

# **ANÁLISIS Y PREVISION DEL PIB EN ESPAÑA**

**MIGUEL A. ARIÑO**

**IESE**

**AVDA. PEARSON 21**

**08034 BARCELONA**

[aarino@iese.es](mailto:aarino@iese.es)

*Resumen.* El objetivo de este artículo es presentar diversos modelos econométricos que expliquen la evolución del PIB en España. Inicialmente se estudia el grado de integración del PIB y de diversas variables que se supone están relacionadas con el PIB. Entre estos modelos se incluyen modelos univariantes, modelos de transferencia lineal y "error correction models". Finalmente se comparan la previsiones hechas por los diversos modelos.

## I. INTRODUCCION

Nuestro proposito en este artículo es presentar una serie de modelos que expliquen a nivel agregado la evolución del PIB en España. Con objeto de hacer previsiones. Contarnos con datos del PIIB por cuatrimestres desde 1970 hasta el 3° cuatrimestre de 1995. Utilizaremos como variable básica (que llamaremos PIIB) la tasa anualizada de crecimiento trimestral del PIB sobre el mismo trimestre del mes anterior. En el Gráfico 1 presentamos la evolución de esta variable.

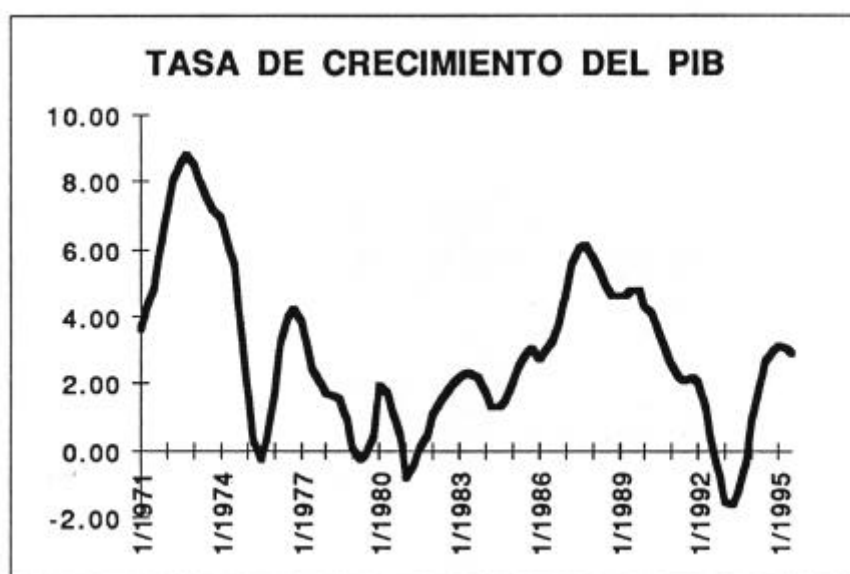


Gráfico 1. Evolución del PIIB en España.

Después de esta introducción estudiamos el grado de integración del PIB llegando a la conclusión de que esta serie está integrada de orden 1 y necesita por tanto una primera diferencia para que la serie sea estacionaria. Como a lo largo del estudio utilizaremos la serie en diversos periodos, haremos un análisis del orden de integración en el periodo 71.1-95.3, en el periodo 80.1-95.3, y finalmente en el periodo 87.3-95.3. En la tercera sección estudiaremos las raíces unitarias estacionases de la serie del PIB con objeto de intentar entender si debe hacerse una diferencia estacional o no para hacer la serie estacionaria. En la cuarta sección construimos diversos modelos univariantes tanto de regresión como Box-Jenldns de la serie objeto de estudio. En la quinta sección se utiliza información sobre la rentabilidad de las letras del tesoro a un año para construir un modelo de intervención y obtener una previsión del valor del PIB en función de la rentabilidad a un año. En la sexta sección utilizamos la variable "Tendencia prevista de la producción" para construir un "error correction model" para estas dos variables.

El artículo termina con una comparación de las previsiones según los distintos modelos y con las conclusiones.

