5 \\ 0.2 \end{bmatrix}$$

Dado que la matriz M , que relaciona los pesos tiene inversa no negativa, en virtud del corolario 2.19 (Mármol, 1994), los puntos eficientes del Problema de Transporte acordes con esta información, son los puntos eficientes del problema $\text{Min}\{ L^t M^{-1} Cx, x \in S \}$, donde las filas de la matriz

$$L = \begin{bmatrix} 0.6 & 0.2 & 0 \\ 0.5 & 0.25 & 0 \\ 0.5 & 0.2 & 0.033 \end{bmatrix}$$

son los tres puntos extremos del conjunto:

$$P = \{ \gamma \in \mathbb{R}^3, \text{ e } {}^t M^{-1} \gamma = 1, \alpha \leq \gamma \leq \beta \}$$

4. BIBLIOGRAFIA

ANEJA, Y.P., NAIR, K.P. (1979), "Bicriteria Transportation Problem". *Management Science* 25, 73-78.

CARRIZOSA, E. ET AL. (1995), "Multicriteria Analysis with Partial Information about weighting Coefficients", *EJOR*.

DANTZING G., et al. (1966), "Finding a Cycle in a Graph with Minimum Cost to Time Ratio with Application to a Ship Routing Problem". *Theory of Graph International Symposium*, Gordon and Breach, New York, 77-84.

DIAZ, J.A. (1979), "Finding a Complete Description of all Efficient Solutions to a Multiobjective Transportation Problem". *Ekonomicko-matematicky Obzor* 15, 62-73.

FERGUSON, G.A. (1966), "Development of Transportation Systems Alternatives". *Highway Research Records* 148, 1-8.

GALLAGHER, R.J. AND SALEH, O.A. (1994), "Constructing the Set of Efficient Objectives Values in Linear Multiple Objective Transportation Problems", *EJOR* 73, 150-173.

ISERMANN, H. (1979), "The Enumeration of a Set of all Efficient Solutions for a Linear Multiple Objective Program". *Operational Research Quarterly* 26, 123-139.

KAPUR, K. (1970), "Mathematical Methods of Optimization for Multiobjective Transportation Systems". *Socio-Economic Planning Sciences* 4, 451-467.

KLINGMAN, D. AND MOTE, J. (1982), "Solution Approaches for Network Flow Problems with Multiple Criteria". *Advances in Management Studies* 1, 1-30.

MARMOL, A. (1994), "El Problema de Transporte Multiobjetivo con Información Adicional". *Tesis Doctoral*. Universidad de Sevilla.

STEUER, R.E. (1986), "Multiple Criteria Optimization: Theory, Computation and Application". Wiley, New York.

Caracterización de equilibrios *feedback* en juegos diferenciales mediante ecuaciones en derivadas parciales

Julia Martínez Rodríguez & Juan Pablo Rincón Zapatero
Dpto. Economía Aplicada (Matemáticas)
Universidad de Valladolid

1 Introducción

La teoría de los juegos diferenciales, adquiere cada vez un papel más importante en diversas áreas de investigación, en particular en la Economía. Si en problemas de control óptimo es deseable obtener una solución en términos de leyes *feedback*, aún lo es más en problemas planteados como un juego diferencial, dadas las componentes estratégicas que intervienen. Sin embargo, salvo en el caso lineal cuadrático, donde es posible aplicar técnicas clásicas en relación al espacio de Hilbert, no es fácil encontrar equilibrios de Nash en estrategias *feedback*. Nuestro enfoque, inspirado en el de Bourdache y Fliess [1] para problemas de control óptimo no lineal, está basado en la caracterización de las estrategias que constituyen un equilibrio de Nash, como la solución de un sistema de ecuaciones en derivadas parciales que se deduce a partir de las condiciones necesarias de optimalidad establecidas por el principio del máximo. A dicho sistema conduce la eliminación de las variables de coestado que aparecen en la definición de los hamiltonianos asociados a los jugadores. En la sección 4 demostramos que si el sistema de ecuaciones admite una solución de clase C^1 , entonces las ecuaciones de Hamilton-Jacobi-Bellmann admiten solución, es decir, las estrategias obtenidas tienen la propiedad de consistencia fuerte. En algunos casos será posible deducir una expresión (explícita o implícita) para la solución. En el caso en que la solución esté dada en forma implícita, todavía será posible estudiar sus propiedades y dar un desarrollo de Taylor si la solución es analítica. Otra faceta importante de nuestro método, es que permite aproximar la solución mediante métodos numéricos. En la literatura existen pocos estudios numéricos del equilibrio de Nash *feedback*, dada la imposibilidad de aplicar los métodos habituales, válidos sólo para estrategias de ciclo abierto; únicamente en algunos trabajos se realizan aproximaciones numéricas; pero sobre la clase de estrategias lineales. Tal limitación es, desde luego, poco deseable. El estudio de las ecuaciones en derivadas parciales que caracterizan el equilibrio de Nash entre todas las estrategias *feedback* admisibles, proporciona la solución, sin necesidad de restringir las estrategias a determinados tipos.

2 Formulación del juego diferencial

Consideramos el juego diferencial de N jugadores definido por:

$$\max_{u^i \in \mathcal{U}^i} \left\{ J^i(u) = \int_{t_0}^T L^i(t, x, u) dt + \Phi^i(T, x(T)) \right\}, \quad i = 1, \dots, N \quad (1)$$

$$\text{s. a: } x' = f(t, x, u), \quad x(t_0) = x_0, \quad (2)$$

donde $x(t) \in \mathbb{R}^n$, $u = (u^1, \dots, u^N)$, $u^i(t, x(t)) \in U^i \subseteq \mathbb{R}^{m_i} \quad \forall t \in [0, T]$, con

$$U^i = \{u^i : [0, T] \times \mathbb{R}^n \longrightarrow U^i : u^i(\cdot, x) \text{ es continua a trozos en } [0, T] \\ \text{y } u^i(t, \cdot) \text{ lipschitziana en } x \}$$

Las funciones L^i , f y Φ^i son de clase C^2 y se considera T fijo. Nos centraremos en el caso escalar¹, $n = 1$ y $m_i = 1$ para todo i . Nuestro objetivo es determinar un elemento $\hat{u} \in \mathcal{U}_1 \times \dots \times \mathcal{U}_N = \mathcal{U}$ tal que:

$$J^i(\hat{u}^1, \dots, \hat{u}^{i-1}, u^i, \hat{u}^{i+1}, \dots, \hat{u}^N) \leq J^i(\hat{u}), \quad \forall u^i \in \mathcal{U}^i, \quad i = 1, \dots, N.$$

Es decir, un equilibrio de Nash del juego.

3 Condiciones necesarias

Introducimos el hamiltoniano del jugador i -ésimo:

$$H^i(t, x, u, \mu_i) = L^i(t, x, u) + \mu_i f(t, x, u),$$

donde μ_i es la variable de coestado. Si $\hat{u} \in \mathcal{U}$ es equilibrio de Nash, entonces existen funciones continuas con derivada continua a trozos, $\lambda_1, \dots, \lambda_N$ tales que se verifica el sistema de ecuaciones diferenciales:

$$\lambda'_i = -\widehat{H}_x^i - \sum_{j=1}^N \widehat{H}_{u_j}^i \hat{u}_j^i, \quad (3)$$

$$x' = \widehat{H}_{\mu_i}^i, \quad (4)$$

con valores en la frontera:

$$\lambda_i(T) = \Phi_x^i(T, x(T)), \quad (5)$$

$$x(t_0) = x_0. \quad (6)$$

¹Los resultados se pueden extender al caso más general de $n > 1$ variables de estado y de control. Cuando el número de variables no coincide, en general se obtiene un sistema de ecuaciones en derivadas parciales de orden mayor que uno.

para $i = 1, \dots, N$, donde \widehat{H}^i denota H^i evaluado en $(t, x, \widehat{u}, \lambda_i)$.

Además, dado que no existen restricciones sobre los valores que pueden tomar las estrategias, el principio del máximo establece:

$$\widehat{H}_{u^i}^i = 0, \quad \forall t \in [t_0, T]. \quad (7)$$

Obsérvese que por tanto, del sumatorio de (3) desaparece el sumando i -ésimo. Una diferencia con respecto a las ecuaciones que aparecen en un problema de control se da precisamente en (3), dado que generalmente, en un juego diferencial, no se verifica $\widehat{H}_w^i = 0$ si $i \neq j$.

Dado que (7) se verifica para todo t , entonces:

$$\frac{d}{dt} \widehat{H}_{u^i}^i = 0, \quad i = 1, \dots, N.$$

Sustituyendo en esta expresión el valor de λ_i' determinado por (3) y teniendo en cuenta (7), se obtiene un sistema de ecuaciones en derivadas parciales donde no aparecen las variables de coestado:

$$\begin{aligned} 0 &= \frac{d}{dt} H_{u^i}^i(t, x, \widehat{u}(t, x), \lambda_i) \\ &= \widehat{H}_{u^i, t}^i + \widehat{H}_{u^i, x}^i f + \sum_{j=1}^N \widehat{H}_{u^i, w^j}^i (\widehat{u}_t^j + \widehat{u}_x^j f) + \widehat{H}_{\mu^i}^i \lambda_i' \\ &= \widehat{H}_{u^i, t}^i + \widehat{H}_{u^i, x}^i f + \sum_{j=1}^N \widehat{H}_{u^i, w^j}^i (\widehat{u}_t^j + \widehat{u}_x^j f) + \widehat{H}_{u^i, \mu^i}^i \left(-\widehat{H}_x^i - \sum_{j=1}^N \widehat{H}_{w^j}^i \widehat{u}_x^j \right) \\ &= \widehat{H}_{u^i, t}^i + \widehat{H}_{u^i, x}^i f - \widehat{H}_x^i f_{u^i} + \sum_{j=1}^N \widehat{H}_{u^i, w^j}^i \widehat{u}_t^j + \sum_{j=1}^N (f \widehat{H}_{u^i, w^j}^i - f_{u^i} \widehat{H}_{w^j}^i) \widehat{u}_x^j, \end{aligned}$$

para $i = 1, \dots, N$.

Introduciendo las matrices $A = (a_{ij})$, $B = (b_{ij})$ de orden $N \times N$ y $C = (c_i)$ de orden $N \times 1$, cuyos elementos se definen:

$$a_{ij} = \widehat{H}_{u^i, w^j}^i, \quad b_{ij} = f \widehat{H}_{u^i, w^j}^i - f_{u^i} \widehat{H}_{w^j}^i, \quad c_i = -(\widehat{H}_{u^i, t}^i + \widehat{H}_{u^i, x}^i f - \widehat{H}_x^i f_{u^i}),$$

se obtiene un sistema cuasilineal de ecuaciones en derivadas parciales, cuya expresión matricial es:

$$A \widehat{u}_t + B \widehat{u}_x = C. \quad (8)$$

Si la matriz A fuera inversible, el sistema podría escribirse:

$$\widehat{u}_t + A^{-1} B \widehat{u}_x = A^{-1} C. \quad (9)$$

Puede deducirse una condición final que debe verificar \hat{u} , si se tiene en cuenta (5) y (7), dado que cuando $t = T$,

$$\begin{aligned} 0 &= L_{u^i}^i(T, x, \hat{u}(T, x)) + \lambda_i(T) f_{u^i}(T, x, \hat{u}(T, x)) \\ &= L_{u^i}^i(T, x, \hat{u}(T, x)) + \Phi_x^i(T, x) f_{u^i}(T, x, \hat{u}(T, x)), \end{aligned}$$

se obtiene una expresión (implícita o explícita) para $\hat{u}(T, x)$.

En algunas ocasiones, es posible obtener el sistema (8) aún cuando no coincidan las dimensiones de x y de u . Por ejemplo, cuando $n = N$, $m_i = 1$ para todo i y se verifica alguna de las dos condiciones siguientes:

1. $f(t, x, u) = (f^1(t, x^1, u^1), \dots, f^N(t, x^N, u^N))$,
2. $f(t, x, u) = (f^1(t, x^1, u), \dots, f^N(t, x^N, u))$, $L^i(t, x, u) = L^i(t, x^i, u^i)$ y $\Phi^i(T, x) = 0$.

En el primer caso, las variables de coestado del jugador i -ésimo asociadas a las variables de estado x^j , $j \neq i$, desaparecen al imponer (7); en el segundo, se observa que aquéllas son nulas, mediante (3). En consecuencia, puede considerarse:

$$H^i = L^i + \mu_i f^i,$$

como el hamiltoniano del jugador i -ésimo.

4 Ecuación de Hamilton–Jacobi–Bellmann

Con el fin de precisar si la solución del sistema (8) es de hecho un equilibrio del juego, pasamos a analizar la relación existente entre dicho sistema y las ecuaciones de Hamilton–Jacobi–Bellmann (H–J–B). En el siguiente resultado, probamos que encontrar equilibrios *feedback* del juego, se reduce a resolver el sistema (8). En realidad, se probará una condición más exigente, ya que entonces el equilibrio es subjuego–perfecto (o fuertemente consistente): u es también equilibrio de Nash para el *sub*-juego diferencial dado por (1), (2) con condición inicial $x(\tau) = x$, para todo $\tau \in [0, T]$ y para todo $x \in \mathbb{R}$.

Teorema 1 *Un elemento $u \in \mathcal{U}$, de clase C^1 , tal que $f_{u^i}(t, x, u) \neq 0$, $\forall i = 1, \dots, N$ es solución de (8) si y sólo si existen funciones V^1, \dots, V^N de clase C^2 que verifican las ecuaciones de H–J–B:*

$$-V_t^i(t, x) = \max_{u^i \in U^i} H^i(t, x, u(t, x), V_x^i) \quad (10)$$

$$V^i(T, x) = \Phi^i(T, x), \quad \forall (t, x) \in [0, T] \times \mathbb{R}, \quad i = 1, \dots, N. \quad (11)$$

DEMOSTRACIÓN: Obsérvese en primer lugar, que dado que no existen restricciones sobre los controles admisibles, (10) es equivalente a:

$$\begin{aligned} H_{u^i}^i(t, x, u(t, x), V_x^i) &= 0 \\ H^i(t, x, u(t, x), V_x^i) &= -V_t^i(t, x). \end{aligned}$$

Consideremos $u \in \mathcal{U}$, de clase C^1 . El sistema (sobredeterminado):

$$\begin{aligned} V_x^i(t, x) &= -\frac{L_{u^i}^i(t, x, u(t, x))}{f_{u^i}(t, x, u(t, x))} = g^i(t, x) \\ V_t^i(t, x) &= -H^i(t, x, u(t, x), g^i(t, x)) = h^i(t, x) \end{aligned}$$

admite solución si y sólo si $g_t^i = h_x^i$ [2]. Como comprobaremos a continuación, esta condición se verifica si y sólo si u es solución del sistema (8):

$$\begin{aligned} -h_x^i &= H_x^i + \sum_{j=1}^N H_{u^j}^i u_x^j + H_{\mu_i}^i g_x^i \\ &= H_x^i + \sum_{j=1}^N H_{u^j}^i u_x^j - H_{\mu_i}^i \left(\frac{H_{u^i, x}^i + \sum_{j=1}^N H_{u^j, u^i}^i u_x^j}{f_{u^i}} \right). \end{aligned} \quad (12)$$

Por otra parte,

$$g_t^i = -\frac{H_{u^i, t}^i + \sum_{j=1}^N H_{u^j, u^i}^i u_t^j}{f_{u^i}}. \quad (13)$$

Sumando las ecuaciones (12) y (13),

$$\begin{aligned} g_t^i - h_x^i &= -\frac{1}{f_{u^i}} \left(H_{u^i, t}^i + H_{u^i, x}^i H_{\mu_i}^i + \sum_{j=1}^N H_{u^j, u^i}^i (u_t^j + u_x^j H_{\mu_i}^i) \right. \\ &\quad \left. + H_{u^i, \mu_i}^i \left(-H_x^i - \sum_{j=1}^N H_{u^j}^i u_x^j \right) \right), \quad i = 1, \dots, N. \end{aligned}$$

Por tanto, $g_t^i = h_x^i$ si y sólo si u es solución del sistema (8), si se tiene en cuenta que $f = H_{\mu_i}^i$ y $f_{u^i} = H_{u^i, \mu_i}^i$. Por último, es evidente que por construcción, se verifican las condiciones finales de ambos sistemas. ■

5 Aplicación a un modelo económico

En esta sección consideramos un juego diferencial capitalista, introducido por Lancaster [4] y estudiado recientemente por Shimomura [6], donde el equilibrio de Nash *feedback* es

en el primer caso degenerado y en el segundo estacionario, este último debido a que se trata de un juego con horizonte infinito.

Nuestro propósito es encontrar equilibrios *feedback* dependientes de t y x , mediante el sistema de ecuaciones en derivadas parciales (9).

El juego queda descrito por

$$\begin{aligned} \max_u \left\{ \int_0^T h_1(u) e^{-rt} dt + e^{-rT} \Phi^1(T, x(T)) \right\}, \\ \max_v \left\{ \int_0^T h_2(v) e^{-rt} dt + e^{-rT} \Phi^2(T, x(T)) \right\}, \\ \text{s. a: } x' = F(x) - kx - u - v, \\ x(0) = x_0, \\ x(t) \geq 0, u(t) \geq 0, v(t) \geq 0 \quad \forall t \geq 0, \end{aligned}$$

donde las funciones que intervienen verifican:

$$\begin{aligned} -h_1''(u)/h_1'(u) &= \alpha_1, & -h_2''(v)/h_2'(v) &= \alpha_2, \\ F(0) &= 0, & \lim_{x \rightarrow \infty} F(x) &= \infty, \\ F'(x) &> 0, & F''(x) &\leq 0, & \forall x > 0, & \lim_{x \rightarrow \infty} F'(x) &\geq 0, \\ \Phi_x^i(T, x) &> 0, & \Phi_{xx}^i(T, x) &\leq 0, & \forall x \geq 0, & i &= 1, 2, \end{aligned}$$

donde α_1 , α_2 y r son constantes positivas.

En este modelo el sistema de ecuaciones en derivadas parciales (9) se reduce a

$$u_t + (F(x) - kx - u - v)u_x + \frac{1}{\alpha_1}v_x = \frac{F'(x) - k - r}{\alpha_1}, \quad (14)$$

$$v_t + (F(x) - kx - u - v)v_x + \frac{1}{\alpha_2}u_x = \frac{F'(x) - k - r}{\alpha_2}, \quad (15)$$

con condición final

$$u(T, x) = G_1(x) = (h_1')^{-1}(\Phi_x^1(T, x)), \quad (16)$$

$$v(T, x) = G_2(x) = (h_2')^{-1}(\Phi_x^2(T, x)). \quad (17)$$

Si las funciones G_1 , G_2 y F son analíticas, en virtud del Teorema de Cauchy-Kowaleski, en un entorno de $t = T$ existe una única solución analítica de (14)-(15) [2], [3]. En particular, cuando $G_1 \equiv G_2 \equiv 0$ y la función F viene dada por $F(x) = ax$ con $a \in \mathbb{R}$,

podemos encontrar una solución (u, v) de (14)-(15) independiente de x , de la forma

$$u(t, x) = -\frac{a - k - r}{\alpha_1} (T - t),$$

$$v(t, x) = -\frac{a - k - r}{\alpha_2} (T - t).$$

Para valores apropiados de los parámetros, del tiempo T y de la condición inicial x_0 , que garanticen la no negatividad de u , v y x tendremos que (u, v) es un equilibrio *feedback*.

Por otro lado, si $\alpha_1 = \alpha_2 = \alpha$, podemos reducir (14)-(15), sin mas que sumar y restar las ecuaciones del sistema, a la relación

$$w_t + \left(F(x) - kx - w + \frac{1}{\alpha} \right) w_x = 2 \frac{F'(x) - k - r}{\alpha}, \quad (18)$$

$$W_t + \left(F(x) - kx - w + \frac{1}{\alpha} \right) W_x = 0, \quad (19)$$

donde $w = u + v$ y $W = u - v$. Y las condiciones finales (16)-(17) se convierten en

$$w(T, x) = G_1(x) + G_2(x),$$

$$W(T, x) = G_1(x) - G_2(x).$$

A partir de la ecuación (19), independientemente de la función w , se puede ver que si en el instante final $t = T$ las soluciones (u, v) de (18)-(19) coinciden, es decir, $G_1 \equiv G_2$, entonces $W(T, x) = 0$ y por tanto en todo tiempo t , $W(t, x) = 0$. Ésto nos permite afirmar que si los controles de ambos jugadores coinciden en $t = T$, entonces siempre son iguales.

A partir de este momento nos centramos en la ecuación (18) con condición final

$$w(T, x) = G(x), \quad (20)$$

y su sistema característico

$$\frac{dx}{d\tau} = 1, \quad (21)$$

$$\frac{dx}{d\tau} = F(x) - kx - z + \frac{1}{\alpha}, \quad (22)$$

$$\frac{dz}{d\tau} = 2 \frac{F'(x) - k - r}{\alpha}, \quad (23)$$

con condición final

$$t(T, s) = T, \quad (24)$$

$$x(T, s) = s, \quad (25)$$

$$z(T, s) = G(s), \quad (26)$$

cuyas soluciones, para distintos valores del parámetro s , nos proporciona la superficie solución de (18), (20) generada por las curvas características.

Es bien conocido [3] que, localmente, existe una única solución de (21)-(23) y (24)-(26) de clase C^1 . Nuestro propósito es encontrar dicha solución, mediante su resolución analítica, si es posible, o bien con una integración numérica. En particular, cuando $F(x) = ax$ y $G(x) = \beta x$, la solución de la ecuación (18) es:

$$w(t, x) = \frac{m}{\alpha}(t - T) + \beta \frac{x e^{-nt} - \frac{m}{\alpha n} \left[(t - T) e^{-nt} - \frac{1}{n} (e^{-nT} - e^{-nt}) \right] - \frac{1}{\alpha n} (e^{-nT} - e^{-nt})}{e^{-nT} - \frac{\beta}{n} (e^{-nT} - e^{-nt})},$$

donde $m = 2(a - k - r)$ y $n = a - k$. De nuevo para valores apropiados de los parámetros, de T y de x_0 , $(w/2, w/2)$ será un equilibrio *feedback*.

Cuando la forma de las funciones F o G dificulten la resolución analítica del sistema (21)-(23) junto con (24)-(26), se puede tratar de determinar numéricamente, como en el caso en que $F(x) = x^{1/3}$ y $G(x) = 0$ o $G(x) = x$, cuya integración numérica la hemos realizado mediante un método Runge-Kutta, implementado en el paquete de software MATLAB. Representamos las soluciones así obtenidas en las figuras 1 y 3, para las dos condiciones finales G consideradas, y las curvas solución $w(t, x)$ en distintos instantes de tiempo, en las figuras 2 y 4.

6 Referencias

- [1] Bourdache-Siguerdidjane, H. & Fliess, M. "Optimal feedback control of nonlinear systems", *Automatica*, 23, 3, 1987, pp. 365-372.
- [2] Courant, R. & Hilbert, D. "Methods of mathematical physics", Volume II, 1962. *Interscience*, New york.
- [3] John, F. "Partial differential equations", 1971. *Springer-Verlag*, New-York.
- [4] Lancaster, K. "The dynamic inefficiency of capitalism", *Journal of Political Economy*, 87, 1973, pp. 1092-1109.
- [5] Melhmann, A. "Applied differential games", 1988, *Plenum Press*, New-York.
- [6] Shimomura, K. "The feedback equilibria of a differential game of capitalism", *Journal of Economic Dynamics and Control*, 15, 1991, pp. 317-338.

$$w(1,x)=0$$

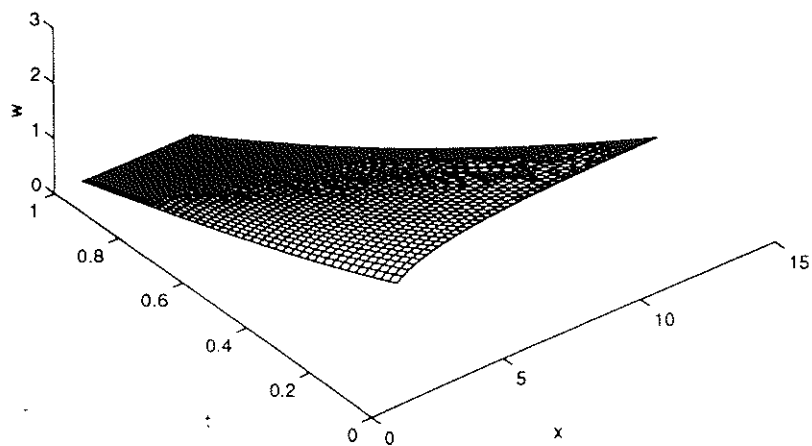


Figura 1

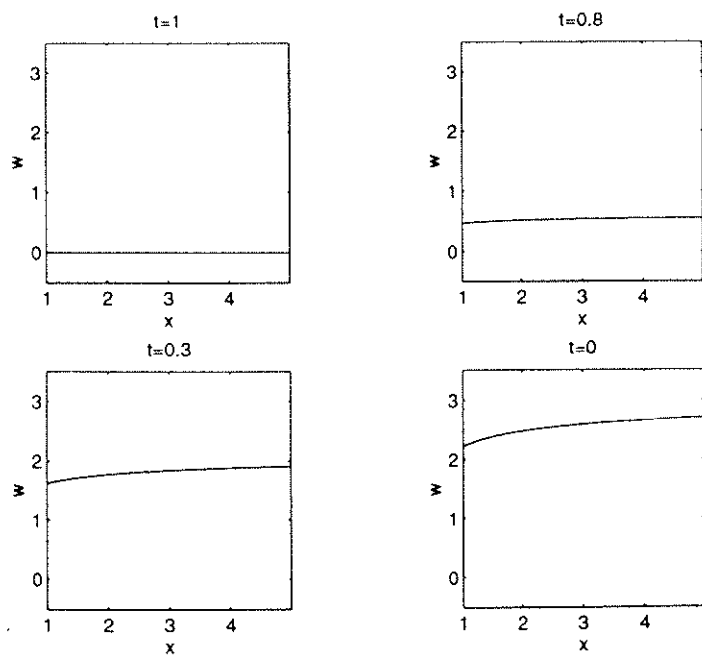


Figura 2

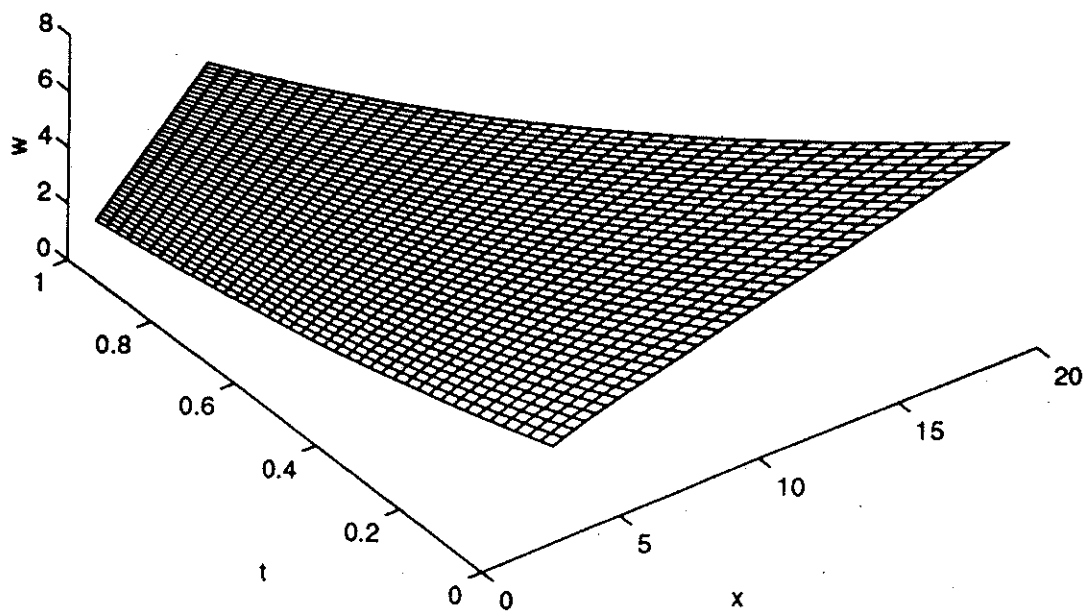


Figura 3

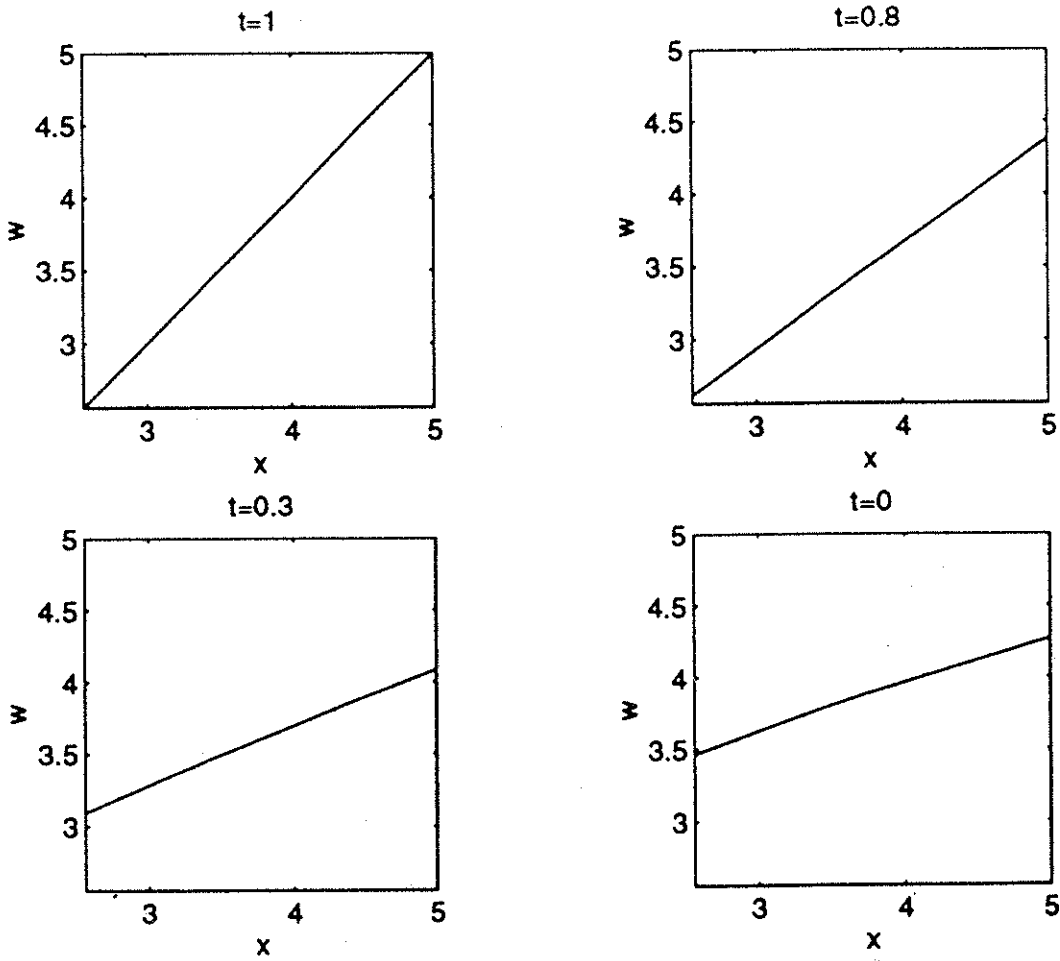


Figura 4

**SOLUCIONES NEGOCIADAS DE NASH
EN UN JUEGO DIFERENCIAL.**

María Dolores SOTO TORRES

Facultad de C.C. E.E. y E.E.

Departamento de Economía Aplicada

Universidad de Valladolid

1.- INTRODUCCIÓN.

En el conjunto de estrategias que satisfacen las condiciones de optimalidad de Pareto, bajo el supuesto de que el conjunto de resultados alcanzables es compacto y convexo (Osborne M.J. ; Rubinstein A., pág. 10) y de la existencia de un punto de desacuerdo en ese conjunto, podemos encontrar una única estrategia que satisface cuatro axiomas: racionalidad individual, invarianza con respecto a representaciones afines de la utilidad, simetría e independencia en las alternativas irrelevantes (Petit, M.L., pág. 231).

La estrategia que satisface estos requerimientos se denomina solución negociada de Nash, y es única dado un punto de desacuerdo, pero si este punto se altera, la solución cooperativa de Nash puede modificarse.

En este trabajo, considerando un juego diferencial modificado del de Lancaster (Soto, M.D., pág. 39), al tener en cuenta una función de producción, no lineal, de tipo Coob-Douglas y una restricción sobre la oferta de trabajo, tratamos de encontrar las condiciones que nos aseguran cuándo la solución cooperativa de Nash se encuentra en un subconjunto del conjunto de negociación, si las estrategias de "status-quo" son las estrategias minimax de los jugadores.

Este subconjunto coincide con la parte de la frontera del conjunto de resultados alcanzables, que corresponde a aquellas soluciones eficientes de óptimo social de Pareto, es decir, cuando ambos jugadores tienen la misma ponderación en el proceso de optimalidad de Pareto.

El trabajo se ocupa, en primer lugar, de encontrar las soluciones minimax de ambos jugadores para después de considerar las estrategias eficientes, determinar las condiciones que nos garantizan que la estrategia negociada de Nash se encuentra en la región especificada.

2.- ESTRATEGIAS MINIMAX.

El juego diferencial, de suma no nula está planteado entre trabajadores y empresarios. Los primeros tratan de maximizar su participación en el producto $Y = K^\alpha L^\beta$ con α, β pertenecientes al intervalo $(0, 1)$, $\alpha + \beta < 1$, donde K es el capital y L el trabajo, medidos en unidades eficientes, sobre un horizonte temporal de amplitud T :

$$\max J_1 = \int_0^T s K^\alpha L^\beta dt,$$

su parámetro de control s satisface $0 < s_1 \leq s \leq s_2 < 1$.

Por su parte, los empresarios también tratan de maximizar su consumo. La parte θ , $0 \leq \theta \leq 1$, no consumida se dedicará a inversión. Así la variación del stock de capital satisfará:

$$\dot{K} = \theta(1-s)K^\alpha L^\beta,$$

con $K(0) = K_0$. Además, se supone que los empresarios deciden la oferta de trabajo L que satisface la restricción, $0 \leq L \leq \mu K$, donde μ es un coeficiente tecnológico. El problema puede, por tanto, plantearse:

$$\max J_2 = \int_0^T (1-\theta)(1-s)K^\alpha L^\beta dt,$$

con las restricciones anteriores.

La estrategia de defensa de los trabajadores frente a los empresarios será, si existe, una solución del programa:

$$\max_s \min_{L, \theta} \int_0^T s K^\alpha L^\beta dt,$$

sujeta a $\dot{K} = \theta(1-s)K^\alpha L^\beta$, $K(0) = K_0$.

Entonces, considerando el hamiltoniano asociado al problema dinámico:

$$\mathcal{H}_1 = s K^\alpha L^\beta + \psi_1 \theta(1-s) K^\alpha L^\beta.$$

Las condiciones necesarias que resuelven el problema (Albouy M., pág. 181) son:

$$\begin{aligned} \dot{K} &= \theta(1-s)K^\alpha L^\beta, \quad K(0) = K_0, \\ -\dot{\psi}_1 &= [s + \psi_1 \theta(1-s)]\alpha K^{\alpha-1} L^\beta - \mu\beta_3, \quad \psi_1(T) = 0, \\ 0 &= (1 - \psi_1 \theta)K^\alpha L^\beta + \alpha_1 - \alpha_2, \\ 0 &= [s + \psi_1 \theta(1-s)]\beta K^\alpha L^{\beta-1} + \beta_3 - \beta_4, \\ 0 &= \psi_1(1-s)K^\alpha L^\beta + \beta_1 - \beta_2, \end{aligned}$$

donde $\alpha_i \geq 0$, $i = 1, 2$; $\beta_i \geq 0$, $i = 1, 2, 3, 4$ son los multiplicadores de Kuhn-Tucker asociados a las restricciones sobre los controles. Así, en condiciones de optimalidad satisfarán:

$$\alpha_1(s - s_1) = \alpha_2(s_2 - s) = \beta_1(\theta - 1) = \beta_2\theta = \beta_3(L - \mu K) = \beta_4 L = 0.$$

Los únicos controles que satisfacen las condiciones necesarias son: $s \in [s_1, s_2]$ para los trabajadores; $\theta \in [0, 1]$ y $L = 0$ para los empresarios.

Esta estrategia que conlleva la situación más pesimista para los trabajadores, implica unos funcionales objetivos para ambos jugadores nulos, ya que es imposible producir.

Por lo que respecta a los empresarios, su estrategia minimax, si existe, será solución del problema:

$$\max_{L, \theta} \min_s \int_0^T (1 - \theta)(1 - s) K^\alpha L^\beta dt,$$

sujeta a $\dot{K} = \theta(1 - s) K^\alpha L^\beta$, $K(0) = K_0$.

Ahora, el hamiltoniano será:

$$\mathcal{H}_2 = (1 - \theta)(1 - s) K^\alpha L^\beta + \psi_2 \theta(1 - s) K^\alpha L^\beta,$$

y las condiciones necesarias de estrategia óptima pueden expresarse:

$$\begin{aligned} \dot{K} &= \theta(1 - s) K^\alpha L^\beta, \quad K(0) = K_0, \\ -\dot{\psi}_2 &= (1 - \theta + \psi_2 \theta)(1 - s) \alpha K^{\alpha-1} L^\beta - \mu \beta_3, \quad \psi_2(T) = 0, \\ 0 &= -(1 - \theta + \psi_2 \theta) K^\alpha L^\beta + \alpha_1 + \alpha_2, \\ 0 &= (\psi_2 - 1)(1 - s) K^\alpha L^\beta - \beta_1 + \beta_2, \\ 0 &= (1 - \theta + \psi_2 \theta)(1 - s) \beta K^\alpha L^{\beta-1} - \beta_3 + \beta_4, \end{aligned}$$

donde α_i y β_i son los multiplicadores no negativos asociados a las restricciones, que en condiciones de optimalidad deberán satisfacer:

$$\alpha_1(s_1 - s) = \alpha_2(s - s_2) = \beta_1(1 - \theta) = \beta_2\theta = \beta_3(\mu K - L) = \beta_4 L = 0.$$

Dos ternas de controles distintas satisfacen estas condiciones: $L = 0$, $\theta \in [0, 1]$, y $s \in [s_1, s_2]$ en todo el horizonte, que coinciden con la estrategia minimax para los trabajadores y, $L = \mu K$, $s = s_2$, en todo el horizonte con $\theta = 1$ en $[0, t']$ y $\theta = 0$ en $[t', T]$ donde t' es el momento de tiempo cuando $\psi_2(t') = 1$. Pero es esta última estrategia, la única que satisface las condiciones suficientes (Albouy M., pág. 182).

Realizando operaciones, obtenemos que la amplitud del intervalo $[t', T]$ de la última estrategia satisface la expresión:

$$T - t' = \frac{[K(t')]^{1-\alpha-\beta}}{(1-s_2)\mu^\beta(\alpha+\beta)},$$

con

$$[K(t')]^{1-\alpha-\beta} = K_0^{1-\alpha-\beta} + (1-\alpha-\beta)(1-s_2)\mu^\beta t'.$$

Siguiendo esta estrategia, los funcionales objetivos de ambos jugadores serán:

$$J_1 = \frac{s_2}{1-s_2} [K_p - K_0] + \frac{s_2}{(\alpha + \beta)(1-s_2)} K_p,$$

para los trabajadores y

$$J_2 = \frac{K_p}{\alpha + \beta},$$

para los empresarios.

No cabe dentro de las estrategias minimax hacer la distinción entre ciclo cerrado y abierto, ya que la parcial del hamiltoniano de un jugador con respecto a cualquier control del otro jugador, es nula, teniendo en cuenta las condiciones necesarias.

3.- ESTRATEGIAS EFICIENTES DE PARETO.

Nos ocupamos, en esta sección de considerar las estrategias eficientes de Pareto del juego diferencial que nos ocupa, su obtención puede encontrarse en (Fernández R., pág. 47).

Para obtener las soluciones eficientes de Pareto, basta resolver el problema de control óptimo paramétrico:

$$\max_{s, \theta, L} \int_0^T [\lambda s + (1-\lambda)(1-\theta)(1-s)] K^\alpha L^\beta dt,$$

sujeta a:

$$\dot{K} = \theta(1-s)K^\alpha L^\beta, \quad K(0) = K_0, \quad \lambda \in [0, 1].$$

y las restricciones sobre los controles $s_1 \leq s \leq s_2$, $0 \leq \theta \leq 1$, $0 \leq L \leq \mu K$.

Limitándonos a la estrategia óptima cuando la ponderación es idéntica para trabajadores y empresarios, tenemos que ella viene determinada por los controles $L = \mu K$ en todo el horizonte temporal y $s = s_1$, $\theta = 1$ en el intervalo $[0, t_p]$ y $s \in [s_1, s_2]$, $\theta = 0$ en $[t_p, T]$. La amplitud de este último intervalo, viene determinada por la expresión:

$$T - t_p = \frac{[K(t_p)]^{1-\alpha-\beta}}{\mu^\beta(\alpha + \beta)},$$

con

$$[K(t_p)]^{1-\alpha-\beta} = K_0^{1-\alpha-\beta} + (1-\alpha-\beta)(1-s_1)\mu^\beta t_p.$$

La indeterminación del control s en el intervalo $[t_p, T]$, nos lleva a considerar la suma de los funcionales de ambos jugadores, que es independiente con esta estrategia del valor de ese control:

$$J_1 + J_2 = \frac{s_1}{1-s_1} [K(t_p) - K(0)] + \frac{K(t_p)}{\alpha + \beta}.$$

El término de la derecha de esta última igualdad, dando valores a los parámetros del modelo es una cuantía fija a la que denotaremos por P , donde P viene determinada por la siguiente expresión:

$$P = \frac{(\alpha + \beta)s_1 + (1 - s_1)}{(1 - s_1)(\alpha + \beta)} \left[\frac{(1 - \alpha - \beta)(1 - s_1)\mu^\beta(\alpha + \beta)T}{(\alpha + \beta)(1 - s_1)(1 - \alpha - \beta)} \right]^{\frac{1}{1-\alpha-\beta}} - \frac{s_1}{1 - s_1} K_0.$$

En el plano (J_1, J_2) podemos representar la recta $J_1 + J_2 = P$; ahora bien, no todos los puntos que satisfacen la ecuación de esa recta corresponden a puntos frontera del conjunto de resultados alcanzables. El conjunto de negociación del problema planteado tiene un subconjunto que es un segmento cuyos puntos satisfacen la ecuación de esa recta. Los extremos de este segmento son puntos (J_1^A, J_2^A) , (J_1^B, J_2^B) , que corresponden a estrategias eficientes con un control s constante en el intervalo $[t_p, T]$. El primer par de valores (J_1^A, J_2^A) se obtiene mediante el cálculo de los funcionales objetivos, en condiciones de optimalidad, para ambos jugadores cuando $0 < \lambda < \frac{1}{2}$ y por continuidad, obtenemos esos valores al considerar que λ tiende hacia $\frac{1}{2}$. De análoga forma se obtiene el punto (J_1^B, J_2^B) , pero ahora considerando $\frac{1}{2} < \lambda < 1$.

Así, si λ tiende hacia $\frac{1}{2}$ por la izquierda obtenemos una trayectoria que mantiene el control $s = s_1$ en $[t_p, T]$ y tenemos los valores:

$$J_1^A = \frac{s_1}{1 - s_1} [K(t_p) - K(0)] + \frac{s_1}{\alpha + \beta} K(t_p); \quad J_2^A = \frac{1 - s_1}{\alpha + \beta} K(t_p),$$

mientras que, si consideramos $s = s_2$ en el mismo intervalo, esto es, λ tiende hacia $\frac{1}{2}$ por la derecha, tenemos:

$$J_1^B = \frac{s_1}{1 - s_1} [K(t_p) - K(0)] + \frac{s_2}{\alpha + \beta} K(t_p); \quad J_2^B = \frac{1 - s_2}{\alpha + \beta} K(t_p),$$

que con sencillos cálculos puede comprobarse que satisfacen la ecuación de la recta $J_1 + J_2 = P$ y $J_2^A > J_2^B$, $J_1^B > J_1^A$.

La siguiente sección se ocupa de la solución negociada de Nash.

4.- SOLUCIÓN COOPERATIVA DE NASH.

Bajo las hipótesis de que el conjunto de resultados alcanzables es compacto y convexo, puede demostrarse que existe una única solución eficiente que satisface los cuatro axiomas mencionados en la introducción, que nada tiene que ver con la solución no cooperativa de Nash.

La solución negociada de Nash, es un punto del conjunto de negociación (J_1^*, J_2^*) tal que el producto de las ganancias obtenidas por la negociación se maximizan:

$$\max_{(J_1^M, J_2^M) \leq (J_1, J_2) \in S} (J_1 - J_1^M)(J_2 - J_2^M) = (J_1^* - J_1^M)(J_2^* - J_2^M),$$

donde (J_1^M, J_2^M) es el punto de desacuerdo fijo y, S es el conjunto de negociación.

Si en el conjunto de negociación pudieramos encontrar una relación funcional entre J_1 y J_2 tal que $J_2 = \Psi(J_1)$, siendo Ψ diferenciable, tendremos que el máximo de la expresión:

$$(J_1 - J_1^M)(\psi(J_1) - J_2^M),$$

se alcanza en un punto que satisface:

$$-\Psi'(J_1^*) = \frac{J_2^* - J_2^M}{J_1^* - J_1^M}, \quad (1)$$

Esta condición, bajo el supuesto de existencia de una relación funcional diferenciable, resultaría necesaria y suficiente para que (J_1^*, J_2^*) fuese la estrategia negociada de Nash, considerando (J_1^M, J_2^M) como estrategia de amenaza.

Estableceremos ahora, condiciones necesarias y suficientes para que las soluciones negociadas de Nash se encuentren en el segmento definido anteriormente, si las estrategias de amenaza son las minimax de los jugadores, anteriormente encontradas. Sin pérdida de generalidad, de ahora en adelante, suponemos que el stock de capital en el momento inicial es cero.

Consideremos, en primer lugar la estrategia minimax de los trabajadores, para ellas sabemos que el funcional objetivo para ambos jugadores es cero. Ahora, podemos establecer la siguiente proposición: Es condición necesaria y suficiente para que (J_1^*, J_2^*) sea la solución negociada de Nash con $J_1^* + J_2^* = P$ considerando como estrategia de amenaza la minimax de los trabajadores que se verifique la siguiente relación:

$$s_1(1 - s_1) \leq \frac{(1 - s_1) - s_1(\alpha + \beta)}{2} \leq s_2(1 - s_1). \quad (2)$$

En efecto, si (J_1^*, J_2^*) es la estrategia negociada de Nash, con estrategia de amenaza $(J_1 = 0, J_2 = 0)$ y satisface $J_1 + J_2 = P$, la expresión (1) se transforma en $J_1^* = J_2^*$, lo que equivale a:

$$\frac{s_1}{1 - s_1} K(t_p) + \mu^\beta [K(t_p)]^{\alpha + \beta} \int_{t_p}^T s \, dt = \mu^\beta [K(t_p)]^{\alpha + \beta} \int_{t_p}^T (1 - s) \, dt, \quad (3)$$

ya que en el conjunto de negociación las estrategias en óptimo social son las únicas que satisfacen $J_1^* + J_2^* = P$.

Si operamos en (3), tenemos que el control en $[t_p, T]$ satisfará:

$$\int_{t_p}^T s \, dt = \frac{T}{2} \frac{(1 - s_1)(1 - \alpha - \beta) - s_1(1 - \alpha - \beta)(\alpha + \beta)}{(1 - s_1)(1 - \alpha - \beta) + (\alpha + \beta)}. \quad (4)$$

Ahora bien, dado que el control s indeterminado en el intervalo $[t_p, T]$ tiene que verificar la restricción $s_1 \leq s \leq s_2$, integrandola y teniendo en cuenta (4), obtenemos la relación (2).

La recíproca también es cierta. Si operamos en (2), obtenemos la relación:

$$s_1(T - t_p) \leq \frac{T}{2} \frac{(1 - s_1)(1 - \alpha - \beta) - s_1(1 - \alpha - \beta)(\alpha + \beta)}{(1 - s_1)(1 - \alpha - \beta) + (\alpha + \beta)} \leq s_2(T - t_p). \quad (5)$$

Ahora, podemos definir una estrategia de la forma siguiente: $L = \mu K$ en todo el horizonte temporal; $\theta = 1$, $s = s_1$ en $[0, t_p]$ y $\theta = 0$, s definido por (4) en $[t_p, T]$. El control s de los trabajadores en $[t_p, T]$ pertenece al intervalo $[s_1, s_2]$ acordándonos de (5). Esta estrategia satisface $J_1^* + J_2^* = P$ y verifica las condiciones de optimalidad de Pareto en el óptimo social, por tanto es eficiente. Además satisface $J_1^* = J_2^*$, por tanto la bisectriz del primer cuadrante es perpendicular al segmento de estrategias eficientes satisfaciendo $J_1 + J_2 = P$, por lo que se verifica (1).

Notar que la relación (2) exige $0 < s_1 < \frac{1}{2}$ y

$$\frac{(1 - 2s_2)(1 - s_1)}{s_1} \leq \alpha + \beta \leq \frac{(1 - 2s_1)(1 - s_1)}{s_1},$$

Si los valores de los parámetros del modelo no verificasen la relación (2), significaría que el segmento que está determinado por las estrategias en óptimo social no cortaría a la bisectriz del primer cuadrante del plano (J_1, J_2) . Este segmento estaría en la región $J_1 > J_2$ si:

$$s_2(1 - s_1) < \frac{(1 - s_1) - s_1(\alpha + \beta)}{2},$$

y en la región $J_2 > J_1$ si:

$$\frac{(1 - s_1) - s_1(\alpha + \beta)}{2} < s_1(1 - s_1).$$

En estos casos, es seguro que en el segmento no estaría la solución negociada de Nash con estrategia de amenaza la minimax de los trabajadores, pero no podría asegurarse si ésta se encuentra en el conjunto de negociación con $\lambda \in [0, \frac{1}{2}]$ o $\lambda \in (\frac{1}{2}, 1]$.

Una proposición análoga puede establecerse si tomamos como estrategia de amenaza la minimax de los empresarios. En este caso, la desigualdad requerida para enunciar la proposición es:

$$s_1 \leq \frac{1}{2} \left[\frac{(1 - s_1) - s_1(\alpha + \beta)}{1 - s_1} - \frac{1 - s_2(\alpha + \beta)}{1 - s_2} H(s_1, s_2, \alpha, \beta) \right] \leq s_2, \quad (6)$$

donde:

$$H(s_1, s_2, \alpha, \beta) = \left[\frac{(1 - s_2)[(1 - s_1)(1 - \alpha - \beta) + (\alpha + \beta)]}{1 - s_1} \right]^{\frac{1}{1 - \alpha - \beta}}$$

La demostración, análoga a la del caso anterior, considera una estrategia en óptimo social donde el control s de los trabajadores en el intervalo $[t_p, T]$ viene determinado por la expresión:

$$\int_{t_p}^T s \, dt = \frac{1}{2} \left[\frac{(1 - s_1) - s_1(\alpha + \beta)}{1 - s_1} - \frac{1 - s_2(\alpha + \beta)}{1 - s_2} H(s_1, s_2, \alpha, \beta) \right].$$

Por tanto, en el caso de que se verifique la relación (6), existe un punto del segmento determinado por una solución eficiente en óptimo social, tal que la recta que une ese punto y el punto que determina la estrategia minimax de los empresarios es perpendicular al segmento.

De esta última consideración surge una condición equivalente a la (6). Así, será suficiente que el par (J_1^M, J_2^M) correspondiente a la estrategia minimax de los empresarios se encuentre en el conjunto de pagos alcanzables (siempre no negativos) comprendidos entre las rectas:

$$J_2 = J_1 + (J_2^A - J_1^A),$$

$$J_2 = J_1 + (J_2^B - J_1^B),$$

perpendiculares al segmento, pasando por los puntos (J_1^A, J_2^A) , (J_1^B, J_2^B) respectivamente.

5.- CONCLUSIONES.

La estrategia minimax para un jugador corresponde a posiciones pesimistas, él supone que el otro jugador le trata de perjudicar y entre todas las malas posibilidades, él elige la mejor. Lo normal es que los jugadores no sigan estrategias minimax, es más lógico pensar que van a seguir estrategias de Nash, donde una modificación unilateral de estrategia implica que el jugador no mejora su situación. Ahora bien, en este modelo es mejor seguir soluciones cooperativas donde ambos jugadores se beneficiarán de la cooperación, pero eso supone llegar a una negociación.

Si la amenaza por parte de un jugador es seguir una estrategia minimax, ambos jugadores podrían alternatively cooperar para seguir una estrategia que maximiza las desviaciones de las ganancias desde una solución cooperativa. Esa estrategia que es única satisface cuatro axiomas, que equivalen a la realización de distintas suposiciones. Así, se supone que las preferencias de los jugadores son básicas y no la forma específica de la función de utilidad; además los jugadores deben ser intercambiables, en el sentido de que el proceso de negociación debe dar la misma utilidad a cada uno de ellos; a su vez en la negociación se deben eliminar resultados inaceptables para ambos jugadores.

No es fácil encontrar la solución negociada de Nash, sobre todo debido al problema de determinar la relación funcional que define el conjunto de negociación. Pohjola, M. trabajando con el juego diferencial de Lancaster encuentra, basándose en las condiciones suficientes establecidas por Pan-Tai-Liu, la estrategia de Pareto, solución negociada de Nash, con estrategia de amenaza la de Nash no cooperativa.

En este trabajo, hemos establecido condiciones que nos aseguran cuándo en una determinada región del conjunto de soluciones eficientes se encuentran las soluciones negociadas de Nash, si las estrategias de amenaza son las minimax para ambos jugadores. Estas condiciones se han podido obtener, al considerar la expresión funcional, lineal, que una determinada región del conjunto de negociación posee.

6.- BIBLIOGRAFÍA.

- Albouy, M. (1972): *La Regulation Economique dans L'Entreprise*. Dunod, Paris.
- Basar, T. y Olsder, G.J. (1995): *Dynamic Noncooperative Game Theory*. Academic Press, London.
- Fernández, R. (1994): "Distribución, Crecimiento y Empleo. Una solución cooperativa". *VIII Reunión Anual Asepelt-España*. Palma de Mallorca. Vol. II, págs. 47 - 54.
- Osborne, M.J y Rubinstein, A. (1990): *Bargaining and Markets*. Academic Press, California.
- Petit, M.L. (1990): *Control Theory and Dynamic Games in Economic Policy Analysis*. Cambridge University Press, New York.
- Pohjola, M. (1984): "Threats and Bargaining in Capitalism". *Journal of Economic Dynamics and Control*. Vol. 8, págs. 291 - 302.
- Soto M.D. (1994): "Distribución, Crecimiento y Empleo. Una solución no cooperativa". *VIII Reunión Anual Asepelt-España*. Palma de Mallorca. Vol. II, págs. 39 - 46.

COMPORTAMIENTO DE LA VARIANZA CONDICIONAL PARA ALGUNAS SERIES DE RENDIMIENTOS DE ACTIVOS DE CAPITAL

JULIO A. AFONSO RODRÍGUEZ.
GINÉS, GUIRAO PÉREZ

Facultad de C. Económicas y Empresariales
Universidad de La Laguna

1. INTRODUCCIÓN

En muchos campos de la moderna teoría financiera se hace necesaria la modelización y estimación numérica de variables que representan la volatilidad de las series temporales analizadas y, especialmente, de su componente impredecible.

A partir de la aportación pionera de Engle (1982) en el desarrollo de los modelos de heterocedasticidad condicionada autorregresiva (ARCH), el concepto de volatilidad se ha asociado al concepto estadístico de varianza condicional. Así, las carteras de activos de capital se construyen sobre las estimaciones de la media y de la varianza esperadas de sus tasas de rendimiento, de forma que los cambios en la composición de la cartera deben explicarse por estos factores. En este contexto, la especificación econométrica tradicional para el rendimiento medio esperado restringe su varianza a una constante, lo que es inconsistente con el supuesto teórico de partida.

A partir de la observación de una serie de regularidades empíricas comunes a varias series financieras con frecuencias elevadas, se justifica la modelización explícita de los momentos de segundo orden para la varianza temporal condicional, de forma que el pasado reciente proporciona información sobre la predicción de la varianza. Los modelos econométricos propuestos para modelizar la evolución temporal de la varianza se basan en tratar de reproducir las propiedades empíricas de las series temporales de interés.

Dado que el fin de la modelización econométrica es obtener predicciones, si éstas se formulan con el objeto de minimizar el error cuadrático medio, la especificación homocedástica no es consistente con éste. Ignorar la posible especificación de una varianza condicional dependiente del conjunto de información disponible en cada instante, I_t , podría conducir a estimadores ineficientes, así como a intervalos de confianza para la predicción más amplios y a mayor variabilidad de la estimación puntual, dada la mayor amplitud del rango de sus posibles valores para un nivel de confianza dado.

No obstante estos atractivos, las restricciones paramétricas, los excesos de curtosis y de asimetría y el distinto peso de shocks de rendimientos sobre la varianza, han contribuido a la extensión de los principios de formulación ARCH.

En este trabajo se pretende aportar evidencia sobre la existencia de efectos ARCH modelizables para los rendimientos de capital de cuatro títulos negociados en el mercado español, BBV, Endesa, Repsol y Telefónica, para un período muestral aproximado de cinco años (1989-1994).

En la siguiente sección se presentan los fundamentos de la modelización de varianza condicional (ARCH) así como una serie de regularidades empíricas consistentes con los resultados teóricos alcanzados. En la tercera sección se presentan los resultados e implicaciones de la estimación de un conjunto de modelos alternativos para la varianza condicionada. En la última sección se presentan las conclusiones.

2. MODELIZACION ARCH

La serie objeto de estudio se obtiene a partir de los datos sobre cotizaciones medias, P_t , mediante la transformación,

$$R_t = \ln P_t - \ln P_{t-1} \Delta \equiv e_t - e_{t-1} \in$$

donde $e_t = \ln P_t$, resultado el proceso paseo aleatorio tradicional si el proceso estocástico subyacente fuese estadísticamente independiente.

Si se define por ε_t , el componente no anticipado de la serie R_t en el momento anterior, para la especificación de un modelo de varianza condicional se tiene que:

$$R_t = E[R_t | I_{t-1}] + \varepsilon_t \in$$

donde $I_t = \{e_t, e_{t-1}, \dots, R_{t-1}\}$ es el conjunto de información disponible en t , y $E[\varepsilon_t | I_t] = 0$. Se define, entonces, a σ_{t-1}^2 como la varianza de R_t condicionada al conjunto de información, es decir:

$$\sigma_{t-1}^2 = \text{Var}[R_t | I_{t-1}] = E[\varepsilon_t^2 | I_{t-1}] \in$$

que es el componente anticipado de la volatilidad de la serie.

Las diferencias existentes entre los distintos modelos estriban en el conjunto de información disponible en un período y sus relaciones con la variabilidad anticipada para el período siguiente.

Para identificar la posible modelización ARMA-ARCH, se estudian los correlogramas de la serie de rendimientos obteniendo evidencias de que no existe ninguna estructura dinámica regular en los niveles, lo que podría llevarnos a aceptar la hipótesis de paseo aleatorio en la media, es decir, de incorrelación e independencia estadística si su distribución (empírica) fuese normal (Tabla I).

Sin embargo, la presencia de heterocedasticidad provoca la aparición de no linealidades y un incremento de los errores estándar de los coeficientes de autocorrelación, Weiss (1984). Se ha propuesto, entonces, el análisis de los correlogramas de distintas transformaciones de R_t : cuadrados, R_t^2 , y valor absoluto $|R_t|$, como contraste de no linealidad, mostrando en nuestro caso la presencia de estructuras dinámicas y rechazando la hipótesis de ruido blanco. Es decir, aunque las series parecen estar incorrelacionadas en el tiempo, las observaciones son claramente no independientes.

Por tanto, la no normalidad de la distribución empírica, la ausencia de correlación serial y de independencia (la falta de independencia deriva de que la volatilidad de las series está significativamente correlacionada) no son consistentes con el supuesto de que las tasas de rendimientos sean el output de un filtro lineal aplicado a un input incorrelacionado y condicionalmente homocedástico (ruido blanco con varianza condicional constante). La estrategia de modelización se ha referir entonces a la aplicación de filtros lineales a un input que sea condicionalmente heterocedástico. Un modelo básico capaz de describir dichas características empíricas es:

$$R_t = \varepsilon_t \sqrt{\sigma_t^2} \quad [1]$$

donde $\varepsilon_t \sim \text{i.i.d.} N(0,1)$ y σ_t^2 se puede especificar como un modelo tipo GARCH(p,q):

$$\sigma_t^2 = \alpha_0 + \sum_{i=1}^p \alpha_i R_{t-i}^2 + \sum_{j=1}^q \beta_j \sigma_{t-j}^2 \quad [2]$$

siendo $\alpha_0 > 0$, $\alpha_i \geq 0, i = 1, \dots, p$; $\beta_j \geq 0, j = 1, \dots, q$.

Restringiendo la ecuación de la varianza a un modelo ARCH(1), se obtienen dos resultados consistentes con la distribución empírica de R_t :

- Exceso de curtosis:

$$K = E \eta^4 \gamma - \alpha_1^2 E \eta^4 \gamma - E \alpha_1^2 \Delta^{-1} \xi E$$

- Autocorrelación del cuadrado de la serie:

$$\gamma_2 \gamma \Delta = \frac{2\alpha_0^2 \cdot \alpha_1}{(1-\alpha_1)^2 (1-3\alpha_1^2)} \neq 0$$

donde $\gamma_2(1)$ denota el coeficiente de autocovarianza de orden 1 para un modelo ARCH(1).

Para el proceso GARCH(1,1), la condición para la existencia del cuarto momento es (Bollerslev, 1986),

$$I\alpha_1^2 + \theta\alpha_1\beta_1 + \beta_1^2 \vee \theta \in \quad [3]$$

y el coeficiente de curtosis es,

$$\kappa = I + \kappa\alpha_1^2\gamma\theta - \beta_1^2 - \theta\alpha_1\beta_1 - I\alpha_1^2\Delta^{-1}\zeta$$

La dinamicidad del modelo GARCH se evidencia en la función de autocorrelación del cuadrado de las observaciones, R_t^2 . Bollerslev (1988) demuestra que para un GARCH(1,1) éstas son:

$$\rho_1 = \frac{\alpha_1(1 - \alpha_1\beta_1 - \beta_1^2)}{(1 - 2\alpha_1\beta_1 - \beta_1^2)} \in$$

$$\rho_n = \gamma\alpha_1 + \beta_1\Delta^{n-1} \nabla \rho_1 \quad \in n\xi\theta\zeta$$

La función de autocorrelación parcial será en general infinita, pero dominada por un decrecimiento exponencial amortiguado. Las restricciones de no negatividad, $\alpha_1 \geq 0$ y $\beta \geq 0$, junto con la ecuación 3 implican que las dos primeras autocorrelaciones deben caer en la región definida por,

$$\rho_2 \geq \rho_1^2 \in$$

$$\rho_2 \vee \rho_1 \in \quad \in \eta \leq \rho_1 \leq \theta \text{HI}$$

$$\rho_2 \vee \gamma\theta \text{HI} + \theta^{3/2} \rho_1 \gamma\theta \text{HI} - \rho_1^2 \Delta^{1/2} - \rho_1^2 \Delta^{1/2} \nabla \rho_1 \quad \theta \text{HI} \leq \rho_1 \leq \gamma\theta \text{HI} \Delta^{1/2} \zeta$$

Para confirmar las evidencias detectadas en el estudio de los correlogramas (Tabla 1), se construye un contraste de multiplicador de Lagrange (LM) de homocedasticidad, cuyo estadístico, para un modelo ARCH(p), se calcula como TR^2 , donde T es el tamaño muestral, y \hat{R} es el coeficiente de determinación en la regresión de R_t^2 sobre $R_{t-1}^2, \dots, R_{t-p}^2$, que se distribuye como una $\chi^2(p)$. Para un retardo (p=1), se encuentran indicios suficientes para rechazar la hipótesis nula homocedástica (Tabla 2).

3. RESULTADOS

De la observación de las series de rendimientos se puede detectar la presencia de valores atípicos, cuyos efectos pueden provocar tanto errores de especificación en la ecuación de la varianza condicional, mostrando la presencia de efectos ARCH inducidos, como excesos de curtosis. Ello nos ha llevado a la utilización de un análisis de intervención que se ha limitado a modelizar la presencia de los outliers más relevantes de cada serie.

En base a los resultados anteriores se obtienen las estimaciones para un conjunto de especificaciones alternativas de la varianza condicional (Tabla 3).

Se estudia, además, la posible existencia de relaciones tipo GARCH-M, de la forma:

$$R_t = \varepsilon_t + \theta \sigma_t$$

resultado el parámetro θ estadísticamente significativo para las series de rendimientos de Endesa y Repsol. En general, para el resto de formulaciones, se aprecia como el parámetro α_0 , término de la varianza constante, pierde significación al introducir nuevos parámetros en la ecuación de la varianza condicional al tiempo que los nuevos parámetros introducidos son altamente significativos. Este podría ser quizás el efecto de una heterocedasticidad residual no capturada por los modelos con menor número de parámetros.

Al final de cada tabla se hace referencia a la integración en varianza o persistencia de la volatilidad, medida habitualmente a través de $\sum_{i=1}^p \alpha_i + \sum_{i=1}^q \beta_i$. Los modelos GARCH integrados son

parte de una clase de modelos más amplia con una propiedad llamada "persistencia en varianza", según la cual la información actual continúa siendo importante para las predicciones de las varianzas condicionadas para todo el horizonte de predicción. La consecuencia es que el proceso es estrictamente estacionario, pero no es estacionario en covarianza. En general, las diversas especificaciones tipo GARCH (p,q) están próximas a la no estacionariedad en varianza y, concretamente, la serie de rendimientos de BBV presenta claras violaciones de las restricciones paramétricas iniciales.

Como posibles explicaciones para la integración en varianza, Engle y Bollerslev (1986), apuntan que pueden ser debidas a errores de especificación de la ecuación de la varianza [Lamoureux y Lastrapes (1990)¹], o que la existencia aparente de raíces unitarias puede ser el resultado de cambios de régimen que afectan al nivel de las varianzas incondicionales [Diebold (1986)²].

Para el diagnóstico sobre la especificación de los modelos se utiliza además del análisis de los residuos de la ecuación heterocedástica (u_t), la distribución y estructura de las observaciones normalizadas, obtenidas como: $R_t^* = R_t / \sigma_t$, frente a las teóricas del término de error ϵ .

También se puede analizar la insesgadez de las estimaciones de la volatilidad realizando regresiones de R_t^2 sobre una constante (a_0) y las estimaciones de la varianza (a_1), como proponen Pagan y Schwert (1990). Esta evaluación se realiza a través del R^2 como medida de bondad del ajuste de cada especificación en concreto y de la estructura dinámica de los residuos de dicha regresión, que deberían ser incorrelados si el modelo ha ajustado correctamente la estructura dinámica de los cuadrados de la serie.

4. CONCLUSIONES

En este trabajo, se ha pretendido modelizar el comportamiento heterocedástico de la varianza para los rendimientos de capital de cuatro activos negociados en el mercado español de renta variable. El análisis se ha centrado en el estudio de la modelización ARCH y GARCH, que son las especificaciones utilizadas con mayor profusión en la literatura. En estos modelos, se hace depender la varianza condicionada de la magnitud que para períodos anteriores toman tanto la propia serie de rendimientos como su riesgo.

Las estimaciones obtenidas para σ_t son muy similares para cada alternativa de modelización, debido a las características comunes que presentan, como son la incapacidad de capturar comportamientos oscilatorios de la varianza, puesto que todo shock tendrá un efecto estrictamente positivo sobre todas las varianzas futuras, y la limitada capacidad de reacción ante una sucesión de inputs no homogéneos. También es evidente la existencia de una respuesta simétrica de la varianza a los errores en cada período, de forma que el efecto de las innovaciones sobre la varianza es independiente de que estas sean positivas o negativas.

¹ Lamoureux, C.G. y W.D.Lastrapes (1990), "Persistence in Variance, Structural change and the ARCH Model", *Journal of Business and Economic Statistics*, 8, 225-234.

² Diebold, F.X.(1986), "Temporal Aggregation or ARCH Models and the Distribution of Asset Returns", Unpublished Manuscript, Federal Reserve Board, Washington, DC.

Tabla 1.
Análisis descriptivo y de correlación de las series de rendimientos.

| | Simetría | Curtosis | Q(10) |
|------------|----------|----------|-------|
| ENDESA | | | |
| R_t | -0.0123 | 3.6345 | 13.5 |
| R_t^2 | 7.9876 | 93.2139 | 78.6 |
| $ R_t $ | 2.2460 | 8.9997 | 107 |
| BBV | | | |
| R_t | -0.3343 | 8.4349 | 17.8 |
| R_t^2 | 11.8852 | 193.0259 | 135 |
| $ R_t $ | 3.0292 | 17.2698 | 493 |
| REPSOL | | | |
| R_t | -.4679 | 6.3332 | 5.4 |
| R_t^2 | 10.7628 | 158.3429 | 78.3 |
| $ R_t $ | 2.9406 | 16.2434 | 139 |
| TELEFÓNICA | | | |
| R_t | -0.5312 | 8.6239 | 12.6 |
| R_t^2 | 16.4032 | 389.0433 | 99.7 |
| $ R_t $ | 3.0919 | 20.6098 | 117 |

Tabla 2.
Contraste LM para ARCH(1)

| | Φ_1 | $TR^2 \sim \chi^2(1)$ |
|------------|-----------------|-----------------------|
| BBV | 0.0294 (10.763) | 101.31 |
| ENDESA | 0.059 (2.079) | 168.33 |
| REPSOL | 0.222(7.898) | 147.79 |
| TELEFÓNICA | 0.282(10.279) | 71.19 |

Estadístico t entre paréntesis.

Tabla 3
3.1. Serie: BBV

| | ARCH(1) | ARCH(2) | GARCH(1,1) | GARCH(1,2) | GARCH(2,1) | GARCH(2,2) | GARCH-M(1,1) |
|------------|--------------------------|--------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|---|
| α_0 | 0.00016495 (37.6341) | 0.00012999 (31.4576) | 0.226181 $\cdot 10^{-5}$ (7.75938) | 0.298516 $\cdot 10^{-5}$ (7.39431) | 0.235870 $\cdot 10^{-5}$ (7.77752) | 0.329559 $\cdot 10^{-5}$ (7.29541) | 0.199583 $\cdot 10^{-3}$ (10.0187) |
| α_1 | 0.404737 (9.28425) | 0.412388 (8.83828) | 0.133019 (9.35433) | 0.182646 (8.35294) | 0.133920 (9.34230) | 0.187458 (8.38423) | 0.098933 (6.22726) |
| α_2 | | 0.183323 (7.47605) | | | 0 (0) | 0 (0) | |
| β_1 | | | 0.875134 (87.5003) | 0.402193 (3.63048) | 0.874284 (86.9983) | 0.403805 (3.68439) | 0 (0) |
| β_2 | | | | 0.425654 (4.18167) | | 0.418591 (4.16578) | |
| θ | | | | | | | 0.041849 (1.42939) |
| log L | 3404.47 | 3419.69 | 3523.90 | 3527.06 | 3518.74 | 3521.88 | 3379.66 |
| R^2_t | | | | | | | |
| σ | 1.00338 | 0.99850 | 1.00062 | 1.00425 | 0.99753 | 1.00286 | 1.07878 |
| κ | 5.22910 | 5.07704 | 4.88893 | 5.22224 | 4.87906 | 5.23386 | 4.14232 |
| Q(10) | 27.2 | 25.8 | 42.5 | 40.3 | 42.3 | 39.8 | 33.4 |
| a_0 | 0.000128366 (5.06015) | 0.000139539 (5.85772) | 0.0000862277 (3.40383) | 0.818355 $\cdot 10^{-4}$ (3.24459) | 0.863234 $\cdot 10^{-4}$ (3.40285) | 0.82814 $\cdot 10^{-4}$ (3.29437) | -0.175626 $\cdot 10^{-3}$ (-2.64847) |
| a_1 | 0.464501 (6.70263) | 0.402892 (6.92552) | 0.580662 (8.90257) | 0.600328 (9.21213) | 0.579298 (8.89153) | 0.597145 (9.21614) | 1.90565 (6.68634) |
| R^2 | 0.035348 | 0.037678 | 0.060720 | 0.064788 | 0.060626 | 0.064841 | 0.035183 |
| Q(10) | 45.9 | 35.9 | 13.7 | 8.40 | 13.7 | 8.26 | 45.6 |
| u_t | | | | | | | |
| σ | 1.96888 $\cdot 10^{-22}$ | 1.6325 $\cdot 10^{-22}$ | 2.06994 $\cdot 10^{-22}$ | 1.58054 $\cdot 10^{-22}$ | 2.08444 $\cdot 10^{-22}$ | 2.08444 $\cdot 10^{-22}$ | 4.48414 $\cdot 10^{-9}$ |
| κ | 76.07422 | 28.30292 | 11.80628 | 11.89879 | 10.85909 | 10.85909 | 36.08220 |
| Q(10) | 4.19 | 76.7 | 371 | 206 | 346 | 346 | 222 |

* Estadístico t entre paréntesis

Integración en Varianza

| | | | | | |
|----------|----------|----------|----------|----------|----------|
| 0.404737 | 0.595711 | 1.008153 | 1.010493 | 1.008204 | 1.009854 |
|----------|----------|----------|----------|----------|----------|

3.2. Serie: Endesa

| | ARCH(1) | ARCH(2) | GARCH(1,1) | GARCH(1,2) | GARCH(2,1) | GARCH(2,2) | GARCH-M(1,1) |
|------------|--------------------------|--------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|
| α_0 | 0.000189311 (24.3944) | 0.000156733 (18.3121) | $0.159032 \cdot 10^{-4}$ (4.98410) | $0.183269 \cdot 10^{-4}$ (4.43798) | $0.14483 \cdot 10^{-4}$ (4.67225) | $0.256099 \cdot 10^{-4}$ (4.36515) | $0.364206 \cdot 10^{-4}$ (6.81190) |
| α_1 | 0.166479 (4.60327) | 0.186499 (5.26231) | 0.095482 (5.24494) | 0.119508 (4.52589) | 0.090975 (5.19817) | 0.061230 (3.43138) | 0.136906 (5.42718) |
| α_2 | | 0.146097 (4.11988) | | | 0 (0) | 0.088762 (4.22437) | |
| β_1 | | | 0.836643 (31.4619) | 0.574917 (2.35423) | 0.846607 (32.3258) | 0 (0) | 0.697449 (19.4213) |
| β_2 | | | | 0.227917 (1.04015) | | 0.737604 (15.8517) | |
| θ | | | | | | | 0.084866 (2.92640) |
| log L | 3432.94 | 3440.73 | 3462.80 | 3463.26 | 3459.08 | 3460.56 | 3462.16 |
| R^2_t | | | | | | | |
| σ | 0.99496 | 0.9942 | 0.99329 | 0.99488 | 0.99469 | 0.99352 | 1.02059 |
| κ | 2.13487 | 2.23703 | 1.79443 | 1.74281 | 1.81057 | 1.88371 | 1.82520 |
| Q(10) | 17.8 | 19.7 | 20.4 | 20.6 | 20.7 | 20.8 | 19.7 |
| a_0 | 0.000144398 (3.53512) | 0.000129101 (4.32421) | $0.671253 \cdot 10^{-4}$ (2.11692) | $0.772192 \cdot 10^{-4}$ (2.51931) | $0.643341 \cdot 10^{-4}$ (2.01596) | $0.407583 \cdot 10^{-4}$ (1.22959) | $0.929495 \cdot 10^{-4}$ (2.95966) |
| a_1 | 0.343952 (2.00893) | 0.404534 (3.46477) | 0.685963 (5.35272) | 0.639970 (5.21397) | 0.700493 (5.40728) | 0.810656 (5.93819) | 0.587603 (4.51070) |
| R^2 | 0.00327839 | 0.00969674 | 0.022836 | 0.021693 | 0.023293 | 0.027958 | 0.016312 |
| Q(10) | 74.6 | 56.9 | 41.5 | 44.0 | 41.1 | 34.8 | 47.5 |
| u_t | | | | | | | |
| σ | $3.41131 \cdot 10^{-23}$ | $4.965 \cdot 10^{-23}$ | $6.23439 \cdot 10^{-23}$ | $5.73058 \cdot 10^{-23}$ | $6.23413 \cdot 10^{-23}$ | $6.23413 \cdot 10^{-23}$ | $6.22969 \cdot 10^{-23}$ |
| κ | 3.31113 | 5.75071 | 1.60759 | 5.58669 | 2.49964 | 2.49964 | 2.50290 |
| Q(10) | 8.39 | 30.0 | 269 | 151 | 261 | 261 | 261 |

Estadístico t entre paréntesis

Integración en Varianza

| | | | | | |
|----------|----------|----------|----------|----------|----------|
| 0.166479 | 0.332596 | 0.932125 | 0.922342 | 0.937582 | 0.887596 |
|----------|----------|----------|----------|----------|----------|

3.3. Serie: Repsol

| | ARCH(1) | ARCH(2) | GARCH(1,1) | GARCH(1,2) | GARCH(2,1) | GARCH(2,2) | GARCH-M(1,1) |
|------------|---|---|--|---|--|---|---------------------------|
| α_0 | 0.00019859 (0.31.7201) | 0.184972·10 ⁻³ (26.7471) | 0.290991·10 ⁻⁴ (5.97358) | 0.416177·10 ⁻⁴ (7.67722) | 0.28174·10 ⁻⁴ (5.93985) | 0.402759·10 ⁻⁴ (7.60292) | 0.230555 (1.0983) |
| α_1 | 0.183604 (4.96157) | 0.181444 (4.94883) | 0.108706 (5.34021) | 0.15075 (6.12769) | 0.107309 (5.35109) | 0.14549 (6.14409) | 0.019253 (2.25157) |
| α_2 | | 0.067457 (2.91105) | | | 0 (0) | 0 (0) | |
| β_1 | | | 0.775427 (24.1693) | 0 (0) | 0.780725 (24.794) | 0 (0) | 0 (0) |
| β_2 | | | | 0.681454 (19.1821) | | 0.6887 (19.6253) | |
| θ | | | | | | | 0.095438 (3.32817) |
| log L | 3320.65 | 3320.45 | 3333.14 | 3339.09 | 3330.40 | 3336.98 | 3305.61 |
| R_t^* | | | | | | | |
| σ | 1.00101 | 0.99880 | 0.99733 | 0.99578 | 0.99733 | 0.99649 | 1.02147 |
| κ | 3.45202 | 3.56595 | 3.62133 | 3.63241 | 3.61549 | 3.6273 | 3.00719 |
| Q(10) | 1.54 | 1.74 | 2.79 | 2.83 | 2.82 | 2.89 | 1.74 |
| a_0 | -0.246211·10 ⁻⁴ (-0.607585) | 0.154457·10 ⁻⁴ (0.415285) | 0.438062·10 ⁻⁴ (1.19685) | 0.976009·10 ⁻³ (0.276125) | 0.444082·10 ⁻⁴ (1.21370) | 0.112656·10 ⁻⁴ (0.320516) | -0.00227262 (-6.54479) |
| a_1 | 1.10374 (7.17718) | 0.9307 (6.76783) | 0.810655 (6.05049) | 0.954116 (7.37599) | 0.807884 (6.03484) | 0.948135 (7.37978) | 10.6981 (7.25532) |
| R^2 | 0.041127 | 0.036766 | 0.029604 | 0.043371 | 0.029455 | 0.043414 | 0.041990 |
| Q(10) | 12.9 | 17.5 | 26.5 | 13.3 | 20.8 | 13.6 | 12.7 |
| u_t | | | | | | | |
| σ | 4.89304·10 ⁻²³ | 4.84316·10 ⁻²³ | 6.81264·10 ⁻²³ | 8.23444·10 ⁻²³ | 8.04919·10 ⁻²³ | 8.04919·10 ⁻²³ | 8.06707·10 ⁻²³ |
| κ | 18.20361 | 14.11960 | 3.28497 | 18.14618 | 15.86704 | 15.86704 | 15.77237 |
| Q(10) | 9.22 | 11.3 | 262 | 281 | 306 | 306 | 303 |

* Estadístico t entre paréntesis

Integración en Varianza

| | | | | | |
|----------|----------|----------|----------|----------|---------|
| 0.183604 | 0.248901 | 0.884133 | 0.832204 | 0.888034 | 0.83419 |
|----------|----------|----------|----------|----------|---------|

3.4. Serie: Telefónica

| | ARCH(1) | ARCH(2) | GARCH(1,1) | GARCH(1,2) | GARCH(2,1) | GARCH(2,2) | GARCH-M(1,1) |
|------------|---|--|--|---|---|--|--|
| α_0 | 0.00014659 ₈ (28.6441) | 0.14166·10 ⁻³ (28.1478) | 0.431007·10 ⁻⁴ (5.50141) | 0.427301·10 ⁻⁴ (4.91525) | 0.432894·10 ⁻⁴ (5.47801) | 0.454635·10 ⁻⁴ (5.00730) | 0.00129399 (9.61018) |
| α_1 | 0.259554 (7.29868) | 0.22446 (5.76606) | 0.148618 (7.55262) | 0.170902 (6.32246) | 0.148057 (7.52040) | 0.174573 (6.29045) | 0.193455 (6.05667) |
| α_2 | | 0.05194 (2.66607) | | | 0 (0) | 0 (0) | |
| β_1 | | | 0.631320 (11.8561) | 0.326275 (2.68459) | 0.631326 (11.7900) | 0.316955 (2.63951) | 0.102443 (1.27861) |
| β_2 | | | | 0.284846 (2.86615) | | 0.277671 (2.84755) | |
| θ | | | | | | | 0.039697 (1.33967) |
| log L | 3535.14 | 3533.56 | 3541.28 | 3543.28 | 3537.52 | 3539.57 | 3537.23 |
| R_t^* | | | | | | | |
| σ | 0.99801 | 0.99949 | 0.99979 | 1.00196 | 0.99847 | 0.99823 | 1.03343 |
| κ | 2.60224 | 2.53115 | 2.65397 | 2.77334 | 2.64642 | 2.75341 | 2.50529 |
| Q(10) | 15.8 | 14.9 | 14.3 | 14.5 | 14.3 | 14.4 | 15.7 |
| a_0 | 0.421636·10 ⁻⁵ (0.173972) | -0.11795·10 ⁻⁴ (-0.465891) | 0.710768·10 ⁻⁵ (-0.271212) | -0.806247·10 ⁻⁵ (-0.314951) | -0.796502·10 ⁻⁵ (-0.303012) | -0.92127·10 ⁻⁵ (-0.359836) | -0.473737·10 ⁻⁴ (-1.66546) |
| a_1 | 0.976426 (9.16575) | 1.06670 (9.38109) | 1.04272 (8.78528) | 1.04743 (9.08881) | 1.04629 (8.78847) | 1.0506 (9.13723) | 1.31197 (9.48048) |
| R^2 | 0.064228 | 0.067128 | 0.058593 | 0.063271 | 0.059402 | 0.063903 | 0.068408 |
| Q(10) | 12.3 | 7.79 | 20.4 | 15.2 | 20.4 | 14.3 | 8.85 |
| u_t | | | | | | | |
| σ | 3.59739·10 ⁻²³ | 4.46423·10 ⁻²⁴ | 5.03746·10 ⁻²³ | 4.16523·10 ⁻²³ | 4.67879·10 ⁻²³ | 4.67879·10 ⁻²³ | 4.67548·10 ⁻²³ |
| κ | 7.45278 | 23.98295 | 6.24610 | 6.93832 | 4.17694 | 4.17694 | 4.18131 |
| Q(10) | 9.78 | 4.38 | 223 | 84.0 | 263 | 263 | 263 |

* Estadístico t entre paréntesis

Integración en Varianza

| | | | | | |
|----------|--------|----------|----------|----------|----------|
| 0.259554 | 0.2764 | 0.779938 | 0.782023 | 0.779383 | 0.769199 |
|----------|--------|----------|----------|----------|----------|

5. BIBLIOGRAFIA

BOLLERSLEV, TIM (1982), "Generalized Autoregressive Conditional heteroskedasticity", Journal of Econometrics, 51, 307-327.

_____ (1988), "On the Correlation Structure for the Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity Process", Journal of Time Series Analysis, 9, 121-131.

ENGLE, ROBERT F.(1982), "Autoregressive Conditional Heteroscedasticity with Estimates of the Variance of U.K. Inflation", Econometrica, 50, 987-1008.

ENGLE, ROBERT F. Y TIM BOLLERSLEV (1986), "Modelling the Persistence of Conditional Variances", Econometric Reviews, 5(1), 1-50.

PAGAN, A.R. Y G.W.SCHWERT (1990), "Alternative Models for Conditional Stock Volatility", Journal of Econometrics, 45, 267-290.

ACOSTA GONZÁLEZ, EDUARDO Y JORGE V.PÉREZ RODRÍGUEZ (1994), "Comportamiento Heterocedástico en el Índice General de la Bolsa de Madrid", VIII Reunión Anual ASEPELT España, vol.3, 127-135.

RUIZ, ESTHER (1993), "Stochastic Volatility versus Autoregressive Conditional Heteroscedasticity", Working Paper 93-44, Universidad Carlos III, Madrid.

_____ (1994), "Modelos para Series Temporales Heterocedásticas", Documento de Trabajo 94-02, Universidad Carlos III, Madrid.

WEISS, A.A.(1984), "ARMA Models with ARCH Errors", Journal of Time Series Analysis, 5, 129-143.

UNA APLICACIÓN DEL MODELO DEL FILTRO EN EL DOMINIO DE LA FRECUENCIA

SERGIO ALONSO RODRÍGUEZ

Departamento de Estadística, Investigación Operativa y Computación
Departamento de Economía Aplicada
Universidad de La Laguna

1. LA APROXIMACIÓN DE SEÑALES

El concepto de señal se puede generalizar tomándolo como *aquel vehículo de la información*. Nos servimos de ellas, por tanto, para medir un fenómeno, cuantificando o cualificando sus valores. Las series temporales de datos económicos pueden ser estudiadas como señales desde este punto de vista, si bien en este caso, toman la forma de valores que varían conforme pasa el tiempo. Denotaremos a la señal s como $[s]$ e indicaremos su valor, que en general será complejo, en el índice temporal n como $[s]_n$.

Si consideramos el conjunto de señales discretas,

$$l^2 = \{[x] \mid \sqrt{\sum_n |[x]_n|^2} < \infty\}$$

podemos definir la suma de señales como la señal que se obtiene sumando índice a índice, y la señal producto por un escalar como la señal que se obtiene multiplicando índice a índice. Además, el sumatorio siguiente es un producto interior o escalar en l^2 ,

$$\langle [x], [y] \rangle = \sum_n [x]_n \overline{[y]_n}$$

con lo que la estructura del conjunto de señales discretas definido es la de un espacio vectorial de Hilbert. Esta estructura es especialmente atractiva para nuestros propósitos pues podemos aplicar los resultados sobre proyecciones ortogonales propios de estos espacios vectoriales.

Dada una señal de l^2 , $[s]$, y un conjunto de señales base de la aproximación, $\{[x_1], [x_2], [x_3], \dots, [x_p]\}$, decimos que la combinación lineal $[x] = a_1 [x_1] + a_2 [x_2] + \dots + a_p [x_p]$ es la mejor aproximación para $[s]$ si la norma de la señal error $[e] = [s] - [x]$, esto es, el autoprodueto escalar, es mínimo. El problema se plantea, por tanto, como la búsqueda de los escalares complejos $a_1, a_2, a_3, \dots, a_p$ que construyan la mejor aproximación.

Para el cálculo de los coeficientes usamos el teorema de proyección, que afirma que los coeficientes buscados se deducen del sistema lineal resultante de igualar los productos escalares de $[s]$ y $[x]$, respectivamente por $[x_1], [x_2], [x_3], \dots, [x_p]$, esto es, $\langle [x], [x_k] \rangle = \langle [s], [x_k] \rangle$, con $k = 1, 2, 3, \dots, p$.

Nuestro objetivo ahora es lograr explicar el comportamiento de los valores de una señal $[s]$ en el presente, mediante los valores que tomó en instantes pasados. En términos de aproximación de señales, usaremos como conjunto de señales base de la aproximación los retardos de la señal a aproximar.

Denotando por D al operador retraso, definimos la señal retardada de orden k como $[D^k s]_n = [s]_{n-k}$. Podemos definir también la señal *función de autocorrelación* $[r]$ de una señal $[s]$, como $[r]_n = \langle [s], [D^n s] \rangle$. En ese caso, el sistema lineal que deduce los valores de los coeficientes de la mejor aproximación es

$$\sum_{n=1}^p a_n \mathbb{T} \mathbf{r} \ddot{\mathbb{I}}_{k-n} = -\mathbb{T} \mathbf{r} \ddot{\mathbb{I}}_k$$

que resulta un sistema Toeplitz por las propiedades de la señal función de autocorrelación.

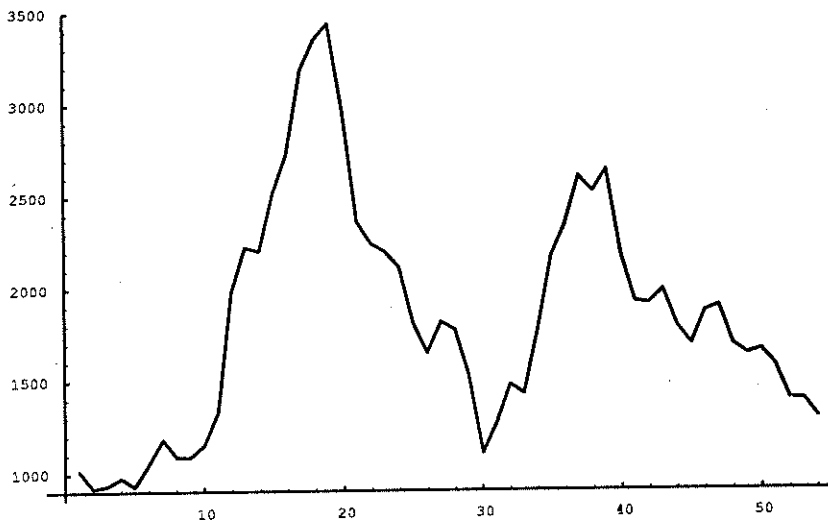
Usamos para su resolución el *algoritmo de Levinson*, que rebaja el orden de complejidad de $O(p^3)$ para p parámetros en los algoritmos clásicos de resolución de sistemas lineales, a $O(p^2)$ usando la propiedad Toeplitz del sistema. Esta manera de resolver la aproximación se denomina *método de la autocorrelación* y necesita de una simplificación en la práctica. Al ser desconocidos los infinitos valores de la señal a aproximar $[s]$, la señal función de autocorrelación obtenida no es la de ésta, sino de una señal $[s']$ coincidente con $[s]$ en sus valores conocidos y con valor cero en los desconocidos.

La generalidad del concepto de la aproximación permite ir estudiando diversos casos con sólo cambiar el conjunto de señales base de la aproximación considerados. En el epígrafe anterior se usaban los propios valores de la señal a aproximar en instantes pasados, obteniendo un modelo conocido como *autorregresivo*. Un conjunto de señales base más universal, pues no depende de la señal que se quiere modelizar, es el construido a partir de las raíces N -ésimas de la unidad, donde N es el conjunto de datos. Las aproximaciones sobre exponenciales construyen el espectro de Fourier o dominio de la frecuencia y la versión discreta, la *transformada discreta de Fourier* plantea las siguientes ecuaciones,

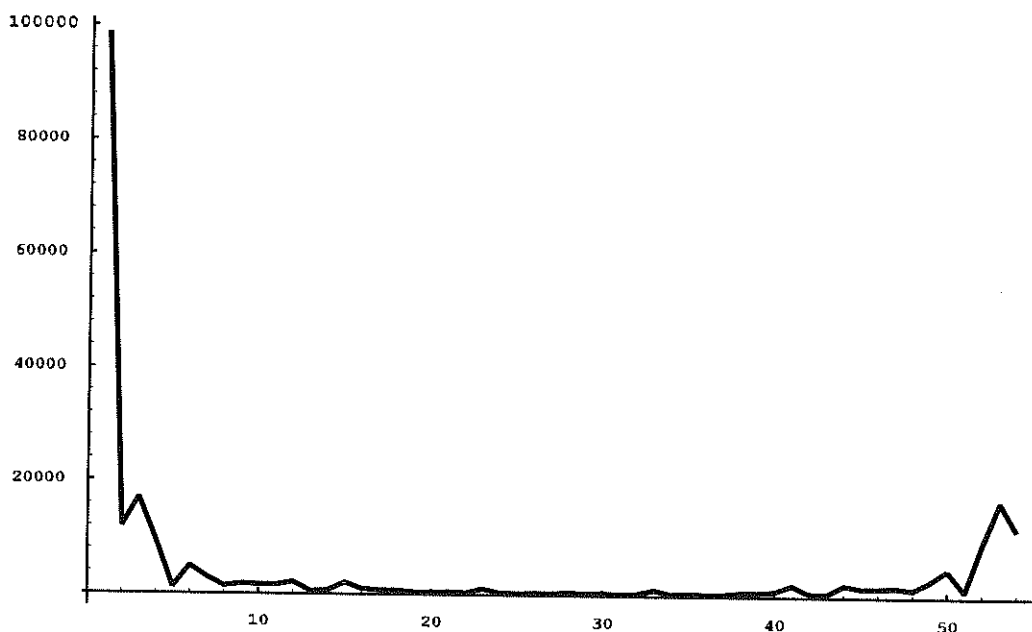
$$\mathbb{T} \mathbf{s} \ddot{\mathbb{I}}_k = \frac{1}{N} \sum_{r=0}^{N-1} \mathbb{T} \mathbf{s} \ddot{\mathbb{I}}_r e^{2\pi i k r / N}$$

$$[S]_r = \sum_{k=0}^{N-1} [s]_k e^{2\pi k r i / N}$$

El ejemplo tratado en esta ponencia es el de la serie de ventas de Lydia Pinkham. Los 54 datos de esta serie abarcan desde 1907 hasta 1960, y tanto su gráfica como la de su espectro discreto se muestran a continuación:



Serie Ventas de Lydia Pinkham (1907-1960)



Espectro de la serie ventas

2. EL MODELO DEL FILTRO

Conceptualmente se ha simplificado la noción de filtro como la de una caja negra a través de la cual entra una señal, llamada por ello señal input, y sale otra, denominada entonces señal output. Trataremos con la familia de filtros lineales e invariantes antes traslaciones, (en inglés *LSI, Linear Shift Invariant*), caracterizados por operar sobre las señales input mediante convoluciones.

Los modelos autorregresivos presentados, toman la forma de filtros de respuesta finita, (en inglés *FIR, Finite Impulse Response*) cuya función de transferencia es el polinomio predictor, $A_p(z) = 1 + a_1z + a_2z^2 + a_3z^3 + \dots + a_pz^p$. La acción del filtro se expresa en función de las z-transformadas como $E(z) = A_p(z)S(z)$, donde $E(z)$ y $S(z)$ son las z-transformadas de la señal error y la señal a aproximar, respectivamente.

Para la modelización de la señal $[s]$, invertimos la relación anterior, obteniendo, también en función de las z-transformadas, la igualdad $S(z) = E(z)/A_p(z)$. En términos de filtros LSI, la anterior ecuación, refleja un sistema con función de transferencia $1/A_p(z)$, que, alimentado por la señal error, tiene como señal output a $[s]$. La simplificación que se hace en la modelización atiende al desconocimiento de los valores de la señal error. La hipótesis de que el polinomio predictor absorbe toda la información relevante de la señal de partida, lleva a la conclusión de que la z-transformada $E(z)$

debe poder expresarse como una constante G . El valor de esta constante real positiva se deduce de exigir que tanto $[s]$ como su simulación $[s']$ posean la misma norma, y en ese caso,

$$G = \sqrt{[r]_0 + \sum_{k=1}^p a_k [r]_{-k}}.$$

El modelo del filtro atiende a la siguiente ecuación,

$$[s']_n = - \sum_{k=1}^p a_k [s']_{n-k} + G \delta$$

siendo δ la *delta de Dirac*.

Usaremos el modelo del filtro construido en este epígrafe para modelizar no la serie de datos de ventas en el dominio del tiempo, sino su espectro.

3. LA MODELIZACIÓN DEL ESPECTRO

Si denotamos por $[x]$ a la señal de N valores reales en el dominio del tiempo, y por $[A]$ a su transformada discreta, se verifica la siguiente relación,

$$[A]_n = \overline{[A]_{N-n}}$$

con lo que conociendo los $N/2$ primeros valores, podemos reproducir el conjunto entero de valores. Esta propiedad se puede usar en las ecuaciones de la transformadas y antitransformadas discretas ya vistas, para su simplificación. Si denotamos por *div* y por *mod* a la división y resto entero, respectivamente, y por *Re* a la función que extrae la parte real de un número complejo, tenemos que,

$$[x]_j = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N \text{ div } 2} [A]_n W_N^{jn} \Delta - [A]_0 + \sum_{n=N \text{ div } 2}^N [A]_n W_N^{jn} \Delta \zeta$$

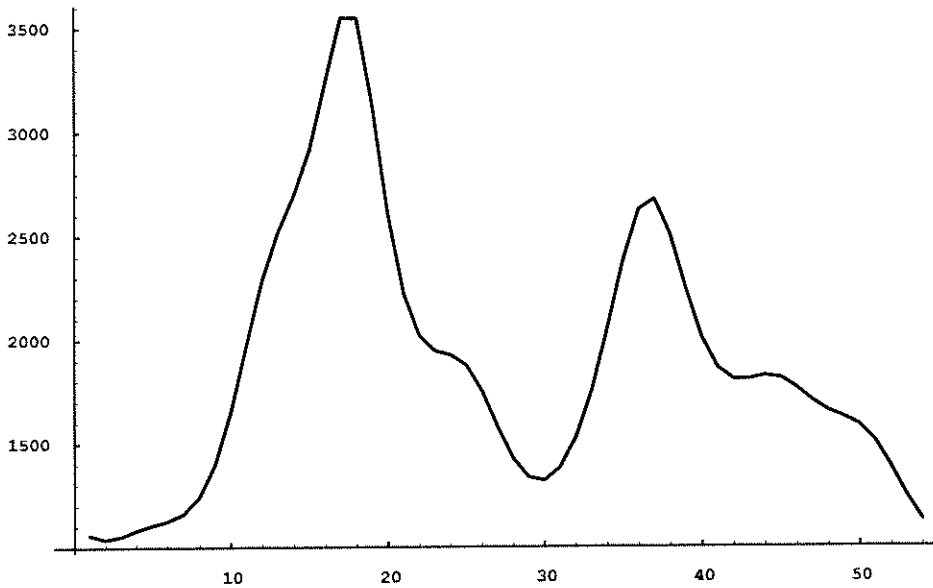
Aplicando el modelo del filtro a la igualdad anterior podemos contruir un modelo de $[x]$ de la siguiente manera,

$$[x']_j = \frac{G}{N} \operatorname{Re} \left(\frac{1 - \sum_{k=1}^p a_k W_N^{njk}}{1 + \sum_{k=1}^p a_k W_N^{njk}} \right).$$

El algoritmo de Levinson sobre el espectro de la serie de ventas de Lydia Pinkham muestra los siguientes resultados:

| Parámetro | Valor |
|----------------|--------------------------|
| p | 9 |
| G ² | 1.03164·10 ¹⁰ |
| a ₁ | 0.107947+0.030465937i |
| a ₂ | 0.158404-0.0743252i |
| a ₃ | -0.0553674-0.0299375i |
| a ₄ | 0.008866-0.0414789i |
| a ₅ | 0.0207545+0.0145679i |
| a ₆ | -0.0228414-0.00475047i |
| a ₇ | 0.01755331+0.00335901i |

Y con ellos se construye, siguiendo la metodología descrita, el modelo para la serie temporal que muestra la siguiente figura,



Modelo resultante de la serie ventas

4. CUESTIONES ABIERTAS

Sobre esta metodología y los modelos que se obtienen con ella, surgen diversas cuestiones abiertas. En primer lugar, el cálculo del número de parámetros p con el cual obtener una mejor aproximación, esto es, la identificación del modelo. En este caso, no sólo contamos con el modelo espectral que al considerar ajuste mínimo cuadrático plantea un error decreciente y por ello el uso de funciones de penalización hacia el excesivo uso de parámetros. Contamos además con otro error, el del ajuste en el dominio dual que no es estrictamente decreciente sino que llega a su mínimo para $p=9$.

La segunda cuestión sobre la que cabe reflexionar es la de la explicación económica de los pesos que construyen el modelo espectral. Se trata en este caso de considerar el concepto de frecuencia en el que se basa el dominio de la frecuencia y de las diversas formas de expresar el modelo del filtro y el polinomio predictor para obtener relaciones claras de causalidad.

Por último, parece claro que es necesaria la extensión de esta modelización univariante a una multivariante en la que no sea una señal error simulada la que alimente el filtro.

BIBLIOGRAFÍA

S. ALONSO, *Una introducción práctica a la aproximación y tratamiento de señales*, Memoria de Licenciatura, Departamento de Análisis Matemático.

R. A. ROBERTS, C. T. MULLIS, *Digital Signal Processing*, Addison-Wesley, 1987.

SOBRE LA IMPORTANCIA RELATIVA DE LOS BANCOS Y LAS CAJAS DE AHORRO: DE LOS ECOS DE 1977 A LAS CERCANIAS DEL AÑO 2000.

JOSÉ MIGUEL ANDREU

CARMEN ARASA

Facultad de Ciencias Económicas y Empresariales
UNED

1. INTRODUCCION

Cualquier persona que siga con un mínimo de atención la evolución del peso estructural de la banca privada en España, sabe perfectamente que ésta se encuentra inmersa desde hace años en un proceso acentuado de pérdida de importancia dentro del conjunto del Sistema Bancario. En efecto hasta 1.977, y durante años, la banca privada en España gestionaba en torno a 2/3 de los depósitos del país, en tanto que las Cajas de Ahorro se ocupaban *grosso modo* del manejo del tercio restante¹.

Sin embargo en el verano de 1.977, un simple Decreto del Gobierno pondría en marcha un proceso procompetitivo que, con el correr de los años iría "socializando" el crédito de una manera incruenta y apenas perceptible. En efecto, el mencionado Decreto, de resultas del levantamiento legal de las diversas barreras existentes hasta 1.977 a la actuación bancaria de las Cajas de Ahorro, pondría en marcha un mecanismo cuyas consecuencias pocos visualizaron y menos aun enunciaron. Sin embargo, a la luz de la situación estructural de los contendientes en la época- con unas Cajas de Ahorro con una mayor productividad por persona ocupada que los bancos², y con un continuo y apreciable porcentaje de fondos cedidos a aquellos por falta de oportunidades de inversión, dadas las restricciones legales existentes-, no era complicado visualizar los que en pocos años ocurriría.

Y así lo hicimos en enero de 1.978³; época en la que sugerimos que las tendencias estructurales internas del sistema bancario, y los entonces emergentes datos del flujo de fondos⁴, permitían ya aventurar la idea de que el viejo reparto de cuotas entre bancos y cajas de ahorro (de 2/3 y de 1/3 respectivamente), tendería a igualarse; pudiendo incluso invertirse con el correr de los años.

¹Debe recordarse que las Cooperativas de crédito gestionaban alrededor del 3% del pasivo del Sistema en la época de referencia

²Véase al respecto, Andreu, J.M. (1.980) en: "Productividad real y productividad institucional de Bancos y Cajas de Ahorro". *Revista Española de Economía*

³Véase Andreu J.M. y Pérez de Eulate, C. (1978) en "Las Cajas de Ahorro toman posiciones". *Diario "Informaciones"* de 17-1-1.978.

⁴En particular la gran conexión existente entre los ahorradores netos del Sistema Económico -las familias- y las Cajas de Ahorro.

Como era de esperar, tales tendencias no se pusieron en marcha instantaneamente, pero ya a partir de los primeros años 80 comenzaron a percibirse las inevitables consecuencias de aquél Decreto de 1.977. Decreto cuyo alcance quizá no fué ponderado adecuadamente ni por quienes hicieron la norma, ni mucho menos por los banqueros, quienes continuaron desarrollando sus estrategias como si nada hubiera ocurrido. Las Cajas de Ahorro eran, sin embargo, un gigante dormido que comenzaría a despertar a comienzos de los 80s.

2. LOS AÑOS 80: ¿ESTRATEGIA ERRONEA DE LA BANCA O MENOSPRECIO DE LAS CAJAS?

En efecto, en virtud del desarrollo de su potencial hasta entronces infrautilizado,-o mejor trasladado a los bancos mediante la constante cesión de fondos de tesorería-, las Cajas de Ahorro comenzaron a ganar cuota de mercado en todas las esferas del negocio⁵, a partir de 1.980; bien en captación de pasivo de bienes, bien en inversión en activos del Sector Privado (créditos concedidos más cartera de títulos privados), o bien en inversión en activos del Sector Público.

Omitiendo los detalles menores, y con referencia exclusivamente a la evolución de los Depósitos-dado que en los distintos renglones del activo sucedería algo semejante- se señalará que la banca privada perdió nada menos que 18 puntos porcentuales de cuota de mercado entre 1.980 y 1.994; lo que vendría a significar una pérdida anual media de cuota de en torno a 1,3 puntos porcentuales. Debe señalarse además que esa pérdida de cuota ha venido siendo constante en el tiempo, salvo en el bienio 1.990-1991, época en la que la banca privada, a iniciativa del Santander, desarrolló una estrategia procompetitiva (supercuentas) que ulteriormente sólo tendría continuidad por la vía de la expansión de los fondos de inversión. Expansión esta última que, teledirigida en gran medida por la banca, no ha tenido, obviamente, su reflejo en las cuentas gestionadas por las entidades bancarias salvo para vaciarlas relativamente.

Las causas de la pérdida de cuota de los bancos frente a las cajas durante los años 80s, y quizá también entre 1.992 y 1.994, han sido varias: 1) el proceso desregulador, que iniciado en 1.977, comenzaría a hacerse efectivo en 1.980 en función de la estructura económica del sistema; estructura que llevaría forzosamente *ceteris paribus* a una ganancia de cuota de las cajas; 2) el superior precio asignado por la banca privada a sus operaciones de activo durante la mayor parte del período de 14 años analizado, en las modalidades de préstamo más importantes⁶, así como los mayores cargos realizados por Comisiones⁷; y 3) por su lado, y en relación con los costes financieros de estos dos

⁵ Véase Andreu, J.M., (1.988) "La banca y el futuro: un panorama complicado" y (1.989) "La banca privada en 1.988: continuó su declive". Ambas en *Boletín de I.C.E.* Nºs 2.132 y 2.198, respectivamente

⁶ Véase al respecto las series de tipos de interés cargados y abonados por bancos y Cajas de Ahorro a su clientela en pág. 86 de *B.E.B.E.*, Junio 1994.

⁷ Véase *Boletín Económico del Banco de España* (1994). "La cuenta de resultados de bancos y cajas de ahorros en 1.993. Abril.

grupos de entidades cabría decir que, en principio, la banca ha venido pagando tradicionalmente unos tipos de interés más altos a su clientela que las Cajas de Ahorros, y lo sigue haciendo salvo para algunas operaciones. Sin embargo debe señalarse que el cliente de pasivo de una entidad de depósito acude a ella no sólo en función de la rentabilidad directa obtenida (tipo de interés) por la cesión de sus fondos, sino también en función de la indirecta que en forma de préstamos a tipos más bajos -sobre todo hipotecarios- pudiera obtener en el futuro; de modo que sumando las rentabilidades directa e indirecta, cabría decir que la rentabilidad global del ahorrador ha debido ser mayor en el caso de las cajas de ahorro desde 1.980 hasta hoy.

Además, desagregadas las rentabilidades de las distintas operaciones por grupos bancarios⁸, podría verse cómo los llamados 5 grandes bancos cargan habitualmente más que el resto de la banca privada por su inversión crediticia en pesetas, al tiempo que pagan menos por su financiación no interbancaria. Lo que habiendo sucedido en un buen número de años de los analizados, ha hecho que este grupo de bancos en su conjunto -del que eran de esperar unos menores costes medios operativos, en función de las presuntas economías de escala obtenibles con motivo del inicio de las fusiones allá en 1.987 -haya perdido cuota de mercado de modo significativo, durante el período 1.980-1994.

3. LAS MANIOBRAS PROCOMPETITIVAS INICIADAS A PARTIR DE 1.989 Y SU INCIERTA INCIDENCIA EN LAS CUOTAS.

Si observáramos la evolución de la cuota de mercado (de depósitos) de los bancos, hay que decir que ésta en los años 1.990 y 1.991 pareció experimentar una cierta recuperación; recuperación que sin embargo, y a juzgar por los acontecimientos posteriores, parece haber sido sólo transitoria. En efecto, a raíz del inicio de la guerra de las supercuentas en el otoño de 1989 por parte del Banco de Santander, las cuotas de bancos y cajas comenzaron a bascular de nuevo en favor de los primeros, dado que las cajas rehusaron mayoritariamente, a entrar directamente en esa batalla.

Ahora bien, al acelerarse en 1992 el proceso autodesintermediador protagonizado por las entidades de depósito, al comercializar estas ciertas "participaciones" de fondos de inversión teledirigidos desde sus casas matrices, la tendencia seguida por las cuotas de mercado ha retornado a donde solía, volviendo de nuevo a ser favorable a las Cajas de Ahorro. Aunque ahora no se sepa ya con certeza -por la falta de publicación de las cuentas de pasivo consolidadas -si tal ganancia de cuota se ha debido, y en qué proporciones, a los factores antes comentados, que determinaron el empuje diferencial de las Cajas en los años 80s, o bien al proceso desintermediador aludido⁹.

Sea como fuere el caso es que a principios de 1994, se produjo un hecho histórico en la relación banca-cajas: la equiparación de cuotas de ahorro captado por unas u otras entidades. Equiparación que pocos se atrevieron a pronosticar cuando en 1977 el gobierno de entonces promulgó el Decreto igualador de trato operativo de bancos y cajas de ahorro.

⁸ Con referencia a lo ocurrido en 1.993, véase la referencia de la nota 7, cuadro pág. 79.

⁹ Proceso que ha permitido sacar del balance de las grandes entidades de depósito, mediante operaciones de cesión temporal, una parte relevante de los Fondos Públicos acumulados en aquellas hasta entonces (sin cesión a terceros).

4. TENDENCIAS DE CARA A LA SEGUNDA MITAD DE LOS AÑOS 90S

La tendencia negativa en cuanto a la evolución de las cuotas de mercado de los bancos era más que previsible hace tres lustros, concretamente desde el comienzo del período desregulador en el verano de 1.977. Ahora bien la gran cuestión que se planteaba entonces no era tanto la caída de la cuota de mercado de la banca, algo que era seguro, cuanto la velocidad de progresión de esa caída. Velocidad que entonces dependía: 1) del ritmo de entrada en juego de las cajas de ahorro en mercados hasta entonces monopolizados por la banca; 2) del despliegue o no de una estrategia defensiva de su espacio de negocio por parte de la banca privada; y 3) del despliegue de una estrategia agresiva por parte de las Cajas de Ahorro.

Pues bien, llegados ya a la primavera de 1.995, la pregunta que cabría formularse hoy en relación con la futura evolución de las cuotas (de depósitos, o de las distintas partidas de activos) de los bancos y de las cajas, -es si su evolución futura continuará marcada por las tendencias recientes o no. Pues bien a este respecto, hay que decir en primer lugar que, transcurridos 3 lustros desde el inicio del proceso precompetitivo hasta hoy, los balances de las Cajas de Ahorro se parecen ya bastante a los de los bancos; aun con la diferencia de que aquéllas no entran en la medida en la que lo hacen los bancos, ni en el mercado monetario, ni en la compra de títulos de renta variable, ni en las operaciones relacionadas con el sector exterior. Operaciones todas ellas, con un mayor contenido especulativo, y que la mayor parte de las veces contienen un pequeño margen financiero, (particularmente, en operaciones interbancarias y de moneda extranjera)¹⁰ del que obtener grandes ventajas. Así pues, tal parece que la homogeneización registrada en la operatoria de uno u otro grupo institucional ya no favorecerá en el futuro tanto a las Cajas, a diferencia de los que sucedió a partir de 1.980.

Por otro lado, las variables centrales de la estrategia agresiva de las Cajas, basada en el establecimiento de un diferencial de intereses activo-pasivo, que en la década de los 80s favoreció netamente a aquéllas, hoy tampoco parece ya funcionar. Y ello, al haberse igualado prácticamente los intereses que pagan o cobran esas instituciones a sus clientes de pasivo e inversión respectivamente.

Así pues la tendencia actual en cuanto a la evolución de intereses y la relativa estabilización de la negativa evolución de la cuota de mercado de los bancos, podría inducir a creer que la actual situación de igualdad de cuotas (de captación de pasivo), podría mantenerse *grosso modo* a medio plazo. Sin embargo, en nuestra opinión eso no ocurrirá.

Un primer argumento relacionado con esa opinión es el crecimiento reciente del endeudamiento de los Bancos con las Cajas de Ahorros; deuda, que se ubicaba, a finales de 1.993, en torno al 14,5% del total del pasivo captado por los bancos. Porcentaje éste que es el mayor de los registrados en la historia reciente¹¹, (véase cuadro adjunto), y que podría haber deslizado al alza el

¹⁰ Véase referencia Nota 7, pág. 59.

¹¹ Obviamente, ése 14,50%, venía influido por la situación de Banesto de finales de 1.993; pero descontado ese problema en 1.992 y 1.993, el porcentaje anterior también marcaría probablemente un techo histórico.

techo de la capacidad expansiva de las Cajas¹². Margen para la ganancia de cuota por esta vía que, estando en la actualidad en niveles cuantitativos semejantes a los de 1977, podría fundamentarse en sencillos planteamientos analíticos (12). Planteamiento que permiten concluir que la capacidad potencial de expansión crediticia cedida hoy día por las cajas a los bancos, (vía mercado interbancario), en la medida en que fuera usado por aquéllas haría crecer el valor del multiplicador de los depósitos de las Cajas.

Y ello, en función del coeficiente positivo de reciclado de fondos que el multiplicador de aquéllas contiene; lo que naturalmente hará que las cajas sigan ganando cuota de mercado a una velocidad quizás semejante a la de la media de los últimos 14 años: 1,3 puntos porcentuales por año. Ganancia que situaría a las Cajas con una cuota en relación con los depósitos de clientes de en torno al 55% a finales del siglo XX.

En definitiva, los negocios practicados por la banca y las cajas se parecen hoy día mucho más que lo que lo hacían hace tres lustros, dado que ambos grupos de entidades de depósito han convergido relativamente en productividad por empleado, en gastos de personal por empleado, en la relación valor añadido-gastos de personal, en tipos de interés cobrados y pagados, y en otros parámetros relevantes del comportamiento de las entidades.

Sin embargo, la imagen negativa de los bancos de querer ganar dinero en demasía, así como la imagen distorsionada en favor de las cajas, como si éstas no quisieran ganar dinero -el "interés más desinteresado" se decía en un slogan publicitario de hace pocos años-¹³, hace que las economías domésticas fijen mayoritariamente su ahorro en las cajas. Fijación mayoritaria y preferente a la que tampoco es ajena la conducta pasada de los bancos, -sobre todo la de los grandes bancos; entidades que mostraron muy poco interés por la atención a las familias en la década de los años 80, y aún en décadas anteriores. Imagen negativa que la banca probablemente muy acendrada, que podría permitir a las cajas continuar con su velocidad de progresión en relación con las ganancias de cuotas aludidas. Y ello, aún a pesar de jugar ya con parámetros estratégicos sensiblemente iguales a los manejados por los bancos.

¹² Véase Andreu, J.M. (1.984) "Mercados bancarios segmentados, reciclado de fondos, cuotas de mercado y costes de oportunidad". B.B.E. de Deusto. Abril.

¹³ En este sentido cabría recordar algo que podría deducirse de las cuentas de resultados de los bancos y de las cajas de los últimos 11 años. Estas últimas ganaron, en términos de medias, más dinero antes de impuestos que los bancos en proporción a sus A.T.M. Concretamente el 1,03%, frente al 0,98% de esos ATM respectivamente. Aunque también deba añadirse que las ganancias de las Cajas no generaron riqueza privada sino pública, además de la provisión de ciertos servicios al público mediante la distribución de parte de sus ganancias a la llamada Obra Social.

EVOLUCIÓN DE LOS DEPÓSITOS, CUOTAS Y CESIÓN DE CAPACIDAD DE EXPANSIÓN

(en miles de millones de pesetas)

| | (1) Posición sistema | (2) Posición Banca | (3) Depósito Cajas | (4) Cuota Banca | (5) Deuda Bancos a Cajas | (6)=(5:2) Coeficiente (%) | (7) Cuota Cajas | (8)=(5:3) Coeficiente (%) |
|------|----------------------------|--------------------------|--------------------------|-----------------------|-----------------------------------|---------------------------------|-----------------------|---------------------------------|
| 1980 | 11.615 | 7.450 | 3.761 | 0,641 | -311 | -4,17 | 0,323 | 8,26 |
| 1981 | 13.567 | 8.632 | 4.422 | 0,637 | -321 | -3,85 | 0,326 | 7,25 |
| 1982 | 15.610 | 9.727 | 5.296 | 0,623 | -444 | -4,56 | 0,339 | 8,38 |
| 1983 | 17.880 | 10.891 | 6.295 | 0,609 | -272 | -2,49 | 0,352 | 4,32 |
| 1984 | 20.568 | 12.262 | 7.489 | 0,596 | -200 | -1,63 | 0,364 | 2,67 |
| 1985 | 22.956 | 12.995 | 8.981 | 0,566 | -824 | -6,34 | 0,391 | 9,17 |
| 1986 | 25.505 | 13.926 | 10.506 | 0,546 | -999 | -7,17 | 0,412 | 9,50 |
| 1987 | 28.845 | 15.597 | 12.062 | 0,541 | -893 | -5,72 | 0,418 | 7,40 |
| 1988 | 32.012 | 16.499 | 14.210 | 0,515 | -1.026 | -6,21 | 0,444 | 7,22 |
| 1989 | 35.361 | 17.641 | 16.342 | 0,499 | -1.392 | -7,89 | 0,462 | 8,51 |
| 1990 | 39.103 | 19.817 | 17.741 | 0,507 | -1.383 | -6,97 | 0,454 | 7,79 |
| 1991 | 42.700 | 22.184 | 18.696 | 0,519 | -2.063 | -9,29 | 0,438 | 11,03 |
| 1992 | 45.139 | 22.242 | 20.874 | 0,492 | -2.687 | -12,08 | 0,462 | 12,08 |
| 1993 | 49.701 | 23.925 | 23.438 | 0,481 | -3.466 | -14,48 | 0,472 | 14,78 |

Fuente: B.E.B.E.. Hasta 1990 las cifras de Bancos y Cajas se corresponden con las de Depósitos más otros Pasivos Líquidos. A partir de 1.991, se trata de Depósitos y Cesiones temporales.

PRODUCTIVIDAD DE BANCOS Y CAJAS DE AHORROS (en miles de millones)

Período 1993-1990

| | | 1993 | | 1992 | | 1991 | | 1990 | |
|-----------|-------------------------------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|
| | | B | C | B | C | B | C | B | C |
| 1 | Productos Financieros | 7082,00 | 3457,00 | 5949,00 | 3004,00 | 5782,00 | 2731,00 | 5323,00 | 2382,00 |
| -2 | Costes Financieros | -5186,00 | -2246,00 | -4197,00 | -1901,00 | -3968,00 | -1748,00 | -3591,00 | -1510,00 |
| -3 | Saneamiento de Crédito | -455,00 | -279,00 | -345,00 | -176,00 | -264,00 | -123,00 | -152,00 | -56,00 |
| =4 | Margen Financiero Neto | 1441,00 | 932,00 | -1407,00 | 927,00 | 1550,00 | 860,00 | 1580,00 | 816,00 |
| +5 | Otros Productos | 558,00 | 183,00 | 482,00 | 130,00 | 341,00 | 72,00 | 314,00 | 59,00 |
| =6 | Productos Totales | 1999,00 | 1115,00 | 1989,00 | 1057,00 | 1891,00 | 932,00 | 1894,00 | 875,00 |
| 7 | Número Empleados (miles) | 153,00 | 83,00 | 159,00 | 83,00 | 162,00 | 83,00 | 157,00 | 85,00 |
| 8 = 6/7 | Productos Totales/Empleados | 13,00 | 13,40 | 11,90 | 12,70 | 11,70 | 11,20 | 12,00 | 10,30 |
| 9 | Gastos de Personal | 937,00 | 521,00 | 877,00 | 476,00 | 794,00 | 419,00 | 725,00 | 377,00 |
| 10 = 9/7 | Gastos Personal/empleado | 6,10 | 6,30 | 5,50 | 5,70 | 4,90 | 5,00 | 4,60 | 4,40 |
| 11 = 8:10 | Valor añadido/Gastos Personal | 2,10 | 2,10 | 2,20 | 2,20 | 2,40 | 2,20 | 2,60 | 2,30 |

Período 1989-1986

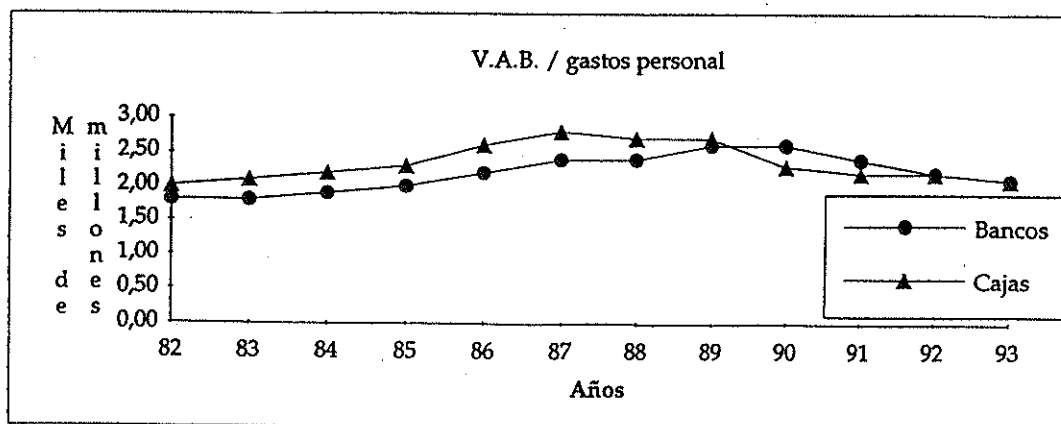
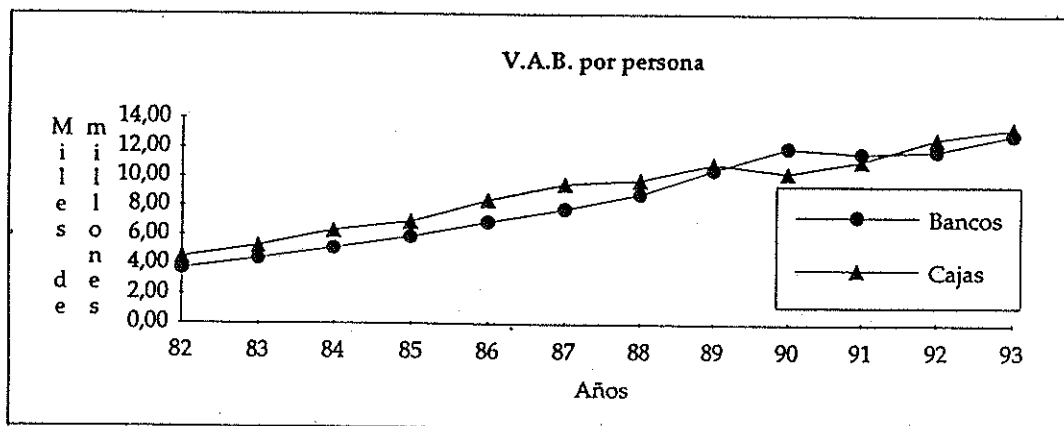
| | | 1989 | | 1988 | | 1987 | | 1986 | |
|-----------|-------------------------------|----------|----------|----------|---------|----------|---------|----------|---------|
| | | B | C | B | C | B | C | B | C |
| 1 | Productos Financieros | 4192,00 | 2006,00 | 3405,00 | 1605,00 | 3212,00 | 1436,00 | 2822,00 | 1280,00 |
| -2 | Costes Financieros | -2657,00 | -1105,00 | -2028,00 | -814,00 | -2025,00 | -703,00 | -1760,00 | -668,00 |
| -3 | Saneamiento de Crédito | -166,00 | -43,00 | -254,00 | -69,00 | -197,00 | -64,00 | -175,00 | -35,00 |
| =4 | Margen Financiero Neto | 1369,00 | 858,00 | 1123,00 | 722,00 | 990,00 | 669,00 | 887,00 | 577,00 |
| +5 | Otros Productos | 265,00 | 48,00 | 245,00 | 42,00 | 228,00 | 34,00 | 197,00 | 29,00 |
| =6 | Productos Totales | 1634,00 | 906,00 | 1368,00 | 764,00 | 1218,00 | 703,00 | 1084,00 | 606,00 |
| 7 | Número Empleados (miles) | 156,00 | 83,00 | 155,00 | 78,00 | 155,00 | 74,00 | 158,00 | 72,00 |
| 8 = 6/7 | Productos Totales/Empleados | 10,50 | 10,90 | 8,80 | 9,80 | 7,80 | 9,50 | 6,90 | 8,40 |
| 9 | Gastos de Personal | 634,00 | 338,00 | 564,00 | 280,00 | 515,00 | 254,00 | 483,00 | 231,00 |
| 10 = 9/7 | Gastos Personal/empleado | 4,10 | 4,10 | 3,60 | 3,60 | 3,30 | 3,40 | 3,10 | 3,20 |
| 11 = 8:10 | Valor añadido/Gastos Personal | 2,60 | 2,70 | 2,40 | 2,70 | 2,40 | 2,80 | 2,20 | 2,60 |

Período 1985-1982

| | | 1985 | | 1984 | | 1983 | | 1982 | |
|-----------|-------------------------------|----------|---------|----------|---------|----------|---------|----------|---------|
| | | B | C | B | C | B | C | B | C |
| 1 | Productos Financieros | 2823,00 | 1183,00 | 2758,00 | 1048,00 | 2400,00 | 857,00 | 2123,00 | 668,00 |
| -2 | Costes Financieros | -1882,00 | -662,00 | -1876,00 | -577,00 | -1610,00 | -452,00 | -1474,00 | -361,00 |
| -3 | Saneamiento de Crédito | -179,00 | -58,00 | -221,00 | -60,00 | -209,00 | -67,00 | -138,00 | -36,00 |
| =4 | Margen Financiero Neto | 762,00 | 463,00 | 661,00 | 411,00 | 581,00 | 338,00 | 511,00 | 271,00 |
| +5 | Otros Productos | 190,00 | 29,00 | 181,00 | 22,00 | 174,00 | 16,00 | 142,00 | 12,00 |
| =6 | Productos Totales | 952,00 | 492,00 | 842,00 | 433,00 | 755,00 | 354,00 | 653,00 | 283,00 |
| 7 | Número Empleados (miles) | 161,00 | 71,00 | 164,00 | 69,00 | 171,00 | 67,00 | 176,00 | 63,00 |
| 8 = 6/7 | Productos Totales/Empleados | 5,90 | 6,90 | 5,10 | 6,30 | 4,40 | 5,30 | 3,70 | 4,50 |
| 9 | Gastos de Personal | 468,00 | 213,00 | 435,00 | 191,00 | 404,00 | 168,00 | 364,00 | 145,00 |
| 10 = 9/7 | Gastos Personal/empleado | 2,90 | 3,00 | 2,70 | 2,80 | 2,40 | 2,50 | 2,10 | 2,30 |
| 11 = 8:10 | Valor añadido/Gastos Personal | 2,00 | 2,30 | 1,90 | 2,20 | 1,80 | 2,10 | 1,80 | 2,00 |

Fuente: Boletines Económicos del B.E. de Abril 1.994, Abril 1990 y Marzo 1986

ANALISIS DE LA PRODUCTIVIDAD DE BANCOS Y CAJAS DE AHORROS (en miles de millones). Continuación.