## II. ESTACIONARIEDAD DEL PIB

Comenzamos nuestro artículo mostrando que la serie del PIB es una serie integrada de orden 1 en los tres periodos que consideramos en nuestro estudio. Para ello seguiremos los tests habituales para contrastar la existencia de una raíz unitaria (cfr. Dickey y Fuller 1979 y 1981). La hipótesis nula será que la serie  $y = (y_t)$  no está integrada. Para verificar o rechazar la hipótesis hay que contrastarla con una alternativa. Siguiendo a Hamilton (1994) distinguiremos dos casos frecuentes:

a) Si la serie a estudiar no tiene una tendencia significativa tomaremos como hipótesis nula que el proceso verdadero es de la forma

$$Y_t = Y_{t-1} + \mu_t.$$

La alternativa a la hipótesis nula será admitir que el modelo generador de los datos de la serie es

$$\Delta y_t = \alpha + (\rho - 1)y_{t-1} + \mu_t \quad (1)$$

Para aceptar o rechazar la hipótesis nula estimamos con los datos la ecuación (1) y calculamos los estadísticos  $T(p-1)$ , donde  $T$  es el número de datos utilizados para estimar la regresión,  $t = (p-1)/\sigma_p$  y el parámetro  $F$  de la hipótesis conjunta de que  $\alpha = 0$  y  $\rho = 1$ . La distribución de estos parámetros bajo la hipótesis nula queda recogida en las tablas BS, B6 y B7 (caso 2) de Hamilton (1994).

b) De modo similar, si la serie a estudiar presenta alguna tendencia tomamos como hipótesis nula que el proceso generador de datos es

$$Y_t = \alpha + Y_{t-1} + u_t.$$

y como alternativa que

$$\Delta y_t = \alpha + (p - 1) y_{t-1} + \delta t + u_t. \quad (2)$$

Para ello se estima la anterior ecuación de regresión y se consideran los mismos estadísticos que en el caso a). La distribución de estos estadísticos bajo la hipótesis nula queda también recogida en las tablas B5, B6 y B7 (caso 4) de Hamilton (1994).

Como a lo largo de nuestro estudio vamos a trabajar con la serie del PIB en los periodos 71.1-95.3, 80.1-95.3 y 87.3-95.3 Testamos el orden de integración de la serie en estos tres periodos. En los dos primeros periodos la serie no muestra ninguna tendencia por lo que le aplicaremos el test a). Para el tercer periodo no está claro si la serie no muestra ninguna tendencia o tiene una ligera tendencia descendente, por Toque le aplicaremos los dos tests, el a) y el b).

	<b>CASO (a)</b>			
	<b>71.1-95.3</b>		<b>80.1-95.3</b>	
	<b>Y</b>	<b>ΔY</b>	<b>Y</b>	<b>ΔY</b>
<b>T*(P-1)=</b>	-3.71	-22.72 (3)	-3.61	-23.76 (3)
<b>t=</b>	-1.37	-3.59 (3)	-1.06	-2.87 (3)
<b>F=</b>	1.87	12.86 (3)	1.13	8.23 (3)

	<b>87.3 – 95.3</b>					
	<b>CASO (a)</b>			<b>CASO (b)</b>		
	<b>Y</b>	<b>ΔY</b>	<b>ΔΔY</b>	<b>Y</b>	<b>ΔY</b>	<b>ΔΔY</b>
<b>T*(P-1)=</b>	-2.04	-5.27	-17.38 (1)	-0.13	-6.08	-16.7 (1)
<b>t=</b>	-1.51	-1.64	-3.51 (1)	-0.07 (2)	-1.80	-3.44 (1)
<b>F=</b>	2.29	2.71	12.33 (1)	2.07	1.62	6.13 (1)

(1) significativo al 10%. (2) significativo al 5%. (3) significativo al 1%.

Tabla 1. Tests del grado de integración de la serie del PIB en diversos periodos.

Llegamos a la conclusión que la serie del PIB está integrada de orden 1 en los periodos 71.1-95.3 y 80.1-95.3 y está integrada de orden 2 en el período 87.3-95.3. Este último resultado ha de tomarse con mucha precaución ya que esta serie consta solo de 33 datos. Conjuntamente se puede concluir que la serie del PIB está integrada de orden 1.

### III. ESTACIONALIDAD DEL PIB

Nuestro siguiente objetivo es estudiar la estacionalidad del PIB. Queremos saber si la estacionalidad se modela mejor haciendo diferencias estacionases o mediante variables "dummy". Aplicaremos un test sobre la existencia de raíces unitarias estacionases. Una diferencia estacional equivale a aplicar a la serie el filtro  $\Delta_4 = (1 - B^4)$ . Las raíces del polinomio  $1 - z^4 = 0$  son  $(1, -1, i, -i)$ . La raíz 1 es una raíz unitaria no estacional, mientras que las raíces  $-1, i$  y  $-i$  se llaman raíces estacionases. Hyllenberg, Engle, Granger y Yoo (1990) propusieron un método para testar la existencia de raíces estacionases y no estacionases en una serie temporal cuatrimestral. Este test fue extendido a estacionalidades distintas de la trimestral por Franses (1991) y (1994). Testar la existencia de raíces unitarias en la serie temporal es equivalente a comprobar la significancia de los coeficientes  $\pi_i$  en la regresión