AUDITORIA DE UN SIA. CONSIDERACIONES DE CALIDAD

GLORIA AREITIO BERTOLIN
Facultad de C.C.E.E. - Dpto. de Economía Aplicada I
Universidad del País Vasco. UPV/EHU.

1. LOS SISTEMAS DE INFORMACION

Historicamente hablando, el mundo empresarial ha atravesado a lo largo del tiempo periodos de expansión y de recesión alternativos. Del mismo modo, las estrategias que pueden permitir a una organización no sólo sobrevivir, sino expandirse, aumentando su cuota de mercado y asegurando unos beneficios que validen su existencia, se han modificado drásticamente. La información es *el recurso* para cualquier organización. La información añade conocimiento y reduce incertidumbre, siempre que ésta se proporcione en el momento adecuado y en la forma más indicada. Características tales como seguridad, formato, frecuencia, relevancia, adecuación, etc. se asocian a la información y provocan que el gestor de una organización demande, cada vez más, datos internos e informaciones externas que le permitan poseer en tiempo real un conocimiento exhaustivo de su organización y de las relaciones que le ligan con su entorno.

El diseño de un sistema de información válido y eficaz que asista al gestor/es de una organización y permita que ésta pueda realizar las actividades que le son propias (Hax. 1984), ha escrito volúmenes y volúmenes de libros y manuales. Aunque por tratarse de una actividad absolutamente *borrosa o 'fuzzy'*, no existen fórmulas mágicas que aseguren un único modelo universalmente correcto. Por el contrario, cada organización deberá estructurar una arquitectura informacional que se adecúe a sus requerimientos, organización interna y demanda potencial.

Desde el punto de vista de los sistemas de información (SI), existen básicamente dos estrategias para el procesado de los datos de una organización. Estrategias que obviamente mediatizaran el SI que a partir de ellas se construya. La primera estrategia está basada en la presunción de que ciertos diseños organizativos reducen el montante de datos que se requieren para que la organización opere y por supuesto para que pueda ser gestionada adecuadamente. Nos referiremos a ella como '*estrategia de reducción de las necesidades de información de proceso*'. Este enfoque se apoya en la 'gestión por defecto' y en los 'subsistemas autónomos'.

A la segunda estrategia, la denominaremos '*estrategia de incremento de la capacidad de procesamiento de información*'. En este caso, la organización basa su capacidad de respuesta al entorno, en el poder creciente que emana del "exquisito" conocimiento de su modo de operación interno y de sus relaciones con el exterior.

Sea cual fuere el enfoque que determine la organización, contamos en este momento con una valiosa herramienta que puede potenciar las posibilidades del SI, el ordenador. Los sistemas de información automatizados (SIA) deben analizarse y enfocarse considerando las capacidades potenciales de la organización a la que dan servicio. Es decir, no podemos elucubrar sobre el SIA en sí mismo, sino que deberemos considerar el poder creciente que las nuevas tecnologías de la información ponen a disposición de la unidad empresarial. Debemos, pues, enfocar la tecnología, como una herramienta que puede potenciar la organización empresarial por medio de la tecnología de los sistemas de información (figura 1).

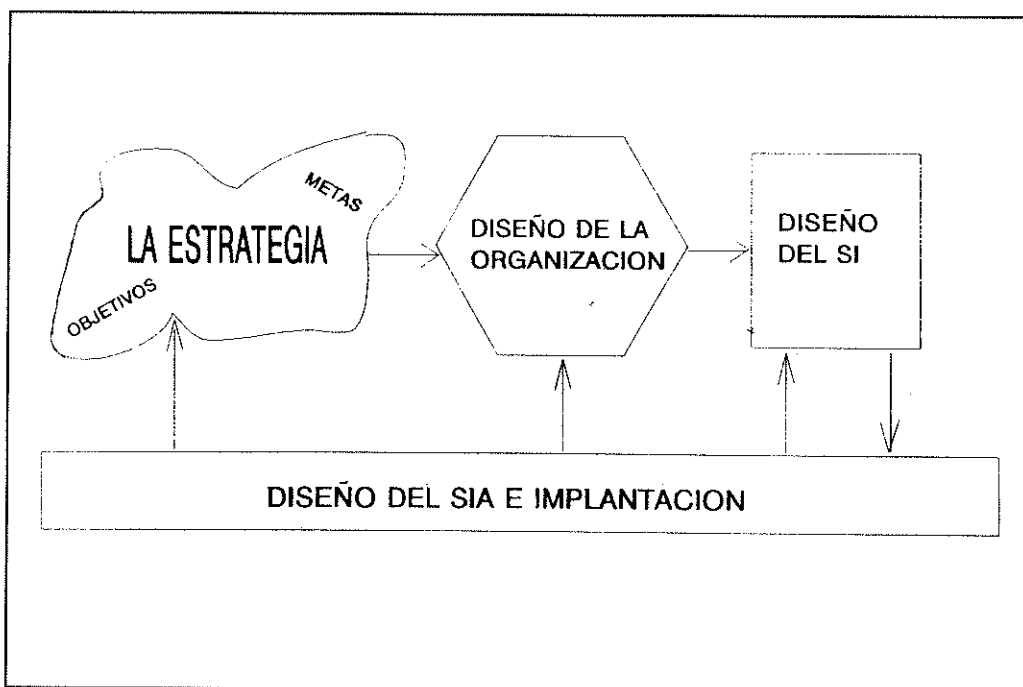


Figura 1-a. *Impacto del proceso de automatización.*

```

procedure SCA is
begin
  ENTRADA:=ENTRADA_IDENTIFICACION_TAREA;
  case TIPO_TAREA of
    when GUARDAR => GUARDA_ALBARAN (TAREA.PARAMETROS)
    when RECUPERAR => RECU_ALBARAN (TAREA.PARAMETROS)
    when BUSCAR => BUSCAR_EN_INDICE (TAREA.PARAMETROS)
    when BORRAR => BORRAR_ALBARAN (TAREA.PARAMETROS)
  end case;
  if TAREA SE REALIZA then
    ESCRIBE (TAREA. MENSAJE DE EXITO)
  else
    ESCRIBE (TAREA. MENSAJE DE ERROR)
  endif;
end SCA;

```

Figura 1-b. Ejemplo de diseño de proceso (perteneciente a un SIA) con modelización orientada a objetos.

Por ello, en el ámbito empresarial, el ordenador es importante, pero no en sí mismo, sino porque hace posible que la organización se potencie mejorando su posición en el mercado.

No existe ningún objetivo final del sistema de información de una organización que no lo sea, en primer lugar, de la organización en sí misma.

Los beneficios de un SIA para una organización O_i pueden expresarse formalmente como se indica en la expresión (1).

$$B_{O_i} = \Delta f(P, E, V) \quad (1)$$

Donde P es la función de productividad, E la función de efectividad y V la función de ventaja competitiva.

Decimos que se gana en productividad cuando se pueden realizar más trabajo con los mismos recursos, o incluso con menos recursos que los considerados de partida.

Se dice que aumenta nuestra efectividad, cuando utilizando nuestros recursos (financieros, materiales y humanos) llegamos a generar la producción deseada (de materiales, servicios, etc.), potenciando los niveles de calidad obtenidos.

Se dice que mejoramos nuestra ventaja competitiva, si el rendimiento de nuestra organización en comparación con la de nuestros competidores resulta ser superior, aumentando nuestras posibilidades de competición dentro del espacio de mercado donde se realizan nuestras actividades. Por supuesto, deberemos establecer criterios que nos permitan realizar tal aseveración, tales como cuota de mercado, dominio empresarial, etc.

2. PLAN INTEGRAL DE REINGENIERIA.

Recientemente se ha acuñado el término de '*reingeniería*' que en su acepción más genérica presupone el replanteamiento del SIA aprovechando el historial procedural e informacional que hasta ese momento estaba vigente, pero adecuándolo a las más recientes expectativas de ese Sistema (Currid. 1994).

Podemos resumir en tres, las razones que pueden llevar a una organización a acometer un Plan Integral de Reingeniería:

2.1. RAZONES DE ADECUACIÓN DEL ACTUAL SIA A NUEVAS DEMANDAS INFORMACIONALES (INTERNAS/EXTERNAS) DEL SISTEMA

Todo Sistema Empresarial debe incorporar de manera natural una tendencia de evolución positiva espacio/temporal que haga posible su pervivencia en la porción de mercado que le atañe. Si admitimos que una Unidad de Gestión, está sujeta a mutaciones evolutivas más o menos drásticas. También hemos de dar por válida la tesis, de que los elementos que componen ese Sistema no son inmovilistas sino que están sujetos a cambios. Anteriormente, hemos asumido que el SI o el SIA, si existe, constituyen la 'espinas dorsal' de una Organización Empresarial. Al menos el SI es un elemento estratégico vital para la pervivencia de la Organización. Parece pues, más que razonable, admitir como válido el aserto de que este SI o el SIA correspondiente, van a sufrir alteraciones proporcionales a la evolución organizativa operada en la Empresa.

Desde luego, mientras cualquier alteración organizativa afecte a un número escaso de elementos del sistema, no parece justificable, económica y socialmente hablando, acometer un Plan de esta naturaleza. Un arreglo o adecuación coyuntural debería bastar para imprimir consistencia a la alteración sufrida. No obstante, si la previsión de alteraciones menores a corto y medio plazo se diversifica y se generaliza, el SI puede desdibujar los requerimientos de partida. Y puede, en el peor de los casos, convertir el SI no en una herramienta estratégica para la Organización a la que da servicio, sino en una herramienta estratégica para la Competencia. En cualquier caso, debe ser una opción de los órganos de gestión de la Organización el analizar y evaluar el impacto corporativo de acometer un Plan de Reingeniería frente al de asumir una o más alteraciones coyunturales de los procedimientos que rigen el actual SI.

2.2. RAZONES DERIVADAS DEL MAL FUNCIONAMIENTO DEL SIA

A medida que las aplicaciones de los ordenadores se diversifican y toman la responsabilidad, en último término de asistir al SI de una organización, la característica más importante que demanda el usuario es la fiabilidad. La fiabilidad de cualquier sistema depende de la corrección de su diseño, de la correcta correspondencia entre éste y el SI y de la fiabilidad de sus componentes. Una definición realista de la fiabilidad de un SIA es que el sistema debe ajustarse a sus especificaciones, nunca debe producir resultados 'incorrectos' con independencia de la entrada, nunca debe permitir su corrupción, debe reaccionar de una manera significativa y útil en situaciones inesperadas, y sólo debe 'fallar por completo' cuando sea imposible seguir avanzando.

Lo cierto es que cuanto más experiencia adquiere el usuario de un SIA, el principal criterio en el que se cifra la calidad de éste, es la fiabilidad, por encima incluso de la eficiencia. Apuntemos algunas razones que validan esta afirmación:

1. Un SIA que no ofrezca fiabilidad esta sujeto a que los usuarios lo eviten, y con independencia de su eficacia, pronto carecerá de valor.
2. La ineficiencia es predecible. Se tarda más en hacer las mismas tareas. La no fiabilidad es impredecible, ya que los fallos tienden a estar ocultos y sólo se detectan, ejemplo, en el mejor de los casos, al cabo de mucho tiempo y casi siempre de maneras indirectas. Por cuando inexplicablemente se comienzan a perder clientes, y tiempo después, se descubre que éstos han recibido, por fallo del sistema, informaciones reservadas de otros clientes y en previsión de que esto ocurra con sus propios datos proceden a cambiar de distribuidor, 'sin razón aparente'.
3. Los SIA que no poseen la característica de la fiabilidad pueden provocar pérdidas aleatorias de información, exigiendo una inversión extra de recursos (tiempo, dinero, personal) para su recuperación.
4. UN SIA poco eficiente puede mejorar su actuación realizando un seguimiento exhaustivo de los puntos débiles del mismo y procediendo a reforzarlos. Un SIA de cuyos resultados no se pueda confiar, es difícil de mejorar ya que la no fiabilidad tiende a estar distribuida, esperando agazapada en cualquier punto del sistema.

2.3. RAZONES DE ADECUACION E INCORPORACION DE HERRAMIENTAS SOPORTADAS EN LAS NUEVAS TECNOLOGIAS

Tal vez ésta sea la razón de menos peso, a mí entender, a la hora de decantarse por un Plan de Reingeniería, pero no por ello la menos esgrimida para validar esta acción. Desde luego, la productividad y la eficacia no se basan exclusivamente en la utilización de las herramientas técnicas más sofisticadas. De hecho, debería demostrarse fehacientemente que los actuales recursos se están utilizando al 100% antes de siquiera plantearse el aumentar en cantidad o en calidad esos mismos recursos.

Currid (1994), presenta, sin embargo, esta razón como una de las más válidas, proponiendo a los gestores la amplia gama de posibilidades que se han abierto en los últimos años en relación a las TI. Identifica, por ejemplo nuevas arquitecturas como la de cliente/servidor y especifica la aparición de nuevas tendencias tales como el downsizing, el rightsizing, el groupware o el outsourcing. Dedicar, así mismo algunos capítulos a nuevos servicios telemáticos tales como el EDI o el X-400. Sin olvidar, por último, analizar los fenómenos con tantas posibilidades para la construcción de un SIA, como la multimedia o los ordenadores portables.

3. UNA MONITORIZACION ESPECIALIZADA. LAS AUDITORIAS

La agresividad de los mercados se pone especialmente de manifiesto en situaciones mundiales de crisis. En esos momentos, es especialmente importante para una empresa potenciar su capacidad de reacción mejorando su capacidad para reorientar su producción de bienes o servicios, aumentando sus posibilidades de mantenerse en estado operativo.

Un SIA ha de ser dinámico, en cuanto que ha de poner a disposición de los componentes del Sistema Empresarial aquellas informaciones que éstos demanden y cuando éstos lo requieran, teniendo la flexibilidad adecuada para adaptarse, tanto a una mayor demanda como para incorporar nuevas prestaciones conforme vayan apareciendo. La manera de garantizar estas características, es conocer en todo momento, cuál es la situación del SIA, para evitar la insuficiencia y obsolescencia del mismo.

Esta necesidad de *monitorización* emana de la esencia misma de las Unidades Empresariales, ya que hemos de verlas como *Sistemas Abiertos* completos. De ahí su necesidad de 'ajuste y adaptación'. La '*entropía negativa*' permite un proceso de ajuste dinámico continuo que asegura que el sistema se encuentre siempre aproximadamente en equilibrio (figura 2).

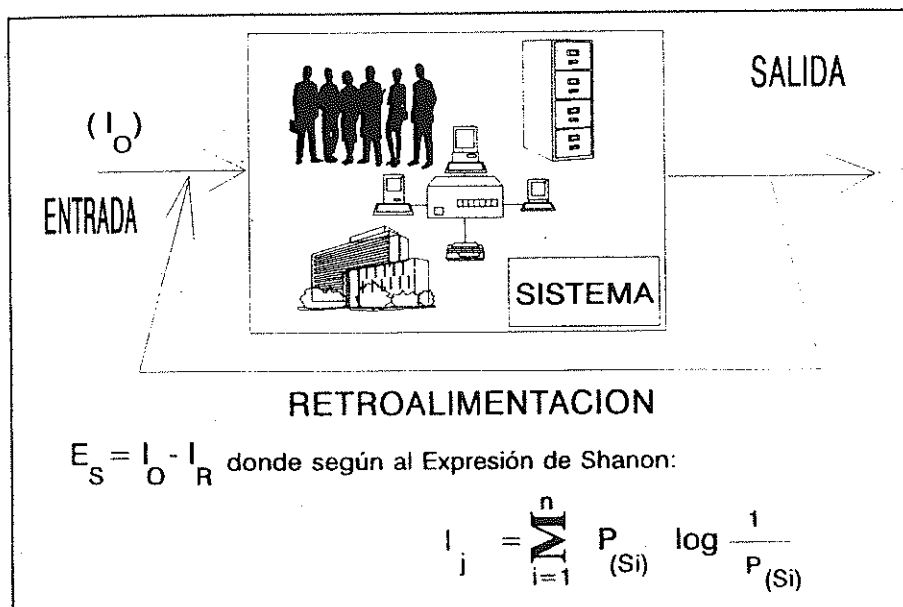


Figura 2. Esquema de un Sistema Abierto.

En relación con los grandes sistemas software, Lehman (1980), analiza en un importante artículo un conjunto de 'leyes evolutivas' a que están sujetos estos sistemas. Adaptando estas leyes a un SIA podríamos enunciarlas como sigue:

1. **Cambio continuo.** Un SIA que se utiliza en un ambiente empresarial cambiante debe alterarse o será cada vez menos útil a ese ambiente. Este primer principio se basa en el razonamiento de que cuando un sistema hard/soft se construye para asistir las necesidades de un ambiente, este queda modificado tan sólo por el hecho de su presencia; con lo que los usuarios cambiarán su comportamiento a medida que se familiaricen con él, redefiniendo lo que esperan de él. El sistema debe ser de nuevo modificado y reintroducido, comenzando el proceso de nuevo.

2. **Complejidad creciente.** A medida que un SIA en evolución cambia, su estructura se hace más compleja, a menos que se lleven a cabo esfuerzos activos para evitar este fenómeno.

3. **Evolución dinámica.** Las transformaciones de un SIA forman parte de un proceso autoregulatorio, y una medición de atributos del mismo, deberá revelar las tendencias estadísticas significativas relativas a su comportamiento, así como sus características invariantes.

4. **Conservación de la estabilidad organizativa.** Durante el tiempo de vida de un SIA, su rapidez de desarrollo es casi constante e independiente de los recursos dedicados al desarrollo del mismo.

5. **Conservación de la familiaridad.** Durante el tiempo de vida de un SIA la evolución del cambio del sistema, es aproximadamente constante.

No sólo existen factores internos que pueden hacer válida la acometida de un Plan de Reingeniería, sino que, también, factores exteriores pueden incidir en la necesidad imperiosa de alterar sustancialmente el SIA. Para analizar las relaciones entre todos los factores y su incidencia, parece esencial establecer auditorías periódicas. Entiendo como *auditoría* (ya sea interna o externa), a aquel análisis en profundidad del potencial y oportunidades estratégicas que ofrece el actual SIA. Pero no debe incidir exclusivamente en los aspectos técnicos del SIA, esto es en el hardware, sino que debe profundizar en toda la cobertura de SIA, software, procedimientos organizativos, etc. rastreando aspectos relativos al negocio, e incluso, a la estrategia de la empresa, por cuanto puede verse seriamente afectada por la estructura y eficacia del SIA.

Los beneficios que la empresa puede obtener de esta monitorización son múltiples. Aunque podemos centrarnos en los dos más esenciales que, por sí mismos, rentabilizan el tiempo y recursos desviados hacia esta actividad:

- beneficios estratégicos, ya que la auditoría pone en manos de su equipo gestor información relevante que permitirá planificaciones a corto y medio plazo. En los aspectos más técnicos, puede permitir inversiones más coherentes contando con la información necesaria para validar adquisiciones de desarrollos basados en tecnologías emergentes.
- beneficios económicos, ya que los datos que se obtengan de este análisis permitan una utilización más eficiente del SIA, racionalizando las tareas que lo demanden y reduciendo siempre que sea posible los costes de operación.

Por supuesto, la auditoría puede afectar a todo o parte del SIA. Sea cuál fuere su ámbito, podremos distinguir cuatro fases bien definidas:

1. **Planificación.** Es la más importante. En ella se definen los objetivos del proyecto, las tareas, responsabilidades, se fija el calendario de actividades, los puntos de control, los costes, etc. Como cualquier proyecto, que se desee, llegue a buen puerto, sólo puede llevarse a adelante si, el mismo, posee el beneplácito del equipo gestor o directivo de la empresa. Esto es, la auditoría debe contar con la aprobación y el apoyo incondicional de la dirección. Si esto no fuera así, sería más conveniente evitar el desvío de recursos de la empresa para realizar 'un simulacro de auditoría' que carecerá de contenidos fiables y que por tanto la convierte, de partida, en inútil.

2. **Recolección.** Durante esta fase se recoge la información relativa al rendimiento del SIA, su capacidad de respuesta, su nivel de utilización, etc. Todos los datos recogidos deberán verificarse, estructurarse y conformarse de la mejor manera posible para facilitar su proceso en las fases posteriores de la auditoría.

3. **Análisis.** En esta fase se deben analizar todos los datos capturados en la fase anterior. El objetivo de este análisis es determinar el grado de cumplimiento de los requerimientos inicialmente establecidos y de la capacidad del sistema para abordar alteraciones ambientales progresivas que previsiblemente deberán producirse en un futuro próximo (a corto, medio o largo plazo).

4. **Elaboracion de conclusiones.** El resultado de la fase anterior debe recogerse en un informe que además de las medidas registradas debe incluir sugerencias concretas a la luz de los datos manejados. Este informe deberá servir de base, a los gestores de la organización, para orientar de una manera más adecuada cualquier acción que involucre el SIA de esa organización.

El concepto de auditoría no es ajeno al mundo empresarial. Sin embargo, todo lo relacionado con el mundo del ordenador dentro de la empresa se ha constituido, en general, como zona vedada, como una especie de 'gran caja negra' que reserva un tesoro precioso pero prohibido cuya eficacia y rentabilidad para la organización, nadie pone en duda, ni cuestiona. De hecho, en muchas ocasiones, el misterio y el desconocimiento ha desembocado en la práctica inhibición de los equipo directivos que tenían que decidir sobre estas inversiones. De ahí, que los auditores tan sólo suelen contemplar el SIA, desde muy lejos, apartando sus esfuerzos y trabajo de este sistema. Desde luego, los datos y tratamientos que soporta el SI representan un activo importante para la empresa. Pero igual que cualquier elemento del mismo, debe ser monitorizado, para evitar que su poder se vuelva contra la propia organización.

Adaptando definiciones aplicadas en el area de la auditoría economico-fianciera tradicional (Martinez. 1992), la auditoría de los SIA puede dirigirse hacia tres objetivos, es decir podemos hablar de:

1. **Auditoría informacional.** Cuyo objetivo primordial consistiría en asegurarse de la 'fiabilidad' de las informaciones que aporta el SIA a su entorno.

2. **Auditoría procedural.** Esta es la auditoría de los procedimientos. Se ocupará de los dispositivos de control interno, así como de los métodos, normas, documentación, y toda previsión que permita minimizar el riesgo de la inflexibilidad informática.

3. **Auditoría de la gestión.** Su objetivo principal será el análisis de la eficacia del sistema en términos de costes, etc.

Esto nos lleva a considerar que en este tipo de auditoría, sea cual fuere se ámbito, se asume la búsqueda de la valoración del nivel de calidad del SIA. Por ello, podemos considerar como objetivo último de la auditoría de un SI, la evaluación de, al menos, los siguientes factores de calidad, ver figura 3.

| FACTOR PRINCIPAL | SUBFACTORES |
|------------------------------|-----------------------------|
| Eficiencia | Economía de tiempo |
| | Economía de recursos |
| Integridad | |
| Fiabilidad | Tolerancia a fallos |
| | Libre de defectos |
| | Validez del modelo |
| Ergonomía | Inteligible |
| | Facil de entender/utilizar |
| | Amigabilidad |
| Seguridad | |
| Mantenibilidad | Facilidad para la expansión |
| | Facilidad para corrección |
| Flexibilidad | |
| Posibilidades de interconex. | |
| Facilidades de evaluación | |
| Posibilidades de exportac. | Independencia del hardware |
| | Independencia del software |
| | Compatibilidad |
| Reusabilidad | |

Figura 3. Factores de calidad aplicables a un SIA.

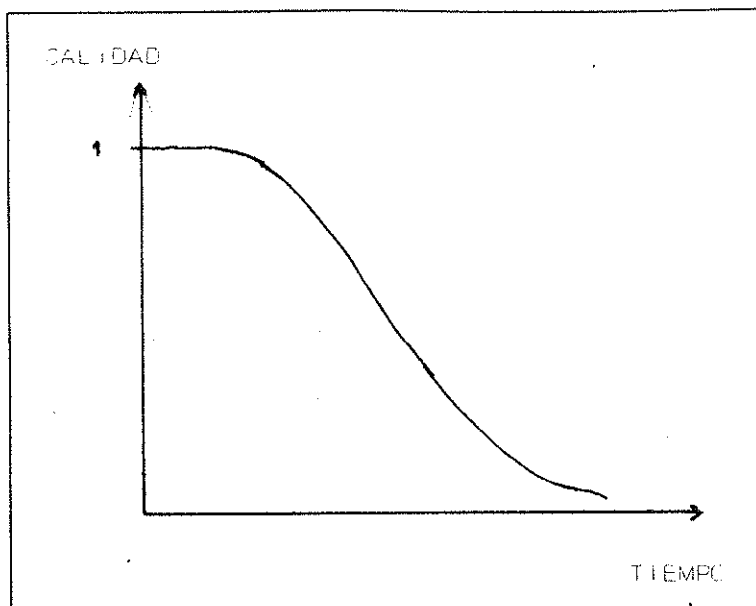


Figura 4. Comportamiento de una función de calidad típica respecto del tiempo.

El problema que subyace al hecho de ligar *calidad* con *auditoría*, es que la calidad es un concepto intuitivamente subjetivo. Bien es cierto, que existe toda suerte de métricas (Boehm, McCall, Halstead, etc. (IEEE. 1993/AENOR. 1994/Boehm. 1981)), que permiten acotar su incertidumbre, pero el número de factores que tenemos que valorar en el caso de un SIA, hace que sólo podamos analizar este fenómeno si lo consideramos inmerso en su entorno.

Consideremos la función que sigue la calidad (f_c) de un SIA, en el tiempo. Aunque ésta sea una característica específica del sistema, dada su calidad de sistema abierto, podemos concluir la siguiente expresión (2).

$$\lim_{t \rightarrow \infty} f_c = 0, \text{ donde } f_c \text{ es la función de calidad.} \quad (2)$$

En la figura 4 queda representada la función de calidad de un modelo de SIA con un ciclo de vida típico, que permite mantener un nivel de calidad del sistema aceptable durante un tiempo t , a partir del cuál, el sistema se degrada no linealmente, hasta hacer que la calidad descienda a cotas no recomendables.

Contemplemos la auditoría como una evaluación discontinua pero periódica (no es necesario, pero si es conveniente) de un sistema, con el objeto de monitorizar su calidad. Los estados post-auditoría, se comportan entonces como 'puntos singulares' en los que la función de calidad bien cambia su curvatura, se suaviza o simplemente se estabiliza en un nivel. El efecto de las acciones que se deriven de la auditoría, dependerán del alcance de la regulación. Gráficamente podríamos representarlo como se indica en la figura 5.

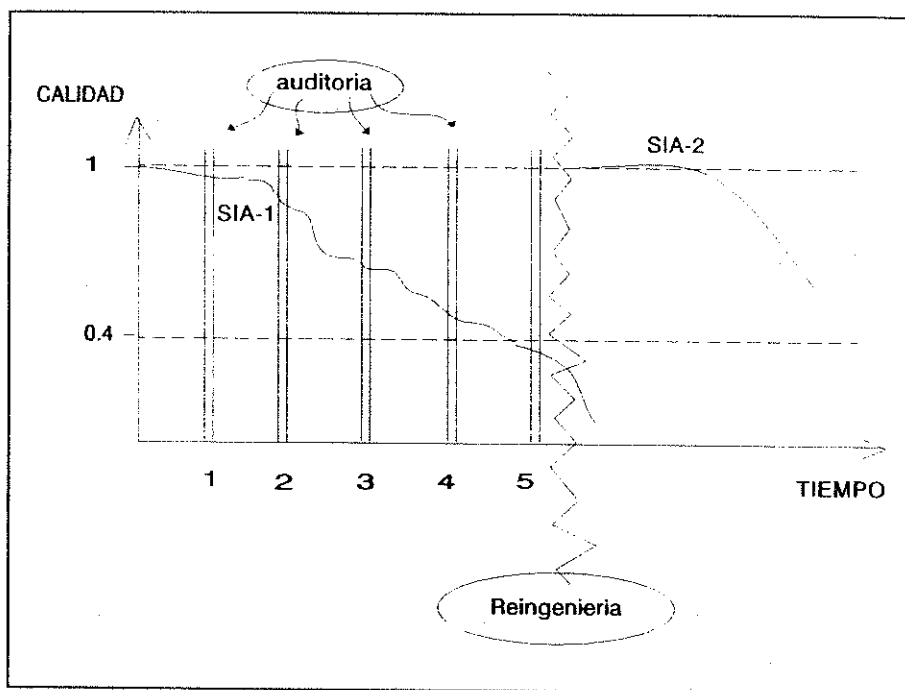


Figura 5. Identificación del 'punto de reingeniería'.

Podemos definir el término '*punto de reingeniería*' como aquel punto de la función de calidad que define un nivel de calidad que hace recomendable el replanteamiento total del SIA de partida (SIA-1), esto es, hace recomendable la construcción de un nuevo SIA (SIA-2). La acometida de una reingeniería provoca una reacción en cadena, ya que, la configuración de SIA-2 presupone una vuelta a la base.

Un SIA-n sólo puede conformarse a partir del diseño de su correspondiente SI-n.

El punto de reingeniería se establece a partir de un nivel que debe fijarse a través de la estrategia global de la Organización. El establecimiento de este nivel indica que la Empresa asume un ratio de ineficacia, de inseguridad, de no fiabilidad,... de 'no calidad' que será validado por factores económicos, sociales, organizativos, etc.

La práctica de auditorías debe mantener alejado al SIA del punto de reingeniería, imprimiendo modificaciones coyunturales sobre éste, de modo que se alargue su ciclo de vida natural.

4. CONSIDERACIONES FINALES

La auditoría de los SI es una práctica que debe acometerse, en tanto en cuanto, la complejidad de estos sistemas y sus repercusiones respecto del rendimiento de la organización empresarial, están probadas. La incorporación de los ordenadores provocando la aparición en escena de los SIA, hace aún más acuciante esta necesidad. Debe asumirse que el papel del auditor en esta escena es preponderante. El 'label' de calidad también ha de aplicarse a las organizaciones, y por extensión, a los sistemas de información que les proporciona su capacidad de respuesta en el agresivo mundo empresarial en el que deben sobrevivir.

El auditor deberá poder aconsejar a los gestores de hoy, sobre cómo acometer la incorporación de nuevas herramientas tecnológicas, optimizando el impacto en la organización, y tal vez, evitando inversiones poco afortunadas en tecnología. Nuevas métricas, nuevos modelos de evaluación,... obligarán a los auditores a aventurarse por el intrincado mundo de la informática. El fantasma de la reingeniería, o el de las inversiones continuas en informática pueden, tal vez, perder su 'encanto' si la organización empresarial consigue incorporar a su estrategia un modelo de calidad que le permitan cifrar de la manera más precisa posible los riesgos que su SIA puede soportar. Esta valoración del riesgo establecerá un ciclo de vida conocido para el SIA, haciendo posible establecer un marco más riguroso para pequeñas inversiones en nuevas tecnologías, que se incorporarán al actual SIA, y adecuando en ritmo las futuras reconfiguraciones del SI.

5. BIBLIOGRAFIA.

- AENOR (1994). Normas de gestión y aseguramiento de la calidad. Parte 3: Guía para la aplicación de la Norma ISO 9001 al desarrollo, suministro y mantenimiento del soporte lógico (ISO 9000-3:1991)(Versión oficial EN 29000-3:1993). AENOR. Madrid.
- AREITIO, M.G. AREITIO, A. Y AREITIO, J. (1994) "Herramientas avanzadas de diseño para redes de ordenadores". *Revista de Electrónica*. nº 470. Pags. 64-67. Barcelona.
- BOEHM, B.W. (1981). *Software Engineering Economics*. Prentice Hall. Englewood Cliffs.
- CURRID, CH, & COMPANY (1994). *Computing strategies for reengineering your organization*. Prima Publishing. Rocklin.
- HAX, N.S. MAJLUF, R. (1984). *Strategic Management. An integrative perspective*. Prentice Hall. Englewood Cliffs.
- IEEE COMPUTER SOCIETY (1993). "IEEE Standard for a Software Quality Metrics Methodology. *IEEE Standards Boards*. IEEE Std 1061-1992. 88 pags. New York.
- LEHMAN, M.M. (1980). "Programs. Life Cycles and the Laws of Software Evolution". *Proc. IEEE*. n. 68(9). Pag. 1060-76. New York.
- MARTINEZ GARCIA, F.J. (1992). *La Regulación de la Auditoría en España*. Inst. Audit. Cens. Jurad. de Cuentas. Madrid.
- SENN, J. (1984). *Analysis and Design of Information Systems*. McGraw-Hill. New York.
- THEVENET, M. (1991). *Auditoría de la cultura empresarial*. Diaz de Santos Ed. Madrid.

EL MUESTREO EN AUDITORÍA DE CUENTAS: CASO PRACTICO DE UN BALANCE

Juan Jesús BERNAL GARCÍA.

Catedrático de E.U. Dpto. de Métodos Cuantitativos para la Economía

Isidoro GUZMÁN RAJA.

Prof. Asociado. Dpto. de Economía Financiera y Contabilidad.

E.U.E. Empresariales de Cartagena. *Universidad de Murcia*.

1. INTRODUCCIÓN

Se trata de abordar el tema del muestreo en auditoría, realizando un resumen teórico y la aplicación a un balance real, apoyados en herramientas informáticas. Debemos aclarar, no obstante, que dada la extensión permitida para la comunicación, se presenta sólo un resumen de un trabajo que pretende ser más exhaustivo, omitiéndose por tanto aquellos puntos del tema que resulten más conocidos.

2. EXTRACTO DE LA NORMATIVA DE AUDITORÍA CONTABLE. CONCEPTOS BÁSICOS

Dado que existe a veces cierto confusiónismo con conceptos fundamentales de la auditoría, debido a la gran cantidad de *variantes* utilizadas para su denominación en los diferentes estudios publicados sobre el tema, consideramos conveniente revisar sucintamente las *Normas Técnicas de Auditoría*, que regulan la actividad de la Auditoría de Cuentas¹

. Dicha normativa, en su apartado 2. *Normas Técnicas sobre ejecución del trabajo*, incluye los conceptos de "*evidencia*" (epígrafes 2.5.1 a 2.5.14) y de "*importancia relativa-riesgo probable*" (epígrafes 2.5.15 a 2.5.18), los cuales pasamos a definir:

Evidencia: El auditor "debe obtener evidencia suficiente y adecuada, mediante la realización y evaluación de las pruebas de auditoría que se consideren necesarias, al objeto de obtener una base de juicio razonable sobre los datos contenidos en las cuentas anuales que se examinan y poder expresar una opinión respecto de las mismas".

¹I.C.A.C. Normas Técnicas de Auditoría. Boletín nº 4. Enero 1.991.

Evidencia suficiente: "Se entiende por tal, aquel nivel de evidencia que el auditor debe obtener a través de sus pruebas de auditoría para llegar a conclusiones razonables sobre las cuentas anuales que se someten a su examen..... Por lo tanto, puede llegar a una conclusión sobre un saldo, transacción o control, realizando pruebas de auditoría, mediante muestreo (estadístico o de selección en base subjetiva), mediante pruebas analíticas o a través de una combinación de ellas"

En relación al concepto de evidencia, las Normas Técnicas de Auditoría, en su epígrafe 2.5.8, indican que "para decidir el nivel necesario de evidencia, el auditor debe en cada caso, considerar la importancia relativa de las partidas que componen los diversos epígrafes de las cuentas anuales y riesgo probable de error en el que incurre al decidir no revisar determinados hechos económicos".

La *Importancia Relativa*² se considera como la magnitud de un error (incluyendo una omisión) en la información financiera que, bien individualmente o en su conjunto, y a la luz de las circunstancias que le rodean hace probable que el juicio de una persona razonable, que confía en la información, se hubiera visto influenciado o su decisión afectada como consecuencia del error u omisión...".

Riesgo probable: Posibilidad de que el auditor no detecte un error significativo que pudiera existir en las cuentas, por la falta de evidencia respecto a una determinada partida o por la obtención de una evidencia deficiente. *El nivel de importancia relativa debe ser fijado en función de la evaluación de las cuentas anuales de la entidad tomadas en su conjunto;* no obstante, el auditor realiza pruebas y comprobaciones sobre las distintas áreas individuales de las cuentas anuales. Pues bien, en este sentido, el profesional necesita cuantificar un determinado margen de error sobre las diferentes áreas de las cuentas anuales a fin de pronunciarse sobre si sus comprobaciones obtienen el objetivo de auditoría previsto. Al respecto, la Norma Técnica que estamos comentando define como *error tolerable* "el grado de error aceptable para el auditor en cada área".

3. TIPOS DE MUESTRO EN AUDITORÍA

Ante el citado control que debe realizar el auditor, a este se le plantea la disyuntiva de *analizar todos y cada uno de los documentos* o *revisar sólo una parte de ellos* (denominados "muestra" de la "población"); resulta del todo evidente que el costo y tiempo necesario para la primera opción nos lleva a decidimos por la segunda.

².Ibidem.Norma Técnica de "importancia relativa".Boletín I.C.A.C.nº 6.Julio 1.991.Pág.17.

Si nos referimos pues al muestreo, en una clasificación muy generalista, podríamos considerar dos tipos bien diferenciados, el muestreo *no* probabilístico, y el muestreo estadístico. El primero de ellos no será objeto de nuestro estudio, ya que presenta inconvenientes técnicos al no permitir la construcción de modelos para los estimadores, y por tanto, no poder determinar con objetividad los márgenes de error con los que se opera ni poder hablarse de *inferencia estadística de los resultados*³.

Muestreo estadístico: El auditor, cuando emite una opinión técnica, no revisa el total de la población, sino que mediante la realización de pruebas selectivas, llega al convencimiento de que dicha población está libre de errores o distorsiones significativas. Lo que debe hacer es registrar los errores y contar el número de ellos observado.

Diversos son los métodos estadísticos de muestreo, sin embargo no todas las técnicas son apropiadas para la naturaleza de las poblaciones contables. El tipo más elemental es el *aleatorio simple irrestricto* (sin reposición), donde cada elemento tiene la misma probabilidad de ser extraído; otro diseño más complejo consiste en *particionar la población* y muestrear cada una de sus partes, denominándose en este caso *muestreo aleatorio estratificado*.

Existen *dos* tipos de pruebas a realizar con las muestras, las denominadas *pruebas de cumplimiento* y las *sustantivas*, las primeras para evaluar si se cumplen adecuadamente los controles y normas, y las segundas encaminadas a determinar si existen desviaciones significativas.

Como norma general, las poblaciones auditables suelen contener un número bajo de errores, es decir, la probabilidad de que ocurra un error es pequeña y, además, estos errores ocurren al azar y son independientes entre sí, por lo cual se puede afirmar que existe regularidad estadística, o lo que es lo mismo, que es tan probable que exista un error en una peseta como en otra, y que el nº promedio de errores será por tanto proporcional al tamaño del intervalo.

Frente al muestreo de *unidades físicas (MUF)*, en el que se muestrean documentos (bien sean facturas, albaranes, asientos, etc.), se encuentra el muestreo por *unidades monetarias -el MUM o DUS (Dollar Unit Sampling: Teitlebaum y Anderson, 1.979)-* en el cual la selección de la muestra se hace en función de los importes monetarios, de forma que la probabilidad de ser seleccionado un documento depende de su valor monetario; no obstante, como no es posible revisar una unidad monetaria aislada, realmente se muestrean todas las unidades monetarias pertenecientes al documento.

Las *ventajas* que proporciona este tipo de muestreo podemos resumirlas en los siguientes puntos:

- 1.- los errores encontrados son valorados directamente en unidades monetarias.

³.Baró Llinás,J."Técnica Contable" nº pág.485-504.

2.-no se precisa asumir ninguna hipótesis de partida sobre la distribución de la población de los errores monetarios (el MUM fue creado para superar los problemas que generaba determinar los intervalos de confianza a partir de la distribución normal).

3.- Métodos de selección muestral muy sencillos (en los muestreos MUM, se suele utilizar el *muestreo sistemático*).

4.- No es preciso recurrir a la estratificación de la población.

5.- los tamaños muestrales son menores que por otros métodos.

6.- la proporción de unidades monetarias de la muestra respecto de la población, es superior al caso de unidades físicas (así una factura de elevada cuantía tiene más probabilidad de ser auditada, lo cual entra dentro de la lógica del auditor).

Las *limitaciones* podemos cifrarlas en *dos* fundamentalmente, a saber:

1.- el muestreo MUM es muy efectivo para detectar los *errores de sobredeclaración* (cuando el valor auditado es inferior al registrado), pero no resuelve el problema de los *errores de subdeclaración* (contrario al anterior), porque cuanto menor valor tengan, menos es la probabilidad de ser seleccionados.

2.- Los estimadores CAV (*Combined attributes-variables*) del error monetario en el MUM, además de desconocerse sus distribuciones de probabilidad, están pensados para tasas de error bajas.

4. MATERIALIDAD

Al auditor le preocupa mucho más contrastar la existencia de *materialidad* en el saldo de una cuenta que efectuar una estimación de dicho saldo. A efectos del informe de auditoría, entendemos por *Materialidad*, *umbral de materialidad (UBMA)* *aquel error que hace inadmisibles para el auditor la tolerancia de determinada área de las cuentas anuales debido a la cuantificación del error obtenido* (superior al error tolerable previsto para cada área), dado que su incidencia es significativa a efectos de la emisión del informe de auditoría, de acuerdo con su juicio profesional, por lo que ello provocara, al menos, una salvedad en el informe referente al área afectada.

En el caso de que los errores obtenidos en las diferentes áreas superen el umbral de materialidad previamente calculado para las mismas, el auditor deberá considerar esta situación a efectos de emitir una opinión desfavorable de las cuales anuales auditadas, sin perjuicio de que a su juicio profesional existan otras circunstancias a considerar sobre las mismas que le hagan evitar dicha opinión desfavorable, como son el conocimiento previo del negocio y otros aspectos jurídico-contables.

Dado que se planifica para detectar errores acumulativos en las Cuentas Anuales, puede considerarse desagregar cada área individual asignándose la precisión de cada área, utilizándose para ello la regla estadística de que la precisión de una suma de estimaciones, cuando las pruebas son independientes entre sí, es igual a la raíz cuadrada de la suma de los cuadrados de las precisiones de las estimaciones individuales, es decir, la distribución del nivel de precisión individualmente es igual a multiplicar dicho nivel de precisión por la raíz cuadrada de la proporción entre el valor de la partida y el volumen de activos o ingresos, el mayor, que haya servido de base para calcular el nivel de importancia relativa.

Las pruebas de auditoría implican la posible existencia de *dos* tipos de error: 1.- Decidir *que no hay materialidad*, cuando si hay desviaciones materiales (error tipo Π o β), y 2.- que *diagnostiquemos materialidad*, cuando no la hay (error tipo I o α). De ellos, el auditor teme más el tipo Π , ya que puede suponer indemnizaciones económicas y pérdida del prestigio profesional, mientras que por el contrario el error α implica a lo sumo revisiones más extensas de lo previsto inicialmente.

5. PLANIFICACIÓN DEL TRABAJO DE AUDITORÍA

5.1. FASE 1ª: PLANIFICACIÓN DEL TRABAJO: NIVEL DE "IMPORTANCIA RELATIVA"

En esta fase el auditor debe obtener el nivel de cuantificación de la importancia relativa en base a la cifra a estimar desde el punto de vista del *tamaño de la empresa* a auditar. En este sentido, se suelen tomar como parámetros de referencia variables tales como el nivel de fondos propios, cifra de beneficios, volumen de negocio o total de sus activos según balance.

En el presente trabajo y de acuerdo con La Norma Especial del I.C.A.C. hemos preferido estimar el nivel de importancia relativa de acuerdo con el volumen de activos o Cifra de Negocios, por entender que son parámetros que reflejan con mayor precisión en tamaño empresarial. En este sentido, el coeficiente correspondiente a la cuantía de la importancia relativa, de acuerdo el Anexo de la mencionada Norma Especial de I.C.A.C., debe oscilar entre el 3% y el 0,1%, en función de las cifras totales de los parámetros considerados, sugiriendo la normativa los siguientes tramos a considerar⁴:

| <u>Total Activos o Cifra negocios</u> | <u>Porcentaje</u> |
|---------------------------------------|-------------------|
| Hasta 480 millones pesetas..... | 1% a 3% |
| 480 a 1.920 millones pesetas..... | 0,8% a 1,5% |
| Más de 1.920 millones pesetas..... | 0,1% a 0,8% |

⁴ I.C.A.C. Norma Técnica de "importancia relativa". Boletín nº6. Julio 1.991. "Anexo".

Como podemos observar en la tabla expuesta, la "horquilla" de variación de los tramos citados tiene una amplitud relativamente considerable, que a nuestro juicio deberá ser tomada como tendencia al mayor de sus porcentajes en el primer año de auditoría, descendiendo posteriormente, una vez que el auditor conoce la empresa con mayor análisis a lo largo de su proceso de auditoría anual, que, de acuerdo con la legislación vigente, puede llegar hasta nueve años, aunque el mínimo en todo caso debe ser de tres años consecutivos.⁵

5.2. FASE 2ª: EJECUCIÓN DEL TRABAJO: ESTIMACIÓN DEL "ERROR TOLERABLE":

Seguidamente, procede obtener el *error tolerable* para cada una de las diferentes áreas componentes de las cuentas anuales de la empresa auditada, según se explicitó en el punto anterior, y una vez cuantificado dicho error tolerable, todo error superior al mismo deberá suponer una salvedad en el informe de auditoría, de acuerdo con el nivel de importancia relativa cuantificado previamente (Fase 1ª) para las cuentas anuales auditadas tomadas en su conjunto. Sin embargo, hemos de matizar que el juicio profesional del auditor le podrá llevar a considerar errores de trascendencia para la interpretación de las cuentas anuales aún en el caso de que los citados errores se encuentren por debajo del error tolerable, pues, tal como se ha expresado anteriormente, el juicio profesional del auditor queda a salvo de cualquier estimación matemática que pudiera haberse realizado para cuantificar la posible incidencia de errores u omisiones en las cuentas anuales.

5.3. FASE 3ª: REALIZACIÓN DEL INFORME: ÍNDICE DE MATERIALIDAD.:

Una vez realizadas las fases que anteceden, procede la emisión del informe de auditoría, en el que se deberá expresar una opinión profesional en cuanto a si las cuentas anuales auditadas contienen errores significativos para su correcta interpretación por parte de los destinatarios de la información.

En este sentido, hemos de manifestar que el concepto de importancia relativa en cuanto a la emisión del informe de auditoría es una *cuestión de juicio profesional* que debe considerar las circunstancias de cada caso en particular, es decir, no existen criterios rígidos a la hora de evaluar la importancia relativa de los posibles errores cometidos o las omisiones de información detectadas.

No obstante, las cuantificaciones que posteriormente realizaremos sirven para tratar de identificar, aunque sea de manera aproximada, los niveles de error que el auditor estaría dispuesto a tolerar en cada área de las cuentas anuales (error tolerable), de acuerdo con la cuantificación de la importancia relativa tolerada en la fase de planificación del trabajo de auditoría.

⁵.Artículo 8. aptdo. 4 de la Ley 19/1988, de 12 de Julio, de Auditoría de Cuentas.

5.4. FASE 4ª: DISEÑO DEL MUESTREO ESTADÍSTICO:

En consecuencia con lo anterior, el auditor deberá utilizar las técnicas estadísticas que sean precisas para determinar el *tamaño de la muestra a seleccionar* y el *método de muestreo a utilizar*.

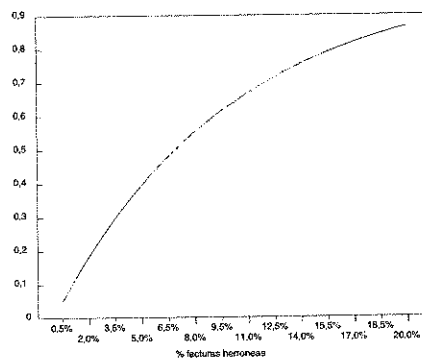
Desde un punto de vista teórico, si el valor total de la población es N , la probabilidad de seleccionar una unidad monetaria será $1/N$; y dada la baja tasa de error de las poblaciones contables, la probabilidad de que se produzca un error, se mide aplicando la distribución de *Poisson*, ya que esta describe la presencia de hechos raros o aislados, en un medio continuo; en realidad se trataría de la distribución *Binomial* (probabilidad de que en n extracciones existan x facturas erróneas), o bien de la distribución *Hipergeométrica*, ya que realizamos un muestreo sin reemplazamiento, pero que puede ser aproximada por una binomial puesto que el tamaño de la muestra será siempre menor que la décima parte de la población a estudiar. A efectos prácticos utilizaremos finalmente Poisson, pues además se trata siempre de poblaciones de más de 50 unidades monetarias. *Hipótesis de Asintocidad*:

Hipergeométrica -----> Binomial -----> Poisson
 $N > 5n$ $n > 50$ y $\pi < 0,1$ ~ ~ ~

Es decir: $P(X \geq 1) = 1 - P(X=0) = 1 - e^{(-n\pi)}$ y

$$n = - \frac{\ln[1 - P(X \geq 1)]}{\pi}$$

Probabilidad de error para un n dado



(X : nº errores, n : tamaño de la muestra, π : probabilidad de error)

más si queremos tener en consideración el umbral de materialidad (UBMA) a partir del cual rechazaremos la muestra, o lo que es lo mismo, el error tipo β , sin desconocer la posibilidad del error α , deberemos resolver la ecuación recurrente siguiente, por métodos iterativos, relativa a la probabilidad de encontrar un nº de errores en la muestra menor o igual a R , condicionado a que la proporción del error es menor o igual al UBMA, debe ser menor que el riesgo β (1- β : nivel de confianza); donde E es la suma de todos los errores de la muestra, N es el total de la población, y r son los errores encontrados.

$$P [r \leq R / (E/N)] = \sum_{r=0}^R \frac{e^{-\lambda} \lambda^r}{r!} \leq \beta$$

A partir del valor de λ obtenido de la ecuación anterior, podemos para un UBMA, β , y r preestablecidos, determinar el valor n de la muestra mediante la relación $\lambda = n \cdot \text{UBMA}$. Se adjunta la *tabla 1* a modo de ejemplo (obtenida con Hoja de Cálculo con solo cambiar el umbral de materialidad) que nos proporciona las muestras para un UBMA del 2%, y el β y r que escojamos.

| TABLA 1 | | UBMA= 2,00% | | | | | |
|-------------------------|---------------------------|-------------|------|------|------|------|------|
| Nºerrores en la muestra | Nivel de confianza: (1-β) | | | | | | |
| | 0,8 | 0,9 | 0,95 | 0,96 | 0,97 | 0,98 | 0,99 |
| 0 | 80 | 115 | 150 | 161 | 175 | 196 | 230 |
| 1 | 148 | 191 | 231 | 244 | 259 | 279 | 308 |
| 2 | 206 | 259 | 306 | 319 | 337 | 359 | 393 |
| 3 | 259 | 321 | 374 | 390 | 409 | 434 | 470 |
| 4 | 313 | 385 | 447 | 466 | 489 | 520 | 571 |
| 5 | 362 | 444 | 511 | 531 | 556 | 589 | 644 |
| 6 | 411 | 501 | 573 | 594 | 621 | 657 | 714 |
| 7 | 457 | 557 | 634 | 657 | 685 | 723 | 783 |
| 8 | 503 | 612 | 694 | 718 | 748 | 787 | 851 |
| 9 | 547 | 665 | 753 | 778 | 809 | 851 | 917 |
| 10 | 590 | 719 | 812 | 838 | 871 | 914 | 982 |

Estas tablas tienen además la utilidad de poder proporcionar la cota de error a inferir en la población total, con un nivel de confianza determinado, a partir de un r de errores encontrado en n unidades monetarias auditado.

Si se trata de *pruebas de cumplimiento*, en cuyo caso no hemos de determinar el n° de errores, tomaremos la línea de $r=0$ en dicha anterior, que proporciona un n° menor de unidades monetarias a muestrear, y que se corresponde con el valor de muestra que hubiésemos encontrado si aplicamos la ecuación anterior de n , que no tenía en cuenta el valor de β .

Para la *selección aleatoria de la muestra* en el MUM, se utiliza, como ya hemos dicho, el muestreo sistemático que consiste en una técnica más eficiente que el caso del muestreo aleatorio simple; la condición previa es que la población ha de estar desordenada al máximo para garantizar la aleatoriedad. Necesitamos un *punto de partida* y un *intervalo de salto*, este segundo lo calcularemos dividiendo el importe total de la población y el importe de la muestra, y el primero se determinará multiplicando dicho intervalo por un n° aleatorio entre cero y uno, generado automáticamente mediante un ordenador; en caso de que a un importe calculado no corresponda ningún elemento de la población, se seleccionará el elemento anterior⁶. En la práctica acumularemos los importes de las facturas o apuntes, de forma que podemos identificar esta con los valores obtenidos al sumar al valor inicial el intervalo, y a este de nuevo el intervalo sucesivamente.

5.5. FASE 5ª. CÁLCULO DE ESTADÍSTICOS MUESTRALES E INFERENCIAS. ESTIMADORES ESTADÍSTICOS EN AUDITORÍA:

Una vez identificada la muestra, realizada la auditoría y contabilizados los errores, la Ciencia Estadística, nos indica los coeficientes muestrales a calcular, y cómo proyectarlos a la totalidad de la población y cómo asignar un índice de fiabilidad a dichas proyecciones.⁷

En el MUM no podemos aplicar los *estimadores de la diferencia y del ratio* utilizados en la auditoría clásica por unidades físicas, el primero de ellos porque resulta totalmente sesgado, presentando una alta dispersión debido como ya hemos indicado, a que las poblaciones contables tienen bajas tasas de error; y el segundo produce intervalos de confianza mucho mayores en el MUM.

6. APLICACIÓN PRÁCTICA: MUESTREO DEL BALANCE REAL DE UNA EMPRESA

Se trata de una empresa mediana (unos 60 trabajadores), con una cifra de ingresos de 580 millones de ptas., con un total de activos -según consta en su balance de situación- de 310.800.000 ptas. Deseamos realizar por primera vez una auditoría de cuentas en dicha empresa, para lo cual prefijamos un índice de confianza del 95% ; a partir del cual el programa-modelo en H.C. desarrollado, determina los valores de la población (en función de las cifras anteriores del n° de veces que se ha realizado la auditoría): 580,000.000 ptas. (según tabla del apto. V), y el Nivel de Importancia Relativa correspondiente del 1,5% (8,700.000 ptas).

Se nos plantea ahora el dilema de la *desagregación* de las áreas que conforman el activo y el pasivo; así, si considerásemos las 310.800.000 pesetas del activo como una sola partida, y estableciésemos un 2% como límite máximo de error permitido o UBMA y buscamos en la *tabla 1* (el programa desarrollado lo hace automáticamente), nos proporcionaría un tamaño muestral de 306

⁶.Método CELDA-DUS: Leslie, D; Teitlebaum, A. y Anderson,R. "Dollar-unit Sampling". PPL. Londres 1.980.

⁷.Escuder Valles, Roberto "Estadística Española". n° 108.1985.pág. 35-56

U.M. (unidades monetarias) para el muestreo sustantivo con dos errores como máximo, y de 150 U.M. para el caso de sólo realizar pruebas de cumplimiento.

Evidentemente, estos valores no nos valen, pues aún en el caso de que todas esas U.M. correspondiesen a facturas distintas, un muestreo de 306 facturas respecto del total de facturas reales del activo (1.866 en nuestro caso real), podría ser insuficiente, sobre todo si tenemos en consideración que algunas de las áreas, por ejemplo Tesorería, está formada por 1.500 facturas, además de que en este caso el valor intervalo par el muestreo sistemático sería muy elevado con respecto al valor de algunas áreas (1,414.379 en este ejemplo); por otro lado, tampoco tendría sentido efectuar ese mismo nº de muestras para todas las áreas, ya que en realidad hay muchas de las áreas en las que el nº real de facturas es relativamente bajo y por tanto mucho menor que 306.

El problema que se presenta deriva pues del hecho de que el nº de unidades a muestrear se obtiene de una tabla donde *no se tiene en consideración la cuantía del área*, sino exclusivamente del tanto por ciento de umbral de materialidad prefijado, por lo cual en principio, no nos serviría de nada el aplicar la desagregación de dicho N.I.R. (según se explicada en un punto anterior). Hemos optamos por realizar un *desglose por áreas del error tolerable máximo* (según se explicaba en el punto IV), para determinar a continuación -en cada área- que porcentaje supone esta cantidad con relación al total de la partida en valor absoluto (columna 5 de la tabla 2); de forma que podamos tomar este porcentaje como UBMA para esa área, que junto con el 95% de confianza, y el nº máximo de errores admitido en dicha muestra (2 en nuestro ejemplo), se pueda consultar la tabla que nos proporciona el tamaño muestral correspondiente. El modelo con H.C. realizado incluye una "macro" (o rutina de programación) que determina para cada área el MUM a realizar tanto en pruebas sustantivas como de cumplimiento: véase tabla 2, columnas 6 y 7).

| BALANCE DE SITUACION | | Ejercicio | 1.993 | TABLA 2 |
|----------------------|------------------------------------|------------------------|-------------------------------------|----------------------------------|
| Col.:1 | Col.:2 | Col.:3 | Col.:4 | Col.:5 |
| CLAVE | ACTIVO | Valor total Partida | Error máx. tolerable por área | Error máx. % UBMA por área |
| 1 | 6.Derechos s/bienes arrend.financ. | 12.000.000 | 1.251.399 | 10,43% |
| 2 | 8.Amortizaciones | -2.400.000 | 559.643 | 23,32% |
| 3 | 1.Terrenos y construcciones | 60.000.000 | 2.798.214 | 4,66% |
| 4 | 2.Instal.técnicas y maquinaria | 80.000.000 | 3.231.099 | 4,04% |
| 5 | 3.Otras instalac.,utill. y mobil. | 20.000.000 | 1.615.549 | 8,08% |
| 6 | 5.Otro Inmovilizado | 35.000.000 | 2.137.171 | 6,11% |
| 7 | 7.Amortizaciones | -57.600.000 | 2.741.678 | 4,76% |
| 8 | 7.Deposit. y fianzas largo plazo | 600.000 | 279.821 | 46,64% |
| 9 | Gtos.distrib.varios ejercicios | 10.000.000 | 1.142.366 | 11,42% |
| 10 | 2.Materias primas y otros aprov. | 10.900.000 | 1.192.665 | 10,94% |
| 11 | 4.Productos terminados | 50.000.000 | 2.554.408 | 5,11% |
| 12 | 1.Clientes vtas y prest.serv. | 45.000.000 | 2.423.324 | 5,39% |
| 13 | 5.Personal | 1.000.000 | 361.248 | 36,12% |
| 14 | 5.Cartera valores corto plazo | 2.000.000 | 510.882 | 25,54% |
| 15 | 8.Provisiones | -1.000.000 | 361.248 | 36,12% |
| 16 | Tesorería | 45.000.000 | 2.423.324 | 5,39% |
| 17 | Ajustes por periodificación | 300.000 | 197.864 | 65,95% |
| | TOTAL ACTIVO | 310.800.000 | | |
| | AREA FICTICIA: 4 + 11 +12 | 175.000.000 | 4.778.860 | 2,73% |

| Col.:6 | Col.:7 | Col.:8 | Col.:9 | Col.:10 | Col.:11 |
|--------------------------------------|---|-------------------------------|----------------------------------|-----------------------------------|-----------------------------------|
| T.muestral n factur. Sustantiv | T.muestral n factur. Cumplimiento | Tamaño n factur. Reales | Ratio Millones/fac. Reales | Ratio Millones/fac. Muestra | Ratio Fac R./fac Sustantiv. |
| 59 | 29 | 3 | 4.000.000 | 204.477 | 0,05 |
| 26 | 13 | 3 | 800.000 | 91.445 | 0,11 |
| 131 | 64 | 5 | 12.000.000 | 457.224 | 0,04 |
| 152 | 74 | 30 | 2.666.667 | 527.957 | 0,20 |
| 76 | 37 | 7 | 2.857.143 | 263.979 | 0,09 |
| 100 | 49 | 5 | 7.000.000 | 349.211 | 0,05 |
| 129 | 63 | 47 | 1.225.532 | 447.987 | 0,37 |
| 13 | 6 | 2 | 300.000 | 45.722 | 0,15 |
| 54 | 26 | 3 | 3.333.333 | 186.661 | 0,06 |
| 56 | 27 | 15 | 726.667 | 194.880 | 0,27 |
| 120 | 59 | 40 | 1.250.000 | 417.387 | 0,33 |
| 114 | 56 | 200 | 225.000 | 395.968 | 1,76 |
| 17 | 8 | 2 | 500.000 | 59.027 | 0,12 |
| 24 | 12 | 2 | 1.000.000 | 83.477 | 0,08 |
| 17 | 8 | 1 | 1.000.000 | 59.027 | 0,06 |
| 114 | 56 | 1.500 | 30.000 | 395.968 | 13,20 |
| 9 | 5 | 1 | 300.000 | 32.331 | 0,11 |
| 1.209 | 592 | 1.866 | | | 1,54 |
| 224 | 110 | 270 | 648.148 | 781.250 | 1,21 |

De esta forma, ya disponemos del nº de documentos a muestrear en consonancia con el valor de dicha partida (Obsérvese que supone un total de 1.290 muestras, cifra mucho mayor que la anterior de 306 del supuesto anterior de una partida única); quedaría ahora por decidir cómo tenemos en cuenta el nº real de facturas de cada una de ellas en relación con dicho MUM.; para ello hemos calculado - para cada área-un triple ratio, el primero como resultado de dividir el valor de la partida por el nº de facturas reales (tabla 2, columna 9), el segundo al dividir dicho valor real por el tamaño muestral (columna 10), y el tercero para determinar la proporción entre el nº de facturas reales y las del tamaño muestral (colum.11). El primer y segundo ratio nos pueden servir para comparar el tamaño medio de la factura real en cada partida y el intervalo de muestreo; de aquí puede observarse, por ejemplo, que sí el valor del intervalo muestral es demasiado grande en relación con el tamaño medio de las facturas,

podemos dejar muchas de ellas sin auditar; con el segundo de los ratios podemos apreciar que cuando es próximo a cero, queremos expresar que hay pocas facturas reales y deben muestrearse todas; si se aproxima a la unidad, el MUM coincide con las facturas reales y por tanto sería reducible; finalmente si supera a la unidad en un valor alto, podría ser insuficiente la muestra seleccionada en el caso de tesorería de nuestro caso real, este índice es de 13,2).

Del párrafo anterior podemos observar, que la frase reiteradamente citada en este trabajo "*... y siempre al buen juicio del auditor...*", cobra perfectamente su significado; nosotros queremos no obstante, dotarle con este modelo de datos suficientes para una correcta toma de decisiones sobre el tamaño muestral por área; creemos que al proporcionarle los tres ratios anteriores, le estamos facilitando información sobre los dos aspectos que es preciso tener en cuenta para comparar lo real con lo muestral; la proporción de facturas y el tamaño medio de las mismas. En el caso de un nº pequeño de facturas en la población, sugerimos dos opciones: la primera de ellas, para el caso de un nº realmente bajo con respecto de la muestra, el auditarlas todas, y en el caso de un ratio mayor, podríamos unir en un bloque las cantidades (y por tanto facturas reales) de esas áreas, y así aplicar el MUM a esa nueva área *ficticia* (ver tabla 2), en nuestro caso ejemplo, se podía hacer un bloque con las áreas: 4, 11 y 12, con ratio comprendido entre 0.2 y 1.76, que suman 175 Mptas, lo que supone un UBMA del 2.73% y un tamaño muestral de 224 UM para pruebas sustantivas y 110 para cumplimiento (ratio 3: 1,29); aquellas partidas con el tercer ratio elevado, tratarlas por separado, así el área clave 16 (tesorería) de ratio 13.2 (>1) y 114 de tamaño muestral sustantivo, y finalmente en el resto de áreas, con ratio muy bajo, muestrear todas las facturas. NOTA: Para el PASIVO podría procederse de forma análoga.

Seguidamente, veamos como realizar "físicamente" el muestreo, es decir, como elegir las unidades monetarias y más concretamente las facturas reales donde están incluidas éstas; a modo de ejemplo auditaremos el área de tesorería, compuesta por 1.500 facturas que importan un total de 45 millones de ptas. (hemos elegido un caso de facturas de pequeño importe para mayor complejidad). Se supone que disponemos del listado con la cantidad de cada una de dichas facturas, para nuestra prueba hemos realizado un modelo con H.C. (véase *tabla 3* reducida) que genera aleatoriamente las 1.500 facturas, para lo cual se le ha dado una distribución estratificada de la mismas : 705 fac. menores de 10.000 ptas., 463 entre este valor y 45.000, 302 hasta 75.000, 25 menores que 125.000, y sólo 5 entre este valor y 250.000; una vez generadas las 1.500 facturas de acuerdo con esta distribución, son automáticamente desordenadas. A continuación para determinar las 114 U.M. a muestrear, se determina el intervalo para los 45 millones (394.737), y aleatoriamente el valor inicial o de partida de la 1ª peseta a muestrear (171.584 en la prueba que se presenta), y ya, por simple adición a este valor del intervalo, se obtiene la columna con las 114 unidades monetarias a muestrear. Para poder conocer a que nº de factura real a que corresponde, se realiza una columna con el valor acumulado de las 1.500 facturas, y por consulta de la tabla de valores del MUM anterior sobre esta, se puede determinar en qué factura se encuentra esa pesetas a muestrear; el modelo con hoja presenta de forma automática, y junto a la unidad monetaria, el nº de factura a la que corresponde; así en el ejemplo, la primera unidad se encuentra en la factura nº 85, y la unidad a muestrear nº 110: 43.421.053, pertenece a la factura nº 1.490. NOTA: si se utilizara una columna con el código de cada factura, podría proporcionarse fácilmente la relación de códigos a muestrear.

| TABLA 3 | | Muestra: | 2114 | INTERVALO: | 394.737 |
|----------------|---------|------------|------------|------------|---------|
| | | | | V.INICIO: | 171.584 |
| NUM.FAC | VALOR | ACUMULADO | M.U.M.-> | N.FAC. | |
| 1 | 376 | 376 | 394.737 | 85 | |
| 2 | 3.332 | 3.708 | 789.474 | 169 | |
| 3 | 3.434 | 7.142 | 1.184.211 | 236 | |
| | | | | | |
| 110 | 615 | 502.586 | 43.421.053 | 1490 | |
| 111 | 5.721 | 508.307 | 43.815.789 | 1493 | |
| | | | | | |
| 1499 | 214.718 | 44.800.697 | | | |
| 1500 | 199.303 | 45.000.000 | | | |

Finalmente nos planteamos comprobar si el muestro así programado cumplía el objetivo marcado, que es garantizar por un lado que en dicho muestreo seamos capaces de detectar las facturas erróneas (con valor registral distinto del verdadero), y en segundo lugar que se cumpla la tabla 1, es decir, que para una ocurrencia de errores en la muestra, exista una probabilidad igual al índice de confianza de que el error poblacional no supere el umbral de materialidad prefijado para determinar la muestra.

Para esta comprobación, necesitábamos poder "*infectar*" (introducir los errores) en la población de facturas antes generada; según hemos afirmado anteriormente, el nº de errores debe seguir una distribución de Poisson de parámetro λ igual al producto de $N \times UBMA$; y la forma de simular una distribución de este tipo, considerando que esta resulta de la suma de N de tipo Binomial de parámetro $p = \lambda/N$, de forma que cada factura puede ser errónea o no si un valor generado aleatoriamente entre cero y uno es menor o igual que p . En la *tabla 4*, hemos realizado un programa que para un UBMA del 3%, $n=204$, nº errores igual a 2, (lo que implica un $\lambda=6.12$ y $p=0.03$), simula aleatoriamente una población de 500 facturas, contando cuantas de ellas son erróneas y cuantas lo son en la muestra de 204; lo hemos programado para que realice 500 tiradas de 500 facturas, almacenado en una tabla el porcentaje de erróneas en la muestra y en la población, y anotando también lo que sucede para el caso particular de producirse dos errores en la muestra; se pudo comprobar que 1º: la media de errores simulada era prácticamente igual a la teórica, 2º: que cuando en la muestra hay como mucho dos errores, nunca se supera en la población el 3% fijado como umbral de materialidad; queda así demostrada la "bondad" de esta simulación y podemos utilizarla adecuadamente en el siguiente paso.

| | | | | |
|---------------------|-------|-------------|-------|---------|
| Poisson λ = | 15,00 | UBMA= | 3,00% | TABLA 4 |
| n= | 500 | N= | 500 | |
| Binomial:p= | 0,03 | nº errores= | 2 | |

| NUM. FAC | Infectada | inf.en N | % inf.en N | inf.en n | % inf.en n |
|------------|-----------|----------|------------|----------|------------|
| 1 | 0 | 17 | 3,40% | 5 | 1,00% |
| 2 | 0 | 13 | 2,60% | 7 | 1,40% |
| 3 | 0 | 15 | 3,00% | 5 | 1,00% |
| 4 | 0 | 7 | 1,40% | 2 | 0,40% |
| 5 | 0 | 10 | 2,00% | 3 | 0,60% |
| | | | | | |
| 498 | 0 | 13 | 0,026 | 6 | 1,20% |
| 499 | 0 | 11 | 0,022 | 4 | 0,80% |
| 500 | 0 | 11 | 0,022 | 5 | 1,00% |
| Medias: | | 14,85 | 2,97% | 5,82 | 1,16% |
| Errores=2: | | Media: | 2,32% | Destip: | 0,36% |

A continuación se realizó otra H.C. programada (tabla 5), donde a partir de los valores del ejemplo anterior del área de tesorería, realiza la simulación de 1.500 facturas, infectándolas según una Poisson con el parámetro que determinan los valores prefijados del caso real, generando una tabla con el núm. de estas facturas erróneas, y otra donde se recogen las que al realizar el muestreo MUM de 114 u.m. (intervalo muestral sistemático de 394.737 U.M.), se corresponden con facturas infectadas; en la "tirada" que se adjunta, puede observarse que se produjeron 2 errores (1,75%) en la muestra y 73 en la población (el 4,87%, que no supera el UBMA para el área que era 5,39% (según tabla 2, columna 5, clave 16); por lo cual podemos inferir que el modelo construido puede ser realmente válido para muestrear un balance.

| | | | |
|----------------------|------------|----------------|---------|
| Poisson: $\lambda =$ | 0,850 | UBMA = | 5,39% |
| n = | 114 | N = | 1.500 |
| Binomial: $p =$ | 0,054 | nº de errores: | 2 |
| V. partida: | 45.000.000 | Interv. mues.: | 394.737 |

| TABLA 5 | |
|------------|-------|
| NºFac.inf. | Mues. |
| 642 | |
| 1403 | |

| NºFac.infec | | Total: | | | | 73 |
|-------------|-----|--------|------|------|-------------|----|
| 30 | 238 | 466 | 780 | 1049 | 1256 | |
| 64 | 272 | 471 | 855 | 1051 | 1291 | |
| 68 | 301 | 515 | 864 | 1088 | 1297 | |
| 120 | 310 | 556 | 878 | 1122 | 1375 | |
| 142 | 323 | 585 | 882 | 1128 | 1379 | |
| 145 | 355 | 590 | 937 | 1172 | 1380 | |
| 154 | 383 | 610 | 939 | 1186 | 1398 | |
| 155 | 399 | 624 | 956 | 1191 | 1403 | |
| 203 | 405 | 635 | 970 | 1201 | 1435 | |
| 204 | 433 | 642 | 1010 | 1227 | 1455 | |
| 212 | 434 | 654 | 1030 | 1232 | 1463 | |
| 222 | 450 | 710 | 1044 | 1247 | 1476 y 1484 | |

7. BIBLIOGRAFÍA

BARO LLINAS,J.: "La afijación valoral como criterio del muestreo estratificado para la inspección de saldos contables". Revista Técnica Contable. 1985. "Muestreo no probabilístico en auditoría". Revista Técnica Contable. 1985. "El muestreo exploratorio en auditoría a partir de la Ley de Poisson". Revista Técnica Contable-86. "El tamaño muestral en las pruebas de aceptación". Revista Técnica Contable. 1988.

ESCUDE VALLES,R.: "Auditoría y Métodos Estadísticos: Metodología General y Análisis de pruebas sustantivas mediante estimación de variables". Revista Estadística Española. nº 108.

INSTITUTO DE CONTABILIDAD Y AUDITORÍA DE CUENTAS: "Normas Técnicas de Auditoría". Boletín nº 4. Enero 1.991. "Norma Técnica relativa al concepto de importancia relativa". Boletín nº 6. Julio 1.991.

LOPEZ MEDIALDEA,J.: "Muestreo y Materialidad". Colegio Titulares Mercantiles y Empresa de Murcia. Marzo 1.993.

MENDEZ MARTINEZ,S.: "Muestreo por unidades monetarias". Universidad de Valencia. Julio 1.994

QUINTANAR ROMERO,E.: "Modelos de riesgo, factores de confianza y conceptos estadísticos aplicados a la auditoría". Revista Española de Financiación y Contabilidad. 1.985.

DURAN BAQUERIZO,E., LAFUENTE LOPEZ,J.J. y PONCE NUÑEZ,J.M.: "Un método de muestreo informático para auditoría". Congreso ASEPELT. Sevilla 1.992.

ESTIMACIÓN DEL VAB SECTORIAL A TRAVÉS DE UN MODELO TIPO: UNA APLICACIÓN A LA C.V.¹

BERNARDÍ CABRER
MARI PAZ COSCOLLÁ
LUIS VILA
Universidad de Valencia

1. INTRODUCCIÓN

La complejidad de las relaciones económicas que subyacen en la evolución de los agregados económicos regionales determina la conveniencia de profundizar el análisis regional contemplando una mayor desagregación sectorial de las principales variables. Es posible obtener así una visión dinámica de las estructuras productivas regionales y su evolución con respecto a la estructura del conjunto de España. Con este objetivo se ha dividido la economía en diecisiete sectores de actividad que responden a los siguientes contenidos:

Sector Agrícola: Productos de la agricultura, silvicultura, ganadería y pesca.
Sector Energía: Productos energéticos y agua.
Sector P.Minerales: Minerales, metales y productos a base de minerales no metálicos.
Sector Química: Productos químicos.
Sector P.Metálicos: Productos metálicos, máquinas y material eléctrico.
Sector M.Transporte: Material de transporte.
Sector Alimentación: Productos alimenticios, bebidas y tabaco.
Sector Textil: Productos textiles, cuero y calzados, vestido.
Sector A.Gráficas: Papel, artículos de papel, impresión y artes gráficas.
Sector M.Diversas: Productos de industrias manufactureras diversas de consumo.
Sector Construcción: Construcción y obras de ingeniería civil.
Sector Comercio: Comercio, recuperación y reparación.
Sector Turismo: Restaurantes y hostelerías.
Sector T. y Comun.: Servicios de transportes y comunicaciones.
Sector Banca: Servicios de las instituciones de crédito y seguro.
Sector S.Des.Vta.: Otros servicios destinados a la venta.
Sector S.no D.Vta: Servicios de administración general, de enseñanza e investigación, de sanidad, doméstico y otros servicios no destinados a la venta.

¹ Este trabajo ha sido desarrollado dentro del Proyecto PB 91-0656 de la DGICYT

El análisis pretende determinar la evolución de la estructura productiva valenciana en sí misma y con respecto a la del conjunto de España entre 1980 y 1994. Con este objetivo, se utilizan los datos de Valor Añadido Bruto (VAB) y Empleo sectoriales que proporcionan la Contabilidad Regional y la Contabilidad Nacional. Además, en aquellos sectores productores de bienes, se utiliza también el valor de las exportaciones. El VAB sectorial valenciano sólo está disponible hasta 1991, por lo cual ha sido necesario realizar estimaciones para los años 1992, 1993 y 1994. La estimación se ha efectuado a través del modelo que se propone en el apartado 2.

El análisis de la estructura productiva de la Comunidad Valenciana se realiza, para los diecisiete sectores considerados, en el apartado 3. Con el fin de efectuar el estudio para cada uno de los sectores mencionados se ha calculado:

- Las participaciones porcentuales que representan el VAB y el empleo sectoriales de la Comunidad Valenciana sobre los respectivos totales de España.
- Las aportaciones porcentuales que realizan el VAB, el empleo y las exportaciones internacionales de bienes sectoriales regionales a los respectivos totales de la Comunidad Valenciana.
- Las tasas de crecimiento anuales del VAB, del empleo y de las exportaciones sectoriales en la Comunidad Valenciana.

2. MODELO DE ESTIMACIÓN DEL VALOR AÑADIDO BRUTO REGIONAL (VAB)

Una Tabla Input-Output (TIO) es una forma de explicar de forma sistemática las transacciones intersectoriales de una economía. Las columnas representan el conjunto de inputs de la producción de cada sector, tanto los consumos intermedios como los Valores Añadidos Brutos (VAB). Las filas pueden ser consideradas como el conjunto de producción de cada sector y cómo ésta se destina a las demás industrias y a los sectores de demanda final. Una representación simplificada de la TIO siendo n el número de sectores productivos considerados es:

TABLA DE TRANSACCIONES INPUT-OUTPUT

| | | Sectores productivos | | | | | | Sectores de demanda final | TOTAL |
|---|----|----------------------|----------|-----|----------|-----|----------|---------------------------|-------|
| | | 1 | 2 | ... | j | ... | n | | |
| p r o d u c t o r t e s v o s | 1 | z_{11} | z_{12} | ... | z_{1j} | ... | z_{1n} | y_1 | x_1 |
| | .. | .. | .. | ... | .. | ... | .. | .. | .. |
| | i | z_{i1} | z_{i2} | ... | z_{ij} | ... | z_{in} | y_i | x_i |
| | .. | .. | .. | ... | .. | ... | .. | .. | .. |
| | n | z_{n1} | z_{n2} | ... | z_{nj} | ... | z_{nn} | y_n | x_n |
| V.A.B. | | w_1 | w_2 | ... | w_j | ... | w_n | $\sum y_i = \sum w_j$ | |
| TOTAL | | x_1 | x_2 | ... | x_j | ... | x_n | | |

Se puede obtener el modelo simplificado de Leontief, a partir de las TIO, si tenemos en cuenta las siguientes relaciones entre las distintas magnitudes económicas, expresadas en forma matricial:

- Desde el punto de vista de la demanda,
 $x = Z I + y$

donde:

- x: vector columna de producción por sectores.
- Z: matriz de transacciones interindustriales.
- I: vector columna de n elementos unitarios.
- y: vector columna de demanda final por sectores.

La interpretación es que la producción de cada sector "i" es igual a la suma de las ventas que realiza a los demás sectores o consumos intermedios que cada industria le demanda, más lo que vende a los sectores de demanda final.

Operando se puede obtener la matriz de coeficientes técnicos o matriz que refleja la proporción de la producción del sector correspondiente que proviene de cada uno de los otros sectores. Así, el

coeficiente técnico a_{ij} se ha obtenido dividiendo z_{ij} , o consumo intermedio del sector j que proviene del sector i , entre el total de la producción del sector j . Cada coeficiente nos indica el tanto por uno de la producción del sector (en columna) que es comprada a cada uno de los otros sectores (en fila). Así, siendo A la matriz de coeficientes técnicos y x el vector de producciones sectoriales, tenemos que:

$$x = Ax + y$$

y operando se obtiene el modelo de demanda de Leontief:

$$x = (I - A)^{-1} y$$

- Desde el punto de vista de la oferta,

$$x' = I'Z + w'$$

donde:

x : vector columna de producción por sectores.

Z : matriz de transacciones interindustriales.

I : vector columna de n elementos unitarios.

w : vector columna de los VAB sectoriales.

La ecuación se explica según que la producción de cada sector se obtiene agregando el valor de los inputs que utiliza en el proceso de producción. Se consideran inputs tanto los consumos intermedios que se demandan a cada industria como el valor añadido o remuneración a los factores primarios que intervienen en el proceso de producción.

Procediendo de forma análoga a la efectuada en el modelo de demanda, obtenemos la matriz de coeficientes de distribución, o matriz que muestra la estructura de ventas de cada sector. Cada coeficiente d_{ij} se obtiene dividiendo z_{ij} entre la producción del sector i , y representa el tanto por uno de la producción del sector ofertante (en fila) que es destinada al sector comprador (en columna). Denotando D a la matriz de los coeficientes de distribución, llegamos al modelo de oferta de Leontief:

$$x' = w' (I - D)^{-1}$$

Este modelo determina el nivel de producción sectorial a través de la oferta.

El modelo de predicción del VAB sectorial propuesto se fundamenta en el modelo de oferta, considerando la matriz de coeficientes técnicos que se determina en el modelo de demanda. Esto es, basándonos en la obtención de la matriz de coeficientes técnicos A y la matriz de coeficientes de distribución D a partir de la matriz de consumos intermedios, o matriz Z , podemos expresar la matriz Z en función de la matriz A y en función de la matriz D , para posteriormente igualar ambas ecuaciones y obtener la matriz de coeficientes de distribución en función de la matriz de coeficientes técnicos:

$$D = X(I)^{-1} A X(I)$$

siendo $X(I)$ la matriz diagonal de producciones sectoriales.

A partir del modelo de oferta se obtiene:

$$w = X(I) (I - A')^{-1} I$$

Es decir que los VAB están en función del nivel de producción y de la matriz de coeficientes técnicos.

El modelo que se propone para el momento t y la economía valenciana es:

$$w_{vt} = X(I)_{vt} (I - A_{vt})^{-1} I$$

La producción del año t de la economía valenciana se calcula según la producción del año base y un índice de crecimiento de la producción en términos físicos medido a través de los indicadores apropiados para cada sector. Así,

$$x(I)_{vt} = X(I)_{v0} C(I)_{vt}$$

Efectuando las operaciones pertinentes y operando, se obtiene la siguiente ecuación para la estimación del VAB (w) sectorial de la economía valenciana en el momento t :

$$w_{vT} = X(I)_{v0} C(I)_{vt} (I - A_{vt})^{-1} I$$

siendo $C(I)_{vt}$ una matriz diagonal de indicadores de la producción sectorial de la economía valenciana en el año t . Los indicadores utilizados para efectuar las estimaciones del VAB sectorial han sido los siguientes:

- Consumo de energía eléctrica sectorial de la Comunidad Valenciana.
- Exportaciones sectoriales de bienes de la Comunidad Valenciana.
- Pernotaciones en establecimientos hoteleros de la Comunidad Valenciana.
- Empleo sectorial de la Comunidad Valenciana.
- Valor Añadido Bruto sectorial de la economía española.

A partir del modelo propuesto y con la información sobre los sectores antes detallada se han obtenido los resultados que se exponen en el Cuadro nº1.

| CUADRO Nº1: VALOR AÑADIDO BRUTO (VAB) DE LA COMUNIDAD VALENCIANA A PRECIOS DE MERCADO. (Miles de millones de ptas. de 1986) | | | | | |
|--|-------|-------|-------|-------|------------|
| SECTOR | 1991 | 1992 | 1993 | 1994 | ESTRUCTURA |
| S. Agrícola | 170 | 172 | 164 | 170 | 4,48% |
| S. Energía | 182 | 189 | 183 | 184 | 4,85% |
| S. P.Minerales | 159 | 162 | 172 | 179 | 4,72% |
| S. Química | 50 | 42 | 40 | 42 | 1,11% |
| S. P.Metálicos | 137 | 141 | 136 | 140 | 3,69% |
| S. M.Transporte | 67 | 68 | 64 | 70 | 1,84% |
| S. Alimentación | 177 | 177 | 174 | 179 | 4,72% |
| S. Textil | 187 | 187 | 183 | 203 | 5,35% |
| S. A.Gráficas | 34 | 33 | 36 | 35 | 0,92% |
| S. M.Diversas | 161 | 153 | 151 | 168 | 4,43% |
| S. Construcción | 268 | 273 | 265 | 272 | 7,17% |
| S. Comercio | 693 | 711 | 699 | 695 | 18,31% |
| S. Turismo | 220 | 218 | 224 | 239 | 6,30% |
| S. T. y Com. | 231 | 235 | 239 | 248 | 6,53% |
| S. Banca | 205 | 210 | 207 | 213 | 5,61% |
| S. S. Des. Vta. | 590 | 572 | 576 | 582 | 15,34% |
| S. S. no Des. Vta. | 423 | 444 | 435 | 432 | 11,38% |
| | | | | | |
| TOTAL C.V. | 3698 | 3734 | 3696 | 3795 | 99,99% |
| TOTAL ESPAÑA | 37444 | 37714 | 37404 | 38205 | |

Fuente: 1991 Contabilidad General.
1992, 1993 y 1994 Elaboración propia.

3. EVOLUCIÓN DE LA ESTRUCTURA SECTORIAL

Sector Agrícola: El sector agrícola tiene en la Comunidad Valenciana una importancia cualitativa que, por tradición, excede en buena medida a su aportación al VAB total valenciano. Además, dicha aportación se ha reducido en los últimos años debido a causas estructurales como son los procesos de industrialización y de terciarización que han tenido lugar en las economías occidentales. Sin embargo, el sector agrícola valenciano ha mantenido su peso en relación al conjunto de España (en torno al 9%). La evolución de la campaña citrícola determina que la tasa de crecimiento del VAB sectorial sea oscilante. Así, el crecimiento anual del VAB sectorial ha sido positivo o negativo dependiendo de cómo se ha desarrollado en cada caso la temporada de los cítricos.

Este sector tiene una especial relevancia desde el punto de vista de las exportaciones. En efecto, más del 20% del total de exportaciones valencianas corresponde a productos agrarios, fundamentalmente cítricos y otras frutas y hortalizas.

La proporción que el empleo valenciano agrícola representa sobre el total de trabajadores en el sector se ha mantenido más o menos constante. Sin embargo, el comportamiento del sector respecto al total del empleo en la Comunidad Valenciana muestra un descenso paulatino del porcentaje de empleo que absorbe el sector agrícola en el total valenciano. Estos resultados obtenidos indican una reestructuración del sector, que tiende a utilizar menos mano de obra en su producción.

Sector Energía: En la evolución de este sector, desde 1980, se puede distinguir dos períodos claramente diferenciados, que corresponden al antes y al después del ingreso de España en la UE y coinciden con la reestructuración del sector energético español acometida con tal motivo. El primero de ellos, hasta 1986, aparece caracterizado por una amplia variabilidad de las tasas de crecimiento del VAB sectorial. Desde 1987, en cambio, el ritmo de crecimiento del sector se ha cifrado en valores que van del 0 al 4% y, como consecuencia, la aportación relativa del sector en la Comunidad Valenciana se ha estabilizado en torno al 4,5%, mientras que su participación en el conjunto del sector en España registra un ligero crecimiento hasta alcanzar valores del orden del 8%.

Las exportaciones valencianas de productos energéticos eran casi inexistentes hasta 1983. En ese año, y sobre todo en 1984 se registraron fuertes crecimientos como consecuencia de la puesta en marcha de la central de Cofrentes. Posteriormente, su evolución presenta una tendencia decreciente.

Este sector representa un valor pequeño en términos porcentuales en el empleo total de la Comunidad Valenciana, un 0,5% en 1994. La evolución del empleo sectorial muestra la alternancia de tasas de crecimiento positivas y negativas durante el periodo considerado.

Sector Productos Minerales: La evolución del VAB de esta rama de actividad aparece caracterizada por la estabilidad de su aportación al VAB valenciano, cifrada en torno al 5%, a pesar de que su ritmo de crecimiento ha experimentado variaciones notables. Así, en la primera mitad de la década de los ochenta se observó una desaceleración del crecimiento como consecuencia de la reestructuración del sector a través de la incorporación de cambios tecnológicos en la producción de materiales de construcción, cerámica y azulejos en particular. Desde 1986 se observa, en cambio, la

persistencia de tasas de crecimiento positivas debidas a la elevada competitividad exterior de la producción cerámica, hecho que ha determinado una evolución del VAB sectorial muy correlacionada con la evolución de exportaciones de estos productos.

El sector aporta, aproximadamente, un 4,5% del empleo de la Comunidad Valenciana, y esta proporción, salvo pequeñas oscilaciones, se ha mantenido constante a lo largo del periodo. Respecto al total nacional, el empleo valenciano en este sector supone un elevado nivel de participación. Además, ha observado un crecimiento en el periodo considerado (de un 17% a un 20%). Las variaciones positivas en el número de trabajadores se han debido a la creciente actividad del sector, en especial su vertiente exportadora. La elevada competitividad de los productos del sector y el incremento de exportaciones de azulejos y productos cerámicos han permitido aumentar el ritmo de actividad del sector y la predominancia de tasas de crecimiento del empleo positivas en el periodo 1986 - 1994.

Sector Química: La industria química tiene una relevancia escasa en cuanto a su aportación al VAB total valenciano (1%). En cuanto a la participación de la Comunidad Valenciana en el conjunto del VAB del sector a nivel estatal se observa un incremento notable en la segunda mitad de los años ochenta. Las exportaciones de productos químicos han mantenido, a lo largo del periodo considerado, una tendencia al alza, con tasas de crecimiento en general positivas y elevadas. En consecuencia, la participación del sector en el total de exportaciones valencianas ha evolucionado positivamente, ya que de representar un 1,5% en 1980 ha pasado a suponer más del 5% en 1994. Sin embargo, a finales de la década de los ochenta, la sobrevaloración de la peseta restaba competitividad a la industria y dificultaba las exportaciones de productos químicos, provocando una caída en el ritmo de crecimiento del sector. A partir de esa fecha, y con la evolución favorable del tipo de cambio, las exportaciones comenzaron a crecer a ritmos próximos al 30% y el VAB del sector está registrando una aceleración en su tasa de crecimiento.

El empleo del sector químico valenciano representa en general un porcentaje inferior al 1% del empleo valenciano. Se trata de un sector muy intensivo en capital, lo cual provoca una generación escasa de empleo. Desde 1980 hasta el año 1985 el empleo de este sector disminuyó a una tasa cercana al 5% en la Comunidad Valenciana. En la segunda mitad de los ochenta las tasas de variación fueron elevadas y positivas (más del 20% en 1987). El empleo estaba aumentando para sostener el incremento de la actividad. Sin embargo, a partir de 1989 la caída de la actividad exportadora se reflejó en variaciones negativas del empleo del sector.

Sector Productos Metálicos: El sector de productos metálicos en la Comunidad Valenciana no destaca por la importancia de su aportación al VAB regional, cifrada en torno al 3%. Sin embargo, su participación en el VAB estatal del sector presenta una evolución claramente alcista, el crecimiento del sector en el ámbito de la Comunidad Valenciana ha sido muy superior al registrado para el conjunto de España en el periodo de referencia. En este sentido destacan los elevados crecimientos alcanzados en los años 1984, 1986 y 1990. Las exportaciones valencianas de productos metálicos representan en torno al 14% del total de exportaciones valencianas. Durante la primera mitad de la década de los ochenta, la evolución de las exportaciones del sector estuvo caracterizada por tasas de crecimiento positivas y elevadas (122% en 1984); las variaciones fueron, en cambio, negativas entre 1986 y 1988. Desde entonces, y con la excepción de 1991 en que se registró un crecimiento del 43%,

la tasa de variación de las exportaciones ha experimentado oscilaciones mucho más moderadas. En lo que refiere a la evolución del empleo sectorial, es posible distinguir tres etapas en el periodo considerado. Durante los primeros años ochenta y noventa las tasas de crecimiento del empleo fueron negativas, mientras que durante el periodo 1986 - 1990 las tasas de variación del empleo fueron positivas y mejoró la posición relativa del empleo sectorial respecto al empleo de la economía valenciana. En el año 1994 hay una leve recuperación.

Sector Material de Transporte: Aunque la aportación del VAB del sector al total de la Comunidad Valenciana es reducida, alrededor de un 2%, la producción valenciana de material de transporte supone una proporción elevada y creciente del VAB del sector en España. La evolución del sector en la Comunidad Valenciana está determinada por la actividad de la planta de la multinacional Ford. Las condiciones de demanda permitieron a esta empresa obtener excelentes resultados en 1984, 1986 y 1990. Como consecuencia, el VAB del sector registró importantes crecimientos en esos años, a la vez que elevaba la participación de la Comunidad Valenciana en el VAB estatal. En los primeros años noventa la sobrevaloración de la divisa española y la crisis económica a nivel mundial causaron una reducción transitoria de la demanda, que ha sido finalmente superada en su componente interior a través de los planes Renove, y en el componente exterior gracias a la evolución del tipo de cambio. Así, la participación del sector en el VAB valenciano se ha elevado notablemente, superando el 3% en 1994.

El sector de Material de Transporte absorbe un 1% del empleo directo sobre el total valenciano y, en este sentido, su comportamiento no ha sufrido grandes variaciones. Respecto al total del empleo sectorial, el empleo valenciano representa una proporción entre el 5 y el 6%, y se ha producido una cierta tendencia alcista durante el periodo analizado.

Sector Alimentación: El sector de alimentación de la Comunidad Valenciana aporta al VAB regional total una proporción que oscila entre el 4 y el 5% durante el período de referencia. Aunque de manera lenta, el sector ha venido perdiendo importancia relativa a pesar de que ha experimentado tasas de crecimiento positivas a lo largo de los años ochenta. En relación al conjunto del sector en España, la Comunidad Valenciana también ha perdido relevancia. Se puede deducir, por lo tanto, que el crecimiento del VAB sectorial en la Comunidad Valenciana ha sido inferior al experimentado en el ámbito nacional y también ha sido inferior al crecimiento global del VAB valenciano a lo largo del periodo considerado.

Las exportaciones del sector representan una proporción reducida del total de exportaciones de bienes valencianas. Dicha proporción ha evolucionado, en general, a la baja desde 1980 hasta 1991, año en que se observa una cierta recuperación de la participación debida a la persistencia de tasas de crecimiento positivas desde 1990.

La evolución del empleo de este sector a nivel regional muestra la alternancia de tasas de crecimiento positivas y negativas durante el período analizado mientras que a nivel nacional el comportamiento ha sido de mayor estabilidad. Se observa, una ligera disminución en el porcentaje que el sector representa sobre el empleo valenciano. La pérdida de importancia del sector dentro de la economía valenciana ha incidido en una disminución del número de trabajadores que el sector ha ocupado.

Sector Textil: La industria textil y la del calzado son manufacturas tradicionales en la Comunidad Valenciana, y representan en torno al 6% del VAB total valenciano. Estas ramas, además, destacan por su elevada aportación al VAB estatal del sector, que se sitúa por encima del 22,5% a lo largo los años ochenta. Su evolución en esa década presenta dos subperíodos; el primero, hasta 1987 en que se registraron crecimientos positivos aunque moderados de su VAB; y el segundo, que se prolonga hasta 1992, caracterizado por la persistencia de tasas de variación negativas coincidiendo con un período de reestructuración productiva impulsada por la creciente competencia de países asiáticos (sobre todo en textil y confección). Sin embargo, el proceso de depreciación de la peseta iniciado con la devaluación de septiembre de 1992 ha significado una reactivación para la producción de textiles y calzado, vía demanda exterior, y se ha reflejado en la elevada tasa de crecimiento del VAB sectorial en 1994, que alcanza el 10,9%. Se trata, por lo tanto, de un sector que recupera importancia, tanto en su aportación al VAB regional como en relación al conjunto del sector en España.

Las exportaciones de este sector suponen una elevada proporción del total valenciano, aunque su elasticidad precio positiva determina una evolución vinculada a la del tipo de cambio de la peseta. El empleo que ocupan estas ramas industriales supone un alto porcentaje sobre el total del sector en España, y además, esta proporción ha aumentado fundamentalmente durante el subperíodo 1987 - 1994. En cuanto al total del empleo valenciano, este sector absorbe en los últimos años aproximadamente un 9%. Su comportamiento en este sentido presenta una tendencia descendente.

Sector Artes Gráficas: Aunque la aportación del sector al VAB valenciano es muy poco relevante, ya que no alcanza el 1%, representa en cambio una proporción significativa del sector en España. En cuanto a las tasas de crecimiento del VAB, la evolución del sector ha sido bastante irregular, junto a algunos años para los que se observan tasas de crecimiento positivas y elevadas (destaca 1991, con un crecimiento del 17,2%) aparecen otros con decrementos igualmente significativos.

El empleo supone una alta participación sobre el total nacional del empleo en el sector, un 11,6% en 1994. Respecto al empleo valenciano el sector absorbe una pequeña proporción del total. Ambas participaciones han tenido un comportamiento ligeramente ascendente durante el periodo.

Sector Manufacturas Diversas: El análisis del VAB de este sector resulta especialmente complicado por la heterogeneidad de los productos que engloba. En la Comunidad Valenciana destacan las industrias juguetera y madera y mueble entre las ramas de actividad que lo integran. El sector destaca por su aportación al VAB del sector en España, que oscila entre el 16,5 y el 20% a lo largo del periodo de referencia, cifras que evidencian el arraigo de la industria de bienes de consumo en la Comunidad. La aportación del sector al VAB total valenciano es, por contra, escasa.

La evolución del VAB sectorial desde 1980 puede calificarse de favorable, con predominancia de tasas de crecimiento positivas. Sin embargo, la reciente crisis, caracterizada entre otros elementos por la caída del consumo interior, ha ralentizado la actividad del sector, hecho que se refleja en tasas de variación negativas para el VAB en 1992 y 1993. La reactivación del consumo privado que ha tenido lugar en 1994 explica que en ese año el VAB sectorial haya crecido en un 11,2% y que su aportación al VAB total valenciano haya alcanzado el 4,2%, cifra que no se registraba desde 1983.

Las exportaciones del sector representan una proporción que oscila entre el 6 y el 8% del total de exportaciones valencianas, correspondiendo las mayores participaciones a periodos de expansión de la demanda. En cuanto al empleo sectorial, la posición que relativamente ocupa respecto al sector en España y respecto al resto de sectores de la Comunidad Valenciana, ha seguido una tendencia claramente descendente.

Sector Construcción: El sector de construcción presenta dos vertientes diferenciadas en su composición, edificación residencial y obras públicas, cuya evolución obedece a las condiciones de la demanda en el primer caso y a la política de infraestructuras en el segundo.

El sector en la Comunidad Valenciana aporta en torno al 6,5% del VAB regional, mientras que su participación en el VAB del sector nacional se sitúa en torno al 9%. Sin embargo, estos porcentajes no son estables a lo largo del período analizado debido a la elevada sensibilidad de la actividad constructora a la fase del ciclo económico.

El empleo del sector en la Comunidad Valenciana supone una participación de aproximadamente el 9% en el empleo que absorbe la Construcción a nivel nacional. En el comportamiento del empleo sectorial respecto al empleo total valenciano, se observan tres subperiodos diferenciados: el primero se extiende desde 1980 hasta 1985 y se caracteriza por tasas de crecimiento negativas y por un decrecimiento de la participación sobre el empleo de la economía valenciana, en la segunda etapa, hasta 1991 destaca la persistencia de variaciones positivas en el empleo y un aumento de la proporción que representa en el empleo regional, el tercer subperiodo comprende los primeros años noventa: el empleo en el sector registra nuevamente tasas de crecimiento negativo. Dado que la proporción respecto a España no ha variado, en el periodo considerado globalmente, se concluye que el sector se comporta sincrónicamente en todas las regiones respondiendo por tanto a los mismos condicionantes.

Sector Comercio: El sector aporta una elevada proporción, aproximadamente un 17%, del VAB total valenciano, como consecuencia del proceso de terciarización de la economía que se ha producido a lo largo de las últimas décadas. La evolución del VAB del sector evidencia su dinamismo, a excepción del año 1986 en que la introducción del IVA provocó una contracción del VAB sectorial, las tasas de crecimiento han sido positivas hasta 1990. En los últimos años las oscilaciones del ritmo de crecimiento se han reducido, y la evolución del sector se ha adaptado a las fluctuaciones del ciclo económico, mostrando indicios de recuperación en 1994.

Es de destacar el hecho de que un elevado porcentaje de empleados valencianos, más de un 19% del total, trabaja en este sector. Además, este nivel de participación ha experimentado una tendencia creciente. El porcentaje que la Comunidad Valenciana representa sobre el empleo nacional en el sector muestra una evolución estable. En la globalidad del periodo ha experimentado un buen comportamiento relativo en cuanto a la generación del empleo, reflejando la terciarización de la economía valenciana y el hecho de que el sector servicios no puede prescindir de la mano de obra para llevar a cabo su producción.

Sector Turismo: La aportación del sector de restaurantes y hostelería al VAB regional presenta una evolución globalmente alzista. La vinculación de la actividad del sector al turismo determina que su tasa de crecimiento esté influenciada por factores como la evolución del tipo de cambio y de la renta de los países de procedencia de la demanda de servicios turísticos. Así, hasta 1987 el VAB del sector experimentó un crecimiento acelerado. A partir de ese año las tasas de crecimiento se redujeron hasta alcanzar valores negativos en 1989 como consecuencia, fundamentalmente, de la sobrevaloración de la moneda española. La demanda interior sostuvo en niveles moderados la actividad del sector en los años 1990 y 1991, en un proceso de sustitución del turismo extranjero por nacional. En 1992 el proceso depreciador de la peseta permitió un notable incremento de la demanda extranjera de servicios turísticos. Las excelentes campañas turísticas de los años 1993 y 1994 han permitido que el VAB del sector recuperase el ritmo de crecimiento.

El empleo del sector de restaurantes y hostelería, en general, ha experimentado tasas de crecimiento positivas a lo largo de los años ochenta y hasta 1991, superando el 10% 1986 y 1987. En los años 1992 y 1993 el crecimiento refleja tasas negativas de variación y en el último año considerado, 1994, nuevamente el empleo de este sector vuelve a crecer de forma notable. La evolución respecto al empleo total de la Comunidad Valenciana muestra un comportamiento positivo.

Sector Transportes y Comunicaciones: Este sector presenta una evolución caracterizada por un crecimiento acelerado de su valor añadido hasta 1991. No obstante, las cifras de crecimiento del VAB permiten distinguir dos subperíodos que coinciden con el antes y el después del ingreso de España en la UE, observándose tasas moderadas de crecimiento hasta 1986 y más elevadas a partir de este año. Como consecuencia de esta evolución la aportación del sector al VAB regional ha venido incrementándose desde la segunda mitad de los años ochenta hasta alcanzar valores superiores al 6% en los dos últimos años. De forma análoga, la participación valenciana en el VAB sectorial de España ha crecido paulatinamente a lo largo del período considerado, pasando del 9,7% en 1980 al 11,2% en 1993. Esta circunstancia evidencia un dinamismo diferencial del sector en la Comunidad Valenciana con respecto al resto de regiones.

El crecimiento del empleo en el sector de transportes y comunicaciones ha tenido un comportamiento errático observándose tasas de variación positivas y negativas a lo largo de todo el periodo analizado, (-10% en 1983 y 15% en 1988). Tanto sobre el total nacional del sector como sobre el total del empleo valenciano, el empleo del sector ha aumentado su participación.

Sector Banca: La aportación del VAB del sector al total valenciano se ha mantenido aproximadamente estable, en torno al 5%, a lo largo del período de referencia. La naturaleza de las actividades que engloba determina un elevado grado de sincronía con la evolución de la actividad económica general. El crecimiento del VAB sectorial en los primeros años ochenta fue positivo aunque moderado. La reestructuración del sector previa al ingreso de España en la UE, determinó un crecimiento negativo en el año 1985. Los años siguientes hasta 1990 reflejan una fuerte expansión con tasas de crecimiento elevadas (8,42% en 1989) coincidiendo con el auge de la actividad productiva del resto de sectores. A partir de esa fecha la evolución del sector aparece caracterizada por la alternancia de variaciones positivas y negativas de cuantía moderada.

El crecimiento anual del empleo del sector de servicios de las instituciones de crédito y seguro ha registrado tasas de variación positivas y negativas a lo largo del periodo.

Sector Otros Servicios Destinados a la Venta: A pesar de la relevancia cuantitativa que el sector tiene en la Comunidad Valenciana, la heterogeneidad de las actividades que engloba determina que resulte muy complejo interpretar su evolución en el ámbito regional a la luz de las cifras de VAB. El sector ha venido aportando una proporción elevada, aunque decreciente, del valor añadido regional. Así, mientras en 1983 aportó más del 17,3% del VAB total, en 1994 su aportación era sólo del 14,4%. También la participación valenciana en el VAB sectorial de España, siendo elevada, ha venido reduciéndose paulatinamente a lo largo del periodo de referencia, pasando del 10,7% en 1980 al 9,7% en 1991. Las tasas de crecimiento del VAB fueron decrecientes hasta 1987 y fuertemente crecientes a partir de ese año hasta 1991.

El sector de otros servicios destinados a la venta presenta crecimientos de su nivel de empleo positivos en todos los subperiodos, siendo la tasa media anual de crecimiento cercana al 12% entre 1986 y 1990. La participación en el empleo total de la Comunidad Valenciana ha crecido de forma sistemática a lo largo del periodo. Esta evolución contrasta con el comportamiento decreciente de la proporción que representa el VAB sectorial en el VAB valenciano. La actividad del sector se ha desacelerado en relación con la evolución de otros sectores, pero sin embargo este hecho no ha venido acompañado de una disminución comparable en el número de ocupados del sector.

Sector Servicios no Destinados a la Venta: El sector de servicios no destinados a la venta está compuesto, en su mayor parte, por las actividades de las distintas administraciones públicas, de ahí que se observe un crecimiento sostenido en su aportación al VAB total valenciano, que ha pasado de representar un 8,9% en 1981 a suponer un 11% en 1993. En el origen de esta evolución se encuentra la progresiva asunción de competencias por la Administración Autonómica y la ampliación de los servicios públicos que se prestan a los ciudadanos. El VAB del sector ha registrado tasas positivas de crecimiento en todos los años, a excepción de 1994, año en que la contención del gasto público determina una variación negativa del 1,4%. No obstante, la participación valenciana en el VAB estatal del sector se ha mantenido aproximadamente constante e incluso se observa una leve reducción.

En la mayoría de los años considerados en el periodo 1980 - 1994 el empleo del sector de servicios no destinados a la venta tuvo tasas de crecimiento positivas. La participación que supone el empleo sobre el total nacional de empleados en el sector no ha variado sustancialmente, lo cual refleja que la evolución del empleo sectorial en otras comunidades autónomas ha registrado un comportamiento análogo al valenciano. Si comparamos con el empleo global en la Comunidad Valenciana, el porcentaje de participación ha crecido considerablemente desde un 10,9% en 1980 hasta un 14,6% en 1994. Estos resultados confirman que en la economía valenciana y en la economía española en general, el empleo público ha ganado en importancia durante el periodo 1980 - 1994.

4. SÍNTESIS

Con el objeto de ofrecer una visión sintética de la evolución reciente de los sectores productivos que conforman la economía valenciana, los diecisiete sectores han sido clasificados según la tasas de variación del VAB que han generado y del empleo que absorbieron en el período 1991-1994. El resultado de esta clasificación se recoge en el Cuadro nº2. En conjunto, se observa la predominancia de crecimientos positivos del VAB en la mayor parte de sectores ya que sólo cuatro de ellos presentan un crecimiento negativo del VAB en el subperíodo de referencia. Por el contrario, el empleo decreció en once de los diecisiete sectores considerados, y el decrecimiento fue muy acusado en ocho de ellos.

CUADRO Nº2: CLASIFICACIÓN SECTORIAL SEGÚN EL CRECIMIENTO DEL VAB Y DEL EMPLEO.

| | | Crecimiento VAB Sectorial (tasa de variación) Periodo 1991 - 1994 | | | |
|--|------------------|--|------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|
| | | Menos -2% | Entre -2% y 0% | Entre 0% y 2% | Más 2% |
| Crecimiento Empleo Sectorial (Tasa de Variación) Periodo 1991-1994 | Más 2% | --- | --- | S.Des.Vta. | A.Gráficas |
| | Entre 0% y 2% | --- | --- | S.no Des.Vta. | P.Minerales Turismo T. y Com. |
| | Entre 2% y 0% | --- | Banca | Textil Comercio | --- |
| | Menos -2% | Química | M.Transporte Alimentación | Agrícola Energía Construcción | P.Metálicos M.Diversas |

Fuente: Elaboración propia.

El sector agrícola presenta un crecimiento moderado del VAB junto con un decrecimiento acusado del empleo que obedece, en este caso, a la tendencia del sector a la expulsión de mano de obra. Crecimientos moderados del VAB y decrecimientos intensos del empleo se observan también en el sector productor de energía y en el de construcción.

Los sectores de productos metálicos y manufacturas diversas también aparecen caracterizados por un fuerte decrecimiento del empleo, aunque el crecimiento de su VAB ha sido positivo e intenso, con el consiguiente aumento de productividad. Se trata, por lo tanto, de sectores cuyas producciones han ganado competitividad en los últimos años.

Los sectores de comercio y la industria textil han experimentado crecimientos moderados del VAB junto con decrecimientos también moderados del empleo. Su evolución se orienta, por lo tanto, hacia la ganancia de competitividad relativa, aunque con menor intensidad que para los sectores del grupo anterior.

El sector de papel y artes gráficas es el único en que se observan simultáneamente crecimientos positivos y elevados de VAB y de empleo en el período 1991-1994, aunque su escaso peso cuantitativo en la Comunidad Valenciana determina que esta evolución no sea la dominante. El crecimiento del VAB también ha sido positivo y elevado para los sectores de productos minerales, el turismo y el sector de transporte y comunicaciones, sectores que además han generado empleo neto. Las competitividad exterior de la producción de azulejos y los excelentes resultados de las últimas campañas turísticas, respectivamente, están en el origen de la evolución positiva de estos sectores. Los sectores en los que el VAB y el empleo han decrecido en promedio en el período 1991-1994 son la industria química, la de alimentación, la de material de transporte y la banca. Hay que señalar, sin embargo, que este comportamiento responde, básicamente, a la pasada crisis, cuya inflexión se situó, precisamente, en 1993.

Por último, el sector de servicios no destinados a la venta presenta crecimientos positivos aunque moderados del VAB y del empleo, mientras que el resto de servicios destinados a la venta está caracterizado por crecimientos moderados del VAB junto con variaciones positivas y elevadas del empleo. Este comportamiento confirma que es el sector servicios en su conjunto el responsable de la mayor parte de la generación de empleo en la economía valenciana.

CAPITAL HUMANO Y RENTAS DEL TRABAJO EN ESPAÑA. UN ANALISIS COMPARATIVO EN DISTINTOS AMBITOS LABORALES

JUAN MANUEL CABRERA SANCHEZ

Departamento Economía Aplicada
Universidad de la Laguna

1. INTRODUCCION

El nivel educativo alcanzado, de forma conjunta con la experiencia adquirida en el puesto de trabajo, configuran los principales elementos de cualificación laboral. La relación de estas dos variables con las rentas procedentes del trabajo es reflejo tanto de la valoración de ambos componentes en los mercados laborales como de mecanismos institucionales internos. La interpretación más difundida proviene de la teoría del capital humano (T.W.SCHULTZ (1961) y G. BECKER (1975)) para la que los trabajadores con mayor nivel de formación alcanzan mayores niveles retributivos debido a su mayor productividad, mientras que otras interpretaciones enfatizan el uso de las credenciales educativas por si mismas, o la existencia de mecanismos institucionales que recompensan tanto la variable educativa como sobre todo, la antigüedad en el trabajo (P.B. DORINGER Y M. PIORE (1971)).

El interés puesto en las políticas educativas públicas como mecanismo de redistribución de renta dota de especial interés el análisis de los efectos en cuanto a retribuciones laborales, tanto de los niveles educativos como de la experiencia laboral. La Encuesta de Presupuestos Familiares (EPF) de 1990 al contener información individual de rentas permite estimar un modelo clásico de capital humano siguiendo al desarrollado por Mincer (1974)¹, aplicado a varios segmentos de la población.

2. DESCRIPCION DEL MODELO

El modelo utilizado consiste en una función de renta en la que las variables explicativas son la educación recibida y la experiencia laboral, como los dos elementos fundamentales del capital humano. Los coeficientes de la regresión representan los rendimientos internos de ambas variables

¹ El modelo presentado por J. MINCER (1974) es el utilizado con más frecuencia, para los fines que perseguimos, por la literatura económica, pudiendo encontrarse múltiples variantes del mismo, del que hemos elegido su formulación más simple, con la finalidad de centrarnos en las relaciones entre educación y renta, sin detenernos en otros factores explicativos como el tamaño de la ciudad de residencia, el sexo, estado civil, etc. Distintas aplicaciones de este modelo para el caso español se encuentran en: J.L. CALVO (1988), G. LASSIBILLE (1988), I.CORUGEDO, E. GARCIA PEREZ, y J. MARTINEZ PAGES (1992), y R. MARTINEZ, J. G. MORA, y L. VILA (1992).

$$\ln Y = Cte. + b_1 N + c_1 E + c_2 E^2$$

siendo

Y: rentas del trabajo

N: años de educación recibida

E: experiencia laboral

Los años de educación se han cuantificado según el número de años escolares, por encima de la escolaridad obligatoria, necesarios para alcanzar el nivel educativo que afirma tener cada persona en la EPF. De esta forma, al nivel Analfabetos se le ha asignado un valor 0, mientras que a Estudios Superiores un valor 17. Hay que señalar que al nivel Sin Estudios, aunque no representa un nivel de escolaridad determinado, le hemos hecho corresponder un valor 2 para diferenciarlo de los Analfabetos.

La valoración de los años de educación queda de la siguiente forma: Analfabetos: 0; Sin Estudios: 2; Primarios: 5; EGB: 8; BUP: 11; COU: 12; FP1: 10; FP2: 12; Titulación de grado medio: 15; y Estudios superiores: 17.

La experiencia laboral se ha ponderado restando a la edad natural de cada persona, los años a los que teóricamente se integró en el mercado laboral, en función del nivel educativo alcanzado. A falta de información al respecto en la EPF, hemos supuesto que cada persona ha estado trabajando desde el momento en que finalizó su etapa educativa hasta el momento en que se realizó la encuesta, excepto en el caso de los tres primeros niveles educativos en que, o bien no tienen ningún título reconocido (Analfabetos y Sin Estudios), o bien la edad de finalización del nivel alcanzado es inferior a la edad de acceso al mercado de trabajo (Estudios Primarios), contabilizando para dichos casos en 14 la edad de acceso al trabajo.

La cuantificación de los años de experiencia para cada nivel educativo es la siguiente:

Analfabetos: edad - 14; Sin Estudios: edad - 14; Primarios: edad - 14; EGB: edad - 14
BUP: edad - 17; COU: edad - 18; FP1: edad - 16; FP2: edad - 18;
Carrera de Grado Medio: edad - 21; Estudios Superiores: edad - 23.

Al total de perceptores de rentas de trabajo se le han aplicado los siguientes filtros:

- Consideración únicamente de las personas que trabajan en territorio nacional.
- Inclusión sólo de los perceptores de renta del trabajo que han trabajado más de 13 horas en la semana anterior, con la finalidad de incluir sólo a los ocupados y concretamente a aquellos que mantienen una mayor integración en la actividad laboral (en la medida en que la EPF permite identificar dicha integración)

- Exclusión de los mayores de 65 años por considerar que sobre todo en el caso de los asalariados, están en situación de jubilación.
- Exclusión del sector agrícola por las especiales características del mismo, no homologables al resto de los sectores.
- Exclusión de los perceptores simultáneos de rentas de trabajo por cuenta propia y por cuenta ajena, con la finalidad de percibir lo más nítidamente posible la diferencia de ambos colectivos.
- Por último, hemos excluido a las perceptores de rentas de trabajo que en el momento de la encuesta tienen menos de 14 años, dándose en estos casos un valor negativo de la experiencia laboral.

La experiencia se ha incluido de forma cuadrática debido a la existencia de una relación no lineal entre incrementos de experiencia laboral y de renta.

Se ha repetido la estimación de la función de ingresos al dividir el total de perceptores de rentas del trabajo en diversos colectivos, con la finalidad de analizar el grado de determinación en diferentes entornos laborales, que son:

- a) Total de perceptores de rentas de trabajo
- b) Distinción de perceptores de rentas de trabajo por cuenta propia y por cuenta ajena
- c) Distinción de asalariados del sector público y sector privado.

La formulación expuesta de la función de rentas se ha elaborado utilizando la educación como una variable continua. Un método alternativo vendría de la consideración de la educación como variable discreta, desarrollando una función en la que los niveles educativos pasan a ser variables ficticias que toman los valores 1 (si posee dicho nivel educativo como máximo nivel alcanzado) y 0 (si no se alcanza). Dicha opción permite identificar los estimadores individualizados de los diferentes niveles educativos.

La función de rentas queda de la siguiente forma:

$$\ln Y = Cte. + b_2 N_2 + b_3 N_3 + \dots + b_{10} N_{10} + c_1 E + c_2 E^2 + n$$

donde el nivel de Analfabetos se utiliza de grupo base (N_1), y las variables explicativas son:

$$N_i = 1 \text{ si } i \text{ pertenece al nivel educativo } i\text{-ésimo} \\ = 0 \text{ en el resto o en otro caso}$$

siendo los niveles educativos:

N_2 :Sin Estudios

N_3 :Primarios

N_4 :EGB

N_5 :BUP

N_6 :COU

N_7 :FP1

N_8 :FP2

N_9 :Carrera de Grado medio

N_{10} :Estudios Superiores

Los resultados de ambas formas de especificar el modelo vienen recogidos en los cuadros I y II (a) y (b).

3. COMENTARIOS DE LOS RESULTADOS

La primera especificación del modelo del capital humano (cuadro I) muestra, para el total de los perceptores de rentas del trabajo, unas tasas de rendimiento interno de la educación similares al rendimiento de la experiencia (alrededor de 7%). Al dividir esta población en trabajadores por cuenta propia y por cuenta ajena, destaca la débil capacidad explicativa que el modelo presenta en el caso de los trabajadores por cuenta propia (explica el 7% de la varianza de los ingresos) frente al caso de los trabajadores por cuenta ajena en donde la capacidad explicativa alcanza al 31,7 %. No sólo el R^2 es sustancialmente mayor en el caso de los trabajadores por cuenta ajena, sino que también lo son ambos coeficientes representativos de los rendimientos de la educación y de la experiencia. Estos resultados reflejan un mercado de trabajo más reglamentado en el caso de los trabajadores por cuenta ajena, en donde los ingresos se regulan en mayor medida por el nivel educativo alcanzado y la antigüedad laboral, frente a los trabajadores por cuenta propia en los que la influencia de otras variables no especificadas en este modelo, es mayor.

| CUADRO I FUNCION DE RENTAS DEL TRABAJO (consideración de las variables explicativas como variables continuas) | | | | | |
|---|---|---|---|-------------------------------|-------------------------------|
| | Total de Perceptores de Rentas de Trabajo | Perceptores de Rentas de Trabajo por Cuenta Propia | Perceptores de Rentas de Trabajo por Cuenta Ajena | Asalariados Sector Público | Asalariados Sector Privado |
| Años de estudio | 0,077 (64,533) | 0,045 (11,890) | 0,082 (66,247) | 0,074 (38,065) | 0,079 (44,930) |
| Experiencia | 0,071 (51,030) | 0,056 (11,752) | 0,072 (49,206) | 0,052 (21,094) | 0,078 (43,006) |
| Experiencia ² | -0,00098 (-34,609) | -0,00080 (-9,483) | -0,00099 (-32,439) | -0,00066 (-13,470) | -0,00110 (29,045) |
| Constante | 12,266 (614,222) | 12,783 (167,507) | 12,199 (599,177) | 12,598 (329,386) | 12,152 (474,312) |
| R ² | 0,273 | 0,738 | 0,317 | 0,297 | 0,279 |
| R ² (corregido) | 0,272 | 0,072 | 0,317 | 0,296 | 0,279 |
| F | 2301,215 | 81,53471 | 2376,142 | 593,03071 | 1408,86239 |
| Nº observac. | 18379 | 3071 | 15308 | 4212 | 10879 |

(t Student entre parentesis)

Respecto a la comparación entre asalariados del sector público y privado, destaca la mayor capacidad explicativa del modelo en el sector público; aunque el coeficiente de la experiencia laboral es superior en el sector privado (la experiencia tiene un rendimiento de 7,8% en el sector privado y de 5,2% en el público, muy inferior en este último caso, al rendimiento de la educación), el mayor valor de la experiencia suele interpretarse como mayor presencia de los mercados internos², en este caso en el mercado de trabajo del sector privado. Ello puede explicarse por más largas cadenas de movilidad internas en el sector privado, mientras que en el caso del sector público, la movilidad interna está en mayor medida condicionada por el nivel educativo alcanzado, que determina (cierra) el acceso a los distintos puertos de entrada.

La segunda forma de especificar el modelo, recogida en los cuadro II (a) y (b), permite identificar los coeficientes de los distintos niveles educativos en relación al nivel de Analfabetos tomado como base. Los coeficientes correspondientes a cada nivel educativo del cuadro II (a) muestran el aumento de ingresos (en términos porcentuales) de los perceptores de cada nivel educativo respecto a los ingresos del nivel educativo base (Analfabetos). Los coeficientes del cuadro II (b), elaborados a partir del cuadro anterior (restando los coeficientes de los niveles educativos sucesivos), reflejan el aumento en términos proporcionales (respecto al nivel educativo base) de acceder desde cada nivel educativo al siguiente.

² Ver P. BERET (1992).

Para el total de perceptores de rentas de trabajo, se confirma la hipótesis del capital humano, en el sentido de mayor rentabilidad conforme aumenta el nivel educativo, esta diferencia de ingresos va desde un aumento de 27,9% respecto al grupo base de Analfabetos, en el caso de Sin Estudios, hasta unos ingresos cercanos al triple (143,5%) de los Analfabetos en el caso del Nivel Superior.

| CUADRO II (a) | | | | | |
|--|--|--|---|----------------------------|----------------------------|
| FUNCION DE RENTAS DEL TRABAJO | | | | | |
| (Consideración de los niveles educativos como variables discretas) | | | | | |
| | Total de Perceptores de Rentas del Trabajo | Perceptores de Rentas de Trabajo por Cuenta Propia | Perceptores de Rentas de Trabajo por Cuenta Ajena | Asalariados Sector Público | Asalariados Sector Privado |
| SIN ESTUDIOS | 0,279 (4,65) | 0,305 (1,608) | 0,254 (4,089) | 0,296 (2,699) | 0,245 (3,263) |
| PRIMARIOS | 0,495 (8,509) | 0,437 (2,342) | 0,493 (8,199) | 0,676 (6,493) | 0,453 (6,202) |
| EGB | 0,573 (9,765) | 0,546 (2,903) | 0,568 (9,355) | 0,714 (6,804) | 0,534 (7,240) |
| BUP | 0,891 (14,760) | 0,619 (3,214) | 0,930 (14,903) | 0,997 (9,365) | 0,898 (11,786) |
| COU | 0,959 (15,552) | 0,752 (3,774) | 0,981 (15,416) | 1,004 (9,315) | 0,947 (12,134) |
| FP1 | 0,788 (12,822) | 0,661 (3,326) | 0,800 (12,612) | 0,789 (7,224) | 0,800 (10,367) |
| FP2 | 0,999 (16,301) | 0,801 (4,018) | 1,020 (16,137) | 1,023 (9,460) | 1,004 (13,025) |
| GRADO MEDIO | 1,245 (20,706) | 0,844 (4,279) | 1,282 (20,684) | 1,285 (12,252) | 1,249 (16,121) |
| SUPERIOR | 1,435 (23,613) | 1,033 (5,257) | 1,418 (23,621) | 1,487 (14,113) | 1,428 (17,919) |
| Experiencia | 0,071 (50,573) | 0,057 (11,762) | 0,072 (48,807) | 0,052 (21,041) | 0,078 (42,675) |
| Experiencia ² | -0,001 (-35,328) | -0,00082 (-9,578) | -0,001 (-33,210) | -0,0007 (-13,988) | -0,001 (-29,691) |
| Constante | 12,236 (203,756) | 12,573 (63,312) | 12,209 (197,374) | 12,430 (116,288) | 12,167 (161,715) |
| R ² | 0,28 | 0,075 | 0,326 | 0,31 | 0,288 |
| R ² (corregido) | 0,28 | 0,072 | 0,326 | 0,308 | 0,287 |
| F | 651,487 | 22,841 | 674,538 | 172,179 | 400,869 |
| Número observaciones | 18379 | 3071 | 15308 | 4212 | 10879 |

(t Student entre parentesis)

| CUADRO II (b) FUNCION DE RENTAS DEL TRABAJO (Coeficiente respecto al nivel educativo anterior) | | | | | |
|--|---|---|---|-------------------------------|-------------------------------|
| | Total Perceptores de Rentas del Trabajo | Perceptores de Rentas de Trabajo por Cuenta Propia | Perceptores de Rentas de Trabajo por Cuenta Ajena | Asalariados Sector Público | Asalariados Sector Privado |
| SIN ESTUDIOS | 0,279 | 0,305 | 0,254 | 0,296 | 0,245 |
| PRIMARIOS | 0,216 | 0,132 | 0,239 | 0,38 | 0,208 |
| EGB | 0,078 | 0,109 | 0,075 | 0,038 | 0,081 |
| BUP | 0,318 | 0,073 | 0,362 | 0,283 | 0,364 |
| COU | 0,068 | 0,133 | 0,051 | 0,007 | 0,049 |
| FP1* | 0,215 | 0,155 | 0,232 | 0,075 | 0,266 |
| FP2 | 0,211 | 0,14 | 0,22 | 0,234 | 0,204 |
| GRADO MEDIO** | 0,286 | 0,092 | 0,301 | 0,281 | 0,302 |
| SUPERIOR | 0,19 | 0,189 | 0,199 | 0,202 | 0,179 |

* La diferencia del coeficiente de FP1 se ha estimado en relación a EGB

** La diferencia del coeficiente de Grado Medio se ha estimado en relación con COU

En cuanto a los diversos colectivos de perceptores analizados, pueden extraerse algunas pautas comunes siguiendo al cuadro VI.8 (b): En todos ellos aumenta la renta conforme crece el nivel educativo. Los menores aumentos de ingresos por el acceso a un nivel educativo adicional (o la menor rentabilidad marginal), se encuentra en EGB y COU y los mayores en Sin Estudios, BUP y Universitarios de Grado Medio. Parece que el mercado laboral no valora significativamente el segundo ciclo de EGB que da dicho título, ni el COU, lo cual es más lógico en este último caso, al tratarse de un curso cuya finalidad es la de acceder a otro nivel educativo (especialmente bajo el incremento de rentabilidad de acceder a este nivel desde BUP en el caso del sector público, con un aumento de 7 puntos porcentuales)

Por el lado de los mayores aumentos de rentabilidad se encuentra Sin Estudios, que alcanza importantes aumentos proporcionales de ingresos respecto a Analfabetos en todas las situaciones (oscilando entre el aumento del 24,5 % en los asalariados del sector privado y 30,5 % en los perceptores de rentas de trabajo por cuenta propia)³.

³ Mientras que el grupo de los Analfabetos abarca a personas de 10 y más años que no son capaces de leer o escribir, comprendiéndola, una breve exposición de hechos relativos a su vida corriente, los incluidos en Sin Estudios son alfabetos aunque no han asistido al menos durante cinco años escolares a la escuela primaria o no han completado la primera etapa de la EGB.

Aparte del citado nivel Sin Estudios, los perceptores por cuenta propia y por cuenta ajena, presentan algunas diferencias notables, ya que mientras que en los primeros, el mayor aumento de renta (en términos porcentuales en relación al nivel educativo base) por acceso a un nivel educativo adicional se produce en el nivel de Estudios Superiores (aumento de 18,9 puntos porcentuales de renta desde el nivel Anterior al Superior, mientras que éste último nivel aporta un escaso aumento de 9,2 desde COU), en el caso de los perceptores por cuenta ajena, los mayores aumentos están en los niveles de BUP (aumento de 36,2 % puntos porcentuales desde EGB, a diferencia del caso de los perceptores por cuenta propia que aumenta sólo 7,3) y Universitarios de Grado Medio (aumento de 30,1 puntos porcentuales desde COU, valor superior 19,9 que presenta el acceso al nivel Superior desde el nivel Universitario de Grado Medio).