$$f(b)y_{4,t} = m_t + p_1 y_{1,t-1} + p_2 y_{2,t-1} + p_3 y_{3,t-2} + p_4 y_{3,t-1} + e_t$$

donde  $\phi(B)$  es un AR polinornio y donde  $\mu_t$  puede contener hasta una constante, variables "dummy" y una tendencia:

$$m_t = a_0 + a_1 D_{1,t} + a_2 D_{2,t} + a_3 D_{3,t} + b_0 t,$$

y donde

$$y_{4,t} = (1 - B^4)y_t$$

$$y_{1,t} = (1 + B + B^2 + B^3)y_t$$

$$y_{2,t} = (1 - B)(1 + B^2)y_t$$

$$y_{3,t} = (1 - B^2)y_t$$

No hay raíces unitarias estacionales cuando  $\pi_2$ ,  $\pi_3$  y  $\pi_4$  son diferentes de 0. Si  $\pi_1 = 0$  la presencia de una raíz unitaria no estacional no se puede rechazar. Los tests que se suelen utilizar son los tests para la significancia de  $\pi_1$  y  $\pi_2$  y un F-test para la significancia conjunta de  $\pi_3$  y  $\pi_4$ . Valores críticos de estos tests para diferentes tamaños fueron computados inicialmente por Hyllberg, Engle, Granger y Yoo (1990), después por Engle y Yoo (1987) y un estudio totalmente exhaustivo fue realizado por Franses (1994), dependiendo de si el término ptt contiene o no constante, variables "dummy" y tendencia. En la Tabla 2 se muestra los valores de estos estadísticos para la serie del PIB:

	SERIE DEL PIB					
	71.1 - 95.3			80.1 - 95.3		
	Nc, nt, nd	c, nt, nd	C, t, nd	Nc, nt, nd	C, nt, nd	C, t, nd
$t^*(\pi_1)=$	-2.01 (2)	-2.54	-2.34	-0.75	-2.52	-2.51
$t^*(\pi_2)=$	-6.10 (3)	-6.17 (3)	-6.13 (3)	-4.51 (3)	-4.68 (3)	-4.65 (3)
$t^*(\pi_1\pi_4)=$	2.44 (1)	2.06	2.02	2.54	1.18	1.15

(1) significativo al 10%. (2) significativo al 5%. (3) significativo al 1%.

c, nt, nd significa que el término  $\mu_t$  contiene constantes no contiene variables "dummy" ni tendencia.

Tabla 2. Tests de estacionalidad de la serie del PIB.

Los tests claramente muestran la existencia de una raíz no estacional en esta serie como ya se había detectado en la sección anterior. Por otro lado está clara la no existencia de una raíz estacional  $\pi_2 = -1$ , aunque sí las  $\pi_3 = i$  y  $\pi_4 = -i$ . Por lo que no parece conveniente aplicar una diferencia estacional a la serie para conseguir que esta sea estacionaria.

## IV. MODELOS UNIVARIANES

A continuación presentamos tres modelos que explican la evolución del PIB tanto para el periodo 71.1-95.3 como para el periodo 80.1-95.3. Dos de ellos son modelos Box-Jenkins y el tercero es un modelo de regresión. Como la serie del PIB está integrada de orden 1 todos estos modelos deberán contener una primera diferencia no estacional en la serie del PIB.

a) Modelos para el PIB en el periodo 71.1-95.3

al) El primer modelo a considerar es un modelo ARIMA(2,1,0)x(0,0,1)4 de la forma

$$(1 - j_1 B - j_2 B^2) \Delta y_t = (1 - \Theta_4 B^4) e_t$$

		Param.	T-ratio
	AR 1	1.1675	11.94
	AR 2	-0.2910	-2.97
	SMA 4	0.9402	16.10
Residuos:	SS = 6.97803		
	MS = 0.07345	S = 0.271	DF = 95

a2) El segundo es un ARIMA(2,1,0)x(1,0,0)4

$$(1 - j_1 B - j_2 B^2)(1 - f_4 B^4) \Delta y_t = e_t$$

		Param.	T-ratio
	AR 1	1.1993	12.39
	AR 2	-0.3563	-3.67
	SAR 4	0.6551	-8.07
Residuos:	SS = 8.19665		
	MS = 0.09386	S = 0.3063	DF = 95

a3) El tercer modelo es un modelo de regresión de la forma

$$\Delta y_t = a_1 \Delta y_t + a_4 \Delta y_{t-4} + a_5 \Delta y_{t-5} + e_t$$

	Param.	T-ratio
a <sub>1</sub>	0.922	15.97
a <sub>4</sub>	-0.721	-8.62
a <sub>5</sub>	0.524	5.99

s=0.3154

Análisis de la varianza

	DF	SS	ms	F	P
Regresion	3	29.3939	9.7980	98.50	0.000
Error	90	8.9523	0.0995		
Total	93	38.3462			