Por otro lado, la menor rentabilidad de los perceptores de rentas de trabajo por cuenta propia respecto a los de cuenta ajena (diferencia en los coeficientes del cuadro II (a)) se manifiesta en los niveles educativos superiores a la EGB, sobre todo en los dos niveles universitarios (diferencia entre los coeficientes de 0,44 para los Estudios Superiores y de 0,43 para los Superiores de Grado Medio).

4. CONCLUSIONES

En conjunto se pueden extraer las siguientes conclusiones:

1- El modelo confirma la hipótesis del capital humano en el sentido de la contribución de la educación y la experiencia laboral a la formación de las rentas del trabajo (lo que M. Blaug⁴ denominó versión débil del capital humano), con un importante nivel de desagregación tanto personal como por niveles educativos, lo que las anteriores Encuestas de Presupuestos Familiares no permitían.

2- Para el conjunto de perceptores de rentas del trabajo, las tasas de rendimiento de la educación son similares a la de la experiencia laboral, ambas altamente significativas; sin embargo, la división de perceptores de rentas del trabajo en cuenta propia y cuenta ajena, determina que el modelo en su conjunto presente menor capacidad explicativa en el caso de los perceptores por cuenta propia, así como menores coeficientes tanto para la variable experiencia como para la educación.

Este hecho refleja la existencia de un mercado de trabajo más reglamentado y, por lo tanto, con un mayor componente credencialista e institucionalista en el caso de los perceptores por cuenta ajena, donde el peso del nivel educativo y la antigüedad laboral juegan mayor papel en la determinación de los ingresos.

⁴ M. BLAUG (1985, capítulo 13) expone lo que podría llamarse la "versión débil del capital humano" al considerar que lo específico de dicha teoría es el hecho de que las decisiones individuales de gasto educativo, se realizan en base los tipos privados de rendimiento de la inversión en educación, sin que esta relación entre demanda privada de educación y aumento de salarios futuros tengan que implicar aumento de productividad.

3- La comparación entre el sector público y privado muestra que la rentabilidad de la experiencia es superior en el sector privado que en el público (donde además presenta un coeficiente menor al de la educación, lo que no ocurre en el sector privado). Esta mayor importancia de la experiencia en el sector privado, puede interpretarse como reflejo de la existencia de mercados internos en los que la promoción no está tan limitada por la titulación educativa como en el caso del sector público.

4- Respecto al significado de los diferentes niveles educativos, los que proporcionan menores aumentos de ingreso (en términos proporcionales respecto al nivel educativo base) son EGB, que apenas se diferencia de Primarios, y COU, lo que es comprensible en el caso de este último nivel ya que su finalidad principal es la de servir de acceso a la Universidad.

En todas las situaciones laborales, Sin Estudios aporta considerables aumentos de ingresos respecto a Analfabetos, lo que muestra la significativa capacidad discriminante del mercado laboral ante estas dos situaciones (y por tanto, la importancia de campañas del tipo de las de alfabetización), aunque ninguna de ellas posea un nivel educativo reconocido.

Cabe citar la diferente rentabilidad que presenta el acceso a BUP desde EGB en las rentas por cuenta propia (con una aumento de rentabilidad muy baja) y en las rentas por cuenta ajena, donde es el nivel a cuyo acceso (desde el nivel anterior) supone el mayor aumento proporcional de renta, y por tanto goza de importante reconocimiento en este mercado regulado.

Respecto a los niveles superiores, destaca la distinta importancia que tiene el acceso a cada uno de ellos en los ámbitos laborales estudiados, pues mientras que en el caso de los perceptores de rentas de trabajo por cuenta propia, el reconocimiento (en términos de aumento de renta que supone el acceso a dicho nivel) sobresale en el nivel Superior, en el caso de los perceptores por cuenta ajena, la rentabilidad del acceso del nivel Universitario de Grado Medio (desde COU) es sustancialmente mayor que la que obtiene el grado Superior (desde el anterior Grado Medio).

5- La diferencia entre el aumento de renta (en términos proporcionales) derivada del acceso a los sucesivos niveles educativos, entre cuenta propia y cuenta ajena, se produce a partir de BUP y fundamentalmente en los dos niveles educativos superiores, por lo que la mayor regulación en cuanto al nivel educativo, de los trabajadores por cuenta ajena, se concentra en estos niveles.

5. BIBLIOGRAFIA

BECKER, G. (1975) *Human Capital. A Theoretical and Empirical Analysis, with Special Reference to Education*. Ed. Columbia University Press, New York. Versión castellana publicada por Alianza Editorial, Madrid, 1983.

BERET, P (1992) "Salaires et marchés internes: quelques évolutions récentes en France". *Economie Appliquée*, tome XLV, n° 2.

BLAUG, Mark (1985) *La metodología de la economía* Ed. Alianza Editorial, Madrid.

CALVO, José Luis (1988) "Rendimientos del capital humano en educación en España". *Investigaciones Económicas* (Segunda época), Vol.XII, n°3.

CORUGEDO, Indalecio; GARCIA PEREZ, Enrique y MARTINEZ PAGES, Jorge (1992) "Educación y rentas. Una aplicación a la Enseñanza Media en España. Una nota". *Investigaciones Económicas* (Segunda época), Vol XVI, n°2.

DOERINGER, Peter B. y PIORE, Michael J. (1971) *Internal labor markets and manpowers analysis*. Heath, Lexington Books, Lexington. Versión castellana en Ed. Ministerio de Trabajo y Seguridad Social. Madrid, 1985.

LASSIBILLE, Gérard (1988) "La formación de rentas del trabajo en Andalucía". *Investigaciones Económicas* (Segunda época), Vol.XII, n° 3.

MARTINEZ, Rosario; MORA, José Gines y VILA, Luis (1992) "Los rendimientos internos de los estudios postobligatorios". *VI Reunión ASEPELT-ESPAÑA*. Ed. Universidad de Granada.

MINCER, Jacob (1974) *Schooling, Experience and Earnings*. Ed. Columbia University Press, Nueva York.

SCHULTZ, T.W. (1961) "Investment in Human Capital", *American Economic Review*, vol.51, 1961. Versión castellana en BLAUG M. comp.: *Economía de la educación*. Ed. Tecnos, Madrid, 1972.

AHORRO, FISCALIDAD Y DÉFICIT PÚBLICO

LLUÍS CARRERAS ROIG

Universitat Rovira i Virgili

Nuestro país tiene un verdadero problema en el importe alcanzado por el déficit público. En efecto, propiciado por diversos motivos, el importe del mismo se ha incrementado en más de un cincuenta por ciento tan solo en el transcurso de cuatro años (de representar el 4% del PIB en el año 1990, a representar aproximadamente el 6,4% del PIB en el año 1994), de tal forma que su magnitud representa un serio handicap para el crecimiento de nuestra economía. Asimismo, hay que resaltar que la cuantía de nuestro déficit público supera la media de los déficits de los países de la OCDE.

Diversas razones explican que los ingresos públicos se hayan revelado insuficientes para absorber los gastos públicos, de tal forma que se haya llegado a la actual situación de preocupación manifiesta con respecto a este tema. No cabe duda de que la influencia que se detecta ya a partir de los primeros años de la década de los ochenta en favor del Estado de Bienestar, ha contribuido de forma importante-aunque no con carácter exclusivo-a la obtención de estos resultados.

En este trabajo, quisiera destacar con singularidad propia un aspecto que a mi juicio ha contribuido a provocar esta situación. Concretamente, me referiré al constante incremento a lo largo de los años que llevamos transcurridos de la presente década, de los Costes Laborales Unitarios, por encima del experimentado en otros países. (Recordemos que España mantuvo unos costes laborales unitarios superiores a la media de los países de la UE y de la OCDE).

En efecto, podemos observar nuestra situación claramente desfavorable con respecto a países de nuestro entorno, si bien en el año 1994 España obtuvo unos resultados claramente esperanzadores.

Llegados a este punto, nos parece lícito comentar que atribuimos a este desfase con respecto a otros países un papel importante en la generación de la situación de crisis económica que se desencadenó en nuestro país a partir del segundo trimestre del año 1992 y que aún no hemos superado con claridad. En este sentido, nos parece de cierta miopía económica no vincular los aumentos en los salarios a la evolución de la productividad. Consideramos que este ha sido un error cuyas consecuencias se han llevado por delante a muchas empresas españolas. Es por ello que abogamos decididamente por la vinculación estricta de los aumentos de salarios a los de la productividad, empresa por empresa. Nos parece que actuar en otro sentido; es decir, aumentar salarios por encima de la productividad, implicaría cerrar conscientemente los ojos a la realidad, lo que llevaría más pronto o más tarde a la aparición de desequilibrios financieros y al cierre de empresas. Demasiadas experiencias dolorosas se han conocido en estos últimos años. Nos parece que esta orientación permitiría fortalecer las empresas españolas y les otorgaría-juntamente con otras posibles actuaciones en otros aspectos de la vida empresarial que aquí no consideramos- la capacidad imprescindible para enfrentarse a la dura competencia internacional.

En este sentido, apoyamos la política de rigor que desde finales de 1993 impulsó el Ministerio de Economía y Hacienda, aunque también consideramos que quizá cabría actuar con más energía en este sentido.

Paralelamente a esto, consideramos acertada-aunque manifiestamente mejorable-la reforma laboral que este gobierno ha acometido, como factor que resultaba imprescindible para favorecer la creación de empleo y la mejora de nuestra competitividad.

Llegados a este punto, quisiéramos ahora referirnos a otro factor que consideramos ha contribuido a que la crisis haya resultado más dura de lo que representaron experiencias anteriores. Concretamente nos referimos a la evolución del ahorro interno. Durante 1994, por sexto año consecutivo, el ahorro generado por la economía española disminuyó en términos relativos. En efecto, de representar el 22,6% del PIB en 1988, el ahorro nacional ha ido cayendo, hasta situarse algo por debajo del 18% durante el pasado año. Por sectores institucionales, las primeras estimaciones apuntan a una clara mejora del ahorro de las empresas frente a un deterioro del correspondiente a las familias; el sector público, por su parte, frenó ligeramente su nivel de desahorro. Así, la posición de las empresas mejoró sensiblemente gracias a tres elementos clave: la disminución de plantillas, la moderación de los costes laborales y la recuperación de la demanda. La recomposición de los excedentes empresariales se inició ya en 1993, año en que los ajustes de plantillas y los cierres de empresas permitieron a los supervivientes aprovechar la incipiente recuperación en una posición más saneada. En el año pasado y en lo que llevamos de 1995, el ahorro empresarial permite entender que la recuperación de la inversión que se detecta, especialmente en los sectores exportadores, se haya producido sin apenas recurrir al crédito bancario o financiero. Por lo que respecta a las familias, ha sucedido lo contrario. Mientras el ahorro familiar aumentó fuertemente en 1993, en 1994 se registró un sensible descenso. El goteo a la baja del ahorro en los últimos años constituye una señal de alerta a la que debería dedicarse una mayor atención.

Ahora, nos planteamos si ha existido en España una decidida política de fomento del ahorro, dado el papel crucial que éste desempeña para el crecimiento ordenado de una economía.

Se señala que la evolución de la tasa de ahorro nacional depende de la evolución de tres factores: la tasa de ahorro público, la tasa de ahorro del sector privado y la participación de la renta disponible de las Administraciones Públicas en la renta disponible total.

Nos interesaría averiguar si la fiscalidad afecta al ahorro.

Con relación a este tema, se observa una cierta relación negativa entre la presión fiscal y el ahorro familiar.

Asimismo, se señala un posible comportamiento que podría explicar la no existencia de una correlación muy clara entre la presión fiscal y el ahorro privado (el de las familias más el de las empresas). El sector privado podría responder a incrementos en la presión fiscal trasladando renta disponible desde el sector familiar al sector empresarial o, lo que es equivalente, reduciendo la distribución de beneficios. Este comportamiento disminuiría el ahorro familiar, pero, a la vez, aumentaría los beneficios no distribuidos.

En estas circunstancias, una relación negativa entre el ahorro familiar y la presión fiscal podría ser consistente con la ausencia de relación entre el ahorro del sector privado y la presión fiscal. Parece corroborarse que en el largo plazo, la presión fiscal no tiene ningún efecto en la determinación del ahorro privado, aunque sí lo tiene en el corto plazo. En cambio, los impuestos sí parecen tener una influencia importante y significativa en el ahorro familiar, tanto en el corto como en el largo plazo.

Ahora vamos a ocuparnos de una cuestión que consideramos de gran transcendencia. Se trata de tratar de encontrar evidencias acerca de si nuestra fiscalidad se comporta de manera neutral o no, con respecto a las decisiones de ahorro. Entendemos que esta cuestión tiene gran relieve dado que no cabe duda de que una fiscalidad que favoreciera el ahorro contribuiría de manera inequívoca a la generación de unos recursos suficientes que reducirían nuestra secular dependencia del ahorro exterior.

Este tema cobra mayor dimensión si se tiene en cuenta que en la actualidad, los flujos internacionales de capitales son sensibles tanto a cambios en las expectativas, como a diferencias de tipo impositivo, que pueden actuar como factores de arbitraje. Por lo tanto, resulta razonable pensar que los flujos de ahorro dentro de la Comunidad se vean crecientemente afectados por consideraciones de tipo fiscal.

¿Se favorece el ahorro en España?. Un repaso al tratamiento de las rentas del ahorro entre los países comunitarios nos indica que España es el país que con más severidad grava el ahorro en la UE. Así por ejemplo, cabe señalar que el tipo marginal del IRPF se encuentra en la zona alta de los tipos vigentes en los países comunitarios y el carácter fuertemente progresivo de la escala del impuesto. Se observa la inexistencia de fórmulas de ahorro total o parcialmente exentas. (Recordemos, por ejemplo, el definitivo abandono por parte del gobierno de los denominados Planes de Ahorro Popular, previstos en la ley 18/1991, de 6 de Junio, reguladora del IRPF). Asimismo, la eliminación de la exención vigente hasta treinta y uno de diciembre de 1994, de los incrementos de patrimonio producidos en la transmisión o reembolso de acciones o participaciones representativas del capital social o patrimonio de las instituciones de inversión colectiva, aunque dichas transmisiones o reembolsos no superen las quinientas mil pesetas, constituye otro elemento más en la dinámica de aumentar los supuestos de no exención. Por otra parte, la doble tributación de los dividendos de las sociedades, constituye otro factor que no beneficia a los contribuyentes y, por lo tanto, perjudica al ahorro. (Aunque sí que, con referencia a este punto, algo se ha mejorado a partir del mejor tratamiento que se les da a los beneficios distribuidos, a partir de las modificaciones introducidas por la Ley 42/1994, de 30 de diciembre, de Medidas Fiscales, Administrativas y de Orden Social.

Por otra parte, la imposición patrimonial es la más elevada de la UE.

En cierto modo, nos encontramos con una fiscalidad que contempla escasos supuestos de exención.

Consideramos que no se prima adecuadamente el ahorro desde la óptica de la Hacienda Pública, cuando no dudamos en afirmar que favorecerlo fiscalmente puede constituir una actuación de política económica que podría coadyuvar a la generación del suficiente ahorro interno, tan necesario para la financiación adecuada de nuestro déficit público. Es evidente que los gestores del gasto público pueden aducir argumentos de indole presupuestaria. Es decir, no se puede perder ni una peseta más

de ingreso público presupuestado dada la magnitud del gasto público. Nosotros consideramos que habría que apostar claramente por una política incentivadora del ahorro. Consideramos que es una de las pocas alternativas que nos quedan para lograr un crecimiento sano de nuestra economía. Entendemos que España no dispone de una fiscalidad competitiva con respecto a los demás países de la UE, particularmente con referencia al tema del ahorro, lo cual, evidentemente, entraña el riesgo de la deslocalización del mismo, a partir de la libertad de movimiento de capitales actualmente vigente en la Unión Europea.

BIBLIOGRAFÍA

Pulso Económico, Abril 1994, Mayo 1995, Servicio de Estudios del Banco Central Hispano.

La Vanguardia, Sábado, 28 de Marzo de 1995, Suplemento de Economía y Negocios.

ANTONIO ZABALZA Y JAVIER ANDRÉS "¿Afecta la fiscalidad al ahorro?" *Moneda y Crédito*, Nº 192..

JOSÉ MANUEL GONZÁLEZ-PÁRAMO. "Estructura del ahorro y reforma fiscal" *Moneda y Crédito*, Nº 192

JOAN TRULLÉN. Ponencia "Generación de ahorro y políticas de ajuste en España", Universidad Internacional Menéndez y Pelayo, Cursos de Verano, 1993.

ERRORES DE ESPECIFICACION Y CONTRASTES DE RAÍZ UNITARIA: UN ESTUDIO DE MONTE CARLO

JESUS CLEMENTE LOPEZ
ANTONIO MONTAÑES BERNAL
MARCELO REYES GARCIA

Dpto. Análisis Económico
Facultad de Ciencias EE. y EE.
Universidad de Zaragoza

1. INTRODUCCION

Uno de los principales problemas de los contrastes de raíz unitaria es su escasa potencia, esto es, su escasa capacidad para distinguir entre la hipótesis nula y diversas alternativas situadas en un entorno cercano a ésta. Para tratar de mejorar este aspecto se han diseñado métodos de contraste alternativos. Dentro de todos ellos destacamos aquellos que se caracterizan por contrastar de la hipótesis de raíz unitaria en especificaciones que van de lo "general" a lo "particular". La estrategia de estos contrastes es definir diversos modelos donde podemos estudiar la existencia de una raíz unitaria. Por consiguiente, aunque es cierto que las posibilidades de rechazar correctamente la hipótesis nula de interés son mayores, también es verdad que la propia morfología de estos contrastes supone la aparición de un nuevo problema: la correcta selección del proceso generador de los datos.

Precisamente, el objetivo de este trabajo es analizar las características de este tipo de contrastes por etapas (concretamente su tamaño y potencia) así como estudiar la influencia de los errores de especificación sobre el comportamiento de estos estadísticos. Para ello el trabajo se organiza como sigue. La segunda sección establece, a través de tres teoremas, los efectos de la omisión de ciertos elementos determinísticos sobre el comportamiento de los dos estadísticos propuestos en Dickey-Fuller para el contraste de la hipótesis de raíz unitaria. En el tercer apartado, se realizan diversos estudios de Monte Carlo que nos permiten evaluar las propiedades del método polietápico sugerido en Dolado, Jenkinson y Sosvilla (1990) (DJS a partir de ahora). En ellos se comprueba que la especificación correcta del modelo resulta esencial para un funcionamiento adecuado de este tipo de contrastes. El trabajo termina con las conclusiones más relevantes.

2. ERRORES DE ESPECIFICACION EN LOS CONTRASTES DE RAIZ UNITARIA

En la aplicación empírica de los contrastes de raíz unitaria son numerosas las ocasiones en las que aparecen serias dificultades a la hora de especificar correctamente el modelo a partir del cual se debe realizar el contraste de esta hipótesis nula. En este apartado vamos a analizar la influencia de estos errores sobre los dos estadísticos propuestos en Dickey y Fuller (1979) para el contraste de la hipótesis de raíz unitaria. Asimismo, estos autores distinguen tres tipos de especificaciones alternativas en las que se puede contrastar la hipótesis anterior. Estos tres modelos se diferencian únicamente en los elementos determinísticos incluidos en su especificación. Así M_t contiene un término independiente más una tendencia determinística, en M_m desaparece esta tendencia de carácter determinístico y en el modelo M no aparecen ninguno de los anteriores elementos determinísticos. Asociados a estos tres modelos tenemos tres pseudo t-ratios (t_t , t_m y t) y otros tantos estimadores normalizados de los respectivos parámetros autorregresivos del modelo. Adicionalmente es posible contrastar la significatividad individual de los parámetros b y m (la tendencia y el término independiente de los modelos anteriores). Los estadísticos que se deben usar en ese caso son t_{bt} ($H_0: b=0$ en M_t) ó F_3 ($H_0: b=0$ y $r=1$ en M_t) y t_{m} ($H_0: m=0$ en M_m) ó F_1 ($H_0: m=0$ y $r=1$ en M_m).

Lo que queremos estudiar ahora es el efecto de omitir cualquiera de los anteriores parámetros determinísticos sobre el comportamiento de los estadísticos de raíz unitaria definidos con anterioridad. Estos resultados los podemos analizar a partir de los siguientes tres teoremas, cada uno de ellos relacionado con los tres posibles errores de especificación que podemos cometer:

Teorema 1. Si el proceso generador de datos de la variable Y_t contiene una tendencia determinística (M_t) pero el investigador omite su efecto considerando que el modelo correcto presenta tan solo un término independiente (M_m), entonces se cumple que:

$$a) \quad T(\hat{\rho}-1) \Rightarrow \frac{15}{8}$$

$$b) \quad T^{-1/2} \tau_{\mu} \Rightarrow \sqrt{15}$$

$$c) \quad T^{-1/2} \tau_{\mu\mu} \Rightarrow \sqrt{3}$$

Teorema 2. Si el proceso generador de datos de la variable Y_t contiene una tendencia determinística (M_t) pero el investigador omite su efecto considerando que el modelo correcto es un paseo aleatorio puro (M), entonces se cumple que:

$$a) \quad T(\hat{\rho}-1) \Rightarrow \frac{5}{2}$$

$$b) \quad T^{-1/2} \tau \Rightarrow \sqrt{15}$$

Teorema 3.- Si el proceso generador de datos de la variable Y_t contiene un término independiente (M_m) pero el investigador omite su efecto considerando que el modelo correcto es un paseo aleatorio puro (M), entonces se cumple que:¹

$$a) \quad T(\hat{\rho}-1) \Rightarrow \frac{3}{2}$$

$$b) \quad T^{-1/2} \tau \Rightarrow \sqrt{\frac{3\mu^2}{4\sigma^2 + \mu^2}}$$

Demostración: Ver Clemente, Montañés y Reyes (1995).

Como vemos, en los tres casos el estimador del parámetro ρ tiende a tomar un valor superior a la unidad. Esto quiere decir que al omitir un elemento determinístico relevantes se crea una raíz explosiva de naturaleza eminentemente espúrea. Igualmente, los estadísticos de raíz unitaria divergen. En consecuencia resulta evidente que ambos los estadísticos t_m y τ van a rechazar reiteradamente la H_0 frente a la alternativa de raíz explosiva. También podemos destacar la divergencia de t_{mm} . Esto supone que vamos a admitir la existencia de un término independiente, aun cuando éste pueda no existir.

Como conclusión fundamental de esta sección obtenemos que cuando se cometen errores en la especificación empírica al omitir ciertos elementos determinísticos presentes en el proceso generador de los datos las estimaciones del parámetro ρ son superiores a la unidad, los pseudo-tratios divergen y, por consiguiente, se rechaza la hipótesis de raíz unitaria a favor de una alternativa explosiva. Estos efectos aparecen no sólo de forma asintótica, sino que se puede demostrar que también lo hacen en muestras pequeñas. Teniendo en cuenta estos resultados podemos afirmar que existe una clara relación entre la especificación correcta del proceso que generó los datos y el buen comportamiento de los contrastes de raíz unitaria. Este hecho nos induce a pensar que los contrastes comentados en la introducción del trabajo pueden estar sujetos a estos errores de especificación y, por lo tanto, estar seriamente distorsionados. Para comprobar hasta qué punto es cierta nuestra sospecha, en la siguiente sección vamos a estudiar el comportamiento de estos métodos de contrastes, dedicando una atención especial al efecto que supone una incorrecta selección del modelo sobre el funcionamiento de los mismos.

¹ Este teorema aparece enunciado sin demostración en Perron (1988).

3. CONTRASTES POR ETAPAS DE RAÍZ UNITARIA: UN ESTUDIO DE MONTE CARLO

En este apartado estudiamos el tamaño y la potencia de dos versiones del contraste DJS. El método de contraste es como sigue: En primer lugar analizamos la existencia de una raíz unitaria con t_t . Si no podemos rechazar la hipótesis nula, nos preguntamos sobre la correcta selección del modelo en el que hemos obtenidos el contraste. Si la tendencia es significativa, bajo la hipótesis nula de raíz unitaria, el anterior estadístico sigue una distribución estándar, por lo que es posible contrastar nuevamente la hipótesis de raíz unitaria. Si la tendencia no es significativa, el modelo M_t no es correcto y pasamos al modelo M_m donde podemos contrastar la hipótesis $I(1)$ con t_m . De nuevo, si se acepta $H_0: r=1$ se contrasta la significatividad de la constante. Si bajo la hipótesis de raíz unitaria la constante es significativa, t_m converge hacia una distribución normal. En el caso de no poder rechazar la hipótesis nula y si admitimos la no significatividad de m , sólo nos queda utilizar t para estudiar si la variable es o no estacionaria. Atendiendo al tipo de estadístico utilizado para realizar la selección del modelo, podemos definir dos versiones distintas del método de contraste anterior. En la primera (DJST), se utilizan los t -ratios (t_{bt} , t_m), mientras que en la segunda (DJSF), se usan los F -ratios (F_3, F_1).

El diseño de los diferentes ejercicios de simulación se sintetiza en la siguiente información: $T=\{100\}$, $m=\{0, 0.5, 1, 3, 5\}$, $b=\{0, 0.1, 0.25, 0.5, 1\}$ y $r=\{1, 0.99, 0.95, 0.9, 0.85\}$. Para cada combinación de valores se generaron 10.000 realizaciones de un ruido blanco. En los programas se utilizaron las subrutinas correspondientes que proporciona el paquete integrado GAUSS. Los principales resultados se presentan en las tablas 1 y 2 cuya interpretación es como sigue. Los valores denominados t_{bt} , t_m y t representan el número de ocasiones en las que se rechaza la existencia de una raíz unitaria frente a una alternativa estacionaria con los estadísticos t_t , t_m y t , respectivamente. Las columnas z_t , z_m recogen el número de rechazos que se produce al comparar los valores t_t y t_m con los valores críticos de distribuciones clásicas. Las columnas A_t , A_m y A representan el número de ocasiones en las que la hipótesis nula de raíz unitaria bien se acepta o bien se rechaza frente a una alternativa explosiva. Debemos indicar, asimismo, en este marco se puede estudiar el contraste de Dickey-Fuller por etapas tal y como se propone en Perron (1988). Para ello, basta con tener en cuenta que las columnas z_t y z_m son las que determinan la única diferencia entre éste método y el considerado en este trabajo.

Analizando el panel 1 de las tablas 1 y 2, sus resultados determinan que el tamaño es ligeramente superior al teórico (5%), siendo el sesgo menor para la versión DJSF, es decir, cuando se utilizan los F -ratios para determinar el modelo correcto. En cualquier caso, el tamaño se sitúa alrededor del 15%, valor aceptable debido a la propia morfología de estos contrastes.

Pasando al análisis de la potencia, ésta es muy sensible al valor de los parámetros b y m . Así, por ejemplo, cuando el parámetro r se encuentra muy próximo a la unidad el número de rechazos se puede situar próximo al 80% de las ocasiones analizadas si en el modelo existe una tendencia determinística y, aunque $b=0$, si m toma valores elevados la potencia puede suponer más del 50% del total de casos en estudio. Esta circunstancia se debe que los estadísticos t_{bt} , t_m , F_3 y F_1 detectan correctamente la presencia de elementos determinísticos y, en consecuencia, se elige correctamente el P.G.D. lo que nos permite realizar los contrastes de raíz unitaria utilizando distribuciones estándares.

Asimismo, se produce un hecho sorprendente como es la pérdida de potencia del contraste cuando nos situamos en valores de r relativamente alejados de uno. El investigador no es capaz de detectar la existencia de una tendencia determinística y pasa a estimar el modelo M_m . Las consecuencias de la omisión de este parámetro las estudiamos en el Teorema 1 del apartado anterior por lo que no nos debe extrañar que en estas situaciones no podamos rechazar la existencia de una raíz unitaria en la variables, aun cuando el valor del parámetro autorregresivo se encuentre relativamente alejado de la unidad. En el panel 3 de ambas tablas podemos encontrar diversos ejemplos que refuerzan nuestras conclusiones.

El interrogante que nos aparece en este instante es ¿por qué no somos capaces de elegir correctamente si para valores menores de r sí para valores más próximos a la unidad sí que lo hacíamos? La razón podemos encontrarla en que ahora el proceso generador no presenta una raíz unitaria y las distribuciones de t_{bt} y F_3 son distintas a las tabuladas en Dickey y Fuller (1981). De ahí que tendamos a aceptar la no significatividad de los elementos determinísticos.

Por otro lado, también encontramos un efecto extraño en el comportamiento del estadístico t_t que disminuye su potencia cuando nos alejamos de la hipótesis nula. En principio, este resultado es totalmente contrario a nuestra intuición. Sin embargo, en los gráficos 1 y 2 podemos comprobar que tiene su justificación. En ellos evidenciamos una especie de efecto de "ida y vuelta" en la distribución del estadístico t_t . Así, por ejemplo, en el gráfico 2 vemos que al pasar de $r=0.9$ a $r=0.8$ la distribución de este estadístico no se aleja de su distribución bajo la hipótesis nula sino que, al contrario, se aproxima. Posteriormente, un valor inferior a 0.8 supone un definitivo desplazamiento a la izquierda de la distribución del estadístico y una sensible mejora en el número de rechazos. En el gráfico 1 también se puede ver esta situación, pero en esta ocasión un tanto difuminada por el escaso valor del parámetro b . La razón intuitiva que podemos encontrar para explicar este comportamiento es que alrededor del valor 0.8 para el parámetro autorregresivo se produce un cambio en la distribución del estadístico que pasa a ser dominado por la teoría asintótica convencional en lugar por aquella basada en el límite central del límite funcional, vigente cuando $r=1$.

En aquellos casos en los que no existe tendencia lineal en el modelo, los comentarios anteriores siguen siendo válidos. Así, en el panel 5 de ambas tablas observamos como la potencia del contraste disminuye al pasar de $r=0.95$ a $r=0.9$. Una vez más, la justificación de este hecho la podemos encontrar en los teoremas de la sección 2 del trabajo. Concretamente, el teorema 3 demuestra que al omitir el efecto de un término independiente, el estadístico t diverge. Esto es precisamente lo que ocurre en esta ocasión.

Al no ser capaces de detectar la existencia de este elemento determinístico, bien sea por que su valor es próximo a 0 ó por un mal comportamiento de los estadísticos t_{mm} o F_2 , elegimos como modelo correcto M. Entonces, la divergencia de t supone que sistemáticamente no podíamos rechazar la existencia de una raíz unitaria en la variable sometida a estudio (véase en el panel 5 de ambas tablas el alto valor que llega a tener la columna A).

Como resumen de los ejercicios de simulación realizados podemos indicar que, en general, la ganancia en potencia del contraste DJS con respecto a los contrastes habituales resulta notable. Esto es especialmente cierto para valores elevados de b y m con r muy cercano a la unidad. Este comportamiento se fundamenta en la capacidad para captar la existencia de una tendencia determinística en el modelo M_t , es decir en el buen funcionamiento de los estadísticos encargados de seleccionar el modelo correcto en el que realizar el contraste. Si comparamos los dos métodos de contrastes considerados vemos que la versión DJSF se comporta mejor para valores de r próximos a uno. Para valores relativamente alejados de la unidad, la versión DJST parece presentar un mayor número de rechazos.

4.- CONCLUSIONES

La principal conclusión obtenida a lo largo de este trabajo es la clara relación reinante entre la correcta selección del modelo que generó los datos y el funcionamiento de los contrastes de raíz unitaria. En concreto, en la sección 2 demostramos mediante tres teoremas que si se especifica incorrectamente el proceso generador de los datos eliminado una variable determinística relevante, la estimación del parámetro r tiende asintóticamente a tomar valores superiores a la unidad, lo que supone la aparición de una raíz explosiva de naturaleza espúrea. Al mismo tiempo, los estadísticos de raíz unitaria tienden hacia valores que favorecen el rechazo de la hipótesis de raíz unitaria frente a la alternativa de raíz explosiva.

Para comprobar hasta qué punto estos resultados pueden alterar las decisiones tomadas sobre la estacionariedad de las variables realizamos una serie de ejercicios de simulación. En ellos estudiamos dos métodos de contraste (DJST y DJSF) en los que se va estudiando el orden de integración de la variable en diversos modelos alternativos. Estos contrastes por etapas, aunque presentan un tamaño algo superior al teórico, contribuyen a mejorar la potencia de los tradicionales estadísticos de Dickey-Fuller, como es fácilmente deducible si más que observar el valor de las columnas z_t y z_m en las tablas 1 y 2.

Los resultados de nuestro ejercicio de simulación indican que, efectivamente, la omisión de ciertos elementos determinísticos puede distorsionar seriamente el resultado final del contraste. Por tanto, en cualquier tipo de análisis de raíz unitaria se hace imprescindible un correcto tratamiento de la determinación de los elementos determinísticos subyacentes en el proceso generador de datos. En otro caso, las decisiones finales sobre la estacionariedad de la variable puede ser totalmente incorrectas.

Asimismo, y aun cuando no era el objetivo perseguido al iniciar nuestro estudio, hemos descubierto que es posible la disminución de la potencia de los contrastes de raíz unitaria a medida que nos alejamos de la hipótesis nula. Este hecho, relamente sorprendente, sólo puede ser explicado en el sentido de que la teoría asintótica tradicional pasa a dominar la distribución de los estadísticos conforme el valor del parámetro autorregresivo disminuye. Por último señalar que la versión DJSF se comporta mejor para valores de r próximos a uno mientras que para valores relativamente alejados de la unidad, la versión DJST parece presentar un mayor número de rechazos

5. BIBLIOGRAFIA

BANERJEE, A., J. DOLADO, J. GALBRAITH, Y D. HENDRY, 1993, Co-integration, error corection and the econometric of non-stationary data (Oxford University Press, Oxford).

CLEMENTE, J., A. MONTAÑÉS Y M. REYES, 1995, Errores de especificación en los contrastes de raíz unitaria, aparecerá en Revista Estadística Española.

DICKEY, D. Y W. FULLER, 1979, Distribution of the estimators for autoregressive time series, Journal of the American Statistical Association 74, 427-431.

DICKEY, D. Y W. FULLER, 1981, Likelihood ratio statistics for autorgressive time series with a unit root, Econometrica 49, 1057-1072.

DOLADO, J., T. JENKINSON Y S. SOSVILLA-RIVERO, 1990, Cointegration and unit roots, Journal of Economic Surveys 4, 249-273.

HYLLEBERG, S. Y G. MIZON, 1989, A Note on the Distribution of the Least Squares Estimator of a Random Walk with Drift, Economics Letters 29, 225-230.

PERRON, P., 1988, Test and random walk in macroeconomics time-series, Journal of Economic Dynamic and Control 12, 297-332.

WEST, K., 1988, Asymptotic Normality when Regressors Have a Unit Root, Econometrica 56, 1397-1417.

Tabla 1. *Análisis DJST*
En %. T=100

Panel 1

| ρ | μ | β | τ_r | z_r | A_r | τ_μ | z_μ | A_μ | τ | A | ACEP | RECH |
|--------|-------|---------|----------|-------|-------|------------|---------|---------|--------|-------|-------|-------|
| 1 | 0 | 0 | 5.02 | 2.24 | 0.14 | 3.53 | 1.33 | 0.02 | 4.06 | 83.66 | 83.82 | 16.18 |

Panel 2

| ρ | μ | β | τ_r | z_r | A_r | τ_μ | z_μ | A_μ | τ | A | ACEP | RECH |
|--------|-------|---------|----------|-------|-------|------------|---------|---------|--------|-------|-------|-------|
| 0.99 | 0 | 0 | 4.63 | 1.73 | 0.10 | 3.79 | 0.54 | 0 | 6.55 | 82.66 | 82.76 | 17.24 |
| 0.99 | 0 | 0.1 | 14.40 | 62.99 | 21.84 | 0 | 0 | 0.77 | 0 | 0 | 22.61 | 77.39 |
| 0.99 | 0 | 0.25 | 97.93 | 2.07 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 100 |
| 0.99 | 0 | 0.5 | 100 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 100 |
| 0.99 | 0 | 1 | 100 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 100 |
| 0.99 | 0.5 | 0 | 4.94 | 2.42 | 0 | 4.98 | 13.00 | 0.83 | 0 | 73.83 | 74.66 | 25.34 |
| 0.99 | 1 | 0 | 3.94 | 1.41 | 0 | 12.64 | 40.16 | 12.87 | 0 | 28.98 | 41.85 | 58.15 |
| 0.99 | 3 | 0 | 1.70 | 0.05 | 0.02 | 93.61 | 4.46 | 0.16 | 0 | 0 | 0.18 | 99.82 |

Panel 3

| ρ | μ | β | τ_r | z_r | A_r | τ_μ | z_μ | A_μ | τ | A | ACEP | RECH |
|--------|-------|---------|----------|-------|-------|------------|---------|---------|--------|-------|-------|-------|
| 0.99 | 0 | 0.1 | 14.40 | 62.99 | 21.84 | 0 | 0 | 0.77 | 0 | 0 | 22.61 | 77.39 |
| 0.95 | 0 | 0.1 | 21.37 | 22.12 | 0 | 0 | 0 | 56.51 | 0 | 0 | 56.51 | 43.49 |
| 0.9 | 0 | 0.1 | 21.23 | 16.39 | 0 | 0 | 0.01 | 62.36 | 0 | 0.01 | 62.37 | 37.63 |
| 0.85 | 0 | 0.1 | 39.42 | 19.79 | 0 | 0 | 0.03 | 38.13 | 0 | 2.63 | 40.76 | 59.24 |
| 0.99 | 5 | 0.1 | 3.41 | 16.24 | 0 | 0 | 0 | 80.35 | 0 | 0 | 80.35 | 19.65 |
| 0.95 | 5 | 0.1 | 9.56 | 7.21 | 0 | 0.57 | 17.93 | 64.73 | 0 | 0 | 64.73 | 35.27 |
| 0.9 | 5 | 0.1 | 19.91 | 13.65 | 0 | 0 | 1.87 | 56.70 | 0 | 7.87 | 64.57 | 35.43 |
| 0.85 | 5 | 0.1 | 39.32 | 18.74 | 0 | 0 | 0.12 | 4.24 | 0 | 37.58 | 41.82 | 58.18 |

Panel 4

| ρ | μ | β | τ_r | z_r | A_r | τ_μ | z_μ | A_μ | τ | A | ACEP | RECH |
|--------|-------|---------|----------|-------|-------|------------|---------|---------|--------|------|-------|-------|
| 0.95 | 0 | 0.1 | 21.37 | 22.12 | 0 | 0 | 0 | 56.51 | 0 | 0 | 56.51 | 43.49 |
| 0.95 | 0 | 0.25 | 93.16 | 6.03 | 0 | 0 | 0 | 0.81 | 0 | 0 | 0.81 | 99.19 |
| 0.95 | 0 | 0.5 | 100 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 100 |
| 0.9 | 0 | 0.1 | 21.23 | 16.39 | 0 | 0 | 0.01 | 62.36 | 0 | 0.01 | 62.37 | 37.63 |
| 0.9 | 0 | 0.25 | 29.18 | 19.67 | 0 | 0 | 0 | 51.15 | 0 | 0 | 51.15 | 48.85 |
| 0.9 | 0 | 0.5 | 63.35 | 17.61 | 0 | 0 | 0 | 19.04 | 0 | 0 | 19.04 | 80.96 |
| 0.85 | 0 | 0.1 | 39.42 | 19.79 | 0 | 0 | 0.03 | 38.13 | 0 | 2.63 | 40.76 | 59.24 |
| 0.85 | 0 | 0.25 | 40.09 | 20.43 | 0 | 0 | 0 | 39.48 | 0 | 0 | 39.48 | 60.52 |
| 0.85 | 0 | 0.5 | 43.14 | 20.53 | 0 | 0 | 0 | 36.33 | 0 | 0 | 36.33 | 63.67 |

Panel 5

| ρ | μ | β | τ_t | z_t | A_t | τ_μ | z_μ | A_μ | τ | A | ACEP | RECH |
|--------|-------|---------|----------|-------|-------|------------|---------|---------|--------|-------|-------|-------|
| 0.99 | 0.5 | 0 | 4.94 | 2.42 | 0 | 4.98 | 13.00 | 0.83 | 0 | 73.83 | 74.66 | 25.34 |
| 0.99 | 3 | 0 | 1.70 | 0.05 | 0.02 | 93.61 | 4.46 | 0.16 | 0 | 0 | 0.18 | 99.82 |
| 0.99 | 5 | 0 | 2.28 | 0 | 0.01 | 97.71 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0.01 | 99.99 |
| 0.9 | 0.5 | 0 | 18.64 | 0.07 | 0 | 17.76 | 0.30 | 0 | 0.12 | 63.11 | 63.11 | 36.89 |
| 0.9 | 3 | 0 | 20.37 | 0.04 | 0 | 22.1 | 2.99 | 0 | 0 | 54.50 | 54.50 | 45.50 |
| 0.9 | 5 | 0 | 24.39 | 0.04 | 0 | 28.72 | 3.03 | 0 | 0 | 43.82 | 43.82 | 56.18 |
| 0.85 | 0.5 | 0 | 37.99 | 0 | 0 | 27.96 | 0.03 | 0 | 0.69 | 33.33 | 33.33 | 66.67 |
| 0.85 | 3 | 0 | 38.70 | 0 | 0 | 27.13 | 1.63 | 0 | 0 | 32.54 | 32.54 | 67.46 |
| 0.85 | 5 | 0 | 40.23 | 0 | 0 | 26.99 | 1.61 | 0 | 0 | 31.17 | 31.17 | 68.83 |

Tabla 2. *Análisis DJSF.*
En %. T=100

Panel 1

| ρ | μ | β | τ_t | z_t | A_t | τ_μ | z_μ | A_μ | τ | A | ACEP | RECH |
|--------|-------|---------|----------|-------|-------|------------|---------|---------|--------|-------|-------|-------|
| 1 | 0 | 0 | 4.80 | 0.09 | 0.04 | 3.11 | 0.06 | 0.08 | 3.66 | 88.16 | 88.18 | 11.72 |

Panel 2

| ρ | μ | β | τ_t | z_t | A_t | τ_μ | z_μ | A_μ | τ | A | ACEP | RECH |
|--------|-------|---------|----------|-------|-------|------------|---------|---------|--------|-------|-------|-------|
| 0.99 | 0 | 0 | 5.14 | 0.09 | 0 | 3.48 | 0.01 | 0 | 6.34 | 84.94 | 84.94 | 15.06 |
| 0.99 | 0 | 0.1 | 15.85 | 62.07 | 22.08 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 22.08 | 72.92 |
| 0.99 | 0 | 0.25 | 98.38 | 1.61 | 0.01 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0.01 | 99.99 |
| 0.99 | 0 | 0.5 | 100 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 100 |
| 0.99 | 0 | 1 | 100 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 100 |
| 0.99 | 0.5 | 0 | 4.72 | 0.43 | 0.08 | 4.40 | 11.25 | 9.28 | 0 | 69.84 | 79.20 | 20.80 |
| 0.99 | 1 | 0 | 3.61 | 1.54 | 0.70 | 10.31 | 40.80 | 42.76 | 0 | 0.28 | 43.74 | 56.26 |
| 0.99 | 3 | 0 | 1.59 | 30.46 | 45.47 | 17.99 | 4.35 | 0.14 | 0 | 0 | 45.61 | 54.39 |

Panel 3

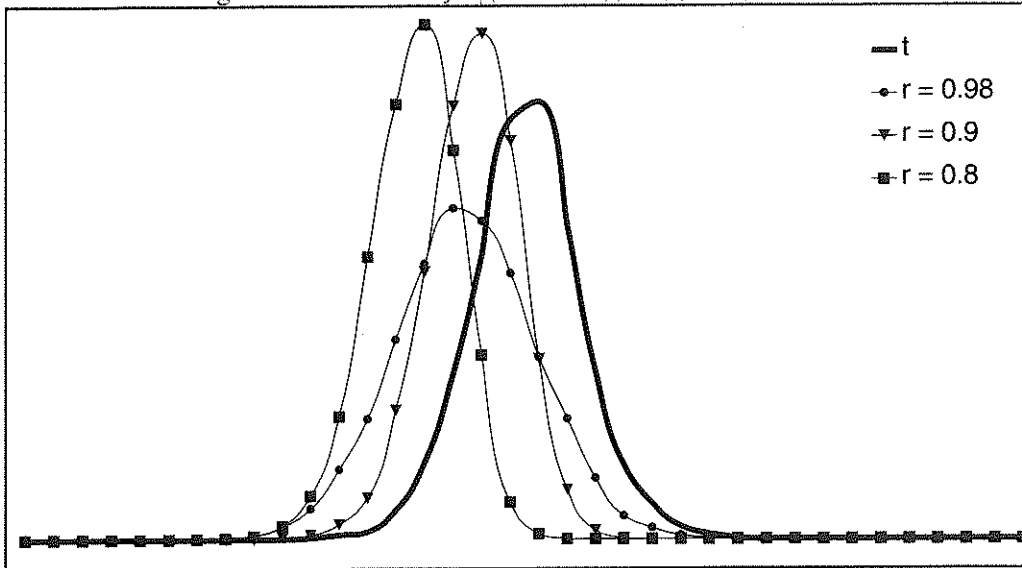
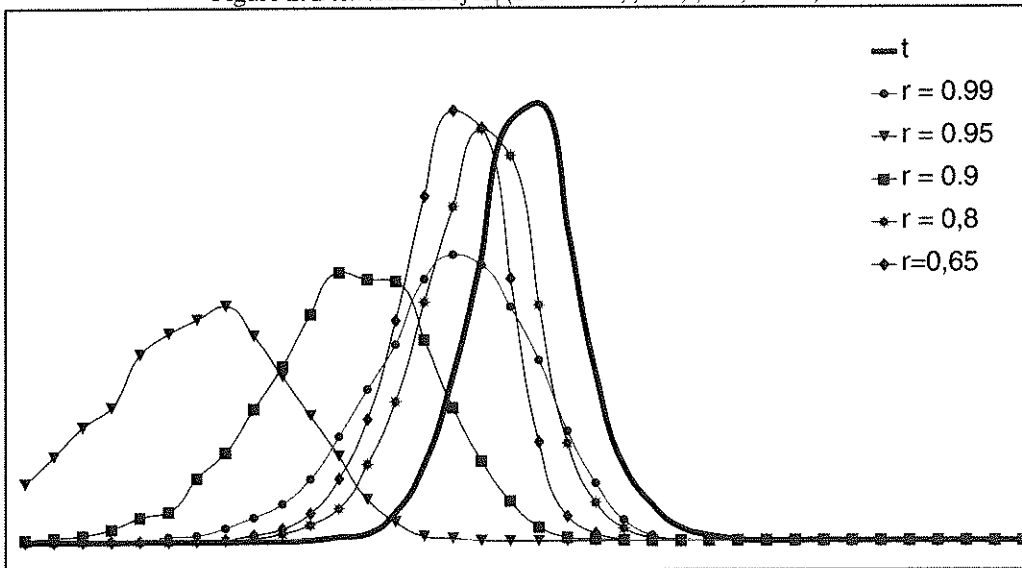
| ρ | μ | β | τ_t | z_t | A_t | τ_μ | z_μ | A_μ | τ | A | ACEP | RECH |
|--------|-------|---------|----------|-------|-------|------------|---------|---------|--------|-----|-------|-------|
| 0.99 | 0 | 0.1 | 15.85 | 62.07 | 22.08 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 22.08 | 77.92 |
| 0.95 | 0 | 0.1 | 20.64 | 29.88 | 1.21 | 0 | 0 | 48.27 | 0 | 0 | 49.48 | 50.52 |
| 0.9 | 0 | 0.1 | 20.46 | 0.01 | 0 | 0 | 0.02 | 79.51 | 0 | 0 | 79.51 | 20.49 |
| 0.85 | 0 | 0.1 | 40.32 | 0 | 0 | 0 | 0.01 | 59.67 | 0 | 0 | 59.67 | 40.33 |
| 0.99 | 5 | 0.1 | 3.77 | 45.86 | 50.37 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 50.37 | 49.63 |
| 0.95 | 5 | 0.1 | 9.41 | 0.32 | 0 | 0.48 | 18.40 | 71.39 | 0 | 0 | 71.39 | 28.61 |
| 0.9 | 5 | 0.1 | 19.59 | 0 | 0 | 0 | 1.85 | 78.56 | 0 | 0 | 78.56 | 21.44 |
| 0.85 | 5 | 0.1 | 39.47 | 0 | 0 | 0 | 0.18 | 60.35 | 0 | 0 | 60.35 | 39.65 |

Panel 4

| ρ | μ | β | τ_t | z_t | A_t | τ_u | z_u | A_u | τ | A | ACEP | RECH |
|--------|-------|---------|----------|-------|-------|----------|-------|-------|--------|-----|-------|-------|
| 0.95 | 0 | 0.1 | 20.64 | 29.88 | 1.21 | 0 | 0 | 48.27 | 0 | 0 | 49.48 | 50.52 |
| 0.95 | 0 | 0.25 | 93.17 | 6.80 | 0.03 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0.03 | 99.97 |
| 0.95 | 0 | 0.5 | 100 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 100 |
| 0.9 | 0 | 0.1 | 20.46 | 0.01 | 0 | 0 | 0.02 | 79.51 | 0 | 0 | 79.51 | 20.49 |
| 0.9 | 0 | 0.25 | 29.49 | 0.59 | 0 | 0 | 0 | 69.92 | 0 | 0 | 69.92 | 30.08 |
| 0.9 | 0 | 0.5 | 63.22 | 10.20 | 0 | 0 | 0 | 26.58 | 0 | 0 | 26.58 | 73.42 |
| 0.85 | 0 | 0.1 | 40.32 | 0 | 0 | 0 | 0.01 | 59.67 | 0 | 0 | 59.67 | 40.33 |
| 0.85 | 0 | 0.25 | 40.01 | 0 | 0 | 0 | 0.02 | 59.97 | 0 | 0 | 59.97 | 40.03 |
| 0.85 | 0 | 0.5 | 43.48 | 0.01 | 0 | 0 | 0 | 56.51 | 0 | 0 | 56.51 | 43.49 |

Panel 5

| ρ | μ | β | τ_t | z_t | A_t | τ_u | z_u | A_u | τ | A | ACEP | RECH |
|--------|-------|---------|----------|-------|-------|----------|-------|-------|--------|-------|-------|-------|
| 0.99 | 0.5 | 0 | 4.72 | 0.43 | 0.08 | 4.40 | 11.25 | 9.28 | 0 | 69.84 | 79.20 | 20.80 |
| 0.99 | 3 | 0 | 1.59 | 30.46 | 45.47 | 17.99 | 4.35 | 0.14 | 0 | 0 | 45.61 | 54.39 |
| 0.99 | 5 | 0 | 2.24 | 39.13 | 58.61 | 0.02 | 0 | 0 | 0 | 0 | 58.61 | 41.39 |
| 0.9 | 0.5 | 0 | 19.64 | 0 | 0 | 16.77 | 0 | 0 | 0.1 | 63.49 | 63.49 | 36.51 |
| 0.9 | 3 | 0 | 21.07 | 0 | 0 | 20.13 | 0 | 0 | 0 | 58.80 | 58.80 | 41.20 |
| 0.9 | 5 | 0 | 24.70 | 0.07 | 0 | 27.24 | 0 | 0 | 0 | 47.99 | 47.99 | 52.01 |
| 0.85 | 0.5 | 0 | 39.25 | 0 | 0 | 25.63 | 0 | 0 | 0.75 | 34.37 | 34.37 | 65.63 |
| 0.85 | 3 | 0 | 40.69 | 0 | 0 | 25.52 | 0 | 0 | 0 | 33.79 | 33.79 | 66.21 |
| 0.85 | 5 | 0 | 40.35 | 0 | 0 | 26.43 | 0 | 0 | 0 | 33.22 | 33.22 | 66.78 |

Figure 1. Distribution of τ_i (DGP: $M\tau$, $\mu=0$, $\beta=0.1$, $T=100$)Figure 2. Distribution of τ_i (DGP: $M\tau$, $\mu=0$, $\beta=3$, $T=25$)

PROTECCIONISMO Y CINEMATOGRAFIA: UN ANALISIS ECONOMICO

M^a DEL MAR COLOM

CEU San Pablo

C. MUÑOZ YEBRA

F. PABLO MARTÍ

Fac. de CC.EE. y EE., Universidad de Alcalá

1. INTRODUCCION

En los países desarrollados, el sector audiovisual ha recibido tradicionalmente una gran atención por parte de las distintas administraciones dadas sus implicaciones culturales y económicas. Este interés se ha visto fuertemente acrecentado en los últimos años como consecuencia del aumento de la importancia económica del sector a nivel mundial. En Europa además, a este hecho se une una profunda preocupación por la creciente penetración del producto audiovisual norteamericano.

Aunque los aspectos culturales del sector audiovisual son sin duda importantísimos, este análisis intenta centrarse en aspectos estrictamente económicos. Adicionalmente, consideramos que la única forma de salvaguardar a largo plazo nuestra identidad cultural es contar con un sector audiovisual fuerte desde el punto de vista económico.

Por otra parte, cualquier análisis de la situación y posibilidades de desarrollo del sector audiovisual en España no puede dejar de lado tres importantes condicionantes:

- a.- La mayor liberalización y globalización del sector audiovisual motivada por el proceso de internacionalización económica a nivel mundial.
- b.- La convergencia de las políticas de protección y fomento industrial derivadas del proceso de unificación europea.
- c.- La convergencia en un mercado global de contenidos y medios de comunicación favorecido por el avance tecnológico.

Teniendo en cuenta los condicionantes anteriormente mencionados y dada la complejidad del sector audiovisual, nuestro análisis se centrará en el subsector cinematográfico español, aunque con algunas referencias al conjunto del sector y siempre enmarcado en el contexto europeo. La producción cinematográfica es uno de los campos más importantes del sector audiovisual al constituir una gran parte de los contenidos que más tarde son distribuidos a través de medios cada vez más variados. En los últimos años, el más tradicional de estos medios, la exhibición en salas, ha venido perdiendo importancia desde el punto de vista económico en favor de otros como la televisión o el vídeo; sin embargo mantiene su importancia como indicador de los gustos del consumidor y como determinante de los ingresos obtenidos en la distribución en otros medios.

2. VARIABLES RELEVANTES

2.1. FRAGMENTACIÓN DEL MERCADO

El desarrollo del sector cinematográfico europeo, y el español en particular, se encuentra muy limitado por el elevado grado de fragmentación existente tanto desde el punto de vista de la demanda, como de la oferta.

Desde la perspectiva de la demanda, la fragmentación del mercado viene determinada fundamentalmente por la existencia de barreras culturales, especialmente las diferencias lingüísticas entre los países que integran la UE.

Sin embargo, este tipo de barreras culturales no parecen haber supuesto un obstáculo importante a la penetración del cine norteamericano, que introduce sus productos en todos los países de la UE, acaparando la mayor parte del mercado. Por lo que si bien las barreras culturales –junto con otras de índole comercial– pudieron representar históricamente un importante freno a la creación de una industria de dimensión europea, en la actualidad no suponen una limitación importante para su desarrollo.

Ante este hecho, se puede considerar que las principales causas de la elevada fragmentación del sector cinematográfico europeo tienen su origen en factores de oferta, concretamente en la estructura del sector, caracterizada por una excesiva atomización tanto en la producción como en la distribución. En este sentido y en lo que se refiere a nuestro país, llaman la atención los datos facilitados por el Instituto de la Cinematografía y las Artes Audiovisuales en sus Boletines Informativos, concretamente, en el de 1993 aparecen 253 productoras¹ que se reparten 338 películas producidas) y 200 distribuidoras (que se reparten 1.837 películas distribuidas); cifras que no guardan ninguna proporción con la escasa capacidad productiva y pequeño tamaño del mercado español y que muestran el elevadísimo grado de fragmentación de la oferta cinematográfica en nuestro país.

2.2. INTERVENCIONISMO.

Junto con los factores de demanda y de oferta a los que hemos aludido anteriormente, la fragmentación de los mercados también es consecuencia de las restricciones comerciales y políticas de fomento de la cinematografía tradicionalmente puestas en práctica en Europa.

¹ En realidad estas cifras son algo menores ya que se ha comprobado la existencia de errores en el tratamiento informático de este boletín, así en algunas ocasiones aparecen varias veces la misma productora o distribuidora. A modo de ejemplo, la distribuidora CATALONIA FILMS, S.A. aparece como:

CATALONIA FILMS
CATALONIA FILMS S.A.
CATALONIA FILMS, S.A.

Entre las restricciones comerciales más usuales se encuentran los aranceles y las cuotas de pantalla y doblaje. Estas medidas han sido aplicadas en el pasado con intensidad y características diferentes entre los estados que en la actualidad integran la UE. Sin embargo, los avances en el proceso de unificación europea han forzado a la desaparición de estas restricciones comerciales entre los países miembros de la UE, así como a la armonización frente a terceros.

A nivel mundial también se está produciendo una importante corriente liberalizadora abanderada por Estados Unidos y Japón que reclama la supresión de las restricciones comerciales en los sectores de telecomunicaciones y audiovisual.

Frente a estas posturas, existe una fuerte oposición en la UE -particularmente relevante en Francia- por parte de algunos de los agentes del sector, políticos y opinión pública en general, a la supresión de las barreras comerciales frente a terceros países en estos sectores, reclamándose incluso un mayor nivel de protección frente a la industria audiovisual norteamericana dado su preocupante penetración en el mercado europeo (gráfico 1).

En cuanto a las políticas de fomento de la cinematografía, han venido caracterizándose por ser instrumentadas desde ámbitos culturales, así como por su dispersión tanto en lo relativo a su objeto como a su aspecto territorial.

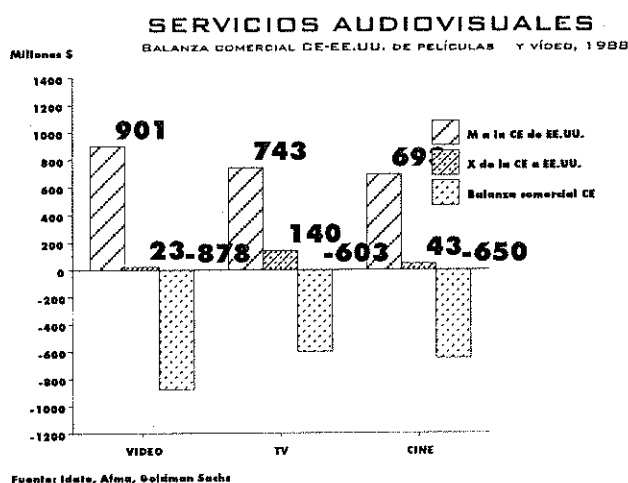


Gráfico 1: Balanza audiovisual de la UE

2.3. CARACTERÍSTICAS DEL PRODUCTO.

En todos los sectores, pero con especial intensidad en el cinematográfico, las características del producto constituyen un elemento clave de la estructura del sector. Una característica diferenciadora del sector audiovisual es la marcada falta de homogeneidad del producto. Cada película constituye un producto único, perfectamente diferenciable de los demás aunque con importantes relaciones de complementariedad y sustituibilidad.

Aunque no existen estudios detallados sobre las relaciones existentes entre las películas o productos audiovisuales, tres ámbitos parecen ser los determinantes del grado de complementariedad y sustituibilidad entre películas: la nacionalidad, la dirección/interpretación y el género. De esta forma, cada película que tiene éxito ejercerá un efecto favorable sobre la demanda de nuevas películas que pertenezcan a sus mismos ámbitos aunque, paralelamente, en la medida en que la cantidad consumida sea fija, aparecerá un efecto sustitución que afectará especialmente a las películas de su mismo ámbito.

Otra característica fundamental de los productos audiovisuales son sus elevados costes de producción, de forma que las economías de escala aparecen en la distribución masiva e internacional de las películas. La rentabilidad del producto audiovisual dependerá, a corto plazo, del éxito de su distribución y, a largo plazo, de la duración de su ciclo de vida.

El valor de una película, VAN, en un momento " t_0 " vendrá determinado por el valor actualizado neto de todos los rendimientos futuros que puedan obtenerse de su exhibición por cualquier medio, j , en que se exhiba a lo largo de su ciclo de vida.

Tres parecen ser las principales variables que afectan a ese valor en " t_0 ": su cuota de mercado en el momento del estreno, su calidad y el tiempo transcurrido desde su estreno.

Su ciclo de vida está constituido por dos etapas bien diferenciadas. La primera se corresponde con el período de estreno y, pese a ser de relativa corta duración, trae consigo la mayor parte de los ingresos. La segunda, prácticamente ilimitada desde el punto de vista temporal, tiene unos ingresos mucho menores que van decreciendo en el tiempo básicamente como consecuencia de la reducción de su demanda motivada por el aumento de la competencia que representan la aparición de nuevas películas y de la reducción del número de espectadores potenciales que se produce al haber sido vista cada vez por un mayor número de personas.

3. ANALISIS DE LOS EFECTOS DE LA INTERVENCION PUBLICA TRADICIONAL EN EL SECTOR CINEMATOGRAFICO

Como señalamos anteriormente, el cine ha recibido una gran atención, por parte del sector público, dada su importancia cultural y económica. Esta intervención pública se ha centrado fundamentalmente en favorecer la producción nacional frente a la extranjera mediante el establecimiento de restricciones al comercio y el otorgamiento de ayudas. En el presente epígrafe trataremos de mostrar cuáles son los efectos reales de este tipo de actuaciones.

Las medidas basadas en las restricciones comerciales -tanto aranceles como cuotas- en nuestra opinión, parecen partir de una visión poco acertada del producto audiovisual. Como señalamos en el apartado dedicado a la caracterización del producto audiovisual, una de sus características básicas era la heterogeneidad, por lo que las medidas proteccionistas que afecten de forma indiscriminada a todas las películas tienen un efecto muy limitado.

La mayor parte de los ingresos son recaudados por un grupo muy reducido de películas, casi siempre americanas, mientras que el resto apenas puede cubrir los gastos de distribución. Así, para el caso de España entre 1991 y 1993, y utilizando datos de los boletines informativos del Instituto de la Cinematografía y las Artes Audiovisuales, el 0,5 por 100 del total de películas exhibidas obtuvo el 30 por 100 de la recaudación, mientras que el 1 por 100 representó más del 50 por 100.

Esta división entre éxitos comerciales y el resto de las películas hace que cualquier intento de caracter general de encarecer o limitar la presencia de cintas foráneas en los cines nacionales solo afecte a las marginales y no a las más competitivas, que son las que realmente "ahogan" al sector cinematográfico nacional.

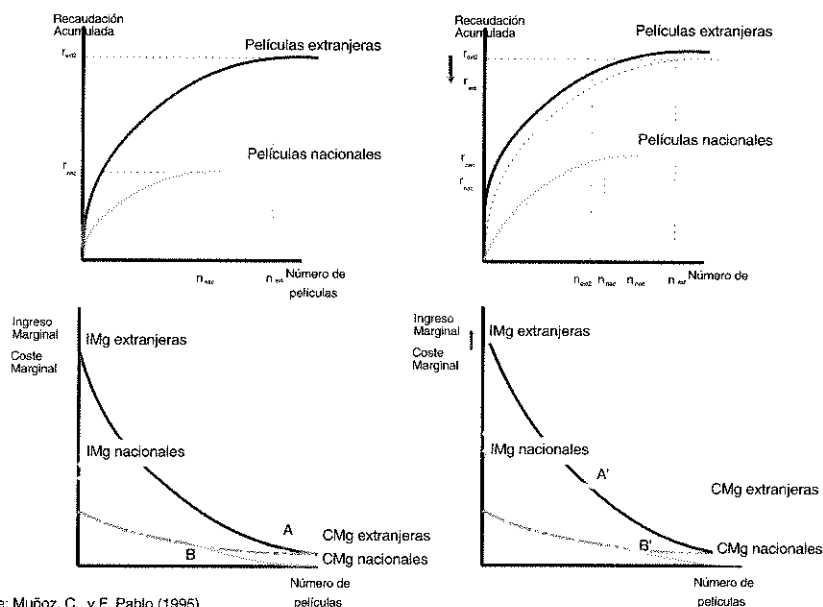
Intentaremos ilustrar este planteamiento a partir de un sencillo modelo en el que se determina el efecto del establecimiento de medidas proteccionistas sobre la cuota de mercado de las películas nacionales. Para ello supondremos que el número de películas exhibidas viene determinado por la intersección de las curvas de ingresos y costes marginales.

$$VAN = \sum_{j=1}^k \int_{t=t_0}^{\infty} IN (1+i)^{-t} dt$$

3.1. EFECTO DE LA INTRODUCCIÓN DE ARANCELES Y CUOTAS

La introducción de aranceles sobre las películas extranjeras produce una elevación en los costes que se traduce en una reducción en el número de películas extranjeras exhibidas. Paralelamente, en la medida en que las cintas españolas son sustitutos -imperfectos- de las extranjeras se verán beneficiadas de un aumento de su demanda con lo que la curva de ingresos marginales se desplazará hacia arriba aumentando el número de películas nacionales exhibidas (gráfico 2).

EFECTO DE LA INTRODUCCION DE ARANCELES SOBRE LA RECAUDACION



Fuente: Muñoz, C. y F. Pablo (1995)

Gráfico 2:

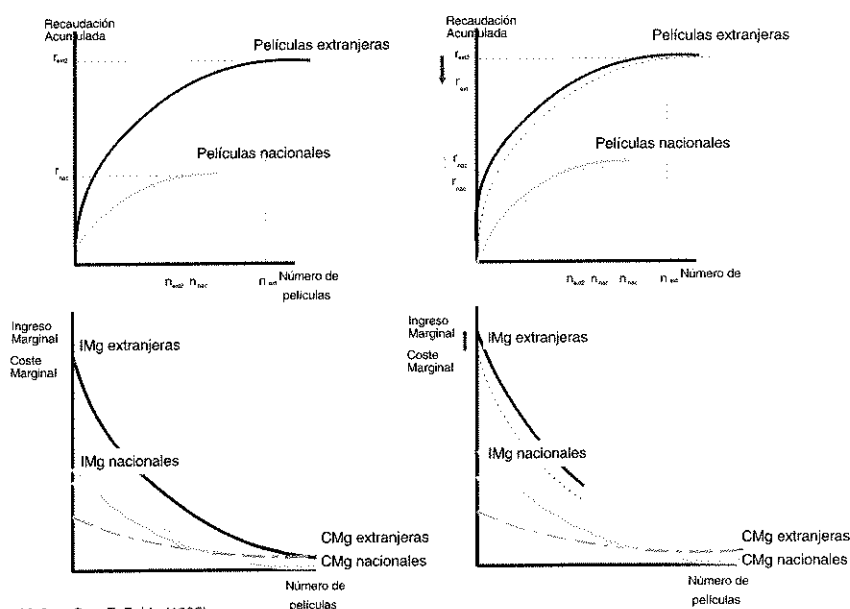
Sin embargo, estos efectos positivos² se ven muy limitados si los observamos desde la óptica de la cuota de mercado. El establecimiento del arancel produce, como hemos visto, una reducción del número de películas extranjeras, pero solo de aquellas que generan menores ingresos. Por ello, dada la fuerte convexidad de la curva de recaudación acumulada, los efectos finales sobre la cuota de mercado serán muy pequeños. Algunos estudios realizados para el caso de España como los de Muñoz (1995) señalan que para que la cuota de mercado, en términos de recaudación, del cine americano se redujera en el 50 por 100, la reducción en el número de películas americanas exhibidas debería superar ampliamente el 95 por 100.

Adicionalmente, la reducción del número de películas extranjeras exhibidas produce un aumento de la demanda del resto de películas tanto nacionales como extranjeras. Sin embargo, parece lógico pensar que este efecto afecta de forma más intensa a las películas extranjeras, al tratarse de sustitutos más próximos, con lo que el efecto final de la introducción de aranceles sobre la cuota de recaudación sería todavía menos intenso.

² Evidentemente, como consecuencia del establecimiento de medidas proteccionistas se produce una pérdida en el excedente del consumidor que puede ser muy importante, pero que no abordaremos en este artículo.

Los efectos comentados anteriormente para el caso de los aranceles son plenamente extensibles al caso de la introducción de cuotas, ya se trate de contingentes, cuotas de pantalla, doblaje o distribución (gráfico 3).

EFFECTO DE LA INTRODUCCION DE CONTINGENTES SOBRE LA RECAUDACION



Fuente: Muñoz, C. y F. Pablo (1995)

Gráfico 3:

De lo expuesto anteriormente, se deduce la ineficacia de cualquier tipo de restricción comercial que no signifique una ruptura total del comercio cinematográfico con Estados Unidos, ruptura que, además de ser poco viable política y económicamente, solo obtendría resultados parciales dado que no podría impedir la penetración del producto cinematográfico americano por otras vías alternativas a la exhibición en salas, tales como el video, la televisión vía satélite, redes de comunicaciones u otros medios que el continuo avance tecnológico posibilita.

3.2. POLÍTICAS DE FOMENTO

Las políticas de fomento cinematográfico se han venido caracterizando por basarse en premisas de índole cultural y artística más que en criterios de desarrollo industrial. Centrándonos en el caso de España, la mayor parte de las ayudas a la producción cinematográfica son gestionadas por el Ministerio de Cultura afectando a un número excesivamente elevado de proyectos, con lo que se favorece la persistencia de un elevado grado de fragmentación empresarial.

En nuestra opinión, en el sistema de ayudas deberían estar separados de forma clara los ámbitos cultural y empresarial, de forma que las ayudas dirigidas al fomento de la industria cinematográfica se fundamenten en criterios estrictamente económicos, afectando exclusivamente a empresas y proyectos con una dimensión mínima eficiente, siendo el objetivo final el aumento del grado de concentración del sector.

4. CONCLUSIONES

Las medidas de protección de la cinematografía basadas en restricciones comerciales se muestran ineficaces dadas las características del producto audiovisual y la concentración de la recaudación en un número reducido de películas.

Las ayudas a la cinematografía en España se conceden con carácter general, con lo que no favorecen el necesario proceso de concentración en el sector.

Entendemos que una política de apoyo eficaz debe partir de una separación clara de las vertientes económica y cultural del sector audiovisual, ya que requieren tratamientos muy diferenciados.

5. BIBLIOGRAFIA

ALBERICH, F. (1991): *4 años de cine español* Comunidad de Madrid 1991.

ALVAREZ MONZONCILLO, J.M. (dr.) (1993): *La industria cinematográfica en España: 1980-1991*. Madrid. Fundesco/Ministerio de Cultura.

BBV-Servicio de Estudios (1994): *La industria cinematográfica Situación nº 3*.

MUÑOZ (1995): *El sector cinematográfico en España*. Estudio no publicado. Universidad de Alcalá.

ZALLO, R. (1993): "El cine: unos costes desigualmente crecientes" *Boletín de Fundesco*, nº 141. Junio.

CARACTERÍSTICAS DE LA INDUSTRIA EN EXTREMADURA DEDUCIDAS DE SU DISTRIBUCIÓN EN EL TERRITORIO

GEORGINA CORTÉS SIERRA

Facultad de Ciencias Económicas y Empresariales
Universidad de Extremadura

1. INTRODUCCIÓN

Este trabajo forma parte de una investigación más amplia, en la que se analiza la localización de la actividad industrial en Extremadura, no sólo desde la perspectiva de la descripción geográfica, sino relacionándola con otras variables y fenómenos económicos. En éste vamos a describir las características generales de la distribución de las empresas extremeñas en el territorio: dispersión, concentración, diversificación, especialización, tamaño y asociaciones geográficas que se producen entre ellas. Nos interesa, especialmente, ver el grado de relación de la actividad industrial con el regadío; partiendo de la hipótesis de que éste es un elemento impulsor de la actividad industrial, que favorece el asentamiento de la misma¹.

Hemos de señalar que cualquier observación ha de efectuarse sobre la base del insuficiente desarrollo de la industria en la región, de la escasa entidad de la mayor parte de sus empresas y de la ausencia de grandes establecimientos productivos. Así, lo que consideramos grandes industrias lo son únicamente a escala regional. Las empresas exportadoras, por ejemplo, comercian los productos en sus primeras fases de transformación, es decir con escaso valor añadido: de las 94 empresas que efectúan exportaciones internacionales (un 2.2% del total), sólo 9 lo hacían con marca en el momento de recogerse la información. Según vamos a ver, *la industria extremeña se encuentra en las fases iniciales de industrialización*.

La actividad se localiza de forma dispersa. Se concentra en zonas muy concretas que, en términos generales, presentan poca diversificación y poca especialización industrial. Si bien, en gran parte de las unidades espaciales donde se ubican los establecimientos industriales de mayor dimensión aparece una importante especialización. Las empresas son de reducido tamaño. La primera actividad es la agroalimentaria, con un elevado peso de la de primera transformación. Al asociar geográficamente las empresas, en función del grado de transformación que incorporan al producto, entre sí y con otras variables, observamos la existencia de economías de aglomeración de localización externa entre ellas y una fuerte vinculación al número de habitantes.

¹ Baigorri (1994).

La localización de la industria en Extremadura responde a un comportamiento racional desde una óptica economicista, es decir, atendiendo a su situación territorial, a las características de sus recursos naturales, al volumen, densidad y dispersión de su población, al estado de sus infraestructuras, y, en particular, a la ordenación económico-territorial vigente en las últimas décadas, basada en la dualidad centro-periferia.

Nos enfrentamos a una región tradicionalmente atrasada, con un elevado peso del sector agrario en su estructura productiva, con altos niveles de paro, excéntrica en el contexto nacional y europeo -tanto desde el punto de vista geográfico como económico-, carente de unas infraestructuras de comunicación modernas. Extremadura tampoco ha dispuesto de una clase empresarial con capacidad de generar una mínima masa crítica de densidad industrial, y en ella no han surgido centros urbanos con suficiente población como para dinamizar las actividades económicas comerciales e industriales y para actuar como polo de atracción de las mismas.

Todo ello en el marco de políticas regionales como el I y II Plan de Desarrollo, que fomentaron explícitamente los movimientos migratorios y produjeron en Extremadura un sangrante éxodo demográfico durante los años sesenta y principios de los setenta, en favor de otras regiones en las que había mejores condiciones para el desarrollo industrial. Condiciones dadas a veces por la Naturaleza y la historia, pero, en parte, también creadas artificialmente por la propia planificación estatal.

Sin embargo, y a pesar de todo lo anterior, algunos de los recursos naturales regionales, unidos a una infraestructura fundamental -el Plan Badajoz- han sido la base de una modesta industrialización, que tiene su origen en los años sesenta. Impulsada por el Plan Badajoz llega la industria conservera a Extremadura, al amparo de multinacionales extranjeras de la alimentación y de la gran banca nacional² -además de las instalaciones de producción eléctrica, no analizadas en este trabajo-. A finales de los años setenta, podemos decir que existen dos tipos de industria en la región:

a) La básica de primera transformación de productos agrarios, de tipo familiar, de origen local, basada en procesos de producción casi artesanales.

b) La *moderna*, de origen foráneo, de alta tecnología, elevada financiación, organización compleja, comercialización internacional, demandante de mano de obra cualificada. Esta actividad, que debería haber generado un sector secundario sólido, hasta hoy día no ha logrado dar suficiente entidad económica y social a la industria en la región. Si bien se han conseguido ciertos logros en el subsector de conservas vegetales, que hizo de Extremadura, ya en los años '70, el primer productor de concentrado de tomate a escala mundial.

En cierto modo, aunque en algunas áreas se han dado profundas transformaciones, esta división básica todavía coexiste en la actualidad.

²García Tabuenca (1978), p. 353

Sobre los elementos de base citados, el asentamiento de la industria se ha producido en las zonas agrarias de regadío y secano (especialmente en las primeras), cerca de las materias primas y siempre bajo el apoyo de las distintas políticas de desarrollo -y consiguientes subsidiaciones de la inversión-. Así, los principales centros industriales coinciden con los declarados como zonas de preferente localización industrial en Cáceres y áreas del Plan Badajoz, en el marco del III Plan de Desarrollo Económico y Social. Es decir, las áreas en torno a Cáceres, Coria, Navalmoral y Plasencia, en la provincia de Cáceres, y cualquier punto de ambas provincias afectado por el Plan Badajoz .

2. FUENTES, DISEÑO DE VARIABLES Y METODOLOGÍA APLICADA EN EL ESTUDIO

Hemos agrupado las actividades de acuerdo con la Clasificación Nacional de Actividades Económicas (CNAE), desagregando las subactividades a dos y tres dígitos. Utilizaremos las -clasificaciones comprendidas entre los códigos 001 y 499, que reúnen el conjunto de actividades industriales.

Los datos se han agregado según una propuesta de *comarcalización* del Dpto. de Geografía de la UEX. Agrupados en '*Centros*', distribuyen a los municipios en 39 grupos³.

Las fuentes utilizadas en este trabajo, que han supuesto una ardua labor de recuperación, actualización y homogeneización, son las siguientes:

- a) Registro de Industrias Agrarias (RIAJ) , del año 1992, de la Dirección General de Industrias Agrarias, de la Consejería de Agricultura y Comercio de la Junta de Extremadura.
- b) Registro de Industrias No Agrarias (RINAJ), del año 1992, de la Dirección General de Industrias, de la Consejería de Industria y Turismo de la Junta de Extremadura.
- c) Censo Oficial de Exportadores Españoles (COEE), del año 1989, del Instituto Español de Comercio Exterior (ICEX).

³ En un principio se intentó agrupar los municipios por las 17 comarcas señaladas en la citada distribución, lo que facilitaría notablemente el análisis y la descripción. Sin embargo, esto no ha sido posible por resultar excesiva la agregación y distorsionar los resultados. Sierra de Gata aparecería como una zona de intensa actividad industrial (siempre respecto a la escasa actividad industrial regional) al estar dentro de la Comarca de Plasencia; lo mismo ocurriría con Los Ibores o Las Villuercas, que están dentro de la Comarca de Navalmoral. Por ello, se ha adoptado la unión de municipios por '*centros*'. Quizás hubiese sido preferible haber agrupado de acuerdo con las comarcas agrarias, con lo que tendríamos 22 áreas bastante coherentes a efectos de análisis, frente a la 39 que tenemos con esta clasificación. Pero esta opción se ha descartado por seguir el criterio general, adoptado en nuestro proyecto de investigación. véase el capítulo de este libro titulado "*las fuentes utilizadas*").

d) Fomento de la Producción Industrial (FP), del año 1990, del servicio de documentación del mismo nombre.

En conjunto, éstas proporcionan datos suficientes para identificar y localizar las distintas actividades. Podemos, a partir de cada una de ellas, describir sin dificultad el emplazamiento territorial de las empresas.

Las variables que manejamos son:

D1 - Empleo total en cada centro para cada actividad industrial general, según el RINAJ de 1992.

D2 - Empleo total en cada centro para cada actividad agroindustrial de primera transformación, según el RIAJ de 1992.

D3 - Empleo total en cada centro para cada actividad industrial no agraria, según la agregación del RINAJ de 1992 y del RIAJ de 1992.

D4 - Empleo total en cada centro para cada actividad agroindustrial, según la agregación del RINAJ de 1992 y del RIAJ de 1992.

E1 - Número total de industrias en cada centro para cada actividad industrial general, según el RINAJ de 1992.

E2 - Número total de industrias agroalimentarias de primera transformación, en cada centro, según el RIAJ de 1992.

E3 - Número total de industrias en cada centro para cada actividad industrial no agraria, según la agregación del RINAJ de 1992 y del RIAJ de 1992.

E4 - Número total de industrias en cada centro para cada actividad industrial agraria, según la agregación del RINAJ de 1992 y del RIAJ de 1992.

F - Potencia instalada en cada centro, para cada actividad industrial general, según el RIAJ de 1992⁴.

A - Empleo total en cada centro, para cada actividad, de las empresas cuyo volumen de ventas fue superior a 200 millones de pesetas en 1990, según FP.

B - Volumen de ventas, en millones de pesetas, en cada centro, para cada actividad, para las empresas cuyo volumen de ventas en 1990 fue superior a 200 millones de pesetas, según FP.

C - Número de industrias en cada centro, para cada actividad, de las empresas cuyo volumen de ventas en 1990 fue superior a 200 millones de pesetas, según FP.

G - Millones de pesetas exportados en cada centro, para cada actividad industrial, por el 90 % de las empresas que, en 1989, efectuaron ventas al extranjero superiores a 25 millones de pesetas, según COEE

H - Número de industrias exportadoras en cada centro, para cada actividad industrial, referido al 90 % de las empresas que, en 1989 efectuaron ventas al extranjero superiores a 25 millones de pesetas, según COEE.

⁴ Este es un indicador del volumen de inversión real, según Giraldez (1984), p. 159.

En función de estas variables, vamos a distinguir las siguientes modalidades de empresas industriales en la región:

- a) Industrias Agrarias de Primera Transformación (IPT), o transformación básica, esto es, las industrias inscritas en el RIAJ, estas son de tipo agrario en un 98,65%.
- b) Industria En General (IEG), el resto de actividades industriales, agrarias y no agrarias, inscritas en el RINAJ, caracterizadas por utilizar procesos tecnológicos más complejos y de mayor capacidad productiva.
- c) Grandes Industrias (GI), las que constan en FP, que son las que efectúan los mayores volúmenes de ventas anuales.

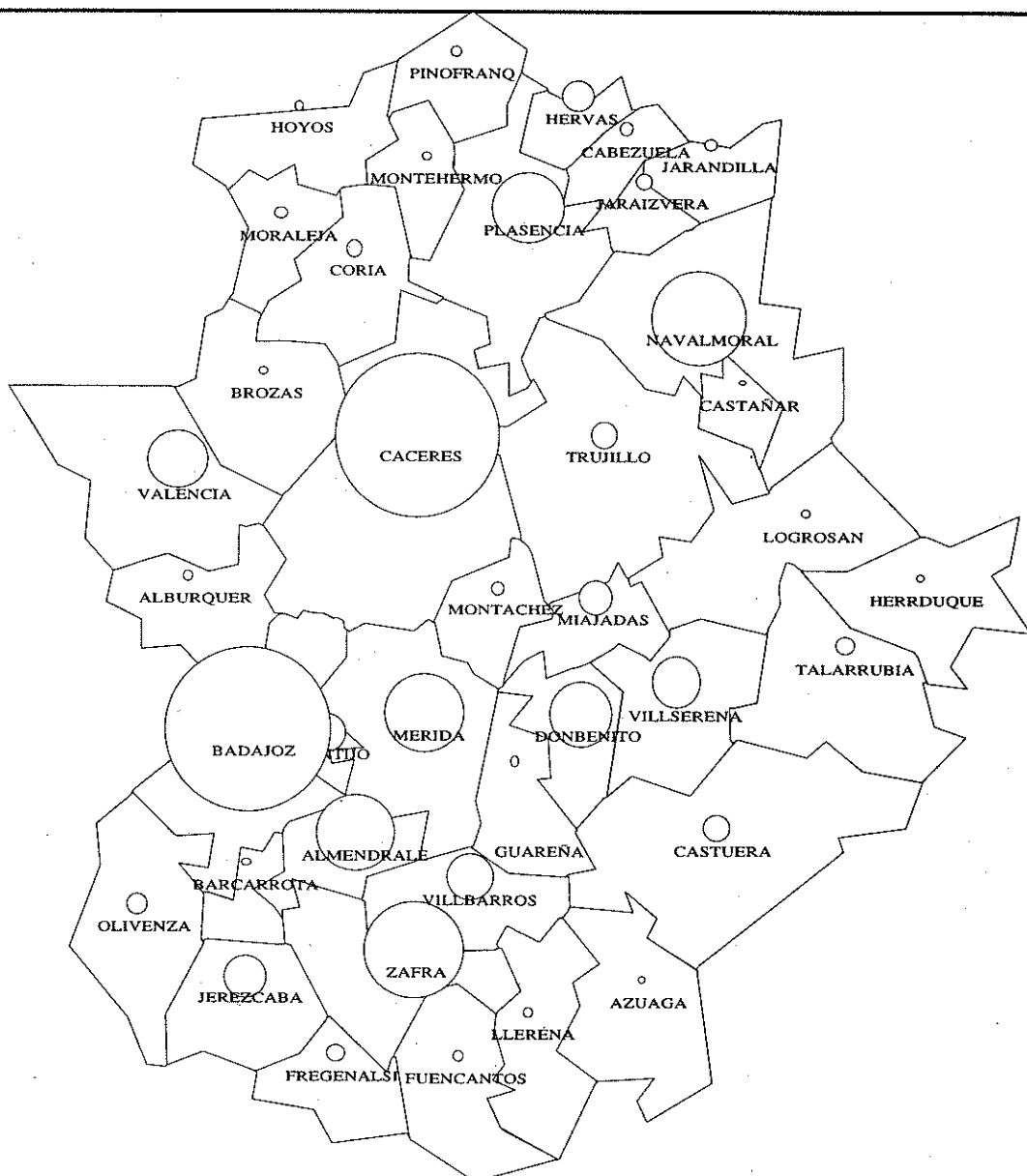
Sobre los totales de las variables anteriores se ha aplicado un conjunto de medidas descriptivas, que resumen la abundante masa de datos, referidas al total de cada variable, para cada centro, y al total de cada actividad para el conjunto regional. Y, a efectos de mejorar el conocimiento que proporcionan las variables anteriores, hemos considerado además:

- I* - Número de habitantes en cada centro en 1991, según el Censo de Población de 1991.
- J* - Hectáreas de regadío de cada centro, según el catastro de rústica.

3. CARACTERÍSTICAS DE LA INDUSTRIA

En el Mapa 1 podemos observar la distribución de la industria en la región, obtenida a partir de un indicador sintético construido sobre las variables manejadas.⁵ Si analizamos la *forma* que presentan los principales focos industriales, vemos que se ajustan con bastante exactitud a los tres corredores básicos que vertebran la región: las Vegas del Guadiana -de Villanueva-Don Benito a Badajoz-, la Ruta de la Plata -de Zafra a Plasencia-, y el corredor del Norte -de Coria a Navalmoral. Éstos acumulan más de dos tercios de la población regional y la mayor parte de las infraestructuras.

⁵ Este indicador sintético se calcula en el trabajo de investigación 'Localización industrial en Extremadura', presentado en el Departamento de Economía Aplicada y Organización de Empresas de la Universidad de Extremadura, publicado en Zapata Blanco S. (Editor) (1995).



Mapa 1
LOCALIZACIÓN DE LA INDUSTRIA. PRINCIPALES CENTROS INDUSTRIALES
EN EXTREMADURA
Fuente: elaboración propia

CUADRO 1
Principales medidas descriptivas de la actividad industrial en Extremadura,
deducidas de su distribución espacial

| | D1 | D2 | D3 | D4 | E1 | E2 | E3 | E4 | F | A | B | C | G | H | I | J |
|--------|------|------|------|------|------|------|------|------|-------|------|-------|------|------|------|--------|-------|
| Med. | 455 | 360 | 278 | 538 | 84 | 72 | 43 | 112 | 4375 | 163 | 2137 | 4 | 381 | 2 | 26599 | 4985 |
| Máx. | 2413 | 1502 | 2039 | 2505 | 316 | 273 | 207 | 351 | 47396 | 1696 | 13910 | 26 | 2767 | 17 | 139276 | 31034 |
| Mín. | 22 | 12 | 3 | 19 | 9 | | 2 | 16 | 146 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 2735 | 63 |
| 25 % | 92 | 120 | 47 | 161 | 39 | 38 | 14 | 58 | 569 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 11380 | 198 |
| 50 % | 214 | 237 | 102 | 278 | 55 | 58 | 25 | 88 | 1208 | 46 | 665 | 2 | 29 | 1 | 15177 | 1554 |
| 75 % | 688 | 445 | 321 | 700 | 106 | 84 | 60 | 136 | 3795 | 146 | 2738 | 4 | 595 | 3 | 34477 | 7414 |
| C.V. | 1.26 | 1.03 | 1.49 | 1.08 | 0.84 | 0.71 | 1.02 | 0.67 | 1.99 | 1.96 | 1.53 | 1.53 | 1.63 | 1.68 | 0.45 | 0.70 |
| I.Gini | 0.60 | 0.51 | 0.66 | 0.52 | 0.44 | 0.36 | 0.51 | 0.36 | 0.73 | 0.78 | 0.71 | 0.68 | 0.67 | 0.67 | 0.45 | 0.70 |

Leyenda: **D1**- Empleo total por centro en IEG, según RINAJ de 1992. **D2**- Empleo total por centro en IPT, según RIAJ de 1992. **D3**- Empleo total por centro en industria no agraria, según (RINAJ+RIAJ) de 1992. **D4**- Empleo total por centro en industria agraria, según (RINAJ+RIAJ) de 1992. **E1**- Número total de industrias por centro de actividad IEG, según RINAJ de 1992. **E2**- Número total de industrias por centro de actividad IPT, según RIAJ de 1992. **E3**- Número total de industrias no agrarias por centro, según (RINAJ+RIAJ) de 1992. **E4**- Número total de industrias agrarias por centro, según (RINAJ+RIAJ) de 1992. **F**- Potencia instalada por centro en IEG, según RINAJ de 1992. **A**- Empleo total por centro de las GI, según Fomento de la Producción de 1990. **B**- Volumen de Ventas por centro de las GI, según Fomento de la Producción de 1990. **C**- Número de industrias por centro de las GI, según Fomento de la Producción de 1990. **G**- Millones de pesetas exportados en cada centro por el 90% de las empresas que en 1989 efectuaron ventas al extranjero superiores a 25 millones de pesetas, según el Censo oficial de exportadores españoles. **H**- número de industrias exportadoras por centro constituido por 90% de las empresas que en 1990 efectuaron ventas al extranjero superiores a 25 millones de pesetas, según el Censo oficial de exportadores españoles.

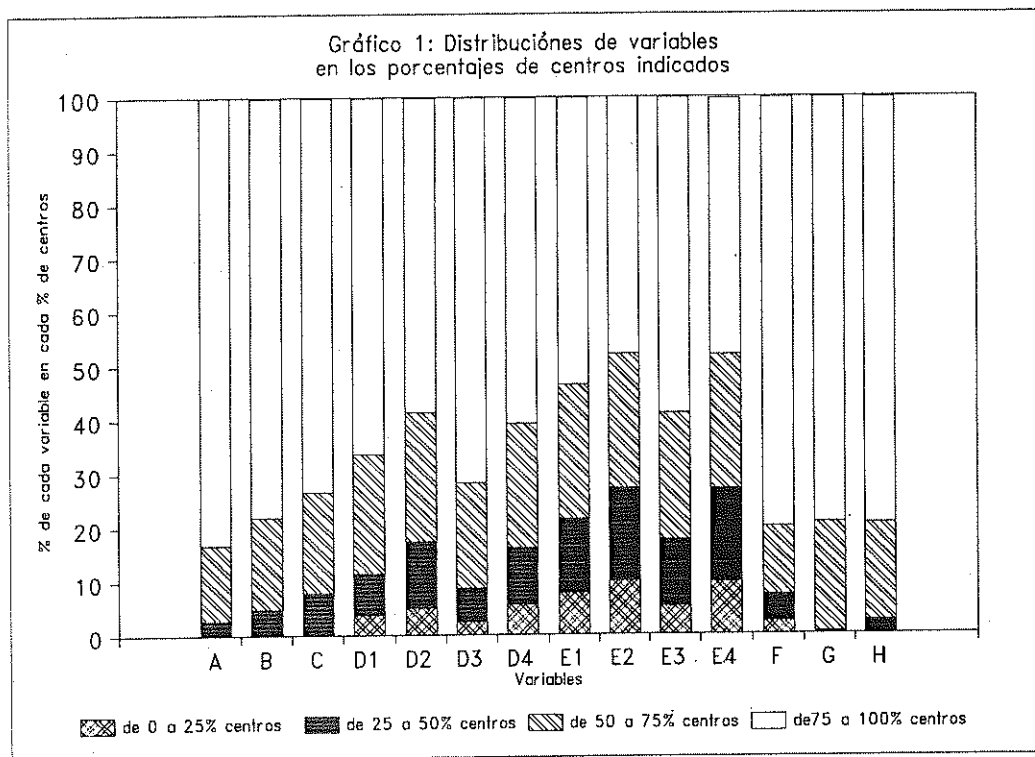
Fuente: Elab. propia a partir de las fuentes manejadas

Vamos a comentar los rasgos más destacables de la distribución deduciéndolos del análisis estadístico de la dispersión y concentración de la actividad industrial, de la diversidad y especialización industrial, de la dimensión de la industria -en cuanto al tamaño de sus establecimientos- y, para terminar, de las interrelaciones y de las asociaciones que se producen entre las magnitudes utilizadas. Todo ello empleando como unidad espacial de observación los centros.

4. LOCALIZACIÓN DESIGUAL DE LA ACTIVIDAD

Atendiendo a las principales medidas descriptivas -ver Cuadro 1- las características esenciales de la industria extremeña son las siguientes:

- a) La actividad se distribuye en forma desigual, esto es, de forma poco homogénea y, a la vez, bastante concentrada en el territorio. Se localiza en pocos centros y con evidentes diferencias entre ellos.
- b) Las industrias agrarias, de primera transformación (IPT) y de actividad industrial general (IEG), son las más repartidas en la región, es decir, se localizan de forma más homogénea y menos concentrada que las industrias no agrarias.
- c) La concentración industrial, en determinados centros del territorio, aumenta en procesos productivos de mayor complejidad.
- d) La concentración es mayor para las grandes empresas o las de mayor significación económica. Esto supone que, a medida que aumentan el nivel técnico y el tamaño de las empresas se perfila más la acumulación de estas en algunos centros de la región.



En el Gráfico 1 observamos las tramas de los principales cuartiles de las magnitudes consideradas: la mayor parte de éstas se acumula en el 25 % de los centros, lo que supone que una cuarta parte de ellos acaparan entre el 60% y el 80% de la actividad industrial.

5. FALTA DE DIVERSIFICACIÓN Y ESPECIALIZACIÓN EN LA ACTIVIDAD INDUSTRIAL

A la vista de los datos sintetizados en los cuadros 2 y 3 se extraen las siguientes conclusiones:

a) En términos globales la industria en la región carece de diversificación y de especialización. Es decir, que en el territorio extremeño coexisten, ilógicamente, una insuficiente variedad de actividades industriales y una escasa especialización.

b) Únicamente se observa diversificación en la industria agraria, para un 25% de los centros. A su vez, es la menos especializada.

c) Sólo la 'gran industria' y el volumen de exportación al extranjero presentan índices considerables de especialización para la mayor parte de los centros en los que se ubican, que son muy pocos en el conjunto de la región.

d) A mayores complejidad tecnológica y capacidad productiva de las empresas -actividades de IEG-, parece darse menos diversificación y una escasa especialización.

En el cuadro puede comprobarse que todas las variables utilizadas para medir *la diversidad de la actividad industrial indican que es mínima en todos los centros espaciales considerados*.⁶

| CUADRO 2: Coeficiente de diversificación mínimo para cada porcentaje de centros | | | | | | | | |
|--|-----------|-----------|-----------|-----------|----------|----------|----------|----------|
| % Centros | D1 | D2 | D3 | D4 | A | B | F | G |
| 25 | 0,80 | 0,62 | 0,87 | 0,25 | (0,85) | (0,86) | 0,83 | (0,87) |
| 50 | 0,90 | 0,69 | 0,88 | 0,37 | (0,90) | (0,89) | 0,87 | (0,92) |
| 75 | 0,90 | 0,76 | 0,92 | 0,47 | (0,94) | (0,94) | 0,90 | (0,92) |
| 100 | 0,90 | 0,81 | 0,96 | 0,57 | (0,94) | (0,94) | 0,95 | (0,92) |
| Leyenda: Idem CUADRO 1. Las cantidades entre paréntesis están calculadas considerando sólo los centros en los que existe la actividad en cuestión. | | | | | | | | |

En éste cuadro aparecen, para las distintas variables, los valores del coeficiente ordenados de menor a mayor, asociados a la proporción de centros que tienen coeficientes de diversificación menores o iguales a los de la tabla.

Por lo que se refiere a la especialización, ésta se ha medido con el coeficiente de W. Isard⁷. En el Cuadro 3, hallamos, ordenados en sentido creciente, los coeficientes de especialización máximos asociados a los porcentajes de centros indicados.

⁶ El coeficiente de diversificación varía de 0 a 1. El 0 indica que en un centro determinado las distintas actividades desarrolladas tienen la misma importancia relativa y por tanto la diversificación es máxima y 1 que es mínima. Máx. div. $0 \leq CDj \leq 1$ Mín. div..

⁷ Este coeficiente mide la especialización de los distintos centros, comparando la importancia relativa de cada actividad industrial en cada centro con la de dicha actividad en el conjunto regional. De manera que el coeficiente será cero cuando en un centro determinado la importancia relativa de cada una de sus actividades coincida con la de cada una de las actividades del conjunto espacial considerado. Cuando un centro esté especializado en una única actividad, será 1. Mín. espec. $0 \leq CEj \leq 1$ Máx. espec.

| CUADRO 3: Coeficiente de especialización máximo para cada porcentaje de centros | | | | | | | | |
|--|-----------|-----------|-----------|-----------|----------|----------|----------|----------|
| % Centros | D1 | D2 | D3 | D4 | A | B | F | G |
| 25 | 0,33 | 0,12 | 0,33 | 0,13 | (0,56) | (0,49) | 0,35 | (0,60) |
| 50 | 0,37 | 0,21 | 0,41 | 0,19 | (0,71) | (0,68) | 0,39 | (0,70) |
| 75 | 0,44 | 0,26 | 0,55 | 0,23 | (0,78) | (0,77) | 0,42 | (0,80) |
| 100 | 0,52 | 0,61 | 0,79 | 0,59 | (0,99) | (0,99) | 0,60 | (0,95) |
| Leyenda: Idem CUADRO 1. Las cantidades entre paréntesis están calculadas considerando sólo los centros en los que existe la actividad en cuestión. | | | | | | | | |

6. REDUCIDO TAMAÑO DE LAS EMPRESAS

Utilizamos como medida del tamaño de las empresas, a falta de otra información, el número de empleos por industria, siendo conscientes de su insuficiencia como criterio único. La Cuarta Directiva de Sociedades de la Comunidad Europea establece, para determinar el tamaño de las empresas, la disponibilidad de al menos dos de los tres criterios siguientes: número de trabajadores, activo neto y volumen de ventas. En función de los mismos, clasifica del siguiente modo las empresas:

| CUADRO 4: Clasificación de sociedades en la CE | | | |
|---|---------------------------|--|-----------------------------------|
| | Nº de trabajadores | Activo neto (millones pts.) | Ventas (millones pts.) |
| Empresa pequeña | -50 | -250 | -900 |
| Empresa mediana | entre 50 y 250 | entre 250 y 500 | entre 900 y 1900 |
| Empresa grande | +250 | +500 | +1900 |
| Fuente: Bueno Campos y Morcillo (1993), pp. 166-167 | | | |

Para el caso extremeño los datos disponibles sólo permiten utilizar con fiabilidad al menos dos criterios -número de trabajadores y volumen de ventas- en las que hemos denominado GI, las que facturarán más de 200 millones en 1990.

De acuerdo con la clasificación anterior, sólo en Zafra aparecería una empresa grande. En Villafranca de los Barros, Jerez de los Caballeros y Olivenza aparecería mediana empresa, y en el resto del territorio todo sería pequeña empresa. En el Cuadro 5 hemos ordenado de mayor a menor, los promedios de cada característica -empleos, ventas, exportaciones- por establecimiento, en los porcentajes de centros que se indican. Se observan un reducido promedio de empleados por industria en la generalidad de las empresas, tanto de actividad industrial general como de primera transformación, y de gran industria. Ordenados en forma decreciente, el 25 % de los centros tiene como máximo

entre 5 y 11 empleos por empresa, para las industrias más tecnificadas y de mayor capacidad (IEG); entre 6 y 15 para las de primera transformación (IPT); y entre 43 y 73 para las que facturan más de 200 millones (GI). Entre estas últimas destaca Zafra, con un promedio de 278 empleos por industria.

| CUADRO 5: Promedio de cada característica por industria | | | | |
|--|------------------------------|----------------|----------------|-----------------|
| Característica | Proporción de centros | | | |
| | 0-25% | 25%-50% | 50%-75% | 75%-100% |
| D1 | 2 | de 2 a 4 | de 4 a 5 | de 5 a 11 |
| D2 | de 1 a 2 | de 2 a 4 | de 4 a 6 | de 6 a 15 |
| D3 | de 1 a 2 | de 3 a 5 | de 5 a 6 | de 7 a 16 |
| D4 | de 1 a 2 | de 2 a 3 | de 3 a 4 | de 5 a 15 |
| A | 0 | de 0 a 19 | de 19 a 47 | de 47 a 278 |
| B | 0 | de 0 a 350 | de 350 a 634 | de 634 a 2207 |
| F | de 8 a 15 | de 15 a 25 | de 25 a 37 | de 37 a 150 |
| G | 0 | de 0 a 29 | de 29 a 139 | de 139 a 696 |
| Leyenda: Idem CUADRO 1 | | | | |

Este reducido tamaño, reflejo del escaso potencial económico de la industria en la región, condiciona a su vez -conformando una especie de círculo vicioso- las posibilidades estratégicas y la competitividad de las empresas extremeñas. Limita seriamente la capacidad productiva y de innovación tecnológica de las mismas, al tiempo que no les permite aprovechar las posibles economías de escala que se habrían derivado del aumento del tamaño del mercado, como consecuencia de la integración en la Unión Europea.

7. LAS PRINCIPALES ACTIVIDADES INDUSTRIALES

La principal actividad industrial en la región es la transformación de productos agrarios. Ésta acapara el 65,88% del empleo total y el 54,34 % de las ventas de las 'grandes industrias'. Para estas éstas últimas, las empresas agrarias se manifiestan como las más productivas en conjunto, siendo la razón entre la proporción de ventas y la proporción de empleo de 1,8 para la industria agraria, y 0,67 para la no agraria.

En el Cuadro 6 podemos ver, en distintas variables manejadas, el peso relativo de la industria agraria y no agraria.

| CUADRO 6: Proporción de cada magnitud, en industria agraria y no agraria | | | |
|---|---------------------------------|------------------------------|--------------|
| | Porcentaje de No agraria | Porcentaje de Agraria | Total |
| D1 | 60,00 | 40,00 | 100 |
| D2 | 1,35 | 98,65 | 100 |
| Empleo total (D1+D2) | 34,12 | 65,88 | 100 |
| F | 66,71 | 33,29 | 100 |
| A | 61,90 | 30,10 | 100 |
| B | 41,66 | 54,34 | 100 |
| Leyenda: Ver CUADRO 1 | | | |

En el agregado de empleo en industrias agrarias -básicas y de industria en general- se observa una *importante proporción de actividades de primera transformación*, que absorben el 66,15% del empleo en agroindustria.

En el Cuadro 7 podemos ver la importancia relativa de la actividad de primera transformación y de la industria en general en la industria agraria y en la no agraria, medidas por el empleo en cada una de ellas.

| CUADRO 7: Proporción de actividad industrial de primera transformación y de industria en general | | | |
|---|---|---|--------------|
| | Porcentaje de primera transformación | Porcentaje de industria en general | Total |
| D3 | 1,75 | 98,25 | 100 |
| D4 | 66,15 | 33,85 | 100 |
| Empleo Total (D3 + D4) | 44,00 | 56,00 | 100 |
| Leyenda: Ver CUADRO 1 | | | |

Esta composición tecnológica y esta capacidad mínima de las empresas, unidas a su reducida dimensión, es un claro impedimento no ya para la reestructuración de los establecimientos y de los sectores industriales locales, sino para el desarrollo industrial regional en el escenario económico actual, para el crecimiento de las empresas y la creación de verdaderas organizaciones empresariales, aptas para elaborar y adoptar estrategias competitivas.

8. ASOCIACIONES GEOGRÁFICAS ENTRE LOS DISTINTOS TIPOS DE EMPRESA, EL NÚMERO DE HABITANTES Y LA SUPERFICIE DE REGADÍO

Para conocer la interrelación entre las distintas variables manejadas -las relativas a IPT, a IEG, a GI, a exportaciones y, además, el número de habitantes y las hectáreas de regadío-, hemos medido el grado de asociación existente entre ellas a través del Coeficiente de asociación geográfica de Florence, el cual⁸ nos señala -como los de correlación de Pearson y de Spearman, que en este caso hemos encontrado de menor utilidad- *asociaciones o concordancias positivas y bastante significativas entre las distintas variables consideradas*. Especialmente entre el empleo en IEG, el empleo en IPT, la potencia instalada, y el volumen de ventas de las GI.

Resumiendo los resultados del coeficiente, deducimos que la actividad industrial IEG -que, como ya se ha señalado, es la que utiliza procesos tecnológicos más complejos y la de mayor capacidad productiva-, se asocia tanto a empresas agrarias como no agrarias, si bien se inclina ligeramente en favor de éstas últimas. La IEG se localiza principalmente en los centros más poblados, en los que hay IPT, y en aquellos donde se ubican las GI de mayor producción; y de las propias IEG se asocia a las de mayor montante de inversión real. Todo lo cual nos indica que *se están produciendo algunas economías de aglomeración de localización externa entre la IEG (no agrarias y agrarias no básicas) y la IPT, así como entre la IEG y la GI*.

La actividad industrial dedicada a procesos industriales de primera transformación (IPT) se vincula fundamentalmente a la empresa agraria; aparece en aquellos centros en los que existen industrias de IEG, en los más poblados, donde hay establecimientos de GI -dentro de éstos los de mayor producción-, y en los de mayor superficie de regadío (esta actividad es la de mayor asociación con la superficie de regadío, con un de Florence de 0.62)

En cuanto al volumen de ventas de las (GI), se asientan junto a las de mayor tamaño de las actividades industriales IEG; las agrarias y las no agrarias; y con los centros más poblados. Guardan menor asociación con la IPT, si bien esta es significativa, y mucho menor con la superficie de regadío de cada centro.

Si atendemos a la inversión real, va asociada, en cada centro, a la existencia de IEG, a las ventas de las GI y al número de habitantes. La actividad exportadora, se va a producir fundamentalmente en los centros con mayor montante de inversión real y en los más poblados. En el Cuadro 8 podemos ver una síntesis de los resultados obtenidos al aplicar el Coeficiente de Florence.

⁸ El Coeficiente de Florence mide la asociación geográfica entre dos variables a partir de la comparación de la importancia relativa de las mismas en cada unidad espacial. Oscila entre 0 y 1, significando cuando toma el valor 1 que la asociación geográfica entre dichas variables es perfecta, y cuando toma el valor 0 que no existe asociación geográfica alguna.

CUADRO 8: Coeficiente de Florence

| | Mayores concordancias Por encima de 0,65 | Menores concordancias Por debajo de 0,65 |
|-----------|---|---|
| D1 | $I > E1 > D2 > B > F > E2 > C > A$ | $J < G < H$ |
| D2 | $E1 > I > E2 > D1 > C > B$ | $A < G < H < F < J$ |
| A | $B > C > D1$ | $J < E2 < G < F < D2 < H < E1$ |
| B | $C > A > D1 > I > D2 > E1$ | $J < G < F < H$ |
| F | $D1 > I > E1$ | $J < H < A < E2 < C < G < B < D2$ |
| G | H | $J < A < E2 < C < D2 < I < E1 < F < D1 < B$ |

Leyenda: Idem CUADRO 1

Hemos comprobado que la asociación geográfica entre la importancia relativa de cada variable y la superficie de regadío es inferior al 65% para todas las variables consideradas. Posiblemente, si trabajásemos a escala municipal o si agrupásemos los municipios según comarcas agrarias, dicha asociación fuese mayor. Observando el mapa siguiente, donde se recoge la distribución de la superficie de regadío en la región, si lo superponemos al Mapa 1, vemos que existe una importante coincidencia entre las localizaciones de la industria y del regadío en el *corredor del Norte* y en el *corredor del Guadiana*.

Mapa 2
LOCALIZACION DE LAS ZONAS REGABLES
DE EXTREMADURA
 Fuente: Baigorri (1994)



CUADRADO, J.R. Y AURIOLES, J. (1989): La localización industrial en España. Factores y tendencias, Madrid, FIES.

CUADRADO, J.R. (editor) (1990): El crecimiento regional español ante la integración europea, Madrid. Ministerio de Economía y Hacienda.

DELGADO RODRÍGUEZ, M.J. (1992): Análisis de la industria en Extremadura a partir de la Encuesta Industrial, en ZAPATA, S. (Editor) (1995): La industria de una región no industrializada: Extremadura 1750-1990, en prensa.

DRUCKER, P. (1989): "Factores positivos y negativos de la localización industrial. El punto de vista de la dirección" Política regional de la Europa de los años '90, Madrid, Ministerio de Economía y Hacienda, pp. 337-346.

FOMENTO DE LA PRODUCCIÓN, (1990): España 25.000, Barcelona, Fomento de la Producción.

GARCIA TABUENCA, A. (1978): "El Estado actúa como Celestina del gran capital nacional y extranjero ofreciéndole los frutos del regadío", en Extremadura saqueada. Recursos naturales y autonomía regional, Barcelona, Ruedo Ibérico.

GAVIRIA, M., NAREDO, J.M. y SERNA, J. (Coords) (1978): Extremadura saqueada. Recursos naturales y autonomía regional, Barcelona Ruedo Ibérico.

GIRALDEZ, E. (1984): "Comportamiento espacial de la inversión industrial durante el periodo 1969-1980", Economía Industrial, 235, pp. 159-172.

INGLADA, V. (1993): "El papel de las infraestructuras en la competitividad y el desarrollo económico", Ciudad y Territorio. Estudios Territoriales, vol. I Tercera época, 97, pp. 397-409.

KRUGMAN, P. (1992): "Motivos y dificultades en la política industrial", en Política Industrial. Teoría y práctica, Madrid, Economistas Libros

MANCHA, T. (1988): "Análisis y problemas de la industria extremeña. La política industrial de La Junta de Extremadura", Economía Industrial, 263/264, pp. 189-205.

– (1991): "La industria extremeña en el contexto del Mercado Único Europeo: Situación actual y valoración de posibilidades", Economía Industrial, 287, pp. 171-186.

MÉRENNE-SCHOUMAKER, B.,(1991): La localisation des industries, Paris. NATHAN Universite.

MYRO, R. (1990): "Especialización sectorial y ventajas competitivas de la industria en las comunidades autónomas españolas" en CUADRADO, J.R. (editor), El crecimiento regional español ante la integración europea, Madrid.

PRECEDO, A.(1989): Teoría geográfica de la localización industrial, Santiago de Compostela. Universidad de Santiago de Compostela.

RAMAJO TEJEDA, M. (1993 a): Políticas industriales en Extremadura en ZAPATA, S. (Editor) (1995): La industria de una región no industrializada: Extremadura 1750-1990, en prensa.

- (1993 b): La competitividad de la industria manufacturera extremeña y sus factores determinantes, en ZAPATA, S. (Editor) (1994): La industria de una región no industrializada: Extremadura 1750-1990, en prensa.

SANCHEZ ZABALA, R. (1992): Comarcalización funcional y ordenación del territorio en Extremadura, Cáceres. Departamento de Geografía de la Universidad de Extremadura y otros.

SCHEIFLER, M.A. (1993): "Nuevas tendencias en la teoría y práctica de la localización", Economía Industrial, 289, pp. 163-170.

SEGURA, J. (1992): "Política industrial: algunos problemas actuales", en Política Industrial. Teoría y Práctica, Madrid. Economistas Libros.

VELARDE, J., GARCÍA DELGADO, J.L., Y PEDREÑO, A. (1990) (editores): La industria española. Recuperación, estructura y mercado de trabajo, Madrid. Economistas Libros.

VILLAVARDE, J.(1992), Los desequilibrios regionales en España, Madrid, Instituto de Estudios Económicos.

ZAPATA BLANCO, S.(editor), (1995): La industria de una región no especializada. Extremadura 1750-1990en prensa.

EVOLUCIÓN ECONÓMICA, TENDENCIAS DEMOGRÁFICAS Y SEGURIDAD SOCIAL

BEGOÑA EGUÍA PEÑA

Escuela Universitaria de Estudios Empresariales de Bilbao
Universidad del País Vasco

1. INTRODUCCIÓN

La evolución demográfica y la crisis económica, junto con las elevadas tasas de desempleo que ésta implica, pueden constituir una amenaza para todos aquellos países con un sistema público de pensiones basado en el reparto. Este hecho justifica que en los últimos años se esté cuestionando la viabilidad financiera de la Seguridad Social.

Uno de los principales problemas al que se enfrenta la mayoría de los países desarrollados es el previsible envejecimiento de la población en las últimas décadas, envejecimiento que se acelerará a partir del año 2.020. Por un lado, la tasa de natalidad, tras el crecimiento demográfico de los años 60-70, está experimentando una progresiva caída; este hecho no afecta de forma inmediata al número de cotizantes pero se hará notar cuando se incorporen a la vida laboral, afectando a la relación de dependencia. Por otro lado, el ligero aumento de la esperanza de vida hace que el número de pensionistas por trabajador que cotiza a la Seguridad Social aumente de forma paulatina a lo largo de los años. Además, hay que tener en cuenta que la edad media de retiro está disminuyendo de forma significativa. Estos factores, en un sistema de pensiones como el de nuestro país, que depende de la relación entre el número de cotizantes y de pensionistas y en el que las elevadas tasas de desempleo son la nota dominante, están amenazando la capacidad financiera de la Seguridad Social. Es decir, el hecho de que las prestaciones económicas se basen en gran parte en las aportaciones de los trabajadores en activo, obliga a plantearse las posibles dificultades financieras de este organismo. Además, no hay que olvidar que este envejecimiento de la población originará también una serie de efectos sociales y económicos de gran relevancia para la economía (reducción en la productividad media debido al cambio en la estructura por edades de la población trabajadora, disminución del ahorro nacional debido al aumento de la proporción de ancianos con menores tasas de ahorro...).

El propósito de este trabajo consiste precisamente en analizar cómo la estructura de la población y la escasa capacidad de la economía para generar empleo afectan a la actividad económica, y más concretamente, a la financiación del sistema público de pensiones. Por este motivo, realizo un estudio de los principales aspectos demográficos y económicos, así como de la evolución, en estos últimos años, de las principales fuentes de ingreso y gasto de la Seguridad Social. Estos factores, como se mostrará, siguen una pauta muy distinta en el momento de creación de este organismo y en la actualidad, cuando tanto el volumen de pensionistas como de cotizantes se ha visto alterado por el cambio en las tendencias de la población, y por la persistencia de altas tasas de desempleo.

2. EVOLUCIÓN ECONÓMICA

En la mayoría de los países occidentales, los sistemas públicos de protección social fueron adoptados y generalizados en las décadas posteriores a la Segunda Guerra Mundial. En España, concretamente, hasta 1.966 no se inició el tránsito hacia un sistema de Seguridad Social de reparto¹. Estos períodos iniciales estaban caracterizados por la coexistencia de un alto crecimiento económico y un elevado nivel de empleo. Así, por ejemplo, en 1.966 la tasa de crecimiento superó el 7%, mientras que la tasa de paro era prácticamente nula, del 0,59%. En los últimos años, sin embargo, se puede apreciar un cambio notable en la coyuntura. Las elevadas tasas de desempleo, que alcanzan el 18,4% en 1.992 y un valor aún mayor los dos años siguientes con un 23,9%, van acompañadas de un escaso crecimiento económico, que puede incluso alcanzar tasas negativas como en 1.993, que experimentó una caída del 1,02%. El cambio es claro: se ha pasado de una situación de casi pleno empleo a una situación de desempleo creciente.

Al comparar, por ejemplo, la situación actual con la de hace tres décadas se puede apreciar que el número de ocupados es prácticamente el mismo (11,7 millones), pero tal similitud no se advierte al analizar el volumen de población total. Éste ha estado aumentando de forma progresiva pasando de los 31,7 millones en 1.964 a los 39,1 a finales de 1.994. Esto supone que el individuo que dispone de una ocupación tiene que soportar a un número mayor de población no trabajadora (parados, jubilados, incapacitados...). Si en 1.964 cada empleado tenía que mantener a 1,7 habitantes, ya a finales del año 1.994 la relación había aumentado hasta 2,3.

Esta escasa capacidad de la economía española para generar empleo, unida al progresivo envejecimiento de la población y a las dificultades existentes en la gestión y el control del sistema de pensiones, son cuestiones que nos obligan a reflexionar sobre si los futuros cotizantes serán capaces de mantener a una población en la que cada vez estará presente un menor número de gente activa. Esto es, habrá que plantearse si el desequilibrio entre activos y pasivos tendrá repercusiones importantes en el sistema desde el punto de vista de su financiación o, si por el contrario, no se presentarán dificultades económicas en el mantenimiento de las prestaciones públicas.

3. FUENTE PRINCIPAL DE GASTO E INGRESO DE LA SEGURIDAD SOCIAL: PENSIONES Y COTIZACIONES

Una vez analizado el contexto económico en el que se creó la Seguridad Social y la coyuntura actual, me parece relevante llevar a cabo un estudio sobre las principales fuentes de ingreso y gasto de este organismo. Centrándome únicamente en las prestaciones económicas² que proporciona, pueden destacarse, entre otras, las de jubilación, las de invalidez (por accidente, enfermedad o cualquier otra

¹ La ley de bases de la Seguridad Social, que suponía como principal incorporación la sustitución del principio de ahorro y de capitalización (existente hasta ese momento) por el de reparto, se aprobó en 1.966 y no entró en vigor hasta 1.967.

² La cobertura social proporcionada por la Seguridad Social recoge varios grupos de prestaciones: económicas, sanitarias y sociales, que están gestionadas por distintas entidades: INSS, INSALUD, INSERSO.

causa) y las de supervivencia (viudedad, orfandad y asistencia a la familia), siendo las primeras mi principal punto de atención, ya que cuantitativamente son las más importantes. No obstante, no hay que olvidar que los esquemas seguidos para su financiación son distintos. Nuestro país da cobertura al conjunto de la población mediante dos modalidades de protección; una de ellas a través de cotizaciones sociales y la otra, que proporciona rentas a aquellas personas excluidas del nivel contributivo con el fin de asegurar su bienestar, financiada esencialmente por las aportaciones del estado. Es decir, a excepción fundamentalmente de las pensiones no contributivas se sigue manteniendo un fuerte componente contributivo en la financiación de este organismo público.

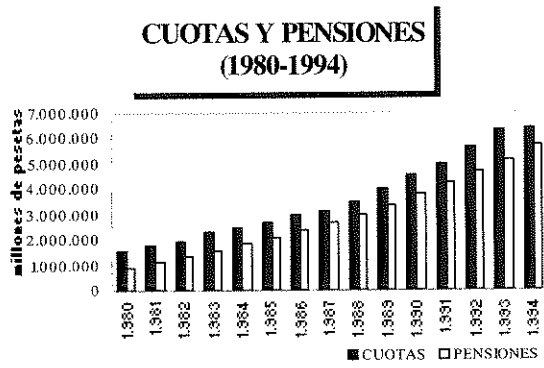
El análisis de la evolución de las cotizaciones resulta, por lo tanto, relevante al considerarse un buen indicador del mercado laboral, y consiguientemente, un factor crucial a la hora de analizar la principal fuente de ingresos de la Seguridad Social. Es decir, la crisis económica y el importante crecimiento que está experimentando el desempleo son dos de las cuestiones claves a la hora de analizar la viabilidad financiera del sistema público de pensiones

La evolución de estas cuotas recibidas por la Seguridad Social y de las prestaciones que ha concedido, a lo largo del período 1.980-1.994, queda reflejada en el cuadro 1 y en el gráfico 1:

CUADRO 1 Y GRAFICO1: CUOTAS Y PENSIONES 1980-1994

| ANOS | CUOTAS | PENSIONES | CUOTA/PENSIÓN |
|------|-----------|-----------|---------------|
| 1980 | 1.597.885 | 875.049 | 1,826052027 |
| 1981 | 1.768.965 | 1.106.889 | 1,598141277 |
| 1982 | 1.971.746 | 1.317.765 | 1,496280445 |
| 1983 | 2.284.337 | 1.591.020 | 1,435768878 |
| 1984 | 2.458.819 | 1.869.730 | 1,315066346 |
| 1985 | 2.682.784 | 2.119.560 | 1,265726849 |
| 1986 | 3.001.257 | 2.407.835 | 1,246454595 |
| 1987 | 3.145.235 | 2.647.046 | 1,188205645 |
| 1988 | 3.484.256 | 2.951.176 | 1,180633076 |
| 1989 | 4.026.136 | 3.328.870 | 1,209460267 |
| 1990 | 4.550.408 | 3.780.659 | 1,203601806 |
| 1991 | 5.025.661 | 4.223.314 | 1,189980428 |
| 1992 | 5.656.186 | 4.721.238 | 1,198030262 |
| 1993 | 6.316.330 | 5.175.415 | 1,220448988 |
| 1994 | 6.409.526 | 5.697.022 | 1,125066043 |

Fuente: Cuentas y Balances de la Seguridad Social (1980-1994). Cuotas y pensiones contributivas en millones de pesetas.



Del análisis de las principales fuentes de ingreso y gasto de este organismo³, se aprecia que a comienzos de los años ochenta, y a pesar de que empezaban a brotar las consecuencias de la crisis del 79, lo que ingresaba por cuotas superaba en gran medida a las pensiones que debía pagar, llegando casi

³ Si bien las cotizaciones sociales suponen el mayor porcentaje de los ingresos de la Seguridad Social, no hay que olvidar que hay otras partidas de ingresos. Así, ordenadas según su importancia cuantitativa, están las aportaciones del Estado (para cubrir la asistencia sanitaria, las pensiones mínimas y otros tipos de transferencias), las aportaciones del INEM y algunos préstamos

a duplicarse esta relación en 1.980. Sin embargo, en estos últimos años, las prestaciones han aumentado a una tasa más elevada que las aportaciones de las empresas y de los trabajadores, llegando prácticamente a igualarse ambos flujos el pasado año. Este desarrollo es, en cierta medida, debido a las tasas tan elevadas que ha alcanzado el desempleo, y al aumento progresivo en el número de jubilaciones a lo largo de este período. Sin embargo, todavía en 1.993 y 1.994, años con una mala situación económica y con un fuerte incremento del número de desempleados, las cuotas de los empresarios y de los trabajadores parecen ser suficientes para financiar estas pensiones. Por eso, se puede concluir que aún en un ciclo bajo de actividad económica y empleo, no existen problemas financieros graves a corto plazo.

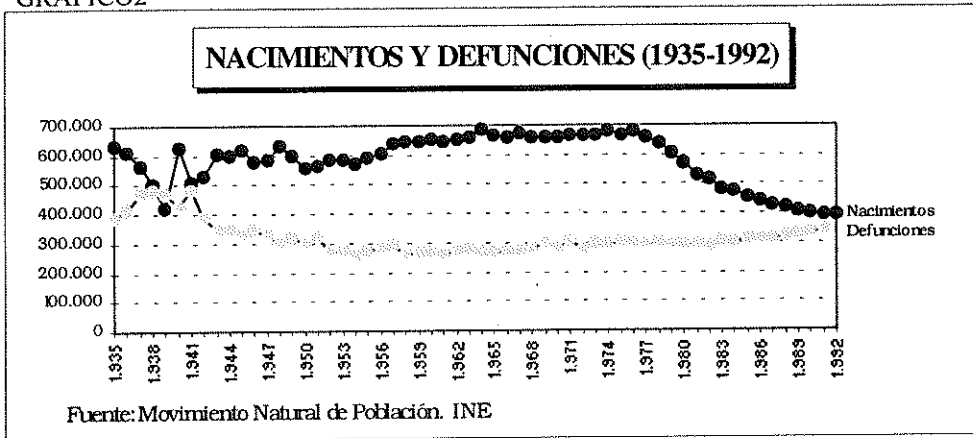
Sin embargo, dada la evolución de la pirámide poblacional y las elevadas tasas de desempleo de nuestra economía, si no se modifican los esquemas presentes el sistema de reparto actual puede resultar insostenible en un futuro no demasiado lejano. La elevación de las tasas de longevidad y la caída de la natalidad, así como la tendencia a una jubilación anticipada en un contexto de escasez de puestos de trabajo pueden amenazar el mantenimiento del sistema de pensiones. Estas tendencias obligarían al Estado a realizar un mayor desembolso para compensar las diferencias entre los ingresos por cotizaciones y los pagos por prestaciones (hay que tener en cuenta que nuestro sistema también financia las pensiones no contributivas, es decir, las pensiones de personas excluidas del nivel contributivo para asegurar su bienestar), por eso, quizá, y siendo pesimista sobre la evolución del mercado laboral, deberían emprenderse algunas reformas que garantizaran la financiación de este organismo.

4. EVOLUCIÓN DEMOGRÁFICA

Los aspectos demográficos, por lo tanto, son de gran relevancia en el análisis que pretendo realizar, ya que condicionan fuertemente la relación entre el número de los que aportan recursos al sistema de Seguridad Social y de los que los reciben.

La mayor esperanza de vida y la menor tasa de natalidad son las causas de esta tendencia demográfica. Así, de los datos presentados en el gráfico 2, que revelan la evolución del número de nacimientos a lo largo del período comprendido entre 1.935 y 1.992, se puede apreciar un mayor crecimiento a lo largo de la década de los sesenta y setenta, correspondiendo con la etapa del “boom” demográfico en la mayoría de los países occidentales. Por ejemplo, 1.966 alcanzó el valor más alto de este período con 688.708 nacimientos. Tras estos años, el comportamiento de la natalidad ha sufrido un cambio brusco, pasando a seguir una tendencia descendente. Esta caída en épocas recientes, y el estancamiento actual (en 1.991 y 1.992 el número de nacimientos fue similar), unido a la crisis económica antes citada, serán factores determinantes de la viabilidad financiera de la Seguridad Social.

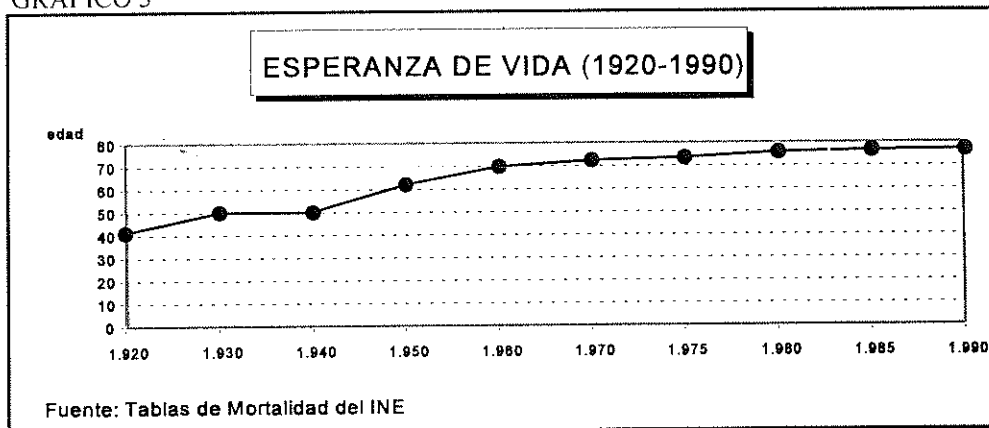
GRÁFICO 2



Pero las tendencias demográficas no vienen sólo caracterizadas por la caída en la natalidad, sino que la menor tasa de mortalidad es otro hecho que está presente en estos últimos años. En la época de la guerra civil, el valor tan elevado que ésta alcanzó fue la nota predominante, pero a partir de ese período, empezó un descenso continuo que tiende ya, en la actualidad, a la estabilización. Se constata incluso un pequeño ascenso desde el 7,77 por 1.000 habitantes en 1.981 hasta el 8,65 diez años más tarde.

Alternativamente podríamos fijarnos en la esperanza de vida de los individuos. Su evolución ascendente, representada en el gráfico 3, nos refleja un período de vida más prolongado para la población en general: desde los 41 años que vivía una persona en 1.920, por término medio, hasta casi los 77 en 1.990. Las políticas de bienestar llevadas a cabo en nuestra economía así como todos los avances habidos en el terreno de la sanidad son algunos de los factores que procuran este alargamiento del período de vida de los ciudadanos.

GRÁFICO 3



Tendencias semejantes siguen otros países. Por ejemplo, según se muestra en el cuadro 2, en 1.992, Irlanda, Finlandia y Dinamarca, en esperanza de vida, se aproximaban a los 75 años, Reino Unido, Alemania y Bélgica a los 76, a los 77 España, Grecia o Italia, y alcanzando los 78 estaba Suecia [véase Fabel (1.994)].

Si se mantuviese la tendencia actual, se podría pensar que la mayoría de los países europeos seguirán una evolución demográfica bastante semejante. Como se aprecia en el cuadro 2, que recoge datos proporcionados por el Banco Mundial, la población tenderá al estancamiento en la mayoría de los países europeos. Unas tasas de natalidad bastante reducidas y una elevada esperanza de vida son las dos notas características de todos ellos, de aquí que, continuamente se haga alusión a unas sociedades europeas cada vez más viejas.

CUADRO 2: PROYECCIONES DEMOGRÁFICAS

| | POBLACIÓN (millones) | | | TASA DE FECUNDIDAD ¹ | | | Año Hipotético | Esperanza de vida(1.992) | %+ 65 años/pobla total | | |
|-------------|----------------------|-------|-------|---------------------------------|-------|-------|----------------|--------------------------|------------------------|------|-------|
| | 1.992 | 2000* | 2025* | 1.970 | 1.992 | 2000* | | | 1950 | 1990 | 2040* |
| ALEMANIA | 81 | 81 | 75 | 2,0 | 1,3 | 1,3 | 2.030 | 76 | 9,3 | 15,5 | 27,6 |
| AUSTRIA | 8 | 8 | 8 | 2,3 | 1,6 | 1,6 | 2.030 | 77 | | | |
| BÉLGICA | 10 | 10 | 10 | 2,2 | 1,6 | 1,6 | 2.030 | 76 | 11,0 | 14,2 | 21,9 |
| DINAMARCA | 5 | 5 | 5 | 1,9 | 1,8 | 1,8 | 2.030 | 75 | 9,1 | 15,3 | 24,7 |
| ESPAÑA | 39 | 39 | 38 | 2,8 | 1,2 | 1,2 | 2.030 | 77 | 7,3 | 12,7 | 22,7 |
| FINLANDIA | 5 | 5 | 5 | 1,8 | 1,9 | 1,9 | 2.030 | 75 | | | |
| FRANCIA | 57 | 59 | 63 | 2,5 | 1,8 | 1,8 | 2.030 | 77 | 11,3 | 13,8 | 22,7 |
| GRECIA | 10 | 11 | 11 | 2,3 | 1,4 | 1,4 | 2.030 | 77 | 6,7 | 12,3 | 21,0 |
| HOLANDA | 15 | 16 | 16 | 2,6 | 1,6 | 1,6 | 2.030 | 77 | 7,7 | 12,7 | 24,8 |
| IRLANDA | 4 | 4 | 4 | 3,9 | 2,0 | 2,0 | 2.030 | 75 | 10,6 | 11,3 | 16,9 |
| ITALIA | 58 | 58 | 54 | 2,4 | 1,3 | 1,3 | 2.030 | 77 | 8,0 | 13,8 | 24,2 |
| LUXEMBURGO | | | | | | | | 76 | 9,8 | 14,6 | 22,0 |
| PORTUGAL | 10 | 10 | 10 | 2,8 | 1,5 | 1,5 | 2.030 | 74 | 6,9 | 10,2 | 20,4 |
| REINO UNIDO | 58 | 59 | 61 | 2,4 | 1,8 | 1,8 | 2.030 | 76 | 10,7 | 15,1 | 20,4 |
| SUECIA | 9 | 9 | 9 | 1,9 | 2,1 | 2,1 | 1.995 | 78 | | | |
| | | | | | | | | | | | |
| EE.UU | 255 | 276 | 323 | 2,5 | 2,1 | 2,1 | 1995 | 77 | | | |
| CANADÁ | 27 | 30 | 34 | 2,3 | 1,9 | 1,9 | 2030 | 78 | | | |
| JAPÓN | 124 | 127 | 124 | 2,1 | 1,5 | 1,5 | 2030 | 79 | | | |

¹ Tasa de fecundidad media: número medio de hijos por mujer

² Año Hipotético de poblac.

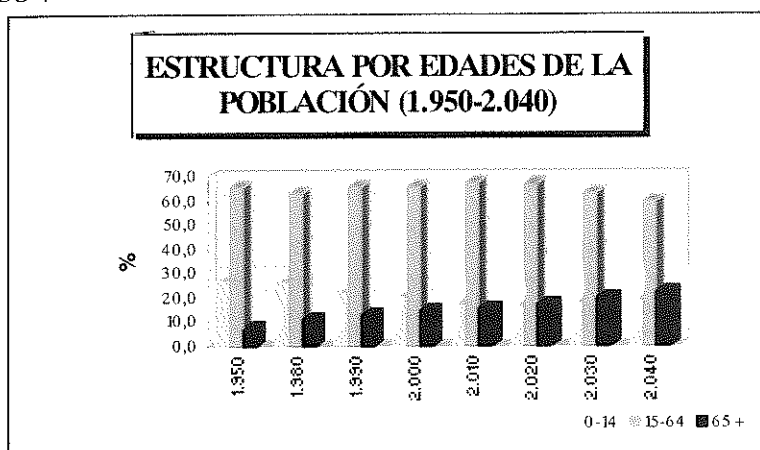
* Predicciones

Fuente: Monasterio (1989) y Banco Mundial

El rápido crecimiento en la proporción de la población mayor de 65 años y el menor ritmo de crecimiento de la población activa son otros hechos presentes en todos estos países (véase Monasterio (1989)). Por ejemplo, en 1.990 la proporción de jubilados sobre el total de la población era del 13,8% en Italia y Francia, pero las previsiones nos llevan a un aumento en esta fracción hasta el 24,2% y 22,7%, respectivamente, en 2.040. De igual forma, para Reino Unido se prevé un aumento del 15,1 al 20,4%.

Centrándome únicamente en el caso español, y basándome en las previsiones del Banco Mundial, la población española para el año 2.025 oscilará en torno a los 38 millones de habitantes, alcanzándose el crecimiento cero cinco años más tarde. Además, si se realiza un estudio por edades (véase el gráfico 4), se puede apreciar que la población mayor de 65 años pasará de representar el 12,7% en 1.990, al 17% en el año 2.020 y un porcentaje aún mayor en el 2.040 (22,7%).

GRÁFICO 4



La tendencia seguida por la población que se encuentra en edad de trabajar es justo la contraria. Si bien en 1.990 suponía un 65,6%, las previsiones para el año 2.040 apuntan hacia una caída hasta el 59,4%.

La principal conclusión a la que se llega analizando estos datos es que la pirámide de la población se está invirtiendo, ya que cada vez más ancianos y un menor número de jóvenes. Este factor, unido a la escasa capacidad que tiene nuestra economía para generar empleo, nos lleva a pensar que cada vez habrá más jubilados que deberán cobrar de una menor masa de cotizantes. Esto generará, entre otras cosas, una fuerte presión sobre los sistemas actuales de protección social, ya sobrecargados por el importante volumen de gasto que suponen las actuales pensiones contributivas y no contributivas, la asistencia sanitaria, los servicios sociales.... De aquí que sea necesaria la modificación del actual sistema de financiación si la Seguridad Social no quiere poner en peligro su viabilidad económica.

5. EDAD DE RETIRO

Ya desde la época de la postguerra, y en particular desde los años sesenta y setenta, en la mayoría de los países industrializados, la edad media de retiro está experimentando una caída significativa. La evolución de las tasas de participación de los trabajadores de mayor edad en el mercado laboral junto con las tasas de desempleo de este colectivo reflejan este fenómeno. Así, en Francia las primeras pasan de representar el 36,4% de la población activa en 1.966 al 17,6% en 1.990. En Reino Unido estas tasas oscilan entre el 53,8 y el 36,5% en idéntico período. De igual forma, la caída en USA fue del 37,7 al 29,1% o Japón que en 1.990 alcanzaba el 44,2% partiendo de un 52,2% en 1.966 (véase Fabel (1994)). Una tendencia semejante se aprecia en la economía española. Desde 1.966, año en el que se aprueba el sistema de reparto como método de financiación de la Seguridad Social, la participación en la fuerza de trabajo de estos individuos está disminuyendo de forma progresiva. En particular, y haciendo referencia a los datos que aparecen en el cuadro 3, estas tasas para los mayores de 55 años han caído del 17,7% en 1.976 al 13,44% en 1.994. Si se realiza un análisis conjunto de estas tasas y las de paro, se constata que la menor presencia en el mercado laboral de este colectivo no es debida a la elevación del desempleo, que sigue una tendencia constante e incluso decreciente en algunos períodos, sino que es la jubilación cada vez más temprana de los individuos la causa que motiva este fenómeno.

CUADRO 3: PARTICIPACIÓN DE MAYORES DE 55 AÑOS EN EL MERCADO LABORAL

| | OCUPADOS TOTALES | PARADOS TOTALES | OCUPADOS DE + 55 AÑOS | PARADOS DE + 55 AÑOS | OCUPADOS DE +55/TOTAL | PARADOS DE +55/TOTAL |
|-------|---------------------|--------------------|--------------------------|-------------------------|--------------------------|-------------------------|
| 1.976 | 12.475,1 | 632,5 | 2.207,6 | 48,0 | 17,70% | 7,59% |
| 1.977 | 12.328,3 | 676,0 | 2.179,7 | 52,6 | 17,68% | 7,78% |
| 1.978 | 12.103,2 | 906,9 | 2.163,6 | 63,7 | 17,88% | 7,02% |
| 1.979 | 11.911,6 | 1.122,7 | 2.128,7 | 75,9 | 17,87% | 6,76% |
| 1.980 | 11.557,1 | 1.487,8 | 2.077,6 | 95,8 | 17,98% | 6,44% |
| 1.981 | 11.230,6 | 1.853,7 | 2.026,0 | 118,4 | 18,04% | 6,39% |
| 1.982 | 11.116,6 | 2.120,4 | 1.978,5 | 132,7 | 17,80% | 6,26% |
| 1.983 | 11.044,4 | 2.340,6 | 1.967,4 | 140,0 | 17,81% | 5,98% |
| 1.984 | 10.743,2 | 2.728,2 | 1.904,4 | 187,9 | 17,73% | 6,89% |
| 1.985 | 10.641,1 | 2.938,5 | 1.839,5 | 196,9 | 17,29% | 6,70% |
| 1.986 | 10.880,9 | 2.932,9 | 1.770,9 | 209,4 | 16,28% | 7,14% |
| 1.987 | 11.368,9 | 2.937,7 | 1.795,1 | 184,2 | 15,79% | 6,27% |
| 1.988 | 11.772,7 | 2.847,8 | 1.827,3 | 165,7 | 15,52% | 5,82% |
| 1.989 | 12.258,3 | 2.560,8 | 1.864,0 | 167,0 | 15,21% | 6,52% |
| 1.990 | 12.578,8 | 2.441,2 | 1.847,3 | 152,4 | 14,69% | 6,24% |
| 1.991 | 12.609,4 | 2.463,7 | 1.819,8 | 157,9 | 14,43% | 6,41% |
| 1.992 | 12.366,3 | 2.788,5 | 1.784,2 | 175,8 | 14,43% | 6,30% |
| 1.993 | 11.837,6 | 3.481,2 | 1.684,4 | 203,7 | 14,23% | 5,85% |
| 1.994 | 11.716,8 | 3.751,4 | 1.575,0 | 204,0 | 13,44% | 5,44% |

Fuente: EPA

Por lo tanto, las menores tasas de participación de los mayores de 55 años en el mercado laboral, o en este caso, la disminución paulatina de la edad de jubilación, son notas que caracterizan el comportamiento de los trabajadores. Este cambio en la conducta de una persona a la hora de decidir jubilarse de forma anticipada parece estar asociado a varios factores. Por un lado, la cobertura prestada por la Seguridad Social incentiva a los individuos a una jubilación más temprana, ya que ven garantizada una renta que les permitirá, al menos en parte, financiar su retiro; esto les genera un fuerte estímulo a abandonar la vida activa para destinar una mayor parte de su tiempo al ocio. Por otra parte, el adelantamiento de la edad media de retiro también ha sido favorecido, en parte, por la práctica de jubilaciones anticipadas como consecuencia de los procesos de reconversión industrial.

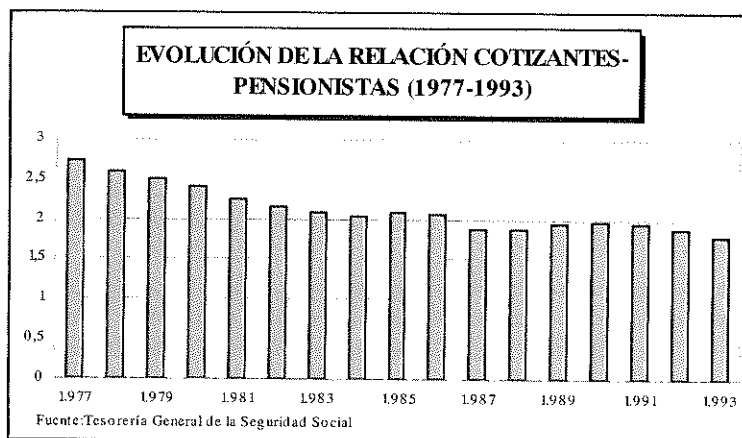
Esta disminución paulatina en la edad de jubilación, debida a estos y otros muchos factores, parece ser un obstáculo en el mantenimiento de las pensiones. Es decir, además de los cambios demográficos por los que están atravesando muchas economías en la actualidad, la alteración en la conducta del retiro, también es otro factor que acentúa los problemas financieros de la Seguridad Social. El hecho de que exista una tendencia creciente a la jubilación anticipada, hace que sea mayor la cuantía y el período de tiempo que el sistema público de pensiones se vea obligado a proporcionar estas prestaciones. Por eso, esta actitud se considera frecuentemente como una de las responsables de los problemas que puede tener en un futuro este organismo público. Por este motivo, varios países, entre los que se encuentra España, se están planteando reformas tendentes a flexibilizar el momento del retiro, ofreciendo la oportunidad de prolongar voluntariamente la vida laboral. Es decir, se pretende evitar una edad única de jubilación, promocionando su ampliación en algunos sectores y facilitando su adelantamiento para los trabajadores dedicados a actividades más peligrosas. Esta iniciativa es considerada una posible salida para resolver los previsibles problemas financieros de la Seguridad Social aunque, para que la medida tuviese un mayor éxito, se requeriría además una baja tasa de paro.

6. CONCLUSIONES

El sistema de reparto que sirve de base a la Seguridad Social de nuestro país y de otras economías europeas parece encontrarse en estado crítico. Este hecho se fundamenta principalmente en la caída que se ha producido en los últimos años en la relación entre los cotizantes y los beneficiarios de las pensiones, y que se prevé siga sucediendo en el futuro. Precisamente, el gráfico 5 recoge la evolución del ratio de dependencia, es decir, de la proporción de los que pagan respecto de los que cobran, a lo largo de estos últimos años.

Como se aprecia, la tasa de dependencia ha pasado de 2,8 activos por cada pensionista a 1,8 entre 1.977 y el momento actual. Es decir, el número de cotizantes por cada receptor de prestaciones ha disminuido en los últimos años y lo seguirá haciendo previsiblemente en los próximos.

GRÁFICO 5



Son varios los motivos que me conducen a esta conclusión: la crisis económica con las elevadas cifras de desempleo que ella conlleva, el aumento en la esperanza de vida, la caída en la natalidad, el adelantamiento de la edad de retiro, el elevado nivel de fraude y la dificultad en la gestión del sistema...

Por un lado, la pirámide de la población se está invirtiendo con el paso de los años. La mayor esperanza de vida y el menor número de nacimientos son las dos notas que caracterizan esta tendencia, provocando un aumento más rápido en el volumen de jubilados que en el de individuos en edad de trabajar. Por otro lado, la coyuntura económica que se caracteriza por la escasez de puestos de trabajo no favorece en modo alguno la situación financiera de la Seguridad Social, puesto que esta escasa reactivación del empleo provoca un crecimiento muy reducido de la población activa. Si a esto le añadimos el factor agravante de que los jubilados tienden a adelantar la edad a la que deciden abandonar el mercado laboral y, por lo tanto, prolongar el período de recepción de prestaciones, llegará un momento en que la carga financiera de la Seguridad Social sea excesiva y tengan que plantearse una serie de reformas.

De seguir las tendencias actuales, este sistema público no podrá proporcionar la cobertura suficiente para toda la sociedad. Por eso, ahora nos puede surgir una cuestión: ¿qué medidas deben emprenderse en la actualidad para asegurar el futuro de este sistema de pensiones y, por lo tanto, para mantener un nivel adecuado de prestaciones a medio y largo plazo? Cualquier solución propuesta deberá tener en cuenta todos los factores que inciden en la situación económica de este organismo. Es decir, habrá que considerar no sólo la evolución demográfica sino también el crecimiento económico y la capacidad de nuestra economía para generar puestos de trabajo.

Una política de incentivos y medidas para conseguir un empleo, es decir, un desarrollo favorable del mercado laboral sería el mejor antídoto contra los problemas de la Seguridad Social. Sin embargo, y siendo realista, hay que asumir que las expectativas de empleo en nuestra sociedad no son buenas y, por lo tanto, que la continuidad futura del actual sistema de pensiones requerirá de una reforma, si no total, si al menos parcial.

Son varias las alternativas planteadas para asegurar el bienestar de los futuros pensionistas. Una de estas tendencias está orientada hacia una reforma que permita el mantenimiento de sistemas mixtos de protección. La consolidación del sistema de reparto, complementado con planes privados de pensiones financiados mediante técnicas de capitalización, permitiría conjugar las ventajas ofrecidas por ambos sistemas. El apoyo de las líneas básicas del actual modelo de Seguridad Social serviría para garantizar la cobertura de toda la población, manteniéndose así, el carácter público y universal de las prestaciones. Como complemento a éste, pero nunca como sustituto, estaría presente un sistema de protección totalmente privado y libre. De esta forma, se le daría la opción al individuo de capitalizar adicionalmente el ahorro a lo largo de su vida laboral para incrementar su renta futura. Sin embargo, este sistema no debe plantearse como alternativo al público ya que sólo aquellos que gozasen de suficientes recursos y capacidad de ahorro serían los que se podrían beneficiarse de él, resultando este esquema totalmente insolidario. No obstante, la posibilidad de mantener ambos modelos conjuntamente podría ser una vía de salida para que los futuros pensionistas pudiesen asegurar su bienestar. La eficacia de esta medida, a su vez, aumentaría si se estableciesen estímulos fiscales para los planes privados de pensiones, ya que sería una forma de fomentar el ahorro para el futuro.

Otra de las propuestas orientadas a afrontar las dificultades económicas que se vaticinan en la Seguridad Social consiste en flexibilizar el momento de la jubilación, ofreciendo a los trabajadores la posibilidad de prolongar voluntariamente su vida laboral. La efectividad de esta iniciativa, sin embargo, puede ser cuestionable porque su éxito estaría asociado a períodos con bajo desempleo, no siendo éste precisamente el entorno económico que nos rodea.

Asimismo, una política de intensificación de la lucha contra el fraude afectaría positivamente a los recursos de la Seguridad Social, ayudando en alguna medida a su financiación. Junto con estas, son muchas las reformas que pueden proponerse, siempre y cuando no afecten al carácter público y universal de las actuales pensiones. Por eso, ahora sólo debemos esperar a que, ante esta nueva realidad social, se emprendan las medidas oportunas que permitan garantizar el aspecto público de la cobertura social, asegurando así unas prestaciones públicas dignas para todos los ciudadanos.

7. BIBLIOGRAFÍA

FABEL, O (1994), *The Economics of Pensions and Variable Retirement Schemes*, Series in Financial Economics and Quantitative Analysis, Published by John Wiley & Sons Ltd.

INSTITUTO NACIONAL DE ESTADÍSTICA. *Encuesta de Población Activa y Movimiento Natural de Población*.

MONASTERIO, C (1989), *La Financiación de la Seguridad Social en el Marco del Sector Público Europeo*, Papeles de Economía Española, nº 41, pp 239-249.

TESORERÍA GENERAL DE LA SEGURIDAD SOCIAL

ASPECTOS NOTABLES EN LA PROGRAMACIÓN JERÁRQUICA POR COMPROMISO.¹

María Teresa, ESCOBAR URMENETA

José María, MORENO JIMÉNEZ

Dpto. Métodos Estadísticos

Facultad de Económicas

Universidad de Zaragoza

1. INTRODUCCIÓN

La Programación por Compromiso (PPC) es una técnica de Decisión Multicriterios que busca la obtención de la mejor solución mediante la minimización de la distancia de las alternativas a un punto de referencia, que es el punto ideal. La determinación de la proximidad entre dos vectores de valores es uno de los problemas más tratados en el campo de la decisión multicriterio.

En principio la PPC no supone ningún conocimiento de la estructura que permite modelizar el problema, considerando que todos los aspectos relevantes del mismo vendrían representados, por así decirlo, en un mismo nivel aunque dándoles diferentes importancias. No obstante, es evidente que un mejor conocimiento de la estructura o modelo asociado al problema de decisión, nos permite una modelización más cercana a la realidad. Es por ello aconsejable, cuando así pueda establecerse, la incorporación de la propia estructura de modelización del problema dentro del proceso matemático de su resolución. Es en este sentido, y aprovechando la propuesta conceptual realizada por Saaty (1980) para el Proceso Analítico Jerárquico (AHP), consideraremos que el problema de decisión inicial puede modelizarse mediante una jerarquía en la que se incluyan en los diferentes niveles los aspectos más destacados del problema. Este nuevo enfoque recibe el nombre de Programación Jerárquica por Compromiso (PJPC) (Aguarón, Escobar y Moreno, 1994).

Aunque en un principio la PPC fue formulada para resolver problemas de decisión multicriterio con un conjunto continuo de alternativas, en los últimos tiempos también se está aplicando a problemas con un número discreto de alternativas. Nosotros consideraremos los dos casos posibles al aplicar tanto la PPC como la PJPC.

¹ Este trabajo ha sido realizado dentro del proyecto de investigación SISTEMAS DECISIONALES EN MEDIO AMBIENTE, parcialmente subvencionado por el CONAI-DGA (PMA-2193).

En el trabajo se estudia la relación entre la PPC y la PJPC, en concreto la relación entre los valores numéricos que se obtienen por los dos métodos, las diferencias en la ordenación de las alternativas, y la sensibilidad ante variaciones en los datos. También se analiza el problema del cambio de rango en la PJPC.

El artículo está estructurado de la siguiente manera: en el siguiente apartado se presenta la Programación por Compromiso dentro del conjunto de técnicas de decisión multicriterio. En el apartado 3 se presenta de forma detallada la Programación Jerárquica por Compromiso, para a continuación estudiar la relación entre las dos técnicas, presentando en el apartado 5 una aplicación numérica de los resultados obtenidos. El trabajo finaliza estableciendo las conclusiones y futuras líneas de investigación.

2. PROGRAMACIÓN POR COMPROMISO.

Las Técnicas de Decisión Multicriterio (TDMC), son un conjunto de procedimientos que abordan el problema de decisión de una forma más realista, al permitir la incorporación en el modelo empleado de diferentes criterios, generalmente en conflicto. Esta dificultad suele impedir la obtención de la solución óptima para todos los criterios de forma simultánea, de ahí, que se suele recurrir a la búsqueda de soluciones satisfactorias frente a las óptimas (Simon, 1982).

Las TDMC se pueden clasificar atendiendo a numerosos criterios (ver Escobar y Moreno, 1994)

La Programación por Compromiso es una técnica de decisión multicriterio que utiliza información a priori sobre la estructura de preferencias del decisor y que formula la "búsqueda de metas" en términos de una función distancia. Para ello se toma como punto de referencia el denominado punto ideal $z^* = (z_1^*, \dots, z_m^*)$, donde $z_j^* = \text{Opt } \{z_j(x), x \in X\}$, y se minimiza la distancia a éste de cualquier otro punto del espacio de criterios, $z(x) \in Z$, medida en norma L_p como:

$$d(x, p, \lambda) = \|z(x) - z^*\|_{p, \lambda} = \left(\sum_{j=1}^k \lambda_j^p |z_j^* - z_j(x)|^p \right)^{1/p}$$

$$d(x, \infty, \lambda) = \|z(x) - z^*\|_{\infty, \lambda} = \text{Max}_{j=1, \dots, m} \{ \lambda_j |z_j^* - z_j(x)| \}$$

En los modelos de PPC la información proporcionada por el decisor corresponde al orden de la norma p y a la importancia dada a la desviación respecto al punto ideal de cada criterio (λ_j). Aunque estos valores suelen ser conocidos a priori, la utilización práctica del modelo sugiere su obtención, en concreto la de los λ_j , dentro del propio proceso de resolución. De esta manera la información que localmente pueda ir obteniéndose permiten una mejor evaluación de los parámetros. Generalmente, los valores de los λ_j tienen un efecto normalizador. No obstante, en los últimos tiempos se está intentando analizar, incluso desde un punto de vista filosófico, su importancia y contribución en el modelo. En este sentido Moreno

y otros (1993), sugieren la descomposición de los citados pesos en dos partes: una subjetiva, o a priori, y otra objetiva, o a posteriori.

Entre los inconvenientes que presenta la PPC destaca la cuantificación de la distancia para atributos intangibles. Para solventar este problema, el modelo propuesto emplea las prioridades asignadas a los diferentes niveles del atributo, que se han obtenido mediante comparaciones pareadas (Saaty, 1980).

3. PROGRAMACIÓN JERÁRQUICA POR COMPROMISO.

La PJPC consiste en la aplicación de la PPC de una forma más próxima a la realidad, al modelizar el problema de forma jerárquica.

La propuesta de un modelo jerárquico para el problema y la utilización de la PPC para unos valores que capture tanto los aspectos tangibles, como los intangibles, permite un mayor realismo y un mejor aprovechamiento del conocimiento existente del problema. Este enfoque de modelización jerárquica que vamos a seguir fue propuesto por Saaty (1980) y además de contener la estructura jerárquica a los criterios y alternativas, ésta puede completarse con otros niveles para escenarios, actores, subcriterios, etc.

La información a priori necesaria para utilizar este modelo es: (1) la jerarquía, (2) la parte subjetiva de los pesos, y (3) el orden de la norma.

Los pasos que se siguen en la PJPC son:

PASO 1: ESTRUCTURACIÓN DE LA JERARQUÍA

Establecer la estructura jerárquica que represente el problema. Las alternativas se colocan en el último nivel de la jerarquía y la meta global del problema en el primero.

PASO 2: MEDICIÓN DE LAS ALTERNATIVAS.

Asignar un valor numérico a las alternativas respecto de los nodos o elementos en el nivel inmediatamente superior. En este caso se presentan dos situaciones:

- i) Si los elementos se miden directamente en una escala cuantitativa, se toma como valor numérico para cada alternativa, el dato asociado a la misma.
- ii) Si los elementos reflejan aspectos intangibles, el valor numérico asociado a cada alternativa.²

² Véase un ejemplo de aplicación en Aguarón, Escobar y Moreno (1994).

PASO 3: OBTENCIÓN DE LA PARTE SUBJETIVA DE LOS PESOS.

Obtener las prioridades de los elementos de cada nivel respecto al nodo común del nivel inmediatamente superior. Estos valores se tomarán como la parte subjetiva de los pesos asociados a los nodos de la jerarquía.

PASO 4: CÁLCULO DE LAS DISTANCIAS. COMPOSICIÓN.

Empezando por el antepenúltimo nivel,

- i) Para cada nodo de la jerarquía, obtener su punto ideal. Este vector viene dado por los mejores valores de los elementos que cuelgan del nodo.
- ii) Calcular la distancia de los valores numéricos asignados a cada alternativa al punto ideal anterior. Los pesos asociados a los elementos del penúltimo nivel son el producto de la parte subjetiva, obtenida en el Paso 3, y la parte objetiva dada por el inverso del recorrido.
- iii) Desde abajo hacia arriba, repetir i) y ii) para cada nodo del nivel inmediatamente superior. En este caso los valores numéricos asociados a las alternativas serán las distancias de éstas a los puntos ideales de los elementos que cuelgan del nodo considerado. Los pesos en este cálculo vienen dados directamente por la parte subjetiva, sin tener que dividir por el recorrido, ya que al tener como valores numéricos las distancias, éstas se supone que están medidas en las mismas unidades.³

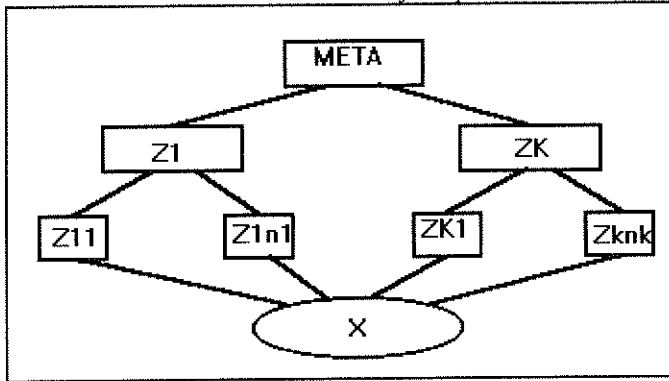
PASO 5: ORDENAR LAS ALTERNATIVAS.

Ordenar las alternativas conforme a la distancia con respecto a la meta, calculada en el paso 4.

Consideremos ahora un caso particular: sea una jerarquía con cuatro niveles: nivel 1: meta global; nivel 2: criterios (k elementos); nivel 3: subcriterios (n_i elementos para cada criterio i) y nivel 4: alternativas ($x \in X$):

³ Comparar los resultados obtenidos en Aguarón, Escobar y Moreno (1994) dónde se dividía en todos los niveles de la jerarquía por el recorrido, con los resultados que se obtienen si no se divide.

Grafico 1: Estructura jerárquica.



Una vez medidas las alternativas respecto a los subcriterios ($z_k(x)$, $k \in I_j$) (cuando los subcriterios sean intangibles, se toman las prioridades de los distintos niveles considerados); y obtenidas las prioridades de los subcriterios con respecto a los criterios w_j^1 , y las de los criterios con respecto a la meta, w^0 , se calculan las distancias: Para cada criterio i , determinar el punto ideal $z_i^* = (z_{i1}^*, \dots, z_{ini}^*)$, con $z_{ij}^* = \text{Opt}\{z_{ij}(x), x \in X\}$ asociado a los subcriterios que incluye ($j=1, \dots, n_i$); y aplicar PPC calculando la distancia de cada alternativa a ese punto:

$$d_i(x) = \left\| z_i(x) - z_i^* \right\|_{p, \lambda} = \left(\sum_{j=1}^{n_i} \lambda_{ij}^p |z_{ij}^* - z_{ij}(x)|^p \right)^{1/p}.$$

Como parte subjetiva de los pesos se toman las prioridades obtenidas de forma interactiva mediante comparaciones pareadas de los subcriterios con respecto a los criterios w_j^1 ; y, como parte objetiva, el

inverso del recorrido. Es decir, los pesos $\lambda_{ij} = \frac{w_j^1}{\text{Rec}(z_{ij})}$.

3. Para la meta global, obtener el punto ideal $d^* = (d_1^*, \dots, d_k^*)$ ($d_i^* = \min \{d_i(x), x \in X\}$) asociado a los criterios; y calcular la distancia de cada alternativa al nuevo punto ideal:

$$J_p(x) = \left\| d(x) - d^* \right\|_{p, \mu} = \left(\sum_{i=1}^k \mu_i^p |d_i^* - d_i(x)|^p \right)^{1/p}.$$

En este caso los pesos vienen dados directamente por las prioridades de los criterios con respecto a la meta del problema: $\mu_i = w_i^0$.

4. RELACIÓN ENTRE PPC Y PJPC.

Para comparar la Programación Jerárquica por Compromiso y la Programación por Compromiso tradicional empezamos unificando las notaciones. Utilizando la notación anterior para denotar a los criterios la expresión para la distancia en PPC quedaría de la siguiente forma:

$$D_p(x) = \left(\sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^{n_i} \nu_{ij}^p |z_{ij}^* - z_{ij}(x)|^p \right)^{1/p}.$$

TEOREMA: Dadas las expresiones anteriores, si $\nu_{ij} = \mu_i \lambda_{ij} \forall i, j$, entonces:

$$[D_p(x)]^p - [J_p(x)]^p \geq \sum_{i=1}^k \mu_i^p d_i^{*p} \geq 0.$$

Demostración:

$$\begin{aligned} [D_p(x)]^p &= \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^{n_i} \nu_{ij}^p |z_{ij}^* - z_{ij}(x)|^p = \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^{n_i} \mu_i^p \lambda_{ij}^p |z_{ij}^* - z_{ij}(x)|^p = \\ &= \sum_{i=1}^k \mu_i^p \sum_{j=1}^{n_i} \lambda_{ij}^p |z_{ij}^* - z_{ij}(x)|^p = \sum_{i=1}^k \mu_i^p d_i(x)^p. \\ [D_p(x)]^p - [J_p(x)]^p &= \sum_{i=1}^k \mu_i^p d_i(x)^p - \sum_{i=1}^k \mu_i^p (d_i(x) - d_i^*)^p = \\ &= \sum_{i=1}^k \mu_i^p \left[(d_i(x))^p - (d_i(x) - d_i^*)^p \right] = \\ &= \sum_{i=1}^k \mu_i^p \left[(d_i(x)) - (d_i(x) - d_i^*) \right] \left(\sum_{l=0}^{p-1} (d_i(x))^{p-1-l} (d_i(x) - d_i^*)^l \right) \geq \end{aligned}$$

$$\geq \sum_{i=1}^k \mu_i^p d_i^* \left(\sum_{l=0}^{p-1} (d_i^*)^{p-1-l} (d_i^* - d_i^*)^l \right) = \sum_{i=1}^k \mu_i^p d_i^* d_i^{*p-1} = \sum_{i=1}^k \mu_i^p d_i^{*p} \geq 0.$$

Notas sobre el Teorema:

1) La hipótesis que se ha hecho sobre los pesos tiene sentido, ya que supondría que el peso que recibe cada subcriterio en el modelo sin jerarquía (no se consideran criterios), tiene dos partes, la subjetiva obtenida a partir de la composición de la prioridad del subcriterio con respecto al criterio y la prioridad del criterio con respecto a la meta; y, una parte objetiva, que como en el

modelo jerárquico, se toma el inverso del recorrido. Así, $v_{ij} = \frac{w_j^i w_i^G}{\text{Rec}(z_{ij})}$.

2) Para $p=1$ la relación anterior es de igualdad. Esto implica que la distancia con jerarquía y la distancia sin jerarquía difieren en una cantidad constante, y por tanto siempre proporcionarán la misma ordenación de las alternativas.

COROLARIO.

$$D_p(x) \geq J_p(x) \quad \forall x \in X, \forall p > 0.$$

Demostración:

Por el resultado anterior

$$[D_p(x)]^p - [J_p(x)]^p \geq 0 \Leftrightarrow [D_p(x)]^p \geq [J_p(x)]^p \Leftrightarrow D_p(x) \geq J_p(x)$$

Este corolario nos indica que las distancias del modelo jerárquico son siempre menores que las del no jerárquico, es decir, están más cerca del punto ideal, aunque el punto ideal es distinto en las dos situaciones comparadas. Podríamos decir que un mayor conocimiento del problema, como es el caso de la modelización jerárquica, nos proporciona resultados más próximos al ideal.

Al analizar estos resultados surge una cuestión: ¿Puede obtenerse una ordenación distinta de las alternativas con estos dos métodos, o siempre proporcionan los mismos resultados? Ya sabemos que para $p=1$, los resultados son iguales. Pero este resultado no es válido en general, como puede verse en el siguiente apartado, en el que se obtienen distintas ordenaciones según el método utilizado.

5. APLICACIÓN NUMÉRICA.

Sea un problema con cinco alternativas ($n=5$) y cuatro criterios ($m=4$) cuyos datos vienen dados en la Tabla 1.

Tabla 1: Datos ejemplo 1.

| | z_1 | z_2 | z_3 | z_4 |
|-------|-------|-------|-------|-------|
| x^1 | 198 | 230 | 200 | 210 |
| x^2 | 220 | 200 | 215 | 198 |
| x^3 | 400 | 100 | 0 | 0 |
| x^4 | 100 | 400 | 0 | 0 |
| x^5 | 0 | 0 | 400 | 400 |

Siendo las prioridades de cada criterio 0.3, 0.3, 0.2 y 0.2 respectivamente, se observa en los resultados del modelo de PPC aplicado para las normas 1, 2 e infinito (véase Tabla 2), una ordenación de las alternativas distinta dependiendo de la norma que se ha utilizado.

Tabla 2: Datos para PPC.

| | $p=1$ | $p=2$ | $p=\infty$ |
|------------|-------------------------------|-------------------------------|-------------------------------|
| x^1 | 0.4740 | 0.241316 | 0.1515 |
| x^2 | 0.4785 | 0.243890 | 0.1500 |
| x^3 | 0.6250 | 0.361421 | 0.2250 |
| x^4 | 0.6250 | 0.361421 | 0.2250 |
| x^5 | 0.6000 | 0.424264 | 0.3000 |
| Ordenación | $x^1 > x^2 > x^5 > x^3 = x^4$ | $x^1 > x^2 > x^3 = x^4 > x^5$ | $x^2 > x^1 > x^3 = x^4 > x^5$ |

Resolviendo este mismo problema con PJPC, para el que la jerarquía estaría formada por dos criterios (con prioridades 0.6 y 0.4), el primero tendría como subcriterios a z_1 y z_2 (prioridades 0.5 y 0.5); y el segundo criterio a z_3 y z_4 (prioridades 0.5 y 0.5). Los resultados que se obtienen son los siguientes:

Tabla 3 : Datos para PJPC.

| | p=1 | p=2 | p=∞ |
|------------|-------------------------------|-------------------------------|-------------------------------|
| x^1 | 0.2490 | 0.137931 | 0.100 |
| x^2 | 0.2535 | 0.137010 | 0.101 |
| x^3 | 0.4000 | 0.284127 | 0.200 |
| x^4 | 0.4000 | 0.284127 | 0.200 |
| x^5 | 0.3750 | 0.226253 | 0.150 |
| Ordenación | $x^1 > x^2 > x^5 > x^3 = x^4$ | $x^2 > x^1 > x^5 > x^3 = x^4$ | $x^1 > x^2 > x^5 > x^3 = x^4$ |

Como se ve, los resultados obtenidos con PJPC son diferentes de los alcanzados con la PPC tradicional. Con las normas 2 e infinito se produce un cambio en la ordenación de las dos primeras alternativas. Para la norma 1 la ordenación no varía (ver nota 2) del Teorema).

Dado que los dos métodos (PPC y PJPC) llevan a distintas soluciones, ¿cuándo y en qué situaciones se puede decir que un método proporciona una solución más acorde con la estructura de preferencias del decisor? La modelización jerárquica del problema lleva a un planteamiento más cercano a la realidad y a la forma en que el decisor la entiende.

Para analizar este punto vamos a estudiar la sensibilidad o robustez de los dos métodos. Si en vez de dar unos valores exactos para los pesos, se permite que éstos varíen de forma uniforme en un intervalo, se podrán obtener distintas estructuras de preferencia (Moreno y Vargas, 1993). Realizando un número lo suficientemente elevado de simulaciones podemos conocer la probabilidad de que cada alternativa sea

la preferida. Los valores simulados (w'_j) de las prioridades (w_j) se obtienen como: $w'_j = \frac{w_j + \delta_j}{1 + \delta}$, con

$$\delta = \sum_j \delta_j$$

Siguiendo este procedimiento, los resultados obtenidos al aplicarlo al ejemplo de Planificación de la cuenca del río Tisza (Escobar y Moreno, 1993, 1994) pueden verse en las tablas 4 a la 8. Como la incertidumbre asociada a la comparación entre un número pequeño de elementos es menor que si la comparación se realiza entre un número grande, vamos a suponer que los pesos en el modelo jerárquico varían en un 5%, y en el modelo no jerárquico en un 10%. Los resultados para 10.000 simulaciones que se han obtenido son:

Tabla 4. Resultados para $p=1$.

| p=1 | Modelo jerárquico | | | Modelo no jerárquico | | |
|-------|-------------------|----------|----------------------|----------------------|----------|----------------------|
| | Media | Varianza | Prob. alt. más pref. | Media | Varianza | Prob. alt. más pref. |
| x^1 | 0.097373 | 0.000011 | 1 | 0.186780 | 0.000048 | 1 |
| x^2 | 0.279707 | 0.000013 | 0 | 0.369246 | 0.000024 | 0 |
| x^3 | 0.835342 | 0.000006 | 0 | 0.924713 | 0.000003 | 0 |
| x^4 | 0.560091 | 0.000054 | 0 | 0.649949 | 0.000082 | 0 |
| x^5 | 0.336611 | 0.000005 | 0 | 0.926155 | 0.000004 | 0 |

Tabla 5. Resultados para $p=2$.

| $p=2$ | Modelo jerárquico | | | Modelo no jerárquico | | |
|-------|-------------------|----------|----------------------|----------------------|----------|----------------------|
| | Media | Varianza | Prob. alt. más pref. | Media | Varianza | Prob. alt. más pref. |
| x^1 | 0.097389 | 0.000012 | 0.9451 | 0.126382 | 0.000033 | 1 |
| x^2 | 0.104639 | 0.000004 | 0.0549 | 0.156392 | 0.000008 | 0 |
| x^3 | 0.308905 | 0.000013 | 0 | 0.358495 | 0.000034 | 0 |
| x^4 | 0.265975 | 0.000029 | 0 | 0.301545 | 0.000082 | 0 |
| x^5 | 0.306985 | 0.000014 | 0 | 0.355282 | 0.000035 | 0 |

Tabla 6. Resultados para $p=3$.

| $p=3$ | Modelo jerárquico | | | Modelo no jerárquico | | |
|-------|-------------------|----------|----------------------|----------------------|----------|----------------------|
| | Media | Varianza | Prob. alt. más pref. | Media | Varianza | Prob. alt. más pref. |
| x^1 | 0.097334 | 0.000012 | 0 | 0.117637 | 0.000036 | 0.7645 |
| x^2 | 0.078044 | 0.000003 | 1 | 0.123918 | 0.000008 | 0.2355 |
| x^3 | 0.250457 | 0.000023 | 0 | 0.288428 | 0.000065 | 0 |
| x^4 | 0.236700 | 0.000034 | 0 | 0.264580 | 0.000118 | 0 |
| x^5 | 0.248975 | 0.000024 | 0 | 0.285053 | 0.000070 | 0 |

Tabla 7. Resultados para $p=5$.

| $p=5$ | Modelo jerárquico | | | Modelo no jerárquico | | |
|-------|-------------------|----------|----------------------|----------------------|----------|----------------------|
| | Media | Varianza | Prob. alt. más pref. | Media | Varianza | Prob. alt. más pref. |
| x^1 | 0.097354 | 0.000011 | 0 | 0.114940 | 0.000040 | 0.1918 |
| x^2 | 0.064760 | 0.000003 | 1 | 0.107251 | 0.000011 | 0.8082 |
| x^3 | 0.232190 | 0.000035 | 0 | 0.261240 | 0.000110 | 0 |
| x^4 | 0.230225 | 0.000039 | 0 | 0.255906 | 0.000140 | 0 |
| x^5 | 0.231906 | 0.000036 | 0 | 0.259658 | 0.000118 | 0 |

Tabla 8. Resultados para $p=\infty$.

| $p=\infty$ | Modelo jerárquico | | | Modelo no jerárquico | | |
|------------|-------------------|----------|----------------------|----------------------|----------|----------------------|
| | Media | Varianza | Prob. alt. más pref. | Media | Varianza | Prob. alt. más pref. |
| x^1 | 0.097361 | 0.000012 | 0 | 0.114802 | 0.000040 | 0.0195 |
| x^2 | 0.057664 | 0.000004 | 1 | 0.097571 | 0.000027 | 0.9805 |
| x^3 | 0.229930 | 0.000039 | 0 | 0.255475 | 0.000141 | 0 |
| x^4 | 0.229930 | 0.000039 | 0 | 0.255475 | 0.000141 | 0 |
| x^5 | 0.229930 | 0.000039 | 0 | 0.255475 | 0.000141 | 0 |

A la vista de estas tablas que contienen los resultados para varias normas consideradas, utilizando un modelo jerárquico y uno no jerárquico se puede observar que a medida que aumenta el valor de la norma cambia la ordenación de las alternativas. Este cambio se produce con antelación para el modelo jerárquico que para el no jerárquico, y proporciona unos resultados más estables pues la probabilidad de cambio de rango es nula salvo en un caso. Además, las varianzas de los resultados con jerarquía son menores que para el modelo no jerárquico.

Uno de los tópicos más estudiados en la literatura multicriterio es el problema del cambio de rango. Este problema se presenta si al introducir una nueva alternativa en el problema, la ordenación de las demás alternativas cambia.

Analizando la PJPC se puede observar que también se puede presentar este problema si la alternativa que se introduce modifica el valor óptimo de un criterio con respecto al cual, la ordenación de las alternativas es diferente de la ordenación conjunta con respecto a todos los criterios. Un ejemplo en el que ocurre este problema es el siguiente:

Sea un problema con cuatro criterios y tres alternativas (primero se considerarán sólo las dos primeras alternativas y luego se incluirá la tercera) donde los datos se muestran en la Tabla 9.

Tabla 9. Datos ejemplo 2.

| | z_1 | z_2 | z_3 | z_4 |
|-------|-------|-------|-------|-------|
| x^1 | 1 | 0 | 2 | 1 |
| x^2 | 0 | 1 | 1 | 0 |
| x^3 | 2 | -1 | 0 | 0 |

La jerarquía está formada por dos criterios (prioridades 0.8 y 0.2) que contienen a los subcriterios z_1 y z_2 por una parte (prioridades 0.4 y 0.6) y a z_3 y z_4 (prioridades 0.5 para cada subcriterio).

Si el problema es resuelto teniendo en cuenta sólo las dos primeras alternativas, los resultados se dan en la Tabla 10 donde se observa que la segunda alternativa es preferida a la primera.

Tabla 10. Resultados con dos alternativas

| | Distancia |
|-------|-----------|
| x^1 | 0.160000 |
| x^2 | 0.070711 |

Si ahora se introduce la tercera alternativa, la primera alternativa pasa a ser preferida a la segunda. (Véase Tabla 11).

Tabla 11. Resultados con tres alternativas

| | Distancia |
|-------|-----------|
| x^1 | 0 |
| x^2 | 0.064193 |
| x^3 | 0.204190 |

Este problema del cambio de rango no es propio de la Programación Jerárquica por Compromiso. Se puede comprobar que se produce la misma situación si se aplica la Programación por Compromiso.

Si la alternativa que se introduce modifica uno de los óptimos individualizados, el punto ideal cambia, y por tanto, se está modificando el punto de referencia con respecto al cuál se miden las distancias. Esta alternativa que se introduce no es, por tanto, una alternativa irrelevante, ya que aumenta el rango de valores de un criterio.

6. CONCLUSIONES

En este trabajo se ha presentado la Programación Jerárquica por Compromiso, una técnica de decisión multicriterio que combina una estructura jerárquica del problema y la conocida Programación por Compromiso. Esta estructuración del problema en una jerarquía permite un mejor conocimiento del problema, y por tanto una modelización y resolución más aproximada a la realidad.

En cuanto a la relación existente entre las dos técnicas anteriormente mencionadas, se ha demostrado que cuando se utiliza la norma 1, la ordenación de las alternativas obtenida a partir de las distancias, no varía. En cambio, esta ordenación sí que puede modificarse cuando son otras las normas utilizadas.

También se ha estudiado la estabilidad de los resultados frente a variaciones en los pesos. Estos resultados demuestran que el enfoque jerárquico ofrece una menor variabilidad en los resultados debido al mejor conocimiento del problema. Se puede decir que el modelo jerárquico reduce la probabilidad de cambio de rango. Los autores están trabajando en la actualidad en una línea de investigación cuyo objetivo es encontrar unos valores para la tolerancia permitida a los pesos que dependan del número de elementos que se comparan entre sí.

Además se ha analizado el problema del cambio de rango que puede darse en estas dos técnicas cuando la introducción de una nueva alternativa, modifica el punto ideal.

7. BIBLIOGRAFÍA

AGUARÓN J.; ESCOBAR M.T.; MORENO J.M. (1994): "La Programación Jerárquica por Compromiso en la selección entre alternativas discretas. Aplicación en Recursos Naturales", presentado en el XXI Congreso Nacional de Estadística en Investigación Operativa celebrado en Calella en Abril de 1994. Actas pp.270-271.

ESCOBAR M.T.; MORENO-JIMÉNEZ J.M. (1993): "Utilización del Proceso Analítico Jerárquico (AHP) en la Planificación del Río Tisza", Actas de la VII Reunión Asepelt España, Cádiz. Vol II pp. 436-447.

ESCOBAR M.T.; MORENO-JIMÉNEZ J.M. (1994): "Técnicas Multicriterio Discretas en la Planificación de Cuencas Fluviales", Estudios de Economía Aplicada, 1 pp.7-29. España.

ESCOBAR M.T.; MORENO-JIMÉNEZ J.M. (1995): "The Analytic Hierarchy Process (AHP) in the Tisza River Planning. A Benefit/Cost Analysis", Actas del 34º Seminario de la European Association of Agricultural Economists. Zaragoza.

MORENO J.M.; AGUARÓN J.; SANTAMARÍA R. (1994): "A multicriteria approach based on compromise programming in portfolio selection" Forthcoming.

MORENO-JIMÉNEZ J.M. ; VARGAS L.G. (1993): "A Probabilistic Study of Preference Structures in the Analytic Hierarchy Process with Interval Judgment", Mathematical and Computer Modelling, 17, 4-5, pp. 73-81.

SAATY T.L. (1980): The Analytic Hierarchy Process. Mc Graw-Hill, New York.

SIMON (1982): La nueva Ciencia de la Decisión Gerencial. El Ateneo, Buenos Aires.

ZELENY (1982): Multiple Criteria Decision Making. McGraw-Hill, New York.

POLÍTICAS MACROECONÓMICAS Y REPUTACIÓN INSTITUCIONAL: DEMOCRACIA, IGUALDAD Y CRECIMIENTO ECONÓMICO

ENRIQUE FATÁS JUBERÍAS
PILAR TAMBORERO SANJUÁN
Departamento de Economía Aplicada
Universitat de Valencia

1. INTRODUCCIÓN

Desde los economistas clásicos del siglo XIX la economía teórica ha mostrado un marcado interés por combinar el análisis de la evolución de las magnitudes estrictamente *económicas* con variables o factores de tipo *político*. En los últimos años hemos asistido a un renacimiento de la *Economía Política* que trata de superar la tradicional separación entre la economía *institucionalista* y la economía *neoclásica*. La primera se centraba en analizar la evolución de las instituciones y de los procesos económicos desde una óptica más o menos funcionalista. Los procesos sociales colectivos, y no las decisiones individuales, eran considerados como las variables centrales. La segunda concedía especial atención, por el contrario, a las decisiones de agentes privados aislados en un mercado donde las variables institucionales o políticas eran consideradas simplemente exógenas.

Este interés por endogeneizar las instituciones y los mecanismos políticos ocupa a un amplio espectro de economistas cuyo nexo de unión es el individualismo metodológico. Entre el neoinstitucionalismo del Nobel Douglass North y la Teoría Política Endógena de Persson y Tabellini, o entre los Modelos Políticos de John Roemer y la Economía Política de Alberto Alesina o Alex Cukierman, por citar algunos ejemplos, no hay otra coincidencia, aparte de la ya mencionada, que la de considerar explícitamente en sus modelos las decisiones *políticas* de los agentes económicos.

Esta *economía política* se caracteriza, a nuestro entender, por incidir en los tres aspectos siguientes, con los que recuperan el espíritu de la economía política clásica de Smith, Marx o Ricardo: en primer lugar los aspectos distributivos *importan* como variable explicativa y determinante de los resultados del sistema económico. La igualdad o desigualdad de la distribución de la renta y la riqueza son causa, y no efecto, de los niveles de crecimiento de una economía. Si en los modelos de crecimiento económico tradicionales se entendía que los aspectos distributivos eran irrelevantes como variables explicativas y simple resultado del propio proceso económico, en determinados modelos de crecimiento endógeno se considera la posibilidad de que el grado de igualdad en la distribución de la renta y la riqueza sea causa y no resultado del crecimiento económico. Asimismo, dichos modelos analizan la importancia sobre el crecimiento de que las reglas del juego sean o no *democráticas*.

En segundo lugar, la política macroeconómica de estabilización, fiscal o monetaria, se considera como algo endógeno y determinado por el proceso de decisión colectiva. En este contexto, se demuestra especialmente relevante la consideración de contextos estratégicos (los pagos o resultados de cada agente dependen de las decisiones y de los pagos de los demás) donde agentes privados y gobiernos se *enfrentan* en un juego en el que todos intentan satisfacer sus intereses

particulares mediante la maximización de funciones de utilidad (o la minimización de funciones de pérdidas). La Teoría de Juegos se revela como la herramienta central de este tipo de análisis, poniendo de manifiesto la importancia de factores como la credibilidad, la autonomía o la reputación de las políticas económicas sobre la efectividad de los instrumentos de estabilización.

En tercer lugar, la dinámica temporal de los procesos electorales afecta a la evolución de las variables reales. Partidos preocupados, legítimamente, por la permanencia en el poder o por la consecución del mismo van a intentar hacer coincidir el mejor momento del ciclo económico con la celebración de las elecciones. Este intento de afectar a la evolución de las variables reales con fines políticos provoca la aparición de Ciclos Políticos, en los que la incertidumbre política, la distribución de la renta y la sostenibilidad de las políticas económicas *electoralistas* en el largo plazo son explícitamente consideradas.

En esta comunicación abordamos, dentro de un proyecto más general, las dos primeras cuestiones repasando para ello la literatura económica más reciente. En la sección 2 consideramos un modelo de crecimiento endógeno en el que la distribución de la renta y los mecanismos democráticos afectan al nivel de crecimiento. En la sección 3 repasamos los modelos de Inconsistencia Dinámica de las políticas macroeconómicas, considerando la reputación y la credibilidad de los gobiernos. La sección 4 concluye señalando los más importantes retos que esta nueva economía política se plantea en el futuro.

2. DEMOCRACIA, DISTRIBUCIÓN DE LA RENTA Y CRECIMIENTO ECONÓMICO

La idea de que la existencia de instituciones condiciona los resultados de una economía no es nueva. Tampoco la posibilidad de que se produzca un *trade off* positivo entre instituciones democráticas, socialmente deseables, y la conducta social de los miembros de dichas sociedades. Sólo recientemente, sin embargo, se ha analizado la influencia de las formas institucionales sobre el crecimiento de una economía en el largo plazo, entendiendo que dicho condicionamiento se produce al modificar los comportamientos individuales de consumidores y productores, maximizadores racionales de su utilidad individual.

2.1. LA IMPORTANCIA DE LA CREDIBILIDAD INSTITUCIONAL Y POLÍTICA

Este tipo de argumentación parte del trabajo de autores como Mancur Olson y de su análisis *económico* de los procesos políticos. Determinadas instituciones garantizarían y favorecerían el crecimiento al asegurar los derechos de propiedad, esenciales para el desarrollo de los intercambios de mercado. Estos derechos de propiedad sólo estarían plenamente protegidos en el marco de un Estado de Derecho característico de las sociedades democráticas. Esta idea ha sido empleada en algunos estudios sobre desarrollo económico que tratan de poner de manifiesto la importancia de ciertos condicionantes estratégicos.

De una manera muy esquemática podríamos configurar las ventajas de la existencia de un estado (entendido como el conjunto de instituciones que vela por el cumplimiento de los contratos entre agentes) mediante la comparación de los siguientes contextos: el juego de la Anarquía frente al Juego del Estado, representados por las siguientes matrices de pagos:

| Juego de la Anarquía | | Jugador 2 | |
|----------------------|----------|-----------|-------|
| Jugador 1 | Comercio | Comercio | Robo |
| | Robo | 10,10 | -5,15 |
| | | 15,-5 | 0,0 |

| Juego del Estado | | Jugador 2 | |
|------------------|----------|-----------|-----------|
| Jugador 1 | Comercio | Comercio | Robo |
| | Robo | 10,10 | -5,(15-x) |
| | | (15-x),-5 | -x,-x |

En el primero de los juegos, el de la anarquía, los individuos se enfrentan a la decisión de producir e intercambiar los productos en un mercado en el que no existe ningún tipo de institución que proteja sus derechos sobre los bienes que han producido y con los que desean comerciar. Tienen que tomar la decisión, analizando para ello los pagos representados en la matriz, de respetar o no los acuerdos a los que llegan en el mercado con productores idénticos a ellos. No hacerlo, infringiendo por tanto los términos del acuerdo comercial, les permite obtener una recompensa al apropiarse de los bienes no producidos por ellos sin incurrir en ningún coste (al no entregar nada a cambio). Esta conducta no cooperativa constituye, en ausencia de gobierno alguno, la solución del juego, que no es más que un Dilema del Prisionero donde la estrategia no cooperativa es dominante para ambos jugadores (que tienen pagos simétricos).

Obtenemos de esta manera una solución, en primer lugar, ineficiente en términos paretianos y, en segundo, no deseable socialmente, al ser inferior a la solución cooperativa en la que todos los jugadores se dedican al comercio. Este comercio, además, es la única manera de conseguir que la sociedad se beneficie de las ventajas asignativas del mercado que, sin intercambio, es sustituido por una economía de subsistencia.

La existencia de un gobierno que permita interiorizar en términos colectivos los costes del incumplimiento de los contratos puede representarse mediante el segundo de los juegos, donde se han modificado los pagos. Si existe algún tipo de forma institucional que castiga los comportamientos no cooperativos, les resultará más beneficioso a los agentes privados comerciar, y producir para el mercado, que optar por el robo o el incumplimiento. En el juego propuesto se asegura la solución cooperativa, deseable socialmente, para valores de la multa x superiores a 5.

Este argumento es fácilmente contradecible dado que estamos asumiendo que el estado es una especie de dictador benevolente, que sólo se preocupa por el bienestar de sus súbditos, sin ningún tipo de interés particular. Y es precisamente al considerar que el estado o, mejor dicho, los individuos que lo componen puede (o pueden) perseguir intereses particulares cuando se resaltan los beneficios de las instituciones democráticas frente a las que no lo son.

En una sociedad gobernada mediante instituciones no democráticas la estabilidad y la credibilidad de las mismas no están aseguradas. Nada impide, en ausencia de un Estado de Derecho, que los dictadores dejen de ser benevolentes y se apoderen del beneficio de los intercambios de mercado entre individuos. Por el contrario, cuanto mayor sea la estabilidad de las reglas de juego en una economía, mayor será la salvaguarda de los derechos económicos, cruciales en el argumento anterior.

En este contexto, la credibilidad de las instituciones deviene fundamental. La democracia es superior a las autocracias en el sentido de que asegura a los agentes económicos que no van a ser desposeídos de los beneficios de su actividad. Bajo un gobierno controlado por una minoría, con instituciones sin control democrático, las actividades de mercado se encuentran amenazadas por la falta de credibilidad y de estabilidad de las reglas del juego. Por lo tanto, en estas sociedades se favorece la aparición y proliferación de actividades *buscadoras de rentas*, con las consiguientes ineficiencias asignativas y disminuciones de la productividad. Entre las actividades *buscadoras de rentas* cabría incluir todo tipo de actividades desestabilizadoras en términos políticos, propias de sociedades sin estabilidad social, en un amplio espectro que va desde la manifestación a la huelga, pasando por acciones de corte violento, con evidentes costes asociados en términos económicos.

Como último argumento, en sociedades no democráticas, los *policy makers* ven acortado su horizonte temporal como colectivo, en el sentido de que intentarán maximizar sus funciones objetivo individuales. No se considerarán ganancias futuras que sí pueden incluirse en las funciones objetivo de partidos políticos que compiten a lo largo del tiempo en sucesivas elecciones. De esta manera, tal y como analiza Perotti, menores tasas impositivas incentivan la actividad económica y favorecen el crecimiento.

Estos argumentos informales pueden incorporarse a modelos de crecimiento endógeno, tal y como afirmábamos en la introducción. En concreto, y partiendo del modelo de crecimiento planteado por Romer en Romer (1991), podemos incorporar la estabilidad y credibilidad institucional fácilmente. Veremos un desarrollo algo más formal de estas variables cuando incorporemos lo que llamamos el *mecanismo político*. Antes analizaremos, sin embargo, otra importante vía de conexión entre la igualdad, la democracia y el crecimiento endógeno: la inversión en capital humano.

2.2 DISTRIBUCIÓN DE LA RENTA Y CRECIMIENTO ENDÓGENO

Las teorías tradicionales del crecimiento eran, por definición, insensibles a los aspectos distributivos al considerar el cambio técnico como algo exógeno al proceso de crecimiento. Modelos como el citado de Romer permiten endogeneizar el crecimiento al derivarlo de decisiones autónomas y maximizadoras de consumidores y productores. La conexión de estos planteamientos con variables institucionales o de tipo político se efectúa al considerar el progreso técnico como una consecuencia de la inversión en capital humano.

En concreto, imaginemos una economía con dos sectores, uno dedicado a la producción de *tecnología* y otro a la producción de bienes finales. El crecimiento se produce como consecuencia de la creación de nuevos diseños en el primero de los sectores, que son incorporados como *input* en el segundo sector, tal y como reflejan las ecuaciones siguientes:

$$Y_1 = Y(r, H_1, T) \quad [1]$$

$$Y_2 = Y(H_2, L, K) \quad [2]$$

donde Y_i es la producción de cada sector,
 H_i es el capital humano invertido en cada sector,
 r es la productividad en el primer sector,
 T es el stock tecnológico existente en cada momento del tiempo,
 K es el stock de capital, siendo $K = K(Y_1)$, y
 L representa el trabajo no cualificado.

Este modelo de crecimiento encuentra una senda de crecimiento de la producción que se puede expresar mediante la siguiente ecuación:

$$\dot{Y} = \dot{Y} = rH - ft \quad [3]$$

donde \dot{Y}_i indica la tasa de crecimiento de la producción de cada sector,
 H es el nivel total de capital humano,
 f es un parámetro técnico que depende de la función de producción, y
 t es el tipo de interés

La ecuación [3] nos dice que el crecimiento depende positivamente de la incorporación de nuevas tecnologías y negativamente del tipo de interés (altos tipos de interés desincentivan la inversión en capital, con lo que el capital humano se concentra en el segundo sector como consecuencia de la sustitución de K por H).

Los agentes económicos eligen su nivel de consumo en el tiempo maximizando una función de utilidad estándar, lo que nos da una tasa óptima de crecimiento basada en la ecuación de Ramsey:

$$\dot{S} = t - d \quad [4]$$

donde el consumo óptimo de los agentes es la diferencia entre el tipo de interés y una tasa de descuento temporal d . Este resultado surge de la mencionada maximización intertemporal de la utilidad a la que se enfrenta cada individuo i sujeto a su vez a la siguiente restricción presupuestaria:

$$c_i + \dot{K}_i = w_i + tk_i \quad [5]$$

donde la notación es la obvia.

Esto nos lleva a conocer la tasa de crecimiento de la economía en el estado estacionario, donde [3] y [4] se igualan, con lo que

$$y = \frac{rH - fd}{1+f} \quad [6]$$

Esta es la ecuación que nos interesa a efectos de estudiar los efectos de las variables distributivas y políticas. El crecimiento en el largo plazo de una economía depende, esquemáticamente, de la siguiente identidad:

$$y' = y_r, \overset{+}{H}, \overset{+}{f}, \overset{-}{d} \quad [7]$$

El mecanismo que conecta la distribución de la renta y el entramado institucional con el crecimiento es el capital humano H , dado que éste podemos considerarlo estrictamente dependiente de la educación:

$$H = hG \quad [8]$$

La ecuación [8] nos dice que el capital humano es el producto de la cualificación laboral de los trabajadores cualificados por el número de los mismos. Siendo h una función dependiente exclusivamente de los niveles educativos y suponiendo que esta educación tiene un coste, podemos analizar ahora el efecto de la distribución de la renta sobre ésta y , consecuentemente, sobre el nivel de crecimiento estacionario.

Sociedades más igualitarias permitirán, en primer lugar, que un mayor número personas pueda acceder al nivel de cualificación laboral superior, con lo que, sin modificarse la senda de consumo, nos encontramos con que el nivel de crecimiento será mayor en aquellas sociedades que, por su mayor nivel de igualdad, puedan disponer de mayores niveles de H .

En el caso de encontrarnos con sociedades con bajos niveles de igualdad en la distribución de la renta, las que disfruten de instituciones democráticas podrán acceder a mayores tasas de crecimiento al poder *obligar* mediante la fuerza de los votos a *comprar* niveles mayores de educación recurriendo a sistemas de educación públicos que permitan financiar dicha educación a los estratos de población cuyos niveles de renta no lo permitan.

Sociedades no democráticas, entendiendo éstas como aquellas en las que las preferencias colectivas no se reflejan en las decisiones de política económica, difícilmente optarán por fiannciar este tipo de programas de educación pública, por lo que, en principio, con menores niveles de H , las tasas de crecimiento de economías desiguales (y_n) serán menores que las de las igualitarias (y_i). Esto es,

$$y_i = \frac{rH^I - fd}{1+f} > y_D = \frac{rH^D - fd}{1+f} \quad [9]$$

2.3 EL MECANISMO POLÍTICO Y LA POLÍTICA FISCAL

La existencia de mecanismos políticos que permitan la financiación de un programa de educación y cualificación pública no permite una distinción tan tajante en este tipo de modelos, dado que si bien es cierto que estas instituciones hacen crecer el nivel de H , la financiación de esos

programas públicos mediante impuestos puede provocar una disminución de la tasa de crecimiento, vía incentivos, al afectar a la restricción presupuestaria de la ecuación [5], que pasaría a tener la forma siguiente:

$$c_t + \delta k_t = (w_t + t k_t^i)(1 - g) + R \quad [10]$$

donde g sería una tasa impositiva única ligada a un impuesto lineal y R el nivel de transferencia *per cápita* ligada a dicho nivel impositivo. De esta manera, la senda de consumo óptima representado por la ecuación [4] se convierte en:

$$\delta = t(1 - g) - d \quad [11]$$

y el nivel de crecimiento en el estado estacionario será:

$$y^* = \frac{rH(1 - g) - fd}{1 + f} \quad [12]$$

lo que, en principio, recoge el efecto *distorsionador* del sistema impositivo sobre la actividad económica en general y sobre el nivel de crecimiento en particular. Esto es, para cualquier valor de g distinto de cero los niveles de crecimiento serán menores que los recogidos en [6].

Sin embargo, esto no deja de avalar la superioridad de los sistemas democráticos dado que, en primer lugar, éstos accederán con mayor probabilidad a mayores niveles de educación, mayores valores de H y de crecimiento, caso de existir fuertes desigualdades iniciales que dificulten el acceso a la cualificación.

En segundo lugar, si comparamos situaciones democráticas (de *alto* nivel de crecimiento) entre sí, la ecuación [9] se mantiene. Dada la existencia del entramado institucional democrático que permite la inversión en H , aquellas democracias que amparen la igualdad económica favorecerán en mayor medida el crecimiento dado que necesitarán menores niveles de impuestos *distorsionadores*. Es fácil de comprobarlo recurriendo al Teorema del Votante Mediano, donde mayor igualdad (medida como la distancia existente entre la posición del votante mediano y el nivel de la renta media) asegura menores niveles de impuestos, elegidos éstos de manera democrática y directa.

Esto es, la igualdad es una especie de seguro que puede evitar o, al menos minimizar, los *efectos perversos* del mecanismo político. Dado que en democracia la política fiscal recogerá no sólo las preferencias sociales sobre educación sino también sobre distribución, aquellas sociedades democráticas con menores desigualdades se verán afectadas en menor medida por las presiones *negativas* ejercidas sobre el crecimiento por altas demandas de transferencias (y, consecuentemente, *excesivos* niveles de presión fiscal). Esto es,

$$y_i^* = \frac{rH^i(1 - g^i) - fd}{1 + f} > y_D^* = \frac{rH^D(1 - g^D) - fd}{1 + f} \quad [13]$$

dado que $g^i < g^D \Rightarrow y_i^* > y_D^*$.

Este argumento sobre el mecanismo político ha sido contrastado por diversos autores. Alesina y Rodrik (1992) encuentran evidencia empírica favorable a este tipo de razonamientos. A mayor igualdad en el reparto de la riqueza, la inexistencia de conflictos redistributivos garantiza mayores tasas de crecimiento, lo que en su opinión explica el éxito de sociedades que han experimentado

fuertes procesos redistributivos en términos de posesión de la tierra (como Japón, Taiwán o Corea) frente a determinados países latinoamericanos, donde los niveles de igualdad serían menores. La transición al mercado de Europa del Este debería de evitar la concentración de la propiedad precisamente, en opinión de estos autores, para asegurar el crecimiento.

Persson y Tabellini (1992) alcanzan resultados parecidos en un modelo similar sobre la distribución de la renta. Aunque llevan a cabo una distinción entre impuestos generales y sectoriales, y las conclusiones de [13] se ven ligeramente modificadas debido a la existencia de asimétricas presiones de grupos de interés en la elaboración de las políticas fiscales sectoriales, las conclusiones son básicamente las mismas. Sugieren, además, el efecto perverso que las no democracias mantienen al no recogerse las preferencias colectivas sobre distribución sino sólo las de sus dirigentes.

Hay que reconocer, sin embargo, que estas conclusiones sobre el mecanismo político distan de ser unánimemente compartidas. En el campo empírico, Perotti (1995) no encuentra evidencia relevante para afirmar que lo que él denomina el mecanismo fiscal asegure mayor crecimiento. Analíticamente, las dificultades aumentan cuando se consideran situaciones de corto plazo, donde la existencia de mecanismos democráticos de decisión colectiva puede provocar efectos indeseados. Pasamos a analizarlo en el siguiente de los puntos.

3 EL MECANISMO POLÍTICO EN EL CORTO PLAZO

3.1 LOS PROBLEMAS DE INCONSISTENCIA DINÁMICA

Uno de los primeros problemas asociados a la existencia de mecanismos políticos fue estudiado seminalmente por el famoso artículo de Kydland y Prescott (1977). En su trabajo suponen que el gobierno (democrático) va a enfrentarse a un dilema consistente en elegir entre cumplir las políticas económicas que previamente ha anunciado o, digamos, faltar a su palabra y conseguir, aprovechándose de que las expectativas de los agentes se han formado con arreglo al anuncio, incidir en variables reales (por ejemplo, el empleo) que le aseguren su reelección. Esto provocará lo que se conoce como un *sesgo inflacionista* inherente a la capacidad discrecional de los gobiernos de poner en práctica medidas de política económica.

Podemos ver más fácilmente este argumento si recurrimos a una simplificada modelización. Imaginemos que, en el corto plazo, el comportamiento de las principales variables macroeconómicas puede caracterizarse por la siguiente curva de Phillips con expectativas:

$$U_t = U_{t-1} - I(p_t - p_t^e) \quad [14]$$

donde la notación es la obvia. Las variaciones del desempleo sobre el período anterior son consecuencia de variaciones de los precios no anticipadas por los agentes (por ejemplo, sorpresas monetarias).

Supongamos que el gobierno decide anunciar una política económica sobre la que los agentes van a formar sus expectativas de precios para el siguiente período. Los salarios nominales se negocian en base al anuncio efectuado por el gobierno (los sindicatos persiguen un nivel de salarios reales *objetivo* que se traduce en un salario nominal a través de sus expectativas de inflación). El gobierno debe elegir la política económica que realmente aplica una vez estas expectativas (y, consecuentemente, los salarios nominales) están fijados.

Si suponemos que el gobierno trata de minimizar con su actuación una función de pérdidas como la descrita en la siguiente ecuación:

$$L_t = aU_t + b\frac{p_t^2}{2} \quad [15]$$

donde simplemente asumimos que el gobierno, bien por sólo preocuparse por el interés general de la población, bien por deber enfrentarse a procesos electorales, trata de minimizar los desequilibrios de la economía reflejados por el nivel de inflación (p_t) y por el nivel de desempleo en el momento siguiente (U_t), combinados en una función que pondera la inflación y el desempleo con los parámetros α y β .

No es complicado deducir que la minimización de esa función de pérdidas lleva al gobierno a optar por una política económica tal que:

$$p_t^* = \frac{a}{b} = \frac{a'}{b} \quad [16]$$

lo que no quiere decir más que, dentro de esa curva de Phillips a la que se enfrenta el gobierno en el corto plazo, éste opta por un nivel positivo de inflación para conseguir reducir en cierta media el nivel de desempleo.

Endogeneizando el proceso de puesta en marcha de la políticas económicas, sin embargo, podemos suponer que los agentes pueden anticipar la política económica que conviene al gobierno, dado que pueden conocer su función de pérdidas. Nos encontramos entonces ante un juego que podemos representar por la siguiente matriz de pagos:

Agentes Económicos

| | | | | | |
|---|------------------------------|---|--|-----------|----------------------|
| | | Política aplicada: | | $p^e = 0$ | $p^e = \frac{a'}{b}$ |
| Gobierno (Anuncia $p_t = 0$) | $p_t = 0$ | $p_t = 0; U_t = U_{t-1}$ (a) | $p_t = 0; U_t > U_{t-1}$ (b) | | |
| | $p_t = p_t^* = \frac{a'}{b}$ | $p_t = p_t^* = \frac{a'}{b};$ $U_t < U_{t-1}$ (c) | $p_t = p_t^* = \frac{a'}{b}; U_t = U_{t-1}$ (d) | | |

Esta matriz recoge cuatro situaciones distintas, pero sólo en dos de ellas las expectativas se forman de manera racional: la recogida en la casilla (a) y la recogida en la (d). Si analizamos los pagos, expresados por medio de los correspondientes valores de la función de pérdidas, nos encontramos con que:

$$L_t^a = aU_{t-1} \quad [17]$$

$$L_t^d = aU_{t-1} + b \frac{(p_t^*)^2}{2} = L_t^a + b \frac{(p_t^*)^2}{2} \quad [18]$$

Lo que implica, como era previsible, que la casilla (d) es inferior a la (a) para el gobierno. Sin embargo, la solución del juego, el único equilibrio de Nash, será precisamente esta casilla. La explicación es bien sencilla. El gobierno tiene una estrategia dominante a anunciar una política para luego incumplirla. El pago esperado es superior engañando, independientemente del nivel de inflación que esperen los agentes:

$$L_t^c = a(U_{t-1} - p_t^*) + b \frac{(p_t^*)^2}{2} = aU_{t-1} - a'p_t^* + b \frac{(p_t^*)^2}{2} \quad [19]$$

Por la lógica antes comentada, esta casilla representa la minimización de la función de pérdidas del gobierno. Los agentes han formado unas expectativas de inflación nula y el gobierno ha sido capaz de afectar al desempleo al lanzar una política económica expansiva. Al ser esta casilla la que obtiene el valor más bajo de la función de pérdidas (el asociado a la política económica p_t^*), podemos comparar el resto de las mismas:

$$\begin{aligned} L_t^c &= aU_{t-1} - a'p_t^* + b \frac{(p_t^*)^2}{2} = L_t^a - a'p_t^* + b \frac{(p_t^*)^2}{2} \\ L_t^c &< L_t^a \quad \text{si} \quad -a'p_t^* + b \frac{(p_t^*)^2}{2} < 0 \end{aligned} \quad [20]$$

La estrategia de no mantener la política económica anunciada es dominante, dado que las pérdidas asociadas a las casillas correspondientes a la opción de engañar son inferiores a las de no engañar. Por [20], sabemos que al gobierno le conviene no cumplir la política anunciada si los agentes económicos creen el anuncio. Podemos comprobar fácilmente que en el caso de que opten por no creerse la política anunciada también al gobierno le conviene no mantener su *palabra*:

$$L_t^b = aU_{t-1} - 1(0 - p_t^*) = aU_{t-1} + a'p_t^* = L_t^a + a'p_t^* \quad [21]$$

y, por [18] y por [20]:

$$\begin{aligned} L_t^d &= L_t^a + b \frac{(p_t^*)^2}{2} \\ L_t^d &< L_t^b = L_t^a + a'p_t^* \quad \text{si} \quad -a'p_t^* + b \frac{(p_t^*)^2}{2} < 0 \end{aligned} \quad [22]$$

Así, y esta es la conclusión principal de los modelos de inconsistencia dinámica, independientemente de cuales sean las expectativas del sector privado, el gobierno no mantendrá su palabra, y nos situaremos en una casilla como la (d), inferior a la (a) donde tenemos la misma tasa de desempleo y un mayor nivel de inflación.

Este es el sesgo inflacionista de Kydland y Prescott. De aquí la recomendación de que la política monetaria debe ser dejada en manos de organismos independientes que no tengan otro objetivo que la inflación (en su función de pérdidas). De ahí que cuanto mayor sea la aversión a la inflación por parte de los gobernadores de los bancos centrales, mayores serán las ganancias sociales asociadas a la solución del juego (tal y como plantea Rogoff en Rogoff (1989), conviene tener un *banquero* con una aversión grande a la inflación, lo que implica valores grandes de β , que minimizan el nivel de inflación).

Este argumento puede entenderse como un coste de las democracias en el sentido de que el sesgo inflacionista está inherentemente asociado a la capacidad de los gobiernos de poner en práctica políticas acordes con sus funciones de utilidad o de pérdidas, siempre en relación con objetivos políticos. Sin embargo, este argumento no sirve cuando lo que estamos tratando de comparar son instituciones democráticas con las que no lo son, dado que sólo en situaciones como las democráticas podemos esperar que, colectivamente, una sociedad opte por atar las manos de su gobierno, sometiéndolo a controles de tipo político.

Nada garantiza que instituciones no controladas colectivamente se sometan a ningún tipo de control externo. Dicho de otro modo, sólo estados democráticos donde la separación de poderes representa una forma institucional estable podrán dotar de un nivel de autonomía creíble a sus gestores de políticas económicas (agencias monetarias o tributarias) como para que los agentes opten por creer en sus políticas. En estados donde no existen mecanismos políticos de carácter democrático el sesgo inflacionista es necesariamente mayor, al no poder adquirir los gobiernos la necesaria reputación.

3.2 CREDIBILIDAD Y EQUILIBRIOS REPUTACIONALES

El juego arriba planteado despierta la duda razonable de no sostenerse en contextos donde los jugadores se enfrenten entre sí en un número repetido de ocasiones. Intuitivamente, parece coherente suponer que si el juego se juega un número amplio de veces, el gobierno tendrá un incentivo a mantener su palabra para poder recoger los beneficios derivados de su credibilidad. Este incentivo aparece, adviértase, al saber los agentes económicos privados que la suma de las ganancias que obtienen los gobiernos por mantener su palabra es superior a la de engañar en un momento determinado del tiempo, apareciendo un coste en el corto plazo derivado de perder la reputación de ser un político creíble, ya que eso se traduce en mayores tasas de inflación y pérdida consecuente de apoyos electorales.

Sin embargo, este resultado intuitivamente atractivo se resiste a la formalización mediante la teoría de juegos, tal y como demuestra la famosa paradoja de la cadena de supermercados de Selten. Con ella se viene a demostrar que, enfrentados un jugador grande de vida larga a muchos jugadores pequeños de vida corta, un número todo lo grande de veces que se quiera (pero finito), no existen ganancias para el jugador grande derivadas de labrarse una reputación, lo que se puede comprobar

utilizando el mecanismo de la inducción hacia atrás. En la última ocasión en que se juega el juego no hay ganancias futuras por las que luchar por parte del gobierno. La política económica en este último período será inflacionista (la decisión de la cadena de supermercados será de no combatir) porque nada tienen que ganar y estamos ante la misma matriz de pagos exhibida más arriba.

Empleando la inducción hacia atrás, en el período anterior al último nada tampoco hay que ganar con políticas que busquen ganarse una reputación en el futuro, compuesto en este caso por sólo un último período en el que los jugadores pequeños, los agentes privados, saben que se va a optar por la política inflacionista. De la misma manera podemos llegar hasta el primer período, donde la situación será la comentada en el punto anterior y no habremos obtenido ningún tipo de política económica en busca de credibilidad. No existirá ningún equilibrio reputacional.

Kreps y Wilson (1982), y más tarde Barro y Gordon (1983, 1986), desarrollaron un modelo en el que la presencia de información incompleta permitía la obtención de una solución al juego repetido un número finito pero elevado de veces. Si suponemos que existe una probabilidad positiva de que el gobierno sea un gobierno *fuerte* que no opte por jugar la estrategia de una política económica inflacionista o de corto plazo, el resultado no cooperativo no se mantiene. En concreto, para valores *altos* de esa probabilidad (en concreto, superiores a un valor crítico, dependiente de los pagos asociados) los agentes económicos sabrán que un gobierno fuerte optará por una estrategia no inflacionista porque siempre lo hará. Pero también un gobierno *débil* optará por esa estrategia no inflacionista dado que puede conseguir labrarse una reputación de duro (los pagos asociados a esta estrategia son mayores que si no se labra esa reputación). Dado que los agentes económicos privados saben que tanto el gobierno fuerte como el débil van a llevar a cabo las políticas económicas que anuncian, optarán por otorgar esa credibilidad a los gobiernos.

Si la probabilidad que otorgan los agentes a que el gobierno sea del tipo *fuerte* es inferior a ese valor crítico, no existirá ninguna estrategia de Nash en puras para el gobierno de tipo reputacional. Pero aún así, para horizontes temporales lo suficientemente amplios, el gobierno puede optar por una estrategia mixta con el que obtenga mayores beneficios que con la estrategia pura inflacionista. Y durante un número amplio de jugadas, mayor cuantas más veces se juegue el juego, seguirá vigente el equilibrio reputacional de la política económica, con lo que retomamos el argumento empleado al principio de esta comunicación. Sociedades democráticas estables pueden asegurar en mayor medida soluciones deseables socialmente aun ante problemas de sesgo inflacionista como las demostradas en el epígrafe anterior.

4. CONCLUSIONES

No es un coste de la democracia el mantener gobiernos preocupados por mantenerse en el poder a costa de emplear políticas económicas que les hagan ganar las elecciones. Tal y como vimos en el punto primero, existe evidencia teórica y empírica suficiente como para avalar la tesis defendida de que mayores niveles de igualdad y de democracia aseguran mayores tasas de crecimiento en el largo plazo.

De la misma manera, la existencia de mayores niveles de democratización en el seno de las instituciones encargadas de procesar las decisiones colectivas asegura la posibilidad de que se eviten equilibrios no deseados socialmente como los asociados a los sesgos inflacionistas derivados del *mecanismo político*. Cuanta mayor sea la estabilidad de las instituciones democráticas mayores serán las posibilidades de que nos encontremos en situación de poder alcanzar equilibrios reputacionales que aseguren mejores resultados colectivos.

5. BIBLIOGRAFÍA

ALESINA, A. Y RODRIK, D. (1992): "Distribution, Political Conflict, and Economic Growth: A Simple Theory and Some Empirical Evidence", en Cukierman, A.; Hercowitz, Z. y Leiderman, L. (eds.) *Political Economy, Growth and business Cycles*, MIT Press.

ALESINA, A. Y ROSENTHAL, H. (1995): *Partisan Politics, Divided Governement and the Economy*, Cambridge University Press.

BARRO, R. (1986): "Reputation in a Model of Monetary Policy with Incomplete Information", *Journal of Monetary Economics*, 17, 1.

BARRO, R. Y GORDON, D. (1983): "A Positive Theory of Monetary Policy in a Natural Rate Model", *Journal of Political Economy*, 91, 4.

CLAGUE, C.; KEEFER, P.; KNACK, P. Y OLSON, M. (1995): "Property and Contract Righths Under Democracy and Dictatorship", ponencia presentada en el seminario *Growth and Political Institutions*, organizado por la Harvard University y la Universidad Pompeu Fabra, 31 de marzo y 1 de Abril, Centre de Recerca en economia Internacional (CREI).

GARCÍA PEÑALOSA, C. (1994): "Inequality and Growth: A Note on Recent Theories", *Investigaciones Económicas*, XVIII, 1, 97-116.

GÄRTNER, M. (1994): "Democracy, elections, and macroeconomic policy: Two decades of Progress", *European Journal of Political Economy*, 10.

KREPS, D. Y WILSON, R. (1982): "Reputation and Imperfect Competition", *Journal of Economic Theory*, 27, 2.

KYDLAND, F. E. Y PRESCOTT, E. C. (1977): "Rules Rather than Discretion: The Inconsistency of Optimal Plans", *Journal of Political Economy*, 85, 3.

NORTH, D. (1993): "Institutions and Credible Commitment", *Journal of Institutional and Theorettical Economics*, 149, 1.

PEROTTI, R. (1995): "Income distribution, democracy, and growth: an empirical investigation", ponencia presentada en el seminario *Growth and Political Institutions*,

organizado por la Harvard University y la Universidad Pompeu Fabra, 31 de marzo y 1 de Abril, Centre de Recerca en economia Internacional (CREI).

PERSSON, T. Y TABELLINI, G. (1992): "Growth, Distribution, and Politics", en Cukierman, A.; Hercowitz, Z y Leiderman, L. (eds.) *Political Economy, Growth and business Cycles*, MIT Press.

ROEMER, J. (1994): "On the relationship between Economic development and Political Democracy", *Economic Design*, 1, 1.

ROGOFF, K. (1989): "Reputation, Coordination, and Monetary Policy", en Barro, R. (ed.), *Modern Bussines Cycles Theories*, Harvard University Press.

ROMER, P. (1991): "El cambio tecnológico endógeno", *El trimestre Económico*, LVIII, 3, 441-480.

EL EFECTO DEL NIVEL EDUCATIVO EN LA TASA DE PARTICIPACIÓN LABORAL DE LAS MUJERES GALLEGAS

CARLOS MARÍA FDZ-JARDÓN

Escuela de Negocios Caixavigo

M^a SOLEDAD OTERO GIRÁLDEZ

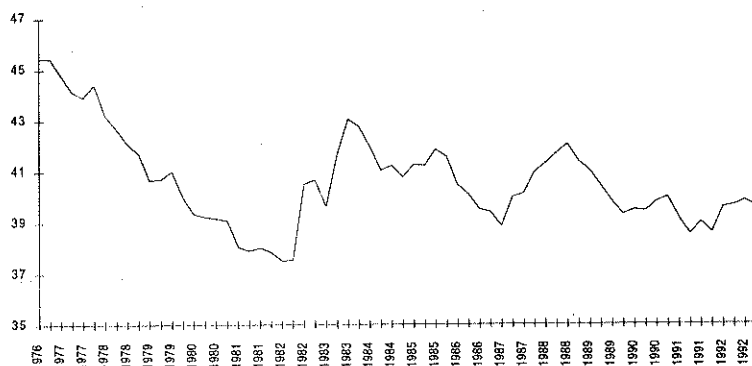
Facultad de Ciencias Económicas

Universidad de Vigo

1. INTRODUCCIÓN

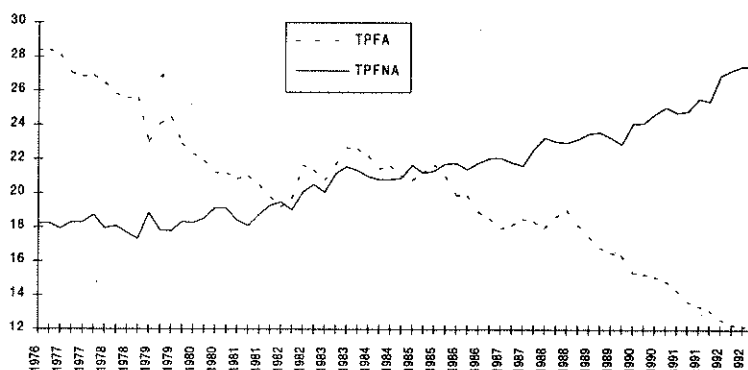
En los últimos años, se está notando una gradual incorporación de la mujer al mercado de trabajo (Ver Killingsworth y Heckman, 1986). Sin embargo, si observamos el gráfico 1, que nos indica la tasa de participación femenina gallega, no está clara esa tendencia creciente que es una característica del resto del mundo occidental.

GRAFICO 1: Tasa de participación femenina.



Si analizamos por separado los efectos de la tasa de participación femenina agrícola y no agrícola, se observa un claro cambio en las tendencias, y es en esta segunda donde el comportamiento es más similar con el resto de España (Véase gráfico 2).

GRAFICO 2: Tasa de participación femenina agrícola y no agrícola.



Son muchos los autores que sugieren que ese aumento de la tasa de participación femenina en el mercado de trabajo es debido al aumento del nivel educativo de las mujeres (Ver Killingsworth y Heckmann, 1986). Debido a esto, en este artículo, nos proponemos analizar el efecto que la inversión en capital humano tiene sobre la tasa de participación laboral femenina no agrícola (TPFNA)¹ en Galicia.

Existen bastantes trabajos previos que han tenido en cuenta este tema, aunque en diferentes contextos temporales o espaciales. En general, en la mayor parte de ellos, se mide la inversión en capital humano a través del nivel educativo, ver, por ejemplo, Bowen y Finegan (1965), Hernández y Riboud (1985), Castaño (1988), Berliner (1989), Meghir y otros (1989), Novales y Mateos (1990), etc. Todos estos autores consideran que la educación es una variable relevante a la hora de explicar los cambios en la tasa de participación femenina.

¹ La tasa de participación femenina no agrícola viene definida por el cociente entre la población activa no agrícola y la población de dieciséis y más años, expresada en porcentaje para el colectivo de mujeres.

Según la mayoría de los autores citados, un aumento en el nivel educativo conduce a una mayor participación de la mujer en el mercado de trabajo por los efectos que tiene la educación en el salario, supone un aumento potencial de este, y en las preferencias de la mujer, amplía el horizonte cultural de ésta haciendo que le resulte más atractivo el trabajar fuera de casa.²

En la mayoría de estos trabajos, sólo se estudia el efecto del nivel educativo, bien a corto plazo, o bien a largo plazo, pero no es habitual el análisis de los efectos conjuntos. Este es el objetivo que perseguimos con este trabajo. Para tratar de medir el efecto del nivel educativo - tanto a largo plazo, como a corto plazo - comprobamos si existe cointegración con la tasa de participación femenina no agrícola.

Básicamente podemos considerar dos variables que recogen el nivel de estudios en Galicia: el porcentaje de mujeres con estudios medios(MEM) y el porcentaje de mujeres con estudios superiores(MES)³. El porcentaje de titulados superiores nos mide el efecto de la mayor calidad de la inversión en capital humano, pues recoge más años de educación. Sin embargo, el porcentaje de titulados medios considera inversión en educación pero con menor calidad. Las implicaciones prácticas de este hecho son que en el primer caso su efecto se recoge en los salarios y en el segundo en las posibilidades de empleo. Por esto, dado que se estudia la tasa de participación, parece más lógico el uso del segundo indicador.

² Berliner (1989) incluso llega a sugerir que los cambios que los salarios provocan en la tasa de actividad femenina pueden venir recogidos, hasta cierto punto, por el nivel de educación debido al efecto "capital humano".

³ Como no disponíamos de datos sobre mujeres con estudios medios utilizamos las mujeres matriculadas en el curso de orientación universitaria. En cuanto a las mujeres con estudios superiores recogimos datos de mujeres licenciadas, carreras de tres y cinco años. Como los datos no abarcaban todo el período muestral tuvimos que realizar algunas estimaciones. Además también fue necesario homogeneizar las series.

GRAFICO 3: Porcentaje de mujeres con estudios medios y superiores.

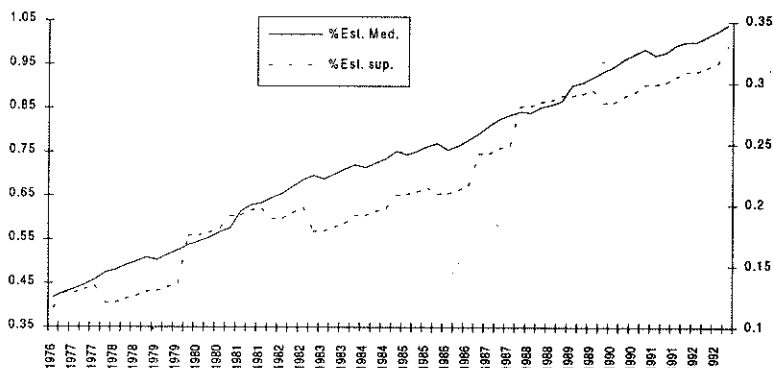


GRAFICO 3: Porcentaje de mujeres con estudios medios y superiores.

Después de diferentes comparaciones entre los posibles modelos, nos quedamos con el MEM, por ser ésta la variable que más influencia tiene sobre la TPFNA⁴.

2. EL EFECTO DEL CAPITAL HUMANO A LARGO PLAZO.

Para analizar el comportamiento a largo plazo entre ambas variables tendrá que verificarse que ambas series sean integradas del mismo orden y además exista una relación lineal entre ellas del tipo

$$TPFNA_t = \beta_0 + \beta_1 NEM_t + \varepsilon_t$$

⁴La relación entre estas variables no es lineal. Utilizando la metodología de Tukey y ot. (1970) sobre transformaciones potencia, encontramos que la que nos da mejor relación lineal es el nivel de estudios medios elevado a una potencia de cuarto orden. Definiremos esa variable, por comodidad en el trabajo, como $NEM = MEM^{1.4}$.

Contrastamos la existencia de un proceso I(1) frente a un proceso I(0) con los tests de Dickey y Fuller(1981).

Del análisis de los estadísticos (Véase Tabla 1), se puede concluir que tanto el NEM como la TPFNA son procesos I(1) con constante.

TABLA 1: Dickey-Fuller tests

| | ϕ_3 | ϕ_2 | t_{ϕ} | ϕ_1 | t_{α} |
|----------------------------------|----------|----------|------------|----------|--------------|
| NEM | 2.4640 | 28.532 | -2.0924 | 38.282 | 0.53421 |
| TPFNA | 5.1075 | 5.1982 | -2.8848 | 2.4866 | 0.51042 |
| Valor crítico T=50 $\alpha=10\%$ | 5.61 | 4.31 | -3.18 | 3.39 | -2.60 |

Como trabajamos con series cortas los resultados no se pueden considerar definitivos. De ahí la necesidad de acudir a la metodología de Box-Jenkins para ratificar el hecho de que el NEM y la TPFNA sigan paseos aleatorios con constante.

Comprobamos la significatividad de las autocorrelaciones mediante los test de Ljung-Box-Pierce (véase tabla 2), para el caso de las series sin diferenciar y diferenciadas.

TABLA 2

| (Test de LJUNG-BOX-PIERCE) | | | | | |
|----------------------------|-------------|---------|-----------|-------------|---------|
| NEMt | | | (1-L)NEMt | | |
| Retardo | Estadístico | P-valor | Retardo | Estadístico | P-valor |
| 1 | 62.64 | 0,00 | 1 | 0.01 | 0.926 |
| 2 | 120.20 | 0,00 | 2 | 1.34 | 0.512 |
| 3 | 172.94 | 0,00 | 3 | 1.51 | 0.681 |
| 4 | 221.05 | 0,00 | 4 | 2.51 | 0.643 |
| 5 | 264.51 | 0,00 | 5 | 2.52 | 0.773 |
| 6 | 303.58 | 0,00 | 6 | 2.69 | 0.847 |
| 7 | 338.55 | 0,00 | 7 | 2.97 | 0.888 |
| 8 | 369.60 | 0,00 | 8 | 3.18 | 0.923 |
| 9 | 396.53 | 0,00 | 9 | 3.27 | 0.953 |
| 10 | 419.63 | 0,00 | 10 | 4.11 | 0.942 |
| 11 | 439.06 | 0,00 | 11 | 4.22 | 0.963 |
| 12 | 455.20 | 0,00 | 12 | 5.00 | 0.958 |

| TPFNA | | | (1-L)TPFNA | | |
|---------|-------------|---------|------------|-------------|---------|
| Retardo | Estadístico | P-valor | Retardo | Estadístico | P-valor |
| 1 | 60,21 | 0,00 | 1 | 2.83 | 0.092 |
| 2 | 113,38 | 0,00 | 2 | 5.39 | 0.067 |
| 3 | 160,44 | 0,00 | 3 | 5.99 | 0.112 |
| 4 | 201,73 | 0,00 | 4 | 6.32 | 0.176 |
| 5 | 239,54 | 0,00 | 5 | 6.67 | 0.247 |
| 6 | 273,56 | 0,00 | 6 | 6.78 | 0.342 |
| 7 | 304,03 | 0,00 | 7 | 6.81 | 0.449 |
| 8 | 331,09 | 0,00 | 8 | 6.83 | 0.556 |
| 9 | 354,11 | 0,00 | 9 | 6.83 | 0.655 |
| 10 | 373,38 | 0,00 | 10 | 7.08 | 0.718 |
| 11 | 390,33 | 0,00 | 11 | 7.08 | 0.792 |
| 12 | 404,54 | 0,00 | 12 | 8.94 | 0.708 |

Los resultados de la estimación a largo plazo son⁵:

⁵ Los estadísticos "t" aparecen entre paréntesis.

$$\hat{TPFNA}_t = 13.449 + 11.888NEM_t$$

(49.0) (30.121)

Test de Engle y Granger
CRDW= 0.5851
CRDF = -3.3959

Los tests de cointegración rechazan la hipótesis nula para un nivel de significación del 10% (0.322 y -3.04, respectivamente). Por lo tanto, podemos decir que las dos variables están cointegradas.

Los resultados de la estimación revelan como la tasa de participación femenina no agrícola reacciona positivamente ante incrementos unitarios en el nivel de estudios⁶. Podemos sacar dos conclusiones ante este comportamiento:

1. Dado que el NEM es una función creciente del nivel de estudios, la tasa de participación femenina no agrícola también lo será.
2. Como el NEM está elevado a una potencia de orden 1.4, la TPFNA crecerá más que proporcionalmente.
3. *El efecto del capital humano en el corto plazo.*

En el modelo dinámico introducimos, además de las variables anteriores, la tasa de paro ajustada (TPA)⁷ para analizar la sensibilidad de la tasa de actividad femenina no agrícola frente al ciclo económico. Los resultados de la estimación son ⁸:

$$\Delta \hat{TPFNA}_t = 5.6513 \Delta NEM_t + 0.30640 \Delta TPA_t - 0.33101 e_{t-1}$$

(1.598) (3.530) (-4.029)

⁶ La relación de cointegración no nos dice cual es la variable independiente y cual la dependiente. En nuestro caso, los tests de causalidad nos dicen que el nivel de estudios es la variable independiente y la tasa de participación femenina no agrícola la dependiente.

⁷ Fue necesario eliminar la tendencia y la constante de la tasa de paro total para que esta variable reflejara el comportamiento anticíclico que la caracteriza. Por lo tanto, la tasa de paro ajustada será un I(1) sin constante ni tendencia. El T test (1.7590) para contristar la existencia de raíces unitarias en el modelo de Phillips y Perron se acepta para un T=50 y un nivel de significatividad del 1 y 5%.

⁸ Los "t" tests aparecen entre paréntesis. "e" es el residuo que resultó de estimar por M.C.O. la regresión a largo plazo.

Los coeficientes de las tres variables son significativos para un nivel de significatividad del 10%. El nivel de estudios en el corto plazo sigue afectando positivamente a la TPFNA pero con menor intensidad que en el largo plazo (pasa de 11.888 a 5.6513). Tal vez la explicación se encuentre en el incremento de las tasas de escolarización, que hace que la tasa de participación de las mujeres jóvenes se contraiga. La tasa de paro afecta positivamente a la tasa de participación femenina no agrícola. Ello podría significar un comportamiento anticíclico de la variable⁹. Además, el coeficiente de los residuos retardados es negativo (-0.33101) para así corregir la relación a corto plazo hacia la trayectoria de equilibrio.

Comprobamos mediante el test de Ljung-Box-Pierce¹⁰ que los residuos del modelo no presentan correlación serial (véase tabla 3).

TABLA 3

| (Test de LJUNG-BOX-PIERCE) | | | | | |
|----------------------------|-------------|---------|---------|-------------|---------|
| Retardo | Estadístico | P-valor | Retardo | Estadístico | P-valor |
| 1 | .34 | .562 | 13 | 4.75 | .980 |
| 2 | .63 | .731 | 14 | 6.88 | .939 |
| 3 | .93 | .818 | 15 | 8.10 | .920 |
| 4 | .95 | .918 | 16 | 9.62 | .886 |
| 5 | .95 | .967 | 17 | 10.11 | .899 |
| 6 | 1.79 | .938 | 18 | 10.64 | .909 |
| 7 | 1.82 | .969 | 19 | 10.71 | .933 |
| 8 | 1.84 | .986 | 20 | 10.79 | .951 |
| 9 | 2.21 | .988 | 21 | 10.80 | .967 |
| 10 | 2.21 | .994 | 22 | 10.82 | .977 |
| 11 | 2.46 | .996 | 23 | 11.79 | .974 |
| 12 | 3.59 | .990 | 24 | 14.15 | .943 |

⁹ Killingsworth y Heckman (1986) hacen una regresión de la tasa de actividad diferenciada para un grupo de mujeres dado frente a la tasa de desempleo diferenciada para los varones de edades comprendidas entre los 35 y 45 años, para analizar la sensibilidad de dicha tasa frente al ciclo económico. Un coeficiente negativo de la variable independiente significaría un comportamiento procíclico de la variable dependiente y viceversa.

¹⁰ G.M. Ljung and G. E. P. Box, "On a Measure of Lack of Fit in time Series Models", *Biométrica*, vol. 65, no. 2, 1978, pp. 297-303.

Utilizando el test de Breusch-Pagan¹¹ se acepta la hipótesis nula de homocedasticidad ($L M_{BP}=0.90593$). Por último, contrastamos si las estimaciones se ajustan a las observaciones, para lo cual consideramos una regresión entre valores estimados respecto a observados y contrastamos con un test de Wald si la constante es cero y la pendiente es uno, conjuntamente. Comprobando que los test aceptan la hipótesis de que ambas coinciden, para un nivel de significación del 1% ($Wtest=7.5594240$, con dos grados de libertad).

4. CONCLUSIONES

Se observa, por una parte, como ante aumentos en el nivel de estudios la tasa de participación femenina no agrícola aumenta más que proporcionalmente. Por otra, si tenemos en cuenta el comportamiento de la variable frente al ciclo, la tasa de participación femenina no agrícola se comporta anticíclicamente, primando el efecto adicional sobre el de desánimo¹². Da la impresión de que la mujer preparada no se desanima tan fácilmente ante las condiciones desfavorables del mercado. La disminución de las rentas de su unidad familiar y las mejoras en los subsidios de desempleo pueden ayudar a explicar este comportamiento¹³.

5. BIBLIOGRAFÍA

BERLINER, S. J., "Soviet Female labor participation: A regional cross-Section analysis", *Journal of comparative economics* 13, 1989, pp. 446-472.

BOWEN, W. G. AND T. A. FINEGAN, "Labour force participation and unemployment", in: Ross, ed. *Employment policy and the labor market*, University of California Press, Berkeley, CA.

BREUSCH, T.S AND A. R. PAGAN, "A simple test for heterocedasticity and Randon Coefficient variation", *Econométrica*, vol.47, 1979, pp.1287-1294

¹¹T.S. Breusch y A. R. Pagan, "A simple test for heterocedasticity and Randon Coefficient variation", *Econométrica*, vol.47, 1979, pp. 1287-1294.

¹² El efecto del trabajador desanimado: La presencia en el mercado laboral de condiciones desfavorables, como altas tasas de paro, puede llevar al trabajador desempleado a retirarse del mismo.

¹³ Según Tachibanaki (1987), el que las mujeres desempleadas permanezcan más tiempo en el mercado laboral se debe a que estas empiezan a valorar más el trabajo que el ocio y al generoso sistema de compensaciones de desempleo.

CASTAÑO, C. M, " La participación femenina en la actividad económica", Información Comercial Española, 1988, no. 655, pp. 37-56.

DICKEY, D. A AND W. A. FULLER, " The likelihood ratio statist for autorregresive time series with a unit roots", Econometría, 1981, Vol. 49, pp. 1057-1072.

DOLADO, J.J, JENKINS T. AND SOSVILLA-RIVERO. S, "Cointegración and unit roots", Journal of economic surveys, Vol. 4, No.3, 1990, pp. 249-273.

ENGLE, R.F. AND C. W. J. GRANGER, " Cointegration and error correction: representation, estimation and testing", Econometría 55, 1987, pp. 251-276.

HERNANDEZ IGLESIAS, F. AND M. RIBOUD, "Trends in labor force participation of Spanish women: An Interpretative Essay", Journal of labor Economics, 1985, Vol. 3, no.1, pp. 201-216.

KILLINGSWORTH, M. R AND JJ. HECKMAN, "Female labour Supply", in: O. Ashenfelter and R. Layard Eds, Handbook of labor economics, 1986, pp. 103-204.

LJUNG, G.M. AND G. E. P. BOX, " On a Measure of Lack of Fit in time Series Models", Biométrica, vol. 65, no. 2, 1978, pp. 297-303.

MEGHIR, C., IUANNIDES Y. AND C. PISSAPIDES, "Female participation and male unemployment duration in Greece", European Economic Review 33, 1989, pp. 395-406.

NOVALES, A., " La incorporación de la mujer al mercado de trabajo en España: participación y ocupación", Moneda y crédito, vol 188, 1988, pp. 243-281.

NOVALES, A Y B. MATEOS, " Actividad económica y participación laboral de las mujeres y los jóvenes", en: García, M. F. ed., Estudios sobre participación activa, empleo y paro en España, 1990, FEDEA, Madrid.

NOVALES, A Y B. MATEOS, " Empleo, capital humano y participación femenina en España", Investigación Económica (2ª época), Vol.14, no.3, 1990, pp. 457-478.

PHILLIPS, P.C.B. AND PERRON, P., "Testing for a unit root in Time Series Regresión", Biometrika 75, 1988, pp. 235-346.

TACHIBANAKI, T., "Labour Market Flexibility in Japan in comparison with Europe and the USA", European Economic Review 31, 1987, pp. 647 - 684.

TUKEY, J. W. AND WILK, M. B., "Data Analysis and Statistics: Techniques and Approaches", in E. R. Tufte (editor), The Quantitative Analysis of Social Problems, 371-390, Reading, Mass: Adition - Wesley, 1970.

UN MODELO DE MEDICIÓN DE LA INFLACIÓN. LA RIOJA 1985-92

Dña. MONTSERRAT SAN MARTÍN
Dr. Dña. YOLANDA SIERRA MURILLO
Universidad de La Rioja
Dr. D. CARLOS M. FERNÁNDEZ-JARDÓN
Escuela de negocios. Caixavigo

1. INTRODUCCIÓN

Para medir la variación de los precios, en la actualidad, en España y en la mayoría de los países, se elabora el denominado Índice de Precios de Consumo (IPC). Sin embargo, este índice no resulta satisfactorio, a pesar de las mejoras técnicas que se han ido introduciendo con el objeto de conseguir medidas cada vez más fiables de las variaciones de los precios (NOTA 1). Son numerosas las investigaciones que se han realizado y se siguen realizando sobre el tema, en un intento de buscar medidas que se ajusten a los principios de la teoría del consumidor y que a su vez, sean de fácil estimación.

En general, esas investigaciones han seguido dos enfoques: la aproximación estocástica o atomística y la aproximación funcional o agregativa. La aproximación funcional construye un índice del coste de la vida basándose en la teoría de la utilidad y el nivel de bienestar, así el Índice del Coste de la Vida mide el incremento del nivel de precios para una función de utilidad dada, manteniendo constante el valor de dicha función en el periodo estudiado.

En este trabajo se ha seguido el enfoque estocástico de la inflación que parte de definir la tasa de variación de los precios Dp_{it} como el cambio logarítmico de los precios, es decir, $Dp_{it} = \log p_{it} - \log p_{it-1}$ con N bienes y siendo p_{it} el precio del i -ésimo bien ($i = 1, \dots, N$) en el periodo t ($t = 1, \dots, T$).

Para cada periodo, Dp_{it} puede descomponerse en una parte sistemática (α) que no depende de la mercancía y es interpretada como la tendencia común de todos los precios o *inflación* y una componente aleatoria (v_{it}) que representa las características de cada bien en cada periodo:

$$i = 1, \dots, N, Dp_{it} = \alpha_t + v_{it} \quad [1]$$

bajo los supuestos adicionales de independencia de los términos aleatorios en cada mercancía y de normalidad con varianza común en cada periodo de tiempo.

Esta aproximación de la inflación fue duramente criticada; en particular Keynes (1930) decía que dicha aproximación no tenía en cuenta la componente sistemática de cada cambio en los precios relativos.

Después de varias décadas, Clements e Izan (1987) revitalizan la aproximación estocástica e incluyen en la expresión [1] una segunda componente sistemática (β_i) que no depende del tiempo. Nuestro trabajo trata de encontrar una estimación para la inflación generalizando el modelo de Clements e Izan; este modelo lo presentaremos en el apartado segundo. En el tercer apartado, realizaremos la estimación de los parámetros que intervienen por el método de máxima verosimilitud. Dada la complejidad de expresar explícitamente sus estimadores, en el cuarto apartado, buscaremos la solución mediante un método iterativo propio (método de scoring) de la estimación de máxima verosimilitud.

A continuación, en el quinto apartado, obtendremos, a partir de ese modelo, los estimadores con datos de La Rioja durante el periodo comprendido de enero de 1985 a diciembre de 1992, interpretaremos los resultados y para finalizar, dedicaremos el último apartado a las conclusiones.

2. MODELO HETEROCEDÁSTICO GENERALIZADO

Clements e Izan plantean su modelo a través de la siguiente expresión:

$$Dp_{it} = \alpha_i + \beta_i + v_{it} \quad i = 1, \dots, N \quad t = 1, \dots, T \quad [2]$$

Es decir, estos autores suponen que el cambio logarítmico de los precios se puede descomponer en una parte que no depende de la mercancía o tendencia común de los precios (α_i), un término que no depende del tiempo (β_i) y una componente aleatoria (v_{it}) que representa los efectos de las características de cada bien en cada periodo sobre los cambios en los precios.

Como la hipótesis de varianza común de los términos aleatorios en cada periodo de tiempo (homocedasticidad) es muy restrictiva, Clements e Izan (1987) la suavizan permitiendo heterocedasticidad en los precios relativos suponiendo que la varianza del término de error es la siguiente:

$$\text{var } \frac{v_{it}}{w_t} = \frac{\lambda_i}{w_t} \quad \text{con } \lambda_i > 0 \quad [3]$$

siendo $\frac{w_t}{w_{t-1}}$ la participación presupuestaria promedio entre los periodos t y $t-1$ ó

$$\frac{w_t}{w_{t-1}} = \frac{w_t}{w_{t-1}}$$

donde w_{it} es la participación presupuestaria del bien i en el gasto total en el periodo t . Esta nueva hipótesis significa que la variabilidad en los precios relativos de un bien disminuye cuando la importancia presupuestaria de ese bien aumenta.

Además, consideran los términos v_{it} normales e independientes sobre mercancías y tiempo:

$$\text{Cov}(v_{it}, v_{js}) = 0 \neq j \quad t \neq s \quad [4]$$

Para realizar la estimación, estos autores suponen que las participaciones presupuestarias que afectan a la varianza no dependen del tiempo por lo que consideran que $\frac{w_t}{w_{t-1}}$ para todo t (NOTA 2).

Junto a estas hipótesis, añaden una nueva restricción sobre los cambios sistemáticos de cada bien, de forma que la suma ponderada por las participaciones presupuestarias es nula.

$$\sum^w \quad [5]$$

El hecho de suponer que las participaciones presupuestarias promedio son constantes en el tiempo, tiene el problema de no tener en cuenta el efecto del cambio de precios sobre las cantidades y por tanto, presupone que la elasticidad de la demanda es nula, lo que es poco realista dado el comportamiento habitual de las curvas de demanda (Dornbusch et al, 1988).

Debido a esto, mantendremos el modelo de Clements e Izan pero eliminaremos esa restricción. Por tanto, trataremos de encontrar estimadores para los parámetros a , b y l en el modelo [2]. Al igual que estos autores, asumiremos que los términos de error son normales e independientes sobre mercancías y tiempo. En cuanto a la varianza, es inversamente proporcional a las participaciones presupuestarias pero ahora, variando en el tiempo, al igual que en los bienes.

Supondremos, además, que la media sobre los bienes y en el tiempo de las componentes sistemáticas de los cambios en los precios relativos ponderadas por las participaciones presupuestarias es 0, es decir:

$$\sum \sum^w \quad [6]$$

que es equivalente a \sum^w donde $\bar{w} = \sum^w$ lo que equivale a decir que los cambios debidos a los precios ponderados por las participaciones presupuestarias medias del bien en todo el periodo se compensan entre sí. Además esto nos asegura la identificación del modelo.

3. ESTIMACIÓN DEL MODELO

Conocidas las propiedades asintóticas de los estimadores de máxima verosimilitud, intentaremos estimar, mediante dicho método, los vectores de parámetros a , b y l que caracterizan el modelo [2] sujeto a la restricción [6], supuesta normalidad e independencia de los términos de error y con varianza [3]. Para ello se construye, en primer lugar, el logaritmo de la función de verosimilitud l de los v_{it} :

$$\ln \text{cte} - \frac{N}{2} \sum \ln(\quad) - \sum \sum (D_p \quad \alpha \quad) \frac{\bar{w}}{2}$$

que sujeta a la restricción [6] obtenemos que la función a maximizar toma la siguiente expresión:

$$L = - \sum_{i=1}^N \ln \left(\sum_{j=1}^J (D_{ij} - \alpha) e^{-\beta w_j} \right) - \sum_{j=1}^J \sum_{i=1}^N \frac{D_{ij}}{\lambda}$$

Realizando las derivadas parciales respecto a cada uno de los distintos parámetros de la función L,

igualando a 0 y operando obtenemos los estimadores de máxima verosimilitud $\hat{\alpha}$, $\hat{\beta}$ y $\hat{\lambda}$:

$$\hat{\alpha} = \sum_{j=1}^J D_{.j} - \hat{\beta} \sum_{j=1}^J w_j$$

$$\hat{\beta} = \frac{\sum_{j=1}^J (D_{.j} - \hat{\alpha}) w_j}{\sum_{j=1}^J \frac{w_j}{\lambda}}$$

con

$$\hat{\lambda} = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^J D_{.j} - \hat{\alpha} - \hat{\beta} \sum_{j=1}^J w_j$$

[7]

de la que se pueden extraer las siguientes interpretaciones:

En primer lugar, la inflación en un momento del tiempo es la media ponderada por las participaciones presupuestarias de los cambios logarítmicos de los precios, restándoles la influencia concreta de cada bien.

En segundo lugar y en el caso de la componente sistemática correspondiente a cada bien, el estimador de máxima verosimilitud es la media ponderada de los cambios logarítmicos de los precios sin la influencia de la variación de los precios en el tiempo -inflación-. Las ponderaciones, en este caso, son los valores inversos de la estimación de la varianza de los términos de error.

En tercer lugar, el estimador del numerador de la varianza del término de error (v_j) es la varianza muestral ponderada por las participaciones presupuestarias del término de error estimado dividido por el número de bienes.

Dado que en esta situación, los estimadores máximo verosímiles no pueden expresarse, en general, explícitamente, resolveremos las ecuaciones mediante algún método iterativo. En este trabajo, hemos elegido el método de scoring.

Para realizar un cálculo por cualquier procedimiento iterativo, lo primero que hay que hacer es tomar unos valores iniciales, en nuestro caso calcularemos estimaciones para los parámetros por mínimos cuadrados ordinarios con restricciones.

En el presente apartado vamos a elegir y detallar el método iterativo que nos lleve a resolver de forma explícita las ecuaciones [7]. De entre los más utilizados, en casos como el nuestro, en el que las ecuaciones de verosimilitud no llevan a una solución explícita general, hemos optado por el método de scoring.

Dicho método toma la siguiente forma:

$$\hat{\mathbf{q}}^{(k)} = \hat{\mathbf{q}}^{(k-1)} - \frac{\ln}{\mathbf{q}} \quad [8]$$

con $\hat{\mathbf{q}}^{(k-1)}$ cuando la estimación es sin restricciones, siendo $\hat{\mathbf{q}}^{(k)}$ la matriz de información del vector de parámetros:

$$\hat{\mathbf{q}}^{(k)} = \hat{\alpha} \mathbf{L} \hat{\alpha} + \hat{\beta} \mathbf{L} \hat{\beta} + \hat{\lambda} \mathbf{L} \hat{\lambda}$$

que es la estimación de \mathbf{q} en la k -ésima iteración.

Despejando de la ecuación [8] tenemos:

$$\hat{\mathbf{q}}^{(k)} = \hat{\mathbf{q}}^{(k-1)} - \frac{\ln}{\mathbf{q}} \quad [9]$$

Como hemos realizado una estimación con una restricción y la matriz de información es singular, para llegar a la solución aplicamos la técnica de penalización de la función objetivo -logaritmo de la función de verosimilitud-.

La penalización de $\ln l$ la realizamos mediante el método SUMT de Fiacco y McCormick (1968). Este método exige que las restricciones de igualdad sean lineales, la restricción [6] lo es.

Si las restricciones las presentamos de la forma $\mathbf{q}(\mathbf{q})=0$ siendo \mathbf{q} un vector de funciones lineales, el método consiste en *penalizar* -en el caso de que tengamos que maximizar restar y en el caso de minimizar sumar- la función objetivo con una constante por $\mathbf{q}(\mathbf{q})'\mathbf{q}(\mathbf{q})$. En este caso, penalizamos $\ln l$ restando:

$$\Pi(\mathbf{q}) \left(\sum \mathbf{w} \right)$$

siendo Π una constante. Fiocco y McCormick (1968) comentan que Π debe ser lo suficientemente grande para que el valor o valores que minimicen la función objetivo pertenezcan a la región de factividad (región del espacio de parámetros que contiene los valores que cumplen las restricciones). Además, estos autores dan diversas posibilidades para elegir dicha constante.

La matriz que debemos usar para aplicar el método de scoring será ahora:

$$\hat{\mathbf{q}} = \hat{\mathbf{q}} - \frac{\Pi(\mathbf{q})}{\mathbf{q} \mathbf{q}'} \hat{\mathbf{q}} \left(\frac{\mathbf{w}}{\mathbf{w}'} \right) \left(\frac{\mathbf{w}}{\mathbf{w}'} \right)$$

Para finalizar el estudio de los estimadores de máxima verosimilitud implicados en el modelo [2], debemos calcular y analizar sus varianzas y covarianzas.

Por ser el estimador de máxima verosimilitud, sabemos que es consistente, asintóticamente normal y asintóticamente eficiente, es decir, su matriz de covarianzas será \mathbf{q}_0 , siendo \mathbf{q}_0 el verdadero valor del vector de parámetros.

4. EL CRECIMIENTO DE LA INFLACIÓN EN LA RIOJA

Para realizar un estudio de la inflación en España aplicamos el modelo heterocedástico generalizado y realizamos una estimación numérica mediante el método de scoring. Utilizamos los datos del IPC mensual de la comunidad autónoma de La Rioja del periodo enero 1985 - diciembre 1992, para cada uno de los ocho grupos en los que se divide la *cesta de la compra*: alimentación, vestido, vivienda, menaje, medicina, transporte, cultura y otros.

Estimamos la participación presupuestaria de cada uno de los grupos a partir de la *Encuesta Continua de Presupuestos Familiares* que comienza a proporcionar desde 1985 los valores trimestrales de gasto. En la fecha de recogida de los datos -diciembre de 1994- el *Instituto Nacional de Estadística* (INE) tenía publicados hasta el cuarto trimestre de 1992. Como necesitamos datos mensuales de gasto, los obtenemos mediante interpolación geométrica de los disponibles trimestralmente.

TABLA 1

| ESTIMACIÓN DE LA INFLACIÓN MENSUAL. CASO DE LA RIOJA. Enero de 1985 a Diciembre de 1992 | | | | | | | | | |
|--|-----|--|--|-----------------------------------|------|-----|--|--|-----------------------------------|
| Año | Mes | Inflación estimada $\hat{\alpha}_t \times 100$ | Desviación estándar $\times 100$ | Estimación INE $\times 100$ | Año | Mes | Inflación estimada $\hat{\alpha}_t \times 100$ | Desviación estándar $\times 100$ | Estimación INE $\times 100$ |
| 1985 | Ene | - | - | - | 1989 | Ene | 1'412 | 0'432 | 1'232 |
| | Feb | 0'914 | 0'437 | 0'963 | | Feb | 0'009 | 0'404 | -0'122 |
| | Mar | 0'164 | 0'117 | 0'126 | | Mar | 0'827 | 0'306 | 0'854 |
| | Abr | 1'418 | 0'465 | 1'548 | | Abr | 1'059 | 0'304 | 1'088 |
| | May | 0'606 | 0'258 | 0'662 | | May | -0'362 | 0'300 | -0'482 |
| | Jun | -0'779 | 0'531 | -0'947 | | Jun | 0'406 | 0'230 | 0'362 |
| | Jul | 0'396 | 0'159 | 0'368 | | Jul | 2'619 | 1'054 | 2'964 |
| | Ago | 0'115 | 0'070 | 0'079 | | Ago | -0'013 | 0'040 | 0'000 |
| | Sep | 0'633 | 0'285 | 0'612 | | Sep | 0'085 | 0'130 | 0'000 |
| | Oct | 0'506 | 0'201 | 0'508 | | Oct | 0'325 | 0'208 | 0'233 |
| | Nov | 0'656 | 0'357 | 0'567 | | Nov | 0'380 | 0'189 | 0'349 |
| | Dic | 0'496 | 0'434 | 0'528 | | Dic | 1'191 | 0'573 | 1'269 |
| 1986 | Ene | 2'150 | 0'419 | 2'172 | 1990 | Ene | 0'232 | 0'606 | 0'343 |
| | Feb | 0'379 | 0'503 | 0'294 | | Feb | 0'491 | 0'311 | 0'456 |
| | Mar | 0'396 | 0'311 | 0'377 | | Mar | -0'082 | 0'439 | -0'342 |
| | Abr | 0'419 | 0'258 | 0'362 | | Abr | 0'750 | 0'377 | 0'796 |
| | May | 0'022 | 0'000 | 0'005 | | May | 0'064 | 0'237 | 0'000 |
| | Jun | 0'666 | 0'289 | 0'685 | | Jun | 0'497 | 0'262 | 0'452 |
| | Jul | 1'881 | 0'956 | 2'061 | | Jul | 2'636 | 1'127 | 3'108 |
| | Ago | -0'352 | 0'134 | -0'406 | | Ago | 0'318 | 0'121 | 0'327 |
| | Sep | 0'934 | 0'401 | 0'995 | | Sep | 0'313 | 0'274 | 0'109 |
| | Oct | -0'123 | 0'187 | -0'188 | | Oct | 1'095 | 0'312 | 1'190 |
| | Nov | -0'022 | 0'559 | -0'131 | | Nov | -0'108 | 0'380 | -0'215 |
| | Dic | 1'023 | 0'482 | 1'075 | | Dic | -0'107 | 0'197 | -0'108 |
| 1987 | Ene | 0'270 | 0'198 | 0'223 | 1991 | Ene | 0'824 | 0'559 | 0'538 |
| | Feb | 0'235 | 0'318 | 0'143 | | Feb | -0'109 | 0'320 | -0'322 |
| | Mar | 0'342 | 0'136 | 0'335 | | Mar | -0'100 | 0'237 | -0'108 |
| | Abr | 0'575 | 0'237 | 0'538 | | Abr | 0'337 | 0'311 | 0'430 |
| | May | -0'452 | 0'430 | -0'559 | | May | -0'067 | 0'101 | -0'107 |
| | Jun | 0'339 | 0'163 | 0'339 | | Jun | 0'810 | 0'337 | 0'962 |
| | Jul | 1'543 | 0'743 | 1'685 | | Jul | 1'783 | 1'062 | 2'313 |
| | Ago | -0'336 | 0'159 | -0'396 | | Ago | -0'197 | 0'085 | -0'312 |
| | Sep | 1'217 | 0'491 | 1'245 | | Sep | 0'457 | 0'170 | 0'520 |
| | Oct | 1'079 | 0'462 | 1'115 | | Oct | 1'184 | 0'390 | 1'135 |
| | Nov | -0'462 | 0'272 | -0'574 | | Nov | 0'498 | 0'178 | 0'613 |
| | Dic | 0'128 | 0'164 | 0'088 | | Dic | -0'327 | 0'139 | -0'409 |
| 1988 | Ene | 0'009 | 0'245 | -0'070 | 1992 | Ene | 1'308 | 0'368 | 1'221 |
| | Feb | 0'533 | 0'270 | 0'474 | | Feb | 0'317 | 0'268 | 0'202 |
| | Mar | 1'019 | 0'286 | 1'005 | | Mar | -0'429 | 0'460 | -0'709 |
| | Abr | 0'365 | 0'213 | 0'330 | | Abr | 0'248 | 0'297 | 0'102 |
| | May | -0'445 | 0'205 | -0'472 | | May | 0'220 | 0'044 | 0'203 |
| | Jun | 0'536 | 0'207 | 0'553 | | Jun | 0'508 | 0'257 | 0'606 |
| | Jul | 1'786 | 0'912 | 2'047 | | Jul | 1'059 | 0'452 | 1'301 |
| | Ago | 1'397 | 0'773 | 1'674 | | Ago | 0'941 | 0'416 | 1'088 |
| | Sep | 0'642 | 0'275 | 0'626 | | Sep | 0'880 | 0'394 | 0'881 |
| | Oct | 0'335 | 0'310 | 0'246 | | Oct | 0'176 | 0'264 | 0'000 |
| | Nov | 0'145 | 0'135 | 0'091 | | Nov | 0'099 | 0'408 | 0'000 |
| | Dic | 0'447 | 0'520 | 0'622 | | Dic | 0'331 | 0'168 | 0'389 |
| MEDIA | | | | | | | 0'511 | 0'341 | 0'506 |

Una vez obtenidos los datos planteamos las ecuaciones iterativas y en 40 iteraciones llegamos a calcular el estimador de máxima verosimilitud con una aproximación de 18 decimales (NOTA 3). En el apartado anterior, comentamos que la matriz de varianzas-covarianzas de las estimaciones dependían de los verdaderos valores de los parámetros, como estos son desconocidos aproximaremos los valores de las varianzas y covarianzas por los resultados de sustituir los valores reales por los estimados.

Los resultados de la estimación de α_t junto con su desviación estándar y con el incremento logarítmico del IPC se presentan en la tabla 1. En ella se puede comprobar que la media mensual de la tasa de inflación es de 0'511% con un error estándar de un 0'341%, y la media mensual del incremento logarítmico del IPC es 0'506% (tomadas directamente de la construcción que realiza el INE), ligeramente inferior que nuestra estimación. Sin embargo, es preciso advertir que no se presentan diferencias significativas entre ellas en ninguno de los periodos.