Los tres modelos cumplen las especificaciones necesarias para ser considerados buenos modelos. Observamos que para este periodo los Modelos Box-Jenkins muestran un mejor ajuste que el modelo de regresión en términos de la desviación estandar de los errores. Entre los modelos Box-Jenkins el modelo al) es el que escogemos.

b) Modelos para el PIB en el periodo 80.1-95.3

bl) El primer modelo a considerar para el periodo 80.1-95.3 es un modelo ARIMA(1, 1,0) x (0,0, 1)<sub>4</sub> de la forma

$$(1 - j_1 b) \Delta y_T = (1 - q_4 B^4) e_t$$

		Param.	T-ratio
	AR 1	0.8780	14.21
	SMA 4	0.9185	12.62
Residuos:	SS = 3.9841		
	MS = 0.0664	S = 0.257	DF = 60

b2) El segundo modelo es un ARIMA(1, 1,0)x(0,0, 1)<sub>4</sub> de la forma

$$(1 - j_1 b) (1 - f_4 B^4) \Delta y_T = e_t$$

		Param.	T-ratio
	AR 1	0.8676	13.2
	SAR 4	-0.7420	-7.9
Residuos:	SS = 4.3681		
	MS = 0.0728	S = 0.269	DF = 60

b3) El tercer modelo es el siguiente modelo de reversion

$$\Delta y_T = a_1 \Delta y_t + a_4 \Delta y_{t-4} + a_5 \Delta y_{t-5} + e_t$$

	Param.	T-ratio
a <sub>1</sub>	0.960	14.43
a <sub>4</sub>	-0.548	-5.91
a <sub>5</sub>	0.336	3.51

s=0.2195

	DF	ss	ms	F	p
Regresion	3	11.2093	3.7364	77.54	0.000
Error	54	2.6022	0.0482		
Total	57	13.8115			

Al contrario que con la serie del PEB en el periodo 80.1-95.3, en este periodo que estamos considerando es el modelo de regresión el que mejor se ajusta a los datos. Será por tanto este el modelo que utilizaremos en este periodo. Conjuntamente, la desviación estandar de los errores en el modelo b3 es 0.2195, mientras que para el modelo al es 0.271.

## V. MODELO DE FUNCIONES DE TRANSFERENCIA

Diversos posibles modelos variables se han considerado que pudieran intervenir en la evolución del PIB. Hemos utilizado la variable rendimiento de las letras del tesoro a un año. Esta serie es una serie mensual. La hemos transformado en una serie trimestral haciendo las medias de los valores de esta serie en los meses de cada trimestre. A esta serie la denotamos  $L(t)$ . El modelo obtenido es:

$$\Delta PIB_{(T)} = \frac{a + b B}{1 - g B} L(T + 1) + \frac{1}{1 - j B^4} e_T$$

	Parám.	t-ratio
$\alpha$	-0.1865	-3.02
$\beta$	0.1847	3.00
$\gamma$	0.9588	11.47
$\varphi$	-0.4577	-3.09
Residuos:	S = 0.228	P,2 = 0.85
	F = 48.1	DF = 30

En este modelo el PIB de este trimestre está relacionado con la rentabilidad media de las letras del tesoro a un año en el trimestre siguiente. Desde el punto de vista estadístico esto no ofrece ningún problema ya que la variable  $L(t+1)$  es conocida en el tiempo antes de que se conozca la variable  $PIIB(t)$ . Si que ofrece mayor dificultad su interpretación económica ya que este modelo lo que nos está diciendo es que es el PIB el que influye en la rentabilidad de las letras del tesoro

y no al revés. De todas formas, como la serie  $L(t)$  está también integrada de orden 1, seguramente ambas series estarán cointegradas. La relación entre ambas variables requiere mayor estudio.