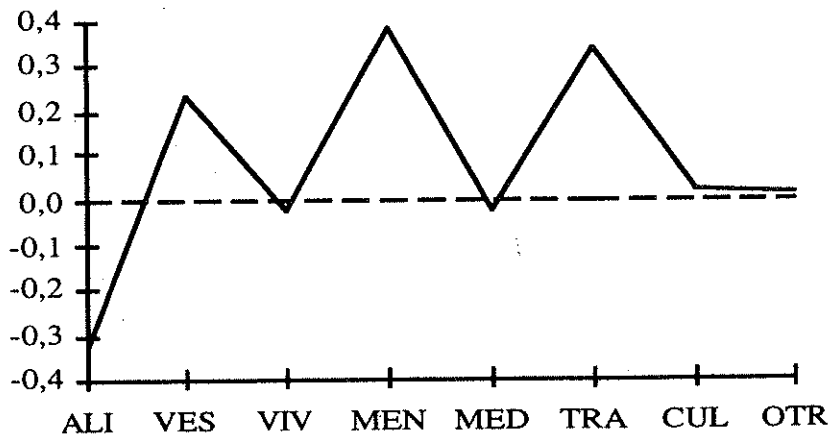
TABLA 2

| ESTIMACIÓN DE LAS COMPONENTES SISTEMÁTICAS EN LOS PRECIOS RELATIVOS A CADA GRUPO DE BIENES | | | |
|--|----------------------------|------------------------|--|
| | $\hat{\beta}_i \times 100$ | $\bar{w}_i \times 100$ | Desviación estándar $\times 100$ |
| Alimentación | -0'325 | 28'7 | 0'000 |
| Vestido | 0'233 | 10'5 | 0'000 |
| Vivienda | -0'022 | 20'6 | 0'000 |
| Menaje | 0'377 | 6'7 | 0'000 |
| Medicina | -0'022 | 2'4 | 0'000 |
| Transporte | 0'341 | 13'0 | 0'000 |
| Cultura | 0'025 | 6'3 | 0'000 |
| Otros | 0'020 | 11'7 | 0'000 |

La tabla 2 nos presenta los resultados de la estimación de las componentes sistemáticas en los precios relativos (β_i). En ella podemos observar que todos los valores son significativamente distintos de cero. En el gráfico 1 se muestran los perfiles de esos precios relativos.

GRÁFICO 1

**GRÁFICO DE PERFILES DE LAS COMPONENTES
SISTEMÁTICAS EN LOS PRECIOS RELATIVOS A CADA
GRUPO DE BIENES**



En el gráfico 1 se muestran los perfiles de esos precios relativos. De la observación tanto de la tabla 2 como del gráfico 1 notamos que los valores negativos corresponden a los grupos 1, 3 y 5 -alimentación, vivienda y medicina, respectivamente-, siendo el primero el que menos contribuye al aumento de la inflación, lo que confirma hipótesis de que en las sociedades de consumo, los gastos de primera necesidad sufren una disminución (en términos relativos) de sus precios. Lo contrario ocurre con los grupos 2, 4 y 6 -vestido, menaje y transporte, respectivamente-, que han sufrido un aumento bastante significativo. Para interpretar este resultado, es necesario tener en cuenta, a nuestro juicio, dos aspectos importantes:

- Contenido de los grupos

- 2. VESTIDO Y CALZADO

- 2.1. VESTIDO

- 2.2. CALZADO

- 2.3. GASTOS NO DESGLOSABLES

- 4. MUEBLES, ENSERES Y SERVICIO DEL HOGAR

- 4.1. MUEBLES

- 4.2. TEXTILES

- 4.3. ELECTRODOMÉSTICOS

- 4.4. CRISTALERÍA, VAJILLA Y MENAJE

- 4.5. LIMPIEZA Y CONSERVACIÓN DEL HOGAR

- 4.6. SERVICIO DOMÉSTICO

- 6. TRANSPORTE Y COMUNICACIONES

- 6.1. COMPRA DE VEHÍCULOS

- 6.2. GASTOS UTILIZACIÓN VEHÍCULOS

- 6.3. GASTOS EN SERVICIOS DE TRANSPORTE

- 6.4. CORREOS Y TELECOMUNICACIONES

• Tradicionalmente, La Rioja viene ocupando uno de los primeros puestos en el ranking de Renta Familiar Disponible per cápita entre las provincias españolas. La capacidad de compra de las familias de bienes y servicios de tipo medio y especializados viene determinada en buena parte por su renta per cápita, con lo que resultan totalmente justificados los perfiles de los precios relativos de estos grupos de bienes, como producto de una demanda pujante. De hecho, la existencia de un nivel de precios más altos que en otras provincias limítrofes en artículos como el vestido, electrodomésticos, entre otros, es una creencia bastante generalizada entre los riojanos.

De los grupos con una posición relativamente estable, el valor del grupo medicina queda totalmente justificado por el control administrativo ejercido sobre una importante parte de los bienes y servicios incluidos en él.

Respecto a la cultura, durante ese periodo, La Rioja no contaba con su reciente universidad, elemento que presionaría también en el grupo de vivienda y aunque ha mejorado la oferta cultural, ésta no se ve desbordada por la demanda existente.

Más llamativa resulta la estabilidad del grupo octavo donde se incluyen los siguientes subgrupos:

8. OTROS BIENES Y SERVICIOS

8.1. CUIDADOS Y EFECTOS PERSONALES

8.2. OTROS ARTÍCULOS PERSONALES (JOYERÍA, ETC.)

8.3. RESTAURANTES, CAFETERÍAS Y HOTELES

8.4. VIAJES TURÍSTICOS, TODO INCLUIDO

8.5. SERVICIOS FINANCIEROS

8.6. OTROS SERVICIOS

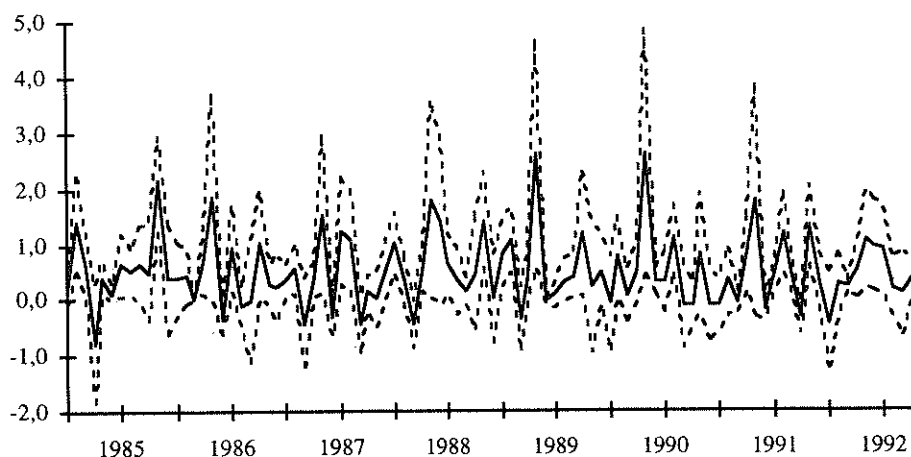
Algunos aspectos que podrían justificar este resultado son:

- En cuanto a los gastos de restauración, La Rioja es una de las provincias con más bares por habitante. No obstante, hemos de tener en cuenta que buena parte de esta infraestructura se asienta en el tradicional "poteo" con un claro "valor percibido" por parte del consumidor, por encima del cual no está dispuesto a pagar más, -se han dado boicots por subida de precios en el "chiquito" de vino-.
- En cuanto a servicios financieros, durante el periodo 85-92, el precio del dinero sabemos que se mantuvo alto pero sin excesivas fluctuaciones.

Por último, el gráfico 2 representa la serie temporal de la inflación estimada con una banda de confianza al 95%. Debemos hacer notar que para todos los meses en estudio, el IPC calculado por el INE entra dentro de dicha banda de confianza, lo que es indicativo de la validez del modelo.

GRÁFICO 2

SERIE TEMPORAL DE LA INFLACIÓN ESTIMADA CON UNA BANDA DE CONFIANZA AL 95%



5. CONCLUSIONES

Partiendo del modelo CI y mediante una estimación de máxima verosimilitud, hemos conseguido un estimador de la inflación que es consistente, asintóticamente eficiente y asintóticamente normal.

Las estimaciones del modelo heterocedástico generalizado comparadas con los resultados del IPC para La Rioja desde 1985 a 1992 son ligeramente superiores, si bien no presentan diferencias significativas, lo que nos indica que este modelo es válido para el caso de La Rioja, con las ventajas adicionales siguientes: por una parte, se obtienen estimaciones de mínima varianza, lo que dota al modelo de mayor fiabilidad; se proporcionan valores de los errores cometidos al utilizar como medida de la inflación y por otra parte, el modelo incorpora simultáneamente indicadores de los cambios en los precios para cada grupo de bienes.

6. BIBLIOGRAFÍA

- AFRIAT, S. N. (1977): *The Price Index*. Cambridge University Press.
- CLEMENTS, K. W. e IZAN, H.Y. (1981): "A note on estimation Divisia index numbers". *International Economic Review*. vol. 22, pp. 745-747.
- CLEMENTS, K. W. e IZAN, H.Y. (1987): "The measurement of inflation: a stochastic approach". *Journal of Business & Economics Statistics*. vol. 5, pp. 339-350.
- CONTE, S. D. y BOOR, C. (1974): *Análisis Numérico*. Ed: McGraw-Hill.
- DIEWERT, W. E. (1976): "Exact and superlative index numbers". *Journal of Econometrics*. vol. 4, pp. 115-145.
- DIEWERT, W. E. (1990): *Price Level Measurement*. Ed: North-Holland.
- DORNBUSCH, R. y FISCHER, S. (1988): *Macroeconomía*. Ed: McGraw-Hill.
- FERNÁNDEZ-JARDÓN, C. M. (1990): *El sesgo de sustitución en un B-consumidor: medición de algunos factores de influencia*. Tesis Doctoral.
- FERNÁNDEZ-JARDÓN, C. M. y FAULÍN, J. (1992): "Random Heterocedasticity in the Stochastic Approach to the Inflation". *IV International Meeting of Statistics in the Basque Country*.
- FIACCO, A. V. y McCORMICK, G.P. (1968): *Nonlinear Programming: Sequential Unconstrained Minimization Techniques*. Ed: Wiley and Sons.
- FRISCH, R. (1936): "The problem the index number". *Econometrica*. vol. 4, pp. 1-38.
- JAZAIRI, N. T. (1981): "Index numbers". *Encyclopedia of statistiscal sciences*. vol. 4, pp. 54-62, in S. Kotz & N.C: Johnson (eds).
- JUDGE, G. G. , CARTER HILL, R., GRIFFITHS, W.E., LÜTKEPOHL, H. y LEE, T. (1985): *The theory and practice of econometrics*. Ed: Wiley.
- JUDGE, G. G. , CARTER HILL, R., GRIFFITHS, W.E., LÜTKEPOHL, H. y LEE, T. (1988): *Introduction to the theory and practice of econometrics*. Ed: Wiley.
- KEYNES, J. M. (1930): *A treatise of Money*. Ed: Mc Millan.
- KÖNUS, A. (1939): "The problem of true index of cost of living". *Econometrica*. vol. 7, pp. 10-29 (1ª ed, en ruso en 1924).

LANCASTER, P. y. TISMENESTSKY, M. (1985): *The Theory of Matrices*. Ed: Academic Press.

LEBWEL, A. (1989): "Exact aggregation and a representative consumer". *Quat. J. Econ.* vol. 57, pp. 621-633.

LA EQUIDAD EN EL ACTUAL REGIMEN TRIBUTARIO DE LA UNIDAD FAMILIAR

RAFAEL GRANELL PÉREZ
FRANCISCO J. HIGÓN TAMARIT
Universitat de València

1. INTRODUCCION

Un tema de constante actualidad es el de la tributación de la “familia”. La solución que se le ha dado a esta cuestión ha variado a lo largo del tiempo, y en concreto, ha pasado por dos fases claramente diferenciadas en nuestro país.

El punto de corte entre ambas fases es sin duda la sentencia del Tribunal Constitucional de 20 de febrero de 1989 en la cual, entre otros aspectos, se declara la inconstitucionalidad de determinados preceptos de la, hasta entonces, vigente Ley del Impuesto sobre la Renta, y en especial algunos de los que hacían referencia a la tributación de la unidades familiares.

En concreto el Tribunal Constitucional falló favorablemente en el recurso de amparo presentado el 31 de julio de 1.985 por un contribuyente, tras una resolución previa del mismo tribunal de 10 de noviembre de 1.988.

El meollo de la cuestión reside en la problemática derivada de la acumulación de rentas por parte de los sujetos pasivos que constituyen lo que la nomenclatura tributaria califica como “unidades familiares”. Obviamente dicha acumulación de rentas en presencia de una tarifa progresiva, y sin que se tomen a cabo medidas para paliar los resultados, da lugar a una fiscalidad menos ventajosa para aquellos sujetos pasivos afectados por la norma. Así, el Tribunal Constitucional falló en contra de la norma previa (Ley 44/78, prácticamente reproducida en la posterior Ley 48/85) que obligaba a los sujetos pasivos miembros de unidades familiares a efectuar declaración conjunta, acumulando el importe global de sus rentas.

El resultado directo de la sentencia fue la Ley 20/89, que representa un cambio radical en este sentido, cambio que se ha mantenido en la más reciente ley que regula el impuesto sobre la renta de las personas físicas, la Ley 18/91 de 6 de Junio. Con la presente normativa existe la posibilidad para los miembros de las unidades familiares de optar a la hora de efectuar su liquidación del impuesto sobre la renta entre declarar todas sus rentas conjuntamente o hacerlo individualmente cada uno de ellos. Con ello parece haberse cumplido el deseo expresado por parte de los miembros del Tribunal Constitucional de eliminar el anterior sistema, a su parecer fuente de discriminación y por tanto causante de un atentado contra la igualdad.

En el presente trabajo, nos planteamos si ciertamente el resultado de la reforma originada tras la sentencia del Tribunal Constitucional ha sido una mejora en términos de igualdad o si simplemente se ha primado uno de los dos criterios tradicionales de equidad (la equidad horizontal) en detrimento

de otro de los criterios (equidad vertical), puesto que tal vez partiendo de un análisis de las actuales tarifas, y de los dos sistemas alternativos comentados (obligación de declarar conjuntamente para los miembros de las unidades familiares o posibilidad de elección) lleguemos a la conclusión de que no todo han sido ganancias para el conjunto de contribuyentes.

2. METODOLOGIA.

Partiendo de las tarifas individual y conjunta del ejercicio 1.994, reproducidas posteriormente, se ha planteado una comparación sobre la tributación de las unidades familiares en el Impuesto sobre la Renta antes y después de la Ley 20/89. Como se ha comentado con anterioridad, la diferencia fundamental radica en la posibilidad de elegir el sistema de tributación o verse forzado a declarar conjuntamente.

El primero de los dos análisis que se han realizado, examina la conveniencia de optar por la declaración separada o conjunta basándose exclusivamente en la información de las tarifas. Con ello, se puede ver de forma objetiva qué familias optarían por una u otra posibilidad en función de su renta agregada. El análisis descrito, va a proporcionar resultados diferentes dependiendo de los porcentajes de renta que obtenga cada uno de los miembros de la unidad familiar, por ello se han efectuado distintas hipótesis en relación con la participación en la renta familiar de los distintos perceptores. Una simplificación que consideramos adecuada y que facilita en gran medida el análisis consiste en suponer que las unidades familiares tienen un máximo de dos perceptores de renta, lo cual, además, parece ser habitual en el ámbito de la familia española.

El segundo análisis ha consistido en comparar la tributación de las familias teniendo en cuenta dos situaciones alternativas. La primera de ellas supone que la unidad familiar debe tributar obligatoriamente de forma conjunta, como sucedía antes de la reforma del impuesto. Mientras que la segunda recoge la situación real actual donde se puede optar entre tributar conjunta o individualmente. En este caso los datos empleados son los de la Encuesta de Presupuestos Familiares del año 1.991 y en particular los ingresos totales de los hogares españoles tomados por deciles. En concreto, el dato tomado es el límite superior de cada decil y en el caso del último decil se ha tomado una cifra simbólica suficientemente elevada para ser significativa.

A continuación se reproducen las tarifas empleadas para los análisis efectuados.

TABLA 1

| TARIFA INDIVIDUAL AÑO 1.994 | | | | TARIFA CONJUNTA AÑO 1.994 | | | |
|-----------------------------|------------|----------------|------------|---------------------------|------------|----------------|---------------|
| B.L. | TIPO MEDIO | CUOTA INTEGRAL | TIPO MARG. | B.L. | TIPO MEDIO | CUOTA INTEGRAL | TIPO MARG. G. |
| 400.000 | 0,00% | 0 | 20,0% | 800.000 | 0,00% | 0 | 20,0% |
| 1.000.000 | 12,00% | 120.000 | 22,0% | 2.000.000 | 12,00% | 240.000 | 24,5% |
| 1.570.000 | 15,63% | 245.400 | 24,5% | 2.625.000 | 14,98% | 393.125 | 27,0% |
| 2.140.000 | 17,99% | 385.050 | 27,0% | 3.250.000 | 17,29% | 561.875 | 30,0% |
| 2.710.000 | 19,89% | 538.950 | 30,0% | 3.875.000 | 19,34% | 749.375 | 32,0% |
| 3.280.000 | 21,64% | 709.950 | 32,0% | 4.500.000 | 21,10% | 949.375 | 34,0% |
| 3.850.000 | 23,18% | 892.350 | 34,0% | 5.125.000 | 22,67% | 1.161.875 | 36,0% |
| 4.420.000 | 24,57% | 1.086.150 | 36,0% | 5.750.000 | 24,12% | 1.386.875 | 38,0% |
| 4.990.000 | 25,88% | 1.291.350 | 38,0% | 6.375.000 | 25,48% | 1.624.375 | 40,0% |
| 5.560.000 | 27,12% | 1.507.950 | 40,0% | 7.000.000 | 26,78% | 1.874.375 | 42,5% |
| 6.130.000 | 28,32% | 1.735.950 | 42,5% | 7.625.000 | 28,07% | 2.140.000 | 45,0% |
| 6.700.000 | 29,53% | 1.978.200 | 45,0% | 8.250.000 | 29,35% | 2.421.250 | 47,0% |
| 7.270.000 | 30,74% | 2.234.700 | 47,0% | 8.875.000 | 30,59% | 2.715.000 | 49,0% |
| 7.840.000 | 31,92% | 2.502.600 | 49,0% | 9.500.000 | 31,80% | 3.021.250 | 51,0% |
| 8.410.000 | 33,08% | 2.781.900 | 51,0% | 10.125.000 | 32,99% | 3.340.000 | 53,0% |
| 8.980.000 | 34,22% | 3.072.600 | 53,5% | 11.000.000 | 34,62% | 3.808.125 | 56,0% |
| 9.550.000 | 35,37% | 3.377.550 | 56,0% | | | | |

3. PRIMER ANALISIS.

Se pretende demostrar, basándose en las tarifas del ejercicio 94, que con la libre opción de declarar conjunta o separadamente las unidades familiares se han beneficiado con distinta intensidad en función de su nivel de renta. El beneficio derivado de esta posibilidad aumenta con el nivel de renta. Dicho aumento se da tanto en términos nominales como en proporción a sus bases liquidables. Para observar esto se deben examinar las cuotas íntegras que se derivan de la aplicación de cada una de las tarifas.

Llegados a este punto, una cuestión importante es que, así como para la aplicación de la tarifa conjunta no es relevante el número de perceptores de renta ni su participación en la renta familiar, para el caso de la declaración individual es imprescindible conocer dicha participación, puesto que habrá que efectuar varias declaraciones individuales en función del número de perceptores de renta. Se ha supuesto que cada unidad familiar tiene como mucho dos perceptores de renta, de forma que para la aplicación de la tarifa individual, la renta familiar debe imputarse porcentualmente a cada uno de ellos. Como la participación varía dentro de cada unidad familiar, se ha simplificado el análisis partiendo de dos situaciones extremas, un sólo perceptor de renta (100%-0%), y, dos perceptores que participan por igual en la renta familiar (50%-50%), posteriormente, tras variar estos porcentajes, se ha recogido toda la batería de posibilidades de distribución de la renta (90%-10%; 80%-20%; 70%-30% y 60%-40%).

La información derivada del citado análisis está recogida en seis tablas de las cuales se han reproducido las cuatro que nos parecen más relevantes. En cada una de ellas se han tomado las tarifas correspondientes al ejercicio 94 y partiendo de diferentes niveles de base liquidable (BL) se han examinado las cuotas íntegras que se corresponderían con la aplicación de ambas tarifas (INDIVIDUAL y CONJUNTA). La opción más favorable para el contribuyente será aquella que suponga una cuota menor (OPCIÓN). Además es interesante conocer el beneficio/pérdida fiscal derivado de tributar individualmente frente a la opción conjunta (BENEFICIO).

Es importante destacar que aquellos casos en los que la diferencia resulta negativa representan la pérdida que se obtendría si todo el mundo estuviese obligado a declarar individualmente, mientras que los positivos nos muestran los casos en los que se obtienen ventajas de declarar individualmente. Dado que nuestro objetivo es examinar si aquellas unidades familiares con mayor renta son las que se han beneficiado más de la opción de poder tributar individualmente, nos ocupamos también de ver, no sólo la citada diferencia en términos absolutos, sino también la diferencia en proporción a su nivel de base liquidable (%BENEFICIO).

TABLA 2
COMPARACIÓN DE TARIFAS.
PRIMER PERCEPTOR 100%
SEGUNDO PERCEPTOR 0%

| BL | INDIVIDUAL | CONJUNTA | OPCION | BENEFICIO | % BENEFICIO |
|------------|------------|------------|----------|-----------|-------------|
| 0 | 0 | 0 | IGUAL | 0 | - |
| 400.000 | 0 | 0 | IGUAL | 0 | 0,00% |
| 500.000 | 20.000 | 0 | CONJUNTA | -20.000 | -4,00% |
| 1.000.000 | 120.000 | 40.000 | CONJUNTA | -80.000 | -8,00% |
| 2.000.000 | 350.750 | 240.000 | CONJUNTA | -110.750 | -5,54% |
| 3.000.000 | 625.950 | 494.375 | CONJUNTA | -131.575 | -4,39% |
| 4.000.000 | 943.350 | 789.375 | CONJUNTA | -153.975 | -3,85% |
| 5.000.000 | 1.295.150 | 1.119.375 | CONJUNTA | -175.775 | -3,52% |
| 6.000.000 | 1.683.950 | 1.481.875 | CONJUNTA | -202.075 | -3,37% |
| 7.000.000 | 2.113.200 | 1.874.375 | CONJUNTA | -238.825 | -3,41% |
| 8.000.000 | 2.581.000 | 2.308.750 | CONJUNTA | -272.250 | -3,40% |
| 9.000.000 | 3.083.300 | 2.776.250 | CONJUNTA | -307.050 | -3,41% |
| 10.000.000 | 3.629.550 | 3.276.250 | CONJUNTA | -353.300 | -3,53% |
| 12.000.000 | 4.749.550 | 4.368.125 | CONJUNTA | -381.425 | -3,18% |
| 15.000.000 | 6.429.550 | 6.048.125 | CONJUNTA | -381.425 | -2,54% |
| 20.000.000 | 9.229.550 | 8.848.125 | CONJUNTA | -381.425 | -1,91% |
| 25.000.000 | 12.029.550 | 11.648.125 | CONJUNTA | -381.425 | -1,53% |

TABLA 3
COMPARACIÓN DE TARIFAS.
PRIMER PERCEPTOR 80%
SEGUNDO PERCEPTOR 20%

| BL | INDIVIDUAL | CONJUNTA | OPCIÓN | BENEFICIO | % BENEFICIO |
|-------------------|------------------|------------------|-------------------|----------------|--------------|
| 0 | 0 | 0 | IGUAL | 0 | - |
| 500.000 | 0 | 0 | IGUAL | 0 | 0,00% |
| 1.000.000 | 80.000 | 40.000 | CONJUNTA | -40.000 | -4,00% |
| 2.000.000 | 252.750 | 240.000 | CONJUNTA | -12.750 | -0,64% |
| 3.000.000 | 495.250 | 494.375 | CONJUNTA | -875 | -0,03% |
| 3.062.500 | 511.250 | 511.250 | IGUAL | 0 | 0,00% |
| 4.000.000 | 765.950 | 789.375 | INDIVIDUAL | 23.425 | 0,59% |
| 5.000.000 | 1.063.350 | 1.119.375 | INDIVIDUAL | 56.025 | 1,12% |
| 6.000.000 | 1.386.950 | 1.481.875 | INDIVIDUAL | 94.925 | 1,58% |
| 7.000.000 | 1.731.950 | 1.874.375 | INDIVIDUAL | 142.425 | 2,03% |
| 8.000.000 | 2.103.450 | 2.308.750 | INDIVIDUAL | 205.300 | 2,57% |
| 9.000.000 | 2.504.950 | 2.776.250 | INDIVIDUAL | 271.300 | 3,01% |
| 10.000.000 | 2.931.750 | 3.276.250 | INDIVIDUAL | 344.500 | 3,45% |
| 12.000.000 | 3.860.800 | 4.368.125 | INDIVIDUAL | 507.325 | 4,23% |
| 15.000.000 | 5.375.500 | 6.048.125 | INDIVIDUAL | 672.625 | 4,48% |
| 19.250.000 | 7.545.900 | 8.428.125 | INDIVIDUAL | 882.225 | 4,58% |
| 20.000.000 | 7.932.900 | 8.848.125 | INDIVIDUAL | 915.225 | 4,58% |
| 25.000.000 | 10.524.700 | 11.648.125 | INDIVIDUAL | 1.123.425 | 4,49% |

TABLA 4
COMPARACIÓN DE TARIFAS.
PRIMER PERCEPTOR 70%
SEGUNDO PERCEPTOR 30%

| BL | INDIVIDUAL | CONJUNTA | OPCIÓN | BENEFICIO | % BENEFICIO |
|-----------|------------|-----------|------------|-----------|-------------|
| 0 | 0 | 0 | IGUAL | 0 | - |
| 500.000 | 0 | 0 | IGUAL | 0 | 0,00% |
| 571.428 | 0 | 0 | IGUAL | 0 | 0,00% |
| 1.000.000 | 60.000 | 40.000 | CONJUNTA | -20.000 | -2,00% |
| 2.000.000 | 248.000 | 240.000 | CONJUNTA | -8.000 | -0,40% |
| 2.277.777 | 308.055 | 308.055 | IGUAL | 0 | 0,00% |
| 3.000.000 | 475.250 | 494.375 | INDIVIDUAL | 19.125 | 0,64% |
| 4.000.000 | 729.950 | 789.375 | INDIVIDUAL | 59.425 | 1,49% |
| 5.000.000 | 1.010.350 | 1.119.375 | INDIVIDUAL | 109.025 | 2,18% |
| 6.000.000 | 1.313.100 | 1.481.875 | INDIVIDUAL | 168.775 | 2,81% |
| 7.000.000 | 1.634.200 | 1.874.375 | INDIVIDUAL | 240.175 | 3,43% |
| 8.000.000 | 1.979.200 | 2.308.750 | INDIVIDUAL | 329.550 | 4,12% |
| 9.000.000 | 2.344.450 | 2.776.250 | INDIVIDUAL | 431.800 | 4,80% |

| | | | | | |
|-------------------|------------------|------------------|-------------------|----------------|--------------|
| 10.000.000 | 2.739.150 | 3.276.250 | INDIVIDUAL | 537.100 | 5,37% |
| 12.000.000 | 3.589.350 | 4.368.125 | INDIVIDUAL | 778.775 | 6,49% |
| 13.642.000 | 4.352.063 | 5.287.645 | INDIVIDUAL | 935.582 | 6,86% |
| 15.000.000 | 5.024.500 | 6.048.125 | INDIVIDUAL | 1.023.625 | 6,82% |
| 20.000.000 | 7.553.500 | 8.848.125 | INDIVIDUAL | 1.294.625 | 6,47% |
| 25.000.000 | 10.172.350 | 11.648.125 | INDIVIDUAL | 1.475.775 | 5,90% |

TABLA 5
COMPARACIÓN DE TARIFAS.
PRIMER PERCEPTOR 50%
SEGUNDO PERCEPTOR 50%

| BL | INDIVIDUAL | CONJUNTA | OPCIÓN | BENEFICIO | % BENEFICIO |
|-------------------|------------------|------------------|-------------------|------------------|--------------|
| 0 | 0 | 0 | IGUAL | 0 | - |
| 500.000 | 0 | 0 | IGUAL | 0 | 0,00% |
| 1.000.000 | 40.000 | 40.000 | IGUAL | 0 | 0,00% |
| 2.000.000 | 240.000 | 240.000 | IGUAL | 0 | 0,00% |
| 3.000.000 | 460.000 | 494.375 | INDIVIDUAL | 34.375 | 1,15% |
| 4.000.000 | 701.500 | 789.375 | INDIVIDUAL | 87.875 | 2,20% |
| 5.000.000 | 964.500 | 1.119.375 | INDIVIDUAL | 154.875 | 3,10% |
| 6.000.000 | 1.251.900 | 1.481.875 | INDIVIDUAL | 229.975 | 3,83% |
| 7.000.000 | 1.560.700 | 1.874.375 | INDIVIDUAL | 313.675 | 4,48% |
| 8.000.000 | 1.886.700 | 2.308.750 | INDIVIDUAL | 422.050 | 5,28% |
| 9.000.000 | 2.229.900 | 2.776.250 | INDIVIDUAL | 546.350 | 6,07% |
| 10.000.000 | 2.590.300 | 3.276.250 | INDIVIDUAL | 685.950 | 6,86% |
| 12.000.000 | 3.367.900 | 4.368.125 | INDIVIDUAL | 1.000.225 | 8,34% |
| 14.540.000 | 4.469.400 | 5.790.525 | INDIVIDUAL | 1.321.125 | 9,09% |
| 15.000.000 | 4.685.600 | 6.048.125 | INDIVIDUAL | 1.362.525 | 9,08% |
| 20.000.000 | 7.259.100 | 8.848.125 | INDIVIDUAL | 1.589.025 | 7,95% |
| 25.000.000 | 10.059.100 | 11.648.125 | INDIVIDUAL | 1.589.025 | 6,36% |

Del examen de las tablas se pueden observar los siguientes resultados:

a) En la primera tabla, en la que la renta es obtenida por uno sólo de los miembros de la unidad familiar, se ve que todas las familias, independientemente de su nivel de renta, van a optar por tributar de forma conjunta. Por tanto la novedad de poder optar por la declaración individual no va a afectarles. De todas formas, lo que si es relevante es el hecho de que la diferencia porcentual se reduce al aumentar la renta familiar, es decir las familias con más renta, estarán más próximas a la situación en la cual la opción individual sería preferida.

b) En la última tabla, en la que los ingresos son obtenidos por igual por los dos perceptores de renta, se observa como con bases liquidables hasta dos millones es indiferente una u otra opción, mientras que para rentas superiores la opción elegida será siempre la individual. Es de destacar que las familias con rentas superiores a dos millones se van a beneficiar con la posibilidad de elegir el sistema de tributación individual. Pero si analizamos el beneficio porcentual vemos que éste

aumenta con el nivel de renta hasta que esta alcanza la cifra de 14.540.000 Ptas. A partir de este punto el porcentaje de beneficio se va a reducir a causa de la existencia del tipo marginal máximo.

c) En las tablas segunda y tercera se recogen dos opciones intermedias de reparto de la renta entre los perceptores de la misma. En ellas se observa que para las rentas bajas es preferible siempre la opción conjunta, mientras que las familias con rentas altas, a partir de un determinado nivel de base liquidable optarán siempre por la declaración individual. En ambos casos el porcentaje de beneficio aumenta con la renta hasta un cierto punto en el cual de nuevo pasa a actuar el tipo marginal máximo. En todo caso, habría que destacar que las unidades familiares con niveles de renta más bajos no se ven beneficiadas en ningún caso de la posibilidad de elegir el sistema de tributación, de forma que no se han visto favorecidas por el cambio legislativo. Ello también sucede en las dos tablas no reproducidas.

d) Tras observar todas las posibilidades de reparto de los ingresos entre los perceptores de renta de las unidades familiares se pone de manifiesto que en ningún caso las familias con rentas inferiores a 2.000.000 Ptas. optarán por la tributación individual por lo que sólo podrán sacar ventaja de la reforma de la tributación familiar en el impuesto aquellas familias con ingresos superiores a los citados anteriormente.

e) En todas las tablas se ha puesto en sombreado aquellos puntos de corte en los que se pasa de preferir la liquidación conjunta a la individual. En cursiva se recogen los puntos a partir de los cuales comienza a reducirse el porcentaje de beneficio derivado de optar por la liquidación individual.

f) A continuación se reproducen una serie de gráficos que recogen la evolución del ahorro porcentual derivado de la tributación individual en función del nivel de ingresos de las familias. Dichos gráficos están extraídos de las cuatro tablas anteriores.

g) Para interpretar dichos gráficos es importante saber que todos los puntos por debajo del 0% del eje de ordenadas representan situaciones en las que se declararía siempre conjuntamente. Estos puntos, pese a tener valores negativos, no suponen realmente una pérdida para los contribuyentes, dado que no se les obliga a tributar individualmente sino que siempre tienen la opción de continuar declarando de forma conjunta.

GRAFICO 1

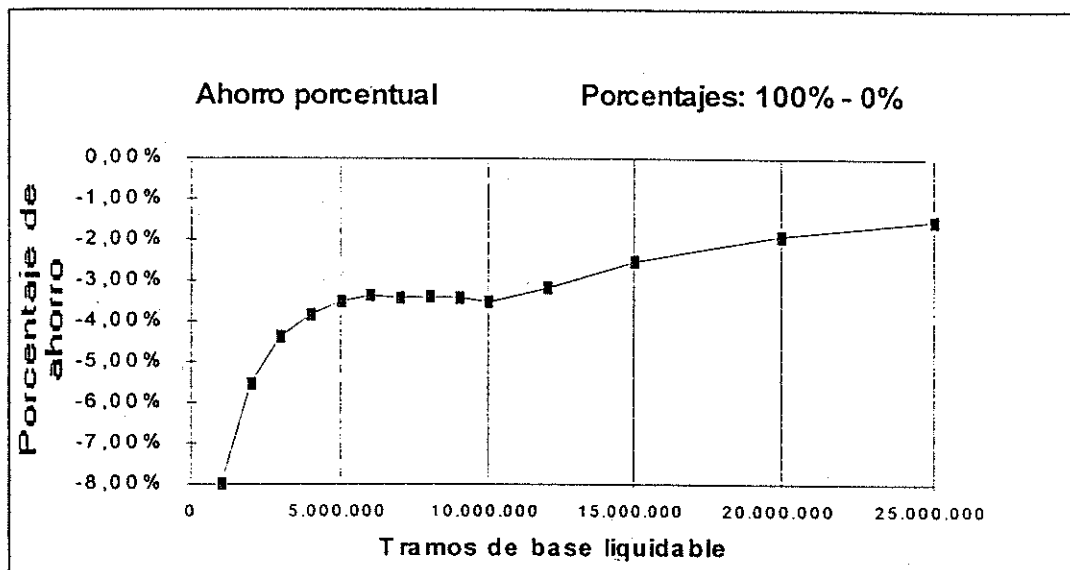


GRAFICO 2

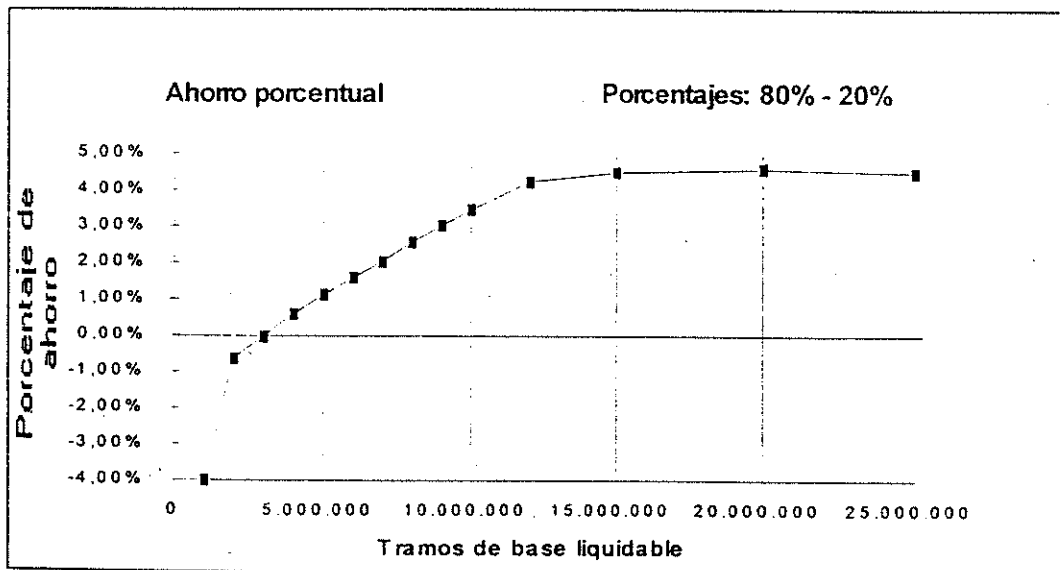


GRAFICO 3

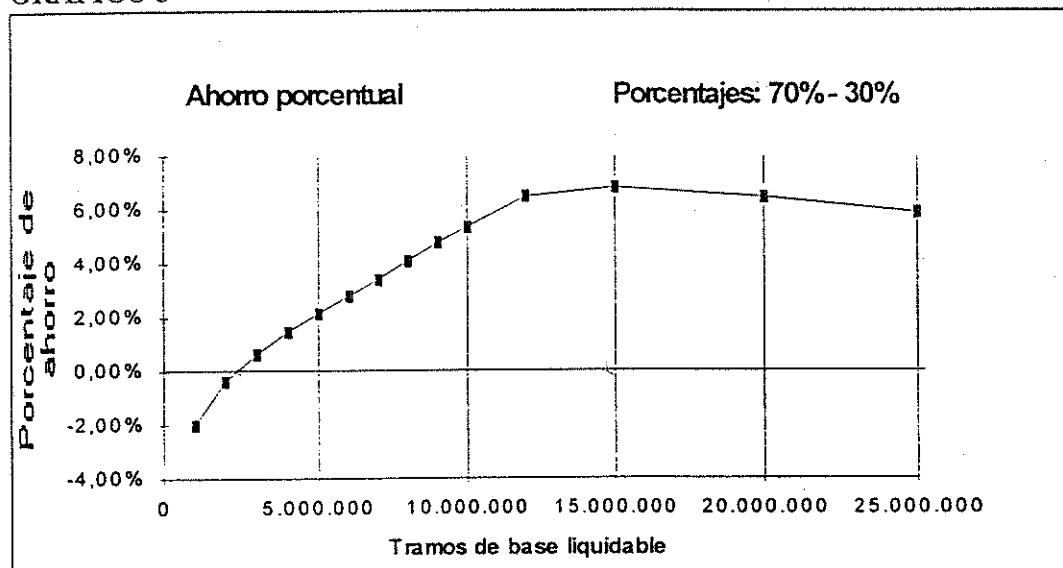
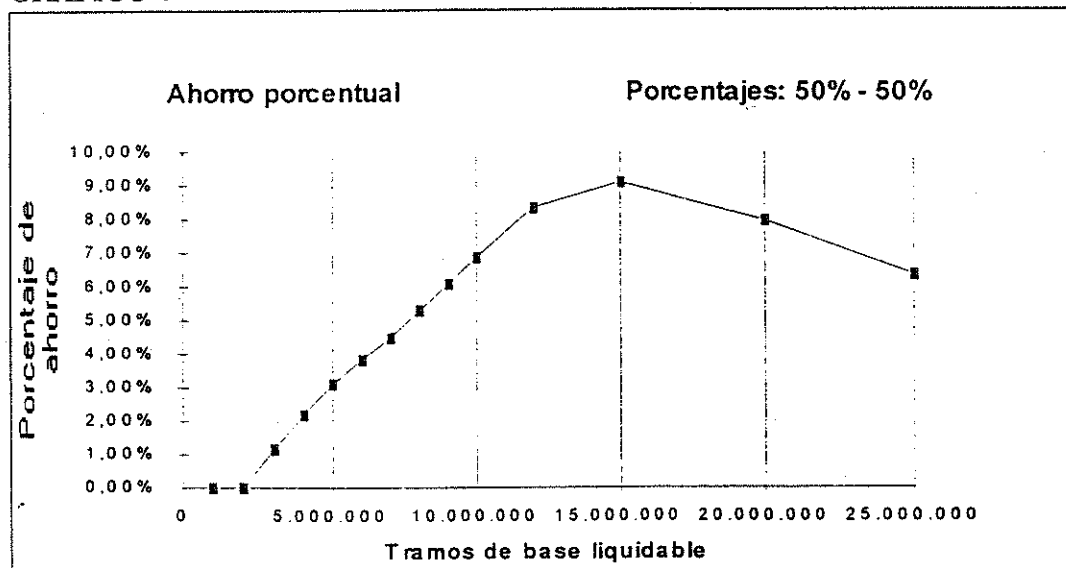


GRAFICO 4



4. SEGUNDO ANALISIS.

Tras el examen llevado a cabo exclusivamente con la información derivada de las tarifas, vamos a proceder a incorporar en este estudio datos de la Encuesta de Presupuestos Familiares del año 1.991. Se trata en este caso de repetir el análisis del apartado anterior, pero con datos reales. El motivo de emplear esta información y no la aportada por la Memoria de la Administración Tributaria es la falta de coherencia en algunos de los datos que recoge, así como la ausencia de información en aspectos tan relevantes como la estructuración de las declaraciones tanto separadas como conjuntas por tramos de renta o la especificación de la participación de los diferentes perceptores de renta en la obtención de los ingresos globales de la familia.

Los datos utilizados de la Encuesta de Presupuestos Familiares son los ingresos totales de los hogares españoles tomados por deciles. En concreto, hemos recogido el límite superior de cada uno de ellos, excepto en el último donde desconociendo la renta del sujeto pasivo con más ingresos de España, se ha introducido un valor que consideramos suficientemente significativo.

En primer lugar interesa conocer los ingresos representativos de los hogares situados en cada decil. Dicha información queda recogida en la columna INGRESOS de la tabla que aparece a continuación. En las dos siguientes columnas se muestra el resultado de aplicar dichas rentas a las tarifas individual y conjunta. La aplicación de la tarifa conjunta no presenta dificultades, ya que el resultado va a ser el mismo independientemente de la participación de los distintos perceptores de ingresos. Sin embargo, el resultado de la aplicación de la tarifa individual va a variar en función de dicha participación, por ello, interesa aplicar una ponderación a las seis diferentes posibilidades de reparto expuestas en el apartado anterior (desde 100%-0% hasta 50%-50%). Por comodidad, se ha supuesto que las seis situaciones examinadas se dan con la misma frecuencia (1/6).

En la columna OPCION se muestra la cuota íntegra derivada de la elección tomada por la unidad familiar, y que obviamente será la cantidad menor que resulte de la aplicación de ambas tarifas. Seguidamente, en la columna BENEFICIO, queda representada la ganancia derivada de poder elegir el método de tributación frente a la situación en la cual la tributación de la unidad familiar es obligatoriamente conjunta. Por último, en la columna % BENEFICIO, se recoge la anterior información en proporción al nivel de ingresos de la familia.

TABLA 6

| DECI | INGRESOS | INDIVIDUAL | CONJUNTA | OPCIÓN | BENEFICI | % |
|------|------------|------------|-----------|-----------|----------|-------|
| 2 | 1.121.000 | 95.546 | 64.200 | 64.200 | 0 | 0% |
| 3 | 1.380.000 | 144.620 | 116.000 | 116.000 | 0 | 0% |
| 4 | 1.631.411 | 195.380 | 166.282 | 166.282 | 0 | 0% |
| 5 | 1.902.550 | 252.164 | 220.510 | 220.510 | 0 | 0% |
| 6 | 2.198.650 | 317.733 | 288.669 | 287.416 | 1.254 | 0,06% |
| 7 | 2.550.001 | 399.713 | 374.750 | 369.554 | 5.196 | 0,20% |
| 8 | 3.044.126 | 520.815 | 506.289 | 491.693 | 14.596 | 0,48% |
| 9 | 3.928.756 | 756.795 | 766.577 | 727.161 | 39.416 | 1,00% |
| 10 | 15.000.000 | 5.350.325 | 6.048.125 | 5.286.754 | 761.371 | 5,08% |

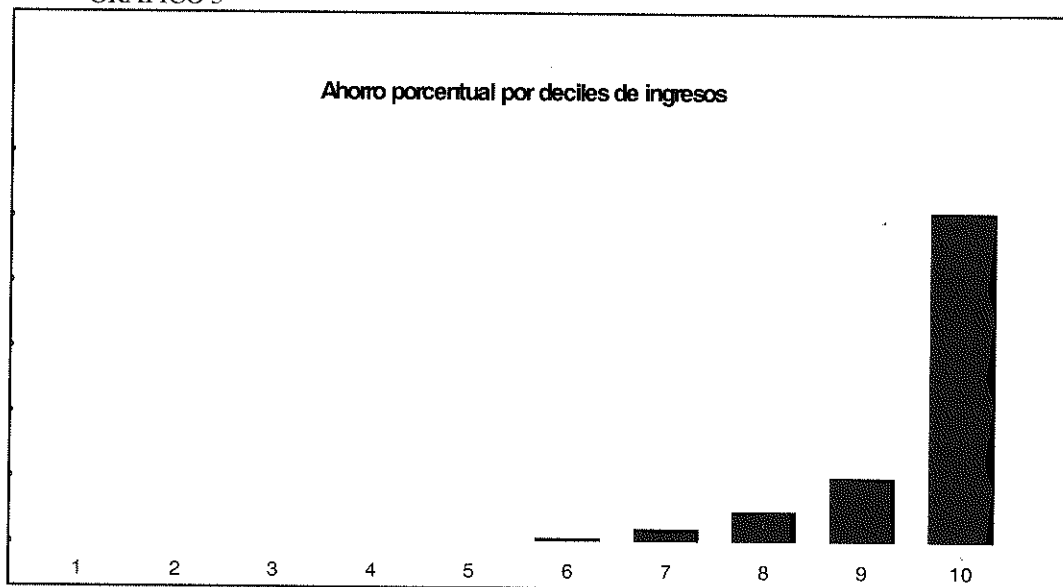
Como se puede ver en la tabla anterior, el 50% de las familias españolas no se benefician en absoluto de la posibilidad de tributar individualmente, ya que en todo caso seguirán tributando de forma conjunta, con el agravante de que son las familias con rentas más bajas.

El resto de las familias, a partir del sexto decil, se han beneficiado de la reforma. Dichas familias obtienen una mayor ventaja, tanto en términos absolutos como en términos relativos, según aumenta su nivel de renta. Aunque hay que advertir que en función de la distribución de los ingresos entre los perceptores, no todas ellas se van a beneficiar de la optatividad. En particular las cifras que aparecen en las dos últimas columnas reflejan valores medios.

Un último comentario antes de finalizar este análisis hace referencia al supuesto introducido previamente de idéntica ponderación de las seis situaciones de distribución de la renta. Junto con el análisis reproducido, se han llevado a cabo otros, variando dicha ponderación. En todos ellos los resultados han sido consecuentes con los descritos en los párrafos anteriores. En especial para los cinco primeros deciles el resultado siempre será el mismo ya que independientemente de la distribución de la renta entre los perceptores, cuando la renta de la unidad familiar sea inferior a dos millones de pesetas no se obtiene ninguna ventaja de poder tributar individualmente.

Los resultados descritos se pueden apreciar de forma más ilustrativa en el GRAFICO 5, presentado a continuación.

GRAFICO 5



5. CONCLUSIONES

Con los resultados obtenidos tras la aplicación de dos análisis diferentes podemos concluir que los beneficiados de la reforma del régimen de tributación de las unidades familiares producida tras la sentencia del Tribunal Constitucional de 20 de febrero de 1.989 son, exclusivamente, las familias con mayor nivel de ingresos. En concreto, a más de un 50% de las familias les es indiferente en la práctica la posibilidad de tributar separadamente, y dichas familias son las situadas en los deciles inferiores de renta.

LA INDUSTRIA DE NAVARRA: ESPECIALIZACIÓN Y VOCACIÓN EXTERIOR

Elvira Martínez Chacón
Universidad de Navarra

1. Introducción

Es un hecho conocido que la industria de Navarra se incorpora con un cierto retraso al desarrollo industrial que ya registraban las regiones más industrializadas de España; todavía a la altura de 1960 el sector tenía poco peso en la economía regional, era incompleto en ramas y procesos, la gran mayoría de las empresas eran de tamaño muy reducido, el trabajo asalariado era relativamente bajo. En esa fecha el empleo industrial suponía sólo el 23 % del total de personas ocupadas y la participación del sector en el valor añadido final era poco más del 27 %, datos que expresan la situación de una economía en una fase intermedia de industrialización.

Pero ya en los años centrales de esa década cambió el tono de la economía, que dejó de apoyarse prioritariamente en el sector agrario para iniciar un rápido crecimiento industrial: se crearon nuevos puestos de trabajo, sobre todo trabajo asalariado; se modificó al mismo tiempo la estructura productiva sectorial, perdieron peso las actividades más tradicionales -Alimentación, Textil, Cuero- mientras se producía un aumento paralelo de las ramas metálicas y la producción de papel, que pasaron a suponer, respectivamente, el 43.1 y el 11.3 % del valor añadido por las ramas fabriles. El auge industrial supuso la especialización regional y su concentración en las ramas que tenían entonces mayores posibilidades de futuro.

El desarrollo industrial que comentamos se acompañó de cambios cualitativos de enorme interés. El dinamismo de la industria de transformados metálicos provocó efectos de arrastre que se difundieron en toda la economía; con el avance del sector se pudo modernizar el aparato productivo, aplicando las innovaciones tecnológicas que utilizaban ya otras economías más avanzadas. Todo ello impulsaba el aumento de la productividad, desde luego en el sector industrial, pero que desde ahí se difundía al conjunto de las ramas productivas. Los cambios realizados en esos años dieron un fuerte empuje a la economía navarra, cuyo sector industrial actuaba como motor, transformando la anterior estructura de empleo y producción: en síntesis, las actividades secundarias adquirieron a partir de entonces una clara preponderancia, la producción y el empleo industrial comenzaron a tener más peso en la economía navarra que en España, la región se unió a otras también intensivas en actividades secundarias, Cataluña, Asturias, País Vasco, Cantabria.

Y esta nueva estructura industrial debió enfrentarse, mediada la década de 1970, a los sucesivos choques energéticos: una industria muy intensiva en las ramas productivas en las que la región tenía entonces ventajas comparativas, sea porque utilizaban inputs regionales -como era el caso de la industria de la alimentación-, sea porque completan procesos productivos que tenían en esos años un fuerte arraigo en áreas geográficas del entorno -como en la industria metálica y de bienes de equipo, con la del País Vasco-, sea porque ya existía una cierta tradición productiva en esa orientación. En todo caso, fue una estructura industrial intensiva en las ramas que utilizan mucha mano de obra y que, con el modelo tecnológico al uso, tienen fuertes requerimientos energéticos por unidad de producto, limitaciones que, aunque no son las únicas, sí fueron las más importantes dadas las características que tuvo la crisis.

La crisis provocó en la economía navarra la caída de la producción industrial y del empleo, es decir, una recesión económica de importancia; baste señalar que a la altura de 1984 la producción industrial bruta, expresada en valores constantes, había caído seis puntos porcentuales por debajo de la alcanzada en 1981 y que la merma productiva afectó a la mayor parte de las ramas industriales; peor aún, el valor añadido del sector fue el 86.6 % del que se alcanzó en 1981, se había perdido por tanto más del 13 % en tan sólo tres años.

En términos de empleo las cifras no fueron menos preocupantes: entre 1978 y 1984 hubo una pérdida de nueve mil empleos, lo que supone un 14.4 % de los que había en el primero de dichos años. En suma, el septenio 1978/1984 fue un período muy negativo para la industria navarra, que perdió parte de la importancia que había adquirido en la configuración del sector industrial español. Parecía muy difícil retomar la senda anterior del crecimiento.

2. Reacción ante la crisis: nueva especialización industrial

Ante la situación descrita se hacía preciso llevar a cabo ajustes productivos de gran calado, semejantes a los que estaban adoptando en esos años todas las economías occidentales avanzadas. La aplicación de nuevas tecnologías exigía una mayor cualificación en la mano de obra, una formación más específica. Las iniciativas para actuar en las nuevas líneas productivas iban a emplear, en general, menos trabajadores que en las ya tradicionales, pero éstos deberían ser más competentes.

Desde otra óptica, en el empeño por reducir los costes salariales, las empresas industriales estaban poniendo en marcha en todo el mundo un proceso bien conocido de desinternalización de las actividades de servicios, un fenómeno que consiste en sacar de su interior diversas funciones: limpieza, vigilancia, contabilidad, asesoramiento fiscal y financiero, y otras más, que pasaban a realizar otras empresas del sector terciario.

Este fue el camino emprendido por los países que supieron tomar pronto la medida de la crisis y hacerle frente; esta era la imagen a que debía ajustarse la industria regional que, al final de la crisis, aunque seguía estando muy concentrada en pocas ramas y dos de ellas se encontraban entre las más golpeadas por los choques energéticos¹, presentaba, sin embargo, una incipiente diversificación hacia otras dos: la papelera -que ya había logrado una cierta presencia en la región- y el material de transporte.

3. El auge industrial de la segunda mitad de los ochenta²

En una etapa como la que estamos viviendo en que la economía se considera en términos globales, no tendría sentido el pensar que un sector regional, especialmente si la región es tan reducida como la nuestra, pudiera evolucionar al margen del comportamiento que siga la economía mundial y, desde luego, sería impensable prescindir de lo que sucede en España. Dicho esto, que explica la necesidad de contemplar la industria navarra en su entorno nacional, hay que tener en cuenta también que la evolución económica de las regiones presenta siempre un dinamismo distinto, que depende de multitud de factores a los que aludiremos en el análisis posterior. Vamos a iniciar el estudio mostrando la evolución reciente del sector industrial de la economía española, y desagregaremos los resultados obtenidos por cada Comunidad Autónoma.

Desde el último tercio de la década pasada y hasta 1992 se vive en España una etapa de rápido crecimiento económico; la tasa anual acumulativa supera el 4 %, ligeramente superior a la media comunitaria. Tal comportamiento recoge los efectos que provoca la incorporación a la Comunidad Europea y se vio impulsado además por el auge que registran en esos años todas las economías desarrolladas. El crecimiento económico, no podía ser de otra forma, tiene su reflejo³ en el sector industrial que creció, en valores constantes, a una tasa anual acumulativa del 3.6 %.

Como es lógico, no todas las Comunidades Autónomas han tenido resultados semejantes, como puede comprobarse en el cuadro nº 1. En general, las regiones menos industrializadas registraron crecimientos más altos que la media; es el caso de Extremadura, Canarias y, en menor grado, Castilla-La Mancha. Mientras que las regiones donde el sector fue tradicionalmente muy importante, como Cantabria, el País Vasco o Asturias, han visto reducirse -y muy sensiblemente, por cierto- el peso industrial⁴.

En el cuadro se aprecia también que la industria ha tenido mayor dinamismo en la Comunidad Foral que el registrado por el sector en España, ha alcanzado el crecimiento porcentual más alto de todas las Comunidades Autónomas que, además, ha ido acompañado de la creación de nuevos empleos. Y todo ello lo han provocado algunas ramas industriales que nos interesa identificar para poder determinar las posibilidades que tienen de continuar ofreciendo, en el medio y largo plazo, el impulso necesario al desarrollo regional.

Entre 1985 y 1993 la industria navarra ha tenido un crecimiento que supera casi un 35 % el que hubiera registrado si sus ramas hubieran evolucionado en el mismo sentido y con la misma intensidad que lo han hecho en la economía española, proporcionando más de 64 mil millones de ptas. de producto adicional.

De acuerdo con los postulados de la técnica shift-share, la variación que se haya dado en un sector regional durante un cierto período se explica por el dinamismo general que haya tenido

ese sector en la economía española durante la etapa de estudio, y por un componente adicional (positivo o negativo) específico para cada región, que depende de la distinta estructura industrial de las regiones al comienzo del período y del comportamiento de cada una de sus ramas⁵.

¿Qué explicación cabe dar a los buenos resultados de la industria de Navarra? Aplicando la mencionada técnica al período 1985/1991, último año para el que se han publicado datos con la suficiente desagregación⁶, obtenemos:

$$\text{Cambio neto} = \text{Estr. Indust.} + \text{Competitividad} + \text{Asignación}$$

$$10.829.87 = 5\,990.55 + 6\,279.33 - 1\,440.01 \text{ (cifras en millones de ptas.)}$$

Al reducir el período el crecimiento diferencial también es menor, la industria navarra siguió la senda expansiva en los dos años siguientes. Los valores del cuadro nº 2 nos permiten afirmar que el cambio diferencial que registró la economía de esta región en la segunda mitad de la década pasada se debe, en porcentajes similares, a dos componentes; el primero procede de una adecuada estructura industrial en la región, con un fuerte peso en las ramas que tuvieron mejores resultados en la economía española; el segundo es consecuencia de que el comportamiento de tales ramas ha sido más dinámico en la Comunidad Foral. Lo analizamos a continuación.

Con ayuda de las Encuestas Industriales⁷ es posible desagregar el producto del sector secundario en las once ramas que se suelen considerar más representativas, y descubrir las que han tenido un mayor protagonismo en la producción, tanto en el caso de que su aportación haya sido positiva y haya contribuido al crecimiento diferencial, como si ha sido negativa, reduciendo con ello los logros industriales.

La primera columna numérica del cuadro, (CRN) expresa el cambio relativo neto que ha tenido lugar en el sector regional: la diferencia entre el crecimiento industrial que tuvo Navarra entre 1985 y 1991 y el que se hubiera producido, en el caso de que sus ramas se hubieran comportado en línea con el conjunto de la rama en España. El comportamiento ha sido positivo, ya lo habíamos visto, por un total de casi once mil millones, que se deben distinguir, a su vez, en los tres componentes que han contribuido a formarlo.

Tres ramas industriales explican la mayor parte de las ventajas obtenidas: Material de transporte, Productos metálicos y Minerales y metales; y aún se podría añadir otra, la rama de productos alimenticios, con más de 2.400 millones de ptas. de crecimiento diferencial. Por el contrario, son también otras tres las que han tenido los peores resultados: las ramas energéticas, el textil y la producción química. En todas ellas nos vamos a detener con mayor atención.

Queda patente que una sola rama, la de Material de transporte, es responsable en gran medida del crecimiento diferencial del sector; en ella tienen signo positivo los tres tipos de efectos que estudiamos. Al comienzo del período esta producción era ya más importante en la Comunidad Foral que en la industria española y, al haber crecido en la región casi dos veces más deprisa que la totalidad de la rama, en 1991, último año que nos permiten estudiar los datos de que disponemos, suponía ya prácticamente el 20 % de la industria navarra. Aunque los resultados son positivos, deben matizarse.

En efecto, la industria del automóvil, que es de demanda intermedia y tiene una intensidad tecnológica también media, atraviesa en la actualidad una crisis generalizada que se debe, en parte, a la fuerte competencia que realizan las principales marcas por unos mercados que, al menos parcialmente, están saturados. De manera que cuando alcanza un protagonismo excesivo, la rama puede plantear problemas en el futuro. Volveré sobre ello más adelante⁸.

A distancia del Material de transporte pero también con muy buenos resultados se encuentra la rama de Productos metálicos, resultados que se deben únicamente a su peso en la estructura de la Comunidad Foral, ya que los otros dos efectos tienen signo negativo: la competitividad es menor y, como la industria regional está especializada en esta producción, hay que concluir

señalando que no es buena la asignación de los recursos. En este mismo caso se encuentran los Productos alimenticios, cuya competitividad dista mucho de la media de España.

Los datos ponen al descubierto la gravedad de los problemas internos que afectan a estas ramas; en ellas resulta ya inaplazable el adecuar las estructuras organizativas de las empresas, aprovechar mejor las reservas de capital humano que hay en la región y cambiar o ajustar la política tecnológica. En todo caso, son ramas con arraigo en la Comunidad Foral y que, como hemos dicho, han registrado un crecimiento menor que en el conjunto de la economía en un período de fuerte recuperación, lo que debe mover a la reflexión.

Es distinto el caso de la rama Minerales y metales, una rama muy competitiva en Navarra. Hay que añadir, sin embargo, que su producción tiene una demanda débil y decreciente, por lo que no sería muy oportuno que aumentase su presencia en la estructura industrial.

¿Qué ramas reducen los logros de la industria navarra? Son fundamentalmente tres: Energía y agua, Textil, cuero y calzado, y Productos químicos. En los tres casos, el efecto global negativo se debe al menor peso que la rama tiene en la estructura industrial. Tanto la industria química como la textil son en Navarra menos competitivas que en el conjunto de la economía española, por tanto su escasa representatividad en la estructura industrial es signo de que existe ahora una buena asignación de recursos.

Resumamos el análisis que estamos realizando. El buen comportamiento relativo que ha tenido el sector industrial de Navarra durante el período 1985/1991 es consecuencia, en primer término, de la mayor competitividad de alguna de sus ramas, especialmente dos: la de Minerales y metales y Material de transporte. Las ventajas competitivas de las ramas industriales supusieron una aportación al producto total de unos 6 300 millones de ptas., que es el 58 % del crecimiento diferencial alcanzado, o un 4.3 % de la producción de la Comunidad Foral en 1985.

En segundo término, digamos que en la estructura industrial de Navarra al principio del período tenían una fuerte presencia -en todo caso, estaban más presentes que en la industria española- las ramas que han registrado las tasas más altas de crecimiento y este hecho ha proporcionado ventajas por valor de unos 6 000 millones de ptas., algo más del 55 % del crecimiento diferencial o el 4.1 % de la producción que hubo en 1985.

Finalmente, señalemos que, como contrapartida de los dos efectos anteriores, en el conjunto de las ramas se ha dado una asignación deficiente de los recursos, lo que ha supuesto una pérdida de unos 1 400 millones de ptas., que equivale al 13.3 % del producto diferencial o el 1 % de la producción industrial de 1985.

A la altura de 1991 la industria de Navarra presentaba una fuerte concentración en muy pocas ramas, una polarización que se ha agudizado desde 1985. Las tres ramas más importantes, Productos metálicos, Material de transporte y Alimentación, bebidas y tabaco, suponen más del 60 % del sector. El hecho nos parece que puede ser grave puesto que se trata de ramas de demanda débil o baja y de intensidad tecnológica también baja o débil, muy expuestas a la competencia exterior.

En síntesis, los cambios que se produjeron en el sector industrial de Navarra en respuesta a la crisis energética parecen apoyar la teoría de base exportadora, según la cual el nivel de actividad de una región se explica sobre todo por el dinamismo que presentan los sectores cuya producción tiende a satisfacer la demanda externa. En la nueva estructura industrial que se diseñó asume un fuerte protagonismo el capital exterior aunque también es básica la inversión realizada por el gobierno foral⁹. Vamos a comprobarlo en el epígrafe siguiente.

4. El comercio exterior de Navarra

La evolución del comercio exterior de cualquier economía es un buen indicador de lo que ha sido su historia; el cambio en el volumen de sus exportaciones muestra el que ha registrado también su capacidad para competir en los mercados internacionales; la modificación de la

estructura comercial expresa la que ha tenido lugar en las ventajas comparativas, la capacidad que demuestra tal economía para adecuar su estructura productiva a los cambios de la demanda exterior y a la transformación productiva global. Por el lado de las compras externas, la evolución del volumen y la composición de las partidas pone de manifiesto la necesidad de completar la producción interior. Todo ello tiene un indudable interés para estudiar una economía, en nuestro caso, la de la Comunidad Foral, por cuanto añade claridad al estudio anterior, y es lo que realizamos a continuación¹⁰.

Como es habitual en las economías de tamaño reducido, en la Comunidad Foral ha existido siempre un elevado grado de apertura hacia los mercados exteriores, un hecho lógico si se piensa en la concentración que tiene su estructura productiva. A la altura de 1991 la economía de Navarra presentaba el mayor grado de apertura al exterior entre las Comunidades Autónomas con un 27.5 %, un porcentaje muy superior al que tenían otras regiones uniprovinciales de tamaño semejante: Asturias (8.7), Cantabria (10.2), o La Rioja (8.0), que pone de manifiesto la mayor vocación exterior de su industria. Seguían a Navarra a una cierta distancia el País Vasco, con un índice del 20.1% y Cataluña, con un 19.7 %¹¹.

A lo largo de todo el período que estudiamos, salvo en 1992, las exportaciones realizadas desde Navarra han proporcionado las divisas suficientes para financiar las necesidades de importación; es decir, a diferencia de lo que sucede en la economía española, el saldo de la balanza comercial ha sido positivo en todos esos años.

Desde los años centrales de la década de 1960, decíamos más arriba, en que se produce la industrialización de Navarra, las ramas que han ido protagonizando el liderazgo industrial han cubierto sus necesidades de inputs acudiendo de forma creciente en los mercados exteriores; paralelamente, se ha dirigido al exterior una parte considerable de la producción. Al final del período, en 1994, las exportaciones regionales aportaron el 3.3 % de las ventas españolas al exterior y las importaciones, una tasa más modesta, el 1.7 %. Para valorar estas cifras baste señalar que el PIB navarro en los últimos años no alcanza el 1.6 % del PIB global.

Hemos elegido el período, 1983/1994 que nos parece de interés por cuanto recoge los últimos años de la crisis industrial, la recuperación de la economía tras la incorporación de España a las Comunidades Europeas -recuperación que también se produjo con mayor vigor en la región-, y, finalmente, los años más próximos, con una nueva recesión que se empieza a superar en el último trimestre de 1994. Es, por tanto, una etapa muy rica en hechos económicos y nos ha parecido que el análisis de los intercambios comerciales de esa etapa puede ayudar a entender mejor la economía.

Desde un punto de vista global, el cuadro nº 3 muestra el rápido crecimiento que ha registrado el comercio exterior de Navarra,¹² muy superior al que ha tenido la producción; en valores constantes de 1990 las exportaciones han pasado desde 79.030 millones de ptas. en 1983 a 260.994 millones de ptas. en 1994, lo que supone un crecimiento a la tasa anual acumulativa del 11.5 %; y las importaciones han crecido más deprisa, pasando desde 36.207 millones de ptas. en el primero de los años citados hasta 167.956 en 1994, esto es, a una tasa anual acumulativa del 15 %¹³. La tasa de cobertura que, como ya se ha señalado, ha sido tradicionalmente positiva salvo para 1992, fue de 155 en el último año estudiado.

Desde el primer tercio de la década de 1980 algunas empresas multinacionales decidieron invertir en esta Comunidad Foral; esperaban, sin duda, obtener ventajas de la entonces ya próxima incorporación de España a la Comunidad Europea. Y aumentaron mucho, como hemos visto, tanto las importaciones como las exportaciones aunque lo hicieron de forma más intensa los flujos comerciales procedentes o destinados a los países comunitarios. Algunos datos nos permiten apoyar esta afirmación.

En 1983 se dirigía a la CE el 56.6 % de las exportaciones; el primer país por orden de importancia era Francia, con poco más del 23 %. A medida que avanza el período aumenta la concentración espacial, tres años más tarde la CE recibía ya más del 72 % de las ventas externas de Navarra, Francia continuaba ocupando el primer puesto, con algo más del 28 %. En 1993 la participación de la UE era ya del 85.5%, pero se ha producido una modificación en el orden de los países, Francia perdió el liderazgo a favor de Alemania (que recibió ese año casi un 30 % de las ventas exteriores de esta región) y ha reducido su participación hasta algo menos del 18 %,

Las exportaciones españolas con destino a los países de la UE también han venido creciendo a tasas más altas que el total, pero lo han hecho más despacio que en Navarra, de manera que en el período que estudiamos aumentó la participación regional¹⁴. Vale la pena destacar el aumento de la cuota de mercado con Alemania: las ventas de la Comunidad Foral suponían en 1989 el 2.9 % del total exportado por España y en 1993 eran ya más del 7 %, un aumento provocado, valga la insistencia, por la fuerte penetración de capital exterior.

También la mayor parte de las importaciones procede de países comunitarios, que han alterado su peso relativo desde 1983. En ese año procedía del área algo más del 63 % de las compras que Navarra realizaba en el exterior, Francia era el principal proveedor, aportando casi el 23 %. Al año siguiente aumentó mucho el peso comunitario que se situaba ya en un porcentaje próximo al 75 %; con un cambio en la ordenación de los países, Francia cedió el primer lugar a Alemania, de donde procedía el 41 % de las compras exteriores de Navarra. Finalmente, en 1993 la UE era el origen del 85 % de los flujos de importación y Alemania enviaba el 42 %¹⁵.

En síntesis, en los últimos diez/doce años Navarra se ha integrado con fuerza en las corrientes comerciales con el resto de Europa, y hoy existe una estrecha vinculación de la producción regional -para las compras y para las ventas- con los países de la UE y dentro del área, Alemania y, en menor medida, Francia. Esto es fruto de las inversiones de capital realizadas por empresas de nacionalidad extranjera que aumentaron su presencia en la Comunidad Foral desde los primeros años ochenta¹⁶.

5. Importancia de las ramas industriales en el comercio exterior

En el cuadro nº 4 se presenta la evolución que ha registrado la estructura exportadora de Navarra. Hemos considerado en este caso la etapa 1972/1993, con un corte en 1985. Al principio del período de estudio una rama industrial muestra un fuerte dinamismo exportador, la industria papelera que realiza por sí sola la quinta parte de las ventas al extranjero de la Comunidad Foral; las demás exportaciones se concentraban sobre todo en bienes de consumo con poco valor añadido, Alimentos, en materias primas procedentes de la agricultura y de la industria, y en bienes industriales semielaborados.

Mediada la década de 1980 el perfil exportador ha cambiado mucho. A esas alturas del período la economía ha logrado superar los efectos de la crisis industrial que, como a todas las economías occidentales, padeció desde una década antes. Se ha reducido sensiblemente el peso de las ramas con menor valor añadido -Minerales y metales- así como el de las que tienen fuertes requerimientos energéticos por unidad de output -Productos metálicos-. En ese momento el liderazgo exportador lo ocupa una rama nueva, Material de transporte, que vende la tercera parte del total exportado. El hecho es importante, pero no puede enmascarar el auge de dos ramas, también de reciente implantación en la región, Maquinaria y equipo y Material eléctrico y electrónico. Entre las dos realizan más de un quince por ciento de las ventas.

A medida que nos acercamos a los años más recientes, continúan perdiendo peso las ramas que habían sido tradicionales en la industria regional mientras que se agudiza la especialización de la economía, que se manifiesta en la composición de las exportaciones: porque casi dos tercios del total se realizan por la rama de Material de transporte y, dentro de ella, un sólo producto, los automóviles, componen más del 60 % de las ventas totales¹⁷.

La rama ha tenido un comportamiento muy dinámico, más que en el conjunto del sector, de manera que en el quinquenio 1989/1993 ha ganado cuota de mercado en las exportaciones españolas. La exportación navarra de automóviles y material de transporte suponía ya un porcentaje elevado en 1989, casi el 11 %, pero en 1993 era ya del 13.4 %.

¿Es también ese el comportamiento de las importaciones? En el cuadro nº 5 se refleja la evolución en el mismo período que elegimos para las exportaciones. Señalemos, en primer lugar, que hay mucha menor concentración en las compras que realiza Navarra más allá de nuestras fronteras. Aunque también ahora ocupa el primer puesto la rama Material de transporte, su peso en 1993 no alcanza la tercera parte del total importado¹⁸. En cualquier caso, el porcentaje supera siempre la media de España.

Siguiendo con el desglose se percibe que las importaciones de productos agrarios y alimenticios no siguen una trayectoria lineal sino que tienen un comportamiento errático. El hecho tiene que ver con el carácter de la producción, muy dependiente de la climatología. Por eso, en los años de malas cosechas hay que completar la oferta interior con importaciones.

Hay dos ramas que ofrecen resultados de interés: Minerales y metales y Papel. En los dos casos se ha reducido el peso de las necesidades de importación, lo que es coherente con el giro que toma la estructura productiva de la región desde el primer tercio de la década de 1980, para hacer frente a los efectos de la crisis industrial y ajustar la producción. Se sigue, desde ahí, una pérdida de especialización en las ramas que habían sido tradicionales en Navarra desde los últimos años sesenta, y, con apoyo en la inversión extranjera, se apoya la especialización buscando nuevas líneas industriales.

6. Síntesis final

Los resultados obtenidos por el sector industrial de Navarra desde mediados de la década de 1980 han superado, no sólo el crecimiento medio de la industria española en esa misma etapa, sino también los logros de las restantes Comunidades Autónomas. Como sucedió en anteriores circunstancias de cambios en las condiciones del marco económico, la industria de Navarra ha dado respuesta a los choques energéticos de los años setenta realizando ajustes productivos profundos que han provocado una nueva especialización. Y que ha ido por buen camino se demuestra al observar la evolución del producto y el empleo.

Las ramas que lideran la economía en la nueva estructura industrial son en Navarra más dinámicas que en el conjunto de la economía española y, por estar su producción muy orientada hacia los países europeos, especialmente a los países de origen de las inversiones, han tenido menos problemas de demanda en los peores momentos de recesión.

La industria regional, siempre con clara vocación exportadora, se ha abierto más gracias al impulso de las iniciativas exteriores, y Navarra ha ganado cotas de mercado dentro de las exportaciones españolas.

No faltan los problemas, sin embargo, en la actual distribución del tejido industrial: la región tiene una excesiva dependencia de la producción, del empleo y de las exportaciones -sea directa o indirectamente- de una sola rama productiva en la que se están produciendo cambios de estrategia en la distribución de los segmentos del mercado que refuerzan el carácter globalizado de la oferta. Depender de una sola empresa conlleva una excesiva vinculación de sus resultados.

Ahora bien, el sector ha demostrado una gran capacidad de adaptación a los cambios de precios relativos y de la demanda, ha modificado su opción de especialización, con apoyo en los elementos que pueden considerarse que son sus puntos fuertes: la calidad de sus habitantes, la infraestructura educativa, la vocación internacional. Todo lo cual permite contemplar el futuro con una base de esperanza.

CUADROS

Cuadro n° 1 Evolución de la Industria en las Comunidades Autónomas: 1985/1993

| | A | B | C | D | |
|---------------|-------------------|--------------------|-------------------|----------|-------------|
| INDUSTRIA | 1993 | $\Delta 1993/1985$ | Δ t/c esp. | Dife. | % |
| Andalucía | 1,127,642 | 501,418 | 1,151,147 | -23,505 | -4.69 |
| Aragón | 560,931 | 254,628 | 563,057 | -2,126 | -0.84 |
| Asturias | 495,338 | 185,660 | 569,261 | -73,923 | -39.82 |
| Baleares | 155,661 | 75,814 | 146,778 | 8,883 | 11.72 |
| Canarias | 241,041 | 134,495 | 195,857 | 45,184 | 33.60 |
| Cantabria | 174,241 | 59,908 | 210,171 | -35,930 | -59.98 |
| Cast-León | 909,300 | 451,958 | 840,702 | 68,598 | 15.18 |
| Cas-La Manch | 483,046 | 260,343 | 409,381 | 73,665 | 28.30 |
| Cataluña | 3,469,433 | 1,632,249 | 3,377,178 | 92,255 | 5.65 |
| Com. Valenc. | 1,501,864 | 696,054 | 1,481,269 | 20,595 | 2.96 |
| Extremadura | 189,643 | 106,313 | 153,180 | 36,463 | 34.30 |
| Galicia | 746,251 | 355,951 | 717,463 | 28,788 | 8.09 |
| Madrid | 1,566,390 | 666,383 | 1,654,425 | -88,035 | -13.21 |
| Murcia | 259,375 | 114,378 | 266,539 | -7,164 | -6.26 |
| Navarra | 330,614 | 185,648 | 266,482 | 64,132 | 34.55 |
| País Vasco | 1,171,007 | 410,298 | 1,398,363 | -227,356 | -55.41 |
| La Rioja | 132,141 | 70,851 | 112,665 | 19,476 | 27.49 |
| España | 13,513,918 | 6,162,349 | 13,513,918 | 0 | 0.00 |

Elaboración propia de datos de la Fundación FIES
(valores en millones de ptas.)

Cuadro nº 2. Componentes shift-share del crecimiento industrial de Navarra 1985/1991

| Rama | CRN | EEI | EC | EA |
|-------------------|------------------|-----------------|-----------------|------------------|
| Industrial | | | | |
| Energía y agua | -25.391.30 | -25.676.52 | 865.20 | -579.98 |
| Miner. y meta. | 16.819.40 | -407.34 | 17.969.02 | -742.28 |
| Min y p.no met | 1.374.78 | 472.38 | 878.61 | 23.80 |
| Prod. químicos | -12.931.79 | -11.287.38 | -4.016.53 | 2.372.11 |
| Prod. metálicos | 18.612.87 | 27.904.63 | -6.168.40 | -3.123.35 |
| Mat. transporte | 30.588.28 | 7.180.89 | 18.028.64 | 5.378.75 |
| Aliment., beb. | 2.413.12 | 13.924.60 | -8.307.44 | -3.204.05 |
| Textil, cuero, c. | -16.782.34 | -12.996.80 | -7.522.31 | 3.736.77 |
| Papel y deriva. | -620.98 | 10.208.27 | -6.696.49 | -4.132.76 |
| Madera, muebl. | -1.553.34 | 541.72 | -1.993.23 | -101.84 |
| Caucho y otras | -1.698.83 | -3.873.90 | 3.242.25 | -1.067.18 |
| Total | 10.829.87 | 5.990.55 | 6.279.33 | -1.440.01 |

(Elaboración propia)

Cuadro nº 3 Evolución del comercio exterior navarro
(cifras en millones de ptas.)

| Año | Expor taciones | | Impor taciones | |
|------|------------------|---------------|------------------|---------------|
| | Ptas. corrientes | Ptas. de 1990 | Ptas. corrientes | Ptas. de 1990 |
| 1983 | 47 734 | 79 030 | 21 869 | 36 207 |
| 1984 | 73 115 | 108 802 | 39 432 | 58 679 |
| 1985 | 94 616 | 129 257 | 55 248 | 75 475 |
| 1986 | 107 246 | 134 731 | 68 254 | 85 746 |
| 1987 | 129 811 | 155 091 | 80 721 | 96 441 |
| 1988 | 136 695 | 155 867 | 104 720 | 119 407 |
| 1989 | 168 640 | 179 979 | 137 361 | 146 597 |
| 1990 | 189 638 | 189 638 | 156 693 | 156 693 |
| 1991 | 244 434 | 230 816 | 216 021 | 203 986 |
| 1992 | 294 168 | 262 416 | 297 812 | 265 666 |
| 1993 | 297 098 | 265 029 | 171 653 | 146 337 |
| 1994 | 327 420 | 260 994 | 210 703 | 167 956 |

Elaboración propia de datos del Gobierno de Navarra

Cuadro nº 4 Cambio estructural de las exportaciones navarras

| Ramas | 1972 | 1985 | 1993 |
|--------------------------|------------|------------|------------|
| Alimentos y bs. agra. | 16.5 | 8.0 | 4.2 |
| Minerales y metales | 22.6 | 12.5 | 3.1 |
| Prod. químicos | 2.4 | 4.3 | 2.5 |
| Prod. metálicos | 19.5 | 8.3 | 2.9 |
| Maq.y bs. de equipo | 2.3 | 5.7 | 6.2 |
| Mat.eléct. y electrón. | 2.4 | 9.2 | 8.3 |
| Material transporte | 4.2 | 33.0 | 62.8 |
| Textil, c., cuer, calza. | 7.6 | .9 | 0.7 |
| Mad.,mueb., caucho | 2.1 | 3.9 | 2.3 |
| Papel | 20.3 | 14.2 | 5.8 |
| Otras | 0.1 | 0 | 1.2 |
| Total | 100 | 100 | 100 |

Elaboración propia de datos del Gobierno de Navarra.

Cuadro nº 5 Cambio estructural de las importaciones navarras

| Ramas | 1972 | 1985 | 1993 |
|--------------------------|------------|------------|------------|
| Alimentos y bs. agra. | 17.4 | 4.8 | 18.4 |
| Energía | --- | 6.0 | 0.8 |
| Minerales y metales | 17.8 | 10.9 | 8.9 |
| Prod. químicos | 8.6 | 11.7 | 6.9 |
| Prod. metálicos | 3.2 | 4.7 | 3.3 |
| Maq.y bs. de equipo | 21.5 | 8.0 | 11.3 |
| Mat.eléct. y electrón. | 9.0 | 7.1 | 8.2 |
| Material transporte | 5.6 | 35.2 | 30.2 |
| Textil, c., cuer, calza. | 1.7 | 1.9 | 2.3 |
| Mad.,mueb., caucho | 5.1 | 3.5 | 5.6 |
| Papel | 9.6 | 6.1 | 3.6 |
| Otras | 0.5 | 0.1 | 0.5 |
| Total | 100 | 100 | 100 |

Elaboración propia, de datos del Gobierno de Navarra

NOTAS

¹ Son la de productos metálicos y maquinaria y la industria alimentaria, que a mediados de la década pasada proporcionaban casi la mitad de la producción fabril y daban empleo al 45 % de la población ocupada.

² En lo que sigue voy a utilizar como fuentes estadísticas las Encuestas Industriales, que elabora el INE, con datos de producción y empleo, porque ofrecen la suficiente desagregación por ramas. Sin embargo, los valores más recientes corresponden a 1991, y dejan fuera un bienio muy interesante, 1991-1993. La Fundación Fondo para la Investigación Económica y Social, de la Confederación Española de Cajas de Ahorros ofrece una estimación del crecimiento del producto sectorial por Comunidades Autónomas; con sus cifras no se puede conocer el comportamiento de las ramas pero se actualizan los resultados globales. Finalmente, la Encuesta de Población Activa da cuenta del comportamiento del empleo.

³ Seguramente será más exacto decir que tiene su origen en la industria o que la industria ha sido el motor del crecimiento global de la economía.

⁴ No es el tema que nos ocupa el estudio del Eje Atlántico español, pero vale la pena destacar aquí la profunda depresión en que sigue sumido ese sector industrial, que aportaba en 1985 el 16.1 % del producto sectorial español y había caído hasta un 13.7 % en 1993.

⁵ Así, el crecimiento diferencial que ha registrado la industria de algunas regiones puede deberse a que su sector se concentra en las ramas donde la producción nacional ha crecido más deprisa y/o al mayor dinamismo de las ramas regionales. Para crecimientos por debajo de la media española sirve hacer el razonamiento inverso.

⁶ Para utilizar el análisis shift-share hace falta disponer de estadísticas que desagreguen la industria regional en sus ramas productivas y, lamentablemente, los datos más recientes que se han publicado hacen referencia a 1991, lo que impide que estudiemos unos años de enorme interés para Navarra.

⁷ INE: Encuesta Industrial (varios años).

⁸ Hay una rama más, la de Minerales y productos no metálicos, en la que también son positivos los tres efectos, pero es muy escasa la diferencia con el crecimiento que registró la rama en España y no le vamos a dedicar mayor atención.

⁹ Vale la pena destacar la importancia de las inversiones en infraestructura, la presencia de capital público en algunas iniciativas empresariales incluso de titularidad extranjera y el esfuerzo por mejorar los niveles de formación de los trabajadores.

¹⁰ Antes de seguir adelante debo precisar que, con anterioridad a la construcción del mapa autonómico, los datos regionalizados de comercio exterior son poco seguros y pueden conducir a errores. La menor fiabilidad de las estadísticas se suele achacar a la mayor fluidez que tienen los mercados regionales, pero a ello hay que añadir la dificultad para identificar el origen y destino de muchas de las transacciones de bienes y de la mayor parte de las de los intangibles. Puede encontrarse una valoración crítica en Martínez Chacón, E. (1990) Introducción a la economía de Navarra, pp. 203/205. En los últimos años se ha hecho un esfuerzo por depurar las estadísticas regionales que, a partir de los años centrales de la década pasada, nos parecen rigurosas.

¹¹ Tomado de: Los Arcos León, B., García Alzugaray, J.I. y Salinas Erasun, P. (1992) *El comercio exterior de Navarra 1985-1991*, en Boletín Economía Navarra, nº 3.

¹² El Servicio de Estadística del Gobierno de Navarra informa acerca de las modificaciones en la disponibilidad de datos estadísticos que se han producido desde la entrada en vigor del Mercado Único Europeo. Esto podría explicar el comportamiento anómalo de 1992.

¹³ Como era de esperar, la evolución no ha sido homogénea a lo largo del período. Lo más destacado de las exportaciones es el lento crecimiento que se produjo en 1988 y 1993 y su leve retroceso en 1994.

¹⁴ En 1989 las exportaciones navarras hacia la UE suponían el 3.95 % de las españolas, en 1993 el porcentaje era ya el 4.53 %.

¹⁵ 1992 fue un año excepcional en el que la UE proporcionó el 94.4% de las importaciones de la Comunidad Foral. Y sólo las procedentes de Alemania supusieron el 68 %, según datos del Gobierno de Navarra.

¹⁶ Téngase en cuenta, como comparación, que en 1983 las importaciones españolas procedentes de la UE alcanzaron el 60.8 % y las exportaciones hacia esos mismos países, el

68.2 %. También en este caso, Francia y Alemania ocupan los dos primeros puestos, aunque la participación es más modesta, el 19.4 y 14.0 % de las exportaciones, y el 16.8 y 15.6 % de las importaciones, respectivamente.

¹⁷ La Secretaría General Técnica del Ministerio de Comercio y Turismo en un trabajo reciente muestra con una cierta preocupación la excesiva especialización de la economía de Navarra en un sólo producto, los automóviles. Aunque no es esta región la única en que se da este caso, que también existe en otras dos Comunidades Autónomas, Aragón y Castilla y León, sí es una situación delicada, que requiere que en el futuro se le preste mayor atención. Véase; Especialización territorial de la exportación española en 1993, en: *Boletín de Información Comercial Española*, nº 2423, Agosto/septiembre de 1994, pp. 2107/2111.

¹⁸ Téngase en cuenta, sin embargo, que en el mes de abril de 1993 se modificó la metodología de las estadísticas de comercio exterior y se ajustaron los datos, lo que dificulta realizar comparaciones intertemporales comparaciones. Utilizamos aquí los valores que proporciona el Gobierno de Navarra, tomados de la Subdirección General de Aduanas. Valga un dato, en 1992 las compras de esa rama fueron el 51.5 % del total.

HISTOGRAMAS PERFILADOS CON RAMPAS Y OJIVAS ACUMULATIVAS DE FRECUENCIAS

JOSÉ MARTÍNEZ LEÓN

Dpto. Métodos Cuantitativos
para la Economía
Universidad de Murcia

1. FORMULACION ANALITICA DE LOS HISTOGRAMAS DE FRECUENCIAS Y DE LOS POLÍGONOS ACUMULATIVOS DE FRECUENCIAS.

Por brevedad omitiremos en toda la exposición el tratamiento de frecuencias relativas, densidades de frecuencia relativas, etc; naturalmente los datos cambian escalonadamente y basta con modificar ligeramente las notaciones, pero los gráficos son los mismos.

Para clarificar ideas detallamos las tablas de datos estadísticos siguientes:

| Tabla 1: | | DATOS ESTADISTICOS(E.P.A. 1.992) | | | |
|---|------------|----------------------------------|---------|------------|----------|
| PARADOS QUE HAN TRABAJADO ANTES (en millares) | | | | | |
| $L_{i-1}--L_i$ | $n_i(000)$ | c_i | h_i | L_o--L_i | N_i |
| (1) años | (2) | (3) años | (4) | (5) | (6) |
| 16 a 20 | 159,400 | 4 | 39,850 | 16 a 20 | 59,400 |
| 20 a 25 | 512,200 | 5 | 102,440 | 16 a 25 | 671,600 |
| 25 a 30 | 461,400 | 5 | 92,280 | 16 a 30 | 1133,000 |
| 30 a 40 | 608,500 | 10 | 60,850 | 16 a 40 | 1741,500 |
| 40 a 50 | 395,300 | 10 | 35,930 | 16 a 50 | 2100,800 |
| 50 a 60 | 243,200 | 10 | 24,320 | 16 a 60 | 2344,000 |
| 60 a 65 | 51,100 | 5 | 10,220 | 16 a 65 | 2395,100 |
| 65 a 70 | 2,300 | 5 | 0,460 | 16 a 70 | 2397,400 |
| n= | 2397,400 | | | | |

En ella: n es el tamaño de la muestra (en millares de personas en el ejemplo)

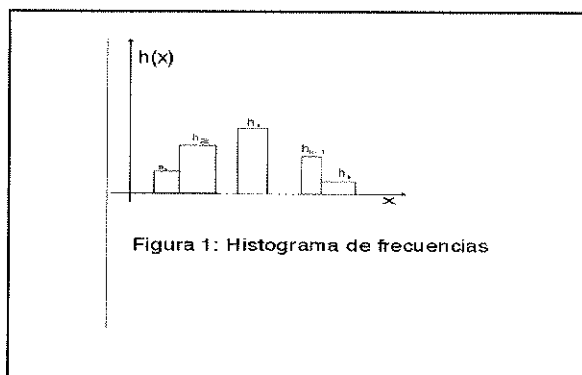
$c_i = L_i - L_{i-1}$ = Amplitud intervalos i -ésimo.

h_i = Densidad de frecuencia en el intervalo abierto i -ésimo,

$$N_i = N_{i-1} + n_i = \sum_{r=1}^i n_r$$

Las ordenadas $h(x)$ del histograma son las densidades de frecuencia en cada intervalo y la *formulación analítica* la siguiente:

$$h(x) = \begin{cases} h_1 & \forall x \in (L_0, L_1) \\ \dots & \dots \\ h_i & \forall x \in (L_{i-1}, L_i), \text{ siendo: } h_i = n_i/n \\ \dots & \dots \\ h_k & \forall x \in (L_{k-1}, L_k) \end{cases}$$



Las frecuencias acumuladas N_i cuentan los éxitos conjuntos en alguno de los i primeros intervalos (L_{i-1}, L_i) completos.

Unamos ahora los $i-1$ primeros intervalos y parte del i -ésimo:

$(\bigcup_{r=1}^{i-1} (L_{r-1}, L_r)) \cup (L_{i-1}, L)$, siendo: $L \in [L_{i-1}, L_i]$ y denotemos con $N(L)$ su frecuencia. En otros terminos:
 $N(L) = n(x \in (L_0, L)) \quad \forall [L_{i-1}, L_i]$

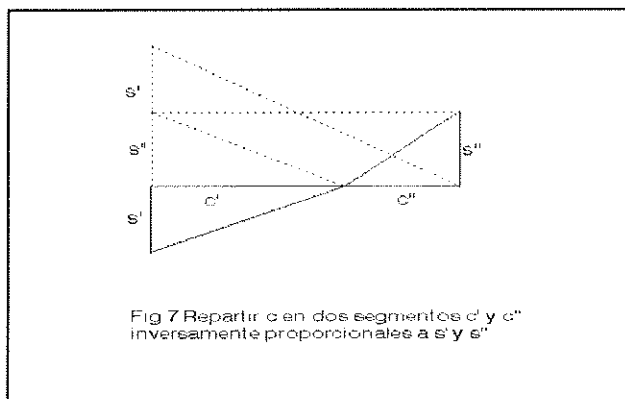
Las abscisas del polígono acumulativo de frecuencias son el tope derecho L de los intervalos (L_0, L) y las ordenadas $N(L)$.

A continuación detallamos su *formulación analítica*:

$$N(L) = * = \begin{cases} N_o + h_1(L - L_o) & \forall L \in [L_o, L_1] \\ N_1 + h_2(L - L_1) & \forall L \in [L_1, L_2] \\ \dots & \dots \\ N_{i-1} + h_i(L - L_{i-1}) & \forall L \in [L_{i-1}, L_i] \Rightarrow N(L_{i-1}) = N_{i-1}; N(L_i) = N_i \\ \dots & \dots \\ N_{k-1} + h_k(L - L_{k-1}) & \forall L \in [L_{k-1}, L_k] \end{cases}$$

siendo: $N_o = 0$

$$(*) \forall L \in [L_{i-1}, L_i] \Rightarrow N(L) = \int_{L_o}^L h(x) dx = \int_{L_o}^{L_1} h_1 dx + \dots + \int_{L_{i-2}}^{L_{i-1}} h_{i-1} dx + \\ + \int_{L_{k-1}}^L h_i dx = h_1 c_1 + \dots + h_{i-1} c_{i-1} + h_i (L - L_{i-1})$$

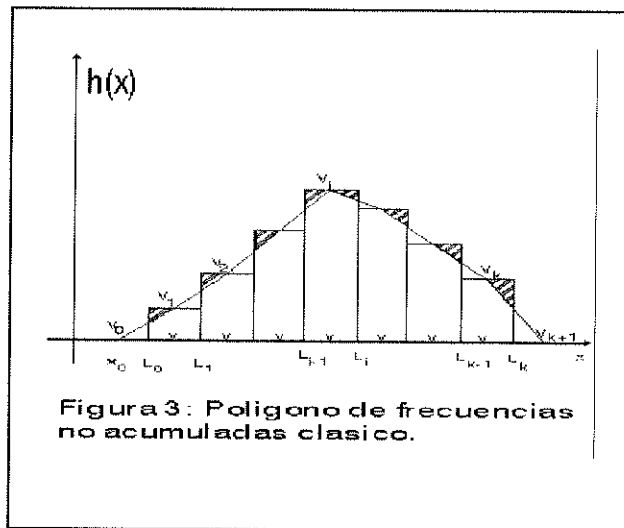


2. POLIGONO DE FRECUENCIAS NO ACUMULADAS CLASICO Y MEJORADO

Un grave inconveniente de los histogramas es la brusquedad de salto en la densidad de frecuencia en rededor de las abscisas L_i .

Para evitar tal problematica vienen utilizandose los poligonos de frecuencias no acumuladas, que podriamos designar como *clasicos*.

Ellos se elaboran sólo a partir de histogramas con intervalos de igual amplitud: $c=c_1=\dots=c_k$, siendo: $c_i=L_i-L_{i-1}$

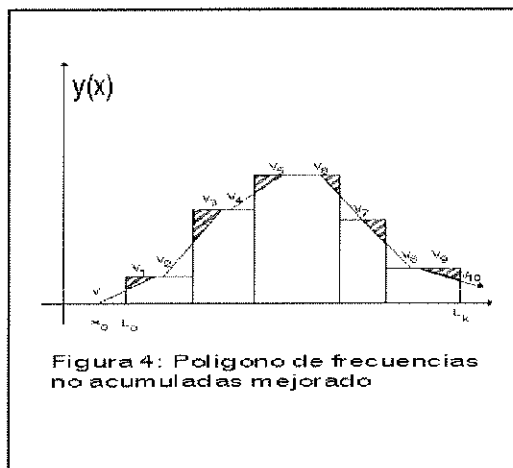


Detallaremos las fórmulas de obtención de coordenadas para todos los vertices:

| Tabla 2: COORDENADAS VERTICES DEL POLIGONO NO ACUMULATIVO CLASICO | | | |
|---|----------------------|----------------|---------|
| i | V_i | X_i | h_i |
| 0 | (x_0, h_0) | $L_0 - 0,5c$ | 0 |
| 1 | (x_1, h_1) | $x_0 + c$ | n_1/n |
| | | | |
| i | (x_i, h_i) | $x_0 + i_c$ | n_i/n |
| | | | |
| k | (x_k, h_k) | $x_0 + k_c$ | n_k/n |
| $k+1$ | (x_{k+1}, h_{k+1}) | $x_0 + (k+1)c$ | 0 |

El espacio referencial (L_0, L_k) se expande en $0,5c$ hasta el punto X_0 por la izquierda y otro tanto hasta X_{k+1} por la derecha.

Nosotros habiamos obviado el inconveniente de la *identidad de amplitud* de los intervalos mediante el poligono de frecuencias no acumuladas mejorado.



La clave de su elaboración se basa en quitar y poner triángulos rectángulos iguales con un vértice en el punto medio de cada escalón o salto.

Como caso particular engloba el *polígono clásico*.

En este nuevo polígono los vértices tienen ordenadas coincidentes con las alturas de los rectángulos del histograma y hay algunos segmentos horizontales.

Sigue existiendo el inconveniente de que la inserción y eliminación de triángulos tiene lugar encima y debajo de los cuadriláteros rectángulos vecinos, así como salirse del espacio referencial E originario en los extremos.

$$y(x)=h_{i-1}+p_i(x-x_{i-1})$$

3. HISTOGRAMA DE FRECUENCIAS PERFILADO CON RAMPAS Y FORMULA ANALITICA

Se trata de un perfil formado por segmentos oblicuos(rampas) que enmarcan una silueta que mide la frecuencia absoluta de éxitos entre dos valores L' y L" cualesquiera del espacio referencial continuo E=(L_o,L_k).

Su elaboración se basa en un histograma cuyos intervalos (L_{i-1},L_i) tienen amplitudes diversas, en general

Así como los tejidos tienen doble dimensión, las superficies n_i de los rectángulos miden la frecuencias de datos en cada intervalo base.

Mientras: las alturas h_i, o los rectángulos de altura h_i y base 1, miden la densidad de frecuencia dentro del intervalo i-ésimo.

Nuestra pretensión es obtener un perfil superior continuo que tenga la virtud de enmarcar encima del eje horizontal y entre dos líneas verticales levantadas sobre los extremos de un intervalo (L_{i-1},L_i) la superficie n_i de uno de los cuadriláteros rectángulos.

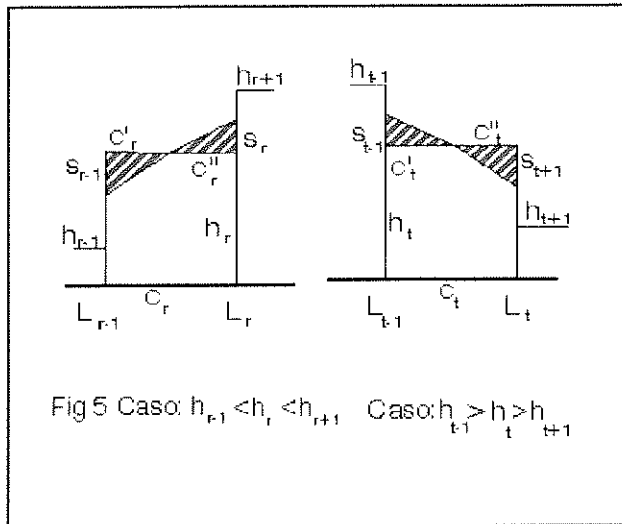
Pero vayamos por pasos: En 1º lugar vamos a clasificar en 4 tipos a lo sumo todos los rectángulos del histograma, de conformidad con su altura h_i y las alturas de los rectángulos vecinos:

Tipo r) Con altura h_r/ h_{r-1}<h_r<h_{r+1}

Tipo t) Con altura h_t/ h_{t-1}>h_t>h_{t+1}

Tipo s) Con altura h_s/ h_{s-1}<h_s>h_{s+1}

Tipo v) Con altura h_v/ h_{v-1}>h_v<h_{v+1}



En la Fig 5 damos el esquema para los tipos r) y t) y construimos pares de triángulos de igual superficie para suprimir y para insertar respectivamente.

Denotaremos con s_r la mitad del salto entre h_r y h_{r+1} : $s_r = 0,5(h_{r+1} - h_r)$; $s_{r-1} = 0,5(h_r - h_{r-1})$.

Denotaremos con s_t la mitad del salto entre h_{t+1} y h_t : $s_t = 0,5(h_t - h_{t+1})$; $s_{t-1} = 0,5(h_{t-1} - h_t)$.

Los pares de triángulos son rectángulos en uno y otro caso. En el caso r) los catetos verticales miden s_{r-1} y s_r y los catetos horizontales c'_r y c''_r , siendo la suma coincidente con c_r . Han de satisfacerse las siguientes igualdades:

$$\left. \begin{aligned} 0,5 s_{r-1} c'_r &= 0,5 s_r c''_r \\ c'_r + c''_r &= c_r \end{aligned} \right\}$$

Ello es equivalente a distribuir el lado paralelo a la base del rectángulo en 2 partes de medidas inversamente proporcionales a las semiamplitudes s_{r-1} y s_r :

$$\frac{c'_r}{s_r} = \frac{c''_r}{s_{r-1}} = \frac{c_r}{s_r + s_{r-1}} \Rightarrow c'_r = \frac{s_{r-1}}{s_r + s_{r-1}} c_r; c''_r = \frac{s_r}{s_r + s_{r-1}} c_r$$

En el caso t) los catetos miden s_{t-1} y s_t y los horizontales c'_t y c''_t , siendo $c'_t + c''_t = c_t$. Aquí

,siguiendo analogo camino, estableceremos las mismas fórmulas:

$$c'_t = \frac{s_t}{s_t + s_{t-1}} c_t ; c''_t = \frac{s_{t-1}}{s_t + s_{t-1}} c_t$$

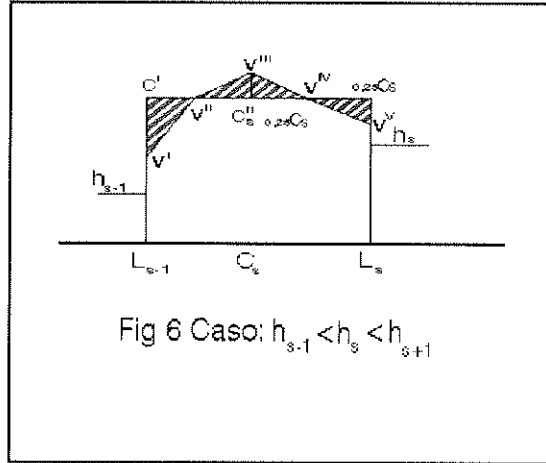


Fig 6 Caso: $h_{s-1} < h_s < h_{s+1}$

En la Fig.6 damos el esquema del tipo de rectángulo s) y construimos 4 triángulos con la virtud de tener la misma superficie los dos de la izquierda y lo mismo los dos de la derecha; además uno de los pares está formado por triángulos iguales.

Aquí localizamos el punto central del lado superior del cuadrilátero rectángulo y alzamos un segmento vertical de tamaño coincidente con el semisalto vecino más pequeño (puede ser s_{s-1} ó bien s_s). A continuación cada mitad del lado superior coincidirá con la suma de dos catetos horizontales (en un caso desiguales y en otro iguales), y ellos deberán ser inversamente proporcionales a los dos semisaltes o alternativamente coincidentes. En detalle y adaptandonos al ejemplo concreto de la Fig 6), tendremos:

$$\left. \begin{aligned} s_s &= h_s - h_{s-1}, \quad s_{s-1} = h_s - h_{s-1} \\ 0,5s_{s-1}c'_s &= 0,5s_sc''_s \\ c'_s + c''_s &= c_s \\ c'''_s &= c''''_s = 0,25c_s \end{aligned} \right\}$$

Ello es equivalente a la serie de razones iguales:

$$c'_s : c''_s = c_s$$

Y por fin:

$$c'_s = \frac{s_s}{s_s + s_{s-1}} c_s ; c''_s = \frac{s_{s-1}}{s_s + s_{s-1}} c_s ; c'''_s = c''''_s = 0,25c_s$$

En la Fig.7) proporcionamos una vía geométrica para separar un segmento c en dos c' y c'' inversamente proporcionales a los semisaltos s' y s'' .

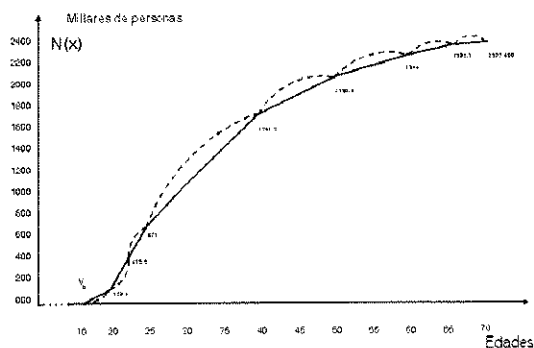


Fig 9 Ojiva acumulativa de frecuencias perfiladas con rampas

En la Fig. 8) proporcionamos superpuestos el histograma de frecuencias (con las densidades de frecuencias) y el histograma perfilado con rampas, de conformidad con los criterios establecidos.

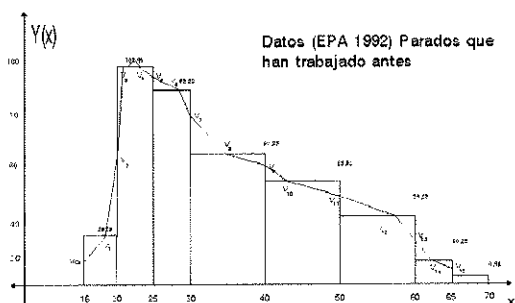


Figura 8: Histograma perfilado con rampas.

En la tabla 3 obtenemos las ordenadas y abscisas de los vertices del histograma perfilado con los datos del ejemplo

| Tabla 3: TABULACION DE ORDENADAS Y ABSCISAS VERTICES HISTOGRAMA PERFILADO EJEMPLO | | | | | | | | | |
|---|-------------|--------|----------------------|-----|---------|---------|----------|----------------|------------------|
| i | hi (000) | si | hi-si(000) | ci | cisi | si+si-1 | c'i= | Li | Li-1+c'i(000) |
| (1) | (2) | (3) | (4) | (5) | (6) | (7) | (8) | (9) | (10) |
| 0 | 0,000 | 19,925 | bo=ho+so =19,925 | - | - | - | - | ao=16 | - |
| 1 | b1=39,850 | 31,295 | b2=h1+s1 =71,145 | 4 | 125,180 | 51,220 | 2,443967 | a2=20 | a1= 18,443967 |
| 2 | b3=102,440 | 5,080 | b4=h2+s2 =107,520 | 5 | *12,700 | 36,375 | 0,349141 | **a4=22,5 | a3=20,349141 |
| | | | b5=h2-s2 =97,360 | | | | | ***a5 L2=25 | |
| 3 | b6=92,280 | 15,715 | b7=h3-s3 =76,565 | 5 | 78,575 | 20,795 | 3,778553 | a7=30 | a6=28,778553 |
| 4 | b8=60,850 | 12,460 | b9=h4-s4 =h48,390 | 10 | 124,600 | 28,175 | 4,422360 | a9=40 | a8=34,422360 |
| 5 | b10=10,22 | 5,805 | b11=h5-s5 =30125 | 10 | 58,050 | 18,265 | 3,178210 | a11=50 | a10=43,178210 |
| 6 | b12=24,32 | 7,050 | b13=h6-s6 =17,270 | 10 | 70,500 | 12,855 | 5,484247 | a13=60 | a12=55,484247 |
| 7 | b14=10,22 | 4,880 | b15=h7-s7 =5,340 | 5 | 24,400 | 11,930 | 2,045264 | a15=65 | a14=62,045264 |
| 8 | b16=0,460 | 0,230 | b17=h8-s8 =0,230 | 5 | 1,150 | 5,110 | 0,225048 | a17=70 | a16=65,225048 |

Hemos designado con (a_j, b_j) los vertices de la linea quebrada de nuestro histograma y sólo nos queda escribir la formula analitica:

$$y(x) = b_{j-1} + m_j(x - a_{j-1}) \quad \forall x \in (a_{j-1}, a_j), \text{ siendo: } m_j = \frac{b_j - b_{j-1}}{a_j - a_{j-1}}$$

las pendientes de cada una de las rampas.

4. VERTICES CONCRETOS EN UN HISTOGRAMA DE NUESTRO EJEMPLO Y PENDIENTES DE SUS RAMPAS

En la tabla 4) resumimos los vertices del histograma perfilado y detallamos las correspondientes pendientes de las rampas.

También se dan frecuencias acumulativas N_j útiles en el punto 5)

| Tabla 4:VERTICES Y PENDIENTES DEL HISTOGRAMA PERFILADO CON RAMPAS Y ORDENADAS DE PUNTOS ANGULOSOS OJIVA ACUMULATIVA | | | | | |
|---|-----------|---------|------------|-------------|---------|
| i | a_j | b_j | m_j | $N(a_j)$ | n_i |
| (1) | (2) | (3) | (4) | (5) | (6) |
| 0 | 16 | 19,925 | - | 0,000000 | |
| 1 | 18,443967 | 39,850 | 8,152729 | 73,044064 | |
| 2 | 20 | 71,145 | 20,112041 | 159,400000 | 159,400 |
| 3 | 20,349141 | 102,440 | 89,634274 | 189,702820 | |
| 4 | 22,500000 | 107,520 | 2,361847 | 415,500000 | |
| 5 | 25 | 97,360 | -4,064000 | 671,600000 | 512,200 |
| 6 | 28,778525 | 92,280 | -1,344440 | 1029,879740 | |
| 7 | 30 | 76,565 | -12,865593 | 1133,000000 | 461,400 |
| 8 | 34,422360 | 60,850 | -3,553533 | 1436,849295 | |
| 9 | 40 | 48,390 | -2,233920 | 1741,500000 | 608,500 |
| 10 | 43,178210 | 35,930 | -3,920446 | 1875,493333 | |
| 11 | 50 | 30,125 | -0,850950 | 2100,800000 | 359,300 |
| 12 | 55,484247 | 24,320 | -1,058486 | 2250,094913 | |
| 13 | 60 | 17,270 | -1,561201 | 2344,000000 | 243,200 |
| 14 | 62,045264 | 10,220 | -3,446988 | 2372,112153 | |
| 15 | 65 | 5,340 | -1,651586 | 2395,100000 | 51,100 |
| 16 | 65,225048 | 0,460 | -21,684263 | 2395,752639 | |
| 17 | 70 | 0,230 | -0,048168 | 2397,400 | 2,300 |

5. OJIVA ACUMULATIVA DE FRECUENCIAS Y FORMULACION ANALITICA

Designaremos con $N(a_i)$ la frecuencia absoluta de datos dentro de los intervalos (a_o, a_i) y pasamos a obtenerlos por integración:

$$N(a_i) = n(x \in (a_o, a_i)) = \int_{a_o}^{a_i} y(x) dx$$

Para $j \in \{1, 2, \dots, l\}$ se satisfarán las siguientes fórmulas:

$$\begin{aligned} N(a_j) &= N(a_{j-1}) + \int_{a_{j-1}}^{a_j} (b_{j-1} + m_j (x - a_{j-1})) dx = \\ &= N(a_{j-1}) + b_{j-1} (a_j - a_{j-1}) + m_j 0,5 (a_j - a_{j-1})^2 = \\ &= N(a_{j-1}) + 0,5 (b_{j-1} + b_j) (a_j - a_{j-1}); \text{ siendo: } N(a_o) = 0 \end{aligned}$$

Y, en general, designaremos con $N(x)$ las frecuencias dentro de los intervalos (a_o, x) , para cualquier x entre a_o y a_l , y obtendremos su formulación por integración:

$$\begin{aligned} \forall x \in [a_{j-1}, a_j] \Rightarrow N(x) &= N(a_{j-1}) + \int_{a_{j-1}}^x [b_{j-1} + m_j (x - a_{j-1})] dx = \\ &= N(a_{j-1}) + b_{j-1} (x - a_{j-1}) + m_j 0,5 (x - a_{j-1})^2 = \\ &= N(a_{j-1}) + 0,5 [y(x) + y(a_{j-1})] (x - a_{j-1}) \end{aligned}$$

La curva $N(x)$ definida en $(a_o, a_l) = (L_o, L_k)$ está formada por arcos parabólicos enlazados en los puntos angulosos $(a_j, N(a_j))$. Los puntos angulosos de nuestro ejemplo han sido tabulados en la tabla 4). Vistos desde arriba los arcos de parabola serán concavos cuando se corresponden con rampas ascendentes del h.p.y serán convexos cuando lo hacen con rampas descendentes. En la tabla 5) tabulamos algunas ordenadas de esta curva acumulativa de frecuencias a la que designamos por *ojiva acumulativa de frecuencias*.

Tabla5: TABULACION DE ORDENADAS EN EL H.P. CON RAMPAS Y EN LA OJIVA ACUMULATIVA DE FRECUENCIAS

| j | x | y(x) | N(x) | j | x | y(x) | N(x) |
|-----|-----------|----------|--------------|-----|-----------|---------|--------------|
| (1) | (2) | (3) | (4) | (1) | (2) | (3) | (4) |
| 0 | 16,000000 | 19,925 | 0,000000 | 10 | 43,178210 | 35,930 | 1.875,493333 |
| | 17 | 28,0777 | 24,001365 | | 44 | 35,2307 | 1.904,732908 |
| | 18 | 36,2305 | 56,155438 | | 45 | 34,3797 | 1.936,538131 |
| 1 | 18,443967 | 39,850 | 73,044064 | | 46 | 33,5288 | 1.973,492404 |
| | 19 | 51,0330 | 98,311026 | | 47 | 32,6778 | 2.006,595726 |
| 2 | 20,000000 | 71,145 | 159,400000 | | 48 | 31,8269 | 2.038,848099 |
| 3 | 20,349141 | 102,440 | 189,702820 | | 49 | 30,9759 | 2.070,249532 |
| | 21 | 103,9772 | 256,877076 | 11 | 50,000000 | 30,125 | 2.100,800000 |
| | 22 | 106,3391 | 362,035229 | | 51 | 29,0665 | 2.130,395757 |
| 4 | 22,500000 | 107,520 | 415,500000 | | 52 | 28,0080 | 2.158,933028 |
| | 23 | 105,4880 | 462,752000 | | 53 | 26,9495 | 2.186,411813 |
| | 24 | 101,4240 | 572,208000 | | 54 | 25,8911 | 2.212,832112 |
| 5 | 25,000000 | 97,360 | 671,600000 | | 55 | 24,8326 | 2.238,193925 |
| | 26 | 96,0156 | 768,287780 | 12 | 55,48 | 24,320 | 2.250,094918 |
| | 27 | 94,0156 | 863,631120 | | 56 | 23,5148 | 2.262,430390 |
| | 28 | 93,3267 | 957,630020 | | 57 | 21,9536 | 2.285,164596 |
| 6 | 28,778525 | 92,280 | 1.029,879740 | | 58 | 20,3924 | 2.306,337600 |
| | 29 | 89,4306 | 1.050,001917 | | 59 | 18,8312 | 2.325,949404 |
| 7 | 30,000000 | 76,565 | 1.133,000000 | 13 | 60,000000 | 17,270 | 2.344,000000 |
| | 31 | 73,0115 | 1.207,788234 | | 61 | 13,8230 | 2.359,546506 |
| | 32 | 69,4579 | 1.279,022934 | | 62 | 10,3760 | 2.371,646024 |
| | 33 | 65,4579 | 1.346,704102 | 14 | 62,045264 | 10,220 | 2.372,112153 |
| | 34 | 62,3509 | 1.410,831736 | | 63 | 8,6432 | 2.381,116827 |
| 8 | 34,422360 | 60,850 | 1.436,849295 | | 64 | 6,9916 | 2.388,934206 |
| | 35 | 59,5596 | 1.471,625995 | 15 | 65,000000 | 5,340 | 2.395,100000 |
| | 36 | 57,3257 | 1.530,068634 | 16 | 65,225048 | 0,460 | 2.395,752639 |
| | 37 | 55,0918 | 1.586,277352 | | 66 | 0,4227 | 2.396,094653 |
| | 38 | 52,8578 | 1.640,252151 | | 67 | 0,3763 | 2.396,493241 |

OTRAS COMUNICACIONES

| | | | | | | | |
|---|-----------|---------|--------------|----|-----------|--------|--------------|
| | 39 | 50,6239 | 1.691,993029 | | 68 | 0,3253 | 2.396,843661 |
| 9 | 40,000000 | 48,390 | 1.741,500000 | | 69 | 0,2782 | 2.397,145914 |
| | 41 | 44,4696 | 1.787,929777 | 17 | 70,000000 | 0,230 | 2.397,400000 |
| | 42 | 40,5491 | 1.830,439108 | | | | |
| | 43 | 36,6287 | 1.869,027993 | | | | |

6. BIBLIOGRAFIA

URIEL Y MUÑIZ M.: Estadística Economica Empresarial. Ed. AC. Madrid

MARTÍN-GUZMAN Y MARTÍN PLIEGO: Curso básico de estadística económica.
Editorial AC. Madrid.

BARÓ LLINÁS. J.: Estadística descriptiva. Ed. Parramón.

MURRAY S. SPIEGEL: Estadística. Ed. McGraw-Hill. 2ª Edicion.

MERRIL-KARL FOX. WILLIAM: Introducción a la Estadística Económica.
Amorrotu Editorial.

INE Madrid 1992 (4º Trimestre): ENCUESTA POBLACION ACTIVA (EPA)

LOS DESEQUILIBRIOS INTERPROVINCIALES ANDALUCES

M^a FRANCISCA MARTÍNEZ ROMERO

Universidad de Cádiz. Facultad
de Económicas y Empresariales

Por desequilibrios regionales de renta entendemos las diferencias o disparidades de renta per cápita o nivel medio de vida, entre unas regiones y otras; estas diferencias se han mantenido a lo largo del tiempo habiendo regiones cuya renta se ha colocado por encima o por debajo del resto del país en cuestión, pero lo importante no es que estas diferencias puedan haber aumentado o disminuido en el tiempo, lo importante es que se han mantenido.

Los países capitalistas han mostrado grandes diferencias regionales que siguen existiendo hasta ahora, lo que confirma que no sólo el desarrollo económico desigual acontece en el plano internacional (países industrializados, países subdesarrollados) sino también en el terreno nacional, y aun más en el terreno regional entre provincias.

Claro es que las diferencias no se limitan exclusivamente a la renta per cápita, sino también a la emigración, tasa de paro, grado de innovación tecnológica, prospección exportadora, etc., son algunas de las variables que presentan valores muy dispares de unas regiones a otras y de las provincias entre sí.

Los años setenta son de decadencia respecto a la toma de medidas de corte regional, ya que es una época de crisis económica y los gobiernos toman medidas de corte liberal, lo que lleva consigo una disminución de la intervención del sector público para las políticas económicas regionales y se eliminan la mayoría de los incentivos regionales desarrollados en los años anteriores. Los gobiernos creen que el mercado se encargaría por sí sólo de eliminar estas desigualdades regionales.

Coincidiendo con estas políticas de corte hay un auge, sin embargo, de las políticas económicas de corte supranacional, así sucede en la CEE que establece el FEDER mediante la concesión de fondos a la construcción de infraestructuras y, en menor medida, a la reconversión de empresas y a la instalación de nuevas plantas. Su importancia cuantitativa es poca dentro del presupuesto comunitario como a nivel de los presupuestos nacionales comunitarios.

Los resultados regionales alcanzados con estas medidas de política regional han sido desigualdades según las distintas regiones y se puede hacer una crítica con carácter global; en primer lugar, se dice que el gasto se ha dilapidado, y que la inversión realizada por el capital privado se hubiera realizado de igual forma en ausencia de los incentivos, y es más en opinión de algunos autores, lo que había hecho esta política regional es incrementar la rentabilidad capitalista. Respecto a la creación de empleo, en las regiones con mayor tasa de paro, se ha prestado atención a un sector, el industrial, que no es precisamente el que genera mayor empleo en términos absolutos y relativos. La tercera crítica se refiere a que las medidas para la creación de empleo han tomado la forma de

incentivos para el desplazamiento o reasignación de la mano de obra entre empresas o sectores de una misma región, en vez de proporcionar el desarrollo de la pequeña y mediana empresa local, la investigación y al desarrollo local o a la apertura de nuevos establecimientos cuya actividad comportarían un futuro más dinámico.

La etapa 1985-1991 pasará a la historia de la economía española como una de las etapas más expansivas del siglo XX. El crecimiento del PIB, en términos reales, fue del 34,6 % equivalente a una tasa anual acumulativa del 5,1 %. La economía andaluza lo hizo en un 34,4 %, es decir, 0,2 puntos por debajo del resto de España, con tasa anual acumulativa del 5,1 %.

Sin embargo el trienio 1990-1992 ha supuesto una ruptura considerable en el proceso expansivo de la economía española y por supuesto de la andaluza, en este período la tasa anual acumulativa fue del 3,1 %. Sólo Málaga (3,98%) y Sevilla (5,02%) crecieron por encima a esa media nacional del 3,1 %.

Andalucía, sin embargo, experimentó un crecimiento en cuanto a la renta familiar disponible superior al registrado en el país entre 1985 y 1991. Igualmente sucedió con PIB por habitante entre 1986 y 1989, y las cifras para el bienio 1990-1991 fueron también muy alentadoras.

El nivel relativo medio del PIB por habitante en España, en términos de nivel de compra, se situó en 1991 en torno al 80% de la media comunitaria, lo que supone que todas las provincias que superen un índice del PIB por habitante del 125 % sobre la media española igual a 100, han alcanzado el nivel de desarrollo comunitario. Dentro de estas no hay ninguna provincia andaluza.

En el período 1990-1991, entre las provincias llamadas más desarrolladas (PIB per cápita superior al 110 % de la media española) tampoco se encuentra ninguna provincia de esta región.

Entre las provincias desarrolladas (PIB por habitante se sitúa entre el 100 y el 110 de la media española) igualmente no se encuentra ninguna provincia de Andalucía.

Las provincias con desarrollo limitado (PIB por habitante se sitúa entre el 80 y el 100% de la media española) sólo se encuentra Málaga.

Entre el grupo de provincias escasamente desarrolladas (PIB por habitante situado entre el 65 y el 80 % de la media española) se encuentran las restantes siete provincias de Andalucía.

Pero el nivel de desarrollo medido en términos del PIB por habitante, aun siendo un indicador fundamental desde el punto de vista de la producción económica, no refleja la realidad del nivel de vida de su población que aparece más claramente expresado por la renta familiar disponible. Haciendo la media española igual a 100, solamente la supera Málaga.

CUADRO 1

| POSICION QUE OCUPAN LAS PROVINCIAS ANDALUZAS (1975-1991) | | | | |
|--|-------------------|------|-------------------|------|
| | PIB por habitante | | RFD por habitante | |
| | 1975 | 1991 | 1975 | 1991 |
| ALMERIA | 42 | 40 | 36 | 38 |
| CADIZ | 37 | 47 | 37 | 49 |
| CORDOBA | 43 | 50 | 46 | 47 |
| GRANADA | 52 | 51 | 50 | 50 |
| HUELVA | 9 | 49 | 32 | 44 |
| JAEN | 46 | 49 | 47 | 46 |
| MALAGA | 38 | 33 | 35 | 35 |
| SEVILLA | 29 | 38 | 29 | 40 |
| Fuente: Datos de La Renta Nacional de España y su distribución provincial. B.B.V | | | | |

Entre los años 1975 y 1991 (Cuadro 1), Cádiz, Córdoba, Huelva, Jaen y Sevilla han perdido posiciones en el conjunto nacional en cuanto al PIB por habitante.

Del mismo modo, las provincias de Almería, Cádiz, Córdoba, Huelva y Sevilla cedieron posiciones en cuanto a la renta familiar disponible por habitante; Málaga y Granada no evolucionaron y sólo Jaen se recuperó levemente.

Con respecto al PIB por habitante es llamativo el caso de Huelva que ocupando la 9ª posición en 1975 pasó a la 44ª posición en 1991, y referente a la renta disponible por habitante el caso más significativo es el de Sevilla que de la posición 29ª en 1975 pasa a la 40ª en 1991.

La primera conclusión, pues, que sacamos es que la posición de las provincias andaluzas, con referencia al PIB por habitante y renta familiar disponible por habitante ha empeorado entre 1975 y 1991.

Andalucía parte de una industrialización muy baja, el índice relativo de este ratio entre 1985 y 1991 revela que la región se ha movido entre el 48% y el 47% del desarrollo industrial del país. En 1985, el PIB industrial por habitante en Andalucía supuso en términos absolutos 93.717 pesetas frente a las 193.432 pesetas de la media española.

CUADRO 2

| NIVEL DE INDUSTRIALIZACION (1985-1991) (PIB industrial por habitante) España=100 | | |
|---|------|------|
| | 1985 | 1991 |
| ALMERIA | 33.2 | 33.5 |
| CADIZ | 49.8 | 56.7 |
| CORDOBA | 54 | 49.5 |
| GRANADA | 31.1 | 31 |
| HUELVA | 84.2 | 72.3 |
| JAEN | 52.3 | 49.9 |
| MALAGA | 35.1 | 33.2 |
| SEVILLA | 56.1 | 52.4 |
| ANDALUCIA | 48.4 | 47 |
| Fuente: Datos de La Renta Nacional de España y su distribución provincial. B.B.V | | |

En 1991 se redujo la aportación industrial andaluza en términos relativos puesto que sólo representó el 47% de la media alcanzada por el conjunto de las 17 comunidades autónomas del país, cuando en 1985 representó el 48,4 %. Por provincias el PIB industrial por habitante disminuyó en términos relativos en las provincias de Córdoba, Granada, Huelva, Jaen y Málaga, siendo el caso más significativo el de Huelva.

La participación del PIB industrial andaluza en el conjunto español fue del 8,51%, 8,38%, 8,23% y 8,30% para los años 1985, 1989, 1990 y 1991 respectivamente, es decir, que dicha participación descendió a través de dichos años.

En Andalucía, pues, no sólo se han deteriorado las diferencias económicas con el resto del país, sino que también se deterioraron las relaciones internas entre provincias. La distribución del PIB por provincias pone en evidencia una fuerte concentración geográfica de las actividades económicas en puntos concretos de Andalucía, habiendo grandes diferencias entre la Andalucía Occidental y la Oriental. Así pues, la participación de Sevilla en el PIB andaluz llega casi a cuadruplicar la de Almería y Huelva. En el triángulo Sevilla-Cádiz-Huelva se localizan la mayoría de las actividades industriales. Es en el sector secundario donde los desequilibrios espaciales y productivos tienen mayor significación. En el sector servicios Málaga sobresale entre todas las provincias.

La mayor parte de la actividad industrial se concentra sólo en tres provincias y tres sectores.

Huelva sin embargo en los últimos años ha acusado claramente el impacto de la crisis económica situándose incluso por debajo de Córdoba, a diferencia de lo que hasta entonces venía sucediendo. En esta provincia hay que destacar el predominio de las metálicas básicas onubenses, del sector químico (transformados de pirita y derivados del petróleo) y de la minería de la misma provincia. El dinamismo industrial de Huelva jugó, sin duda, una parte importante en el conjunto occidental reflejando el impacto de las cuantiosas inversiones realizadas en la provincia (más de 25.000 millones de pesetas entre 1965 y 1974) tras la creación del Polo de Desarrollo.

A pesar de la mayor homogeneidad de la región occidental, la provincia de Sevilla sobresale claramente del conjunto y su participación es mayoritaria en términos absolutos (en los últimos años puede hablarse de estancamiento relativo) en los subsectores de Productos Alimentarios, Productos Metálicos y Maquinaria, Minerales y Productos mecánicos y textiles.

La evolución de Málaga en los últimos años ha sido positiva; su renta familiar y producto interior bruto sobrepasa a la media de la comunidad autónoma. El caso de Granada, Jaén o Córdoba no resisten el tirón sevillano y malagueño.

La Exposición Universal en Sevilla no supuso un motor decisivo para el desarrollo de la comunidad. Andalucía no ha disminuido sus diferencias internas en algunos indicadores económicos siendo su situación de equilibrio más problemática a largo plazo.

No sólo el peso de los distintos sectores determinan la inestabilidad potencial de las provincias o comunidades, sino también su diversificación productiva. Se puede medir esta diversificación productiva a través de un índice que indique la desigualdad entre la estructura output de la provincia o comunidad y la estructura output de la región o de la economía regional.

Una estructura productiva diversificada corresponde a un índice de desigualdad próximo a cero y a la inversa en caso contrario.

CUADRO 3

| EVOLUCION DEL INDICE DE DESIGUALDAD PRODUCTIVA DE LAS PROVINCIAS ANDALUZAS | | | | | | |
|--|-------|-------|------|-------|------|------|
| | 1981 | 1983 | 1985 | 1987 | 1989 | 1991 |
| ALMERIA | 10.57 | 8.18 | 8.29 | 7.20 | 7.13 | 7.23 |
| CADIZ | 2.60 | 0.70 | 0.48 | 0.97 | 2.38 | 2.47 |
| CORDOBA | 0.42 | 3.17 | 3.29 | 2.85 | 2.62 | 2.32 |
| GRANADA | 4.08 | 3.42 | 3.97 | 2.85 | 1.77 | 2.25 |
| HUELVA | 12.66 | 9.24 | 9.17 | 10.56 | 9.06 | 9.34 |
| JAEN | 8.12 | 10.23 | 9.46 | 6.31 | 8.42 | 7.88 |
| MALAGA | 7.17 | 6.41 | 4.40 | 6.13 | 6.87 | 6.73 |
| SEVILLA | 3.35 | 4.05 | 2.41 | 2.59 | 2.88 | 2.91 |
| ANDALUCIA | 6.18 | 5.67 | 5.15 | 4.93 | 4.65 | 3.93 |
| Fuente: Elaboración propia - Datos B.B.V. | | | | | | |

Una región o provincia cuya estructura productiva sea igual a la media nacional o regional respectivamente tiene un índice nulo y puede interpretarse que corresponde a una estructura diversificada.