Para terminar de especificar este modelo de transferencia de funciones necesitamos explicitar un modelo para la serie  $L(t)$ . Un modelo adecuado para esta serie es un  $ARIMA(1, 1, 0) \times (0, 0, 1)_4$  de la forma

$$(1 - j_1 B) \Delta L_t = (1 - q_4 B^4) e_t$$

Parám.	T-ratio		
	AR 1	0.6184	4.38
	SMA 4	0.6423	4.25
Residuos:	SS = 14.076		
	MS = 0.4399	S = 0.6632	DF = 32

## VI. MODELO DE CORRECCION DE ERRORES

Suponemos que la variable PIIB está relacionada con la variable "tendencia prevista de la producción durante los próximos 3 meses". Esta variable es también mensual. La variable que utilizaremos será  $T(t)$  la media del índice de los doce últimos meses terminando en el último mes del trimestre  $t$ . Pensamos que las opiniones empresariales sobre el futuro de la actividad productiva proporcionan información sobre la evolución futura del PIB, y viceversa, la evolución del PIB influye en las opiniones de los empresarios. Por lo que sospechamos que estas dos variables pueden estar cointegmdas. Por un lado ya sabemos que la variable PIIB está integrada de orden 1. Aplicando los mismos tests a la variable  $T(t)$  concluimos que esta también está integrada de orden 1.

Para saber si ambas variables están cointegradas y conjuntamente siguen un "error correction representation" seguiremos el test de cointegración expuesto en Engle y Granger (1987). Estimamos la ecuación de regresión

$$PIB_{(T)} = 1.9125 + 0.257 T_{(T)} + u_T$$

A continuación estimamos la regresión de la diferencia de los restos  $u_t$  sobre  $u_{t-1}$  y con la diferencia de restos retardada hasta 1 periodo y 4 periodos. Este ADF test muestra que como se sospechaba estas dos series están cointegradas. Siguiendo los pasos de Engle y Granger (1987) la mejor representación conjunta de las dos series en la forma "error correction" es la siguiente:

$$\Delta PIB(T) = a_0 [PIB(t-1) - 1.9125 - 0.257 T(t-1)] + a_1 \Delta PIB(t-1) + a_2 \Delta PIB(t-4) + a_3, \Delta T(t-1) + z(t)$$

$$(1 - \phi_1 B)z(t) = (1 - \theta_4 B^4)e_t$$

donde

	Parám.	t-ratio
$a_0$	-0.2277	-3.96
$a_1$	0.2166	3.21
$a_2$	-0.3606	-5.91
$a_3$	0.0535	2.85
$\phi_1$	-0.8470	-14.59
$\theta_4$	0.9620	14.99

Residuos:	S = 0.246	R <sup>2</sup> = 0.86
	F = 107.7	DF = 87

## VI. RESUMEN Y CONCLUSIONES

Hemos presentado varios modelos de la evolución del PIB en España en diversos periodos entre 1971 y 1995. Todos ellos presentan una desviación estandar de los errores (dentro del periodo que se ha utilizado para estimar los parametros del modelo) que se encuentra entre 0.22 y 0.30.

No podemos decir a priori que ningún modelo sea mejor que otro, pero como los modelos univariantes son más simples y no hay evidencia de que su comportamiento sea peor que los modelos que utilizan otras variables, nos inclinamos a aconsejar este tipo de modelos, tanto si son modelos arima como modelos de regresión.

## BIBLIOGRAFÍA

- Dickey, D. A. y W. A. Fuller, 1979, "Distribution of the Estimators for Autoregressive Time Series with a Unit Root", *Journal of the American Statistical Association*, 74, 427-431.
- Dickey, D. A. y W. A. Fuller, 1981, "The Likelihood Ratio Statistics for Autoregressive Time Series with a Unit Root", *Econometrica*, 49, 1057-1072.
- Engle, R. F. y B. S. Yoo, 1987, "Forecasting and Testing in Co-Integrated Systems", *Journal of Econometrics*, 35, 143-159.
- Engle, R.F. y C. W. J. Granger, 1987, "Co-Integration and Error Correction Representation, Estimation and Testing", *Econometrica*, 55, 251-276.
- Franses, P. H., 1991, "Seasonality, Non-stationarity and the Forecasting of Monthly Time Series", *International Journal of Forecasting*, 7, 199-208.
- Franses, P.H. y B. Hobijn, 1994, "Critical Values for Unit Root Tests in Seasonal Time Series", Econometric Institute Report #9462/A, Erasmus University Rotterdam
- Hamilton, J. D., (1994), *Time Series Analysis*, Princeton University Press, Princeton, New Jersey.
- Hylleberg, S., R. F. Engle, C. W. J. Granger and B. S. Yoo, 1990, "Seasonal **Integration** and Cointegration", *Journal of Econometrics*, 44, 215-238.