Desde 1983, la región andaluza reduce su índice de desigualdad, es decir, que es cada vez más similar a las otras regiones en cuanto a la estructura de su output, además muchas provincias incrementan su grado de diversificación productiva en valores del índice menores que la unidad.

Entre las provincias más desiguales y con una estructura menos diversificada (tomando como referencia la economía regional) se encuentran Almería, Huelva, Jaen y Málaga. Desde el año 1977 a 1991 las provincias de Almería, Granada, Huelva, Málaga y Sevilla han disminuido su grado de desigualdad. Málaga es una provincia poco diversificada al haber concentrado la estructura de su producción en el sector servicios. Tomando como referencia el año 1991, las provincias que tienen una estructura claramente dispar con la regional son Almería, Huelva, Jaen y Málaga. La provincia más diversificada es la provincia de Cádiz.

El coeficiente de variación nos proporciona un medio sencillo para comparar el grado en que dos grupos de variables difieren de sus medias respectivas.

CUADRO 4

| COEFICIENTE DE VARIACION DE LOS INDICES 1-2-3 / ANDALUCIA | | | |
|---|---------|---------|------------|
| | 1 | 2 | 3 |
| AÑO | PIB/hab | RFD/hab | PIB/empleo |
| 1977 | 19.78 | 10.33 | 14.94 |
| 1979 | 12.53 | 7.84 | 12.43 |
| 1981 | 10.69 | 6.36 | 11.52 |
| 1983 | 8.16 | 6.57 | 7.56 |
| 1985 | 10.15 | 7.53 | 8.89 |
| 1987 | 11.76 | 7.34 | 8.59 |
| 1989 | 8.83 | 4.16 | 6.42 |
| 1991 | 10.12 | 5.05 | - |
| Fuente: Elaboración propia . Datos: B.B.V. | | | |

El coeficiente de variación del PIB per cápita decreció hasta 1983, para volver a crecer en 1991; el coeficiente de la Renta Familiar disponible per cápita decreció a través de estos años salvo en 1991 que se incrementó. Los coeficientes son todos mayores en el PIB per cápita que en la Renta Familiar disponible lo que quiere decir que esta última se ha distribuido de forma más igual en todas las provincias que el PIB per cápita, es decir, que las disparidades inter- provinciales en la Renta Familiar Disponible son de menor relevancia que las del PIB per cápita. Esto es el resultado de la traslación a la esfera individual de los efectos del papel redistribuidor desempeñado por el sector público. Esto sucede en todas las regiones más deprimidas entre las que se encuentra Andalucía.

Respecto al PIB/empleo el coeficiente de variación disminuyó (salvo en 1985), lo que expresa que las disparidades regionales fueron cada vez menores.

CUADRO 5

| APORTACION PROVINCIAL AL INDICE DE DESIGUALDAD: PIB/hab y RFD/hab | | | | |
|--|---------|--------|---------|--------|
| | PIB/hab | | RFD/hab | |
| | 1977 | 1991 | 1977 | 1991 |
| ALMERIA | 0.16 | 3.5 | 10.40 | 7.11 |
| CADIZ | 7 | -8.1 | 6.97 | -19.24 |
| CORDOBA | -10.09 | -13.82 | -9.10 | -10.25 |
| GRANADA | -19.86 | -17.34 | -19.25 | -15.69 |
| HUELVA | 23.8 | 0 | 0.35 | -0.41 |
| JAEN | -20.03 | -10.31 | -21.74 | -4.18 |
| MALAGA | 4.02 | 28.31 | 12.17 | 28.03 |
| SEVILLA | 15.10 | 18.08 | 19.97 | 14.85 |
| TOTAL (VALOR ABSOLUTO) | 100 | 100 | 100 | 100 |
| Fuente: Elaboración propia - Datos: B.B.V. | | | | |

Los datos del Cuadro 5 nos ponen de manifiesto qué provincias fueron más protagonistas de la desigualdad. En 1991 las provincias que contribuyeron a la desigualdad de forma negativa respecto al PIB per cápita fueron Córdoba, Granada, Jaen y Cádiz. Para el mismo año, referente a la RFD contribuyeron a la desigualdad negativamente las mismas provincias añadiendo Huelva.

Para ver como se distribuye el empleo vamos a utilizar el coeficiente de Florence, conocido también como el coeficiente de asociación geográfica, y se obtiene tomando las participaciones en tanto por uno de cada provincia en el total regional. Este coeficiente varía entre 0 y 1. El valor 1 indica la máxima igualdad mientras que el valor 0 se corresponde con la máxima desigualdad. Es un indicador de la igualdad en la distribución espacial. Mide si la distribución del empleo de un sector o subsector en las diferentes provincias es similar a la del empleo total.

CUADRO 6

| | INDICE DE FLORENCE (EMPLEO) | |
|--|-----------------------------|--------|
| | 1977 | 1989 |
| Agricultura | 0.8336 | 0.8425 |
| Industria | 0.8655 | 0.7855 |
| Construcción | 0.9057 | 0.9201 |
| Servicios | 0.9247 | 0.9349 |
| Fuente: Elaboración propia. Datos del B.B.V. | | |

En 1977 es en la agricultura donde hubo mayor desigualdad en la distribución del empleo y en los servicios donde hay mayor igualdad, esta se incrementó aun más en 1989, pero es en el sector industrial donde se manifiesta mayor desigualdad en el año 1991.

BIBLIOGRAFIA

ALCAIDE J. "Estadísticas Españolas del Sector Servicios" en *Papeles de Economía Española*, nº 12 (1990)

CUADRADO ROURA J.R. "El avance hacia la Economía Europea" en *Las Economías Regionales en la España de los Noventa*. Economistas Libros (1991).

CUADRADO ROURA J.R. "Tendencias Económicas Regionales antes y después de la crisis en España" en *Papeles de Economía Española*, nº 34.

VILLAYERDE CASTRO G. *Los desequilibrios regionales en España*. Instituto de Estudios Económicos (1992).

ZARAGOZA G.A. "Objetivos y Orientaciones de la Política Regional Española" en *Las Economías Regionales en la España de los noventa*. Wimp Santander (1990)

UN MODELO DE SIMULACIÓN PARA SERVICIOS DE TELECOMUNICACIONES PARCIALMENTE SUSTITUTIVOS

SÍLVIO MARTÍNEZ

EMILIO ASTRAY

Dto. Método Cuantitativos.

Telefónica de España S.A.

1. INTRODUCCIÓN

La previsión de la demanda de servicios plantea graves inconvenientes cuando falta información acerca de la evolución histórica de dicha demanda. Si se da esta circunstancia resulta muy arriesgado modelar; ya que el sistema carece de historia. Por ello, es conveniente recurrir a imitar modelos de previsiones basados en experiencias similares.

La idea básica de modelo que aquí se plantea se ha tomado de modelos biológicos que describen como evolucionan dos poblaciones que compiten parcialmente por los mismos recursos. Más concretamente, el modelo que se desarrolla a continuación parte del supuesto de que una determinada población (o servicio) evoluciona hasta llegar a alcanzar un "techo" (o mercado potencial). La trayectoria de dicha población se vería afectada si por cualquier circunstancia apareciese un servicio generado como evolución de la anterior. Esta idea de la aparición de un nuevo servicio como evolución de otro ya existente lleva a denominar a un servicio de esta naturaleza con la palabra "mutante". El servicio mutante puede tener un "techo" diferente al servicio previamente existente.

Un modelo de este estilo aparece en **¿Tan sólo una ilusión?**¹, y una instrumentación en términos de un modelo de Dinámica de Sistemas puede verse en **Dinámica de Sistemas. Modelos**². El planteamiento matemático de un modelo de esta naturaleza es el siguiente: la trayectoria del servicio inicialmente existente se ajusta a un crecimiento logístico, expresado mediante la ecuación:

$$\frac{dN_1}{dt} = K_1 * N_1 * (R_1 - N_1) - M_1 * N_1 \quad [1]$$

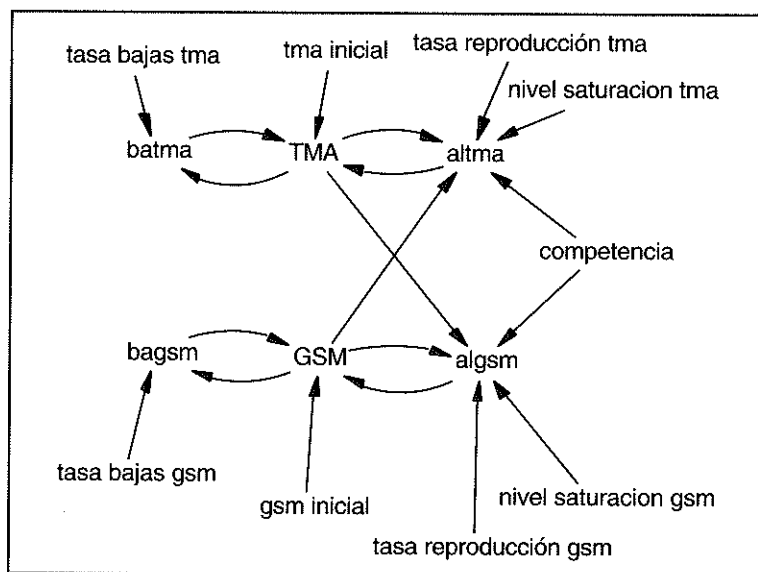
en donde, K_1 y M_1 son tasas o parámetros de peticiones y de bajas, respectivamente, y R_1 el techo o capacidad de saturación. En las condiciones que describe la ecuación [1], la demanda acumulada del servicio evoluciona según muestra la figura 1. Sin embargo, la aparición de una "mutación", o servicio derivado del anterior, con el que compete, puede alterar dicha trayectoria. Este fenómeno puede ser descrito por las siguientes ecuaciones:

¹ Tomado de I. Prigogine **¿Tan sólo una ilusión?** Cuadernos Intimos, nº III, de. Tusquets, 1983.

² SÍLVIO MARTÍNEZ Y ALBERTO REQUENA; *op.cit.*, Alianza Editorial, volumen 1184 pág 58 y sigs. Madrid. 1986

[2]

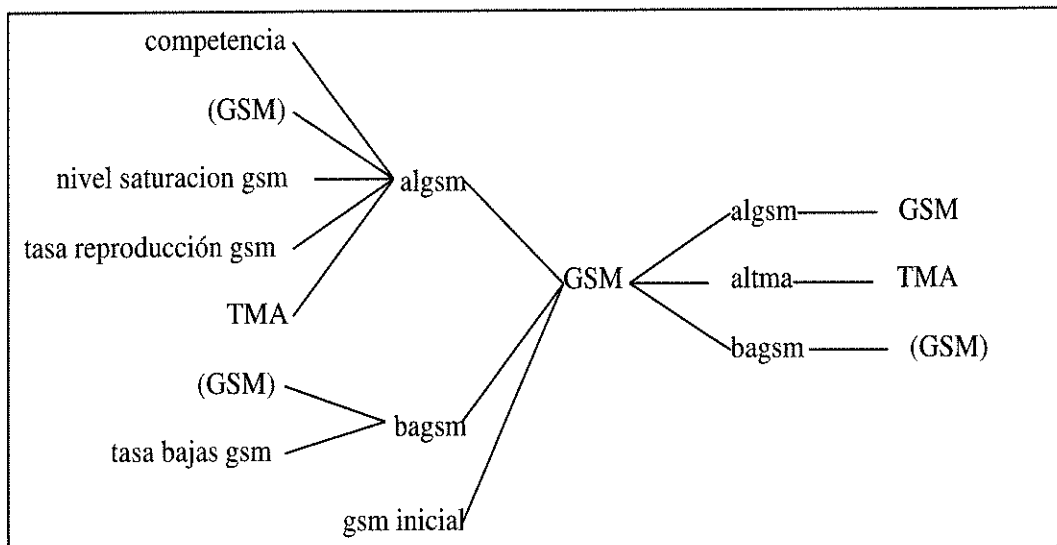
El trabajo que se presenta a continuación pretende, únicamente, ilustrar cómo puede instrumentarse un modelo de esta naturaleza en el contexto de un soporte dinámico de simulación. Desarrollos posteriores deberían permitir aplicar dicha metodología a sistemas de ésta índole en mercados concretos. Así, por ejemplo, podría estudiarse cómo se verían afectados mutuamente las evoluciones de las demandas de servicios de Telefonía Móvil Analógica y Digital, o cómo afectaría la introducción de los servicios basados en la Red Digital de Servicios Integrados (RDSI) a las demandas de servicios con servicios previamente existentes como Ibercom.



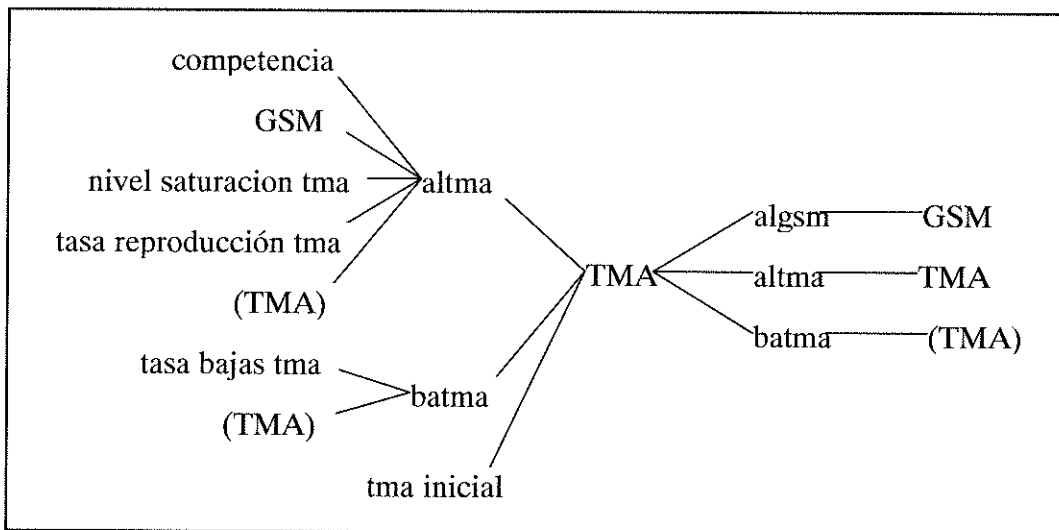
El modelo describe la evolución de dos servicios de Telefonía Móvil, uno con tecnología analógica (TMA), y otro con tecnología digital (GSM). Si no existe competencia entre ellos, el servicio TMA, por ejemplo, evoluciona a partir de un número inicial de clientes dependiendo de las tasas de altas y bajas, así como de un “techo” o nivel de saturación. Si existe competencia, el número de altas (altma) se ve frenado por la evolución del otro servicio, GSM. Por tanto, los dos servicios “compiten” y la evolución creciente del servicio con tecnología más avanzada (GSM) afecta negativamente a la evolución del servicio TMA. En el gráfico se observan las relaciones causales del modelo.

3. PRINCIPALES BUCLES DE REALIMENTACIÓN

Existen dos, cada uno correspondiente a la evolución de un servicio. Por ejemplo, el número de “clientes” GSM depende de las altas y de las bajas. El número de bajas (bagsm) es una proporción del propio número de clientes en cada momento. El número de altas (algs) es también una proporción del número de GSM pero contrarrestado en parte por el número de TMA. Asimismo, el número de GSM determina las altas y bajas de este servicio, pero también determina las altas del otro servicio, TMA.

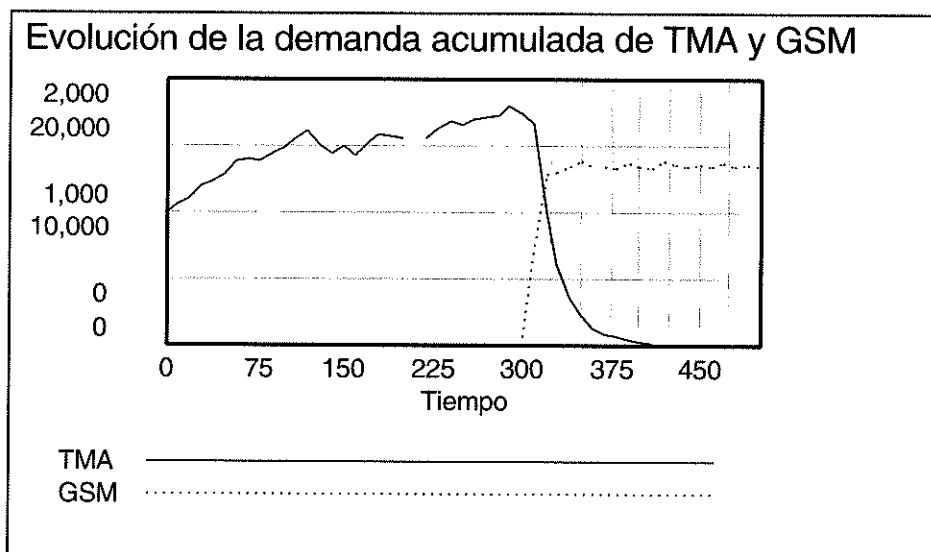


El otro bucle es el correspondiente al servicio TMA y presenta un esquema similar al de GSM.

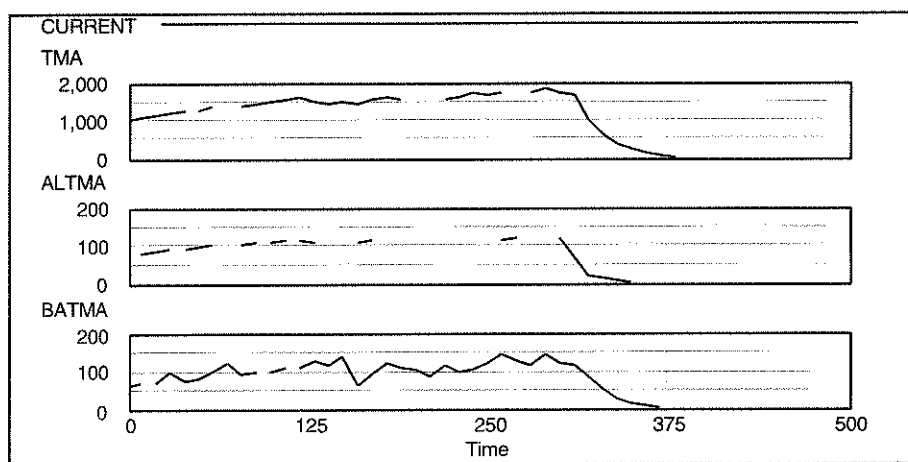
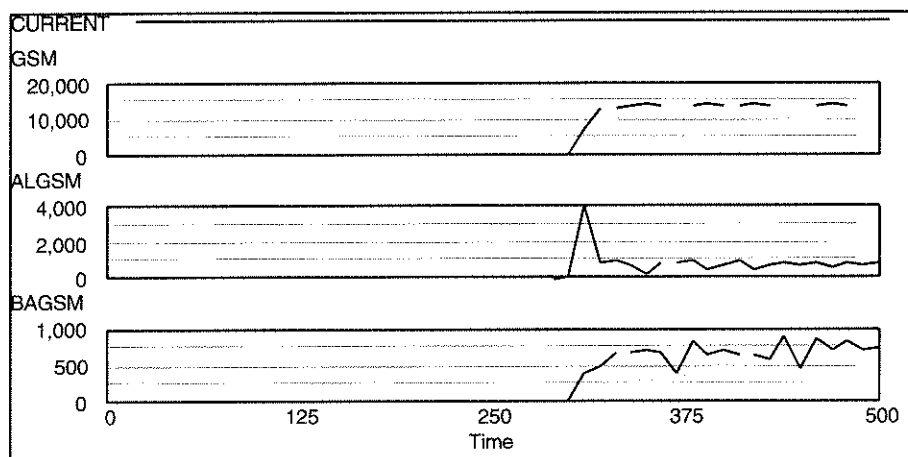


4. PRINCIPALES RESULTADOS Y SUS CAUSAS.

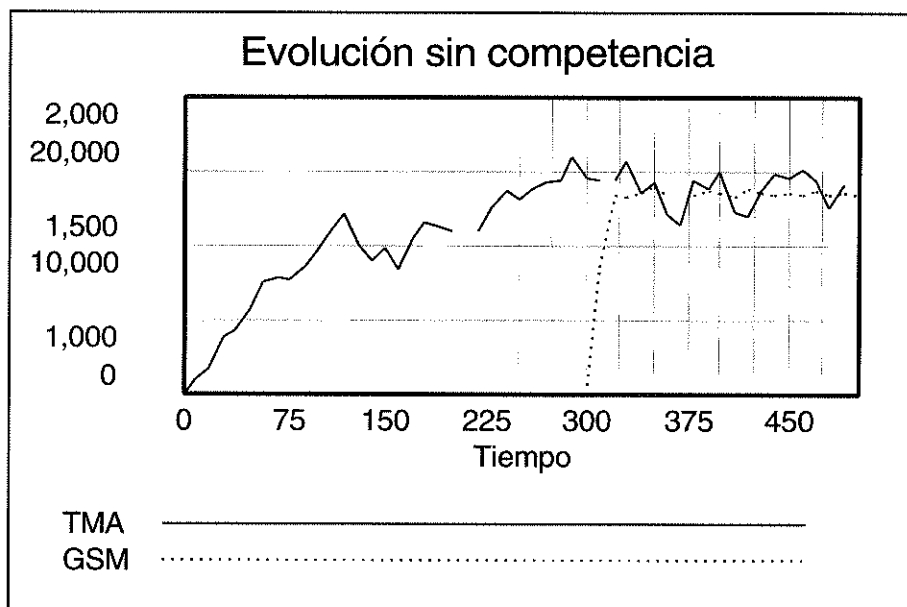
En el gráfico se observa como a partir de la aparición del nuevo servicio, el servicio ya existente pierde posiciones paulatinamente y al final llega a desaparecer, mientras que el nuevo servicio se estabiliza cerca de su nivel de saturación.



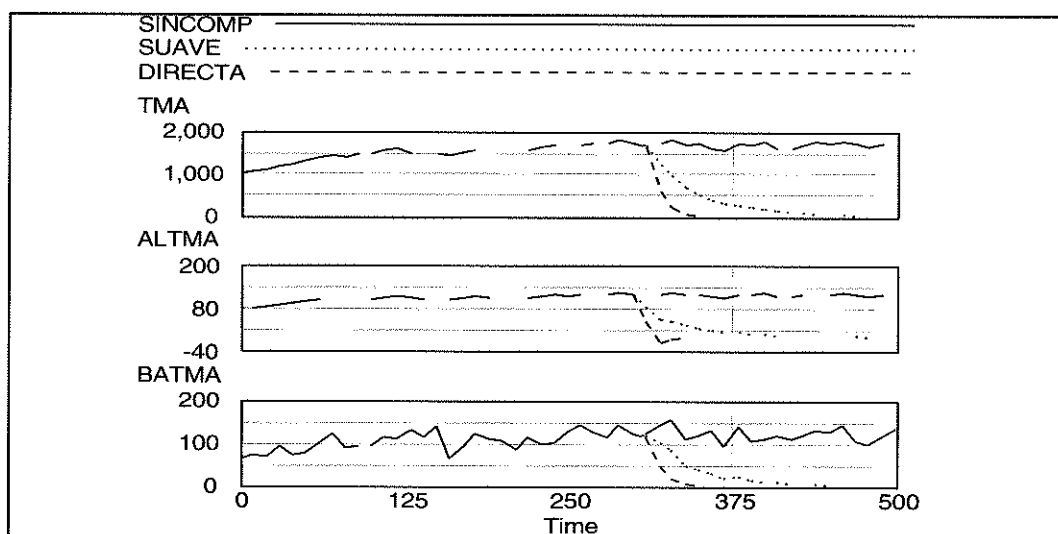
En los dos siguientes gráficos tenemos la evolución del número de clientes de ambos servicios, así como la de altas y bajas en cada uno de ellos.



Pero si no existe competencia, es decir si $a=0$, los resultados cambian. En el gráfico vemos que ambos servicios evolucionan hacia sus niveles de saturación sin que la aparición de GSM afecte al servicio TMA.



A continuación tenemos la comparación de tres simulaciones: una con competencia suave ($a = 0.3$), otra sin competencia ($a = 0$) y otra con competencia directa ($a = 1$).



Las simulaciones con mayor intensidad en el grado de competencia presentan caídas más pronunciadas en el servicio TMA.

5. CONCLUSIONES

Según se desprende de las simulaciones realizadas, en un modelo como el aquí presentado, el parámetro a resulta crucial para generar unos u otros resultados. Para el caso de un mercado con dos servicios que compiten, el parámetro a dependería de los precios y de la calidad relativa. Una posible estrategia del oferente, en caso de que ambos servicios sean producidos por él, puede consistir en “retrasar” o “adelantar” la aparición del servicio “mutante”. También puede jugar a cambiar el parámetro a , de tal forma que perturbe las curvas de demanda, con ánimo de maximizar su beneficio.

En resumen, un modelo de esta naturaleza puede, una vez convenientemente ampliado, ser el soporte teórico para el despliegue de servicios nuevos que compiten con otros existentes.

INTERVALOS DE PREDICCIÓN EN MODELOS ARCH-M

MIGUEL ALVAREZ, Jesús A.
OLAVE RUBIO, Pilar

Dpto. Métodos Estadísticos
Universidad de Zaragoza

Resumen La bondad de las predicciones en modelos ARCH-M es un punto que no ha sido tratado, por lo menos de forma exhaustiva, en los trabajos que utilizan esta metodología. Sin embargo, uno de los objetivos del análisis estadístico aplicado es la predicción. Este artículo tiene dos objetivos fundamentales: por una parte se calculan los primeros momentos teóricos de la distribución del error de predicción para la media de un modelo ARCH-M; por otra, se demuestra que en este tipo de modelos el conjunto de información elegido es determinante en la estimación de los intervalos de predicción a varios pasos. Finalmente, se estudia el comportamiento de los intervalos de predicción para la prima de riesgo en el mercado de valores español, en el período 1981-90.

Palabras Claves: Modelos ARCH-M, intervalos de predicción, volatilidad, prima de riesgo.

1.- Introducción

Uno de los principales objetivos del análisis estadístico aplicado es la predicción. Sin embargo, los modelos tradicionales que han intentado estudiar la conducta de los rendimientos de variables financieras han mostrado, en general, poca capacidad predictiva, no habiendo, por consiguiente, argumentos en contra de la hipótesis de mercados eficientes.

Esto no quiere decir que la volatilidad de los precios no pueda ser controlada si se emplea un modelo que incorpore la suficiente variabilidad en los rendimientos esperados de los activos, y por tanto en la tasa de descuento apropiada, para la actualización de las futuras rentabilidades [Alonso, Gallastegui y Rubio (1989)].

Una hipótesis es proponer que los cambios en un mercado de capitales pueden ser debidos a fluctuaciones de la prima de riesgo (tasa de ganancia esperada de una acción o de una cartera de valores menos la tasa libre de riesgo), inducidas por la incertidumbre de los rendimientos futuros de los activos.

Por todo ello parece de interés estudiar relaciones del tipo rentabilidad-riesgo en cualquier mercado de activos financieros. Con este fin, en la última década se han introducido los modelos ARCH-M [Engle, Lilien y Robins (1987)], que suponen que las innovaciones del proceso siguen un modelo ARCH y la varianza condicional es una variable regresora para la media del proceso. Este tipo de modelos han tenido un enorme auge debido a la gran ventaja que presentan las técnicas de máxima verosimilitud, puesto que permiten estimar conjuntamente todos los parámetros desconocidos tanto de la media como de la propia volatilidad.

La bondad de las predicciones es un punto que no ha sido tratado, por lo menos de forma exhaustiva, en recientes revisiones [Bollerslev, Chou y Kroner (1992) y Bera y Higgins (1993)], y en este tipo de modelos el conjunto de información es determinante en la valoración del error de predicción y de su varianza [Baillie y Bollerslev (1992)].

El objetivo de este trabajo es doble: por una parte se calculan los primeros momentos teóricos de la distribución del error de la media en un modelo ARCH-M. En segundo lugar se estudia la incidencia del conjunto de información elegido en los intervalos de predicción a varios pasos en modelos GARCH-M, utilizando los desarrollos teóricos de la primera parte.

Concretamente, se construyen intervalos de predicción en un modelo GARCH-M(1,1) y el trabajo finaliza estudiando el diferente comportamiento de los intervalos de predicción de la prima de riesgo en el mercado de valores español.

El esquema de trabajo es el siguiente: en la sección 2 se introduce la notación y se desarrolla la predicción de la media condicional y de la varianza condicional. En la sección 3 obtenemos los momentos condicionales del error de predicción de la media para posteriormente utilizarlos aproximando su distribución.

En la sección 4 se calculan los intervalos de predicción en el caso de un modelo simulado. Finalmente, abordamos el problema de la predicción para la prima de riesgo en el mercado de valores español en el período 1981-90 basándonos en conjuntos de información diferentes; teniendo en cuenta que estudios recientes sobre la relación rentabilidad-riesgo en este mercado de capitales tienen diferentes valoraciones según el período de tiempo analizado [Alcalá, Bachiller y Olave (1993) y Sáez y Pérez (1995)]; lo cual puede inducir a una mala actualización de rentabilidades esperadas, es decir,

incorporación de tasas de descuento incorrectas en la obtención de valores fundamentales [Scott(1991)].

2.- Predicción de la media y de la varianza condicional

Sea $\{y_t\}$ un proceso estocástico univariante en tiempo discreto y denotamos por $\mu_t = E_{t-1}[y_t]$ la media condicional dada la información hasta el instante $t-1$. El proceso de innovaciones $\{\varepsilon_t\}$ viene dado por

$$\varepsilon_t = y_t - \mu_t \quad (1)$$

Se supone que la varianza condicional del proceso es una función del conjunto de información :

$$\text{Var}_{t-1}[y_t] = E_{t-1}[\varepsilon_t^2] = \sigma_t^2 \quad (2)$$

Así mismo, sea $\{v_t\}$ un proceso de innovaciones para la varianza condicional:

$$v_t = \varepsilon_t^2 - E_{t-1}[\varepsilon_t^2] = \varepsilon_t^2 - \sigma_t^2 \quad (3)$$

donde la serie anterior es incorrelada a través del tiempo y con media cero.

En este trabajo nos centramos en modelos ARMA(K,L)-GARCH-M(p,q), cuya media y varianza condicional tienen las siguientes expresiones:

$$\begin{aligned} \mu_t &= \mu + \delta \sigma_t^2 + \sum_{i=1}^K \phi_i y_{t-i} + \sum_{i=1}^L \theta_i \varepsilon_{t-i} \\ \sigma_t^2 &= \omega + \sum_{i=1}^p \beta_i \sigma_{t-i}^2 + \sum_{i=1}^q \alpha_i \varepsilon_{t-i}^2 \end{aligned} \quad (4)$$

Suponemos que los parámetros verifican las condiciones usuales para que el proceso esté bien definido y sea estacionario en media y varianza. Suponemos que la distribución condicional de ε_t es simétrica y que los momentos de orden par son proporcionales a las correspondientes potencias de la varianza condicional:

$$\begin{aligned} E_{t-1}[\varepsilon_t^{2r+1}] &= 0 \\ E_{t-1}[\varepsilon_t^{2r}] &= \kappa_r \sigma_t^{2r} \end{aligned}$$

Existen diversas alternativas para expresar la ecuación de la media condicional. Sin embargo, para mantener una analogía con el desarrollo que se realizará posteriormente para la varianza condicional utilizamos la siguiente expresión:

$$\begin{pmatrix} y_t \\ y_{t-1} \\ \vdots \\ y_{t-K+1} \\ \varepsilon_t \\ \varepsilon_{t-1} \\ \vdots \\ \varepsilon_{t-L+1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mu \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \delta\sigma_t^2 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \phi_1 & \dots & \phi_K & \vartheta_1 & \dots & \vartheta_L \\ 1 & 0 & \dots & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & \dots & 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \dots & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \dots & 0 & 1 & 0 & \dots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & \dots & 0 & 0 & \dots & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} y_{t-1} \\ y_{t-2} \\ \vdots \\ y_{t-K} \\ \varepsilon_{t-1} \\ \varepsilon_{t-2} \\ \vdots \\ \varepsilon_{t-L} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \varepsilon_t \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ \varepsilon_t \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{pmatrix}$$

o de forma reducida:

$$Y_t = \mu e_1 + \delta\sigma_t^2 e_1 + \Phi Y_{t-1} + (e_1 + e_2)\varepsilon_t$$

donde e_j es un vector columna con todos sus elementos nulos salvo el j -ésimo que es la unidad. El proceso en el instante $t+s$ se puede expresar con respecto al conjunto de información en el instante t , mediante la iteración recursiva de la expresión anterior. La predicción para dicho horizonte se obtiene calculando la media condicional:

$$E_t[y_{t+s}] = \mu \sum_{i=1}^s \xi_{s-i} + \sum_{i=1}^{K-1} e_1' \Phi^s e_{i+1} y_{t-i} + \sum_{i=1}^{L-1} e_1' \Phi^s e_{K+i+1} \varepsilon_{t-i} + \delta \sum_{i=1}^s \xi_{s-i} E_t[\sigma_{t+i}^2]$$

y, por lo tanto, el error de predicción s pasos hacia adelante se define por:

$$e_{t,s} = \delta \sum_{i=1}^s \xi_{s-i} [\sigma_{t+i}^2 - E_t[\sigma_{t+i}^2]] + \sum_{i=1}^s \varphi_{s-i} \varepsilon_{t+i}$$

donde los coeficientes son:

$$\begin{aligned} \xi_{s-i} &= e_1' \Phi^{s-i} e_1 \\ \varphi_{s-i} &= e_1' \Phi^{s-i} (e_1 + e_{K+1}) \end{aligned}$$

El segundo término es el error habitual que aparece en un modelo ARMA, en este caso, la diferencia está en que los errores son heterocedásticos. El primer término es el error de predicción de la varianza condicional.

Utilizando el proceso $\{v_t\}$ puede expresarse el modelo de la varianza condicional como un modelo ARMA (m,p) :

$$\varepsilon_t^2 = \omega + \sum_{i=1}^m (\alpha_i + \beta_i) \varepsilon_{t-i}^2 - \sum_{i=1}^p \beta_i v_{t-i} + v_t$$

donde $m = \max\{p, q\}$ y $\alpha_i = 0$ para $i > q$ y $\beta_i = 0$ para $i > p$. Con esta representación podemos aplicar los desarrollos anteriores a la expresión:

$$V_t^2 = \omega e_1 + \Gamma V_{t-1}^2 + (e_1 + e_2) v_t$$

y obtenemos de forma similar la predicción a s pasos de la varianza condicional, la última igualdad se obtiene cuando el modelo de la volatilidad es un GARCH(1,1):

$$E_t[\varepsilon_{t+s}^2] = E_t[\sigma_{t+s}^2] = \omega \sum_{i=1}^s e_i' \Gamma^{s-i} e_i + e_i' \Gamma^s V_i^2 = \omega \sum_{i=0}^{s-2} (\alpha + \beta)^i + (\alpha + \beta)^{s-1} \sigma_{t+1}^2$$

cuyo error de predicción asociado es :

$$v_{t,s} = \sigma_{t+s}^2 - E_t[\sigma_{t+s}^2] = \sum_{i=1}^{s-1} e_i' \Gamma^{s-i} (e_1 + e_2) v_{t+i} = \sum_{i=1}^{s-1} \chi_{s-i} v_{t+i} = \sum_{i=1}^{s-1} \alpha (\alpha + \beta)^{s-i-1} v_{t+i}$$

Podemos reescribir el error de predicción de la media condicional utilizando este último resultado:

$$e_{t,s} = \sum_{i=1}^{s-1} \gamma_{s-i} v_{t+i} + \sum_{i=1}^s \varphi_{s-i} \varepsilon_{t+i} \quad (5)$$

donde $\gamma_{s-i} = \delta \sum_{j=i}^{s-1} \xi_{j-i} \chi_{s-j}$.

3.- Estudio del error de predicción

Cuando realizamos inferencia en un modelo GARCH(p,q), suponemos una distribución condicional de ε_t dado σ_t^2 . Esto implica valores específicos κ_r que caracterizan los momentos de orden par. Sin embargo, sabemos que la distribución incondicional de ε_t tiene colas más pesadas que la condicional del error de predicción a un paso. Similarmente, la distribución condicional de ε_{t+s} , para $s > 1$, dada la información hasta el instante t , difiere de la distribución condicional para $s=1$. Esto nos conduce a estudiar previamente los momentos condicionales de ε_{t+s} dada la información hasta el instante t , y posteriormente calcularemos los primeros momentos del error de predicción. Este primer resultado viene dado por Baillie y Bollerslev (1992).

Teorema 1 Para el modelo GARCH(1,1) definido por (1)-(2) y (4), los momentos condicionales de ε_{t+s} con $s > 1$, dada la información hasta el instante t , vienen dados por:

$$E_t[\varepsilon_{t+s}^{2r+1}] = 0$$

$$E_t[\varepsilon_{t+s}^{2r}] = \kappa_r E_t[\sigma_{t+s}^{2r}]$$

donde los momentos de la varianza condicional se obtienen de la siguiente expresión:

$$E_t[\sigma_{t+s}^{2r}] = \omega^r + \sum_{i=1}^r \binom{r}{i} \pi_i \omega^{r-i} E_t[\sigma_{t+s-1}^{2i}]$$

$$\text{y } \pi_i = \sum_{j=0}^i \binom{i}{j} \kappa_{i-j} \alpha^{i-j} \beta^j$$

- ° En particular, desarrollamos los primeros momentos de la varianza condicional mediante la iteración recursiva de este resultado.

El segundo resultado previo nos proporciona los momentos condicionales del proceso de innovaciones definido para la varianza condicional.

Teorema 2 Bajo las condiciones del teorema anterior, los momentos condicionales del proceso definido en (3) vienen dados por:

$$E_t[v'_{t+s}] = \sum_{j=0}^r \binom{r}{j} (-1)^{r-j} \kappa_j E_t[\sigma_{t+s}^{2r}]$$

Con ambos teoremas y calculando de forma similar los momentos cruzados $E_t[\varepsilon_{t+i}^m v_{t+j}^n]$, nos planteamos obtener los primeros momentos condicionales del error de predicción dado por (5).

Teorema 3 El MSE condicional de la predicción para la media de un modelo ARMA(K,L)-GARCH-M(1,1) dado por (1)-(2) y (4) es:

$$E_t[e_{t,s}^2] = \sum_{i=1}^{s-1} \gamma_{s-i}^2 (\kappa_2 - 1) E_t[\sigma_{t+i}^4] + \sum_{i=1}^s \varphi_{s-i}^2 E_t[\sigma_{t+i}^2]$$

De la misma forma el MSE condicional para la varianza condicional del modelo se expresa de la siguiente forma:

$$E_t[v_{t,s}^2] = E_t[\sigma_{t,s}^2] = \sum_{i=1}^{s-1} \chi_{s-i}^2 E_t[v_{t+i}^2] = (\kappa_2 - 1) \sum_{i=1}^{s-1} \chi_{s-i}^2 E_t[\sigma_{t+i}^4]$$

Teorema 4 El momento condicional de orden 3 del error de predicción en un modelo ARMA(K,L)-GARCH-M(1,1) dado por (1)-(2) y (4) es:

$$\begin{aligned} E_t[e_{t,s}^3] &= \sum_{i=1}^{s-1} \gamma_{s-i}^3 (\kappa_3 - 3\kappa_2 + 2) E_t[\sigma_{t+i}^6] + 3 \sum_{i=1}^{s-1} \gamma_{s-i} \varphi_{s-i}^2 E_t[\sigma_{t+i}^4] \\ &\quad + 3 \sum_{i=1}^{s-1} \sum_{j=i+1}^s \gamma_{s-i} \varphi_{s-j}^2 \alpha (\kappa_2 - 1) \pi_1^{j-i-1} E_t[\sigma_{t+i}^4] \\ &\quad + 3 \sum_{i=1}^{s-2} \sum_{j=i+1}^{s-1} \gamma_{s-i} \gamma_{s-j}^2 [\eta_1 E_t[\sigma_{t+i}^4] + \eta_2 E_t[\sigma_{t+j}^6]] \end{aligned}$$

donde

$$\eta_1 = (\kappa_2 - 1)^2 \alpha [A_{0,j-i} + 2\omega A_{1,j-i}]$$

$$\eta_2 = \alpha(\kappa_2 - 1)A_{1,j-i}[\alpha(\kappa_3 - \kappa_2) + 2\beta(\kappa_2 - 1)]$$

Teorema 5 El momento condicional de orden 4 del error de predicción en un modelo ARMA(K,L)-GARCH-M(1,1) dado por (1)-(2) y (4) es:

$$\begin{aligned} E_t[e_{t,s}^4] = & \sum_{i=1}^{s-1} \gamma_{s-i}^4 E_t[v_{t+i}^4] + \sum_{i=1}^s \varphi_{s-i}^4 \kappa_2 E_t[\sigma_{t+i}^4] + 4 \sum_{i=1}^{s-2} \sum_{j=i+1}^{s-1} \gamma_{s-i} \gamma_{s-j}^3 [\zeta_1 E_t[\sigma_{t+i}^4] + \zeta_2 E_t[\sigma_{t+i}^6] + \zeta_3 E_t[\sigma_{t+i}^8]] \\ & + 6 \sum_{i=1}^{s-2} \sum_{j=i+1}^{s-1} \gamma_{s-i}^2 \gamma_{s-j}^2 [\zeta_4 E_t[\sigma_{t+i}^4] + \zeta_5 E_t[\sigma_{t+i}^6] + \zeta_6 E_t[\sigma_{t+i}^8]] \\ & + 6 \sum_{i=1}^{s-1} \sum_{j=i+1}^s \varphi_{s-i}^2 \varphi_{s-j}^2 \left[\omega \sum_{k=0}^{j-i-1} \pi_1^k E_t[\sigma_{t+i}^2] + \pi_1^{j-i-1} (\alpha \kappa_2 + \beta) E_t[\sigma_{t+i}^4] \right] \\ & + 12 \sum_{i=1}^{s-2} \sum_{j=i+1}^{s-1} \gamma_{s-i} \gamma_{s-j} \varphi_{s-j}^2 (\kappa_2 - 1) [\zeta_7 E_t[\sigma_{t+i}^4] + \zeta_8 E_t[\sigma_{t+i}^6]] \\ & + 12 \sum_{i=1}^{s-2} \sum_{j=i+1}^{s-1} \sum_{k=j+1}^s \gamma_{s-i} \gamma_{s-j} \varphi_{s-k}^2 (\kappa_2 - 1) \alpha \pi_1^{k-j-1} [\zeta_7 E_t[\sigma_{t+i}^4] + \zeta_8 E_t[\sigma_{t+i}^6]] \end{aligned}$$

donde las constantes ζ_i son las siguientes:

$$\begin{aligned} \zeta_1 &= \alpha(\kappa_2 - 1) [3\omega^2 B_{1,j-i} + 2\omega B_{2,j-i} + B_{3,j-i}] \\ \zeta_2 &= [\alpha^2(\kappa_3 - \kappa_2) + 2\alpha\beta(\kappa_2 - 1)] [3\omega^2 B_{1,j-i} + B_{2,j-i}] \\ \zeta_3 &= B_{1,j-i} [3\alpha^2\beta(\kappa_3 - \kappa_2) + 3\alpha\beta^2(\kappa_2 - 1) + \alpha^3(\kappa_4 - \kappa_3)] \\ \zeta_4 &= (\kappa_2 - 1)^2 [A_{0,j-i} + \omega^2 A_{2,j-i}] + \omega(\kappa_2 - 1)A_{1,j-i} \\ \zeta_5 &= [\alpha(\kappa_3 - 3\kappa_2 + 1)(\kappa_2 - 1) + \beta(\kappa_2 - 1)^2] [A_{1,j-i} + 2\omega A_{2,j-i}] \\ \zeta_6 &= A_{2,j-i}(\kappa_2 - 1) [\alpha^2(\kappa_4 - 2\kappa_3 + \kappa_2) + \beta^2(\kappa_2 - 1) + 2\alpha\beta(\kappa_3 - 2\kappa_2 + 1)] \\ \zeta_7 &= \alpha(\kappa_2 - 1) [2\omega A_{1,j-i} + A_{2,j-i}] \\ \zeta_8 &= A_{1,j-i} [\alpha^2(\kappa_3 - \kappa_2) + 2\alpha\beta(\kappa_2 - 1)] \end{aligned}$$

4.- Estudio de simulación y aplicación a un caso real

Para demostrar el efecto que tienen las innovaciones del tipo ARCH en la construcción de intervalos de predicción, generamos varios modelos GARCH-M(1,1), con distribución condicional de los errores a un paso, normal estándar. Como ejemplo, se ha tomado el modelo siguiente:

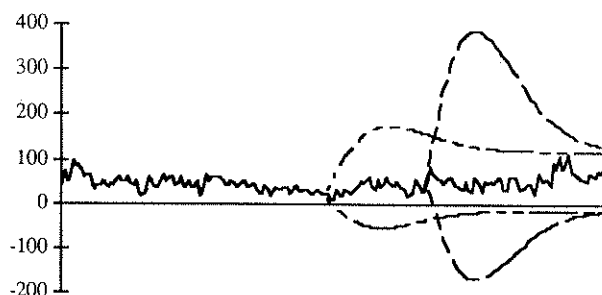
$$y_t = 1 + 0.5\sigma_t^2 + 0.75\varepsilon_{t-1} + \varepsilon_t$$

$$\sigma_t^2 = 5.0 + 0.1\varepsilon_{t-1}^2 + 0.85\sigma_{t-1}^2$$

Los intervalos de predicción son del tipo $(E_t[y_{t+s}] + z_{t,s}(1-p), E_t[y_{t+s}] + z_{t,s}(p))$ donde la predicción puntual de la media viene dada en la sección 2 y la expresión del cuantil p-ésimo se obtiene en el apéndice.

Los conjuntos de información elegidos han sido la prima estimada y la volatilidad estimada hasta el instante $t=117$ y hasta el instante $t=153$, dado que, como puede observarse en la Fig. 1 corresponden a períodos de tranquilidad y de alta incertidumbre. En el caso de que se tome como información inicial un período de poca volatilidad, tendremos que los intervalos de predicción aumentan de longitud, en una predicción a pocos pasos, y en el caso de tomar como información inicial un período de alta volatilidad, ocurre lo contrario. *En el contexto de volatilidad elevada [y en nuestro caso es también altamente persistente: $\alpha + \beta = 0.95$] es previsible que persistan tanto la volatilidad como la prima durante varios períodos y los intervalos sean poco informativos (ver Fig. 1).* En la predicción a largo plazo, es lógico que la prima y la volatilidad tiendan a sus niveles habituales (tener en cuenta que la varianza condicional converge a la varianza incondicional del proceso salvo en el caso de $\alpha + \beta = 1$).

Fig. 1: Intervalos de predicción



Finalmente, vamos a aplicar lo anteriormente expuesto a un contexto real. La relación rentabilidad-riesgo en el mercado de valores español ha sido analizada en diferentes períodos y a través de varias técnicas [una breve revisión puede verse en el trabajo de Olave y Alcalá (1992)], siendo la metodología ARCH-M una de las de mayor auge como ya se ha comentado en la introducción.

Sin embargo, en este mercado de Capitales, las estimaciones de la volatilidad a través de modelos GARCH conducen en la mayoría de los períodos en los que el análisis se ha

realizado o bien a tener varianza condicional altamente persistente [Alcalá, Bachiller y Olave(1992)], y por tanto en los modelos hay cambios de tipo estructural, o bien son modelos de tipo IGARCH, es decir, cuando la varianza incondicional no existe[Sáez y Pérez (1995)].

Todo ello, parece sugerir que en los mercados de Capitales en que se dé este tipo de comportamientos (cambios estructurales, diferentes inputs, varianza condicional altamente persistente,...) hay que ser muy cuidadosos eligiendo los conjuntos de información adecuados, en la predicción a corto plazo, (en Economía Financiera es la que realmente interesa en un contexto de innovaciones no sistemáticas), ya que de ello dependerá el que los intervalos de predicción sean más o menos informativos.

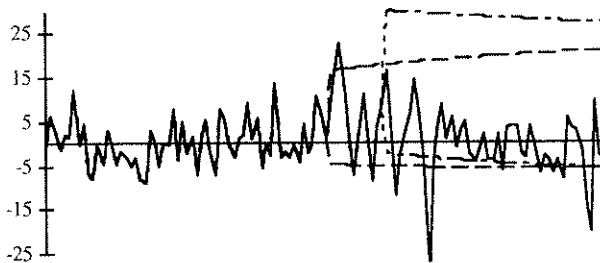
Concretamente, en el período 1981-90, con datos mensuales, se estima para el mercado de valores español el modelo:

$$y_t = -0.04554 + 0.10063\sigma_t^2 + 0.44\varepsilon_{t-1} + \varepsilon_t$$

$$\sigma_t^2 = 0.0408 + 0.78189\sigma_{t-1}^2 + 0.1757\varepsilon_{t-1}^2$$

donde y_t es la prima de riesgo calculada como la tasa de ganancia proporcionada por la cartera de mercado menos la tasa libre de riesgo. Esta serie presenta una baja volatilidad en $t=64$ y alta en $t=73$, lo que incide en los intervalos de predicción como puede observarse en la figura 2:

Fig. 2: Intervalos de Predicción para la prima mensual



Estos resultados indican, que en el caso de modelos con una alta persistencia en varianza, como es el caso español en el período analizado [para más detalles ver Alcalá, Bachiller y Olave (1993)], las predicciones en el corto plazo de la prima de riesgo tomando como conjunto de información un período muy volátil son poco informativas, en cuyo caso la metodología tiene poco interés. Conclusiones que coinciden con las ya

apuntadas en otros trabajos [Sáez y Pérez (1995)] en los que se insisten sobre posibles cambios estructurales en los modelos. En este sentido, Lamoureux y Lastrapes (1990) argumentan que una mala especificación en modelos GARCH-M debido a cambios estructurales nos pueden llevar a inconsistencias en la estimación de los parámetros. Resumiendo lo anterior, la metodología desarrollada en este trabajo en el contexto del mercado de valores español deberá aplicarse con bastante cautela.

Apéndice

Para construir intervalos de predicción debemos obtener los cuantiles de la densidad predictiva. Denotamos por $z_{t,s}(p)$ la aproximación mediante desarrollos de Cornish-Fisher al cuantil p-ésimo de la distribución del error de predicción s pasos hacia adelante. Este se puede expresar como:

$$z_{t,s}(p) = \rho_{t,s}(p) E_t[e_{t,s}^2]^{1/2}$$

donde $\rho_{t,s}(p) = z_p + (\lambda_1 h_1(z_p)) + (\lambda_2 h_2(z_p) + \lambda_1^2 h_{11}(z_p)) + \dots$, z_p es el cuantil p-ésimo de la distribución normal estándar y λ_j es el cumulante j-ésimo estandarizado del error de predicción a s pasos. Las funciones h_j que aparecen en el desarrollo anterior vienen dadas en Abramowitz y Stegum (1972).

En dicho desarrollo el segundo término ajusta la asimetría del error de predicción, mientras que el tercero y el cuarto ajustan el exceso de curtosis condicional. Los siguientes términos afectan a momentos superiores pero éstos han sido omitidos. Se ha comprobado en un estudio de simulación [Miguel(1995)] que los intervalos de predicción se comportan correctamente cuando el desarrollo sólo se realiza con los primeros momentos.

Bibliografía

- ABRAMOWITZ, M. y STEGUM, I.A. (1972) Handbook of mathematical functions. Dover Publications.
- ALCALA, T.; BACHILLER, A. y OLAVE, P. (1993) "Prima de riesgo y volatilidad en el mercado de valores". *Revista de Economía Aplicada*, 3 pp. 95-118
- ALONSO, ; GALLASTEGUI, y RUBIO, (1989) "Racionalidad y volatilidad en el mercado español de valores". *Moneda y Crédito* pp.125-155
- BAILLIE, R.T. y BOLLERSLEV, T. (1992) "Prediction in dynamic models with time-dependent conditional variances". *Journal of Econometrics*, 52 pp.91-113
- BERA, A.K. y HIGGINS, M. (1993) "ARCH models: Properties, Estimation and Testing". *Journal of Economic Surveys*, 7 pp. 305-366

- BOLLERSLEV, T.; CHOU, R.Y. y KRONER, K. (1992) "ARCH modeling in finance: A review of the theory and empirical evidence". *Journal of Econometrics*, 52 pp.5-59
- ENGLE, R.F.; LILIEN, D. y ROBINS, R.P. (1987) "Estimating time varying premia in the term structure: The ARCH-M model". *Econometrica*, 55 pp. 391-407
- LAMOUREUX, G.C. y LASTRAPES, W.D. (1990) "Persistence in variance, structural change and the GARCH model". *Journal of Business&Economic Statistics*, 8 pp. 225-234
- MIGUEL, J.A. (1995) "Prediction in dynamic models with ARCH disturbances". Preprint.
- OLAVE, P. y ALCALA, T. (1992) "Técnicas no paramétricas en el estudio de modelos heterocedásticos: Un análisis de la prima por riesgo en el mercado de valores español". *Cuadernos Aragoneses de Economía*, 2 pp. 79-99.
- SAEZ, M. y PEREZ, J. (1995) "Asimetrías y efectos ARCH, estimación del coeficiente de aversión al riesgo en el caso español". I Reunión de Trabajo en Predicción Dinámica. Ed. M. Valderama. pp.59-89.
- SCOTT, L.O. (1991) "Financial market volatility. A survey". en *Staff papers of IMSF*, 83, 3 pp. 582-625

INDICES ESPECIFICOS DE CAPACIDAD DE COMPRA

SANTIAGO, MIGUEL UCETA

Facultad C.E.E. Universidad de Zaragoza

1. INTRODUCCION

Los I.C.C. valoran de una forma objetiva la teórica cuota de mercado absoluta y por habitante que corresponde a las comunidades autónomas y provincias, es decir la cantidad de bienes y servicios que teóricamente éstas pueden absorber.

El Anuario del Mercado Español (A.M.E.) publicaba anualmente unos I.C.C. generales, que cada empresa podía adaptar a su mercado y productos específicos, correspondientes a tres tipos de bienes:

- 1) El índice primero, que denotaremos por ICC1, para los artículos de uso y consumo común, caracterizados por su bajo coste unitario y la posibilidad de adquirirlos normalmente en cualquier clase de establecimiento, aún en aquellos con escaso equipo comercial.
- 2) El índice segundo (ICC2) para los de tipo medio que, sin ser altamente especializados, su consumo no depende principalmente del volumen total de la población, sino también de las características económicas y sociales de los habitantes.
- 3) El índice tercero (ICC3) para los especializados que primordialmente están en función de las condiciones económicas y sociales de los habitantes.

Las series empleadas para su cálculo no han sido siempre exactamente las mismas, sino que algunas de ellas, por diversos motivos, han tenido que sustituirse por otras que de alguna forma se relacionaban con las que reemplazaban y otras han dejado de tenerse en cuenta. Así en 1.985 se utilizaban:

- a) Población de hecho.
- b) Número de matrimonios celebrados.
- c) Número de nacidos vivos.
- d) Número de automóviles de turismo existentes.
- e) Consumo doméstico de energía eléctrica.
- f) Número de teléfonos.
- g) Plazas de hostelería.
- h) Consumo de cemento.
- i) Recaudación del impuesto de espectáculos.
- j) Recaudación del impuesto de consumo de lujo.

En 1.993, último año de publicación del A.M.E., se utilizaron la a), la b), la c), la d), la e), la f), la h) y se añadió la k) número de automóviles de importación. Es decir, no se consideró el número de plazas de hostelería, que se utiliza en el cálculo del Índice Turístico, y las referentes a los impuestos desaparecidos en el actual sistema fiscal se sustituyeron por otra serie referida a artículos especializados.

Ha de tenerse en cuenta que los I.C.C. son índices espaciales, no temporales, independientemente de que se pueda realizar un estudio de la evolución temporal de los mismos. Para calcular un I.C.C. se procede de la siguiente forma:

A) Se calcula un índice espacial simple para cada serie, tomando como base el total nacional.

B) Se calcula el índice complejo media aritmética ponderado, de los índices simples.

Las ponderaciones empleadas por el A.M.E., distintas según el tipo de índice calculado (ICC1, ICC2, ICC3), se han ido adaptando según los resultados obtenidos de la última Encuesta de Presupuestos Familiares (E.P.F.) publicada por el I.N.E. Como muestra indicaremos que para el ICC2 las ponderaciones en 1.985, 1.986 y 1.993 fueron las siguientes:

TABLA 1

| SERIE | 1.985 | 1.986 | 1.993 |
|-------|-------|---------|---------|
| a) | 4/75 | 100/767 | 100/622 |
| b) | 4/75 | 102/767 | 102/622 |
| c) | 4/75 | 101/767 | 102/622 |
| d) | 18/75 | 91/767 | 98/622 |
| e) | 12/75 | 99/767 | 100/622 |
| f) | 9/75 | 93/767 | 93/622 |
| g) | 3/75 | 0 | 0 |
| h) | 3/75 | 0 | 27/622 |
| i) | 6/75 | 93/767 | 0 |
| j) | 12/75 | 88/767 | 0 |

En lo que sigue nos referiremos exclusivamente a Índices de Capacidad de Compra de tipo 2 (ICC2) y correspondientes a cuotas de mercado absolutas, las zonas geográficas consideradas serán las comunidades autónomas y las plazas de Ceuta y Melilla. Obviamente pueden realizarse estudios análogos a los desarrollados en el presente trabajo, para los otros tipos de índices, así como extenderse tomando las provincias como zonas geográficas.

Es preciso indicar que, para considerar la capacidad de compra referida a un artículo determinado o a un conjunto homogéneo de ellos, es conveniente matizar estos índices con otros datos que reflejen específicamente las características mercadológicas de los mismos. Así si consideramos, por ejemplo, artículos para dormitorio (camas, mesillas, colchones, somieres, almohadas, ropa de cama

etc.) que quedarían encuadrados dentro del grupo 4 de la E.P.F. (muebles, artículos de mobiliario y menaje), un indicador complementario que puede utilizarse es un Índice Turístico, debido a la gran influencia que en la comercialización de estos artículos tienen la existencia de establecimientos hoteleros y de segundas viviendas. El A.M.E. también publicaba un Índice Turístico elaborado con información referente a hoteles y campings. Finalmente para el caso de una empresa en particular el índice, calculado objetivamente, debe ser perfilado de forma subjetiva para adaptarlo a las peculiaridades propias, que dependerán principalmente del producto, de la mayor o menor implantación a nivel nacional, de su posición en el mercado (líder o seguidor), de la importancia de su fuerza de ventas, etc.

2. UTILIDAD DE LOS I.C.C. GENERALES Y ESPECIFICOS

Dedicamos este apartado a señalar la utilidad que para una empresa tiene el conocimiento de estos indicadores, tanto por su poder discriminante de las distintas zonas geográficas, que permite considerarlos como variables comparativas relevantes, como por ser un punto de partida para fijar los objetivos comerciales.

Por lo que se refiere al poder de discriminación de estos indicadores, hemos calculado el Coeficiente de Discriminación de Ivanovic para los ICC2 de las Comunidades Autónomas del año 1.993, resultando un valor de 1,0740 que podemos considerar satisfactorio. En un reciente trabajo de Zarzosa Espina se demuestra que dicho coeficiente está acotado entre 0 y 2, tomando el valor 0 cuando todos los valores de la variable coinciden (nulo poder discriminante) y siendo su límite 2 cuando el número de zonas tiende a infinito y existe una única zona con valor de la variable distinto de cero y todas las demás con valor nulo (máximo poder discriminante). En el mencionado trabajo se presenta una tabla que recoge el valor de dicho coeficiente para 40 variables representativas del nivel de bienestar en las provincias españolas, siendo el máximo 1,019986.

TABLA 2

| COEFICIENTE DE FLORENCE DEL IV-94 vs. IECC-93 Y vs. ICC2-93 | | | | | |
|---|---------|---------|-------|-----------------|---------|
| | IECC-93 | ICC2-93 | IV-94 | DIFERENCIAS CON | |
| | | | | IECC-93 | ICC2-93 |
| ANDALUCIA | 13,96 | 17,26 | 12,80 | 1,17 | 4,46 |
| ARAGON | 03,61 | 02,95 | 03,71 | 0,10 | 0,76 |
| ASTURIAS | 02,86 | 02,52 | 02,89 | 0,03 | 0,37 |
| BALEARES | 04,43 | 02,34 | 04,92 | 0,49 | 2,58 |
| CANARIAS | 06,07 | 03,84 | 06,11 | 0,04 | 2,27 |
| CANTABRIA | 01,02 | 01,24 | 00,87 | 0,15 | 0,37 |
| CAST. LEON | 05,53 | 06,12 | 05,95 | 0,42 | 0,17 |
| CAST. MANCHA | 04,04 | 04,25 | 04,23 | 0,20 | 0,02 |
| CATALUÑA | 19,20 | 16,66 | 19,07 | 0,13 | 2,41 |
| C.VALENCIANA | 08,31 | 10,20 | 08,75 | 0,44 | 1,45 |
| EXTREMADURA | 01,76 | 02,48 | 01,62 | 0,15 | 0,86 |
| GALICIA | 05,49 | 06,21 | 04,63 | 0,85 | 1,58 |
| C. MADRID | 13,05 | 13,79 | 13,61 | 0,56 | 0,18 |
| MURCIA | 01,88 | 02,72 | 02,07 | 0,19 | 0,65 |
| NAVARRA | 01,92 | 01,38 | 01,98 | 0,06 | 0,60 |
| PAIS VASCO | 05,72 | 05,06 | 05,76 | 0,04 | 0,70 |
| LA RIOJA | 00,90 | 00,66 | 00,78 | 0,12 | 0,12 |
| CEUTA | 00,13 | 00,17 | 00,14 | 0,01 | 0,03 |
| MELILLA | 00,13 | 00,14 | 00,13 | 0,00 | 0,01 |
| TOTAL | 100 | 100 | 100 | | |
| COEFICIENTE DE FLORENCE | | | | 0,9742 | 0,9021 |

Para ilustrar la importancia que la utilización de estos índices pueden tener a la hora de fijar los objetivos de ventas, y paralelamente el presupuesto de comisiones del equipo comercial, exponemos en primer lugar el estudio comparativo realizado entre el ICC2 de 1.993 (que denotaremos por ICC2-93) y la distribución en porcentaje de las ventas por Comunidades Autónomas en el año 1.994 de un empresa líder en el sector que estamos considerando (IV-94) y posteriormente la comparación entre el índice específico (IECC-93), elaborado por la propia empresa, y la mencionada distribución de ventas. Aunque resulta obvio, queremos indicar que, dado que la publicación de los índices se realizaba en los últimos meses del año, se tomaban como referencia para marcar los objetivos del año siguiente. La medida de desigualdad empleada para realizar este estudio ha sido el coeficiente de asociación geográfica de Florence, que toma el valor 1 para una situación de igualdad total entre las dos variables objeto de estudio y el valor 0 para el caso de desigualdad máxima. En la tabla 2 se muestran los valores de los índices mencionados anteriormente, las diferencias en valor absoluto entre ellos y el valor del coeficiente. Puede observarse que los dos valores son próximos a 1, en particular el correspondiente al índice específico, lo cual nos indica una elevada asociación entre los ICC general y específico y el índice de distribución geográfica de las ventas.

3. INDICES ALTERNATIVOS DE CAPACIDAD DE COMPRA

El hecho de que al finalizar el año 1.994 no se hubiera publicado el A.M.E., nos ha llevado a construir unos nuevos I.C.C. tanto generales como específicos con las siguientes premisas:

- a) Al añadir los nuevos índices a los anteriores la serie formada debería ser lo más homogénea posible, con el fin de que los datos históricos (índices específicos creados por las empresas, a partir de los generales) no tuvieran que ser reconstruidos y que las posibles comparaciones no estuvieran gravemente distorsionadas.
- b) Las series estadísticas necesarias para su cálculo deberían estar recogidas, o poder calcularse a partir de ellas, en el menor número posible de publicaciones distintas, por economía, por facilidad de manejo y por ahorro de tiempo en su localización. Por otro lado dichas publicaciones habrían de ser rigurosas, realizadas con criterios objetivos y con una elevada certeza de continuidad en el tiempo. El Anuario Estadístico del I.N.E. reúne las características mencionadas.

La metodología seguida, para el cálculo de los nuevos ICC2 de tipo general ha sido la siguiente:

- 1) Predicción del ICC2-94, a partir de datos históricos.
- 2) Elección de las series estadísticas necesarias para el cálculo de los nuevos.
- 3) Comparación de la predicción, con el nuevo índice.
- 4) Contraste con datos reales.

En primer lugar se realizó un estudio, comparativo por zonas geográficas, de la evolución de las series en los últimos 15 años a fin de determinar la tendencia y una predicción para el año 1.994.. Se observó que las series podían representarse, en general, por un modelo aditivo con tendencia constante o lineal con escasa pendiente. Este fenómeno se acentúa si consideramos tan solo los últimos seis periodos (a modo de ejemplo ver Gráfico 1). Cabe señalar que las correspondientes a las comunidades de Andalucía, Baleares, Cataluña y Madrid (Gráfico 2) sufren cambios bruscos en el periodo 1.985- 1.988, hemos comprobado que esto fue debido a que en el cálculo de 1.986 se produjo un cambio acentuado en las ponderaciones utilizadas (ver Tabla 1). Para suavizar este cambio de criterio nos hemos inclinado a efectuar predicciones con métodos locales (en la Tabla 3b se ve que la media global no es un buen predictor para las comunidades autónomas mencionadas anteriormente) y considerar un modelo aditivo de tendencia constante. En los gráficos se incluyen los valores desde 1.979 a 1.993, publicados por el A.M.E., así como los calculados, con la nueva metodología, para los años 1.994 y 1.995. En las tablas 3a y 3b se presentan los ICC2 publicados por el A.M.E. en los últimos 15 años, así como las predicciones para 1.994, utilizando los métodos de Alisado Exponencial Simple, Media Global y Medias Móviles Asimétricas de orden 6.

Tabla 3a

| | 1.979 | 1.980 | 1.981 | 1.982 | 1.983 | 1.984 | 1.985 | 1.986 | 1.987 |
|---------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| ANDALUCIA | 12,84 | 12,81 | 13,26 | 13,31 | 13,14 | 13,15 | 13,55 | 15,39 | 15,74 |
| ARAGON | 03,14 | 03,10 | 03,04 | 03,07 | 03,07 | 03,11 | 03,14 | 03,13 | 03,12 |
| ASTURIAS | 02,48 | 02,47 | 02,48 | 02,49 | 02,48 | 02,47 | 02,57 | 02,71 | 02,72 |
| BALEARES | 03,33 | 03,27 | 03,37 | 03,40 | 03,35 | 03,40 | 03,50 | 02,28 | 02,37 |
| CANARIAS | 03,10 | 03,05 | 02,99 | 03,05 | 03,11 | 03,14 | 03,17 | 03,12 | 03,40 |
| CANTABRIA | 01,24 | 01,23 | 01,24 | 01,24 | 01,24 | 01,33 | 01,25 | 01,27 | 01,36 |
| CASTILLA LEON | 05,61 | 05,71 | 05,77 | 05,75 | 05,63 | 05,63 | 05,76 | 05,82 | 06,04 |
| CAST. MANCHA | 02,97 | 03,00 | 03,07 | 03,15 | 03,06 | 03,10 | 03,16 | 03,60 | 04,00 |
| CATALUÑA | 21,25 | 21,34 | 20,99 | 20,76 | 20,66 | 21,24 | 19,43 | 18,02 | 17,87 |
| C. VALENCIANA | 09,78 | 09,94 | 09,99 | 10,09 | 09,88 | 09,82 | 10,05 | 10,02 | 09,30 |
| EXTREMADURA | 01,57 | 01,58 | 01,64 | 01,68 | 01,67 | 01,68 | 01,71 | 02,10 | 02,17 |
| GALICIA | 04,94 | 05,06 | 05,20 | 05,21 | 05,17 | 05,26 | 05,47 | 05,69 | 05,70 |
| C. MADRID | 17,05 | 16,84 | 16,50 | 16,43 | 17,39 | 17,42 | 17,94 | 17,15 | 16,66 |
| MURCIA | 01,87 | 01,92 | 02,00 | 02,06 | 02,07 | 01,94 | 02,01 | 02,06 | 02,25 |
| NAVARRA | 01,31 | 01,31 | 01,33 | 01,32 | 01,22 | 01,21 | 01,20 | 01,22 | 01,22 |
| PAIS VASCO | 06,57 | 06,43 | 06,14 | 05,99 | 05,87 | 05,12 | 05,09 | 05,43 | 05,04 |
| LA RIOJA | 00,68 | 00,70 | 00,74 | 00,74 | 00,72 | 00,71 | 00,73 | 00,73 | 00,76 |
| CEUTA | 00,16 | 00,14 | 00,14 | 00,15 | 00,16 | 00,15 | 00,15 | 00,14 | 00,15 |
| MELILLA | 00,11 | 00,10 | 00,11 | 00,11 | 00,11 | 00,12 | 00,12 | 00,12 | 00,13 |
| TOTAL | 100 | 100 | 100 | 100 | 100 | 100 | 100 | 100 | 100 |

Tabla 3b

| | 1.988 | 1.989 | 1.990 | 1.991 | 1.992 | 1.993 | A.E.S. | M.G. | MMA(6) |
|---------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|--------|-------|--------|
| ANDALUCIA | 16,92 | 16,81 | 16,88 | 16,99 | 17,01 | 17,26 | 17,09 | 15,00 | 16,98 |
| ARAGON | 03,20 | 03,05 | 03,06 | 03,03 | 03,05 | 02,95 | 03,00 | 03,08 | 03,06 |
| ASTURIAS | 02,69 | 02,61 | 02,62 | 02,58 | 02,53 | 02,52 | 02,54 | 02,56 | 02,59 |
| BALEARES | 02,36 | 02,39 | 02,31 | 02,27 | 02,28 | 02,34 | 02,32 | 02,81 | 02,33 |
| CANARIAS | 03,74 | 03,83 | 03,91 | 04,03 | 04,00 | 03,84 | 03,90 | 03,43 | 03,89 |
| CANTABRIA | 01,33 | 01,26 | 01,26 | 01,26 | 01,26 | 01,24 | 01,25 | 01,27 | 01,27 |
| CAST. LEON | 06,24 | 06,14 | 06,13 | 06,13 | 06,16 | 06,12 | 06,13 | 05,91 | 06,15 |
| CAST. MANCHA | 04,05 | 04,00 | 04,02 | 04,08 | 04,19 | 04,25 | 04,18 | 03,58 | 04,10 |
| CATALUÑA | 16,39 | 16,71 | 16,73 | 16,70 | 16,73 | 16,66 | 16,71 | 18,77 | 16,65 |
| C. VALENCIANA | 10,23 | 10,18 | 10,21 | 10,27 | 10,27 | 10,20 | 10,22 | 10,02 | 10,23 |
| EXTREMADURA | 02,45 | 02,47 | 02,47 | 02,46 | 02,46 | 02,48 | 02,46 | 02,04 | 02,47 |
| GALICIA | 06,37 | 06,11 | 06,21 | 06,18 | 06,19 | 06,21 | 06,19 | 05,66 | 06,21 |
| C. MADRID | 13,80 | 13,94 | 13,83 | 13,76 | 13,72 | 13,79 | 13,83 | 15,75 | 13,81 |
| MURCIA | 02,25 | 02,71 | 02,72 | 02,75 | 02,72 | 02,72 | 02,71 | 02,27 | 02,65 |
| NAVARRA | 01,43 | 01,35 | 01,35 | 01,37 | 01,34 | 01,38 | 01,36 | 01,30 | 01,37 |
| PAIS VASCO | 05,55 | 05,45 | 05,31 | 05,16 | 05,12 | 05,06 | 05,13 | 05,56 | 05,28 |
| LA RIOJA | 00,70 | 00,67 | 00,67 | 00,66 | 00,65 | 00,66 | 00,66 | 00,70 | 00,67 |

| | 1.988 | 1.989 | 1.990 | 1.991 | 1.992 | 1.993 | A.E.S. | M.G. | MMA(6) |
|---------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|--------|-------|--------|
| CEUTA | 00,17 | 00,17 | 00,18 | 00,18 | 00,18 | 00,17 | 00,17 | 00,16 | 00,18 |
| MELILLA | 00,13 | 00,15 | 00,14 | 00,14 | 00,14 | 00,14 | 00,14 | 00,12 | 00,14 |
| TOTAL | 100 | 100 | 100 | 100 | 100 | 100 | 100 | 100 | 100 |

EVOLUCION I.C.C.2

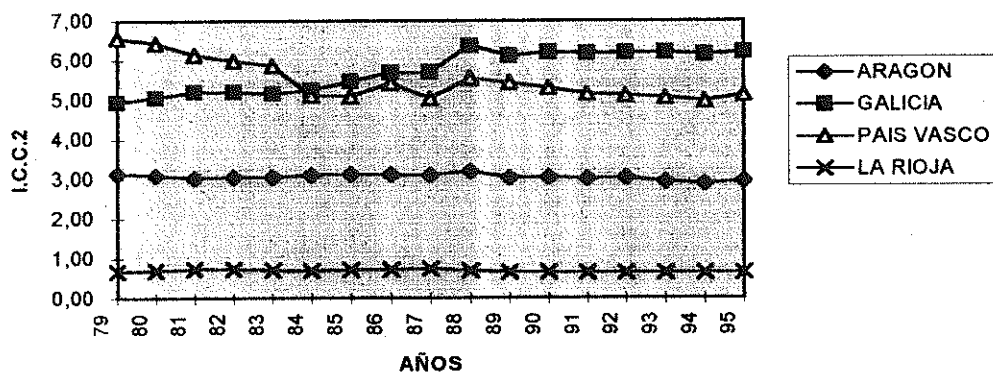


Gráfico 1

EVOLUCION I.C.C.2

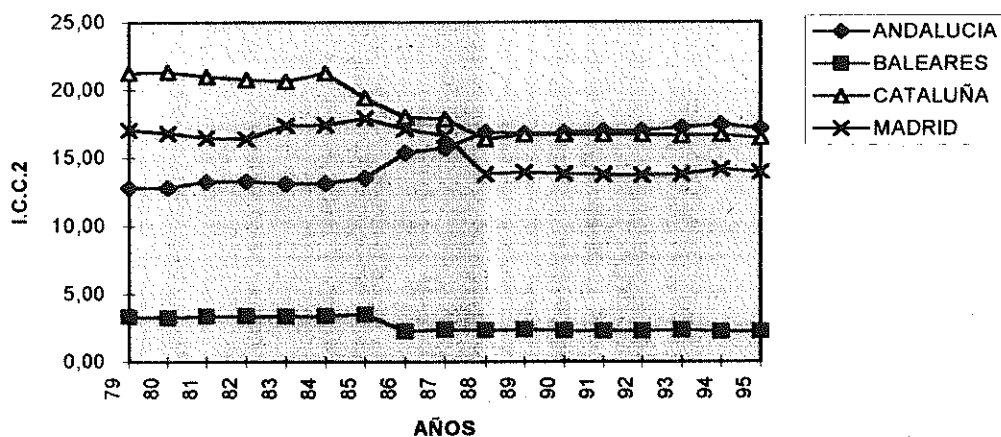


Gráfico 2

A la hora de elegir las series de datos, se intentó conservar el mayor número de las series empleadas en el A.M.E. y remplazar las que no se encuentren en el Anuario Estadístico del I.N.E. por otras fuertemente relacionadas.

Las series utilizadas para el cálculo de los nuevos ICC2 son las siguientes:

- a) Población de hecho.
- b) Número de matrimonios celebrados.
- c) Número de nacidos vivos.
- d') Número de automóviles de turismo matriculados.
- e') Gasto anual en mobiliario.
- f') Número de líneas telefónicas.
- g') Plazas en hoteles y hostales.
- h') Viviendas construidas.

Se ha efectuado un análisis de la correlación existente entre los datos utilizados en 1.993 para las series d), f), h) y los correspondientes al mismo año de las d'), f'), h'), se han calculado las rectas de regresión y se han utilizado para el cálculo de las nuevas ponderaciones obteniéndose los siguientes resultados. Puede comprobarse que el grado de correlación es muy fuerte en las series que tienen mayor ponderación.

Tabla 4

| SERIES | COEFICIENTE DE DETERMINACION | PONDERACION ANTIGUA | PONDERACION NUEVA |
|----------|------------------------------|---------------------|-------------------|
| d) y d') | 0,989017 | 98/622 | 93/635 |
| f) y f') | 0,999680 | 93/622 | 94/635 |
| h) y h') | 0,778387 | 27/622 | 44/635 |

Anteriormente hemos comentado que la serie g) pasó a formar parte del Índice Turístico, nosotros la mantenemos, no para el cálculo del ICC general, sino para el específico, como veremos posteriormente. Por lo que respecta a la serie e) consumo doméstico de energía eléctrica, se consideró sustituirla en un principio por el gasto anual en vivienda (grupo 3 de gasto de la Encuesta de Presupuestos Familiares, que contiene como subgrupo 3.2 el gasto en calefacción y alumbrado). A partir de la E.P.F., que proporciona los gastos anuales medios por hogar para cada grupo de gasto y el gasto total anual de todos los grupos, se elaboraron los gastos totales anuales por grupos, para cada comunidad y se calculó el coeficiente de discriminación de Ivanovic para los 9 grupos de gasto, con los últimos datos de la E.P.F. publicados, y a la vista de los resultados, que se muestran en la Tabla 5, se observó que el grupo 3 tenía un bajo poder discriminante (0,3138) y se pensó en sustituir la serie e) por una combinación lineal convexa del mencionado grupo y el que mayor poder discriminante tuviera de los grupos asociados a bienes del tipo 2 (no altamente especializados) que son el objeto del presente estudio.

Tabla 5

| GRUPO DE GASTO DE LA E.P.F. | COEFICIENTE DE IVANOVIC |
|--------------------------------------|-------------------------|
| 1.- ALIMENTOS, BEBIDAS Y TABACO | 0,1831 |
| 2.- VESTIDO Y CALZADO | 0,5371 |
| 3.- VIVIENDA | 0,3138 |
| 4.- MUEBLES, ART. MOBILIARIO, MENAJE | 0,8010 |
| 5.- SERVICIOS MEDICOS Y SANITARIOS | 1,2171 |
| 6.- TRANSPORTE Y COMUNICACIONES | 0,4717 |
| 7.- ESPARCIMIENTO Y CULTURA | 0,8710 |
| 8.- OTROS BIENES Y SERVICIOS | 0,4610 |
| 9.- OTROS GASTOS | 0,9294 |

Para bienes de tipo 2 consideramos que el grupo 4, que se adapta al tipo de artículo considerado y tiene un poder discriminante aceptable, debería ser el elegido ya que los grupos 5 y 7, que presentan un mayor coeficiente, son más propios de bienes más especializados o que dependen en gran medida de las condiciones socio-económicas de la población (seguros médicos, medicinas, aparatos ortopédicos, libros, diarios, revistas, espectáculos, etc.), por otra parte el grupo 9 lo descartamos por ser poco representativo (3,02% del gasto total) y por la heterogeneidad de los bienes que incluye.

Para determinar los coeficientes de la combinación lineal que formaría nuestra serie e) se calcularon los ICC2-94 con las series elegidas y las ponderaciones siguientes:

Para las series a), b), c), e) análogas a las que se emplearon en el A.M.E. para 1.993 (estables en los últimos años), para las d), f), h) las expuestas en la Tabla 4. Se hicieron variar los coeficientes de la combinación de décima en décima y se calculó, para cada ICC2-94 que se obtenía, el coeficiente de asociación de Florence respecto a las predicciones mediante A.E.S. y MMA(6) reflejadas en la tabla 3b, obteniéndose los siguientes resultados:

Tabla 6

| PONDERACION DEL GASTO EN VIVIENDA | PONDERACION DEL GASTO EN MOBILIARIO | COEFICIENTE FLORENCE AES | COEFICIENTE FLORENCE MMA(6) |
|---|---|--------------------------------|-----------------------------------|
| 1,00 | 0,00 | 0,9837 | 0,9822 |
| 0,90 | 0,10 | 0,9844 | 0,9828 |
| 0,80 | 0,20 | 0,9851 | 0,9835 |
| 0,70 | 0,30 | 0,9858 | 0,9841 |
| 0,60 | 0,40 | 0,9866 | 0,9848 |
| 0,50 | 0,50 | 0,9873 | 0,9854 |
| 0,40 | 0,60 | 0,9880 | 0,9860 |
| 0,30 | 0,70 | 0,9886 | 0,9867 |
| 0,20 | 0,80 | 0,9893 | 0,9873 |
| 0,10 | 0,90 | 0,9898 | 0,9878 |
| 0,00 | 1,00 | 0,9902 | 0,9882 |

| PONDERACION DEL GASTO EN VIVIENDA | PONDERACION DEL GASTO EN MOBILIARIO | COEFICIENTE FLORENCE AES | COEFICIENTE FLORENCE MMA(6) |
|---|---|--------------------------------|-----------------------------------|
| MAXIMO | | 0,9902 | 0,9882 |

Se ve claramente que el mayor grado de asociación, con ambas predicciones, se obtiene para valores 0 y 1 de los coeficientes para los gastos en vivienda y mobiliario respectivamente, lo cual nos llevó a tomar en consideración únicamente el gasto en mobiliario como serie e').

En la Tabla 7 se presentan las series seleccionadas para el cálculo de los ICC2 generales, así como las ponderaciones consideradas.

Tabla 7

| SERIES SELECCIONADAS | PONDERACIONES |
|--|---------------|
| a) Población de hecho. | 100/635 |
| b) Número de matrimonios celebrados. | 102/635 |
| c) Número de nacidos vivos. | 102/635 |
| d) Número de automóviles turismo matriculados. | 93/635 |
| e) Gasto anual en mobiliario. | 100/635 |
| f) Número de líneas telefónicas. | 94/635 |
| h) Viviendas construidas. | 44/635 |

Con la metodología anteriormente expuesta, se ha procedido a calcular los ICC2 generales para los años 1.994 y 1.995, utilizando el Anuario Estadístico de 1.993 y el avance para 1.994, que pueden servir de punto de partida para los índices específicos de los años 1.995 y 1.996, respectivamente. Los correspondientes al sector comentado en el apartado segundo y para la empresa referida en él, se han construido a partir de ellos sustituyendo el Índice Turístico por la serie g') número de plazas en hoteles y hostales y elaborando un índice complejo ponderado con los ICC2 generales, el nuevo Índice Turístico y un indicador propio fruto de la experiencia de la propia empresa en el sector. Para el cálculo de este índice específico que denotaremos por IECC-95 las ponderaciones utilizadas han sido las mismas que las que la empresa empleaba anteriormente.

Presentamos estos índices calculados conjuntamente con los de los seis años anteriores publicados por el A.M.E. Puede observarse que la nueva serie obtenida es homogénea y que nos se han producido cambios bruscos en ninguna zona geográfica. En cualquier caso los cambios habidos son mucho menos acusados que los que se produjeron en el periodo 1.985 - 1.988, en los índices anteriores, cuando se modificó el criterio en las ponderaciones. También incluimos el índice específico IECC-94, comparándolo con el del año 1.993.

Tabla 8

| | ICC2 SEGUN EL A.M.E. | | | | | | ICC2 NUEVO METODO | | | |
|---------------|----------------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------------------|-------|--------|--------|
| | 1.988 | 1.989 | 1.990 | 1.991 | 1.992 | 1.993 | 1.994 | 1.995 | IECC93 | IECC94 |
| ANDALUCIA | 16,92 | 16,81 | 16,88 | 16,99 | 17,01 | 17,26 | 17,46 | 17,18 | 13,96 | 14,80 |
| ARAGON | 03,20 | 03,05 | 03,06 | 03,03 | 03,05 | 02,95 | 02,90 | 02,96 | 03,61 | 03,66 |
| ASTURIAS | 02,69 | 02,61 | 02,62 | 02,58 | 02,53 | 02,52 | 02,57 | 02,57 | 02,86 | 02,54 |
| BALEARES | 02,36 | 02,39 | 02,31 | 02,27 | 02,28 | 02,34 | 02,24 | 02,22 | 04,43 | 04,82 |
| CANARIAS | 03,74 | 03,83 | 03,91 | 04,03 | 04,00 | 03,84 | 03,88 | 03,81 | 06,07 | 05,44 |
| CANTABRIA | 01,33 | 01,26 | 01,26 | 01,26 | 01,26 | 01,24 | 01,19 | 01,20 | 01,02 | 00,94 |
| CAST. LEON | 06,24 | 06,14 | 06,13 | 06,13 | 06,16 | 06,12 | 05,81 | 05,96 | 05,53 | 05,15 |
| CAST. MANCHA | 04,05 | 04,00 | 04,02 | 04,08 | 04,19 | 04,25 | 04,05 | 04,28 | 04,04 | 04,99 |
| CATALUÑA | 16,39 | 16,71 | 16,73 | 16,70 | 16,73 | 16,66 | 16,70 | 16,46 | 19,20 | 18,88 |
| C. VALENCIANA | 10,23 | 10,18 | 10,21 | 10,27 | 10,27 | 10,20 | 10,26 | 10,30 | 08,31 | 08,33 |
| EXTREMADURA | 02,45 | 02,47 | 02,47 | 02,46 | 02,46 | 02,48 | 02,41 | 02,45 | 01,76 | 01,69 |
| GALICIA | 06,37 | 06,11 | 06,21 | 06,18 | 06,19 | 06,21 | 06,15 | 06,20 | 05,49 | 04,94 |
| C. MADRID | 13,80 | 13,94 | 13,83 | 13,76 | 13,72 | 13,79 | 14,18 | 13,96 | 13,05 | 13,24 |
| MURCIA | 02,25 | 02,71 | 02,72 | 02,75 | 02,72 | 02,72 | 02,72 | 02,73 | 01,88 | 01,87 |
| NAVARRA | 01,43 | 01,35 | 01,35 | 01,37 | 01,34 | 01,38 | 01,47 | 01,56 | 01,92 | 01,83 |
| PAIS VASCO | 05,55 | 05,45 | 05,31 | 05,16 | 05,12 | 05,06 | 04,97 | 05,13 | 05,72 | 05,72 |
| LA RIOJA | 00,70 | 00,67 | 00,67 | 00,66 | 00,65 | 00,66 | 00,65 | 00,66 | 00,90 | 00,88 |
| CEUTA | 00,17 | 00,17 | 00,18 | 00,18 | 00,18 | 00,17 | 00,20 | 00,19 | 00,13 | 00,14 |
| MELILLA | 00,13 | 00,15 | 00,14 | 00,14 | 00,14 | 00,14 | 00,17 | 00,19 | 00,13 | 00,13 |
| TOTAL | 100 | 100 | 100 | 100 | 100 | 100 | 100 | 100 | 100 | 100 |

Los IECC-94, que han servido a la mencionada empresa para fijar los objetivos comerciales del año 1.995, se han comparado con la facturación del primer cuatrimestre, obteniéndose un coeficiente de asociación de Florence del 0,9429, que consideramos altamente satisfactorio.

4. CONCLUSIONES

En este trabajo se han comparado los Indices de Capacidad de Compra con datos reales y se ha comprobado la bondad de los mismos tanto por su poder discriminante entre las distintas zonas geográficas, como por su alto grado de asociación con la distribución proporcional de las ventas.

Se ha resuelto la problemática planteada, al no haberse publicado el Anuario del Mercado Español del año 1.994, que presentaba los Indices de Capacidad de Compra, con el perjuicio que puede ocasionar para las empresas que fijan sus objetivos comerciales basándose en ellos, construyendo unos nuevos que se adaptan perfectamente a los anteriores, constituyendo una serie homogénea válida para cualquier empresa, como indicador de tipo general.

En la metodología desarrollada se sugieren ideas para la construcción de índices específicos, que tienen dos tipos de componentes: objetivos, que dependen del índice general y del sectorial seleccionado y subjetivos que dependen de la empresa en particular.

6. BIBLIOGRAFIA

BANESTO (1.985 A 1.993): *Anuario del Mercado Español*. Madrid.

I.N.E. (1.992, 1.993, 1.994): *España. Anuario Estadístico*. Madrid

I.N.E (1.994): *Avance del Anuario Estadístico 1.994*. Madrid.

MARTIN-GUZMAN M.P.; MARTIN PLIEGO F.J. (1.987): *Curso Básico de Estadística Económica*. Ed. AC. Madrid

ZARZOSA ESPINA P. (1.994): *El criterio de discriminación en la selección de indicadores de bienestar. Análisis del coeficiente de discriminación de Ivanovic*. Estudios de Economía Aplicada, 2, 7, 169-185.

META-ANÁLISIS: COMBINACIÓN DE P VALORES

AGUSTÍN MUÑOZ VÁZQUEZ
M^a VIRTUDES ALBA FERNÁNDEZ
NURIA RUIZ FUENTES
F.C.S. y J. Universidad de Jaén.

1. INTRODUCCIÓN

Una de las características del conocimiento científico es su carácter acumulativo, por esta razón, al inicio de cualquier investigación es habitual realizar una revisión de otros estudios anteriores sobre el tema que nos interesa, con el fin de conocer el estado actual de conocimientos.

Tradicionalmente, estas revisiones se han llevado a cabo según el procedimiento llamado "cualitativo" o "narrativo", realizado por varios investigadores más o menos expertos en el área concreta.

Sin embargo, en los últimos años este tipo de revisiones se han visto ampliamente criticadas, principalmente por carecer de metodología para este tipo de procedimientos y su carácter subjetivo en cuanto a las conclusiones. Esto, unido a la dificultad añadida del creciente aumento de publicaciones científicas, ha provocado al interés por la búsqueda de otro tipo de procedimiento de revisión de la literatura científica con mayor rigor metodológico.

Para ello se han adaptado técnicas estadísticas para sistematizar el proceso de síntesis, de la forma más objetiva posible, de las investigaciones previas.

A este conjunto de procedimientos cuantitativos de revisión se les ha dado, en su conjunto, el nombre de META-ANÁLISIS, este término fue introducido por Gene Glass para dar nombre a un procedimiento peculiar de revisión de la literatura científica en un tema determinado (Glass, 1976); lo definió como "*El análisis de los resultados de análisis estadísticos con el propósito de extraer conclusiones generales sobre un área determinada*", es por tanto, un "*análisis de análisis*" que está caracterizado por dos elementos esenciales. Por un lado es un procedimiento cuantitativo para evaluar los resultados obtenidos desde diferentes estudios; y por otro lado, proporciona un índice global de la consistencia de los hallazgos encontrados en un campo concreto de investigación.

Desde la introducción de este término el uso de métodos estadísticos para combinar los resultados de varios estudios sobre una misma área de investigación se ha generalizado a la mayoría de las ciencias.

Entre las medidas más utilizadas para cuantificar los resultados obtenidos de un estudio en una misma escala se encuentran el nivel de significación y el tamaño del efecto.

Aunque ambas medidas están relacionadas, proporcionan diferente información: por un lado el nivel de significación informa sobre si los resultados obtenidos han ocurrido por azar, indicando el grado de probabilidad de alcanzar un resultado como el obtenido, o mayor, si la hipótesis nula es cierta, mientras que por otro lado, el tamaño del efecto indica la intensidad de la relación o del efecto de interés.

De ahí, que hayan surgido dos metodologías de trabajo paralelas. Una se refiere a la combinación de test de hipótesis y la otra a la combinación de estimaciones del efecto del tratamiento.

En este trabajo nos ocuparemos de la metodología a seguir para combinar tests de hipótesis independientes.

2. COMBINACIÓN DE P VALORES

El test estadístico que combina los resultados de varios tests independientes, también llamado test ómnibus, no dependen del tipo de datos o de la distribución estadística de dichos datos, sino que se basa en que bajo la hipótesis nula, cada p valor esta uniformemente distribuido entre 0 y 1.

Consideremos una colección de k estudios independientes caracterizados por parámetros $\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_k$ que pueden ser medias, diferencias de medias, correlaciones entre variables, etc,... y consideremos el estadístico test continuo T_i asociado al i-ésimo estudio para contrastar la hipótesis nula

$$H_{0i}: \theta_i = 0, \quad i=1, 2, \dots, k$$

donde grandes valores del estadístico test hacen rechazar la hipótesis nula.

Las hipótesis $H_{01}, H_{02}, \dots, H_{0k}$ no necesariamente deben tener el mismo significado ni los estadísticos T_1, T_2, \dots, T_k tienen porque tener una forma parecida. El test combinado tiene como hipótesis nula que todos los θ_i son cero

$$H_0: \theta_1 = \theta_2 = \dots = \theta_k = 0$$

donde la hipótesis nula H_0 sólo es cierta si cada subhipótesis H_{0i} es cierta.

El p valor a una cola asociado al i-ésimo estudio es:

$$p_i = P[T_i > t_{i0} \mid \theta_i = 0]$$

donde t_{i0} es el valor del estadístico T_i en la muestra del i-ésimo estudio. Si H_0 es cierta, p está distribuida uniformemente en el intervalo $[0, 1]$.

Los principales métodos para combinar los p valores de k estudios independientes son:

2.1. MÉTODO DEL P MÍNIMO

Fué propuesto por Tippett (1931), quien indicó que si p_1, p_2, \dots, p_k eran p valores independientes asociados a k test estadísticos continuos, entonces cada uno tiene una distribución uniforme bajo H_0 .

Así, si $p_{[1]}$ es el valor más pequeño de entre los p_1, p_2, \dots, p_k o equivalentemente, $p_{[1]} = \min\{p_1, p_2, \dots, p_k\}$, se obtiene un test para contrastar H_0 al nivel α comparando $p_{[1]}$ con $1 - (1 - \alpha)^{1/k}$. Este test rechaza H_0 si $p_{[1]} < 1 - (1 - \alpha)^{1/k}$.

2.2. MÉTODO DE LA CHI-CUADRADO INVERSA

Tal vez el procedimiento usado de forma más general es el propuesto por Fisher (1932). Dados k estudios independientes y sus k p valores asociados p_1, p_2, \dots, p_k , el procedimiento de Fisher usa el producto $p_1 \cdot p_2 \cdots p_k$ para combinar los k p valores.

La idea de utilizar el producto de los p valores es la de usar la conexión existente entre la distribución uniforme y la chi-cuadrado, esto es, cuando H_0 es cierta, $-2 \log p_i$ sigue una distribución chi-cuadrado con 2 grados de libertad. Además, como la suma de variables χ^2 independientes es también una variable χ^2 , se obtiene que si H_0 es cierta, entonces

$$-2 \sum_{i=1}^k \log p_i \rightarrow \chi_{2k}^2$$

El test rechaza H_0 si,

$$P = -2 \sum_{i=1}^k \log(p_i) \geq C$$

donde el valor crítico C se obtiene de la cola superior de una chi-cuadrado con 2k grados de libertad al nivel α de interés.

2.3. MÉTODO DE LA NORMAL INVERSA

Otro procedimiento para combinar p valores es el método de la normal inversa propuesto por Stouffer, Suchman, De Vinney, Star y Williams (1949). Este procedimiento implica transformar cada p valor en su correspondiente cuantil z, es decir, definimos z como $Z = \Phi^{-1}(p)$ donde $\Phi(x)$ es la función de distribución de la normal tipificada.

Una vez obtenidos todos los z_i , los promediamos de forma que si H_0 es cierta, el estadístico

$$Z = \frac{z_1 + z_2 + \dots + z_k}{\sqrt{k}} \rightarrow N(0, 1)$$

con lo que H_0 se rechaza si Z excede del valor crítico apropiado a dos colas de la normal tipificada según el nivel α elegido.

2.4. MÉTODO LOGIT

Otro método para combinar k p valores independientes p_1, p_2, \dots, p_k fue el sugerido por George (1977) e investigado posteriormente por Mudholkar y George (1979). El método implica transformar cada p valor en un logit, es decir, obtener $\log\left(\frac{p}{1-p}\right)$ para posteriormente combinar los logits para obtener el estadístico

$$L = \log\left(\frac{p_1}{1-p_1}\right) + \log\left(\frac{p_2}{1-p_2}\right) + \dots + \log\left(\frac{p_k}{1-p_k}\right)$$

La distribución exacta de L no es simple, pero cuando H_0 es cierta, George y Mudholkar mostraron que la distribución de L , salvo una constante, puede ser aproximada por una distribución t de Student con $5k+4$ grados de libertad.

El test que se obtiene usando el estadístico logit rechaza H_0 si

$$L^* = |L| \sqrt{\frac{3(5k+4)}{k\pi^2(5k+2)}} > C$$

donde C es el valor crítico que se obtiene a partir de la distribución t de Student con $5k+4$ grados de libertad.

Para grandes valores de k , $\sqrt{3(5k+4)/\pi^2(5k+2)} \approx 0.55$, con lo que se tiene que $L^* \approx (0.55/\sqrt{k})L$.

3. PVALOR: UN PROGRAMA PARA COMBINAR P VALORES

P VALOR es un programa realizado en QuickBasic con el objeto de realizar los cálculos necesarios para la aplicación de los cuatro métodos propuestos para combinar p valores obtenidos de un conjunto de k estudios independientes, con el objetivo de extraer conclusiones generales sobre la hipótesis nula combinada.

El programa se puede ejecutar directamente y está estructurado a través de menús. El menú principal ofrece la posibilidad de elegir un método concreto o la ejecución de todos los métodos directamente. Después de ejecutar cada método se puede volver al menú principal y/o salir del programa.

Elegido el método del p mínimo o de la normal inversa, el programa permite utilizar cualquier nivel de significación α así como cambiar α tantas veces como se quiera. Por el contrario para el método logit y de la chi-cuadrado inversa el programa utiliza los valores más usuales de α , esto es, 0.05 y 0.01.

Respecto a la entrada y salida de datos, los datos de entrada se pueden introducir por teclado o a través de un fichero de datos ya definido anteriormente y al cambiar de opción elegida del menú principal, el programa permite mantener los actuales datos o cambiarlos por unos nuevos.

Por otro lado, la salida de cada método elegido individualmente se presenta por pantalla, pero si se elige la opción de ejecutar todos los métodos, se ofrece la posibilidad de almacenar los resultados en un fichero y presentar la tabla de datos intermedios necesarios en cada método, por pantalla o por impresora.

El programa estará disponible para todos los interesados en el momento de la presentación de la comunicación o dirigiéndose a los autores.

EJEMPLO:

Se desea analizar los resultados obtenidos de 10 estudios independientes que estudian la diferencia existente entre el hombre y la mujer respecto a la conformidad, utilizando en cada estudio un conjunto de normas determinadas.

La hipótesis nula de cada estudio es que no hay diferencia respecto a la conformidad en los sexos, la hipótesis nula combinada será que ninguno de los 10 estudios presenta una diferencia en los sexos respecto a la conformidad. La hipótesis alternativa combinada es relevante debido a que si existe una diferencia respecto a la conformidad en los sexos, puede esperarse que se refleje un mayor grado de conformidad en las mujeres que en los hombres. Esta diferencia se mostrará en un mayor valor del estadístico t y un menor p valor asociado a una cola.

Los p valores de los 10 estudios son 0.0029, 0.0510, 0.6310, 0.9783, 0.0034, 0.0305, 0.0341, 0.0367, 0.9740, 0.3517.

El programa presenta una salida por pantalla o por impresora como sigue:

| | p | -2·lnp | logit | cuantil z |
|--------|------------|-----------|-------|-----------|
| 0.0029 | 11.68609 | -5.84014 | -2.76 | |
| 0.051 | 5.951859 | -2.923583 | -2.71 | |
| 0.631 | 0.9208989 | 0.5365092 | -1.88 | |
| 0.9783 | 4.3877E-02 | 3.808503 | -1.83 | |
| 0.0034 | 11.36796 | -5.680574 | -1.79 | |
| 0.0305 | 6.980057 | -3.459054 | -1.64 | |
| 0.0341 | 6.756916 | -3.343763 | -0.39 | |
| 0.0367 | 6.609957 | -3.267588 | 0.34 | |
| 0.974 | 0.052688 | 3.623314 | 1.95 | |
| 0.3517 | 2.089953 | -0.611575 | 2.02 | |

$p_{[1]}=0.0029$ $C=52.46026$ $L=3.048396$ $M=-2.748019$

$p_{[1]}$, C, L y M son los valores del estadístico de contraste para los métodos del p mínimo, chi-cuadrado inversa, logit y de la normal inversa respectivamente.

4. BIBLIOGRAFIA

FISHER, R. A. (1932). *Statistical Methods for Research Workers (4ª Ed)*. Oliver and Boyd, London.

GLASS, G. V. (1976). *Primary, Secondary, and Meta-Analysis of Research*. Educational Research, 5, 3-8.

STOUFFER, S. A.; SUCHMAN, E. A.; DEVINNEY, L. C.; STAR, S. A. & WILLIAMS, R.M. (1949). *The American Soldier, Volume 1. Adjustment during Army Life*. University Press, Princeton.

HEDGES, L.V. (1992). "Meta-Analysis". *Journal of Educational Statistics*. Winter 1992, Vol 17, No. 4, pp 279-296.

WOLF, F.M. (1986). *"Meta-analysis: Quantitative methods for research synthesis"*. Sage publications.

PEARSON, K. (1933). "On a method of determining whether a sample of given size n supposed to have been drawn from a parent population having a known probability integral has probably been drawn at random". *Biometrika*, 25, 379-410.

MUDHOLKAR, G.S. Y GEORGE, E. O. (1979). "The logit method for combining probabilities". In J. Rustagi. *Symposium on optimizing methods in statistics*, pp. 345-366. New York: Academic Press.

GLASS, G.V. (1978). "Integrating findings: The meta-analysis of research". *Review of research in education*, 5, 351-379, Itasca, IL: F.E. Peacock.

MEDICIÓN DE LA CALIDAD EN LA PRESENTACIÓN DE SERVICIOS PERSONALES

Carlos MURILLO FORT

Facultad de Ciencias EE. y EE.

Universidad Pompeu Fabra

Carmen SAURINA CANALS

Estudios de Ciencias EE. y EE.

Universidad de Gijón

El objetivo principal de esta comunicación es destacar la importancia creciente de la medición de la calidad en el sector servicios y presentar una visión panorámica de los principales problemas que debemos resolver para conseguir implantar una metodología útil que sea capaz de medir y evaluar dicha calidad.

La revisión de la literatura especializada, a que se refiere la comunicación, no pretende ser una revisión exhaustiva del tema, sino únicamente un recorrido iluminador de los principales puntos de vista, para poder insinuar una metodología capaz de implantar un proceso de medida y evaluación de la calidad con la correspondiente metodología de validación de los instrumentos de medida utilizados.

1. INTRODUCCIÓN

La preocupación por la calidad surge en el siglo XIX como una necesidad asociada a la fabricación en masa de los productos industriales y ha sufrido enormes variaciones tanto en su significado como en los métodos de evaluación y medición de la misma.

La idea primaria de calidad se entendía como la etapa de inspección del producto final, a fin de asegurar que los productos que no cumplían los estándares reclamados por el mercado no llegaran a él. Esta etapa consistía básicamente en separar los productos defectuosos de los aptos para la venta. El coste en materias primas y en factor humano era muy elevado.

A principio del siglo XX empezó a introducirse el término control de calidad que indicaba un cambio importante tanto en la concepción como en la aplicación, de las medidas para asegurar la calidad. G.S. Radford (1917) fué el primero que introdujo el término, a modo de sinónimo de la prevención de defectos. La fuerza de la acción dejó de dirigirse al producto final para dirigirse a los distintos procesos de fabricación con la finalidad de detectar errores o defectos, corregirlos y evitar llegar al producto final deteriorado.

La metodología que permitió ejercer esa detección y control de errores fué la metodología estadística y su meta era conseguir “cero defectos”. Durante los años 40-50 se generó una verdadera ola de entusiasmo en favor de los procedimientos estadísticos cuantitativos de control.

El catalizador que permitió extender a las industrias, principalmente a las de los EEUU, el proceso de control de calidad fué la segunda guerra mundial. La necesidad de producir artículos de guerra en gran cantidad y a bajo coste posibilitó la elaboración de normas generales, las primeras de las cuales fueron las llamadas Z-1.

Europa también entró en juego, gracias principalmente al trabajo estadístico de E.S. Pearson, y lo concretó en las normas británicas 600 elaboradas en 1935.

Por su parte, Japón intentó incorporar las normas británicas pero fracasó en el intento y tuvo que esperar hasta mayo de 1946, fecha en que las tropas americanas desembarcadas en la isla transfirieron a la industria japonesa su metodología.

El GICC (Grupo de Investigación en el Control de Calidad) constituido en 1949 a partir de la institución privada UCIJ (Unión de Científicos e Ingenieros Japoneses) se dió cuenta en el primer curso que organizó, (septiembre de 1949) que a diferencia de otras disciplinas, en el caso del control de calidad y debido a la alta intervención de factores humanos y sociales no era válido importar directamente la metodología sino que era preciso adaptarla. Es a partir de este momento que empieza a generarse lo que ha venido en llamarse “el milagro japonés”, y que marca el inicio de otro cambio importante en la mentalidad y el tratamiento de la calidad.

Los pioneros del cambio de mentalidad fueron principalmente Deming y Juran. Consiguieron transmitir al pueblo japonés el concepto de control de calidad, focalizado hasta entonces en el proceso de fabricación, a un nuevo concepto de control como instrumento gerencial. A través de esta concepción más general e integradora, la calidad se contempla como la participación y el esfuerzo de todos y deja de cargar únicamente la responsabilidad a los trabajadores realizadores de los distintos procesos de fabricación. La consecución de los estándares deseados de calidad se consigue únicamente a través de esta visión de la calidad total en la que no cuenta ya solo el cumplimiento de unas normas sino que el factor humano, su motivación, su experiencia, en definitiva su implicación en el proceso, es uno de los factores clave para conseguir el objetivo pleno.

En este camino evolutivo de integración de los procedimientos de calidad en los mecanismos de funcionamiento de la empresa, como parte verdaderamente importante de su posicionamiento competitivo, no podemos olvidar el nuevo centro de interés que surge con fuerza a partir de los 90. La idea esencial puede resumirse indicando que el valor total que experimenta el cliente cuando entra en contacto con una firma es la suma de varios elementos entre los cuales, además de considerar la calidad del producto que le interesa, debemos considerar también a los procesos que le posibilitan el acceso al bien deseado. Es decir, cuando se habla de calidad ya no tiene sentido distinguir entre proceso y producto, o lo que es lo mismo, entre servicio y bien. Al evaluar la calidad de una determinada empresa deberemos tener en cuenta la globalidad de todo el procedimiento empresarial y no únicamente la calidad intrínseca del producto fabricado.

No podemos tampoco dejar de mencionar el espectacular crecimiento que se ha producido en el sector servicios, valga indicar que dicho sector empleaba en 1870 a un cuarto de la población en los países desarrollados y en 1993 absorbe los 2/3 del empleo total.

Así pues, la calidad y sus procesos de medición, evaluación y control han dejado de estar ligados únicamente a unas características físicas o al cumplimiento de unas especificaciones técnicas, para abarcar sensaciones, impresiones, satisfacciones, en definitiva características de carácter subjetivo que suponen un nuevo reto al proceso.

En el cuadro 1 podemos ver un resumen de la evolución histórica de la evaluación y control de la calidad en el mundo empresarial a través de sus distintas fases.

(Cuadro 1

- | |
|---|
| 1.- FASE DE INSPECCIÓN- <i>Objetivo: Producto Final Correcto</i> 2.- FASE DEL PROCESO DE FABRICACIÓN- <i>Objetivo: Cero Defectos</i> 3.- FASE DE DESARROLLO, DISEÑO, PLANIFICACIÓN- <i>Objetivo: Calidad Total</i> 4.- INCORPORACIÓN DEL PROCESO O SERVICIO- <i>Objetivo: Calidad Global</i> |
|---|

2. EL SECTOR SERVICIOS

Las diferencias existentes entre las distintas actividades de servicios hace que no dispongamos de una definición precisa que sea útil analíticamente para su clasificación.

Se han realizado, sin embargo multitud de clasificaciones atendiendo a distintos criterios. Una de las más conocidas es la de Browning H.C. & Singelmann J.S. (1978) en la que usan criterios de destino final de los productos así como distinción entre prestación social y colectiva.

Cuadro 2

- | |
|--|
| 1.- Servicios distributivos: transporte, comercio, comunicaciones 2.- Servicios al productor: banca, seguros, inmobiliarias, servicios a las empresas 3.- Servicios sociales: medicina, educación, gobierno. 4.- Servicios personales: bares, restaurantes, reparación, ocio. |
|--|

Sea cual sea la clasificación que se use, si quedan contemplados como actividades de servicios los procesos de externalización de actividades de los sectores industriales y también las secciones de servicios existentes en toda empresa sea o no industrial: venta, atención al cliente,... el auge del sector terciario es espectacular tanto por lo que respecta a su participación en la producción como en su contribución al empleo. (A.C. Rosander 1976) (García Delgado 1993).

Además, el inicio de la liberalización del comercio de servicios en el ámbito internacional, (Gutiérrez Junquera 1993) invalida la idea que las actividades de servicios quedan relegadas al campo de las actividades improductivas, (Smith 1976) y las sitúa de lleno en el reto de la competitividad. La calidad es un punto esencial para conseguir esa competitividad y para lograr a través de la satisfacción de los clientes que la ventaja competitiva alcanzada sea sostenible (Anderson y Sullivan 1993).

Por otro lado la heterogeneidad del sector añade complejidad a la hora de establecer mecanismos generales de evaluación y de medición de la calidad.

3. LA CALIDAD EN LAS EMPRESAS DE SERVICIOS

Aunque no podemos aislar completamente a las empresas según “fabriquen” productos (bienes) o procesos (servicios) consideramos a una empresa de servicios cuando el producto suele ser accesorio comparado con el trabajo realizado para el cliente (por ejemplo los restaurantes)

La característica de inmateriabilidad o intangibilidad (Shostack 1977), (Horovitz 1990), (Cobra 1991), (Parasuraman y Berry 1993) es la que se ha considerado como distintiva del sector servicios frente a las características físicas del producto elaborado en el sector industrial. Esta característica es la que establece las principales diferencias a la hora de medir la calidad. Sin embargo los principios y métodos para mejorar son los mismos en los servicios que en la fabricación. Difiere únicamente la aplicación real (Deming 1989).

3.1 DEFINICIÓN DE CALIDAD

Queremos centrar el concepto que nos proponemos medir. La literatura especializada ha otorgado muy distintas conceptualizaciones al término calidad.

“...bienes y servicios de calidad de acuerdo con los requisitos de los consumidores...” “... un producto de calidad que sea el más económico, el más útil y siempre satisfactorio para el consumidor...” (Kaoru Ishikawa 1986)

“...Proceso de regulación a través del cual podamos medir la calidad real, compararla con las normas y actuar sobre la diferencia...” “Aptitud para el uso, no únicamente conformidad con las especificaciones...” (J.M.Juran 1990)

“...Nivel de excelencia para satisfacer a la clientela..” (Horovitz 1990)

“...juicio de los consumidores sobre la excelencia o superioridad de un producto” (Zeithalm 1988)

“Especie de actitud, relacionada pero no equivalente a la satisfacción, como resultado de comparar expectativas y realizaciones” (Bolton & Drew 1991) (Parasuraman, Zeithalm, Berry 1988)

Sin ánimo de exhaustividad, las citas mencionadas nos permiten recoger parte de las consideraciones y problemas que debemos dilucidar antes de intentar cualquier medida de la calidad del sector servicios. Algunas de las referencias anteriores tienen el objetivo claro de medir una serie de características físicas a fin de obtener productos sujetos a unas especificaciones determinadas. En el caso de la medida de la calidad de los servicios, y a la vista de la falta de estándares objetivos claros, en la mayoría de los casos, entendemos que deberemos evaluar, un concepto más abstracto y con un claro componente subjetivo, la calidad percibida por el cliente. (Zeithalm 1988).

3.2. CONSIDERACIONES SOBRE LA CALIDAD PERCIBIDA

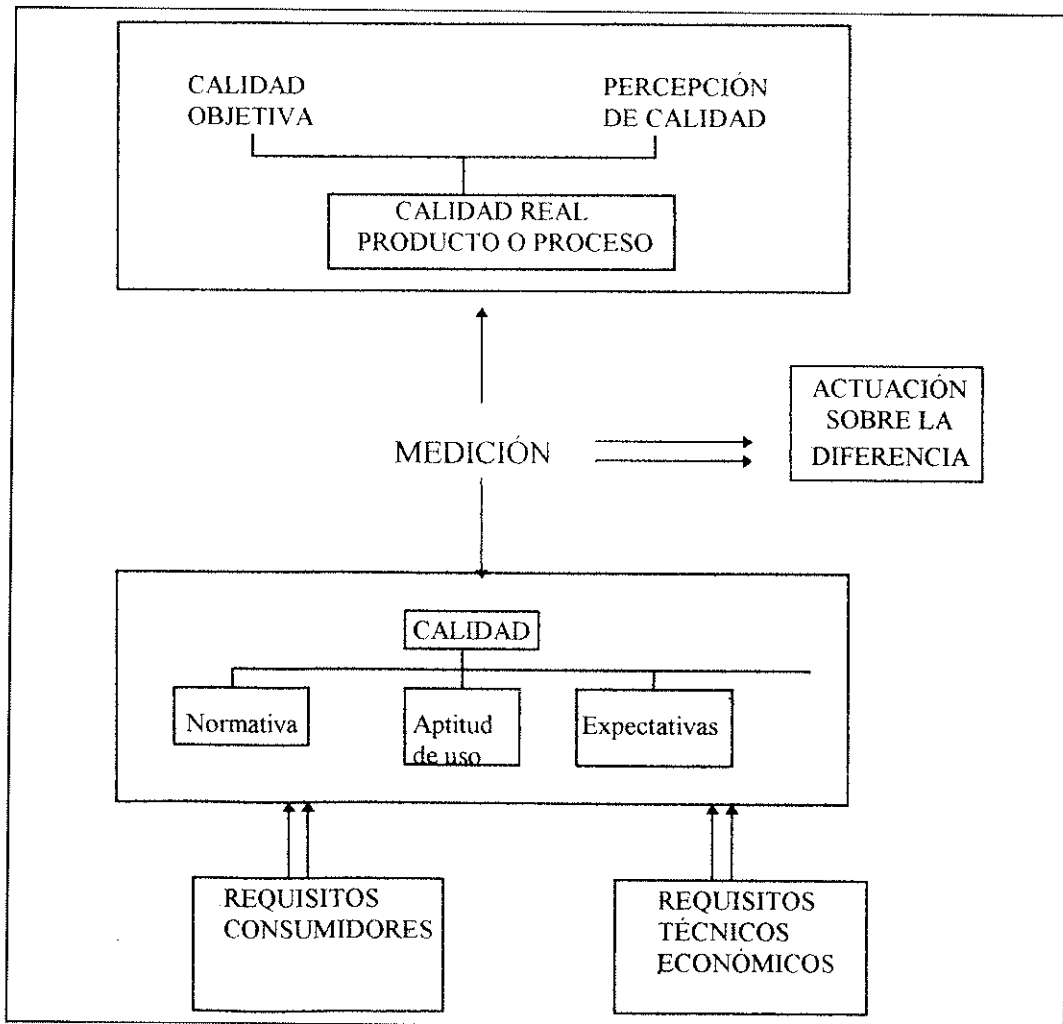
- Comparar la calidad de un producto o proceso con unas normas objetivas de calidad es esencial para poder actuar sobre la diferencia y asegurar que tenemos un producto o proceso con los estándares de calidad establecidos previamente. (normativa). En el caso de la evaluación de servicios es mucho más difícil ponerse de acuerdo o encontrar normativas específicas. Una de las posibilidades de realizar la comparación es contrastar la percepción de la realización concreta del servicio (performance) con las expectativas del consumidor (Parasuraman, Zeithaml, Berry 1985)

- Identificar una normativa de calidad con el concepto de calidad es una manera muy simplificada de expresar el concepto que, aunque no asegura por sí solo la aptitud de utilidad que incorpora Juran en su definición de calidad, puede ser útil en el sector industrial. En el caso de los servicios además, el cumplimiento de una normativa (medido a través de un proceso de control) no puede valorar de ninguna manera el concepto de percepción de la calidad.

- Los requisitos de los consumidores, sus expectativas, necesidades o gustos, no son, ni deben ser, el único elemento decisorio a la hora de establecer la normativa que fije los estándares contra los que comparar la “calidad” del producto o proceso que queremos evaluar. En el caso de medir la calidad de un servicio deberá tenerse en cuenta que, además de las medidas fácilmente cuantificables (rapidez, tiempo de espera, ...) y que podran ser evaluadas de modo paralelo a las medidas de calidad diseñadas para el producto industrial, habrá que medir cualidades mucho más subjetivas (satisfacción, confianza...), de más difícil tratamiento y que son las que conformaran la multidimensionalidad del concepto global percibido.

- Aunque se obtenga un producto o proceso que cumpla una normativa de calidad, establecida de acuerdo a los requisitos de los consumidores, no podemos asegurar que se ha logrado la satisfacción del cliente, la cual proporciona (Fornell 1992) el condicionante principal respecto el comportamiento futuro de los consumidores. Además, en el caso de evaluar servicios, y si usamos como sinónimo de calidad el de la calidad percibida, deberemos tener en cuenta todos los factores potenciales que puedan incidir en la formación de esa percepción no olvidando que los factores tendrán características cambiantes y que las expectativas sufrirán también procesos adaptativos que seran capaces de modificar estas percepciones.

Cuadro 3



Fuente: Elaboración propia

• Si apostar por la calidad es realizar una elección estratégica empresarial para conseguir posiciones competitivas, ¿cuáles son los principales factores capaces de generar las percepciones de satisfacción y de calidad?, ¿qué es lo que realmente deberíamos medir? ¿qué es lo que condiciona realmente el comportamiento futuro del consumidor respecto a la firma?

4. FACTORES CONTRIBUTIVOS A LA FORMACIÓN DE LA CALIDAD PERCIBIDA

Si la calidad percibida es la medida con que evaluaremos la calidad del sector servicios, es importante realizar unas breves consideraciones sobre cuales son los factores o atributos más influyentes en esa percepción de la calidad. De los principales estudios realizados hasta ahora, destacamos algunas de las contribuciones más significativas:

- La calidad percibida se forma a partir de atributos objetivos: precio, características físicas, marca, nivel de publicidad, ... y también a partir de las percepciones subjetivas de estos atributos: percepción del precio monetario y no monetario, reputación de la firma...(Zeithalm 1988)

- En la formación del concepto calidad percibida actual influye la percepción de la calidad formada en anteriores ocasiones (Bolton y Drew 1991)

- La calidad percibida es un concepto multidimensional que depende del diferencial existente entre las expectativas del cliente y la percepción de la realización "performance" concreta del servicio. Las dimensiones básicas de la calidad percibida son: elementos tangibles, confianza, capacidad de respuesta, seguridad y empatía (Parasuraman, Zeithaml, Berry 1985,1990)

- La satisfacción es un antecedente a la percepción de calidad (Bolton y Drew 1991) (Bitner 1990)

- La calidad percibida es un antecedente a la satisfacción (Parasuraman, Zeithalm, Berry 1985,1988), (Cronin, Taylor 1992), (Anderson, Fornell, Lehmann 1994)

- La satisfacción juega un papel que permite pasar de las percepciones existentes a priori sobre la calidad, a la formación de las nuevas percepciones (Oliver 1980).

Es evidente que el tema no está cerrado y que uno de los centros de interés de las investigaciones sobre calidad es establecer y esclarecer el sentido de las relaciones entre los conceptos mencionados: formación de expectativas, calidad percibida, satisfacción, valoración global de calidad... También es importante saber cuales son los factores que provocan variaciones en el tiempo, tanto respecto a la formación de expectativas, como de las valoraciones mismas de calidad y de satisfacción. Asimismo es importante poder establecer posibles relaciones causales entre algunos de los conceptos mencionados y ver qué tipo de influencia tienen en el comportamiento futuro del consumidor respecto la firma.

5. METODOLOGÍA

Los indicadores de la calidad del servicio, según hemos comentado, pueden ser de dos tipos:

- 1.- Indicadores objetivos
- 2.- Indicadores subjetivos

No añadiremos ningún otro comentario sobre los indicadores objetivos ya que, al poder medir una característica y compararla con un conjunto particular de normas, nos remite a los procedimientos de control y medición de la calidad aplicados con éxito en los procesos industriales.

Sin embargo, cuando intentamos medir atributos sobre percepciones y actitudes de comportamiento deberemos utilizar la construcción de un test que nos posibilite la medida de las respuestas a las preguntas, de las que se asume que representan un determinado atributo. La calidad se medirá usando fenómenos que representen algún aspecto de su presencia o ausencia, la medida de la ausencia ha sido muy utilizada en el caso de mediciones en el sector de la salud. La medida obtenida será, por lo tanto, una medida indirecta de la calidad.

Los aspectos básicos a considerar son:

- Diseño del cuestionario

La elaboración del instrumento es esencial para la obtención de resultados que puedan ser útiles para su posterior tratamiento estadístico. Uno de los principales problemas de los tests es la utilización de escalas de respuesta discretas y ordinales, por la aparición de errores de medida correlacionados que introducen. A este respecto merece la pena indicar el esfuerzo teórico realizado al analizar la calidad de los datos de encuesta a partir de las características de las preguntas, del proceso de la recogida de las mismas y de la población sujeta a estudio, prediciendo su fiabilidad y validez. (Andrews 1984, Jöreskog 1983, Saris y Van Meurs 1990)

- Elección del modelo

Las relaciones entre las variables objeto de nuestro interés: satisfacción, calidad, comportamiento futuro (intención de compra) etc, se realizan frecuentemente a través del modelado de ecuaciones estructurales con variables latentes o de medida indirecta. La justificación del uso de este tipo de modelos se debe a su capacidad de considerar ecuaciones simultáneas entre muchas variables y a que son capaces, en buena medida, de la corrección de los errores aleatorios de medida.

Al elegir un modelo u otro de ecuaciones estructurales es muy importante la elección de las variables empíricas que nos capaciten para obtener medidas de las variables latentes o de la dimensión de calidad que queramos captar, así como qué atributos son los que señalan específicamente una dimensión y no otra, como se relacionan y como son percibidos.

- Escalas unidimensionales o multidimensionales

La elección va íntimamente ligada a como se considere el concepto de calidad que se quiera evaluar: unidimensional o multidimensional.

Un ejemplo muy desarrollado de escala multidimensional es el propuesto por Parasuraman, Zeithaml y Berry (1985). Postulan que la calidad del servicio depende de la diferencia existente (“gap”) entre las expectativas y las percepciones de la realización (“performance”) del servicio. Consideran la calidad como un fenómeno multidimensional, con diez dimensiones iniciales (elementos tangibles, confianza, capacidad de respuesta, profesionalidad, cortesía, credibilidad, seguridad, accesibilidad, comunicación y comprensión del cliente), que reducen a las cinco indicadas (elementos tangibles, confianza, capacidad de respuesta, seguridad y empatía), al analizar altas correlaciones entre los “items” que representan a las diez dimensiones iniciales.

El instrumento que hace posible la aplicación de esta metodología es el test SERVQUAL, que consta de 22 preguntas sobre expectativas y otras 22 preguntas sobre la percepción de la realización “performance”, para poder medir el gap o diferencia entre ellas. Los 22 items forman una partición de las cinco dimensiones citadas y por tanto a través de un análisis factorial se llega al concepto de calidad global percibida.

Una escala unidimensional que cuestiona directamente el instrumento SERVQUAL y que indica que la realización (“performance”) es suficiente para captar las percepciones de los consumidores sobre la calidad del servicio, es la escala SERVPERF (Cronin, Taylor 1992). SERVPERF reduce el número de items a tratar (de 44 a 22) y rechaza la idea de multidimensionalidad criticando a SERVQUAL el hecho de estar construido sobre un paradigma de satisfacción más que sobre un modelo de actitud.

Estos dos ejemplos ilustran el hecho que el desarrollo y validación de las escalas y de los modelos de medida de la calidad en el sector servicios debe seguir investigándose.

- Validación del modelo

Aunque se realice un modelado a través de ecuaciones estructurales, que, como hemos indicado, incorpora en su propia metodología procesos de corrección de errores aleatorios de medida, es imprescindible el proceso posterior de validación del modelo.

La teoría auxiliar que especifica las relaciones entre conceptos e indicadores es tan importante como la misma teoría que relaciona los conceptos. Los indicadores de calidad obtenidos deben someterse pues a los estándares de confianza (reliability) y validez (validity) como garantía a su posterior interpretación y utilización. (Carmine, Zeller 1979).

Por reliability entendemos la capacidad de replicación del modelo y por tanto nos referimos en definitiva a la estabilidad de la medida hallada. Un indicador con alta (reliability) confianza es un indicador con poco error aleatorio.

la diferencia existente (“gap”) entre las expectativas y las percepciones de la realización (“performance”) del servicio. Consideran la calidad como un fenómeno multidimensional, con diez dimensiones iniciales (elementos tangibles, confianza, capacidad de respuesta, profesionalidad, cortesía, credibilidad, seguridad, accesibilidad, comunicación y comprensión del cliente), que reducen a las cinco indicadas (elementos tangibles, confianza, capacidad de respuesta, seguridad y empatía), al analizar altas correlaciones entre los “items” que representan a las diez dimensiones iniciales.

El instrumento que hace posible la aplicación de esta metodología es el test SERVQUAL, que consta de 22 preguntas sobre expectativas y otras 22 preguntas sobre la percepción de la realización “performance”, para poder medir el gap o diferencia entre ellas. Los 22 items forman una partición de las cinco dimensiones citadas y por tanto a través de un análisis factorial se llega al concepto de calidad global percibida.

Una escala unidimensional que cuestiona directamente el instrumento SERVQUAL y que indica que la realización (“performance”) es suficiente para captar las percepciones de los consumidores sobre la calidad del servicio, es la escala SERVPERF (Cronin, Taylor 1992). SERVPERF reduce el número de items a tratar (de 44 a 22) y rechaza la idea de multidimensionalidad criticando a SERVQUAL el hecho de estar construido sobre un paradigma de satisfacción más que sobre un modelo de actitud.

Estos dos ejemplos ilustran el hecho que el desarrollo y validación de las escalas y de los modelos de medida de la calidad en el sector servicios debe seguir investigándose.

- Validación del modelo

Aunque se realice un modelado a través de ecuaciones estructurales, que, como hemos indicado, incorpora en su propia metodología procesos de corrección de errores aleatorios de medida, es imprescindible el proceso posterior de validación del modelo.

La teoría auxiliar que especifica las relaciones entre conceptos e indicadores es tan importante como la misma teoría que relaciona los conceptos. Los indicadores de calidad obtenidos deben someterse pues a los estándares de *confianza* (reliability) y *validez* (validity) como garantía a su posterior interpretación y utilización. (Carmine, Zeller 1979).

Por *reliability* entendemos la capacidad de replicación del modelo y por tanto nos referimos en definitiva a la estabilidad de la medida hallada. Un indicador con alta confianza (reliability) es un indicador con poco error aleatorio. Los métodos más usados para estimar la confianza de medidas empíricas son el del test-retest, el de la forma alternativa, el método de la mitad (split-halves method) y el de consistencia interna. Cada uno de ellos tiene sus ventajas e inconvenientes y depende de la aplicación concreta el elegir uno u otro de los métodos.

A la hora de verificar la *validez* (validity) deberemos considerar tres tipos básicos distintos:

1.- Validez de contenido

Contrasta si la medida empírica refleja un dominio específico de contenido, es decir, si cubre el contenido del concepto teórico tratado. En las ciencias sociales es difícil asegurar este tipo de validez pues inevitablemente hay que remitirse al buen juicio observando la adecuación con que el contenido ha quedado insertado en los distintos ítems del test. Las técnicas del análisis factorial son útiles para medir la validez de contenido.

2.- Validez de criterio o de patrón

Representa el grado de correspondencia entre la medida construída y la variable a evaluar. Se mide por el tamaño de la correlación entre la medida presente en el test y la medida de la variable usada como criterio o patrón.

A menudo el problema que nos encontramos en ciencias sociales y, especialmente al querer medir conceptos como el de la calidad, es en el de la falta de variables de criterio objetivas, por lo que hay que recurrir a juicios externos de expertos o a valoraciones subjetivas globales que puedan ser usados como el criterio o patrón.

3.- Validez de construcción o de concepto

Valora el buen comportamiento de una medida respecto a las expectativas teóricas. Trata la relación de las medidas empíricas con otras que son consistentes con las hipótesis teóricas que se derivan de los conceptos. Es la validez capaz de medir conceptos teóricos abstractos. Cuando nos encontramos con la ausencia de criterio o patrón con el que evaluar la validez de criterio esta validación es esencial. El análisis estadístico que nos contrasta esta validez es fundamentalmente el de correlación.

Finalmente, si disponemos de un indicador válido y de confianza deberemos ver si es también un indicador *sensible* (responsiveness), es decir, capaz de detectar diferencias si estas existen y de discriminar, en nuestro caso, los distintos niveles de calidad percibida por las distintas categorías de clientes del servicio.

6. BIBLIOGRAFIA

ANDERSON E.W., SULLIVAN M. (1989), "The antecedents and Consequences of Customer Satisfaction for Firms", *Marketing Science*, 12, 125-143.

ANDERSON E.W., FORNELL C, LEHMANN D.R. (1994), " Customer Satisfaction, Market Share, and Profitability: Findings from Sweden", *Journal of Marketing*, 58, 53-66.

ANDREWS F.M. (1984), "Construct validity and error components of survey measures" *Health survey research methods, 4th Conference*, Rockville, Maryland.

- BITNER, MARY J. (1990), "Evaluating Service Encounters: The effects of Physical Surroundings and Employee Responses", *Journal of Marketing*, 54, 69-82.
- BOLTON R.N., DREW J.H. (1991), "A Multistage Model of Customer's Assessments of Service Quality and Value", *Journal of Consumer Research*; 17, 375-384.
- BROWNING H.C. Y SINGELMANN, J.S. (1978), "The transformation of the U.S. labor force: The interaction of industry and occupation", *Politics and Society*; 8, 481-509.
- CARMINES E.G., ZELLER R.A. (1979), *Reliability and validity assessment* "Series: Quantitative Applications in the Social Sciences". Sage Publications, London.
- COBRA M., ZWARG F.A. (1991), *Marketing de Servicios*. Mc.Graw Hill. Colombia
- CRONIN J.J JR, TAYLOR S.A (1992), " Measuring Service quality: A Reexamination and Extension", *Journal of Marketing*, 56, 55-68.
- DEMING W.E. (1989), *Calidad, productividad y competitividad*. Díaz de Santos. Madrid. Título original (1982) "Out of the crisis" *Quality productivity and competitive position*. Cambridge University Press.
- FORNELL C. (1992), " A National Customer Satisfaction Barometer: The Swedish Experience", *Journal of Marketing*, 56, 6-21.
- GUTIERREZ JUNQUERA P. (1993), *El crecimiento de los servicios. Causas, repercusiones y políticas*. Alianza editorial. Madrid.
- HOROVITZ J. (1990), *La calidad del servicio*. Mc.Graw Hill. Madrid.
- ISHIKAWA, K (1986), *¿Qué es el control total de calidad?. La modalidad japonesa*. Primera edición 1981. Editorial Norma. Colombia.
- JÖRESKOG D.R., CRRECH J.C. (1983) "Ordinal measures in multiple indicator models: A simulation study of categorization error" *American Sociological Review*, 48, 398-407.
- JURAN J.M., GRZYNA F.M. JR, BINGHAM R.S. JR (1990), *Manual de Control de Calidad*. Primera edición 1951. Mc Graw Hill. New York.
- MARTÍNEZ SERRANO J.A.; MUÑOZ C. (1993), "Sector Servicios" en A.A.V.V. *Lecciones de Economía Española. Colección Economía*, a cargo del director García Delgado J.L. Editorial Civitas. Madrid.
- OLIVER R.L. (1980), "A cognitive Model of the antecedents and Consequences of Satisfaction Decision", *Journal of Marketing Research*, 17, 460-469.

PARASURAMAN A., ZEITHALM V.A., BERRY L.L. (1985), "A Conceptual Model of service Quality and Its Implications for Furure Research", *Journal of Marketing*;49,41-50.

PARASURAMAN A., ZEITHALM V.A., BERRY L.L. (1988), "SERVQUAL: A Multiple -Item Scale for Measuring Consumer percepcions of Service Quality", *Journal of Retailing*, 64, 41-50.

PARASURAMAN A., ZEITHALM V.A., BERRY L.L. (1990), " Guidelines for Conducting Service Quality Research", *Marketing Research*, December, 34-44.

PARASURAMAN , BERRY (1993), *Marketing de Servicios. La calidad como meta*. "Colección Gestión y Empresa". Ed. Parramon. Barcelona. Título original (1991): *Marketing Services: Competing Trough Quality*. The Free Press. New York.

PARASURAMAN A., ZEITHALM V.A., BERRY L.L. (1994), " Reassessment of Expectations as a Comparison Standard in Measuring Service Quality: Implications for Further Research", *Journal of Marketing*, 58, 111-124.

RADFORD, G.S. (1917), "The Control of Quality" *Industrial Management*; 54,100.

ROSANDER, A.C. (1976), "A general approach to quality control in the service industries", *Proceedings of the American Society for Quality Control*. Costa Mesa. California.

SARIS W.E., VANMEUERS L. (1990) . *Evaluation of measurement instruments by meta-analysis of Multitraid-Multimethod studies*. North Holland. Amsterdam

SHOSTACK G.L. (1977), "Breaking Free From Product Marketing", *Journal of Marketing*, 41, 73-80.

SMITH A. (1776), *Investigación sobre la naturaleza y causas de la riqueza de las naciones*. México. FCE (1958)

ZEITHALM V.A. (1988), "Consumer Perceptions of Price , Quality and Value: A Means-End Model and Synthesis of Evidence", *Journal of Marketing*, 52, 2-22.

APLICACION DE UN SISTEMA DE CALIDAD EN LA EMPRESA

LUIS NAVARRO ELOLA
ANA CLARA PASTOR TEJEDOR

Dpto. de ECONOMIA Y DIRECCION DE EMPRESAS
CPS
UNIVERSIDAD DE ZARAGOZA

INTRODUCCION

En tiempos pasados, el crecimiento industrial en nuestro país se ha desarrollado en un mercado protegido. Hoy en día esta situación ha desaparecido. La actual configuración de Europa en un mercado único, hace que las pequeñas y medianas empresas españolas hayan de competir de una manera más abierta con países de una tecnología, estructura y experiencia mayor.

La implantación de un Sistema de Calidad, acorde a los principios y requisitos exigidos por el mercado occidental, aparece como una de las escasas vías de supervivencia duradera para nuestras empresas. El objetivo de este artículo es desarrollar los aspectos más importantes en la aplicación de un Sistema de Calidad a una determinada empresa.

POLITICA DE CALIDAD.

Antes de tratar los diferentes aspectos que configuran la política de calidad en la empresa, definiremos la política de calidad como el conjunto de directrices y objetivos generales de una empresa, relativos a la calidad, expresados formalmente por la dirección general para su divulgación dentro y fuera de la empresa.

Para afrontar una transformación en el sistema de calidad es necesario implicar a todos y a cada uno de los integrantes de la organización. Siendo fundamental el compromiso de quienes dirigen la organización a la hora de introducir una gestión basada en la calidad.

Con el fin de compartir las responsabilidades en equipo, suele establecerse un comité de calidad formado por personas de la alta dirección de la empresa.

Es fundamental, para evitar descoordinaciones dentro de los diferentes departamentos de una empresa, definir claramente la calidad objetivo de la empresa.

Obligados por los acontecimientos que están teniendo lugar en el panorama industrial mundial desde el inicio de los años 90, las empresas occidentales están evolucionando hacia una filosofía que incorpore el factor calidad en la estrategia global de la empresa. La calidad ha pasado de ser una consecuencia de la capacidad de adecuar un

producto a unas determinadas normas a ser una filosofía que abarca a toda la empresa en su conjunto.

Los aspectos que están caracterizando las tendencias actuales en política de calidad pueden resumirse en:

- La satisfacción al cliente. El cliente debe ser el centro donde se han de concentrar todos los esfuerzos para asegurar la supervivencia de la empresa.
- Se busca el aumento de clientes sobre el aumento de beneficios.
- La forma de conseguir la satisfacción del cliente está basada en proporcionar productos de elevada calidad a buen precio.
- El compromiso por parte de la empresa en aplicar las nuevas tecnologías. Es necesario un proceso de mejora continua de la calidad de los productos y los servicios.
- Se relaciona la calidad de producto con el resultado de la calidad del proceso empleado en su diseño, fabricación y distribución.
- Para conseguir que los propósitos de mejora de procesos sean efectivos deberán basarse en: un compromiso de emplear los máximos recursos (máquinas y materiales), una organización de las actividades de mejora (métodos) y un programa de formación y motivación de las personas (recursos humanos).

DEFINICION Y DIFUSION DE LA POLITICA DE CALIDAD.

La primera actividad que ha de realizar la dirección de la empresa es definir por escrito la política de calidad que se va a aplicar a nivel operativo.

Los elementos constituyentes de la política de calidad van a ser:

- Filosofía corporativa. Es una declaración de principios e intenciones (a modo de slogans) donde se intenta recoger de una manera breve y concreta la orientación básica de la empresa.
- Objetivos a largo plazo. Son los objetivos generales que se desean alcanzar en un periodo de tiempo como resultado de una planificación a largo plazo.
- Estrategia a largo plazo. Son las líneas de actuación para conseguir los objetivos a largo plazo, reflejando el paso de la teoría a la práctica.
- Objetivos anuales. Son los objetivos a conseguir durante un año dentro del periodo marcado para el desarrollo de la política de calidad.
- Planes estratégicos anuales. Describirán la contribución relativa de cada área en la consecución de los aspectos estimados como importantes para el año en curso.

La divulgación de la política de calidad se considera parte fundamental en el éxito de la implantación. Los objetivos de esta difusión serán:

- Divulgar la filosofía de la empresa y su apuesta por la calidad.

- Dar a conocer las necesidades de la empresa para cumplir los compromisos reflejados en la política de calidad.
- Conseguir que todos se sensibilicen y comprendan los principios corporativos y su verdadero significado.
- Lograr que todos participen en su implantación.
- Fomentar la colaboración entre departamentos, actuando todos bajo el mismo criterio de calidad.

La divulgación interna deberá hacerse de una manera progresiva y en dos fases. La primera de ellas se cubriría con la publicación de un documento que recogiera la política de calidad, filosofía corporativa, principios y estrategias. En la segunda fase se dará la información (mediante seminarios internos) de una manera ampliada y más adaptada al nivel de responsabilidad que se ocupa en la estructura de la empresa.

La divulgación externa de la política de calidad consistirá en la convocatoria de reuniones con clientes y proveedores, ayudando a la promoción de la imagen exterior de la empresa

ESTRUCTURA DEL SISTEMA DE CALIDAD

Nos centraremos ahora en la planificación de los medios necesarios para alcanzar los objetivos marcados por la empresa, siendo el primer paso el establecimiento de una **estructura organizativa**. Este proceso quedará plasmado en lo que será el organigrama general de la empresa. La elaboración de este organigrama deberá mantener en su estructura el equilibrio entre la cooperación y la gestión del poder, siendo conveniente considerar los siguientes aspectos:

- Definir de forma clara, y en un orden de arriba a abajo, las líneas de autoridad y responsabilidad.
- Estructurar la organización alrededor del personal disponible en función del tamaño, cultura y actividad de la empresa.
- Establecer un equilibrio de fuerzas entre los distintos departamentos (Administración, Diseño, Compras, Comercial, Fabricación y Calidad).
- Estudiar la situación adecuada del departamento de calidad dentro del organigrama general.

La alta dirección debe estar totalmente convencida de que la responsabilidad de la calidad de los productos no depende solamente de un departamento, sino que recae en el conjunto de todas las unidades que intervienen en el ciclo. El departamento de Calidad será el responsable de la coordinación de las actividades y la elaboración de los procedimientos que regulan las relaciones interdepartamentales.

Para mantener la independencia de la dirección de esta gestión, el departamento de Calidad debe estar situado dentro del organigrama al mismo nivel que las otras funciones de la empresa. El director de este departamento deberá generar una

estructura organizativa de la calidad con un doble enfoque: integración e independencia.

El director de Calidad se convertirá en el coordinador general de la política de calidad de la empresa. Será la persona que asumirá el compromiso directo de la implantación del sistema de calidad, desarrollando las siguientes funciones de dirección:

- Planificación del programa de implantación.
- Creación del soporte para la implantación (manuales de calidad y programas de formación y motivación).
- Coordinación de las actividades de implantación que afecten al resto de las áreas.
- Seguimiento de las actividades de implantación.
- Evaluación de los resultados obtenidos.

El director de Calidad creará la estructura organizativa del departamento. Determinada gráficamente en el organigrama de Calidad, estará complementada de forma escrita mediante la definición de funciones de las distintas unidades que componen el área.

El conjunto de elementos base para el aseguramiento de la calidad dentro de la empresa será:

- Calidad en la definición de los nuevos productos.
- Calidad en el diseño y desarrollo de los nuevos productos.
- Calidad de los materiales comprados.
- Calidad en los procesos productivos.
- Calidad final de los productos.
- Calidad en el servicio post-venta.
- Soporte del sistema de calidad.

Todas estas parcelas se pueden repartir en cuatro unidades grandes de calidad:

- a) Calidad Producto.
- b) Calidad Suministros.
- c) Calidad Fabricación.
- d) Ingeniería de Calidad.

Una asociación de unidades y funciones podría ser la siguiente:

- a) Calidad Producto:

- Calidad en la definición de nuevos productos.
- Calidad en el diseño y desarrollo de nuevos productos
- Calidad en el servicio post-venta.

b) Calidad Suministros:

- Calidad en los materiales comprados.

c) Calidad Fabricación:

- Calidad en los procesos productivos.
- Calidad final de los productos.

d) Ingeniería de Calidad:

- Soporte del sistema de calidad.

Estos cuatro grupos se pueden considerar suficientemente independientes como para tener entidad propia y establecen un primer nivel del organigrama de Calidad que irá completándose hacia abajo, con técnicos, inspectores y auditores, conforme se determinen las funciones y necesidades de cada unidad.

Pasamos ahora a definir cada una de estas funciones.

Calidad Producto.

Su función consistirá en coordinar, dirigir, impulsar y seguir las actividades necesarias para la consecución de los objetivos de calidad de la compañía. Esta unidad actuará sobre los departamentos de Marketing, Ingeniería de Diseño y Comercial, integrando el concepto de calidad en su gestión interna.

Las actividades principales de Calidad Producto en la definición y diseño de los nuevos productos serán:

- Análisis del estudio de mercado desde el punto de vista de calidad.
- Estudio de los resultados de las pruebas efectuadas por Ingeniería sobre las primeras muestras o prototipos.
- Análisis de la información y documentación de Ingeniería de Diseño.
- Coordinación y seguimiento de los problemas surgidos en las revisiones de diseño.
- Aceptación final de los prototipos y sus modificaciones.

Las funciones de Calidad Producto en el servicio post-venta serán:

- Análisis de los defectos y problemas de calidad en el periodo de garantía.

- Coordinación de las actividades internas encaminadas a la resolución de los problemas de calidad surgidos en su funcionamiento.

Calidad Suministros.

Su función consistirá en dirigir, coordinar, impulsar y seguir el conjunto de actividades necesarias para el aseguramiento de la calidad de los materiales, componentes y servicios suministrados por empresas externas.

Las actividades principales para llevar a cumplimiento de su función serán:

- Análisis del sistema de calidad de los proveedores, de forma previa al inicio de gestiones de suministros.
- Análisis y aceptación de los procesos de producción y control de los proveedores.
- Definición de los ensayos para la homologación de componentes.
- Inspección y aceptación de los materiales, componentes y conjuntos fabricados por los proveedores.
- Análisis, actuación y seguimiento de los problemas de calidad de los proveedores.
- Desarrollo y realización de pruebas sobre componentes con problemas.
- Coordinación y aceptación de utillajes contruidos en el exterior.
- Implementación de la información y criterios de calidad en el sistema general de compras de la empresa, evaluación de proveedores, modificación de piezas y aceptación de utillajes.
- Implementación de la información y criterios de calidad en el control de producción, aceptación de embalajes, aceptación y modificación de piezas, etc.

La estructura de la unidad Calidad Suministros puede estar configurada por los siguientes servicios:

- a) Auditoría Calidad Suministros.
- b) Inspección-recepción de materiales.
- c) Laboratorio de ensayos.

Calidad Fabricación

Su función consiste en coordinar, dirigir, impulsar y seguir las actividades necesarias para la consecución de los objetivos de calidad de la empresa durante el proceso de fabricación del producto.

Sus actividades principales serán:

- Implantación y mantenimiento de técnicas y sistemas dentro de los procesos de fabricación.
- Análisis y aceptación de los procesos productivos.
- Análisis y actuación en los problemas internos de calidad.
- Desarrollo y ejecución de los planes de calibración de los medios de control.
- Estudio y aceptación de las desviaciones que pudieran afectar al nivel de calidad.
- Estudio y seguimiento de materiales no conformes.

Ingeniería de Calidad

Su función consistirá en sistematizar y coordinar las actividades resultantes del normal funcionamiento del sistema de calidad de la empresa.

Sus actividades serán:

- Planificación y seguimiento del plan anual y estratégico de calidad de la empresa.
- Análisis y control de los costes de calidad.
- Elaboración y mantenimiento del manual de calidad.
- Desarrollo y mantenimiento del inventario de calidad de la empresa.
- Coordinación de los planes de formación de calidad.
- Auditorías anuales del sistema de calidad, procesos productivos y productos.
- Coordinación e implantación de técnicas y sistemas de calidad.
- Coordinación de las actividades en auditorías externas de clientes.
- Coordinación de normalizaciones y certificaciones.

MANUAL DE CALIDAD.

La documentación en un sistema de calidad estará compuesta por un **manual de calidad** y unos **manuales de procedimientos internos**.

El manual de calidad constituye el segundo paso para alcanzar los objetivos generales en toda política de calidad. El objetivo principal que se persigue es el disponer de una descripción pormenorizada del sistema de calidad, que sirva de referencia durante todo el proceso de implantación y como norma general una vez asentado el sistema; además de transmitir la imagen exterior de la empresa.

Dentro de cualquier manual deben estar recogidos los siguientes aspectos:

1) Organización.

- Política de calidad de la empresa.
- Definición de funciones del departamento de calidad.
- Procedimiento para la gestión, lanzamiento y modificaciones de las normas o procedimientos.
- Procedimiento de auditoría interna del sistema.
- Procedimiento para la elaboración de planes de calidad.

2) Calidad en los suministros.

- Procedimiento de evaluación del sistema de calidad de los proveedores.
- Procedimiento de evaluación de procesos y de productos de los proveedores.
- Procedimiento de inspección-recepción de materiales comprados.
- Procedimiento de actuación ante no conformidades de material comprado.

3) Calidad en la fabricación.

- Procedimientos de control que se utilicen durante el proceso productivo.
- Técnicas de calidad que se apliquen en el proceso.
- Procedimiento de control y ensayos finales del producto acabado.
- Procedimiento de auditoría de los procesos y productos.
- Clasificación de los defectos.

4) Calidad en el servicio post-venta.

- Sistemática de manipulación, almacenaje, embalaje y entrega de material.
- Sistemática de actuación ante reclamaciones del exterior.

5) Calidad en los nuevos productos.

- Procedimiento para la definición y aprobación de nuevos productos.
- Procedimiento para el diseño y desarrollo de nuevos productos.
- Procedimiento para el control y emisión de planos.
- Procedimiento para el control e implantación de las posibles modificaciones del diseño.

6) Otros procedimientos en la gestión de la calidad.

Los manuales de procedimientos internos sirven para recoger procedimientos que por su carácter peculiar y específico no están contemplados en el manual de calidad (calibración de microdurómetros, medición del tamaño de grano, etc).

Estos manuales de procedimientos internos deben estar relacionados con el manual principal. Es muy importante que exista trazabilidad entre toda la documentación del sistema de calidad. El procedimiento que regula la existencia de los manuales internos definirá las condiciones en las que se asentará la trazabilidad entre ambos manuales.

El manual es un elemento vivo dentro del sistema de calidad, por lo que puede estar sujeto a posibles **modificaciones**. Se debe elaborar una sistemática que regule la gestión, modificación y lanzamiento de los procedimientos y del manual.

Para el lanzamiento e integración de un procedimiento en el manual debe existir un proceso de aprobación.

PLANES DE CALIDAD.

Un plan de calidad es un documento escrito, derivado del sistema de calidad de la empresa, donde se exponen la formas de operar, los recursos y la secuencia de actividades de calidad referidas a un determinado producto o servicio motivo de un contrato con el cliente. Constituyen el tercer aspecto fundamental de toda política de calidad.

La elaboración de un plan de calidad significa que la empresa debe realizar una adaptación coherente de los procedimientos y actividades de su sistema de calidad a las condiciones particulares del contrato.

Al final, el plan de calidad derivará en un conjunto de procedimientos generales y otro de procedimientos específicos.

Atendiendo a su contenido, los aspectos generales a tener en cuenta en la preparación de los planes serán:

- Objeto. Se definirá el motivo por el que se prepara el plan y la finalidad del mismo (objetivos).
- Alcance. Se especificarán los materiales o productos a los que se va a aplicar el plan.
- Responsabilidades. Se asignarán los responsables de cada unidad de la empresa según las fases necesarias sobre el producto. Sus funciones serán establecer, desarrollar y cumplir el plan de calidad.
- Modificaciones del Plan de Calidad. Se debe prever un procedimiento para la modificación del plan una vez difundido.
- Programa de control. Será el conjunto de puntos de control y aseguramiento en las distintas actividades que se realizarán sobre el producto en su paso por las distintas etapas que le sean aplicables, según las características del contrato.

- Documentación general aplicable. Se relacionarán los documentos, que no siendo específicos de un producto en particular, son aplicables en el desarrollo del plan (documentos del sistema de calidad).

- Documentación específica. Se incluirán los documentos particulares del producto objeto del contrato.

CONCLUSIONES

Para mejorar la competitividad, nuestras empresas necesitan un Sistema de Calidad extendido a toda la organización que, orientado a unos principios de calidad total, formule las estrategias a seguir y gestione los recursos materiales y humanos disponibles hacia el objetivo deseado de satisfacer al cliente.

La Política de Calidad será la encargada de armonizar las distintas líneas de actuación en la empresa. Esta definición formal de la filosofía de la compañía deberá establecerse por la alta dirección, y supondrá su compromiso de liderazgo con todo el proceso iniciado de mejora e implantación del nuevo sistema. Tomando como centro el concepto de satisfacción del cliente, la definición de los objetivos y estrategias a corto y largo plazo terminarán por configurar la política de la empresa.

Además de la política, la dirección será responsable de dotar al sistema de calidad de una estructura organizativa - Organigrama - y del soporte documental adecuado - Manual de Calidad, Manuales de procedimientos internos y Planes de Calidad - para alcanzar los objetivos planificados. El entorno competitivo en el que nos movemos, está exigiendo una organización orientada al producto y a las fases que recorre dentro de la empresa, donde lo importante es definir las responsabilidades y las relaciones interdepartamentales. La aplicación de una dirección participativa, en la que la responsabilidad de la calidad de los productos recae en el conjunto de las unidades que intervienen en su creación, producción y distribución, precisa de una perfecta definición de los flujos de actividad e información. La dirección se servirá de su departamento de Calidad para articular la importante labor de coordinación, control y mantenimiento de la gestión de calidad de la empresa; siendo el Manual de Calidad, en el que están descritos los procedimientos del sistema, la referencia documental a todo el proceso de implantación.

BIBLIOGRAFIA

- CELA TRULOCK, J.L. (1989): "Nuevo sistema de calidad en la producción". 4º Jornadas Nacionales, Madrid.
- MASSING, W. (1992): "Tendencias en la política de calidad". Calidad, gestión y técnica, 3º trimestre, núm. 7.
- MIZUNO, S. (1989): "La Calidad Total en la empresa". T.G.P., Madrid.
- OEHMKE, F. (1991): "Sistematización del aseguramiento de la calidad". Calidad, gestión y técnica, 3º trimestre, núm. 3.
- PERVERSI, A. (1990): "La calidad y el mercado sin fronteras". Forum Calidad, núm. 14.
- POLA MASEDA, A. (1988): "Gestión de la calidad". Ed. Marcombo, Barcelona.

UN MODELO MICROECONOMICO DE FECUNDIDAD

M^a DEL MAR LLORENTE MARRON

Prof. Asociado de Métodos Cuantitativos para la Economía - Univ. de Oviedo

INTRODUCCION

Dra. MONTSERRAT DIAZ FERNANDEZ

Catedrática de Métodos Cuantitativos para la Economía - Univ. de Oviedo

Dr. EMILIO COSTA REPARAZ

Catedrático de Métodos Cuantitativos para la Economía - Univ. de Oviedo

La línea de investigación surgida de los trabajos pioneros de Gary Becker (1960), Mincer (1962) y Lancaster (1966) y denominada Nueva Economía de la Familia (N.E.F.), amplía la noción tradicional de familia. Esta es considerada como una unidad de decisión que combina tiempo y productos de mercado para obtener, a través de funciones de producción, bienes domésticos útiles para la misma. En consecuencia, el consumo familiar comprende no sólo bienes materiales como comida, ropa o vivienda, sino que además incluye otros bienes que hasta el momento no han sido considerados como tales, entre los mismos cabe destacar, la salud, capital humano, hijos, ocio, prestigio, etc.

El objeto de trabajo que nos ocupa es la modelización del comportamiento humano en fecundidad desde una perspectiva económica, y, en concreto, siguiendo la línea de investigación anteriormente citada.

UN MODELO DE FECUNDIDAD

El punto de partida de nuestro modelo, así como de todos aquellos surgidos en el ámbito de la N.E.F., se sustenta en la hipótesis de altruismo en el hogar, lo cual significa que la función de utilidad familiar no dependerá exclusivamente del consumo de la pareja, dado que los hijos proporcionan utilidad a ésta.

Al centrarse nuestro estudio en la función de demanda, en cantidad y calidad de hijos, y al ser, lamentablemente, el cuidado y atención de éstos una tarea que recae fundamentalmente en la mujer, ignoraremos las posibles acciones de su cónyuge. En otras palabras, supondremos que las variables que afectan al varón y a los activos no salariales son conocidas en cada periodo considerado. Por otra parte, y con objeto de simplificar el análisis, consideraremos la existencia de un mercado de capital perfecto, sin límites a la capacidad de endeudamiento y en el cual la tasa de interés, r , sea constante.

Por último y con objeto de captar de forma más precisa la situación familiar en cada instante, dividiremos el ciclo de vida familiar en dos periodos: *prenatal*, o anterior al nacimiento del primer hijo, y *natal*, que incluye el intervalo comprendido entre el nacimiento de éste y el final de la vida. Para ello consideraremos, por una parte, que la función de utilidad es separable en el tiempo y,

por otra, la inexistencia de producción conjunta, así como la homogeneidad de grado uno en todas las funciones de producción doméstica.

Bajo estos supuestos, la situación familiar en cada uno de los periodos puede ser modelizada en los siguientes términos:

A) Periodo Prenatal

En este periodo la función de utilidad familiar vendrá dada por la expresión

$$U_1 = U_1(Z_1, K_1) \quad (1)$$

donde Z_1 denota un conjunto de bienes domésticos, agregados en un único bien Z_1 , producidos en el hogar a través de una función de producción familiar que combina bienes de mercado y tiempo, en la forma

$$Z_1 = f_1(X_1, t_{1,h}, E_1) \quad (2)$$

siendo, X la combinación de bienes de mercado, $X = (x_1, x_2, \dots, x_n)$, empleados en la producción doméstica¹; $t_{1,h}$ un vector de componentes tiempo empleado en la producción doméstica; y E una variable ambiental que recoja la tecnología del hogar. Por otra parte, K_1 representará el nivel de capital humano femenino del periodo, función del nivel educativo inicial, K_0 ; del tiempo dedicado a la producción del capital humano, que supondremos una fracción constante del tiempo asignado al ocio, $t_{1,o}$, así como de los bienes de mercado asignados a tal actividad, como porción de los bienes adquiridos en éste

$$K_1 = g_1(K_0, \alpha t_{1,o}, \beta X_1) \quad (3)$$

con,

$$0 \leq \alpha \leq 1$$

y,

$$0 \leq \beta \leq 1$$

¹Este conjunto de bienes será agregado en un único bien, X , adquirido en el mercado a un precio constante P .

El tiempo femenino se distribuirá en este primer periodo en producción doméstica, $t_{1,h}$; participación laboral, $t_{1,w}$; y ocio, $t_{1,o}$, siendo, en consecuencia, la restricción temporal

$$t_{1,o} + t_{1,h} + t_{1,w} = 1 \quad (4)$$

y,

$$PX_1 = t_{1,w} w_1 + W_1 + V_1 \quad (5)$$

la restricción presupuestaria, donde W_1 representa el salario masculino, V_1 , los ingresos no salariales de la familia y w_1 la tasa salarial femenina.

B) Periodo natal

La función de utilidad familiar para el periodo natal incluirá como argumentos un bien de consumo agregado, Z_2

$$Z_2 = f_2(X_2, t_{2,h}, E_2) \quad (6)$$

el capital humano del periodo, K_2

$$K_2 = g_2(K_1, \alpha t_{2,o}, \beta X_2) \quad (7)$$

el número de hijos, N ; y la calidad de éstos, Q , entendida como la calidad de vida esperada que supondremos igual para todos

$$Q = Q(t_{2,n}, e_2, K_1, A) \quad (8)$$

donde,

$t_{2,n}$ = tiempo invertido por los padres en el cuidado y atención de cada hijo.

e = total de bienes de mercado asignados a la crianza y educación del niño².

A = variable ambiental reflejo del ambiente social del niño.

²Porcentaje de los productos adquiridos en el mercado.

En consecuencia, la función de utilidad para este periodo vendrá dada por la expresión,

$$U_2 = U_2(Z_2, K_2, N, Q) \quad (9)$$

siendo, las restricciones temporal y presupuestaria

$$1 = t_{2,o} + t_{2,h} + t_{2,n} + t_{2,w} \quad (10)$$

y,

$$PX_2 = w_{2,w} t_{2,w} + W_2 + V_2 \quad (11)$$

respectivamente.

El estudio de las implicaciones contrastables del modelo teórico considerado requiere la maximización de la función de utilidad, expresada en forma indirecta como

$$\begin{aligned} \text{Max } U = & U_1 \left[f_1(X_1, t_{1,h}, E_1), g_1(K_0, \alpha t_{1,o}, \beta X_1) \right] + \\ & + U_2 \left[f_2(X_2, t_{2,h}, E_2), g_2(K_1, \alpha t_{2,o}, \beta X_2), N, Q(t_{2,n}, e_2, K_1, A) \right] \end{aligned}$$

y sometida a las restricciones presupuestaria, la corriente de gastos ha de ser, al final de la vida, igual a la corriente de ingresos

$$PX_1(1+r) + PX_2 = t_{1,w} w(1+r) + W_1(1+r) + V_1(1+r) + t_{2,w} w + W_2 + V_2$$

temporal,

$$t_{1,o} + t_{1,h} + t_{1,w} = 1$$

$$1 = t_{2,o} + t_{2,h} + t_{2,n} + t_{2,w}$$

y condiciones de consistencia,

$$t_{i,j} \geq 0 \quad i = 1, 2 \quad j = o, n, h, w$$

Sin embargo, las implicaciones del modelo teórico, relativas a la calidad y cantidad de hijos, se hacen más explícitas al utilizar una única restricción que englobe las anteriores. El concepto de *renta plena*, I , renta potencial que podría obtenerse en el mercado de trabajo si todo el tiempo fuese asignado al mismo, permitirá agrupar, para cada uno de los periodos considerados, ambas

$$\pi_{1,Z} Z + \pi_{1,K} K = I_1 \quad (12)$$

y

$$\pi_{2,Z} Z + \pi_{2,K} K + P_c N Q = I_2 \quad (13)$$

siendo, $\pi_{i,z}$, $i = 1, 2$, el precio sombra del bien doméstico agregado, Z ; $\pi_{i,K}$ el precio sombra de la producción de capital humano; P_c el coste, considerado constante, de una unidad de calidad de hijos; e I la renta plena.

En consecuencia, el problema de optimización planteado se expresará alternativamente como,

$$\begin{aligned} \text{Max } U &= U_1(Z_1, K_1) + U_2(Z_2, K_2, N, Q) \\ \text{s.a. } Z_1 \pi_{1,Z} (1+r) + Z_2 \pi_{2,Z} + K_1 \pi_{1,K} (1+r) + K_2 \pi_{2,K} + P_c N Q &= I_1 (1+r) + I_2 \end{aligned}$$

obteniéndose, a partir de las condiciones de primer orden, las siguientes condiciones de equilibrio,

$$\begin{aligned} UMg_N &= \lambda P_c Q = \lambda P_N \\ UMg_Q &= \lambda P_c N = \lambda P_Q \\ UMg_{Z_1} &= \lambda \pi_{1,Z} (1+r) = \lambda P_{1,Z} \\ UMg_{K_1} &= \lambda \pi_{1,K} (1+r) = \lambda P_{1,K} \\ UMg_{Z_2} &= \lambda \pi_{2,Z} = \lambda P_{2,Z} \\ UMg_{K_2} &= \lambda \pi_{2,K} = \lambda P_{2,K} \end{aligned} \quad (14)$$

siendo, λ el multiplicador de Lagrange.

Del análisis de (14) se desprende que los precios sombra relevantes de N y Q , P_N y P_Q , respectivamente, dependen no sólo del precio de una unidad de calidad, sino también de Q y N . Esto es, como consecuencia de la ausencia de linealidad en la restricción de renta plena correspondiente al periodo natal, el precio sombra del número de niños³ estará positivamente relacionado con la calidad de los mismos; y, paralelamente, el precio sombra de la calidad de estos⁴ lo estará con el número de niños, dando origen a una interacción entre calidad y cantidad. Tal relación constituye sin duda el argumento central del análisis de fecundidad, ya que es superior a la que se produce para cualquier otro par de bienes domésticos elegidos al azar (Becker y Lewis 1973). Ahora bien, la interacción calidad-cantidad no presupone la perfecta sustitución entre ambos bienes, ni siquiera que tal sustitución sea superior a la de cualquier otro bien, dado que el equilibrio no sería posible si fuesen sustitutivos muy próximos⁵.

El análisis de los precios relevantes para la familia, así como de las relaciones existentes entre los mismos, puede ser efectuado con mayor profundidad a partir del concepto de renta sombra⁶, R , que podemos definir como el gasto total en N , Q y Z valorado según los precios sombra,

$$R \equiv NP_N + QP_Q + Z_1P_{1,Z} + Z_2P_{2,Z} + K_1P_{1,K} + K_2P_{2,K} = I + NQ P_c \quad (15)$$

que alternativamente podremos expresar como

$$N\mu_N + Q\mu_Q + Z_1P_{1,Z} + Z_2P_{2,Z} + K_1P_{1,K} + K_2P_{2,K} + P_c(Q)NQ = I \quad (16)$$

siendo, μ_N y μ_Q componentes fijos del coste total en cantidad y calidad de hijos y que incluirán todos aquellos gastos monetarios y psíquicos, que afecten a éstas no simultáneamente; y $P_c(Q)$ el coste variable de la cantidad y calidad de hijos. Generalmente, el coste variable medio de la calidad de hijos,

$P_c N$, y el coste variable marginal de la misma, $\frac{\partial P}{\partial Q} Q$, serán distintos, debido en parte, como indica

Becker, a los subsidios gubernamentales en educación. Si bien, al suponer constante el nivel de calidad de cada hijo, el coste variable medio y marginal de la cantidad de hijos coincidirán, $P_c Q$.

³Coste marginal de un hijo adicional dado un nivel de calidad, Q .

⁴Coste marginal de incrementar en una unidad la calidad por hijo, dado un número de hijos, N .

⁵Consúltase Becker (1981) para un análisis gráfico y económico de esta afirmación.

⁶Si a la restricción de renta plena le sumamos, en ambos miembros de la igualdad, el término $P_c NQ$ obtendremos la renta sombra.

Esta restricción presupuestaria permite analizar las condiciones de equilibrio para N y Q en función de los costes medios y marginales,

$$\begin{aligned}UMg_N &= \lambda (\mu_N + P_c Q) = \lambda P_c Q (1 + r_N) = \lambda P_N \\UMg_Q &= \lambda \left(\mu_Q + P_c N + \frac{\partial P}{\partial Q} NQ \right) = \lambda P_c N (1 + r_Q + \varepsilon_Q) = \lambda P_Q\end{aligned}\quad (17)$$

donde, r_N y r_Q representan las razones entre los costes fijos y variables de la cantidad y calidad de hijos, respectivamente; ε_Q la elasticidad precio de la calidad de hijos, siendo en consecuencia $1 + \varepsilon_Q$ la razón entre el coste variable marginal y el coste variable medio de la calidad de éstos.

De esta forma puede apreciarse que la relación entre los precios sombra de N y Q dependerá, no sólo de la relación entre ambos, sino también de las razones entre los costes fijos y variables

$$\frac{UMg_N}{UMg_Q} = \frac{P_N}{P_Q} = \frac{(1 + r_N)}{(1 + r_Q + \varepsilon_Q)} \frac{Q}{N}\quad (18)$$

Las funciones de demanda de N, Q, Z_1, Z_2, K_1 y K_2 se obtendrán resolviendo las ecuaciones (14) y (15) para los valores de equilibrio de dichas variables, en función de los precios de la renta R ,

$$\begin{aligned}N &= N(P_N, P_Q, P_{1,Z}, P_{2,Z}, P_{1,K}, P_{2,K}, R) \\Q &= Q(P_N, P_Q, P_{1,Z}, P_{2,Z}, P_{1,K}, P_{2,K}, R) \\Z_1 &= Z_1(P_N, P_Q, P_{1,Z}, P_{2,Z}, P_{1,K}, P_{2,K}, R) \\Z_2 &= Z_2(P_N, P_Q, P_{1,Z}, P_{2,Z}, P_{1,K}, P_{2,K}, R) \\K_1 &= K_1(P_N, P_Q, P_{1,Z}, P_{2,Z}, P_{1,K}, P_{2,K}, R) \\K_2 &= K_2(P_N, P_Q, P_{1,Z}, P_{2,Z}, P_{1,K}, P_{2,K}, R)\end{aligned}\quad (19)$$

Bajo la cláusula *caeteris paribus*, cabe esperar que a medida que el precio sombra del número de hijos sea mayor, menor será la cantidad demandada

$$\frac{\partial N}{\partial P_N} < 0 \quad (20)$$

y, de forma paralela, a medida que el precio sombra de la calidad de hijos se incremente, manteniéndose constante el resto de factores, menor será la calidad por hijo demandada,

$$\frac{\partial Q}{\partial P_Q} < 0 \quad (21)$$

Por otro lado, y como se ha señalado, la no linealidad en la restricción presupuestaria da origen a un efecto sustitución entre el número y calidad de los hijos⁷. Al suponer un incremento exógeno⁸ de P_N , manteniendo constantes P_Q , I y el resto de precios sombra, se producirá una disminución en la demanda de hijos. La disminución de N provocará un efecto sustitución del número de hijos a favor de la calidad de éstos, Q , y del consumo de otros bienes familiares. Pero la reducción de N producirá a su vez una disminución del precio sombra de la calidad de cada hijo, dado que

$$P_Q = NP_c$$

lo que a su vez inducirá a una sustitución del número de éstos a favor de la calidad demandada por hijo. El resultado final será una disminución en la cantidad demandada de hijos y un aumento relativo en la calidad, superior al producido para otros bienes domésticos. En otras palabras *"cualquier factor que incremente el gasto en calidad de los hijos hará también que se incremente el coste de número de hijos, generando un efecto sustitución adicional de cantidad por calidad de hijos"*⁹. Un razonamiento análogo se produciría ante una disminución de P_Q , originada, por ejemplo, por un incremento del nivel de eficiencia en la tarea del cuidado y atención de los hijos.

Sin embargo, el efecto sustitución puro de un incremento porcentual similar en P_N , P_Q y P_c ocasionado por un aumento de los ingresos no salariales de la familia, al permanecer inalterados los

⁷ La interacción entre N y Q no se produce en las funciones de demanda explícitamente, pero sí implícitamente en las mismas a través de los precios sombra.

⁸ Como puede ser el producido por un progreso tecnológico en las técnicas anticonceptivas.

⁹ Ben Porath (1982) pp 55.

precios sombra, produciría una modificación, en el mismo sentido que la relativa a la renta no salarial, tanto en la cantidad como en la calidad de los hijos, si bien no se ocasionaría sustitución alguna entre ambos.

Considerando que la elasticidad renta de la demanda del número de hijos es cero y que la variación analizada en la renta familiar fuese producida por una modificación de la tasa salarial femenina, se produciría una sustitución de cantidad por calidad de hijos dado que la familia tendería a incrementar la calidad manteniendo el número. Si esto sucediese, al depender de N , el precio sombra de la calidad permanecería inalterado y aumentaría P_N , lo que induciría a una sustitución de N por el resto de bienes domésticos. Por lo tanto, ante un incremento salarial femenino la interacción cantidad-calidad de hijos supone que se produce una sustitución entre número y calidad de éstos, pudiendo incrementarse o permanecer constante el número de hijos.

Tal variación, si considerásemos que el cuidado y atención de los hijos recae fundamentalmente en la madre, produciría una variación en el coste de oportunidad de dicha función que provocaría, para un nivel de calidad dado, un incremento del coste de un hijo adicional, disminuyendo, por lo tanto, la demanda de hijos familiar. Se producirían, a modo de síntesis, dos efectos sobre la demanda de hijos, uno, quizás positivo, originado por un incremento en sus ingresos; y otro, de signo negativo, resultante del aumento en el precio de un hijo adicional, con lo que, dependiendo de la fuerza relativa de ambos efectos, el signo de la variación en la cantidad demandada de hijos será indeterminado.

Por último, es preciso señalar que el efecto de una alteración en el precio de la calidad de hijos ocasionado por una modificación del precio de los bienes de mercado tendrá dos componentes, a saber, una reducción en el ingreso familiar y un aumento del coste de cada hijo, con lo que, generalmente, para un nivel de calidad dado, la demanda de hijos disminuirá.

CONSIDERACIONES FINALES

En nuestro país, y en la mayoría de los países de nuestro entorno, el acusado descenso de la tasas de fecundidad ha estado acompañado de una progresiva incorporación de la mujer al mercado de trabajo. Hemos pretendido desarrollar un modelo teórico de comportamiento familiar que permita explicar esta evidencia empírica, para lo cual ha sido necesario realizar múltiples supuestos, lo que constituye la principal debilidad de los modelos encuadrados dentro de la N.E.F.

Somos conscientes de las enormes dificultades que pueden surgir a la hora de contrastar empíricamente las implicaciones teóricas realizadas a priori. Sin embargo, el análisis teórico permite comprender mejor los factores que influyen en la evolución de la fertilidad; facilitando así la adopción y coordinación de adecuadas medidas, tanto de política económica como demográfica, tendentes a paliar el progresivo envejecimiento de la población.

REFERENCIAS BIBLIOGRAFICAS

- Becker, G. S: "*An Economic Analysis of Fertility*". Demographic and Economic Change in Developed Countries. University-National Bureau Conference Series, nº 11, Princeton, N. J.: Princeton University Press, 1960.
- Becker, G. S and Lewis H. G: "*On the Interaction between the Quantity and Quality of Children*". Journal of Political Economy, Vol 81, 1973; S279-S288.
- Becker, G. S: Tratado sobre la familia. Ed. Alianza Universal, Madrid 1981.
- Ben-Porath, Y.: "*Economic and the Family-- Match or Mismatch? A Review of Becker's A Treatise on the Family*". Journal of Economic Literature, Vol. XX, 1982; 52-64.
- Cigno, A.: *Economics of The Family*. Clarendon Press. Oxford 1991
- Díaz Fernández, M.: "*Una aproximación al análisis microeconómico de la participación femenina en el mercado de trabajo*". Economistas, nº 59, 1994; 118-125.
- Díaz Fernández, M. y Costa Reparaz, E.: "*Análisis Cualitativo de la fecundidad y participación femenina en el mercado de trabajo*". Documento de trabajo nº 065/94. Facultad de Ciencias Económicas y Empresariales de la Universidad de Oviedo.
- Lancaster, K. J: "*New Approach to Consumer Theory*". Journal of Political Economy, Vol 74, 1966; 133-157.
- Mincer, J.: "*Labour Force Participation of Married Women: A Study of Labour Supply*". Traducido en Información Comercial Española, nº 574, 1981; 103-119.

APLICACION DEL METODO DEL RECHAZO EN LA ESTIMACION BAYESIANA

PÉREZ VILLALTA, R.
GONZÁLEZ RODRIGUEZ, M.R.
PÉREZ DIEZ DE LOS RIOS, J.L.
ARIAS MARTÍN, C.

Facultad de Ciencias Económicas y Empresariales
Universidad de Sevilla

1. INTRODUCCION

Consideremos una muestra aleatoria simple de tamaño n de la población descrita por la variable aleatoria X , cuya función de probabilidad o de densidad es $f(x/\theta)$, donde el valor del parámetro θ es desconocido. La experiencia e información acumuladas por el analista, le conducen a considerar una distribución de probabilidad para θ en el conjunto del espacio paramétrico, denominada distribución a priori o inicial de θ , y cuya función de probabilidad o de densidad denotamos por $f(\theta)$. Esta distribución va a ser modificada por los valores que puedan tomar las variables aleatorias X_1, \dots, X_n ; y así, se tiene que la función de probabilidad o de densidad de la distribución a posteriori o final de θ , según el Teorema de Bayes, se puede especificar:

$$f(\theta/x_1, \dots, x_n) = \frac{f(x_1, \dots, x_n/\theta) \cdot f(\theta)}{f(x_1, \dots, x_n)} \quad \forall \theta \in \Theta$$

donde la función de probabilidad o de densidad de la distribución marginal del vector aleatorio (X_1, \dots, X_n) , que denotamos $f(x_1, \dots, x_n)$ no depende de θ . La función de probabilidad o de densidad a posteriori también se puede expresar:

$$f(\theta/x_1, \dots, x_n) = \frac{L(\theta; x_1, \dots, x_n) \cdot f(\theta)}{f(x_1, \dots, x_n)} \quad \forall \theta \in \Theta$$

pues la función de verosimilitud, $L(\theta; x_1, \dots, x_n)$, tiene la misma forma funcional que la función de probabilidad o de densidad conjunta $f(x_1, \dots, x_n/\theta)$.

Ciertas distribuciones iniciales son particularmente convenientes para utilizarlas con muestras de algunas distribuciones, y así, cuando la forma funcional de la distribución final coincide con la de la distribución a priori, decimos que la familia de estas distribuciones es una familia conjugada con la familia del modelo generador de datos. Así, por ejemplo, la familia de distribuciones Beta es una familia conjugada con la familia de distribuciones de Bernoulli, puesto que la distribución final resultante en este caso, es un modelo Beta. Otras familias conjugadas son la familia de las distribuciones Gamma con la familia de distribuciones de Poisson, la familia de las distribuciones Normales con la familia de distribuciones Normal con media θ desconocida, pero con varianza σ^2 conocida, y la familia de las distribuciones Gamma con la familia de distribuciones Exponencial.

Para determinar la estimación puntual del parámetro, se debe especificar una función de pérdida, la cual conduce al estimador Bayes. Las funciones de pérdida más habituales son la del error cuadrático y la del error absoluto, siendo entonces los estimadores Bayes la media y la mediana de la distribución final, respectivamente. Una vez considerada la realización muestral, se podrá especificar la estimación Bayes del parámetro.

Ahora bien, en primer lugar, se debe resaltar que cuando se utilizan familias de distribuciones no conjugadas, puede resultar complejo el cálculo de la distribución de probabilidad o de densidad a posteriori del parámetro; y en segundo lugar, que para algunas familias conjugadas, la utilización de cierta función de pérdida, puede conducir a la determinación de la estimación Bayes mediante aproximaciones numéricas para cada realización muestral, tal y como ocurre cuando la distribución final del parámetro es un modelo Beta, y la función de pérdida considerada es la del error absoluto.

Ambos aspectos, tanto la posible complejidad en la determinación de la distribución a posteriori, como los problemas que se pueden encontrar para obtener la estimación Bayes, conducen a considerar que la obtención, por simulación, de una muestra de la distribución a posteriori, es un aspecto relevante.

2. DETERMINACIÓN DE UNA MUESTRA DE LA DISTRIBUCION FINAL

El proceso iterativo que obtiene una muestra de la distribución a posteriori, propuesta en el trabajo de Smith, A.F.M. y Gelfand, A.E. (1992), y que los autores denominan "método del rechazo" (rejection method), se puede especificar de la siguiente forma:

- a) Generar aleatoriamente un valor θ_i de $f(\theta)$.
- b) Generar aleatoriamente un valor u_i de un modelo Uniforme de parámetros 0 y 1.
- c) Si:

$$u_i \leq \frac{L(\theta_i; x_1, \dots, x_n)}{L(\theta_{MV}; x_1, \dots, x_n)}$$

aceptamos θ_i , y en caso contrario, lo rechazamos, siendo $L(\theta_i; x_1, \dots, x_n)$ el valor de la función de verosimilitud en $\theta = \theta_i$, y $L(\theta_{MV}; x_1, \dots, x_n)$ el valor máximo de la función de verosimilitud, es decir, el valor de la función de verosimilitud en $\theta = \theta_{MV}$, donde θ_{MV} denota la estimación máximo verosímil de θ .

d) Volver al paso a.

A través de la aplicación de este algoritmo se obtiene una muestra aleatoria de la distribución a posteriori del parámetro, formada por aquellos θ_i que no han sido rechazados. Nótese que $L(\theta_i; x_1, \dots, x_n)$ tiene en cuenta tanto la distribución inicial asignada al parámetro θ , pues se selecciona aleatoriamente un valor θ_i de $f(\theta)$, como la realización muestral obtenida; mientras que $L(\theta_{MV}; x_1, \dots, x_n)$ sólo tiene en cuenta esta realización muestral, de tal forma que es precisamente el valor de la función de verosimilitud cuando θ es el estimador máximo verosímil. De esta forma, dado que:

$$0 \leq \frac{L(\theta_i; x_1, \dots, x_n)}{L(\theta_{MV}; x_1, \dots, x_n)} \leq 1$$

en el caso de que $L(\theta_i; x_1, \dots, x_n)$ esté próximo a $L(\theta_{MV}; x_1, \dots, x_n)$, es decir, si no hay excesiva discrepancia entre los valores de la función de verosimilitud cuando se considera el valor de θ_i seleccionado aleatoriamente de $f(\theta)$, y cuando se considera el valor del estimador máximo verosímil, teniendo en cuenta en ambos supuestos la realización muestral obtenida, θ_i forma parte de una muestra aleatoria de la distribución final de θ . Notemos que la discrepancia viene medida en términos del cociente de las verosimilitudes, puesto que la función de verosimilitud no es invariante a las transformaciones lineales. Entonces, si la discrepancia es pequeña, es decir, si el valor del cociente de verosimilitudes está próximo a 1, θ_i tendrá una gran probabilidad de ser seleccionado, puesto que será poco probable un valor u mayor que el del cociente, mientras que si la discrepancia es grande, y por lo tanto este cociente se aproxima a 0, θ_i tendrá una pequeña probabilidad de ser seleccionado, puesto que será muy probable un valor u mayor que el del cociente. Por tanto, los problemas de cálculo quedan reducidos a obtener la función de verosimilitud, y obviamente, a que exista el estimador máximo verosímil.

A partir de esta muestra, se pueden calcular aquellas características que sean de interés, como la media, la mediana, la varianza, etc., e incluso, si fuese necesario, aproximar la función de distribución de la distribución a posteriori.

En el caso de que θ sea un vector paramétrico, puede plantearse la utilización del denominado muestreo de Gibbs, que conduce a la obtención de una muestra aleatoria de la distribución final conjunta, y a partir de ella, cada una de las correspondientes marginales. Esta técnica, ha sido nuevamente planteada en el trabajo de Gelfand et al (1990).

3. APLICACION A UNA FAMILIA CONJUGADA

Al objeto de poder comprobar empíricamente la bondad del proceso iterativo especificado en el epígrafe anterior, se ha considerado un supuesto en el que se utilizan familias conjugadas, pudiendo evaluar de esta forma la diferencia entre las estimaciones Bayes obtenidas a partir de la auténtica distribución a posteriori y las calculadas mediante una muestra de la distribución final.

Así, sea X una variable aleatoria que se distribuye según un modelo de Bernoulli de parámetro θ , desconocido, donde la distribución a priori considerada sobre θ es un modelo Beta de parámetros α y β . Dado el carácter ilustrativo del presente epígrafe, se van a considerar tres distribuciones iniciales. En primer lugar vamos a suponer que la media de la distribución a priori es 0.5 y su coeficiente de variación es 0.3, y entonces, los parámetros de dicha distribución Beta serían $\alpha=4.55$ y $\beta=4.55$. Si en segundo lugar suponemos que dicha media es 0.3 y mantenemos el valor de su coeficiente de variación, entonces, $\alpha=3.11$ y $\beta=7.27$; y si por último, consideramos que esta media es 0.25, y mantenemos el valor del coeficiente de variación, se tiene que $\alpha=2.58$ y $\beta=7.75$. Así pues, se van a considerar tres distribuciones Beta a priori, como son, Beta(4.55,4.55), Beta(3.11,7.27) y Beta(2.58,7.75).

A continuación, para un tamaño muestral fijo de 20 observaciones, se va a suponer que la estimación máximo verosímil de θ , es 0.05, 0.30 y 0.50. En el cuadro 1, se ofrecen los resultados más importantes para los nueve casos considerados, donde el proceso iterativo que genera una muestra de 3000 puntos de la distribución final ha sido programado en GAUSS.

Cuadro 1

| | | Media | | Mediana | | |
|-----------------|---------------|--------|------------|---------|------------|--------|
| α, β | θ_{MV} | final | aproximada | final | aproximada | D_n |
| 4.55,4.55 | 0.05 | 0.1907 | 0.2000 | 0.1837 | 0.1894 | 0.0640 |
| 4.55,4.55 | 0.30 | 0.2829 | 0.2839 | 0.2779 | 0.2772 | 0.0121 |
| 4.55,4.55 | 0.50 | 0.5000 | 0.4990 | 0.5000 | 0.4997 | 0.0134 |
| 3.11,7.27 | 0.05 | 0.1353 | 0.1343 | 0.1274 | 0.1259 | 0.0121 |
| 3.11,7.27 | 0.30 | 0.2999 | 0.2997 | 0.2953 | 0.2954 | 0.0180 |
| 3.11,7.27 | 0.50 | 0.4315 | 0.4320 | 0.4301 | 0.4315 | 0.0092 |
| 2.58,7.75 | 0.05 | 0.1180 | 0.1179 | 0.1097 | 0.1093 | 0.0107 |
| 2.58,7.75 | 0.30 | 0.2829 | 0.2839 | 0.2779 | 0.2772 | 0.0121 |
| 2.58,7.75 | 0.50 | 0.4148 | 0.4138 | 0.4130 | 0.4106 | 0.0156 |

En el cuadro 1, θ_{MV} representa el valor del estimador máximo verosímil; para cada una de las dos funciones de pérdida consideradas, "final" denota la estimación Bayes correspondiente a la auténtica distribución a posteriori, mientras que "aproximada", indica esta estimación calculada a partir de la aproximación de dicha distribución final; y D_n representa el supremo de la diferencia, en valor absoluto, entre la función de distribución de la distribución a posteriori y la función de distribución aproximada de la distribución final.

Tal y como se observa en el cuadro, las aproximaciones de las estimaciones Bayes para las dos funciones de pérdida consideradas, son excelentes. También, la hipótesis de que la función de distribución aproximada de la distribución a posteriori es igual a la función de distribución de la distribución final para todos los valores de θ pertenecientes a su espacio paramétrico, se ha contrastado utilizando el estadístico de Kolmogorov-Smirnov:

$$D_n = \sup_{\theta} |F_n(\theta) - F_0(\theta)|$$

donde $F_n(\theta)$ es la función de distribución empírica de la distribución de frecuencias de los valores de θ aceptados, y $F_0(\theta)$ es la función de distribución de la distribución a posteriori. Entonces, puesto que para un nivel de significación del 5% se tiene la siguiente región crítica:

$$D_n > D_{n;0.05} = \frac{1.63}{\sqrt{3000}} = 0.0298$$

en la que se utiliza la distribución asintótica de D_n , podemos concluir que únicamente para el primero de los casos considerados, la hipótesis nula puede ser rechazada, al nivel de significación del 5%, y por lo tanto, para el resto de los supuestos, y para este nivel de significación, podemos afirmar que la función de distribución de la distribución final aproximada coincide con la función de distribución de la distribución final.

Para los tres primeros supuestos considerados, ofrecemos la representación gráfica de la función de distribución de la verdadera distribución a posteriori de θ , y la de su correspondiente aproximación, que es precisamente la frecuencia relativa acumulada de los valores no rechazados de θ . En cada uno de los gráficos, se indica tanto la distribución Beta a priori como la estimación máximo verosímil consideradas, siendo la función que aparece representada mediante un trazo de puntos la que corresponde a la auténtica distribución final de θ .

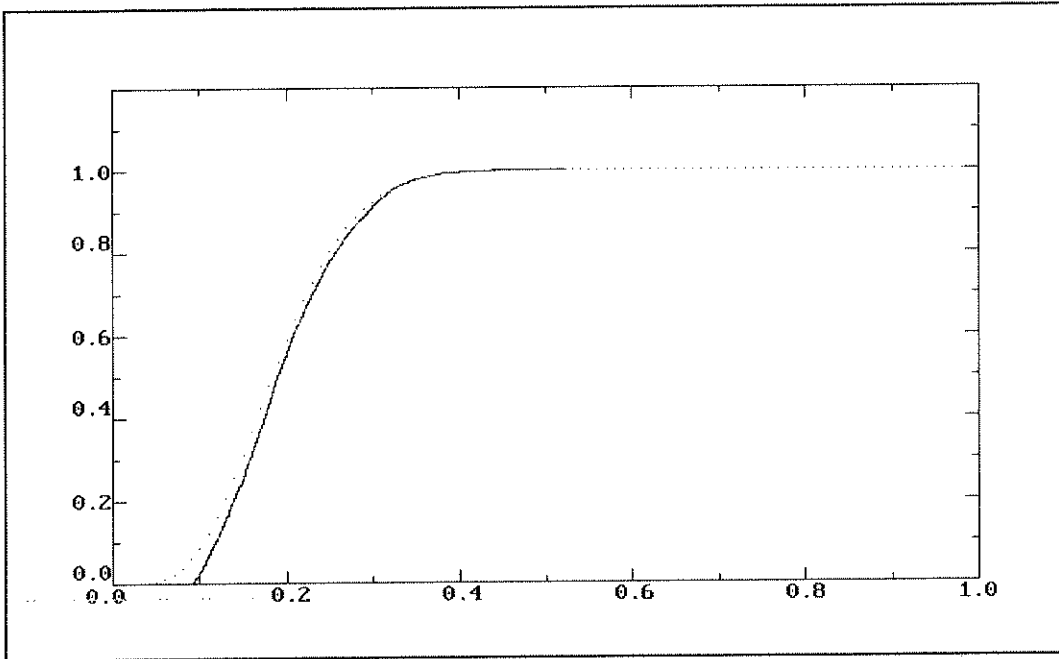


Gráfico 1. Beta(4.55,4.55) y $\theta_{MV}=0.05$.

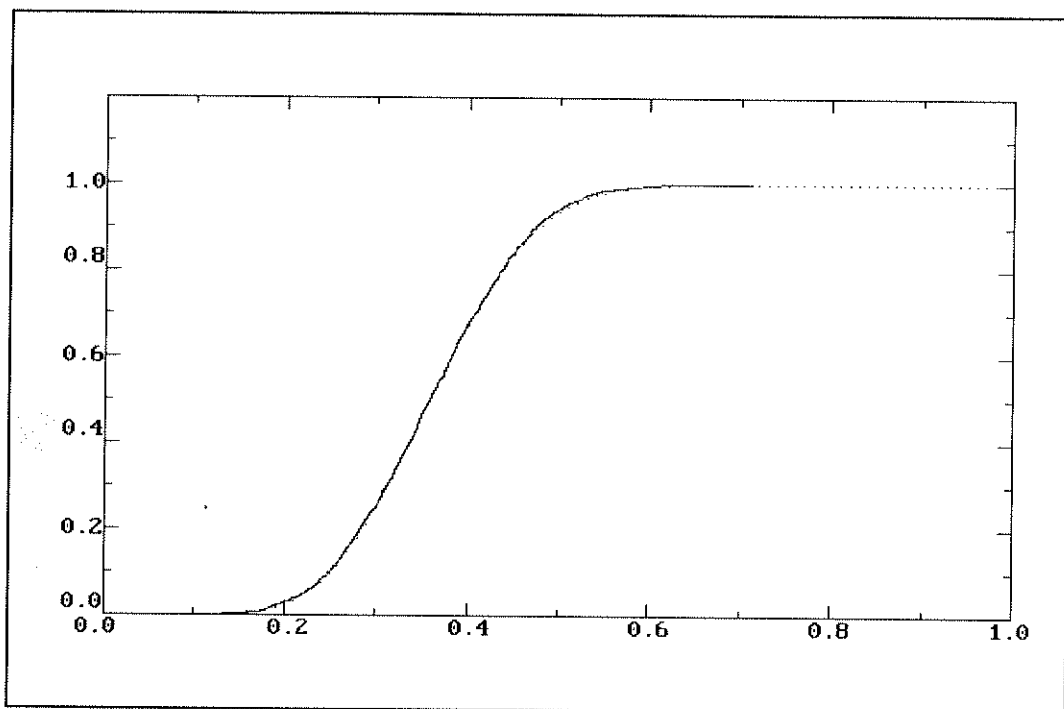


Gráfico 2. Beta(4.55,4.55) y $\theta_{MV}=0.3$.

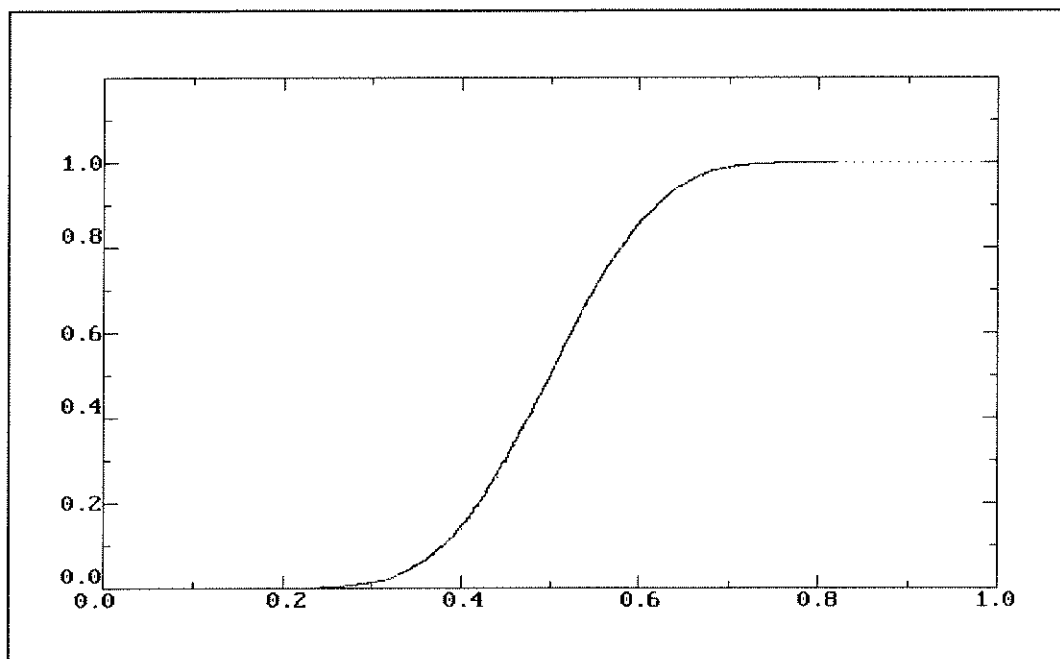


Gráfico 3. Beta(4.55,4.55) y $\theta_{MV}=0.5$.

4. APLICACIÓN A UNA FAMILIA NO CONJUGADA

Como quiera que en el epígrafe anterior se ha podido comprobar detalladamente los resultados obtenidos al utilizar el "método del rechazo" para disponer de una muestra de la distribución a posteriori, vamos a continuación a implementar dicho algoritmo para un supuesto de familias no conjugadas.

De esta forma, sea X una variable aleatoria que se distribuye según un modelo Normal de media μ conocida y varianza σ^2 desconocida; y sea σ^2 una variable aleatoria que se distribuye según un modelo Gamma de parámetros p y a , naturalmente conocidos. La especificación de la distribución final de σ^2 no es sencilla. Ahora bien, la utilización del algoritmo descrito en el segundo epígrafe únicamente requiere el cálculo de:

- a) Valores aleatorios de un modelo Gamma, que denotamos σ_i^2 .
- b) Los valores de la función de verosimilitud en $\sigma^2 = \sigma_i^2$.
- c) El valor de la función de verosimilitud en $\sigma^2 = \sigma_{MV}^2$, donde

$$\sigma_{MV}^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \mu)^2}{n}$$

- d) El cociente de las funciones de verosimilitud correspondientes a los apartados b y c.
- e) Valores aleatorios de un modelo Uniforme de parámetros 0 y 1.
- f) La comparación de los valores obtenidos en los apartados d y e.

Por todo ello, la obtención de una muestra de la distribución a posteriori mediante la implementación del algoritmo descrito en el segundo epígrafe es muy simple.

A título ilustrativo, se ha supuesto que la distribución a priori de σ^2 es un modelo Gamma, y puesto que fijamos un valor medio igual a 4 y un coeficiente de variación en un entorno del 15%, se tiene que los parámetros de dicho modelo son $p=40$ y $a=10$. También, se ha considerado que en una muestra de tamaño 20, se ha obtenido:

$$\sigma_{MV}^2 = \frac{\sum_{i=1}^{20} (x_i - \mu)^2}{20} = 5$$

La muestra de la distribución final de σ^2 formada por los 3000 puntos de σ_i^2 que no han sido rechazados, se han representado en el gráfico 4. En este histograma de frecuencias, los valores de σ_i^2 han sido agrupados en intervalos de amplitud constante e igual a 0.2.

A partir de esta muestra aleatoria, cuando se considere una determinada función de pérdida, es simple obtener la estimación Bayes del parámetro considerado.

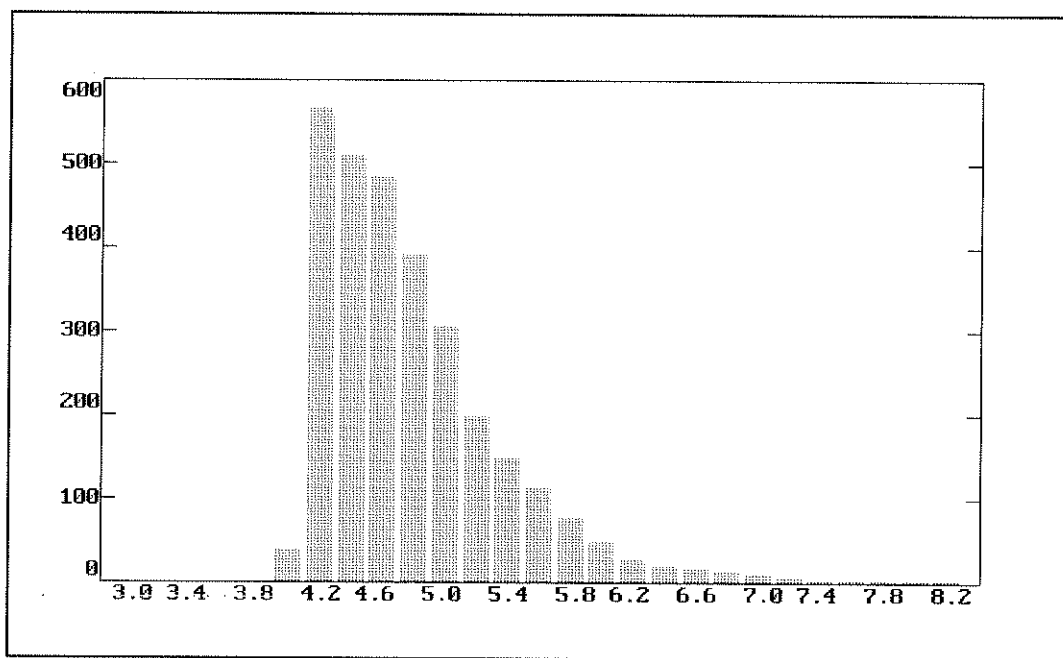


Gráfico 4.

5. BIBLIOGRAFIA

- DEGROOT, M. H. (1988) *Probabilidad y Estadística*. Addison-Wesley Iberoamericana.
- GELFAND, A. E., HILLS, S. E., RACINE-POON, A. AND SMITH, A. F. M. (1990) Illustration of Bayesian Inference in Normal Data Models Using Gibbs Sampling. *Journal of the American Statistical Association*, Diciembre 1990, Vol. 85, N^o 412.
- ROHATGI, V. K. (1976) *An Introduction to Probability Theory and Mathematical Statistics*. John Wiley.
- SMITH, A. F. M. Y GELFAND, A. E. (1992) Bayesian Statistics Without Tears: a Sampling-resampling Perspective. *The American Statistician*, Mayo 1992, Vol 46, N^o 2.
- KENNEDY, W. J. Y GENTLE, J. E. (1980) *Statistical computing*. Marcel Dekker.

IMPORTANCIA DE LA CULTURA DE EMPRESA EN ORDEN A LA EFICIENCIA DEL SECTOR PÚBLICO

RICARDO RODRÍGUEZ GONZÁLEZ
Universidad de Valladolid.

1. INTRODUCCION

El concepto de empresa en cuanto unión de fines y objetivos para realizar una actividad o tarea en común permite delimitar una serie de aspectos culturales relacionados con el desempeño de la función pública.

En tal sentido es preciso desvelar los lazos existentes entre el desempeño de las tareas y los resultados obtenidos en relación con el interés que los actuantes manifiestan por la adhesión, la lealtad, la implicación, el compromiso..., así como las actitudes y sentimientos ligados a los valores y creencias compartidos.

Dos son los ámbitos en que cabe plantear el anterior análisis de la relación existente entre la cultura de empresa pública y la obtención y mejora de los resultados: por una parte está la coherencia interna, que se pone de manifiesto en las relaciones entre sí de las personas que componen la institución y, por otra, la coherencia externa o sistema que desarrolla las relaciones de las personas y, en consecuencia de la empresa con su entorno.

Al analizar el tipo de cultura deseable es preciso tener en cuenta la idiosincrasia propia del sector público. La mentalidad de las personas que componen un ente económico en ocasiones choca contra determinados intentos de modificación de los métodos o sistemas de trabajo, a falta de una hipotética racionalización de los comportamientos y actitudes a las que es preciso adaptarse. Por ello, se ha de partir del conocimiento previo de la cultura existente para, posteriormente, analizar a dónde se quiere llegar. De igual modo será preciso definir los mecanismos de control de gestión que permitan poner en marcha la dinámica del cambio cultural.

La problemática específica de nuestro país en relación con el sector público ha de tener en cuenta de forma particular los aspectos relacionados con el individualismo, la envidia, la falta de solidaridad, el culto a las apariencias, los deseos de enriquecimiento inmediato, o el valor del dinero como medio de ascenso en la escala social.

La cultura de empresa pública ha de aglutinar el conjunto de valores, pensamientos y lenguaje que, aceptados por la persona, se incorporan de forma consciente a su comportamiento.

Algunos de los aspectos a considerar como integrantes de una cultura de empresa pública giran en torno a los conceptos de calidad del servicio, definición de objetivos y estrategias, coherencia entre ambos, e implantación de los cauces adecuados de información y comunicación.

Es preciso, pues, crear una cultura propia del servicio público en cuanto conjunto de valores a desarrollar por el personal vinculado a cualquier tipo de tarea de servicio a la comunidad.

La correcta definición de los puestos de trabajo, así como de las reglas y actuaciones constituyen herramientas básicas en el diseño de la estructura organizativa, junto con la actitud de la dirección respecto a la implantación de una determinada cultura de empresa, la gestión de la función pública y su control.

2. CULTURA DE EMPRESA PUBLICA Y CONTROL DE GESTION

La cultura de empresa se pone de manifiesto como una red de interacciones cuya repercusión afecta tanto al desempeño del propio trabajo, como al conjunto de objetivos, normas de actuación e instrumentos de trabajo. La cultura de empresa tiende a modelar el comportamiento de las personas afectando a la motivación, coordinación y modalidades del control de gestión.

En relación con la mejora de la calidad del servicio, el grado de competencia de las personas depende de su cultura en cuanto conocimientos, experiencia y saber hacer. Por otra parte, la cultura ha de permitir aunar esfuerzos y dinamizar la iniciativa de las personas en un intento de convergencia de los objetivos personales con los de la entidad.

La cultura de empresa pública conforma una matriz de acción donde se involucran orientaciones, motivaciones, cohesión, adaptación y evolución, que, a su vez tienen una incidencia directa sobre el sistema de control de gestión.

Las diversas componentes del sistema de control de gestión experimentan el influjo de la cultura de empresa pública en los diferentes ámbitos tanto normativos, como de actuación:

- Regulación de las actividades y comportamientos.
- Definición de funciones.
- Relaciones internas.
- Cooperación.
- Información.
- Normas de actuación.

En el caso de organismos complejos donde el control directo de todas las actuaciones es imposible, y en aquellos casos en que los indicadores de gestión suelen resultar difusos o de carácter cualitativo, resulta más eficaz el control del comportamiento de las personas por medio de la cultura.

Cuando el conjunto de funcionarios miembros de una unidad organizada comparten los mismos valores y están unidos por una misma cultura, es posible elaborar un "proyecto de empresa pública". Esta idea de proyecto de empresa ha de estar sustentada por la integración de las personas en el mismo. La fuerte cultura interna ha de permitir obviar los posibles riesgos de ruptura.

Algunos de los plantamientos tendentes a evitar el descontrol consisten en:

- Desarrollar instrumentos culturales comunes: lenguaje de trabajo, sistema de evaluación del trabajo equitativo...
- Potenciar el conocimiento mutuo.
- Implantar sistemas de gestión basados en la calidad total del servicio: hacer bien el trabajo a la primera, conseguir un nivel cero de reclamaciones derivadas de las propias actuaciones, resolver el 100% de las solicitudes o instancias dentro de un plazo óptimo, analizar los costes de no calidad, el nivel de despilfarro...

Los planteamientos vinculados con la gestión de la calidad total entroncan de forma directa con la cultura de empresa pública. Detrás del logro del objetivo físico de cero defectos, están una voluntad, unos métodos, unos instrumentos y, ante todo, un estado de ánimo que constituye el elemento imprescindible de una nueva cultura.

El sistema de control y la estructura de la organización son indisociables. El funcionamiento de la organización está condicionado por los planteamientos de poder del sistema de control. Será la dirección con su ejemplo, su voluntad de mejora y optimización y su entusiasmo y espíritu de diálogo quien posibilitará el llevar a término la implantación de sistemas de calidad enraizados en una nueva cultura del funcionario.

Diversos instrumentos de actuación permitirán llevar a cabo el proceso de cambio de la cultura, entre los cuales cabe destacar las políticas de comunicación, los círculos de calidad o los proyectos de empresa pública.

3. CULTURA DE EMPRESA Y CONTROL DE GESTION POR OBJETIVOS

Descentralización en la adopción de decisiones y responsabilización de los funcionarios preparan el camino al control por objetivos. La cultura de una organización estatal orienta el funcionamiento de un sistema de control por objetivos; ésta ha de quedar reflejada en el fuerte sentimiento de pertenencia al cuerpo, la fidelidad, la confianza mutua, la solidaridad... permitiendo disponer de personal conexasionado y autónomo a la vez.

La cultura ejerce su control sobre el conjunto de los miembros de la organización, mientras el control reviste carácter personalizado. La eficiencia de la cultura se pone de manifiesto a largo plazo, al ser su efectividad creciente en el tiempo a medida que se consolidan los valores orientadores del comportamiento.

Los denominados "complejos de complot" que generan retenciones en la información, utilizan reglas y procedimientos de protección y limitación de responsabilidades; por su parte, los "complejos de ciudadela" son generadores de sistemas organizativos poco conscientes de la realidad exterior y escindidos en el interior. En ambos casos nos hallamos ante auténticas fortalezas reacias a todo tipo de cambio. Solamente a través de un progresivo cambio de cultura basado en la concienciación individual será posible desmontar los pilares que sustentan estas estructuras bunkerianas que paralizan gran parte de los intentos de mejora en la gestión.

La definición de un "proyecto de empresa pública" puede permitir la implantación de sistemas de control cultural. Para ello es preciso determinar los grandes principios a compartir que han de servir como punto de referencia para las decisiones y acciones de carácter individual. la participación en la definición del proyecto de empresa es básica. Ciertos slogans pueden resultar altamente eficientes ("Participamos en la vida de la comunidad" o "nuestro quehacer ofrece soluciones a los problemas comunes").

Las reuniones periódicas con el personal permiten los encuentros y el trabajo en equipo estableciéndose de este modo cauces naturales de diálogo y propuestas de mejora de la gestión.

En resumen, el proyecto de empresa pública permite dar respuesta a los conflictos internos, al tiempo que mejora un conjunto de valores y actuaciones comunes tales como:

- el diálogo interdepartamental,
- la colaboración entre distintos estamentos jerárquicos,
- las relaciones personales,
- el desarrollo de los valores compartidos,
- la sensibilidad del personal en relación con su entorno.

El comportamiento de las personas ha de ir enfocado a una mayor asunción de los objetivos planteados, así como al mayor grado de colaboración interpersonal e interdepartamental. Cada persona ha de responsabilizarse de determinados indicadores de gestión previamente definidos y válidos para el conocimiento de la evolución de los resultados de forma transparente. Al propio tiempo, tal actitud constituye un elemento básico del control por objetivos.

Ciertos aspectos esenciales, tales como la exigencia de calidad en el servicio, el reconocimiento de las relaciones personales y la concienciación de la propia competitividad, constituyen los elementos básicos del control de la gestión pública. Cada persona ha de responsabilizarse a su nivel de los objetivos que previamente le han sido fijados, y ella misma tiene asumidos, tratando de desarrollar un conjunto de valores compartidos de referencias comunes tendentes a crear la idea de grupo coherente.

4. CONCLUSION

Los objetivos globales, en cuanto filosofía de actuación se insertan en la cultura de la empresa pública permitiendo el desarrollo de la actividad funcionarial de forma más armónica y por tanto, facilitando la consecución de los objetivos específicos de cada actuación concreta.

En cualquier caso, será preciso contar con las dificultades propias de toda innovación que afecta a planteamientos enraizados en las personas. El proceso es lento, siendo preciso adaptar el ritmo del cambio cultural a la velocidad de adaptación de las personas que integran la institución.

No se ha de olvidar que reviste particular importancia el hecho de que los nuevos valores a implantar sean mayoritariamente aceptados. Los cambios de cultura más efectivos son los que surgen de forma espontánea dentro de una organización. En tal sentido, la formación, capacitación y motivación de las personas constituyen el principal motor del cambio.

Siempre aparecerá un determinado porcentaje de personas totalmente reacias al cambio; será preciso admitirlas, tratando de integrarlas en la medida de lo posible, o incorporarlas a tareas que interfieran mínimamente en los procesos de cambio ya implantados.

Será tarea de los responsables de la función pública presentar un proyecto de empresa pública de forma atractiva, de modo que estimule la autosatisfacción de las personas, junto a un adecuado proceso de formación que haga que éstas se sientan motivadas para acometer los cambios que permitan la prestación de un servicio público de calidad en condiciones óptimas.

5. BIBLIOGRAFIA

AECA. La contabilidad de gestión como instrumento de control. Serie principios de contabilidad de gestión, nº 2, Madrid, 1.990.

ETTIJANI, Moussa. Culture d'entreprise et contrôle de gestion. 12^e Congrès de l'Association Française de Comptabilité, Groupe HEC, Mayo 1991.

MARTINEZ, CARLA. L'orientation des comportements: contrôle de gestion et culture d'entreprise. 12^e Congrès de l'Association Française de Comptabilité, Groupe HEC, Mayo 1991.

REVUE FRANÇAISE DE GESTION. La culture d'entreprise, sept-oct. 1984.

INTERVENCIONES INTRAMARGINALES Y CONTROLES A LA MOVILIDAD DEL CAPITAL EN UN MECANISMO CAMBIARIO DE BANDAS DE FLUCTUACION

Gonzalo RODRIGUEZ PRADA

Departamento de Fundamentos de Economía e Historia Económica
Universidad de Alcalá de Henares

1. INTRODUCCION

El modelo seminal de bandas de fluctuación (Krugman, 1988) mostró de manera muy elegante la capacidad de este régimen cambiario para estabilizar el tipo de cambio dentro de la banda, racionalizando de este modo la utilización de mecanismos del tipo de cambio como el utilizado en el SME. Sin embargo, este modelo está basado en un modelo monetario simple de determinación del tipo de cambio que incorpora una serie de supuestos extremadamente restrictivos: completa flexibilidad de precios; perfecta credibilidad de la banda; defensa de la banda mediante intervenciones marginales infinitesimales; y una especificación de los fundamentos macroeconómicos demasiado simple, aunque técnicamente conveniente para encontrar una solución explícita del modelo. Con estos supuestos, la anticipación de intervenciones defensivas en el momento del encuentro del tipo de cambio con los límites de la banda genera importantes no linealidades que se reflejan en la *curvatura* de la trayectoria típica seguida por el tipo de cambio en el interior de la banda. La condición de tangencia implicada por el modelo exige que el tipo de cambio toque los límites de la banda solamente durante un lapso de tiempo infinitesimal. La brillantez técnica del modelo es equiparable a la pobreza de su capacidad predictiva.

La modelización de Krugman (1988) de los fundamentos macroeconómicos, distingue entre una variable de control -la cantidad de dinero- que refleja la intervención marginal, infinitesimal -materializada en operaciones de mercado abierto o en intervenciones no esterilizadas en los mercados de divisas- de las autoridades monetarias para regular el tipo de cambio, y un componente exógeno -un conjunto de variable agrupadas bajo la denominación de *velocidad*- de naturaleza estocástica. La composición concreta de la velocidad es del todo irrelevante para el análisis: lo único esencial es su caracterización estocástica. El tipo de cambio depende *linealmente* de la variable fundamental (la suma de la cantidad de dinero y de la *velocidad*), pero las propiedades del modelo (la condición de tangencia) produce el resultado de que el tipo de cambio es una función *no lineal* de los fundamentos macroeconómicos. La justificación de esta "irrelevancia de la estructura determinista" podría encontrarse en la evidencia -suministrada, por ejemplo, por Meese y Rogoff (1983)- de que en un régimen de flexibilidad cambiaria el tipo de cambio sigue un paseo aleatorio. El supuesto de que la velocidad sigue un *movimiento browniano* sin tendencia es, precisamente, la caracterización en tiempo continuo de un paseo aleatorio.

La irrelevancia de los fundamentales podría estar justificada a corto plazo si el tipo de cambio se instala en una burbuja especulativa racional (Blanchard, 1979) o si los mercados no son eficientes como consecuencia de la presencia de inversores que actúan al margen de los fundamentos (*noise traders*) incrementando la volatilidad de los mercados (Frankel y Froot, 1990). En ambos casos las autoridades monetarias tendrían un incentivo para realizar intervenciones intramarginales discretas, diseñadas para generar un cambio discreto -un *salto*- del tipo de cambio suficiente para colocar a la economía sobre la senda estable de equilibrio de largo plazo, estimulando la participación estabilizadora de los inversores sofisticados (que basan sus decisiones en los fundamentales).¹

Las principales implicaciones del modelo de Krugman se resumen brevemente a continuación: la distribución del tipo de cambio dentro de la banda está sesgada hacia las bandas;² dentro de la banda el tipo de cambio está inversamente relacionado con la tasa de depreciación esperada;³ el tipo de cambio dentro de la banda exhibe una relación no lineal característica -una *curva en forma de S*- con respecto a la variable fundamental subyacente. Sin embargo, la evidencia empírica disponible encuentra que:⁴ la distribución del tipo de cambio dentro de la banda está sesgada hacia el centro (tiene forma de campana más que de U); la correlación entre el tipo de cambio y el diferencial de intereses es sólo circunstancialmente negativa; y no existe evidencia de que la relación entre el tipo de cambio y los fundamentos exhiba la no linealidad específica del modelo de Krugman. Además, los tests disponibles para contrastar la credibilidad de la banda rechazan claramente tanto el supuesto de perfecta credibilidad,⁵ como el supuesto de que las autoridades sólo realizan intervenciones marginales infinitesimales.⁶

¹Miller, Weller y Williamson (1989) muestran las propiedades estabilizadoras de una banda de fluctuación completamente creíble en estas circunstancias.

²Es decir, la distribución tiene forma de U. El sesgo hacia las bandas viene implicado por la condición de tangencia (*smooth pasting*) de la trayectoria del tipo de cambio con los límites de la banda. La condición de tangencia requiere esencialmente que el tipo de cambio no se ve afectado en ese punto por la variable fundamental, cuya distribución es uniforme dentro de la banda (se supone que el componente exógeno de la variable fundamental -la *velocidad*- sigue un movimiento browniano: distribución normal, con media cero y varianza proporcional a la longitud del intervalo temporal). Por consiguiente, existe una tendencia del tipo de cambio a variar lentamente (y por lo tanto a pasar más tiempo) en las proximidades de los límites de la banda.

³Es decir, el tipo de cambio exhibe *mean reversion*, de modo que el modelo predice una relación determinista negativa entre el tipo de cambio y el diferencial de intereses.

⁴Véase, por ejemplo, Flood, Rose y Mathieson (1991) y Svensson (1994).

⁵Por ejemplo, el *test sencillo* de Svensson (1991), que se limita a observar si los tipos de cambio -a varios plazos- del mercado de divisas a plazo caen dentro de la banda, o el *test con ajuste de tendencia* -descrito en Svensson (1994)-, que incorpora la expectativa de realineamientos, rechazan (incluso a corto plazo) la hipótesis de perfecta credibilidad de las bandas.

⁶Las reglas del juego del SME explícitamente tienen en cuenta la posibilidad (y la conveniencia en determinadas circunstancias) de realizar realineamientos de paridades e intervenciones intramarginales (incluso se diseñó un indicador de divergencia que debería facilitar este tipo de intervenciones, pero que ha resultado fallido en la práctica). El modelo de Krugman es, sin embargo, perfectamente compatible con la práctica de intervenciones intramarginales discretas en defensa

En este trabajo se considera una especificación más elaborada de la estructura de la economía, con el fin de mostrar que incluso suponiendo expectativas racionales y mercados eficientes, una especificación razonable del modelo estocástico subyacente puede generar una inestabilidad dinámica estructural que obligue a las autoridades económicas a realizar intervenciones intramarginales para estabilizar el tipo de cambio dentro de la banda. La *sección 2* presenta el modelo que sirve de base al análisis y examina sus propiedades dinámicas. La *sección 3* estudia la contribución a la estabilización del tipo de cambio nominal de una regla de intervención del tipo *leaning against the wind*, combinada con el establecimiento de controles a los movimientos de capital. En la *sección 4* se resumen las principales conclusiones del modelo y se realizan algunas consideraciones finales con las que concluye el trabajo.

2. UN MODELO ESTOCÁSTICO DE DETERMINACIÓN DEL TIPO DE CAMBIO

El modelo de referencia es una versión estocástica del modelo de determinación del tipo de cambio de Dornbusch (1976). La estructura de la economía -similar a la considerada en Rodríguez Prada (1994)- viene descrita por las siguientes ecuaciones:

$$y = \phi e - \varepsilon(i - \pi) \quad (1)$$

$$i = hy - n(m - p) \quad (2)$$

$$E(ds)/dt = i - i^* \quad (3)$$

$$dp = \alpha(y - y_0)dt + \theta dt + \alpha d\omega \quad (4)$$

$$\pi = E(dp)/dt \quad (5)$$

El modelo tiene una especificación logarítmico-lineal: con la excepción de los tipos de interés nominales, i , i^* , y salvo mención en contrario, el resto de las variables consideradas se expresan en términos logarítmicos. Un asterisco identifica una variable externa. La ecuación (1) es una *curva IS* que muestra la dependencia del output, y , con respecto al tipo de interés real, $i - \pi$, y al tipo de cambio real, $e = s - p$, donde s es el tipo de cambio nominal, p es el nivel de precios, y se supone que el precio del bien importado en moneda extranjera está exógenamente determinado y es igual a cero; π viene definido por la ecuación (5) y representa la tasa (instantánea) esperada de inflación. La ecuación (2) es una *curva LM* estándar (con una pendiente igual a h), siendo m el stock monetario y $z = m - p$ el nivel de saldos reales. La ecuación (3) -paridad descubierta de intereses- describe la condición de arbitraje en el mercado de divisas. La ecuación (4) refleja el supuesto de ajuste gradual de los precios, y resulta de combinar una curva de Phillips *aumentada* con una ecuación que expresa la relación entre la tasa de paro y la desviación del output con respecto a su nivel de pleno empleo, y_0 ; el parámetro α mide la velocidad de ajuste en el mercado de bienes (o, alternativamente, la sensibilidad de los salarios a las condiciones de demanda); θ es la tasa de crecimiento del stock monetario (el cambio esperado a largo plazo de dp por unidad de tiempo). El último término de la ecuación es responsable del

de la banda. Véase, a este respecto, Flood y Garber (1989).

comportamiento estocástico del modelo.⁷ Se supone que la economía se ve afectada por shocks de oferta aleatorios que perturban la tasa de inflación; $d\omega$ es el incremento de un *movimiento browniano* (o *proceso Wiener*) cuya varianza por unidad de tiempo es la unidad.

A largo plazo el comportamiento de los precios viene descrito por la siguiente ecuación diferencial estocástica:

$$dp = \theta dt + \sigma d\omega \quad (6)$$

donde dp se distribuye normalmente, con media θdt y varianza $\sigma^2 dt$.

El comportamiento dinámico del modelo obedece al siguiente sistema de ecuaciones diferenciales estocásticas, expresado en forma matricial:

$$\begin{bmatrix} E(ds) \\ dp \end{bmatrix} = A \cdot \begin{bmatrix} (s-s_0)dt \\ (p-p_0)dt \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \theta dt \\ \theta dt + \sigma d\omega \end{bmatrix}, \quad (7)$$

siendo,

$$A = \frac{1}{\Delta} \begin{bmatrix} h\phi & n(1-\alpha\epsilon - h\phi/n) \\ \alpha\phi & -\alpha(\phi + n\epsilon)\phi \end{bmatrix}$$

e,
 Δ

$= 1 + \epsilon(h - \alpha)$; s_0 y p_0 representan, respectivamente, el nivel de equilibrio de largo plazo del tipo de cambio y del nivel de precios.

Para encontrar la solución de este sistema estocástico supondremos, en primer lugar, que existe una relación funcional determinista entre la variable fundamental de referencia, s , y el tipo de cambio, $s = F(p)$, donde F es una función continua y diferenciable (al menos de segundo orden).

⁷Consistente con la especificación de Miller y Weller (1991a, 1991b) de las propiedades del sistema estocástico.

El cálculo estocástico resulta idealmente apropiado para la formulación y derivación de este equilibrio. Aplicando las reglas del cálculo estocástico -*lema de Itô*- obtenemos:

$$E(ds) = F'(p) E(dp) + (\sigma^2/2) F''(p) dt \quad (8)$$

Sustituyendo en esta expresión $E(ds)$ y $E(dp)$ por su valor en el sistema (7), se obtiene la siguiente ecuación diferencial estocástica fundamental:

$$(\sigma^2/2) F''(p) + [(\alpha\phi/\Delta) F(p-p_0) - (\alpha/\Delta)(\phi+\varepsilon n)(p-p_0)] F'(p) = [(h\phi/\Delta) F(p-p_0) + (n/\Delta)(1-\alpha\varepsilon-h\phi/n)(p-p_0)] \quad (9)$$

Si imponemos en la ecuación (9) la condición de que $\sigma=0$ eliminamos la curvatura característica del sistema estocástico, $(\sigma^2/2) F''(p)=0$.⁸ Las únicas soluciones lineales de la ecuación (9) corresponden a las soluciones estable e inestable de la senda de punto de silla del sistema determinista. La ecuación característica del sistema determinista correspondiente al sistema (9) es,

$$\lambda^2 + B\lambda + C = 0,$$

donde,

$$B = [\varepsilon\alpha n + \phi(\alpha-h)]/\Delta,$$

$$C = -n\alpha\phi/\Delta,$$

⁸Es decir, a pesar de que la ecuación (9) no dispone de soluciones explícitas, todavía es posible determinar las características cualitativas de las posibles soluciones tomando como referencia las propiedades del sistema determinista correspondiente.

Existe una única solución que satisface la propiedad de que el movimiento esperado del tipo de cambio converge a la solución de equilibrio de largo plazo. Esta solución corresponde a la raíz estable del vector característico y a la trayectoria de punto de silla asociada (que se supone que es la solución correspondiente a un régimen de tipos de cambio flexibles). En este caso, $\Delta > 0$. Entonces, $C < 0$, y la dinámica resultante exhibe estabilidad de punto de silla.⁹ Sin embargo, para determinados valores de los parámetros, existe una segunda solución estocásticamente inestable y que se corresponde con la solución globalmente inestable del sistema determinista.¹⁰ Este segundo caso ocurre cuando $\Delta < 0$. Entonces, $C > 0$ y $B < 0$, por lo que, en efecto, la trayectoria dinámica (no lineal) asociada es globalmente inestable.

Como se discute en Rodríguez Prada (1994), en un modelo de estas características un shock de precios positivo tiende a reducir instantáneamente el tipo de interés real y a elevar el tipo de cambio real. El efecto expansivo sobre el nivel de output dará lugar a un aumento gradual de los precios (más intenso cuanto mayor sea α) y de los tipos de interés nominales. Este proceso de *feedback* entre la tasa de inflación y el tipo de interés real puede impedir la convergencia de la economía hacia el equilibrio de largo plazo (generando tasas de inflación cada vez más altas y tasas reales de interés cada vez menores). En concreto, cuanto menor sea la pendiente de la curva LM mayor será la reducción del tipo de interés real durante el proceso de ajuste. Suponiendo que $\varepsilon > 0$, una condición necesaria (pero no suficiente) para que se obtenga la solución globalmente inestable es que $h < \alpha$ (la condición suficiente es que $h < \alpha - 1/\varepsilon$). Si $\varepsilon = 0$, $C < 0$, y se elimina la solución inestable.

Si retornamos al caso estocástico, dado que la ecuación (9) es una ecuación diferencial de segundo orden necesitamos imponer dos condiciones (*boundary conditions*) para obtener una solución única. La primera condición se obtiene de manera trivial suponiendo que los límites de la banda son simétricos -de modo que $F(p) = -F(-p)$ - alrededor de la paridad central, *centrada* a su vez en el origen. En ese caso la relación funcional entre tipo de cambio y nivel de precios debe satisfacer necesariamente la condición: $F(0)=0$. Esto asegura que las infinitas soluciones estocásticas diferentes de las soluciones de punto de silla, también pasan por el origen.¹¹ La segunda condición depende del régimen monetario preciso de intervención.

⁹Suponiendo, naturalmente, que los agentes racionales seleccionan la raíz estable.

¹⁰Véase Miller y Weller (1991a y 1991b) y Miller, Weller y Williamson (1989) para un análisis más extenso de la relación existente entre las soluciones estocásticas y las trayectorias dinámicas del sistema determinista. Si el comportamiento estocástico se enriquece mediante la incorporación de shocks que afecten a la demanda de dinero, aumenta la tasa (instantánea) de variación del tipo de cambio, pero las propiedades de la solución no se ven afectadas.

¹¹Específicamente, tienen un punto de inflexión en el origen. Véase Miller y Weller (1991a).

3. CONTROLES CAMBIARIOS E INTERVENCIÓN

LEANING AGAINST THE WIND

Supongamos a continuación que las autoridades intervienen en los mercados de divisas, siguiendo una regla *leaning against the wind*, y que al mismo tiempo establecen controles cambiarios. Nuestro objetivo es determinar cual es exactamente el papel desempeñado por cada una de esas medidas y averiguar si entre ambas existe una relación de complementariedad, o bien pueden considerarse instrumentos sustitutivos a disposición de las autoridades monetarias.

La siguiente ecuación especifica la regla de intervención seguida por las autoridades:

$$(dR/M) = -\Omega ds, \quad \Omega > 0 \quad (10)$$

donde Ω es el coeficiente de intervención.

La existencia de controles a la movilidad del capital modifica la condición de equilibrio en los mercados financieros internacionales. En este caso el equilibrio de la balanza de pagos requiere que se verifique:

$$(dR/M) = \delta(e - e_0)dt + \beta[i - i^* - E(ds)] \quad (11)$$

donde el primer componente del lado derecho de la ecuación representa el saldo de la balanza por cuenta corriente -que, para simplificar la exposición, suponemos que depende exclusivamente de las desviaciones del tipo de cambio real con respecto a su valor de equilibrio de largo plazo-, siendo δ un parámetro que mide la sensibilidad de la balanza comercial a las desviaciones del tipo de cambio real; el segundo componente es una representación estilizada del saldo por cuenta de capital, donde el parámetro β representa el grado de movilidad del capital o, indistintamente, la velocidad de ajuste de los mercados de activos (expresada como fracción del stock monetario).¹²

¹² Esta especificación tradicional, utilizada aquí por su simplicidad, puede ser objetada desde la perspectiva del enfoque de los mercados de activos, que considera los flujos de capital como una consecuencia del ajuste de stocks. Desde este punto de vista los flujos de capital cesan una vez que dichos ajustes se han completado, por lo que la existencia de flujos de capital continuos exigiría que se estuviesen produciendo cambios continuos del stock de riqueza.

Con estas modificaciones, y tras una compleja manipulación algebraica, la matriz A de la ecuación (7) se escribe:

$$A' = (1/\Delta') \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix}$$

donde,

$$a_{11} = h\phi + (\delta/\beta) [1 + \epsilon(h - \alpha)]$$

$$a_{12} = n(1 - \alpha\epsilon) - h\phi - (\delta/\beta) [1 + \epsilon(h - \alpha)]$$

$$a_{21} = \phi[\alpha(1 - \Omega/\beta) - h\Omega] - (\delta\Omega/\beta) [1 + \epsilon(h - \alpha)]$$

$$a_{22} = -[(n - \phi h)\Omega + \alpha(1 - \Omega/\beta)(\phi + \epsilon n) - (\delta\Omega/\beta) [1 + \epsilon(h - \alpha)]]$$

La ecuación característica del nuevo sistema determinista correspondiente al caso de intervención con controles de capital es, $\lambda^2 + B'\lambda + C' = 0$, donde,

$$B' = (1/\Delta') [n\Omega + \alpha\epsilon n(1 - \Omega/\beta) + \phi[\alpha(1 - \Omega/\beta) - h\Omega] - (\delta/\beta) [1 + \Omega + \epsilon(h(1 + \Omega) - \alpha)]]$$

$$C' = -(\alpha n/\Delta') (\phi + \epsilon\delta/\beta)$$

$$\Delta' = (1 - \Omega/\beta) [1 + \epsilon(h - \alpha)] + h\epsilon\Omega$$

Consideremos a continuación el caso de inestabilidad dinámica detectado en la sección anterior. Supongamos, en efecto, el caso de una *curva LM* con pendiente suficientemente reducida, tal que $h < \alpha$. Si, al mismo tiempo, la *curva IS* no es vertical ($\varepsilon > 0$), entonces $[1 + \varepsilon(h - \alpha)] < 0$. En este caso una condición suficiente para asegurar que la economía se instale sobre la única senda dinámicamente estable es que $\Omega > \beta$. Esto asegura que $\Delta' > 0$ y, por tanto, que $C' < 0$. La probabilidad de que se verifique esta condición aumenta cuanto mayor sea la intensidad de la intervención en los mercados de divisas y cuanto mayores sean las restricciones a la movilidad del capital.

Sin embargo, la efectividad relativa de ambos instrumentos es muy diferente. Examinemos, por ejemplo, lo que sucede cuando $\Omega < \beta$. Esto ocurre necesariamente para un valor finito del coeficiente de intervención en presencia de perfecta movilidad del capital (cuando $\beta \rightarrow \infty$). En este caso:

$$B' = (1/\Delta') [(n - h\phi)\Omega + \phi(\alpha - h) + \alpha n\varepsilon]$$

$$C' = -\alpha n\phi / \Delta'$$

$$\Delta' = 1 + \varepsilon [h(1 + \Omega) - \alpha]$$

Por lo tanto, en tanto que $h(1 + \Omega) > \alpha$, todavía es posible que $\Delta' > 0$ y, por tanto, $C' < 0$, lo que asegura que se obtiene la solución de punto de silla incluso si no se aplican controles de ningún tipo a la movilidad del capital.

Por el contrario, supongamos a continuación que se aplican controles cambiarios pero que la autoridad monetaria no interviene en el mercado de divisas ($\varepsilon = 0$). En este caso,

$$B' = (1/\Delta') [\alpha n + \phi(\alpha - h) - (\delta/\beta)(1 + \varepsilon(h - \alpha))]$$

$$C' = -(\alpha n/\Delta')(\phi + \varepsilon\delta/\beta)$$

$$\Delta' = 1 + \varepsilon(h - \alpha)$$

De modo que, si $h < \alpha$, y $\varepsilon > 0$, entonces $\Delta' < 0$, $C' > 0$, $B' < 0$, para todo valor de β . Por lo tanto, la imposición de controles a la movilidad del capital no puede evitar una solución no lineal globalmente inestable.

4. CONSIDERACIONES FINALES

El análisis desarrollado anteriormente ha mostrado -en el contexto de un modelo macroeconómico estocástico de determinación del tipo de cambio- que si la economía se encuentra inicialmente en una posición de inestabilidad dinámica, los controles a la movilidad del capital facilitan en gran medida el desplazamiento de la economía hacia la única senda dinámica estable, reduciendo la intensidad requerida de la intervención (basta con que $\Omega > \beta$). En este sentido cabe afirmar que los controles cambiarios constituyen un complemento adecuado de la intervención en los mercados de divisas. Sin embargo, la intervención puede ser efectiva para restaurar la estabilidad dinámica del sistema incluso en ausencia de controles a la movilidad del capital. Por el contrario, los controles cambiarios no pueden sustituir a la intervención en los mercados de divisas de las autoridades monetarias.

Naturalmente, la acumulación de los desequilibrios -sobre todo en presencia de un mecanismo de tipos de cambio *calcificado* (en palabras de Walters, 1993)- encarecerá la intervención, mermará su efectividad y terminará generando expectativas de realineamiento. La experiencia reciente del SME ha mostrado que en estas circunstancias la flexibilidad del mecanismo de tipos de cambio es un requisito ineludible para facilitar la estabilidad cambiaria. Las dificultades experimentadas por la coordinación monetaria en el seno del SME también han revelado las carencias de un sistema monetario asimétrico en presencia de perturbaciones asimétricas.

Existe cierta evidencia (Artis y Taylor, 1994) a favor de la hipótesis de que el mecanismo de tipos de cambio del SME habría ido evolucionando hacia una mayor estabilidad, reflejada en la reducción de la volatilidad experimentada tanto por el tipo de cambio como por los tipos de interés de las monedas pertenecientes al mecanismo de tipos de cambio del SME (con relación a las de los países ajenos a este mecanismo). Pero este relativo éxito en la reducción paulatina de la volatilidad no se ha reflejado, sin embargo, en la corrección de los desalineamientos del tipo de cambio real, ni en un aumento de la sustituibilidad de las monedas de los países miembros en las carteras de los mantenedores de riqueza (Artis y Taylor, 1989). Por este motivo cabría imaginar que el stock de credibilidad trabajosamente acumulado por el SME se habría ido disipando a medida que los agentes fueron concentrando su atención en las propiedades estabilizadoras a largo plazo de este mecanismo. Las turbulencias experimentadas por el SME desde el verano de 1992 habrían sido la consecuencia natural de un proceso de aprendizaje de los mercados financieros internacionales que terminó descubriendo las carencias fundamentales de un mecanismo cambiario que habría ido renunciando progresivamente a realizar a tiempo y en la debida cuantía los realineamientos necesarios -quizá priorizando la estabilidad a corto plazo de los precios de los activos, en detrimento de la viabilidad a largo plazo del sistema-, precisamente cuando la abolición de los controles cambiarios habría requerido un mecanismo cambiario mucho más ágil.

5. BIBLIOGRAFIA

ARTIS, M.J. y M.P. Taylor (1988): "Exchange Rates, Capital Controls, and the European Monetary System: Assessing the Track Record", en Giavazzi, Micossi y Miller (eds.) *The European Monetary System*. Cambridge University Press.

ARTIS, M.J. y M.P. Taylor (1994): "The Stabilizing Effect of the ERM on Exchange Rates and Interest Rates. Some Nonparametric Tests". *IMF Staff Papers*, Vol. 41, Nº 1, pp. 122-48.

BLANCHARD, O.J. (1979): "Speculative Bubbles, Crashes and Rational Expectations", *Economic Letters*.

DORNBUSCH, R. (1976): "Expectations and exchange rate dynamics". *Journal of Political Economy*, Vol. 84, diciembre, pp. 1161-76.

FLOOD, R.P. y P.M. Garber (1989): "The linkage between speculative attack and target zone models of exchange rates". *NBER Working Paper*, Nº 2918, abril.

FLOOD, R.P., A.K. Rose y D.J. Mathieson (1991): "An Empirical Exploration of Exchange-Rate Target-Zones", *Carnegie-Rochester Series on Public Policy*, Vol. 35, pp. 7-65.

FRANKEL, J.A. y K.A. Froot (1990): "Chartists, Fundamentalists and Trading in the Foreign Exchange Market". *American Economic Review*, vol. 80, Nº 2.

KRUGMAN, P. R. (1988): "Target zones and exchange rate dynamics". *NBER Working Paper*, Nº 2481, enero. Una segunda versión fue publicada posteriormente en *Quarterly Journal of Economics*, Vol. 106, agosto.

MEESE, R.A. y K. Rogoff (1983): "Empirical Exchange Rate Models of the Seventies: Do they Fit out of Sample?". *Journal of International Economics*, Vol. 14, febrero, pp. 3-24.

MILLER, M. H. y P. Weller (1991a): "Currency bands, target zones, and price flexibility". *IMF Staff Papers*, Vol. 38, Nº 1, marzo, pp. 185-215.

MILLER, M. H. y P. Weller (1991b): "Exchange rate bands with price inertia". *Economic Journal*, Nº 101, noviembre, pp. 1380-99.

MILLER, M. H., P. Weller y J. Williamson (1989): "The stabilizing properties of target zones". En Bryant *et al.* (eds.) (1989): *Macroeconomic Policies in an Interdependent World*. The Brookings Institution, CEPR, FMI.

RODRIGUEZ PRADA, G. (1990): "Dinámica del tipo de cambio bajo reglas de intervención alternativas", *Información Comercial Española*, Nº 678, pp. 111-124.

RODRIGUEZ PRADA, G. (1994): "Corrección de la inestabilidad cambiaria en un régimen de zonas objetivo", *Estudios de Economía Aplicada*, Vol.III. Universitat de les Illes Balears.

SVENSSON, L.O. (1991): "The Simplest Test of Target Zone Credibility", *IMF Staff Papers*, Vol. 38, septiembre, pp. 655-65.

SVENSSON, L.O. (1994): "An interpretation of recent research on exchange rate target zones". En L. Leiderman y A. Razin (eds.): *Capital Mobility: the Impact on Consumption, Investment and Growth*. Cambridge University Press.

WALTERS (1993): "Why the Exchange Rate Mechanism cannot be reformed". En Temperton (ed.), *The European Currency Crisis. What Chance Now for a Single European Currency?*. Probus Publishing Company. Cambridge.

EVALUACIÓN DE ESTIMACIONES DE PROBABILIDAD: UNA INTRODUCCIÓN

JOSÉ LUIS ROJO GARCÍA
JOSÉ ANTONIO SANZ GÓMEZ

Universidad de Valladolid
Dpto. Economía Aplicada (Estadística y Econometría)

1. INTRODUCCIÓN

En el campo de la estimación de magnitudes económicas, los analistas nos planteamos con frecuencia la evaluación de las posibilidades que tienen de presentarse ciertos sucesos de interés. El amplio desarrollo de las aplicaciones estadísticas y econométricas en este ámbito hace que la modelización de estos fenómenos revista una naturaleza estadística, por lo que dichas posibilidades se evalúan mediante el cálculo de las probabilidades de dichos sucesos dentro de un modelo coherente con la realidad que se trata de describir.

Los sucesos en los que intervienen **umbrales** son relativamente frecuentes. Dada una magnitud, un umbral es una cantidad tal que, si la magnitud lo rebasa, se produce un determinado efecto. El suceso consistente en la presencia de dicho efecto resulta, por tanto, equivalente a la superación del umbral por dicha magnitud. La probabilidad de ocurrencia de dicho suceso se convierte, en definitiva, en el objeto de la estimación o de la predicción.

La presencia de estos problemas en la literatura económica, desde un enfoque econométrico, son abundantes y se presentan cuando la magnitud en estudio se explica por otras, en el marco de un modelo econométrico cuya variable endógena es la citada magnitud. Sin pretender ser exhaustivos, citemos a Heckman y Macurdy (1980), Fase (1971), Ashford y Sowden (1970), Zellner, Hong y Gulati (1990), Rojo (1990), Sanz (1994) o Rojo y Sanz (1995).

En los primeros, la magnitud no es observable, por lo que la solución pasa por construir un modelo de respuesta cualitativa (MRC). En estos modelos, la variable dependiente es dicotómica, y vale la unidad cuando se produce el suceso, es decir, cuando la magnitud rebasa el umbral.

En las dos últimas referencias, la magnitud es observable en el periodo histórico; se trata, además, de problemas temporales, por lo que los MRC producen una importante pérdida de información, especialmente relevante en problemas en los que existe tendencia, lo que desaconseja su uso.

Las técnicas clásicas de estimación uniecuacional en modelos econométricos son aplicables a estos problemas. Así, si $Y_t = \sum_{i=1}^k x_{ti} \beta_i$, ($t=1, \dots, T$) es un modelo lineal clásico (MLC), con $\varepsilon_t \rightarrow NIID(0, \sigma^2)$, modelo que podemos escribir en notación matricial como

$Y = X\beta + \varepsilon$, y denotamos el modelo en el periodo de predicción como $Y^0 = X^0\beta + \varepsilon^0$, donde X^0 es el vector fila de los valores de las variables exógenas en el periodo de predicción ($X^0 = (x_1^0, \dots, x_k^0)$), y suponemos que la perturbación ε^0 es $N(0, \sigma)$ y está incorrelacionada con las perturbaciones correspondientes al periodo muestral, si además llamamos a al valor del umbral, puede estimarse $p = P(Y^0 > a)$ como

$$\hat{p}(Y^0 > a) = 1 - \Phi\left(\frac{a - X^0 \hat{\beta}}{\sigma}\right)$$

donde $\hat{\beta}$ es el estimador MCO de β , y σ^2 puede sustituirse por su estimador $s^2 = SCE / (T - k)$, donde SCE es la suma de los cuadrados de los residuos.

El problema de esta técnica es que el estimador MCO está diseñado para suministrar estimaciones óptimas de β , pero no de la probabilidad buscada. Los autores han desarrollado (Rojo y Sanz (1995)) una técnica que recoge el mensaje inicial, y plantea una función de pérdida cuadrática

$L(p, \tilde{p}) = (p - \tilde{p})^2$, donde \tilde{p} sería la estimación de p . El planteamiento es bayesiano, y se utiliza una distribución a priori no informativa en el sentido de Jeffreys. Si σ^2 es conocida, demuestran que la estimación óptima de p es

$$\tilde{p} = P(Y^0 > a | \tilde{\beta}) = 1 - \Phi \left(\sqrt{e} \cdot \frac{a - X^0 \hat{\beta}}{\sigma} \right)$$

siendo

$$e = 1 - X^0 (X'X + X^0 X^0)^{-1} X^0 = \frac{1}{1 + X^0 (X'X)^{-1} X^0},$$

y, si la varianza de las perturbaciones es desconocida, resulta

$$\tilde{p} = P \left(t_{T-k} \geq \sqrt{e} \cdot \frac{a - X^0 \hat{\beta}}{s} \right).$$

Los autores prueban, asimismo, que la diferencia entre ambas probabilidades estimadas, \hat{p} y \tilde{p} , viene provocada por una dispersión extra de la estimación bayesiana debida a la naturaleza aleatoria de β y, si además se desconoce σ^2 , por la aleatoriedad supuesta para la misma, que se traduce en que la distribución marginal de Y^0 es una t de Student en lugar de una normal.

Cuando σ^2 es conocido, se obtiene además un predictor "óptimo" de la esperanza (no bayesiana) de Y^0 , $X^0 \beta$, predictor que resulta ser (véase Sanz (1994))

$$X^0 \tilde{\beta} = a(1 - \sqrt{e}) + \sqrt{e} X^0 \hat{\beta} ,$$

una combinación lineal convexa del umbral a y del predictor mínimo cuadrático, $X^0 \hat{\beta}$.

Pueden compararse ambas predicciones de $X^0 \beta$, obteniéndose que su distancia relativa,

$$\frac{|X^0 \tilde{\beta} - X^0 \hat{\beta}|}{|a - X^0 \hat{\beta}|}$$

depende del valor de e y, por tanto, del de la forma cuadrática $X^0 (X'X)^{-1} X^{0'}$, y, para

los modelos con término constante, se minimiza cuando X^0 es el centro de gravedad de las variables exógenas en el periodo muestral.

Los autores estudian además (véase Sanz (1994)) las propiedades estadísticas del estimador obtenido, probando su consistencia, su no suficiencia y que los errores cuadráticos medios, tanto a posteriori como los condicionados por β , son menores que los del estimador MCO cuando el umbral se encuentra "razonablemente cerca" de $X^0 \beta$ (en particular, cuando a se encuentra en el intervalo $(X^0 \beta \pm 2\sigma)$).

La ampliación de estos resultados al caso en que el suceso de interés es de la forma $[Y^0 \leq a]$, $[a \leq Y^0 \leq b]$ u otros similares es inmediata, construyéndose sin dificultad estimaciones óptimas de la probabilidad. El espacio reservado en este trabajo es insuficiente para describir con detalle los anteriores resultados, por lo que recomendamos a los lectores interesados que acudan a las referencias.

2. MEDIDAS DE LA CAPACIDAD PREDICTIVA DEL PREDICTOR BAYESIANO

En este apartado se describen distintas medidas de la capacidad predictiva del predictor bayesiano obtenido. El contexto de nuestro problema implica que tenemos que comparar la información muestral, para la cual se supera o no el umbral y, por tanto, la probabilidad de superación es igual a cero o a la unidad, con la predicción estimada, un valor entre cero y la unidad, por lo que pueden usarse distintas medidas clásicas que son conocidas en el contexto de los MRC (sin tratar de ser exhaustivos, R^2 normal o, el de Efron, número de predicciones erróneas, SCE sin ponderar o con ciertas ponderaciones, R^2 de McFadden, criterio de información de Akaike, función de verosimilitud, medidas de Theil, entre otras) y que no describiremos. El lector interesado puede consultar numerosas referencias en este sentido¹.

El objeto del presente trabajo es la descripción de medidas que, aunque llevan siendo utilizadas desde hace varios años en otros contextos (especialmente el de la predicción meteorológica, véase Murphy y Winkler (1992), Dawid (1984) y DeGroot y Fienberg (1986)), no han sido objeto de especial interés en el campo económico. Sin embargo, su utilidad, tanto en el campo de los MRC como en nuestro problema es grande, como observará el lector, ya que permiten evaluar la capacidad predictiva desde múltiples enfoques, de forma que permiten un diagnóstico bastante completo de las cualidades y defectos de la predicción, desde el punto de vista descriptivo.

Se trata de un artículo introductorio, que ampliaremos más adelante, por lo que nos dedicaremos únicamente a describir brevemente la batería de medidas propuestas.

Los elementos básicos para el diagnóstico de la verificación de la predicción de probabilidad son tres: \hat{f} , probabilidades predichas de la superación del umbral (se redondean a los valores de un conjunto $F = \{f_1, \dots, f_k\}$, con $f_1 = 0$ y $f_k = 1$, contenido en $[0, 1]$) y x , las observaciones, que valen 1 si se supera el umbral y 0 si no se supera. Finalmente, $p(\hat{f}, x)$, la distribución conjunta de las predicciones y las observaciones que expresa las frecuencias relativas de ocurrencia de las distintas combinaciones de valores de \hat{f} y x .

¹Por ejemplo, pueden verse Amemiya (1981) y Judge, G. G. y otros (1980).

2.1. DESCOMPOSICIONES DE $p(f, x)$

Desde el punto de vista de las frecuencias condicionadas, puede descomponerse la información contenida en $p(f, x)$, en su distribución condicional y su distribución marginal, dando lugar a dos factorizaciones:

1) factorización CR² (calibrado-afinado)

2) factorización LBR³ (proporción entre las verosimilitudes).

La factorización CR descompone las frecuencias conjuntas en la forma

$$p(f, x) = p(x|f) \cdot p(f) .$$

El **calibrado** evalúa el primer factor. Una predicción está perfectamente calibrada si para todos los valores predichos, f , se cumple $f = p(x=1|f)$. Obsérvese que el calibrado es un ajuste en media, esto es, un ajuste entre la predicción f y la media $\mu_{x|f} = p(x=1|f)$ para cada valor de la predicción.

El grado de calibrado de la predicción se puede estudiar mediante una gráfica de $p(x=1|f)$ frente a f , evaluando su semejanza con la diagonal.

El **afinado** se refiere a la distribución marginal, $p(f)$. Una predicción de probabilidad estará perfectamente afinada si únicamente utilizamos predicciones iguales a 0 y 1. El grado de afinado, medida que tiene que ver con la *nitidez* de la predicción, se evalúa mediante una gráfica de $p(f)$ frente a f .

² Las siglas resumen la expresión inglesa *calibration-refinement*.

³ Las iniciales corresponden a la expresión inglesa *likelihood-base rate*.

Obsérvese que ambos conceptos son parcialmente contradictorios, en el sentido de que, si una muestra está completamente afinada, estará descalibrada (debido a la imposibilidad de predecir el futuro con certidumbre).

La factorización LBR descompone $p(f, x)$ como producto de la verosimilitud $p(f|x)$ y $p(x)$. El segundo factor es la única componente que no contiene a la predicción f . Sus valores, $p(x=0)$ y $p(x=1) = \mu_x$, se denominan **tasas básicas**.

En cuanto a lo que Murphy y Winkler (1992) denominan verosimilitud, indica cómo la predicción discrimina entre los valores de x ; así, si, dada una predicción f , $p(f|x=1)$ y $p(f|x=0)$ son muy diferentes, dicha predicción discrimina adecuadamente entre $x=0$ y $x=1$. Se utiliza a veces el cociente

$$\frac{p(f|x=1)}{p(f|x=0)} ;$$

si es similar a la unidad, la predicción f no es discriminante.

Una doble gráfica de las funciones de verosimilitud $p(f|x=1)$ y $p(f|x=0)$ frente a f indica visualmente si existe discriminación; para ello, debe haber poco solapamiento entre ambas.

2.2. MEDIDAS BASADAS EN LA REGRESIÓN

Se establece, para cada factorización, una ecuación de regresión lineal; así, desde el enfoque de la factorización CR:

$$\mu_{x|f} = a + b \cdot f \quad ,$$

donde $a = \mu_x - b\mu_f$ y $b = \frac{\sigma_x}{\sigma_f} \cdot \rho_{fx}$. Puede entonces asociarse el calibrado perfecto

a los valores $a=0$ y $b=1$, lo cual implica que $\mu_x = \mu_f$ y $\sigma_f \leq \sigma_x$ (obsérvese que la varianza de las observaciones, σ_x^2 , no depende de la predicción y se usa como medida de la dificultad de predecir. El calibrado implica entonces que la predicción está menos dispersa que las observaciones).

Desde el enfoque de la factorización LBR, la regresión es

$$\mu_{f|x} = c + d \cdot x \quad .$$

Puede comprobarse que el calibrado perfecto implica que c es positivo y d es inferior a la unidad. Nótese además que, como $x=0$ o $x=1$, los únicos puntos relevantes de esta recta son $(0, c)$ y $(1, c+d)$.

2.3. MEDIDAS GLOBALES DE ADECUACIÓN OBSERVACIÓN-PREDICCIÓN

Para estudiar el grado de correspondencia entre predicciones y observaciones, los autores citados proponen aquí otras medidas, que hacen una evaluación global del acierto en la predicción. Éstas son el **error medio**, ME,

$$ME(f, x) = \mu_f - \mu_x \quad ,$$

o sesgo incondicionado de la predicción; el **error cuadrático medio**, MSE,

$$MSE(f, x) = \sum_f \sum_x (f - x)^2 p(f, x)$$

que en el contexto de predicción meteorológica se denomina medida de **Brier** y, como es bien sabido, mide la **adecuación** (*accuracy*) global entre las predicciones y las observaciones.

La adecuación se puede medir en términos relativos, a través de la **medida de habilidad** (SS, *skill score*), definida como

$$SS(f, x) = 1 - \frac{MSE(f, x)}{MSE(\mu_x, x)} \quad .$$

$SS(f, x)$ es la mejora en el MSE cuando se predice con f en lugar de con tasa base

μ_x . Obsérvese que el denominador es la varianza de los datos.

2.4.- DESCOMPOSICIONES DE MSE

El error cuadrático medio puede descomponerse de varias formas, que ilustran numéricamente acerca de la relevancia de las distintas cualidades de la predicción.

Una descomposición básica es

$$MSE(f, x) = (\mu_f - \mu_x)^2 + \sigma_f^2 + \sigma_x^2 - 2\rho_{fx}\sigma_f\sigma_x$$

que lo escribe como suma del sesgo incondicionado y la varianza de los errores.

Desde el enfoque CR se descompone como

$$MSE(f, x) = \sigma_x^2 + E_f[\mu_{x|f} - f]^2 - E_f[\mu_{x|f} - \mu_x]^2 \quad ; \quad (1)$$

el primer sumando es la varianza de las observaciones (las cuales no dependen de la predicción); el segundo término es una medida del calibrado de la predicción (siendo cero sólo en el caso de calibrado perfecto); el tercer término es una medida de la **resolución**, grado en el que las frecuencias condicionadas, $\mu_{x|f}$, se separan de la tasa base, μ_x y, por tanto, entre sí. Si el

calibrado es perfecto, $\mu_{x|f} = f$ y $\mu_x = \mu_f$ con lo que este término será σ_f^2 , varianza de la predicción. En definitiva, MSE, desde la perspectiva CR, penaliza el descalibrado y premia la resolución.

Desde el enfoque LBR,

$$MSE(f, x) = \sigma_f^2 + E_x[\mu_{f|x} - x]^2 - E_x[\mu_{f|x} - \mu_f]^2 \quad (2)$$

El primer sumando mide el afinado; el segundo es nulo sólo si la predicción es perfecta, esto es, $x=1 \Leftrightarrow f=1$ y $x=0 \Leftrightarrow f=0$. El tercer sumando es nulo si $\mu_{f|x=1} = \mu_{f|x=0} = \mu_f$, es decir, si no existe discriminación; y disminuye el MSE según ésta aumenta, y la predicción media condicionada se aleja de la tasa base y se acerca lo más posible a 0 o a 1.

Finalmente, puede descomponerse SS como

$$SS(f, x) = \rho_{fx}^2 - \left[\rho_{fx} - \frac{\sigma_f}{\sigma_x} \right]^2 - \left(\frac{\mu_f - \mu_x}{\sigma_x} \right)^2 \quad (3)$$

Si hay calibrado perfecto, $SS = 1 - (\sigma_f^2 + \sigma_x^2) / \sigma_{fx}^2 = \rho_{fx}^2$, por lo que, entonces, el primer término mide la habilidad potencial de las predicciones perfectamente calibradas. El segundo es una medida del grado de descalibrado, y será cero si el calibrado es perfecto. Finalmente, el tercer sumando es una medida estandarizada del sesgo incondicionado de la predicción.

3. UNA ILUSTRACIÓN

La aplicación que se presenta en este apartado es una sencilla ilustración destinada a que el lector compruebe la capacidad de análisis que estas medidas descriptivas poseen, de cara a evaluar predicciones de probabilidad. En nuestro caso, el análisis desarrollado compara las predicciones de probabilidad obtenidas a través del método MCO con las obtenidas mediante las técnicas bayesianas desarrolladas por los autores.

Se trata, como dijimos en la introducción, de una primera aproximación al problema; los autores trabajamos actualmente en predicciones de probabilidad aplicadas a modelos de interés económico, por lo que esperamos presentar en posteriores trabajos evaluaciones sobre modelos de interés aplicado. En esta ilustración la información muestral ha sido simulada; ello permite, mediante la adecuada elección de las distribuciones implicadas en la simulación, utilizar una situación en la que las diferencias entre nuestro procedimiento y el clásico sean muy visibles. Asimismo, hemos podido utilizar una muestra suficientemente larga como para que el análisis descriptivo sufra en la menor medida posible de comportamientos erráticos.

Como se verá, la ilustración no supone una simulación sistemática. En las referencias de los autores citadas, se dispone de resultados generales en los que se demuestra de qué dependen las particularidades más notables del método.

En su versión actual, el programa de cálculo ha sido implementado en TSP, versión 4.2A, sobre un ordenador personal; sufre de ciertos problemas de redondeo, ligados a la precisión de ciertos cálculos, como observará el lector.

3.1. LOS DATOS Y EL MODELO

El modelo utilizado es un modelo lineal clásico uniecuacional,

$$y_t = \beta_0 + \beta_1 x_t + \varepsilon_t, \quad t = 1, \dots, 1000,$$

donde las 1000 observaciones de la variable exógena, x , han sido generadas a partir de una distribución $N(35, 100)$, y las perturbaciones, a partir de una $N(0, 100)$, donde el segundo parámetro es, en ambos casos, la desviación típica. Los valores utilizados para los parámetros han sido $\beta_0 = 4$, y $\beta_1 = 2$. El umbral utilizado ha sido $a = 100$.

Se trata de estimar la probabilidad de que la variable endógena supere el umbral. Así, se construye una variable dicotómica, z , que toma el valor $z_t = 1$ cuando $y_t > a$, y

$z_t = 0$ en otro caso. La evaluación del modelo y del método se realiza para los mismos datos muestrales usados en la estimación MCO, esto es, para $t = 1, \dots, 1000$.

En esta aplicación se evalúan y comparan dos estimaciones; la obtenida por aplicación de los mínimos cuadrados ordinarios, \hat{p} , y la que se deriva de nuestro método, \tilde{p} . Ambas estimaciones se agrupan en clases, de forma que se definen m_t y b_t , que aproximan \hat{p}_t y \tilde{p}_t , respectivamente, al valor, entre 0, 0.05, 0.1, 0.15, ..., 0.9, 0.95, 1, más próximo.

3.2. EVALUACIÓN DESDE EL ENFOQUE DE LA FACTORIZACIÓN CR

La figura 1 muestra el denominado **diagrama de calibrado**. En su parte inferior, se presentan las probabilidades $p(z|f)$, donde f será m o b , según que se trate de la predicción MCO o bayesiana, respectivamente. Se dibujan, también, la diagonal (calibrado perfecto), y la línea equidistante entre la diagonal y el eje de abscisas, que es la recta de habilidad nula ($SS=0$). Como puede observarse, las predicciones MCO están bastante bien calibradas, especialmente para los valores extremos de m . Por su parte, las predicciones bayesianas, b , están mucho peor calibradas. Como hemos probado en Rojo y Sanz (1995), la técnica bayesiana utilizada atrae a 0.5 la probabilidad de rebasar el umbral cuando se la compara con la MCO. Esta gráfica, muestra, también, que la habilidad de la predicción MCO es, en esta ilustración, superior a la bayesiana, estando más alejada la curva correspondiente a esta última a la recta $SS=0$.

La parte superior del diagrama de calibrado muestra las distribuciones marginales $p(m)$ y $p(b)$, utilizándose para evaluar el afinado (*refinement*) de las predicciones. Como puede observarse, la predicción MCO está bastante afinada, como consecuencia de la fuerte dispersión de los valores de la variable exógena del modelo, lo que implica que las probabilidades de superar el umbral se encuentren, con frecuencia, cerca de 0 o de la unidad. Por el contrario, la predicción bayesiana está mucho menos afinada, no observándose predicciones próximas a los valores extremos. Nótese que la concentración de valores en la cercanía de 0.5 es general en el caso bayesiano, incrementándose todas las frecuencias centrales.

El afinado puede, también, ilustrarse mediante la observación de los dos primeros momentos de la predicción, que se presentan en la tabla 1. Así, puede observarse que ambos métodos proporcionan predicciones prácticamente centradas en media (y, por tanto, similares a la tasa base

μ_z). Sin embargo, ambas predicciones están mucho más concentradas que las observaciones de

z , siendo muy superior la dispersión para el procedimiento MCO, lo que indica un mayor afinado de éste. En cualquier caso, la correlación lineal entre observaciones y predicciones es muy similar para ambos procedimientos.

| TABLA 1 | | | | | |
|---------|---------|---------|--------------|--------------|---------------|
| | Medias | | Varianzas | | |
| | μ_f | μ_z | σ_f^2 | σ_z^2 | ρ_{fz}^2 |
| m | 0.49195 | 0.49 | 0.14718 | 0.25015 | 0.77127 |
| b | 0.4961 | | 0.05504 | | 0.76788 |

3.3.- EVALUACIÓN DESDE EL ENFOQUE DE LA FACTORIZACIÓN LBR

La figura 2 describe el comportamiento de las frecuencias $p(f|z)$, que son relevantes a la hora de estudiar la factorización LBR. La gráfica superior muestra las frecuencias $p(b|z)$, observándose que tiene una importante capacidad discriminante entre los valores de z . Idealmente, la mayor discriminación se obtendría si ambas curvas no se solapasen. Puede notarse, en este sentido, que la superficie de solapamiento es, en este caso, pequeña (no superior al 25%).

La gráfica inferior de la figura 2 presenta información análoga para las frecuencias $p(m|z)$, esto es, para la predicción MCO. El lector puede observar que la discriminación es también elevada, pudiéndose hacer comentarios similares al caso bayesiano.

Obsérvese que, como es deseable, en ambos casos las curvas se cruzan cerca de la tasa base, $\mu_z = 0.49$; en concreto, el cruce se produce en el valor 0.5.

El comportamiento diferenciado de las predicciones condicionadas por los valores de la observación z puede también ilustrarse mediante sus momentos, que se presentan en la tabla 2.

| TABLA 2 | | | | | | |
|---------|---------------|---------------|--------------------|--------------------|-------|-------|
| | Medias | | Varianzas | | | |
| | $\mu_{f z=0}$ | $\mu_{f z=1}$ | $\sigma_{f z=0}^2$ | $\sigma_{f z=1}^2$ | $z=0$ | $z=1$ |
| m | 0.20206 | 0.79367 | 0.057643 | 0.061821 | 490 | 510 |
| b | 0.31961 | 0.67980 | 0.021963 | 0.023282 | | |

3.4. MEDIDAS GLOBALES DE ADECUACIÓN

Finalmente, describiremos brevemente cómo puede evaluarse el comportamiento realización-predicción mediante la descomposición de las medidas globales de adecuación.

| TABLA 3 | | | | |
|----------|---------|--------------|------------------------|----------------------------|
| | MSE | σ_z^2 | $E_f[\mu_{z f} - f]^2$ | $E_f[\mu_{z f} - \mu_z]^2$ |
| <i>m</i> | 0.10125 | 0.25015 | 0.0026062 | 0.15125 |
| <i>b</i> | 0.1249 | 0.25015 | 0.025402 | 0.15040 |

El lector puede observar que el MSE bayesiano es superior al MCO; desde el punto de vista de la descomposición CR (véase la expresión (1)), en ningún caso su valor puede atribuirse a la falta de calibrado que, como comentamos anteriormente, es superior para el procedimiento bayesiano; con todo, la resolución de ambas predicciones descuenta cantidades muy similares del MSE (alrededor del 60% de σ_z^2).

En cuanto a la descomposición LBR del MSE (véase la expresión (2)), puede observarse que el MSE del procedimiento MCO es, fundamentalmente, consecuencia de la dispersión de las predicciones (de su afinado, como hemos visto), mientras que para el procedimiento bayesiano, el MSE lo es, esencialmente, de la inadecuación entre observación y media condicionada de la predicción. Pueden observarse en la tabla otros detalles menores que no nos detendremos a comentar.

Finalmente, veamos la descomposición de la habilidad relativa (SS) cuya fórmula presentamos en la expresión (3). Como puede verse en la tabla 5, el SS del procedimiento bayesiano es claramente inferior al MCO, debido, esencialmente, a la falta de calibrado del primero, ya que, tanto las correlaciones, como las medidas de sesgo incondicionado relativo, resultan muy similares.

| TABLA 5 | | | | |
|----------|---------|---------------|--|---|
| | SS | ρ_{fz}^2 | $\left(\rho_{fz} - \frac{\sigma_f}{\sigma_z}\right)^2$ | $\left(\frac{\mu_f - \mu_z}{\sigma_z}\right)^2$ |
| <i>m</i> | 0.59523 | 0.59486 | 0.0000177 | 0.000015201 |
| <i>b</i> | 0.50070 | 0.58963 | 0.089285 | 0.00014875 |

Rogamos al lector que disculpe la brevedad de los comentarios anteriores, debida a la escasez de espacio. Esperamos que pueda hacerse una idea del interés de estas medidas de evaluación de los métodos de predicción y del carácter complementario que poseen con respecto a los clásicos. Un estudio de las relaciones entre ambos proporcionaría, sin duda, resultados de interés.

4. BIBLIOGRAFIA

- AMEMIYA, T. (1981). *Qualitative Response Models: A Survey*. Journal of Economic Literature, Vol. XIX, 1483-1536.
- ASHFORD, J.R. Y SOWDEN, R.R. (1970). *Multivariate Probit Analysis*. Biometrics, 26, 535-546.
- DAWID, A.P. (1984). *Present Position and Potential Developments: Some Personal Views*, Journal of Royal Statistical Society, 147, Part 2, 278-292.
- DEGROOT, M.H. Y FIENBERG, S.E. (1986). *Comparing Probability Forecasters: Basic Binary Concepts and Multivariate Extensions*. Bayesian Inference and Decision Techniques. Essays in Honor of Bruno de Finetti. Ed. Goel, P. and Zellner, A. Cap. 16, 247-264. Amsterdam: North-Holland.
- FASE, M.M.G. (1971). *On the estimation of lifetime income*, J.A.S.A., vol. 66, 366, 686-692.
- HECKMAN, J.J. Y MACURDY, T.E. (1980). *A Life Cycle Model of Female Labour Supply*, Review of Economic Studies, 47, págs. 47-74.
- JUDGE, G.G., GRIFFITHS, W.E., HILL, R.C. Y LEE, T.C.} (1980). *The Theory and Practice of Econometrics*, Wiley: New York.
- MURPHY, A.H. Y WINKLER, R.L. (1992). *Diagnostic verification of probability forecasts*, International Journal of Forecasting, 7, págs. 435-455.
- ROJO, J.L. (1990). *Trabajo de Investigación* (no publicado), para el concurso al cuerpo de Catedráticos de Universidad (Area de Economía Aplicada).
- ROJO, J.L. Y MARTÍN, I. (1987). *Predicciones de variables endógenas en problemas ligados a la existencia de umbrales*. Estadística Española, (I.N.E.), 116, págs. 45-53.
- ROJO, J.L. Y SANZ, J.A. (1995). *Predicciones bayesianas de probabilidad en presencia de umbrales en un modelo lineal*. Estadística Española, (I.N.E.), 138.
- SANZ, J.A. (1994). *Predicciones bayesianas de probabilidad en presencia de umbrales en un modelo lineal. Una aplicación a la predicción del gasto turístico*. Tesis doctoral, Departamento de Economía Aplicada (Estadística y Econometría), Universidad de Valladolid.
- ZELLNER, A.; HONG, C. Y MITU GULATI, G. (1990). *Turning points in Economic Time Series, Loss structure and Bayesian forecasting*. Bayesian and Likelihood Methods in Statistics and Econometrics. Essays in Honor of George A. Barnard. Ed. Geisser, S.; Hodges, J. S.; James Press, S. y Zellner, A., pp. 371-393. Amsterdam: North-Holland.

ANALISIS DE LA EDUCACION EN CASTILLA-LA MANCHA: ENSEÑANZA PRIMARIA, ENSEÑANZA SECUNDARIA Y ENSEÑANZA SUPERIOR

CARMEN SELVA SEVILLA
Economía Política Y Hacienda Publica
Facultad de Ciencias
Economicas Y Empresariales
Universidad de Castilla-La Mancha

1. INTRODUCCIÓN

El objeto de la presente comunicación es llevar a cabo un breve análisis cuantitativo de la educación en Castilla-La Mancha, para lo cual diferenciaremos, en primer lugar, los dos grandes pilares de nuestro sistema educativo, esto es:

- La Enseñanza no-universitaria en sus diferentes niveles (Enseñanza Primaria, en la que incluiremos la Enseñanza Infantil, y la Enseñanza Secundaria).

- Enseñanza Superior.

Para llevar a cabo este análisis vamos a tratar de abordar el tema desde tres ópticas distintas:

- Infraestructura escolar, para la cual utilizaremos los indicadores relativos al número de centros públicos existentes para cada uno de los tres niveles educativos en que hemos dividido nuestro sistema educativo.

- Evolución del alumnado, cuyo comportamiento estudiaremos a través de indicadores relacionados con el número de alumnos en centros según titularidad, pública o privada.

- Evolución del profesorado, cuyo estudio estará basado en el análisis del comportamiento de variables relativas al número de profesores en centros según titularidad.

El período objeto de estudio será, para el caso de la Enseñanza no-universitaria (Enseñanza Primaria y Enseñanza Secundaria), el comprendido entre los cursos 1982/83 y 1993/94, mientras que, el período de referencia que se tomará para el análisis de la Enseñanza Universitaria será algo más corto pero más exhaustivo, ya que disponemos de datos referentes a la Enseñanza Superior en la Universidad de Castilla-La Mancha desde su creación.

Antes de comenzar con el estudio del sistema educativo en Castilla-La Mancha sería conveniente reflexionar brevemente sobre la evolución de la población en nuestra región, por grupos de edades. En concreto, nos basaremos en los datos de población según la edad, por grupos

quinquenales, y que se refieren, en particular, a la población de 0 a 4 años, de 5 a 9 años, de 10 a 14 años, de 15 a 19 años y de 20 a 24 años.

A grandes rasgos, lo primero que se deduce de ellos es la evolución regresiva de la población que tiene lugar entre los años 1991 y 1981 para todas las cohortes de edad estudiadas, excepto para la que comprende la población de entre 20 y 24 años. Dicha regresividad, si bien es generalizada, va reduciendo su intensidad conforme vamos pasando a cohortes de edad más avanzada.

Si clasificáramos las cohortes de edad por grupos en función de sus tasas de evolución entre 1991 y 1981, habríamos de colocar a la población de 0 a 4 años y a la de 5 a 19 años en un primer grupo puesto que registran las tasas de evolución más negativas (-23,80% y -19,12%, respectivamente); al grupo de edad entre 10 y 14 años y entre 15 y 19 años lo situaríamos en un segundo grupo ya que arrojan tasas de evolución también negativas pero significativamente menores (-13,60% y -12,72%, respectivamente); y en un tercer grupo incluiríamos a la población de 20 a 24 años que evoluciona positivamente en torno a un 3,80%.

Respecto a la evolución de la población de 0 a 4 años, ésta es la más negativa de todas pues se reduce un 23,80% entre 1991 y 1981, aunque hemos de resaltar la gran diferencia que hay entre las tasas de evolución calculadas entre 1986 y 1981 y las calculadas entre 1991 y 1986, pues la primera es -17,60% y la segunda se sitúa en un -7,52%. De entre todas las provincias de Castilla-La Mancha, es Guadalajara la que arroja el porcentaje de variación más negativo alcanzando el -33,00% entre los años extremos, 1991 y 1981.

La población entre 5 y 9 años evoluciona también regresivamente, aunque algo menos que el anterior grupo de edad, ya que ronda el -19,12%. Para esta cohorte la tasa más negativa la encontramos lógicamente entre los años 1991 y 1986 (-14,45%), pues entre los años 1986 y 1981 se reduce sólo un 5,45%.

Siguiendo con el segundo grupo, la población de 10 a 14 años en Castilla-La Mancha se reduce un 13,6% entre 1991 y 1981, si bien aparecen en esta cohorte acusadas diferencias interprovinciales, puesto que, mientras que en Cuenca la disminución es de un 24,57%, en Guadalajara es de sólo un 5,16%. Por otro lado, lo que ocurre con la población de 15 a 19 años es prácticamente una copia del anterior grupo de edad, pues en el mismo período de referencia se reduce 12,72 puntos porcentuales y también existen acusadas diferencias interprovinciales.

Por último, la población de 20 a 24 años es la única que presenta una tasa de evolución positiva (3,80%) que se debe al crecimiento de población de este grupo de edad entre los años 1986 y 1981 que aumenta un 10,61%, puesto que entre 1991 y 1986 la población se reduce 6,15 puntos porcentuales.

Una vez determinadas las principales características poblacionales de Castilla-La Mancha para dichas cohortes de edad, pasamos a analizar, para los diferentes niveles educativos, la infraestructura escolar en el siguiente punto, la evolución del alumnado en el tercero y la evolución del profesorado en el cuarto apartado, para después comentar brevemente algunos de los principales indicadores del sistema educativo castellano-manchego y establecer finalmente algunas consideraciones finales.

2. INFRAESTRUCTURA ESCOLAR POR NIVELES EDUCATIVOS.

2.1. ENSEÑANZA PRIMARIA.

Para abordar el estudio de este nivel educativo hemos considerado conveniente, según los datos estadísticos existentes, incluir dentro de la Enseñanza Primaria, además de la Educación General Básica, la denominada Educación Infantil o Educación Preescolar, dentro de la cual se distingue el Jardín de Infancia (2-3 años) y la Escuela de Párvulos (4-5 años), y que se caracteriza por su no-obligatoriedad.

El indicador utilizado es, como dijimos, el número de centros públicos, si bien éste es un indicador menos preciso que el número de unidades escolares, pero la información estadística disponible nos obliga a utilizar ese otro indicador.

La reducción de centros de Enseñanza Primaria en Castilla-La Mancha en el período de referencia es un hecho que queda claramente reflejado en el Cuadro Núm.1, si bien en provincias como Ciudad Real y Toledo tiene lugar un ligero incremento en el número de centros en torno al 1,5% y al 2,13%, respectivamente.

Esta reducción en el número de centros es debida, en parte, a la caída de la natalidad que se refleja, como vimos en el capítulo anterior, en los porcentajes de variación negativos de la cohorte de edad 0-4 años, cuya media en Castilla-La Mancha es 23,8 puntos porcentuales negativos entre 1991 y 1981, a lo cual se suma las cifras también negativas de crecimiento de la población castellano-manchega entre 5 y 9 años y entre 10 y 14 años, y que rondan el -19,2% y el -13,6%, respectivamente.

Con la disminución de centros viene aparejado un incremento de la concentración escolar en este nivel y que se refleja en los índices de densidad escolar, esto es, en el número de centros por 100 Km² (Cuadro Núm.4), y que para el conjunto de la región pasa de tener valores en torno a 1,13 centros por 100 Km² en el curso 1982/83 a 1,07 centros por 100 Km² en el curso 1993/94, si bien este descenso en la densidad escolar es más acusado en Albacete (de 1,20 a 0,87) y va seguido por Ciudad Real y Guadalajara, mientras que en Cuenca y Toledo aumenta ligeramente. Estas disparidades interprovinciales en la densidad escolar no plantean problema alguno siempre que haya una buena adecuación entre oferta y demanda de estudios.

2.2. ENSEÑANZA SECUNDARIA

El nivel educativo que abordamos ahora se encuentra ya lo suficientemente generalizado como para tener dificultades a la hora de catalogarlo, pues no se sabe si debe ser considerado como una simple prolongación no obligatoria de la Enseñanza Primaria obligatoria, o como una fase previa que conduce directamente hacia la Universidad.

La oferta pública de Enseñanza Secundaria en Castilla-La Mancha ha aumentado en un 41% en la década objeto de estudio, puesto que de 110 centros en el curso 1982/83 se pasó a 155 en el curso 1993/94.

Las diferencias interprovinciales en la evolución de centros de Enseñanza Secundaria se deben únicamente al mayor o menor incremento en el número de centros, puesto que en todas ellas se produce en mayor o menor grado. Así, es en Cuenca dónde tiene lugar el mayor crecimiento, un 91% entre dichos cursos, y le siguen por orden decreciente Toledo (42,85%), Albacete (41%), Ciudad Real (32,43%) y Guadalajara (16,66%).

De igual forma que en el anterior nivel educativo, esto es, en la Enseñanza Primaria, la reducción del número de centros llevaba aparejada un aumento de la concentración escolar, en la Enseñanza Secundaria observamos el proceso contrario puesto que al aumento en el número de centros le sigue un ligero aumento de la densidad escolar que se refleja en el Cuadro Núm.5.

2.3. ENSEÑANZA SUPERIOR

El análisis de la Educación Superior en Castilla-La Mancha puede considerarse realmente interesante debido, por un lado, a la próxima asunción de competencias en materia educativa y, más concretamente, las de ámbito universitario por la Junta de Comunidades y, por otro, a las peculiares características de la Universidad de Castilla-La Mancha y que se concretan en su estructura multicampus (Albacete, Ciudad Real, Cuenca y Toledo) algo que, sin dudas, influye en el desarrollo de la misma. Además, no solamente los centros están dispersos en las cuatro provincias mencionadas, sino que también lo está la infraestructura administrativa (Vicerrectorados, Vicegerencias,...).

En relación al número de centros universitarios existentes en la Universidad de Castilla-La Mancha se aprecia un espectacular crecimiento de los mismos en el período de tiempo que transcurre desde la creación de la Universidad, es decir, desde el curso 1985/86 hasta el curso 1993/94. En este sentido, si el número de centros docentes en el curso 1985/86 era de 16, en el curso 1993/94 el número era de 30, lo que supone un crecimiento de más del 85%. En los campus de Albacete y Toledo, el número de centros ha aumentado en un 100%, mientras que en Cuenca y Ciudad Real este porcentaje ha sido del 75% y 80%, respectivamente (Cuadro Núm.3). Comparando estos valores con los del conjunto de las universidades españolas tenemos que la expansión es superior a la media española, puesto que en el sistema universitario español el número de centros crece en un 40% entre los cursos 1985/86 y 1990/91, y en el castellano-manchego aumenta en un 75% para el mismo período de tiempo.

3. EVOLUCIÓN DEL ALUMNADO

3.1. ENSEÑANZA PRIMARIA

La matrícula en este nivel educativo muestra un descenso entre los cursos que son objeto de este estudio que está obviamente relacionado con la reducción de las tasas de natalidad que han tenido lugar y que provocan una pérdida de la población escolar demandante de este nivel educativo (especialmente de Enseñanza Infantil).

Dentro de esta clara reducción en el número de alumnos de Enseñanza Primaria hemos de distinguir entre alumnos matriculados en centros públicos y en centros privados puesto que, como queda reflejado en el Cuadro Núm.6, el descenso en la matrícula es, en general, más intenso en los

centros privados que en los públicos. En Toledo los matriculados en centros públicos de Enseñanza Primaria permanecen prácticamente constantes (sólo se reducen en un 0,5%) y en Albacete la reducción no es muy acusada pues ronda el 10,7%, pero en ambos casos se produce a costa de la Enseñanza Primaria privada pues es en estas dos provincias dónde tiene lugar el mayor descenso de matrícula privada en este nivel educativo (30,6% en Toledo y 23% en Albacete).

En las otras tres provincias de Castilla-La Mancha el descenso del número de alumnos en uno y otro sector es más equilibrado, pues en Guadalajara el número de alumnos que estudian en centros públicos se reduce en casi un 13% y los que lo hacen en centros privados se reduce en un 17%. En Ciudad Real y Cuenca se da el caso contrario de que el número de matriculados se reduce algo más en los centros públicos que en los privados, en concreto, se reduce alrededor de unos dos puntos porcentuales más los alumnos "públicos" que los "privados".

Por otra parte, independientemente de la evolución del alumnado de Enseñanza Primaria en centros públicos y privados, es preciso dejar claro el absoluto y creciente predominio del número de alumnos matriculados en centros públicos puesto que en el curso 1982/83 el 66,61% de los alumnos de Castilla-La Mancha de este nivel educativo estaban matriculados en centros públicos siendo este porcentaje más elevado en Cuenca (89,40%) y seguido por Ciudad Real (80,18%), Albacete (79,22%), Guadalajara (71,06%) y Toledo (65,5%); y en el curso 1993/94 el peso del número de alumnos de centros oficiales pasa a ser de un 78,61% siguiendo en primera posición Cuenca (89,16%) y produciendo algunos cambios en el resto de los puestos pues en este curso a Cuenca le sigue Albacete, Ciudad Real, Toledo y Guadalajara en cuanto a matriculación oficial.

3.2. ENSEÑANZA SECUNDARIA

En contraposición a la recesión generalizada de la matrícula en Enseñanza Primaria, la Enseñanza Secundaria experimenta una fuerte expansión en su número de alumnos que queda claramente reflejado en el Cuadro Núm.7.

En cuanto a la distribución porcentual de los alumnos por sectores, público o privado, queda claro el absoluto, aunque descendente, predominio de la enseñanza pública frente a la privada. En este sentido, en el curso 1982/83 el 80,82% de los alumnos castellano-manchegos estaban matriculados en institutos públicos y en el curso académico 1993/94 era un 79% los que estudiaban en centros oficiales, si bien se aprecian claras y agudas diferencias interprovinciales siendo la más importante la que tiene lugar en el curso 1993/94 entre Albacete y Toledo, pues en la primera el 95,03% de los alumnos de EE.MM. estudian en centros oficiales y en la segunda hay un 62,56% de estudiantes "públicos".

En cuanto a la evolución del alumnado de EE.MM. entre los cursos académicos 1982/83 y 1993/94 se observa que el número de alumnos matriculados en centros privados de Castilla-La Mancha se reduce casi un 6%, mientras que el número de matriculados en centros públicos crece en el mismo período un 60,07%. En relación a esto encontramos algunas diferencias interprovinciales entre las que cabe resaltar:

- En Cuenca y Albacete se incrementa el número de matriculados en centros oficiales en un 90,84% y en un 55,32%, respectivamente, a la par que tiene lugar una reducción de la matrícula de alumnos en centros privados de un 59,3% y de un 20%.

- En Guadalajara y Toledo tiene lugar un aumento de los matriculados en centros públicos del 47% y del 103%, respectivamente, mientras que la matriculación en centros privados permanece prácticamente invariable.

- En Ciudad Real se produce un incremento simultáneo de la matriculación en ambos sectores, puesto que la matriculación en centros oficiales crece en un 30,6% y en centros privados en un 19%.

3.3. ENSEÑANZA SUPERIOR

En relación a los alumnos, resalta el proceso de acelerado crecimiento que ha tenido lugar desde la creación de la Universidad, pues se ha pasado de los 5.570 del curso 1985/86 a los 23.472 del curso 1993/94, lo que significa un crecimiento del 320%. Por campus, el que más ha crecido ha sido el de Toledo con un 507% de aumento, seguido por el de Albacete con un 333%, el de Ciudad Real con un 282% y el de Cuenca con un 170% (Cuadro Núm.8). Si comparamos el sistema universitario castellano-manchego, en particular, con el español, observamos que el crecimiento del número de alumnos ha sido muy superior en la Universidad de Castilla-La Mancha. De esta forma, en el período de tiempo comprendido entre los cursos 1985/86 y 1990/91, el número de alumnos matriculados en el conjunto de las universidades españolas crece a un 36%, mientras que en la de Castilla-La Mancha el crecimiento es de un 190%.

Las cifras relativas al número de alumnos por sexos permiten apreciar una clara tendencia de feminización de la Universidad. En el curso 1992/93, del total de alumnos matriculados en nuestra Universidad, casi el 53% son mujeres. Por tipo de centro, se observa un claro predominio del alumnado femenino en Facultades y Escuelas Universitarias, mientras que la matriculación de mujeres en Escuelas Universitarias Técnicas supone tan sólo alrededor de un 20% del total de alumnos matriculados.

Por áreas de enseñanza y para el curso 1992/93, el porcentaje de participación femenina es claramente superior al masculino en Humanidades (66,66%), Ciencias Sociales (59,64%), Ciencias Experimentales (55,07%) y en Ciencias de la Salud (81,02%). Todo lo contrario ocurre en Ingeniería y Tecnología donde sólo un 23,32% del total de alumnos matriculados en el curso 1992/93 son mujeres.

Si comparamos, para los años 1986 y 1991, el porcentaje que representan los alumnos matriculados en la Universidad de Castilla-La Mancha respecto al estrato de población de 18 a 24 años, observamos el salto que se ha experimentado puesto que se pasa de un 3,25% en 1986 a un 10,55% en 1991, si bien hemos de reconocer que este porcentaje es todavía muy inferior al correspondiente al total nacional que, para los mismos años, es de un 19,81% y de un 26,18%, respectivamente.

4. EVOLUCIÓN DEL PROFESORADO POR NIVELES EDUCATIVOS

4.1. ENSEÑANZA PRIMARIA

En primer lugar, es preciso resaltar el hecho de que mientras que tiene lugar un descenso en el número de alumnos matriculados en este nivel educativo, se produce un incremento de 2.448 profesores entre los cursos 1982/83 y 1993/94, lo que repercute favorablemente sobre la calidad de enseñanza.

La escasa presencia de docente varones en la primera fase de la Enseñanza Primaria, esto es, en la Enseñanza Infantil, se debe a la política seguida con anterioridad a la LGE de 1970 por la cual sólo podían dar sus clases en Escuelas de Maternales y Párvulos las "Maestras Nacionales" con dos años de ejercicio profesional como mínimo.

En líneas generales, se observa un predominio prácticamente absoluto y creciente del personal docente en centros públicos tanto en el curso 1982/83 como en el curso 1993/94, si bien se aprecian, como es lógico, algunas diferencias interprovinciales. En el primer curso estudiado, es Cuenca la que disfruta de un mayor porcentaje de profesorado público (89,5%) y Toledo la que tiene una menor plantilla de personal docente público respecto al total (73,4%); y en el curso 1993/94, Cuenca sigue ocupando la primera posición, puesto que de cada 100 profesores de Enseñanza Primaria más de 90 trabajan en centros públicos, y Guadalajara pasa a estar en el último lugar con un 78,6% de profesores "públicos".

En relación a la evolución del personal docente por sectores, a nivel regional, se aprecia la misma tendencia en el público y en el privado, ya que en los dos tipos de centros el número de profesores se incrementa, aunque más en los públicos (28,71%) que en los privados (4,2%). Por provincias, encontramos las siguientes matizaciones:

- En Guadalajara tiene lugar un incremento moderado del profesorado en centros públicos (11,5%) y un aumento más pronunciado del personal docente en centros privados (24,61%). Se trata de la única provincia en Castilla-La Mancha en la que tiene lugar un mayor crecimiento del profesorado privado que del público.

- En Ciudad Real se observa una variación al alza mayor en el número de docentes de centros públicos (22,85%) que en el de centros privados (9,53%).

- En Toledo encontramos el mayor incremento en el número de profesores del sector público de toda la región pues aumenta 47,72 puntos porcentuales, mientras que el número de docentes "privados" se mantiene prácticamente constante.

- En Albacete y Cuenca lo que se produce es una especie de sustitución de profesorado "privado" por "público", puesto que mientras que el "público" aumenta un 31,70% y un 14%, respectivamente, el "privado" se reduce en un 3,58% y en un 2,26%, respectivamente.

4.2. ENSEÑANZA SECUNDARIA

Respecto al profesorado de este nivel educativo lo primero que se observa en el Cuadro Núm.10 es que el número de profesores de EE.MM. aumenta 75,27 puntos porcentuales entre los cursos 1982/83 y 1993/94, mientras que el número de alumnos crece, en el mismo período de tiempo, un 47,44%, lo que se traduce en una mejora de la calidad de enseñanza.

La distribución del profesorado por sectores muestra un claro y creciente protagonismo del sector público en este nivel educativo, que en el curso 1993/94 es ya de un 89,48%, resaltando, por encima del resto de las provincias, Albacete, dónde de cada 100 profesores más de 95 imparten sus clases en centros públicos.

Los números "índice" reflejan un espectacular crecimiento del personal docente en centros públicos en nuestra región, pues ronda el 104%, mientras que el número de profesores de centros privados se reduce en un 20,14%. En cuanto a diferencias interprovinciales encontramos las siguientes:

- Ciudad Real es la única provincia que arroja un incremento simultáneo tanto en el número de docentes de centros públicos como privados, creciendo los primeros un 86,8% y los segundos un 21,08%.

- Guadalajara y Toledo registran un crecimiento en el número de profesores "públicos" de un 102,06% y de un 106,31%, respectivamente, y una reducción de los docentes que trabajan en el otro sector de un 10% y de un 7,62%, respectivamente.

- En Cuenca y Albacete se producen los mayores crecimientos en el número de profesores de centros públicos (134,34% y 112,35%, respectivamente) y también las mayores reducciones en el profesorado "privado" (57,55% y 56,89%, respectivamente).

4.3. ENSEÑANZA SUPERIOR

La plantilla del personal docente ha experimentado un crecimiento del 152% en el período comprendido entre los cursos académicos 1985/86 y 1993/94, crecimiento que se distribuye de forma desigual a lo largo del tiempo. Mientras que en el curso 1990/91 tiene lugar un aumento del 50% (de 563 profesores, en 1989/90, pasa a 842 profesores en 1990/91), en el curso 1987/88 se aprecia un incremento de sólo un 3,45% (pasando de 434 profesores en el curso 1986/86 a 449 en el curso 1987/88). En el período comprendido entre los cursos académicos 1985/86 y 1989/90, el número de profesores en la Universidad de Castilla-La Mancha ha crecido un 40%, mientras que para el conjunto de las universidades españolas este crecimiento ha sido de un 10%.

Si diferenciamos a los profesores por el tipo de relación con el centro encontramos que ha tenido lugar, entre los cursos 1991/92 y 1993/94, un incremento de un 32,3% en el número de profesores titulares y de un 11,81% en el número de profesores contratados, mientras que el profesorado interino se ha reducido en un 45,32%.

5. CONSIDERACIONES FINALES

Lo primero que se deduce del análisis de la educación en Castilla-La Mancha llevado a cabo en la presente comunicación es la importancia que se ha concedido a la educación en nuestra Comunidad y, especialmente, a la educación superior, en línea con lo que algunos autores han manifestado en relación a la importancia de la educación como factor de desarrollo económico puesto que cada día es más necesario ofrecer una educación adecuada a la futura de mano de obra que deberá estar capacitada para la utilización de nuevas tecnologías y formas de producción.

En este sentido, en el único nivel educativo en el que no ha tenido lugar una clara expansión es en la Enseñanza Primaria, puesto que se ha reducido el número de centros en todas las provincias excepto en Ciudad Real y Toledo, donde han aumentado levemente. También ha tenido lugar un descenso en el número de alumnos más intenso en centros privados que en públicos y un incremento en el número de profesores, especialmente en Toledo (47,72%), lo que supone una mejora de la calidad de enseñanza en este nivel educativo.

En cuanto a la Enseñanza Secundaria se aprecia un crecimiento del número de centros y del número de alumnos y un aumento del número de profesores mayor que el producido en el número de alumnos, lo que repercute favorablemente sobre la calidad de enseñanza. El crecimiento de los tres factores es especialmente intenso en provincias como Toledo y Cuenca, siendo ésta última una de las provincias con menor renta de España.

Y, por último, en relación al sistema educativo superior en Castilla-La Mancha hay que decir que hemos asistido a una fuerte expansión de la oferta educativa superior que ha resultado estar por encima de la correspondiente a la universidad española en general. En este sentido, el número de centros ha crecido en torno a un 85% y el número de profesores en un 152% entre los cursos 1985-86 y 1993-94. Paralelamente ha tenido lugar un espectacular crecimiento de la demanda de educación superior que se refleja en la tasa de incremento del número de estudiantes que ronda el 320% en el período objeto de estudio.

CUADRO NUM. 1
ENSEÑANZA PRIMARIA: EVOLUCION DE LOS CENTROS PUBLICOS (PREESCOLAR/EGB)

| | 1982/83 | 1993/94 | Evolución de los CP Indices base 1982/83=100 |
|-------------|---------|---------|---|
| Albacete | 178 | 130 | 73,03 |
| Ciudad Real | 200 | 203 | 101,50 |
| Cuenca | 176 | 170 | 96,60 |
| Guadalajara | 109 | 108 | 99,08 |
| Toledo | 234 | 239 | 102,13 |
| C-LM | 897 | 850 | 94,76 |

Fuente: Ministerio de Educación y Ciencia. Elaboración Propia.

CUADRO NUM. 2.
ENSEÑANZA SECUNDARIA: EVOLUCION DE LOS CENTROS PUBLICOS (EE.MM.)

| | 1982/83 | 1993/94 | Evolución de los CP Indices base 1982/83=100 |
|-------------|---------|---------|---|
| Albacete | 22 | 31 | 141,00 |
| Ciudad Real | 37 | 49 | 132,43 |
| Cuenca | 11 | 21 | 191,00 |
| Guadalajara | 12 | 14 | 116,66 |
| Toledo | 28 | 40 | 142,85 |
| C-LM | 110 | 155 | 141,00 |

Fuente: Ministerio de Educación y Ciencia. Elaboración Propia.

CUADRO NUM. 3
ENSEÑANZA SUPERIOR: EVOLUCION DE LOS CENTROS PUBLICOS

| | 1985/86 | 1986/87 | 1987/88 | 1988/89 | 1989/90 | 1990/91 | 1991/92 | 1992/93 | 1993/94 |
|-------------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|
| Albacete | 4 | 4 | 4 | 4 | 6 | 6 | 6 | 7 | 8 |
| Ciudad Real | 5 | 5 | 6 | 6 | 9 | 9 | 9 | 9 | 9 |
| Cuenca | 4 | 5 | 5 | 5 | 6 | 7 | 7 | 7 | 7 |
| Toledo | 3 | 3 | 3 | 3 | 4 | 6 | 6 | 6 | 6 |
| C-LM | 16 | 17 | 18 | 18 | 25 | 28 | 28 | 29 | 30 |

Fuente: Universidad de Castilla-La Mancha. Elaboración Propia.

CENTROS PUBLICOS POR 100 KM2

CUADRO NUM.4 **ENSEÑANZA PRIMARIA (PREESCOLAR/EGB)**

| | 1982/83 | 1993/94 |
|-------------|---------|---------|
| Albacete | 1,20 | 0,87 |
| Ciudad Real | 1,03 | 1,00 |
| Cuenca | 1,01 | 1,02 |
| Guadalajara | 0,89 | 0,88 |
| Toledo | 1,52 | 1,55 |
| C-LM | 1,13 | 1,07 |

Fuente: Ministerio de Educación y Ciencia. Elaboración Propia.

CUADRO NUM.5 **ENSEÑANZA SECUNDARIA**

| | 1982/83 | 1993/94 |
|-------------|---------|---------|
| Albacete | 0,15 | 0,20 |
| Ciudad Real | 0,06 | 0,12 |
| Cuenca | 0,18 | 0,24 |
| Guadalajara | 0,10 | 0,11 |
| Toledo | 0,18 | 0,26 |
| C-LM | 0,13 | 0,19 |

Fuente: Ministerio de Educación y Ciencia. Elaboración Propia.

CUADRO NUM. 6
ENSEÑANZA PRIMARIA: EVOLUCION DEL ALUMNADO (PREESCOLAR/EGB)

| | 1982/83 | | | 1993/94 | | | Evolución del alumnado Índices Base 1982/83=100 | |
|-------------|---------|-------------|-------|---------|-------------|-------|--|-------------|
| | TOTAL | C. PUBLICOS | % | TOTAL | C. PUBLICOS | % | C. PUBLICOS | C. PRIVADOS |
| Albacete | 66.038 | 52.316 | 79,22 | 57.289 | 46.734 | 81,57 | 89,33 | 77,00 |
| Ciudad Real | 82.008 | 65.756 | 80,18 | 68.738 | 54.906 | 79,87 | 83,50 | 85,11 |
| Cuenca | 32.649 | 29.185 | 89,40 | 25.288 | 22.549 | 89,16 | 77,26 | 79,07 |
| Guadalajara | 23.143 | 16.446 | 71,06 | 19.883 | 14.331 | 72,07 | 87,14 | 83,00 |
| Toledo | 80.450 | 52.688 | 65,50 | 71.667 | 52.399 | 73,11 | 99,45 | 69,40 |
| C-LM | 284.288 | 216.391 | 66,61 | 242.865 | 190.919 | 78,61 | 88,22 | 76,50 |

CUADRO NUM. 7
ENSEÑANZA SECUNDARIA: EVOLUCION DEL ALUMNADO (EE.MM.)

| | 1982/83 | | | 1993/94 | | | Evolución del alumnado Índices Base 1982/83=100 | |
|-------------|---------|-------------|-------|---------|-------------|-------|--|-------------|
| | TOTAL | C. PUBLICOS | % | TOTAL | C. PUBLICOS | % | C. PUBLICOS | C. PRIVADOS |
| Albacete | 13.521 | 12.276 | 90,80 | 20.064 | 19.068 | 95,03 | 155,32 | 80,00 |
| Ciudad Real | 19.301 | 16.649 | 86,26 | 24.902 | 21.745 | 87,32 | 130,60 | 119,04 |
| Cuenca | 6.109 | 4.227 | 69,20 | 8.833 | 8.067 | 91,32 | 190,84 | 40,70 |
| Guadalajara | 7.381 | 4.897 | 66,34 | 9.688 | 7.198 | 74,30 | 147,00 | 100,24 |
| Toledo | 14.593 | 11.174 | 76,57 | 26.311 | 22.716 | 86,33 | 203,30 | 105,14 |
| C-LM | 60.905 | 49.223 | 80,82 | 89.798 | 78.794 | 79,00 | 160,07 | 94,19 |

CUADRO NUM. 8
ENSEÑANZA SUPERIOR: EVOLUCION DEL ALUMNADO

| | 1985/86 | 1986/87 | 1987/88 | 1988/89 | 1989/90 | 1990/91 | 1991/92 | 1992/93 | 1993/94 |
|---------------------------------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|
| FACULTAD DERECHO | 252 | 504 | 893 | 1.148 | 1.282 | 1.320 | 1.465 | 1.538 | 1.555 |
| FACULTAD ECONOMICAS | | | | | 422 | 847 | 1.168 | 1.508 | 1.609 |
| E.U. DE RELACIONES LABORALES | | | | | 500 | 716 | 948 | 1.048 | 1.097 |
| E.U. DE PROFESORADO E.G.B. | 724 | 639 | 550 | 486 | 413 | 389 | 461 | 733 | 1.005 |
| E.U. ENFERMERÍA | 166 | 163 | 179 | 204 | 246 | 272 | 299 | 290 | 301 |
| E.U. POLITECNICA (F - A) | 767 | 981 | 1.295 | 1.617 | 1.565 | 1.958 | 1.972 | 697 | 808 |
| E.U. POLITECNICA (I - I) | | | | | | | | 1.673 | 1.802 |
| E.T.S. AGRONOMOS | | | | | | | | | 100 |
| TOTAL ALBACETE | 1.909 | 2.287 | 2.917 | 3.455 | 4.428 | 5.502 | 6.313 | 7.487 | 8.277 |
| FACULTAD C. QUIMICAS | 147 | 172 | 182 | 220 | 257 | 52 | 316 | 447 | 532 |
| FACULTAD LETRAS | 368 | 382 | 393 | 515 | 674 | 697 | 692 | 695 | 757 |
| E.U. PROFESORADO E.G.B. | 680 | 641 | 535 | 433 | 307 | 300 | 352 | 503 | 683 |
| E.U. ENFERMERÍA | | | 50 | 100 | 166 | 197 | 217 | 227 | 233 |
| E.U. POLITECNICA ALMADEN | 347 | 299 | 310 | 361 | 366 | 429 | 542 | 662 | 678 |
| E.U. ING. TECN. AGRICOLA | 206 | 250 | 281 | 364 | 377 | 421 | 489 | 500 | 528 |
| E.U. INFORMATICA | | | | | 242 | 486 | 557 | 680 | 787 |
| E.U. RELACIONES LABORALES | | | | | 508 | 574 | 636 | 755 | 743 |
| CENTRO JURIDICO EMPRESARIAL | | | | | 410 | 814 | 1.186 | 1.539 | 1.732 |
| TOTAL CIUDAD REAL | 1.748 | 1.744 | 1.751 | 1.993 | 3.307 | 4.170 | 4.987 | 6.008 | 6.673 |
| FACULTAD BELLAS ARTES | | 49 | 90 | 129 | 165 | 208 | 211 | 229 | 268 |
| E.U. PROFESORADO E.G.B. | 463 | 441 | 385 | 294 | 267 | 248 | 269 | 393 | 504 |
| E.U. ENFERMERÍA | 117 | 126 | 125 | 150 | 178 | 212 | 233 | 269 | 256 |
| E.U. TRABAJO SOCIAL | | | | | 100 | 186 | 274 | 296 | 318 |
| C.U. CUENCA (LETRAS) | 81 | 76 | 70 | 60 | 65 | 50 | 45 | 53 | 73 |
| C.U. CUENCA (DERECHO) | 257 | 298 | 360 | 542 | 751 | 772 | 781 | 806 | 707 |
| E.U. RELACIONES LABORALES | | | | | | 219 | 279 | 363 | 355 |
| TOTAL CUENCA | 918 | 990 | 1.030 | 1.175 | 1.526 | 1.895 | 2.092 | 2.409 | 2.481 |
| FACULTAD DE C. JURID. SOC. | | | | | | 3.216 | 3.612 | 3.652 | 3.637 |
| SECCION QUIMICAS | | | | | | 212 | 215 | 243 | 229 |
| SECCION GEOGRAFIA E HISTORIA | | | | | | 109 | 111 | 118 | 183 |
| E.U. PROFESORADO E.G.B. | 681 | 610 | 564 | 519 | 483 | 438 | 488 | 608 | 861 |
| E.U. ENFERMERÍA Y FISIOTERAPIA | | | | | 99 | 154 | 292 | 331 | 380 |
| E.U. INGENIERÍA TECN. INDUSTRIA | 162 | 181 | 294 | 401 | 449 | 501 | 604 | 684 | 751 |
| COLEGIO UNIVERSITARIO | 152 | 360 | 721 | 1.476 | 2.067 | | | | |
| TOTAL TOLEDO | 995 | 1.151 | 1.579 | 2.396 | 3.098 | 4.630 | 5.322 | 5.636 | 6.041 |
| TOTAL | 5.570 | 6.172 | 7.277 | 9.019 | 12.359 | 16.197 | 18.714 | 21.540 | 23.472 |

Fuente: Universidad de Castilla - La Mancha

CUADRO NUM. 9
ENSEÑANZA PRIMARIA: EVOLUCION DEL PROFESORADO (PREESCOLAR/EGB)

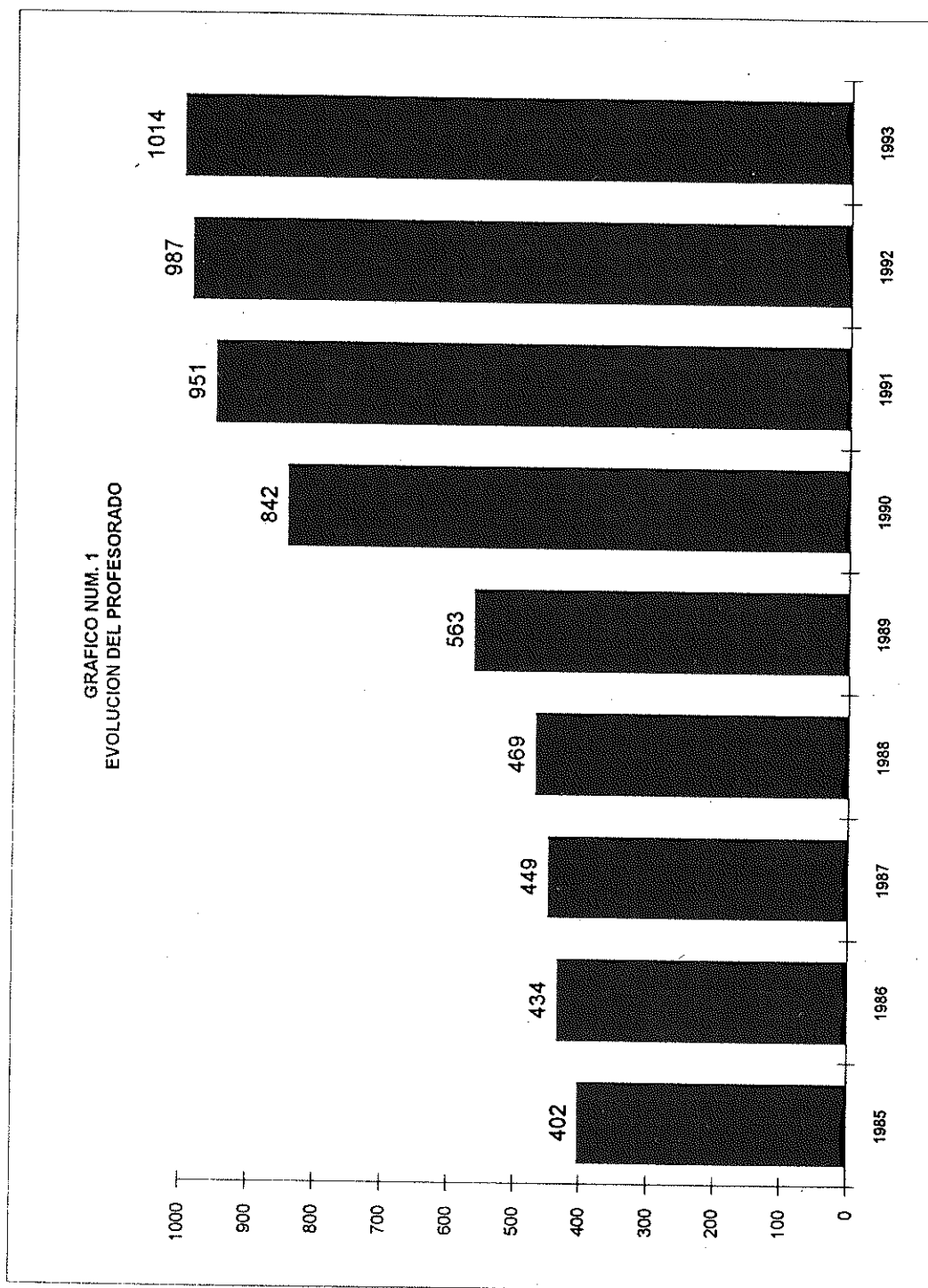
| | 1982/83 | | | | 1993/94 | | | | Evolución del profesorado Indices Base 1982/83=100 | |
|-------------|---------|-------------|-------|--------|-------------|-------|--|--|---|-------------|
| | TOTAL | C. PUBLICOS | % | TOTAL | C. PUBLICOS | % | | | C. PUBLICOS | C. PRIVADOS |
| Albacete | 2.346 | 1.927 | 82,14 | 2.942 | 2.538 | 86,26 | | | 131,70 | 77,00 |
| Ciudad Real | 2.783 | 2.332 | 83,80 | 3.359 | 2.865 | 85,30 | | | 122,85 | 85,11 |
| Cuenca | 1.267 | 1.134 | 89,50 | 1.422 | 1.292 | 90,85 | | | 114,00 | 79,07 |
| Guadalajara | 995 | 800 | 80,40 | 1.135 | 892 | 78,60 | | | 111,50 | 83,00 |
| Toledo | 2.755 | 2.022 | 73,40 | 3.728 | 2.987 | 80,12 | | | 147,72 | 69,40 |
| C-LM | 10.146 | 8.215 | 81,00 | 12.586 | 10.574 | 84,01 | | | 128,71 | 104,20 |

Fuente: Ministerio de Educación y Ciencia. Elaboración Propia.

CUADRO NUM. 10
ENSEÑANZA SECUNDARIA: EVOLUCION DEL PROFESORADO (EE.MM)

| | 1982/83 | | | | 1993/94 | | | | Evolución del profesorado Indices Base 1982/83=100 | |
|-------------|---------|-------------|-------|-------|-------------|-------|--|--|---|-------------|
| | TOTAL | C. PUBLICOS | % | TOTAL | C. PUBLICOS | % | | | C. PUBLICOS | C. PRIVADOS |
| Albacete | 863 | 696 | 80,64 | 1.550 | 1.478 | 95,35 | | | 212,35 | 43,11 |
| Ciudad Real | 1.068 | 902 | 84,45 | 1.886 | 1.685 | 89,34 | | | 186,80 | 121,08 |
| Cuenca | 407 | 265 | 65,11 | 681 | 621 | 91,18 | | | 234,34 | 42,25 |
| Guadalajara | 342 | 242 | 70,76 | 579 | 489 | 84,45 | | | 202,06 | 90,00 |
| Toledo | 1.065 | 776 | 72,86 | 1.868 | 1.601 | 85,70 | | | 206,31 | 92,38 |
| C-LM | 3.745 | 2.881 | 77,00 | 6.564 | 5.874 | 89,48 | | | 203,88 | 79,86 |

Fuente: Ministerio de Educación y Ciencia. Elaboración Propia.



UN ANALISIS SOBRE LA ORGANIZACION ESPACIAL Y NIVELES EDUCATIVOS DE LOS CENTROS ESCOLARES EN LA ISLA DE PALMA

RAFAEL SUAREZ VEGA
PABLO DORTA GONZALEZ
DOLORES R. SANTOS PEÑATE
MARIA DEL C. MARTEL ESCOBAR
Facultad de Ciencias EE. y EE
Universidad de Las Palmas de Gran Canaria

1. INTRODUCCIÓN

En este trabajo se continúa el estudio iniciado en el trabajo titulado "Modelos de localización-asignación para la planificación escolar: Un modelo de conversión de centros para la reforma educativa", donde se aplica el modelo de las p-medianas para hacer un análisis de los centros escolares de enseñanza primaria en la isla de La Palma, y se define un modelo para la conversión de los centros ya existentes en escuelas de alguno de los tipos contemplados en la Ley de Ordenación General del Sistema Educativo (LOGSE) de 1990. En este trabajo, complementario del mencionado, se utiliza también el modelo de las p-medianas para analizar la organización espacial de los centros de enseñanza secundaria en la isla de La Palma, y se aplica el modelo de la conversión a dos zonas de esta isla considerando para ello la distribución actual de los centros de enseñanza primaria (E.G.B.) y suponiendo varias situaciones para los centros de enseñanza secundaria. El modelo de la conversión se ha aplicado a dos zonas que contienen las localidades más pobladas de la isla, Los Llanos de Aridane y Santa Cruz de La Palma.

2. ANÁLISIS DE LOCALIZACIÓN-ASIGNACIÓN DE LOS CENTROS ESCOLARES EN LA ISLA DE LA PALMA (II): ENSEÑANZA SECUNDARIA

Como en el trabajo mencionado en la introducción, donde se define el modelo de la conversión y se analiza la ubicación de los centros de enseñanza primaria, aquí se han considerado los niveles educativos siguientes: nivel 1, segundo ciclo de educación infantil y enseñanza primaria (EI2-EP) correspondiente al intervalo de edad comprendido entre 3 y 11 años; nivel 2, enseñanza secundaria obligatoria (ESO) entre 12 y 15 años; y nivel 3, enseñanza secundaria no obligatoria (ESNO) correspondiente al grupo de edad entre 16 y 19 años. En lo sucesivo se utilizará EI2-EP o bien EP para hacer referencia al nivel 1.

Los centros educativos anteriores a la implantación de la LOGSE se clasifican en dos tipos: centros de tipo 1 que son los colegios de educación infantil y de E.G.B., y centros de tipo 2 que son los de F.P. y B.U.P.. Se considera que los colegios de E.G.B. pueden convertirse en centros de primaria (EI2-EP) o en centros de ESO, pero nunca en centros de ESNO; los de secundaria ya existentes podrán impartir ESO y ESNO pero nunca EP.

Los resultados de la aplicación del modelo de las p-medianas para la enseñanza secundaria y varios valores de p se muestran en la tabla 2.1 para distancias (a) y tiempos (x). Las aplicaciones se han realizado separadamente para la ESO y ESNO, y también para la ES uniendo los niveles de la enseñanza secundaria obligatoria y no obligatoria; en este caso se ha sumado la demanda de ambos niveles.

Para la *Enseñanza Secundaria Obligatoria*, el modelo de las p-medianas se ha aplicado para los valores de p, 6, 7, 8, 9 y 10, imponiéndose la ubicación de colegios en las localidades donde hay centros de B.U.P. o F.P., es decir, en los nodos 50, 66, 87, 96 y 125. En los dos casos, para distancias y tiempos, un nodo adicional a los ya supuestos se sitúa en el 106. Para p=10 las soluciones para distancias y tiempos difieren en un nodo, los centros adicionales a los fijados se ubican en los nodos 24, 28, 59, 106, y 1 para distancias y 94 para tiempos.

Para la *Enseñanza Secundaria No Obligatoria* se ha impuesto la selección de los nodos 50, 87 y 96 donde existe un instituto de bachillerato; las aplicaciones con p=6 y p=7 se hicieron en primer lugar sin imponer ninguna otra restricción y posteriormente exigiendo la selección de los nodos 66 y 125 además de los ya señalados porque en estas localidades existe un centro de F.P. Para p=7 y 5 nodos fijados, los centros adicionales aparecen ubicados en los nodos 106 y 129. Si se compara este resultado con el obtenido para la ESO se observa que el nodo 106 es elegido en ambos casos, mientras que el 129 es sustituido por el 122 para distancias y el 59 para tiempos; los nodos 122 y 129 son localidades próximas del mismo municipio y, salvo otras consideraciones, podría seleccionarse uno cualquiera de ellos para instalar un centro de ES.

Para la ES se observa que, al igual que para la ESO, además de los nodos fijados los nodos seleccionados en el mayor número de casos son el 106 y el 59. Los resultados obtenidos para este caso no se alejan demasiado del proyecto expuesto por la Consejería de Educación, Cultura y Deportes del Gobierno de Canarias en el Mapa Escolar de 1990 donde los centros de secundaria, en los cuales se impartirá la ESO y la ESNO, aparecen ubicados en los nodos 24, 50, 59, 66, 87, 96 y 125. Téngase en cuenta que los nodos 23 y 24 están muy próximos (les separa una distancia de 1 km y un tiempo de desplazamiento de 1.2 mt). La situación es parecida para los nodos 65 y 66 (para este caso la distancia es 2 km y el tiempo 6 mt).

Tabla 2.1. Modelo p-median para ESO, ESNO y ES con distancias (a) y tiempos (x).

| Nodo | ESO | | | | | ESNO | | | | | ES | | | | |
|-------|-----|----|----|----|----|---------|---------|---------|---------|---------|----|----|----|----|----|
| | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 5 3f | 6 3f | 7 3f | 6 5f | 7 5f | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
| 1 | | | | | a | | | | | | | | | | a |
| 23 | | | | | | ax | ax | ax | | | | | | | |
| 24 | | | a | a | ax | | | | | | | | | a | a |
| 28 | | | a | a | ax | | | | | | | | | | |
| 36 | | | | | | | | | | | | | | | x |
| 50* | ax | ax | ax | ax | ax | ax | ax | ax | ax | ax | ax | ax | ax | ax | ax |
| 59 | | x | x | ax | ax | | | | | | | x | ax | ax | ax |
| 65 | | | | | | a | a | a | | | | | | | |
| 66** | ax | ax | ax | ax | ax | x | x | x | ax | ax | ax | ax | ax | ax | ax |
| 87* | ax | ax | ax | ax | ax | ax | ax | ax | ax | ax | ax | ax | ax | ax | ax |
| 94 | | | x | x | x | | | | | | | | | x | x |
| 96* | ax | ax | ax | ax | ax | ax | ax | ax | ax | ax | ax | ax | ax | ax | ax |
| 106 | ax | ax | ax | ax | ax | | x | ax | x | ax | ax | ax | ax | ax | ax |
| 122 | | a | | x | | | | | | | | | | a | a |
| 125** | ax | ax | ax | ax | ax | | | | ax | ax | ax | ax | ax | ax | ax |
| 129 | | | | | | | a | ax | a | ax | | a | ax | x | x |

*Nodos fijados en todas las aplicaciones.

**Nodos fijados en todas las aplicaciones para ESO y ES, y fijados (f) en las aplicaciones de las dos últimas columnas para ESNO.

3. APLICACIÓN DEL MODELO DE LA CONVERSIÓN EN LA ISLA DE LA PALMA

A partir de los resultados obtenidos con el modelo de las p-medianas, tal y como se especificará más tarde, se aplica el *modelo de la conversión* para analizar dos zonas. La primera contiene los municipios de Los Llanos de Aridane y Tazacorte; la segunda zona incluye el municipio de Santa Cruz de La Palma. Para la enseñanza primaria (EI2-EP) se consideran las ubicaciones de los colegios de E.G.B. (curso 92/93) y la asignación de la demanda que minimiza el tiempo de desplazamiento. Se asume que los colegios de E.G.B. situados en localidades que sólo disponen de un centro escolar se convierten en escuelas de enseñanza primaria, eliminándose del conjunto de centros que se analizan, con lo que se limita el estudio a los centros localizados en nodos con varias escuelas.

La primera zona analizada está formada por los nodos 46, 47, 48, 49, 50, 51, 52, 53, 54 y 55 correspondientes a localidades del municipio de Los Llanos de Aridane, los nodos 100, 101, 102, 103, 104, 105 y 106 situados en Tazacorte, y las localidades 108, 109, 110 y 113 del municipio de Tijarafe. Sólo el nodo 50 tiene más de un centro, algunos de enseñanza primaria y otros de enseñanza secundaria. Uno de estos centros es un colegio privado concertado donde se imparte E.G.B. y B.U.P. por lo que se ha clasificado como tipo 3. En este nodo están ubicados también 3 centros de enseñanza primaria (los colegios 2, 3 y 6) y 2 de enseñanza secundaria (los centros 4 y 5). El resto de los nodos con colegio tiene un único centro que es un colegio de E.G.B.

Para la ES se considera en primer lugar las localizaciones y asignaciones resultantes del modelo de las 7-medianas para tiempos y se aplica el modelo de la conversión imponiendo la condición de que en el primer centro se imparte EP y ES (ESO y ESNO). El valor óptimo para este caso es 3973 con 6 colegios utilizados, en el nodo 50 se ocupan 3979 plazas de las 4410 disponibles lo que indica que toda la demanda asignada a este nodo tiene plaza escolar en uno de los centros ya construidos. Una solución es utilizar el colegio 1 para los tres niveles, los colegios 2, 3 y 6 para la EI2-EP, el centro 4 para ESNO y el 5 para ESO; una solución diferente se obtiene de la anterior haciendo que en los centros 4 y 5 se imparta ES (ESO y ESNO). La demanda de ES en Tazacorte (nodo 106) acudiría a un centro en este municipio que según los datos utilizados debería disponer de al menos 874 plazas.

Si se supone que no se instala un centro de secundaria en Tazacorte y que la demanda para este nivel se asigna a centros de Los Llanos de Aridane, una solución obtenida con el modelo de la conversión es utilizar el colegio 1 para los tres niveles, el centro 2 y 5 para ESO, los colegios 3 y 6 para EI2-EP y el 4 para ES (ESO y ESNO). Otra solución consiste en destinar los centros 1, 2, 3, 4 y 6 a los mismos niveles que en la solución anterior y utilizar el colegio 5 para ES. La demanda escolar asignada al nodo 50 no se satisface totalmente ya que de los 4853 individuos que requieren una plaza escolar sólo 4373 disponen de ella. Los alumnos de EP de Tazacorte son asignados a colegios de este municipio donde hay dos centros de E.G.B. en localidades distintas que se convierten en colegios de EI2-EP.

En la tabla 3.1 se muestra una solución del problema de la conversión suponiendo que en Tazacorte no se ubican centros de secundaria. Para cada caso se indica la demanda escolar que existe y las plazas escolares disponibles. En el nodo 50 se satisface la demanda de EP y quedan si plaza escolar 480 alumnos de ES.

La segunda zona donde se ha aplicado el modelo de la conversión comprende el municipio de Santa Cruz de La Palma y algunas localidades de municipios colindantes estando representada por los nodos 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17 y 18 situados en el municipio de Breña Alta, el 22 y 25 localizados en Breña Baja, el 71 y 72 en Puntallana, y los nodos 90, 91, 92, 93, 94, 95, 96, 97, 98 y 99 que son localidades del municipio de Santa Cruz de La Palma. Se han analizado los resultados para dos escenarios distintos. El primero de ellos, que será denominado Escenario 1, corresponde a la localización resultante de la aplicación para Enseñanza Secundaria del modelo de las 7-medianas para tiempos con 5 nodos fijados, estos nodos son aquellos que ya disponían de un centro de B.U.P. o de F.P.. El área considerada en este caso está formada por 23 nodos cuya demanda de Enseñanza Secundaria es asignada al nodo 96 que corresponde a la ciudad de Santa Cruz de La Palma, capital de la isla. Además en este nodo debe satisfacerse la demanda de Enseñanza Primaria de esta localidad. Actualmente este nodo está dotado de 11 colegios, cinco de los cuales son de E.G.B., dos de Educación Infantil y tres son de B.U.P. o F.P.. El colegio restante es privado concertado y debido a que actualmente sólo imparte E.G.B., se le ha considerado de tipo 1. Se considera también que los colegios de Educación Infantil se convierten en centros de EP. Las capacidades de estos centros aparecen en la tabla 3.2. En esta tabla se muestran también los niveles asignados a los colegios utilizados en la solución del problema de la conversión para cada uno de los escenarios considerados.

El segundo escenario, Escenario 2, está relacionado con la planificación propuesta por la Consejería de Educación, Cultura y Deportes del Gobierno Autónomo de Canarias. Para este caso, se consideran 21 de los 23 nodos contemplados en el escenario anterior ya que la demanda de ES de los nodos 22 y 25 se asigna a un nodo situado fuera de nuestra zona de análisis. La demanda de ES de los 21 nodos es asignada a Santa Cruz de La Palma. La diferencia total de demanda con respecto a la situación anterior es de 103 individuos en el nivel de ES. Los centros escolares que se consideran son los mismos.

| Tabla 3.1. Demanda y plazas escolares en una solución del problema de conversión en la zona 1. | | | | | | |
|--|---------|------|--------|------|------------------------------|-----|
| Nodo | Demanda | | Plazas | | Diferencia demanda-plazas | |
| | EI2-EP | ES | EI2-EP | ES | | |
| 48 | 19 | - | 90 | - | -71 | - |
| 50 | 1493 | 3360 | 1530 | 2880 | -37 | 480 |
| 51 | 84 | - | 60 | - | 24 | - |
| 52 | 66 | - | 30 | - | 36 | - |
| 53 | 78 | - | 120 | - | 42 | - |
| 54 | 122 | - | 90 | - | 32 | - |
| 55 | 196 | - | 30 | - | 166 | - |
| 103 | 203 | - | 360 | - | -157 | - |
| 106 | 690 | - | 600 | - | 90 | - |
| 110 | 41 | - | 30 | - | 11 | - |
| 113 | 60 | - | 30 | - | 30 | - |

De la aplicación del modelo de la conversión a los escenarios anteriores se obtiene la configuración escolar que se observa en las columnas correspondientes a los Escenarios 1 y 2 de la tabla 3.2. También se observa que algunos centros de E.G.B. se convierten en centros de EP mientras que otros lo hacen en centros de ESO, como era de esperar. Por otro lado se puede observar como para el Escenario 1 existe un colegio en el que se impartiría toda la ES, obligatoria y no obligatoria, lo que no contradice en absoluto los criterios que propugna la Consejería. Los colegios 8 y 9 de Educación Infantil aparecen como de EP ya que se han fijado como tales en todo el estudio (recuérdese que el nivel que se ha denominado EI2-EP o simplemente EP incluye el segundo ciclo de la enseñanza infantil y la enseñanza primaria).

Las asignaciones obtenidas como solución de los problemas anteriores nos proporcionan los resultados que aparecen en la tabla 3.3. El número total de plazas es inferior al número de individuos asignados a Santa Cruz de La Palma, y no se satisface la demanda para ningún nivel en ninguna de las soluciones obtenidas. Se tiene que para ambos escenarios toda la oferta es utilizada. El porcentaje de demanda no satisfecha es del 11.62 % para el primero y 9.89 % para el segundo; esta diferencia se debe principalmente a la mayor demanda asociada al Escenario 1.

La demanda no satisfecha, 627 individuos para el Escenario 1 y 524 para el Escenario 2, sugiere la conveniencia de instalar un nuevo centro en la zona, por lo que se plantea una nueva situación para cada uno de los escenarios anteriores suponiendo la implantación de un centro con 600 plazas. Se simulan situaciones distintas variando el tipo del nuevo centro para poder evaluar el estado actual y analizar las posibles mejoras que se podrían hacer para llegar a una situación más favorable.

En primer lugar se asume que el nuevo centro es de tipo 1, equivalente a un colegio de E.G.B., es decir que podría impartir EP o ESO. La aplicación del modelo de conversión a estos nuevos escenarios, Escenarios 1.1 y 2.1, nos lleva a la situación que se puede ver en la tabla 3.2, en la que el nuevo centro es dedicado a EP, con lo que se justifica el hecho de que en la conversión el colegio 8 no sea utilizado en ningún caso, consecuencia lógica de haberse aumentado considerablemente la oferta potencial en EP.

Tabla 3.2. Aplicación del Modelo de Conversión a diferentes escenarios.

| colegio | (tipo,plazas) | E 1 | E 2 | E 1.1 | E 2.1 | E 1.2 | E 2.2 |
|---------|---------------|-----|-----|-------|-------|-------|-------|
| 1 | (1,570) | 1 | 1 | 2 | 2 | 2 | 1 |
| 2 | (1,240) | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 3 | (1,480) | 1 | 2 | 2 | 2 | 1 | 2 |
| 4 | (1,570) | 2 | 2 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 5 | (2,480) | 3 | 3 | 3 | 3 | 23 | 2 |
| 6 | (2,570) | 23 | 3 | 3 | 3 | 3 | 23 |
| 7 | (2,630) | 3 | 3 | 3 | 3 | 23 | 3 |
| 8 | (1*,60) | 1 | 1 | --- | --- | 1 | --- |
| 9 | (1*,180) | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 10 | (1,300) | 1 | 2 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 11 | (1,690) | 2 | 1 | 2 | 2 | 2 | 2 |
| 12 | (**,600) | --- | --- | 1 | 1 | 3 | 3 |

| Tabla 3.3. Aplicación del modelo de conversión a los Escenarios 1 y 2. | | | | | | | | |
|--|-------------|------|------|-------|-------------|------|------|-------|
| Oferta-Demanda | Escenario 1 | | | | Escenario 2 | | | |
| | EP | ESO | ESNO | Total | EP | ESO | ESNO | Total |
| Pl. ofertadas | 1830 | 1629 | 1311 | 4770 | 1740 | 1350 | 1680 | 4770 |
| Pl. demandadas | 1848 | 1737 | 1812 | 5397 | 1848 | 1684 | 1762 | 5294 |
| Pl. no ocupadas | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| Demanda no satisfecha | 18 | 108 | 501 | 627 | 108 | 339 | 82 | 524 |

Además, las reconversiones propuestas para la secundaria son idénticas aunque las asignaciones asociadas son distintas. En este caso ningún colegio compartiría niveles y estarían los centros de B.U.P. y F.P. impartiendo exclusivamente la ESNO. Téngase en cuenta que pueden obtenerse varias distribuciones porque el problema de la conversión tiene solución múltiple.

Al añadir un centro de EP la oferta aumenta considerablemente, superando la demanda de este nivel por lo que quedaría totalmente cubierta, véase tabla 3.4. Esto repercute directamente en las asignaciones para la ESO ya que algunos colegios que anteriormente estaban destinados a EP pueden pasar a impartir ESO, como se puede ver perfectamente en el Escenario 1.1. El único nivel que no es cubierto totalmente es el de ESNO, quedando sin asignar el 7.28 % y 4.65 % en este nivel para los Escenarios 1.1 y 2.1 respectivamente. La demanda total no satisfecha del Escenario 1.1 se ha visto reducida sensiblemente, pasando de un 11.62 % al 2.45 %, quedando sin satisfacer la totalidad de la demanda de los nodos 3, 6, 14 y 23, así como el 39.6 % del 9. Para el Escenario 2.1 la reducción ha sido de un 9.89 % a un 1.55 %.

| Tabla 3.4. Aplicación del modelo de conversión a los Escenarios 1.1 y 2.1. | | | | | | | | |
|--|---------------|------|------|-------|---------------|------|------|-------|
| Oferta-Demanda | Escenario 1.1 | | | | Escenario 2.1 | | | |
| | EP | ESO | ESNO | Total | EP | ESO | ESNO | Total |
| Pl. ofertadas | 1890 | 1740 | 1680 | 5310 | 1890 | 1740 | 1680 | 5310 |
| Pl. demandadas | 1848 | 1737 | 1812 | 5397 | 1848 | 1684 | 1762 | 5294 |
| Pl. no ocupadas | 42 | 3 | 0 | 45 | 42 | 56 | 0 | 98 |
| Demanda no satisfecha | 0 | 0 | 132 | 132 | 0 | 0 | 82 | 82 |

La otra posibilidad es que el nuevo centro fuese de tipo 2, B.U.P. o F.P., en cuyo caso la aplicación del modelo de la conversión establece que dicho centro imparta únicamente ESNO para ambos escenarios, Escenarios 1.2 y 2.2, como se puede ver en la tabla 3.2. La mayor diferencia estriba en que para el Escenario 2.2 deja de seleccionarse un colegio, precisamente uno de los de Educación Infantil con la menor oferta de plazas de todos los centros. Mientras que en el Escenario 1.2 son dos los centros que comparten ESO y ESNO, en el Escenario 2.2 tan sólo existe uno en esta situación, aunque en conjunto las diferencias no son significativas.

Al dedicarse este nuevo centro a ESNO, el incremento en la oferta potencial para este nivel provoca que no solamente se satisfaga la casi totalidad de esta demanda, sino que incluso influya en la reducción también de la demanda sin cubrir de ESO, debido a que en esta nueva situación alguno de los colegios que antes se dedicaban a ESNO ahora, o bien comparten ESO y ESNO, o bien imparten exclusivamente ESO, como es el caso del colegio 5. Mientras que para el Escenario 1.2 la demanda no satisfecha es del 0.97 % para EP y el 0.49 % para ESNO, para el Escenario 2.2 el cubrimiento es total para todos los niveles, como se aprecia en la tabla 3.5.

Tabla 3.5. Aplicación del modelo de conversión a los Escenarios 1.2 y 2.2.

| Oferta-Demanda | Escenario 1.2 | | | | Escenario 2.2 | | | |
|-----------------------|---------------|------|------|-------|---------------|------|------|-------|
| | EP | ESO | ESNO | Total | EP | ESO | ESNO | Total |
| Pl. ofertadas | 1830 | 1737 | 1803 | 5370 | 1860 | 1684 | 1766 | 5310 |
| Pl. demandadas | 1848 | 1737 | 1812 | 5397 | 1848 | 1684 | 1762 | 5294 |
| Pl. no ocupadas | 0 | 0 | 0 | 0 | 12 | 0 | 4 | 16 |
| Demanda no satisfecha | 18 | 0 | 9 | 27 | 0 | 0 | 0 | 0 |

En vista de lo dicho con anterioridad, tanto para el escenario basado en criterios de la Consejería como para el basado en los criterios de máxima eficiencia que proporciona el problema de las p-medianas, se aconsejaría la construcción de un nuevo centro de ES que en estas circunstancias impartiría ESNO exclusivamente. Podría optarse también por impartir en este centro ESO y ESNO, atendiendo así a los criterios de la Consejería que aconseja compartir ambos niveles. Esto reafirma el hecho de que se encuentre en fase de construcción un centro de estas características en Santa Cruz de La Palma. Por otro lado, las diferencias observadas entre los dos escenarios no son sustanciales, derivando en mayor medida de la diferencia de demanda existente entre uno y otro.

4. OBSERVACIONES

El modelo de la conversión de escuelas determina los niveles del nuevo sistema educativo que debe impartir cada centro puesto en funcionamiento antes de la implantación de la LOGSE para incorporarse al nuevo sistema de enseñanza, al mismo tiempo se asigna la demanda a cada uno de los colegios y niveles. Si se plantea algún tipo de preferencias en la asignación de la demanda de cierto nivel, sería relativamente sencillo asociar ponderaciones a los niveles con el objetivo de, por ejemplo, no permitir que quede demanda sin cubrir de un cierto nivel considerado prioritario.

El problema de la conversión puede tener varias soluciones porque la demanda puede distribuirse en los centros escolares que existen de distintas formas proporcionando el mismo valor de la función objetivo.

En las aplicaciones realizadas en este trabajo, la demanda para los distintos niveles viene medida por el número de habitantes en el grupo de edad correspondiente en un momento determinado (censo de 1991), no habiéndose considerado la tendencia demográfica en el tiempo asumiéndose que no van a producirse variaciones notables y que la población se concentrará en el futuro de forma similar a como lo está actualmente, siendo las localidades más pobladas las que hoy tienen el mayor número de habitantes.

La capacidad de los colegios se ha medido siguiendo las directrices de la LOGSE estableciéndose un máximo de 30 alumnos por aula. No se ha tenido en cuenta la superficie de las aulas. Otros aspectos como la existencia de comedores y centros de recursos, así como el carácter de las escuelas unitarias no se han tenido en cuenta en este trabajo dejando su tratamiento para un estudio futuro.

5. BIBLIOGRAFIA

BESSENT, A., BESSENT, W., KENNOINGTONG, J., REAGAN, B. (1982). "An application of mathematical programming to assess productivity in the Houston Independent School District". *Management Science*, vol. 28, nº 12, págs. 1355-1367.

BOVET, J. (1982). "Simple heuristics for the school assignment problem". *J. Opl. Res. Soc.*, vol. 33, págs. 695-703.

BRANDEU, M.L., CHIU S.S. (1989) "An overview of representative problems in location research". *Management Science*, vol. 35, nº 6, págs. 645-674..

CONGDON, P., MCCALLUM, I. (1992). "A demo-educational model for forecasting school rolls for localities". *The Statician* 41, págs. 573-590.

FERLAND, J.A., GUENETE, G. (1990). "Decision support system for the school districting problem". *Operations Research*, vol. 38, nº 1, págs. 15-21.

FRANCIS, R.L., MCGINNIS, L.F., WHITE, J.A. (1983) "Locational Analysis". *European Journal of Operational Research*, 12, págs. 220-252.

GOBIERNO DE CANARIAS. CONSEJERIA DE ECONOMIA Y HACIENDA. INSTITUTO CANARIO DE ESTADISTICA. (1991) "Censos de población y viviendas. Canarias".

GOBIERNO DE CANARIAS. CONSEJERIA DE EDUCACION, CULTURA Y DEPORTES. DIRECCION GENERAL DE ORDENACION EDUCATIVA (1990). "Mapa escolar de Canarias para la implantación de la Reforma Educativa".

HAKIMI, S. (1964) "Optimum locations of switching centers and the absolute centers and medians of a graph". *Operations Research* 12, págs. 450-459.

KHUMAWALA, B. (1973) "An efficient algorithm for the p-median problem with maximum distance constraints". *Geographical Analysis* 5, págs. 309-321.

MINISTERIO DE EDUCACIÓN Y CIENCIA (1990). "Proyecto de Ley Orgánica de Ordenación General del Sistema Educativo". *Cuadernos de Pedagogía*, nº 184, págs. I-XVI.

MOORE, G.C., REVELLE, C. (1982). "The hierarquical service location problem". *Management Science*, vol. 28, nº 7, págs. 775-780.

MORENO A., LÓPEZ, M.A. (1989). "Organización espacial del sistema de centros públicos de enseñanza general básica en el sureste de Madrid. Un análisis comparativo de modelos de localización-asignación". *Revista de Educación*, nº 290, págs. 407-442.

PASTOR, J., ALMIÑANA, M. (1993) "Una panorámica de las conexiones y aplicaciones del problema de localización con cubrimiento maximal". *Investigación Operativa*, vol. 3, nº 1, págs. 25-39.

SANTOS PEÑATE, D.R., MARTEL ESCOBAR, M.C. (1995) "Modelos de localización-asignación para la planificación escolar: un modelo de conversión de centros para la reforma educativa". Departamento de Economía Aplicada, Universidad de Las Palmas de G.C.

SKIENA, S. (1990). "Implementing discrete mathematics. Combinatorics and graph theory with MATHEMATICA". Addison Wesley.

THOMAS, R.W., ROBSON, B.T. (1984). "The impact of falling school-rolls on the assignment of primary schoolchildren to secondary schools in Manchester, 1980-1985". *Envir. and Plann. A*, vol. 16, págs. 339-356.

CUESTIONES RELACIONADAS CON EL LÍMITE CONJUNTO A LAS CUOTAS Y EL IMPUESTO MÍNIMO EN EL IMPUESTO SOBRE EL PATRIMONIO ESPAÑOL.

M^a ANGELES TORTOSA
ANGELES PLA

Facultad de Ciencias EE. y EE.
Universidad de Valencia

La función básica que explícitamente se le atribuye al límite a la cuota íntegra del impuesto sobre el patrimonio es evitar la confiscatoriedad, entendida como la privación de toda o gran parte de la renta e incluso, en determinados casos, de la necesidad de enajenación de parte del patrimonio para hacer frente al pago del impuesto. El impuesto sobre el patrimonio se percibe, pues, potencialmente confiscatorio. En esta valoración hay varios errores: 1) suponer que la renta es "la única manifestación de capacidad económica", y 2) que la confiscatoriedad puede apreciarse de forma individualizada en un único tributo.

1) En esta línea se supone que la renta de un individuo es el límite máximo de su capacidad económica y, por tanto, que el patrimonio no refleja capacidad económica si no genera rentas. Esta postura es errónea porque restringe el concepto de capacidad económica a la renta. Una muestra reciente de este error se encuentra en la sentencia del TSJ Cataluña, sentencia de 28-2-92) en la que se afirma que: "El impuesto sobre el patrimonio *no grava una capacidad económica distinta a la renta*, tiene un carácter complementario, y cumple una función discriminatoria cualitativa en cuanto que tiende a favorecer la renta de trabajo sobre las de capital y mixta. Se puede afirmar que es un gravamen sobre la renta producida por el patrimonio puesta de manifiesto por el patrimonio, de donde se extraen dos consecuencias: que *no podrán ser gravados los bienes improductivos* y que *el impuesto sobre el patrimonio se satisface con cargo a renta y no con cargo a patrimonio*" (el subrayado es nuestro).

Este problema se plantea, en nuestra opinión, porque no se entiende adecuadamente la capacidad económica que refleja la posesión de un patrimonio: independientemente de las rentas del trabajo obtenidas por un individuo, el patrimonio manifiesta una capacidad económica adicional independiente (genera rentas del capital o, al menos, podría generarlas por explotación directa, cesión o enajenación de sus componentes). Es importante destacar que el patrimonio no es otra cosa que renta acumulada, y en ocasiones no ganada o no declarada (ganancias de capital no realizadas e incrementos de patrimonio lucrativos).

2) Si por confiscatoriedad entendemos apropiación total o completa por parte del sector público de la capacidad económica gravada, para apreciar confiscatoriedad en un único impuesto sería necesario que su pago absorbiese toda o casi toda su base imponible. El tipo máximo de gravamen es en el Impuesto sobre el Patrimonio es del 2'5% de su base liquidable, tipo que no parece confiscatorio desde este punto de vista. Además, la exigencia constitucional (art. 31 Constitución) de no confiscatoriedad hace referencia al sistema tributario y no a un impuesto concreto. Puesto que nuestro

sistema se basa en la capacidad económica, la no confiscatoriedad implicaría que el pago de los tributos no debe absorber la total capacidad económica del individuo. Pero, la capacidad económica se manifiesta no sólo a través de la renta, sino también a través de la posesión de un patrimonio o la realización de un acto de consumo. Por tanto, no tiene sentido que se denomine confiscatorio al impuesto sobre el patrimonio considerado aisladamente, sino que este calificativo debería atribuirse, en todo caso, al sistema tributario en su conjunto.

La Constitución exige el gravamen progresivo y no confiscatorio de la capacidad de pago. La no confiscatoriedad es, por tanto, un límite a la progresividad del conjunto del sistema tributario. El problema es que establecer la frontera entre la progresividad y la confiscatoriedad exige un difícil juicio de valor.

En consecuencia, no aceptamos la necesidad de establecer un límite a la progresividad del impuesto sobre el patrimonio, pues si alguna progresividad hay que limitar no es únicamente la de éste impuesto, sino la del sistema tributario en su conjunto. Si existe un problema de aceptación social del impuesto es posible que el problema esté en la progresividad formal de la tarifa, considerándose ésta excesiva, lo que es un juicio de valor. Desde luego, una carga del 2,5% sobre el importe del patrimonio neto puede parecer excesiva, pero si es así, la solución no pasa por utilizar correcciones con consecuencias negativas sobre la equidad, sino que pasa por reducir la tarifa nominal.

Sin embargo, la actual Ley 19/91 del Impuesto sobre el Patrimonio introduce una medida que pretende corregir la confiscatoriedad supuesta de este impuesto y que, como demostraremos, tiene efectos perversos sobre la justicia tributaria.

La fórmula elegida es un límite conjunto a las cuotas de los dos impuestos que se suponen deben pagarse con renta del período: el impuesto sobre la renta de las personas físicas y el impuesto sobre el patrimonio neto.

Este límite establece que nadie, sea cual sea su renta o su patrimonio, tendrá una cuota íntegra conjunta por estos impuestos superior al 70% de su base imponible por el IRPF.

$$CI_{IRPF} + CI_{IP} \leq 70\% BI_{IRPF}$$

Pero para efectuar estos cálculos no se incluirá la parte de la cuota íntegra del Impuesto sobre el patrimonio que corresponda a elementos patrimoniales que, por su naturaleza o destino, no sean susceptibles de producir rendimientos gravados en el impuesto de la renta. Como afirma el TSJ de Cataluña (sentencia del 22-11-90 referida al artículo 28.2 de la Ley 44/78): "...condicionamiento que se incorporó como medida cautelar para tratar de penalizar a los titulares de bienes afectados a finalidades de carácter suntuario o improductivo, esto es, bienes de pura ostentación, esparcimiento o recreo, o bienes no explotados de modo alguno,...", parece que se establece una penalización en la medida en que esta parte de la cuota íntegra es una especie de "impuesto mínimo" sobre los "elementos improductivos" o elementos que no generan rentas.

Sin embargo, esta condición plantea dos importantes problemas de interpretación: 1) definir qué se entiende por "elementos no susceptibles -por su naturaleza o destino- de generar rendimientos gravados por el IRPF", y 2) definir la base sobre la que se aplica el límite.

De la literalidad del precepto se entiende que se eliminan los elementos patrimoniales improductivos o susceptibles de generar "únicamente" variaciones de patrimonio ¹. Pero cualquier bien o derecho con contenido económico (como lo son por definición todos los incluidos en la base imponible del impuesto sobre el patrimonio) puede o es susceptible de cederse o enajenarse. Por lo tanto, "susceptible" de generar "por naturaleza" rendimientos gravados por el IRPF. En cuanto a los elementos improductivos "por destino", ¿se supone que se incluye cualquiera que tenga un destino fijo improductivo?

Las numerosas y contradictorias sentencias y resoluciones judiciales y administrativas habidas en torno a la calificación del ajuar doméstico como patrimonio improductivo muestran las dificultades para resolver este problema (TEAC 22-4-88 y del 22-2-89; TSJ Cataluña del 20-10-90 y 8-3-91).

El segundo problema es que, aunque existe consenso sobre su eliminación a efectos del cálculo del límite, no lo existe sobre si una vez determinado este límite, éste se aplica sobre la totalidad de la cuota íntegra o sólo sobre la parte correspondiente a elementos productivos. La Administración mantiene el carácter de impuesto mínimo para la cuota correspondiente a los elementos improductivos, mientras que diversas resoluciones del TEAC (21-2-89, 14-5-89 y 6-2-90) estiman que, aunque la cuota relativa a los elementos improductivos se debe excluir para calcular el límite, si existiera un exceso también se debería reducir esa cuota. Por tanto, en el caso extremo de BI(IRPF) negativa o nula se produciría la elusión total del pago del impuesto sobre el patrimonio.

Para analizar las consecuencias teóricas del límite sobre los resultados del impuesto hemos realizado un ejercicio utilizando los datos sobre base liquidable (BL) media declarada del impuesto sobre el patrimonio del ejercicio 1992. Y en función de esa información hemos calculado la cuota íntegra y el tipo medio de gravamen del impuesto patrimonio (IP) (según tarifa Ley 19/91). Supondremos que la "renta" es un porcentaje del patrimonio del individuo (BI(IP)). Y esto porque entendemos que debe existir alguna relación positiva entre el volumen de la renta y el tamaño del patrimonio. Sin embargo, la BI(IRPF) real refleja las rentas obtenidas del factor trabajo, algunas rentas del capital inmobiliario -reales e imputadas- y algunas rentas derivadas del capital mobiliario (no se incluyen las rentas del capital mobiliario e inmobiliario generadas pero no realizadas en el período).

Por lo tanto, la BI(IRPF) real no coincide ni con la renta real (problemas de definición y de imputación temporal) ni con nuestra definición de renta ($Renta = t\% \times BI(IP)$).

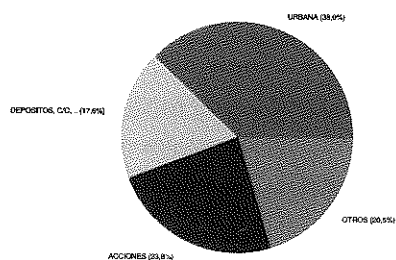
Entre nuestra definición y la definición de la BI(IRPF) existen las siguientes diferencias: 1) no incluimos ninguna estimación de las rentas derivadas del trabajo personal, y 2) Estimamos las rentas del capital como un porcentaje fijo del valor del patrimonio.

¹No entramos en este punto en un tema de interés como sería discutir las diferencias reales entre el concepto de rendimiento y el de variación de patrimonio. Sin embargo, mantenemos que la frontera es subjetiva (por ejemplo, venta de obligaciones frente a venta de acciones).

Si el impuesto sobre el patrimonio es un sobreimpuesto sobre las rentas del capital, la no inclusión en nuestra definición de las rentas del trabajo, a efectos de calcular el límite conjunto, puede ser más adecuado que hacerlo; e imputar una rentabilidad "potencial" en lugar de real puede evitar inequidades en el tiempo (por ejemplo, la distinta situación de los empresarios-propietarios de sociedades que no reparten beneficios en el ejercicio frente a empresarios individuales (empresas no societarias). El problema es determinar esta rentabilidad "potencial". Las rentas del capital pueden expresarse en términos de rentabilidad del elemento patrimonial que las genera, pero cada tipo de activo tiene una rentabilidad distinta. Las dificultades para establecer una rentabilidad media son muchas y se ven agravadas, además, por la distinta composición de la base del impuesto sobre el patrimonio por tramos de patrimonio ². Hemos realizado cuatro supuestos, la renta representa un 0,

²La composición del patrimonio bruto varía enormemente según el volumen total del patrimonio como muestran los siguientes gráficos derivados de los datos declarados en el período impositivo de 1992:

IP 1992: COMPOSICION DEL PATRIMONIO BRUTO
DECLARANTES TRAMO DE 15 <= BI < 250 MILLONES DE PESETAS



2, 5 o 10% de la base imponible del impuesto del patrimonio; lo que nos permitirá hallar la cuota íntegra y el tipo medio del IRPF (según la tarifa aplicable en 1992/93/94), y calcular el límite conjunto, el impuesto mínimo del IP y los tipos medios de gravamen del IP que se corresponden tras la aplicación de esas medidas.

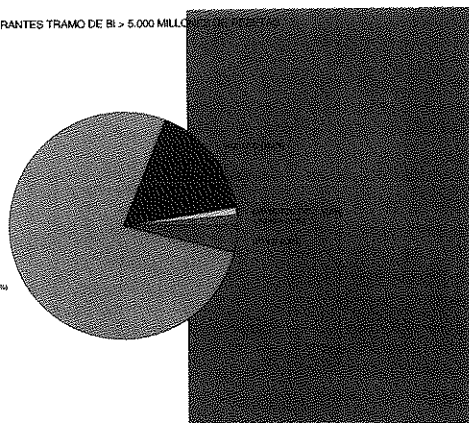
SUPUESTO 1º

| BL(IP) MEDIA | Tme (IP) | 0% BLme (IP) | Tme (IR) | CI(IP) +CI(IR) | 70% B I (IR) | NTme (IP) | IMPTO MIN | Tme MIN |
|-----------------|-------------|--------------------|-------------|-------------------|--------------------|--------------|--------------|------------|
| 2.344.052 | 0,20 | 0 | 0,00 | 4.688 | 0 | 0,00 | 938 | 0,04 |
| 6.887.253 | 0,20 | 0 | 0,00 | 13.775 | 0 | 0,00 | 2.755 | 0,04 |
| 8.944.377 | 0,20 | 0 | 0,00 | 17.889 | 0 | 0,00 | 3.578 | 0,04 |
| 12.169.304 | 0,20 | 0 | 0,00 | 24.339 | 0 | 0,00 | 4.868 | 0,04 |
| 2.680.310 | 0,20 | 0 | 0,00 | 5.361 | 0 | 0,00 | 1.072 | 0,04 |
| 15.394.271 | 0,43 | 0 | 0,00 | 65.529 | 0 | 0,00 | 13.106 | 0,09 |
| 75.124.165 | 0,43 | 0 | 0,00 | 324.774 | 0 | 0,00 | 64.955 | 0,09 |
| 396.991.933 | 1,03 | 0 | 0,00 | 4.075.745 | 0 | 0,00 | 815.149 | 0,21 |
| 1.691.382.753 | 1,78 | 0 | 0,00 | 30.128.328 | 0 | 0,00 | 6.025.666 | 0,36 |
| 10.787.805.556 | 2,39 | 0 | 0,00 | 257.545.139 | 0 | 0,00 | 51.509.028 | 0,48 |

IP 1992: COMPOSICION DEL PATRIMONIO BRUTO

DECLARANTES TRAMO DE BI > 5.000 MILL.

ACCIONES 900 (77,27%)



SUPUESTO 2º

| BL(IP) MEDIA | Tme (IP) | 2% BLme (IP) | Tme (IR) | CI(IP)+ CI(IR) | 70%BI (IR) | NTme (IP) | IMPTO MIN | Tme MIN |
|-----------------|-------------|-----------------|-------------|-------------------|---------------|--------------|--------------|------------|
| 2.344.052 | 0,20 | 46.881 | 0,00 | 4.688 | 32.817 | 0,20 | 938 | 0,04 |
| 6.887.253 | 0,20 | 137.745 | 0,00 | 13.775 | 96.422 | 0,20 | 2.755 | 0,04 |
| 8.944.377 | 0,20 | 178.888 | 0,00 | 17.889 | 125.221 | 0,20 | 3.578 | 0,04 |
| 12.169.304 | 0,20 | 243.386 | 0,00 | 24.339 | 170.370 | 0,20 | 4.868 | 0,04 |
| 2.680.310 | 0,20 | 53.606 | 0,00 | 5.361 | 37.524 | 0,20 | 1.072 | 0,04 |
| 15.394.271 | 0,43 | 307.885 | 0,00 | 65.529 | 215.520 | 0,43 | 13.106 | 0,09 |
| 75.124.165 | 0,43 | 1.502.483 | 15,34 | 555.320 | 1.051.738 | 0,43 | 64.955 | 0,09 |
| 396.991.933 | 1,03 | 7.939.839 | 32,11 | 6.625.269 | 5.557.887 | 0,76 | 815.149 | 0,21 |
| 1.691.382.753 | 1,78 | 33.827.655 | 50,18 | 47.101.364 | 23.679.359 | 0,40 | 6.025.666 | 0,36 |
| 10.787.805.556 | 2,39 | 215.756.111 | 55,09 | 376.398.111 | 151.029.278 | 0,30 | 51.509.028 | 0,48 |

SUPUESTO 3º

| BL(IP) MEDIA | Tme (IP) | 5% BLme (IP) | Tme (IR) | CI(IP) +CI(IR) | 70%BI (IR) | NTme (IP) | IMPTO MIN | Tme MIN |
|-----------------|-------------|-----------------|-------------|-------------------|---------------|--------------|--------------|------------|
| 2.344.052 | 0,20 | 117.203 | 0,00 | 4.688 | 82.042 | 0,20 | 938 | 0,04 |
| 6.887.253 | 0,20 | 344.363 | 0,00 | 13.775 | 241.054 | 0,20 | 2.755 | 0,04 |
| 8.944.377 | 0,20 | 447.219 | 2,11 | 27.333 | 313.053 | 0,20 | 3.578 | 0,04 |
| 12.169.304 | 0,20 | 608.465 | 6,85 | 66.032 | 425.926 | 0,20 | 4.868 | 0,04 |
| 2.680.310 | 0,20 | 134.016 | 0,00 | 5.361 | 93.811 | 0,20 | 1.072 | 0,04 |
| 15.394.271 | 0,43 | 769.714 | 9,61 | 139.472 | 538.799 | 0,43 | 13.106 | 0,09 |
| 75.124.165 | 0,43 | 3.756.208 | 22,96 | 1.187.111 | 2.629.346 | 0,43 | 64.955 | 0,09 |
| 396.991.933 | 1,03 | 19.849.597 | 46,07 | 13.221.069 | 13.894.718 | 1,03 | 815.149 | 0,21 |
| 1.691.382.753 | 1,78 | 84.569.138 | 53,67 | 75.516.595 | 59.198.396 | 0,82 | 6.025.666 | 0,36 |
| 10.787.805.556 | 2,39 | 539.390.278 | 55,63 | 557.633.245 | 377.573.194 | 0,72 | 51.509.028 | 0,48 |

SUPUESTO 4º

| BL(IP) MEDIA | Tme (IP) | 10% BLme (IP) | Tme (IR) | CI(IP) +CI(IR) | 70% BI (IR) | NTime (IP) | IMPTO MIN | Tme MIN |
|-----------------|-------------|------------------|-------------|-------------------|----------------|---------------|--------------|------------|
| 2.344.052 | 0,20 | 234.405 | 0,00 | 4.688 | 164.084 | 0,20 | 938 | 0,04 |
| 6.887.253 | 0,20 | 688.725 | 8,38 | 71.520 | 482.108 | 0,20 | 2.755 | 0,04 |
| 8.944.377 | 0,20 | 894.438 | 11,06 | 116.777 | 626.106 | 0,20 | 3.578 | 0,04 |
| 12.169.304 | 0,20 | 1.216.930 | 13,78 | 192.064 | 851.851 | 0,20 | 4.868 | 0,04 |
| 2.680.310 | 0,20 | 268.031 | 0,00 | 5.361 | 187.622 | 0,20 | 1.072 | 0,04 |
| 15.394.271 | 0,43 | 1.539.427 | 15,50 | 304.203 | 1.077.599 | 0,43 | 13.106 | 0,09 |
| 75.124.165 | 0,43 | 7.512.417 | 31,26 | 2.673.410 | 5.258.692 | 0,43 | 64.955 | 0,09 |
| 396.991.933 | 1,03 | 39.699.193 | 51,04 | 24.336.843 | 27.789.435 | 1,03 | 815.149 | 0,21 |
| 1.691.382.753 | 1,78 | 169.138.275 | 54,84 | 122.875.312 | 118.396.793 | 1,52 | 6.025.666 | 0,36 |
| 10.787.805.556 | 2,39 | 1.078.780.556 | 55,82 | 859.691.800 | 755.146.389 | 1,42 | 51.509.028 | 0,48 |

De los datos de las tablas se deriva, en todos los supuestos, que tras la aplicación del límite conjunto la progresividad del IP es menor y aparece distorsionada. Tomando como referencia el supuesto nº 3 (Renta = 5% BI(IP)), se observa que el tipo medio nominal crece progresivamente desde el 0,2% mínimo al 2,39% máximo. Tras la aplicación del límite se reduce el tipo medio. El resultado final es una reducción de la progresividad nominal inicial: [0'2%, 2'39%] frente a [0'2%, 1'03%] y la sustitución en los dos últimos tramos de la progresividad nominal por la regresividad real. ¿Qué se puede decir de un impuesto progresivo sobre la riqueza con objetivos redistributivos que obtiene estos resultados?

El límite conjunto rompe la progresividad formal que sobre el patrimonio establece la tarifa del impuesto. Hay que destacar que a medida que aumenta el valor del patrimonio se reduce el tipo medio del IP después de aplicar el límite, lo que indica que esta medida favorece claramente a los propietarios de grandes patrimonios.

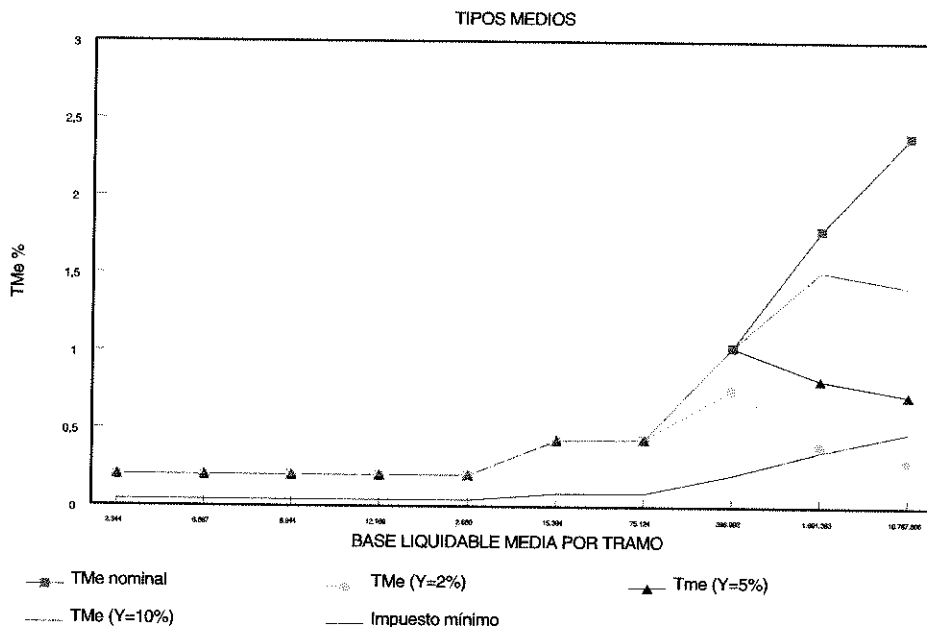
En los anteriores cuadros también se comprueba que, la posibilidad de elusión del impuesto depende del nivel de renta declarada. El supuesto más favorable, lógicamente, sucede cuando el nivel de renta es cero, puesto que el sujeto pasivo, sea cual sea el valor de su patrimonio, no pagará ni por IRPF ni por IP. Sin embargo, conforme aumenta la renta, los tramos que ven disminuida su progresividad se reducen y esta menor carga fiscal se produce sólo en los tramos más altos (cuando la Renta = 2% BI(IP) sucede a partir de patrimonios superiores a los 250 millones de ptas; cuando la Renta = 5% o 10% BI(IP) sucede a partir de patrimonios superiores a los 1000 millones de ptas.)

En consecuencia, la existencia de este límite conjunto, en principio "necesario para no confiscar" tiene efectos perversos sobre la equidad tributaria: los propietarios de importantes patrimonios pueden eludir el pago del impuesto sobre el patrimonio procurando obtener bases imponibles del IRPF pequeñas o nulas.

Para combatir los efectos que genera la aplicación del límite conjunto la Ley 19/91 introduce el llamado "impuesto mínimo". Según el artículo 31 de la Ley 19/91: "en el supuesto de que la suma de ambas cuotas supere el límite anterior, se reducirá la cuota del impuesto sobre el patrimonio hasta alcanzar el límite indicado, sin que la reducción pueda exceder del 80 por 100". Es decir, se incorpora un impuesto mínimo del 20 por ciento de la cuota a ingresar del IP. La función teórica del impuesto mínimo es asegurar que los sujetos pasivos del IP que podrían eludir el impuesto tributen de manera efectiva, aunque como demuestran los datos, no de manera progresiva. En definitiva, el impuesto mínimo se presenta como una solución imperfecta a los problemas que genera el límite conjunto.

Las consecuencias del límite y del impuesto mínimo se aprecian con mayor claridad en el siguiente gráfico. Los efectos del límite conjunto afecta, como hemos comentado, a los tres o dos últimos tramos de patrimonio; reduciéndose el tipo medio más cuanto menor es la renta "potencial" generada por el patrimonio. Los puntos correspondientes al impuesto mínimo coinciden con el tipo medio efectivo sobre patrimonios que no generan renta (supuesto nº 1). Como se observa, en nuestro ejercicio se aplicará sólo en el supuesto nº 1, en todos los tramos de patrimonio, y en el nº 2, en el último tramo.

LÍMITE CONJUNTO E IMPUESTO MÍNIMO



Por lo tanto, el impuesto sobre el patrimonio no cumple el objetivo de equidad que exige que el impuesto sobre el patrimonio sea un gravámen progresivo sobre la capacidad de pago adicional que el patrimonio representa. Si, además, son los propietarios de grandes fortunas los que principalmente eluden el impuesto por este motivo, el daño alcanza también a los objetivos redistributivos del impuesto.

BIBLIOGRAFIA

ALONSO GONZALEZ, L. M., Jurisprudencia Constitucional Tributaria, Marcial Pons, Madrid, 1993.

GONZALEZ-ROSELL LOPEZ, A., "Un comentario sobre el llamado impuesto mínimo de patrimonio", Impuestos, 1994, nº 9, págs: 114-119.

MINISTERIO DE ECONOMIA, Memoria de la Administración Tributaria. 1992, Madrid, 1993.

MINISTERIO DE ECONOMIA Y HACIENDA, Memoria de la Administración Tributaria 1993, Madrid, 1994.

NAREDO PEREZ, J.M., "Composición y distribución de la riqueza de los hogares españoles", Cuadernos de Actualidad. Revista Española de Hacienda Pública, 1993, nº 6793, págs: 242-256.

PERANGON LORENZO, L.A., "Los grandes contribuyentes en la declaración del Impuesto Extraordinario sobre el Patrimonio de las Personas Físicas de 1990", Cuadernos de Actualidad. Revista Española de Hacienda Pública, Nº 3/93, págs: 103-111.

SEVILLA SEGURA, J.V., Diez Lecciones sobre Financiación y Diseño Tributario, Instituto de Estudios Fiscales, Ministerio de Economía y Hacienda, Madrid, 1987.

¿SON LOS UNIVERSITARIOS POTENCIALMENTE EMPRENDEDORES?

JUAN DE DIOS URIARTE ARCINIEGA

Escuela Universitaria de Magisterio de Bizkaia.
Universidad del País Vasco.

1. INTRODUCCION

En las últimas décadas la ocupación laboral de los titulados universitarios españoles ha pasado por distintas fases bien diferenciadas. Mientras en los años 60 y parte de los 70 los licenciados universitarios accedían con facilidad al mercado de trabajo, al tiempo que se carecía de titulados especializados en sectores industriales avanzados, la afluencia "masiva" de estudiantes al sistema universitario a partir de mediados los años 70 evidenció las limitaciones del sistema productivo para absorber tal cantidad de licenciados así como los desajustes entre ofertas y demandas. El crecimiento de las distintas administraciones públicas y el sector servicios contribuyeron en parte a amortiguar el desempleo que se cernía sobre los titulados universitarios.

Pero en los últimos años las perspectivas de desempleo se han acentuado. Mientras la oferta de empleo del sector público y terciario se reduce, las tasas de licenciados se mantienen muy altas. Teóricamente el desajuste entre la oferta y la demanda de profesionales se prolongará con posterioridad al año 2.000, al menos hasta que los efectivos de jóvenes mayores de 18 años, pertenecientes a generaciones con tasas de natalidad bajas, accedan a la universidad en porcentajes significativamente no superiores a las actuales.

Parece que nuestro país difícilmente destinará mayores partidas presupuestarias a la formación universitaria mientras el ritmo de desempleo en los titulados universitarios vaya en aumento.

Para afrontar este problema se han trazado, básicamente, dos líneas de actuación:

1. Ajuste de los planes de estudio, con la intención de adecuar las titulaciones a las necesidades actuales de la sociedad.
2. Estimulación del autoempleo entre los titulados, a fin de ampliar la oferta laboral existente.

Algunos expertos proponen, entre otras reformas educativas, la existencia de programas específicos de creación de empresas, en todas las carreras y especialidades universitarias. En los países de la OCDE la orientación hacia el autoempleo está bastante desarrollada. En cambio en nuestro país esta opción profesional representa aproximadamente el 16%, cifra que comparativamente resulta ser muy baja (Touraine, A. y Otros, 1988).

A partir de estas consideraciones el Departamento Promoción Económica de la Diputación Foral de Bizkaia se plantea la posibilidad de acometer un proyecto de Formación Empresarial Práctica con los universitarios vizcaínos, el cual requería un conocimiento previo del medio.

La finalidad de este artículo es dar a conocer algunas de las conclusiones que se pueden extraer de un amplio estudio realizado con los universitarios del Campus de Bizkaia.¹ El procedimiento de investigación consistió, por un lado, en un cuestionario cerrado, de elección múltiple, aplicado a una muestra de 1.113 sujetos, cuyas respuestas fueron sometidas a tratamientos estadísticos, y, por otro, 3 grupos de discusión, con 24 sujetos en total, a partir de preguntas índice y posterior análisis cualitativo de las respuestas.

Los objetivos del estudio fueron conocer las actitudes de los estudiantes ante el mundo empresarial, evaluar someramente su potencial emprendedor, su disposición a orientarse hacia el autoempleo y la creación de nuevas empresas o negocios propios al finalizar los estudios, al tiempo que detectar su interés por recibir la información y los apoyos que pudieran necesitar para llevar a cabo sus proyectos emprendedores.

2. MOTIVACION EMPRENDEDORA PARA LOS UNIVERSITARIOS

Los primeros datos del estudio indicaban que el 46% de los universitarios creían que ellos podrían montar una empresa al finalizar sus estudios, a pesar de que la inmensa mayoría reconocía de antemano las numerosas dificultades que tendrían para ver cumplidos sus ilusiones. Al mismo tiempo el porcentaje de los que están firmemente decididos a montar una empresa o negocio por su cuenta se reduce al 5,3% de los encuestados, cantidad de ningún modo desdeñable si la consideramos en términos absolutos.

El 92,96% de los encuestados manifiestan sentirse atraídos, en mayor o menor medida, por algunos de los aspectos del mundo empresarial, en contraposición con el 7,04% que dicen no atraerles nada. Hay que tener en cuenta que, según los datos recogidos, el 4,36% de la muestra señala que el motivo más importante por el cual montaría una empresa es porque ya conocer un producto que podría vencer con éxito.

Lo que menos gusta de la figura del empresario es el exceso de trabajo, de responsabilidad y de riesgo, pero también es lo que más valoran en él, junto a la capacidad para estar al frente de la organización y ejercer funciones directivas. Esta aparente contradicción se puede justificar: son estas características las que más valoran porque, si fueran empresarios, les costaría asumir, ya que el trabajo, para ellos, es una obligación necesaria, es una necesidad. Por ello, todo exceso de responsabilidad implica una renuncia a su tiempo de ocio, algo que en la juventud actual se mantiene como uno de los valores fundamentales.

¹Los universitarios vizcaínos ante la actividad empresarial". Desarrollo de Maquetas Empresariales (DEMA). Diputación Foral de Bizkaia. Departamento de Promoción Económica.

A los universitarios les atrae positivamente el mundo empresarial en cuanto que así pueden desarrollar sus propias ideas libremente, les da independencia y autonomía. Otros aspectos del mundo empresarial como la posibilidad de ganar dinero o el estilo de vida o status social que se le suele atribuir al empresario son valorados por sólo un 4% de la muestra. No sólo se consideran muy válidos para desempeñar funciones directivas sino que además al 53% de los encuestados les resulta atractivo o muy atractivo tener asalariados a su cargo, frente a un 30% de ellos a quienes el hecho de tener asalariados les resultaría poco (25%) o nada atractivo (5%). Estos datos apuntan a variaciones importantes en cuanto en la percepción y consideración social del empresario por parte de los universitarios en los últimos años.

Normalmente la inquietud emprendedora suele iniciarse a partir de considerar distintas ideas como potencialmente susceptibles de concretarse en proyectos viables y rentables posibilidades. También se detectó que el 35,2% de ellos han tenido o tienen alguna idea o ideas que podrán ser un punto de arranque de una empresa o negocio, potencialmente rentable. Las ideas que manifiestan tener se refieren a actividades o negocios que actualmente ya existen pero dándoles un nuevo enfoque y se centrarían en el sector servicios: ocio, educación y salud.

Tener o haber tenido una idea rentable refleja un tipo de actividad mental que nos parece digna de señalar. Quienes en el pasado mostraron ésta inquietud, presumiblemente la volverán a mostrar, con aquella o con otras ideas. Si cuentan con los medios y apoyos necesarios puede que surjan futuros emprendedores. Son los estudiantes de carreras como Económicas y Empresariales y los de carreras Humanísticas quienes manifiestan mayor inquietud empresarial.

Al mismo tiempo los universitarios son conscientes de las dificultades para desarrollar sus ideas, de las innumerables dificultades que tendrán que superar para pasar de la idea de a la empresa ya en marcha. La simple consideración de los inconvenientes es más poderosa que su motivación inicial y por lo tanto no se ponen a desarrollar el proyecto.

La ausencia de dinero para invertir, se reconoce como el inconveniente más importante a la hora de formar empresas, tanto para el país como para ellos mismos. Pero, mientras en el país faltan ideas innovadoras, ellos consideran que si las tienen, y por lo tanto no sería esta la dificultad fundamental si decidieran montar su propia empresa. Consideran también que si no se montan más empresas es porque a la gente le faltan ganas de trabajar duro, cuando ello si estarían dispuestos a trabajar. Si se decidiesen a montar un negocio creen que las dificultades más importantes provendrían de la falta de implicación de los Organismos Públicos y de la Banca.

3. APTITUDES EMPRENDEDORAS

En nuestro acercamiento a los universitarios hemos querido conocer no sólo sus motivaciones emprendedoras y su disposición a recibir formación profesional sino también sus aptitudes potenciales para ser empresarios. es decir, en qué medida poseen esas características que definen la "personalidad del empresario".

Resulta bastante arriesgado indicar que exista la denominada "personalidad del empresario", como si se tratara de una tipología diferenciada, toda vez que sus propios términos encierran multitud de matices no siempre bien delimitados. Sin embargo la bibliografía existente sobre el perfil cualitativo del empresario-emprendedor presenta, de manera reiterada, diferentes características de la personalidad: creatividad, locus de control interno, autonomía, motivación de logro, liderazgo, capacidad de asumir riesgos, perseverancia, estabilidad emocional, etc.

Los rasgos de personalidad empresarial en los que han sido evaluados los empresarios de la muestra son cuatro Personalidad (Independencia, Creatividad, Predisposición a asumir riesgos y Confianza en sí mismo), Capacidad de Relación Interpersonal (Comunicación y Liderazgo), Capacidad de Organización (Capacidad de fijarse objetivos, Programación y Planificación), Actitud ante el Dinero (Manejo dinero, Disposición para ganar dinero). La evaluación se realizó a partir de la escala de autovaloración de Hawkins y Turla (1987), donde cada uno de los cuatro rasgos generales señalados consta de 10 ítems, y el sujeto señala el grado en el que posee dicha característica según una escala de 1 a 6. Para simplificar los resultados los hemos clasificado en tres niveles: Alto, Medio y Bajo.

Los resultados obtenidos nos muestran que la población universitaria se considera como poseedora de características personales semejantes a los que emprenden con éxito proyectos empresariales. Solamente el 1,7% se considera de nivel Bajo, mientras que el 67,3% se percibe como de nivel Medio y el 31% de nivel Alto. Es decir una gran mayoría de los universitarios se perciben como sujetos Independientes, Creativos, Predispuestos a Asumir Riesgos y Confiados en Sí Mismos. Independientemente de la exactitud de dicha medida esta autovaloración refleja un alto grado de autoestima y confianza en las propias posibilidades, aspectos a tener en cuenta como valores positivos de cara a la actividad empresarial.

De la misma manera el grado en que valoran su Capacidad de Relación Interpersonal, Su Capacidad para la Comunicación y el Liderazgo es notablemente alto. El 50,7% de los universitarios considera poseedor de estas cualidades en grado Alto, el 48,3% en grado Medio y sólo el 1% se juzga con Baja capacidad de Relación Interpersonal.

Los emprendedores son personas capaces de fijarse metas con claridad, se planifican correctamente sus tareas, las organizan bien en el tiempo, señalando adecuadamente las prioridades. Parece que estas cualidades no están tan desarrolladas como las anteriores. Tres cuartas partes de los universitarios (75,9%) se adjudican un grado Medio, el 15,5% se consideran de grado Alto y el 8,5% de grado bajo en la Capacidad de Organización.

El análisis se completa con la aptitud para manejar racionalmente el dinero y la existencia de actitudes positivas ante el hecho de ganar dinero y generar riqueza para sí y para otros. El 80,3% adopta posturas intermedias en este tema. No se sienten muy atraídos por el hecho de ganar dinero y/o no saben manejarlo correctamente. El 5% de los evaluados se considera de nivel Bajo mientras que el 14,6% manifiesta sentirse capacitado e interesado por este asunto en grado Alto.

Resumiendo se puede decir que una gran mayoría de los universitarios se consideran Independientes, Creativos, Capaces de Asumir Riesgos, Confiados en Sí Mismos y buenos Comunicadores. pero no abundan tanto los sujetos bien Organizados ni aquellos que tienen Actitudes positivas ante el Dinero, Capacitados para manejarlo correctamente.

Parece congruente con estos datos que a los universitarios les atraiga del mundo empresarial la posibilidad de desarrollar sus propias ideas con libertad, la independencia, el espíritu creador y la posibilidad de dirigir la organización y a las personas que lo integran, en mayor medida que las perspectivas de ganar obtener grandes beneficios económicos.

4. APROXIMACION AL PERFIL DEL UNIVERSITARIO POTENCIALMENTE EMPRENDEDOR

Existen correlación estadísticas positivas entre los estudiantes que manifiestan tener o haber tenido ideas que podrían funcionar como negocio, los que creen que podrían montar una empresa al finalizar sus estudios actuales y quienes consideran que su carrera actual puede ser una ayuda eficaz para formar una empresa Tomando como bases estas tres variables se puede ir completando un perfil del universitario potencialmente orientado profesionalmente hacia el autoempleo y la creación de pequeñas empresas, tanto de manera individual como en sociedad.

- Son estudiantes de carreras como Económicas y Empresariales, Humanísticas, Derecho y Graduado Social.

- En mayor medida que sus compañeros leen informaciones de tipo económico-empresarial y consideran muy interesante estar al día de las noticias del mundo empresarial. Tienen más información y conocen mejor las ayudas a nuevos promotores por parte de los distintos organismos públicos.

- En algún momento de su vida han trabajado en alguna actividad o han realizado algún tipo de negocio por iniciativa propia, siendo esta característica más señalada en los varones que en las mujeres.

- Han tenido experiencias en la dirección de algún tipo de grupo, aunque no tuviera una finalidad productiva ni lucrativa. Tal vez por ello se perciben en mayor grado que sus compañeros en cuanto a la capacidad para dirigir a otros.

- En mayor medida que el resto de los universitarios conocen a alguien dedicado a la actividad empresarial, de manera que les resulta más fácil reconocer las características del empresario y tal vez identificarse con ellos.

- Hablan de temas del mundo empresarial en su entorno universitario, con mayor asiduidad que sus compañeros.

- Aunque la mayoría de los universitarios considera que montar una empresa es difícil, los más estimulados hacia el mundo empresarial tienen una disposición más positiva, siendo los varones quienes se muestran más dispuestos que las mujeres.

- Crear y trabajar en sociedad con otros es algo más interesante para este colectivo que para el resto de los universitarios. Son las mujeres quienes se muestran más dispuestas a trabajar en sociedad que los hombres.

- El fin prioritario de la actividad empresarial no sería para ellos la obtención de beneficios, aunque se reconozca su importancia.

- Su nivel de autoestima es elevado y en mayor medida reconocen que sus opciones son muy tenidas en cuenta en su entorno inmediato (amigos, compañeros, familiares).

- Son más sensibles a las enseñanzas teórico-prácticas empresariales que el resto de los estudiantes y se muestran más deseosos de que la Universidad imparta prácticas empresariales, en un contexto donde la formación empresarial es escasa y la práctica casi nula.

- Son alumnos pertenecientes a las clases socioeconómicas media-alta y alta cuyos cabezas de familia poseen profesiones tales como Director, Gerente, Cuadro Superior o Medio.

- Se muestran más optimistas respecto a la utilidad de su actual carrera universitaria como base para la creación de una empresa nueva.

5. LA ORIENTACION PROFESIONAL DE LOS UNIVERSITARIOS

Aunque el 46% de los universitarios declaró anteriormente estar dispuesto a montar una empresa, ésta no parece que sea la orientación profesional mayoritaria al finalizar sus estudios. El 5,3% dice que intentará formar una empresa o negocio, mientras que el 40% se orientará hacia la búsqueda de empleo en alguna empresa y se ocupará en responder a las ofertas de empleo que aparecen en los periódicos. La segunda alternativa seleccionada (27%) es prolongar el período de formación y especializarse, antes de incorporarse definitivamente al mundo laboral.

Perciben que en la Universidad no se estimula a los nuevos emprendedores. Los profesores no les animan a emprender una actividad empresarial e incluso les desalientan. En cambio la mayoría de ellos estaría muy interesado en recibir una formación empresarial práctica. Actualmente y a pesar

de la difusión de ciertos programas, las ayudas de los organismos oficiales son muy poco conocidas por los estudiantes y en el caso de tener un proyecto empresarial no sabrían a dónde acudir para recibir asesoramiento y ayuda.

Para terminar se puede señalar que en nuestras facultades existen bases suficientes como para intensificar programas de autoempleo y de creación de nuevas empresas como opciones a considerar al finalizar los estudios universitarios, con la expectativa de que serán bien acogidos por los estudiantes. Orientarse hacia opciones de este tipo no sólo servirá para reducir el paro y desarrollarse personal y profesionalmente sino que "tendrá efectos sinérgicos sobre la economía social circundante al emprendedor, al posibilitar el desarrollo de ideas latentes y el empleo de nuevas personas" (Maqueda, 1990).

6. BIBLIOGRAFIA

HAWKINS, K. TURLA, P.: " Compruebe sus dotes de emprendedor ". Ediciones Deusto, S.A., Bilbao. 1987.

KRUEGER, R.A.: " El grupo de discusión ". Guía Práctica para la investigación aplicada ". Ediciones Pirámide, S.A. Madrid 1991.

MAQUEDA LA FUENTE, F.J.: " Como crear y desarrollar una Empresa ". Ediciones Deusto, S.A. Bilbao 1990.

TOURAINÉ, A. Y OTROS.: " ¿ Qué empleo para los jóvenes? ". Hacia estrategias innovadoras". Editorial Tecnos, S.A. UNESCO 1988.

INDICE ALFABETICO DE AUTORES VOLUMEN V

| | | | |
|--|-----|---|-----|
| AFONSO RODRIGUEZ, JULIO ANGEL | 343 | GRANELL PEREZ, RAFAEL | 541 |
| ALBA FERNANDEZ, M ^a VIRTUDES | 623 | GUIRAO PEREZ, GINES | 343 |
| ALONSO RODRIGUEZ, SERGIO F. | 355 | GUZMAN RAJA, ISIDORO | 385 |
| ALVAREZ MARTINEZ, PEDRO | 1 | HERMOSO GUTIERREZ, JOSE ALBERTO | 33 |
| ALLEPUS QUEROL, JOSEP | 15 | HERMOSO GUTIERREZ, JOSE ALBERTO | 83 |
| ANDREU, JOSE MIGUEL | 363 | HERNANDEZ GUERRA, JUAN | 281 |
| ARASA MEDINA, CARMEN | 363 | HIDALGO SANCHEZ, RAMON | 169 |
| AREITIO BERTOLIN, M ^a GLORIA | 371 | HIGON TAMARIT, FRANCISCO J. | 541 |
| ARIAS MARTIN, CARLOS | 665 | HINOJOSA RAMOS, MIGUEL ANGEL | 305 |
| ARNALDOS GARCIA, FUENSANTA | 137 | JIMENEZ TORRES, FERNANDO ENRIQUE | 295 |
| ARRANZ SOMBRIA, M ^a ROSA | 147 | LOPEZ BAZO, ENRIQUE | 113 |
| ASTRAY, EMILIO | 591 | LLORENTE MARRON, MARIA DEL MAR | 655 |
| BELTRAN CASCALES, M ^a CARMEN | 155 | MAHIA CASADO, RAMON | 125 |
| BERNAL GARCIA, JUAN JESUS | 385 | MARMOL CONDE, AMPARO | 305 |
| BLEDA MAZA DE LIZANA, MERCEDES | 137 | MARTEL ESCOBAR, M ^a DEL CARMEN | 733 |
| CABALLERO FERNANDEZ, RAFAEL | 169 | MARTINEZ CHACON, ELVIRA | 553 |
| CABALLERO FERNANDEZ, RAFAEL | 159 | MARTINEZ GARCIA, M ^a PILAR | 155 |
| CABRER BORRAS, BERNARDI | 403 | MARTINEZ LEON, JOSE | 565 |
| CABRERA SANCHEZ, JUAN MANUEL | 419 | MARTINEZ RODRIGUEZ, JULIA | 321 |
| CALDERON MONTERO, SUSANA | 169 | MARTINEZ ROMERO, M ^a FRANCISCA | 581 |
| CANO GUERVOS, RAFAEL ARTURO | 33 | MARTINEZ SOLER, RAFAEL | 45 |
| CANO GUERVOS, RAFAEL ARTURO | 83 | MARTINEZ VICENTE, JOSE SILVIO | 591 |
| CANSINO MUÑOZ-REPISO, J. MANUEL | 179 | MIGUEL ALVAREZ, JESUS ANGEL | 599 |
| CARDENETE FLORES, MANUEL A. | 191 | MIGUEL UCETA, SANTIAGO | 611 |
| CARRERAS ROIG, LUIS | 429 | MIÑANA SIMO, JOSE SALVADOR | 97 |
| CASTILLO MANRIQUE, ISABEL | 201 | MONTAÑES BERNAL, ANTONIO | 433 |
| CLEMENTE LOPEZ, JESUS | 433 | MORENO JIMENEZ, JOSE MARIA | 487 |
| COLOM, MARIA DEL MAR | 445 | MUÑOZ CAMPOS, MARIA DEL CASTILLO | 45 |
| CORTES SIERRA, GEORGINA | 455 | MUÑOZ VAZQUEZ, AGUSTIN | 623 |
| COSCOLLA GIRONA, MARIPAZ | 403 | MUÑOZ YEBRA, CARLOS | 445 |
| COSTA REPARAZ, EMILIO | 655 | MURILLO FORT, CARLES | 631 |
| CHICA OLMO, JORGE MIGUEL | 33 | NAVARRO ELOLA, LUIS | 645 |
| CHICA OLMO, JORGE MIGUEL | 83 | OLAVE RUBIO, PILAR | 599 |
| DIAZ FERNANDEZ, MONSERRAT | 655 | OTERO GIRALDEZ, M ^a SOLEDAD | 517 |
| DORTA GONZALEZ, PABLO | 733 | PABLO MARTI, FEDERICO | 445 |
| DURO ALVAREZ, PURIFICACION | 45 | PASTOR TEJEDOR, ANA CLARA | 645 |
| EGUIA PEÑA, BEGOÑA | 475 | PEREZ DIEZ DE LOS RIOS, J.L. | 665 |
| ESCOBAR URMENETA, M ^a TERESA | 487 | PEREZ GONZALEZ, M ^a PILAR | 147 |
| FATAS JUBERIAS, ENRIQUE | 503 | PEREZ VILLALTA, R. | 665 |
| FERNANDEZ GARCIA, FRANCISCO R. | 305 | PESTANO GABINO, CELINA | 261 |
| FERNANDEZ JARDON, CARLOS MARIA | 527 | PLA VALL, ANGELES | 745 |
| FERNANDEZ JARDON, CARLOS MARIA | 517 | PUERTO ALBANDOZ, JUSTO | 305 |
| FERNANDEZ LECHON, RAMON | 213 | QUADRADO MERCADAL, LUCIA | 113 |
| FRANCO IBARZABAL, HELENA | 59 | RENESES GUILLLEN, MARTA | 125 |
| GARCIA ARTILES, M ^a DOLORES | 223 | REY BORREGO, LOURDES | 159 |
| GARCIA CARRASCO, ENRIQUE | 1 | REYES GARCIA, MARCELO | 433 |
| GARCIA LAPRESTA, JOSE LUIS | 237 | RINCON ZAPATERO, JUAN PABLO | 321 |
| GARCIA SOBRECASES, FCO. MIGUEL | 247 | RODRIGUEZ GONZALEZ, RICARDO | 679 |
| GIL FARIÑA, M ^a CANDELARIA | 261 | RODRIGUEZ PALMERO, CARLOS | 237 |
| GOMEZ GARCIA, FRANCISCO | 271 | RODRIGUEZ PRADA, GONZALO | 687 |
| GONZALEZ ALVAREZ, M ^a LUZ | 71 | ROJO GARCIA, JOSE LUIS | 699 |
| GONZALEZ CONCEPCION, CONCEPCION | 261 | RUIZ DE LA RUA, FRANCISCO | 159 |
| GONZALEZ LOZANO, MERCEDES | 159 | RUIZ FUENTES, NURIA | 623 |
| GONZALEZ RODRIGUEZ, M ^a ROSARIO | 665 | SAN MARTIN PEREZ, MONTSERRAT | 527 |

| | |
|--|-----|
| SANTOS PEÑATE, DOLORES ROSA | 733 |
| SANZ GOMEZ, JOSE ANTONIO | 699 |
| SAURINA CANALS, CARMEN | 631 |
| SEGARRA BLASCO, AGUSTIN | 15 |
| SELVA SEVILLA, CARMEN | 719 |
| SIERRA MURILLO, YOLANDA | 527 |
| SOTO TORRES, M ^a DOLORES | 333 |
| SUAREZ VEGA, RAFAEL | 733 |
| TAMBORERO SANJUAN, PILUCA | 503 |
| TORTOSA CHULIA, M ^a ANGELES | 745 |
| URIARTE ARCINIEGA, JUAN DE DIOS | 755 |
| VILA, LUIS | 403 |