

EXPECTATIVAS Y MODELOS DE TELARAÑA: UNA REVISION TECNICA DE LA LITERATURA.

Rafael Caballero Jiménez

Francisco Gómez García

Dep. Teoría Económica y Economía Política.

Universidad de Sevilla

1. Introducción.

La importancia de las expectativas de los agentes económicos sobre la evolución futura de una determinada variable ha sido señalada desde el nacimiento de la Ciencia Económica. Pero además de ser tenidas en cuenta, es determinante para el análisis dinámico la forma específica a través de la cual los agentes realizan las predicciones futuras de la variable en cuestión. Aquí presentamos los principales esquemas de formación de expectativas y en particular cuáles son las consecuencias que se derivan de su aplicación concreta al modelo de competencia perfecta, que en su expresión dinámica más simple ha sido denominado como teorema de la telaraña (Kaldor).

La introducción de expectativas en este modelo ha sido amplia y viene motivada básicamente por dos motivos: en primer lugar, se ha reconocido ampliamente la importancia que aquéllas tienen en la agricultura, y los mercados agrícolas, de forma general, pueden modelizarse a través del esquema básico de oferta y demanda, y en segundo lugar, las estimaciones econométricas en este campo han sido profusas, sobre todo desde la aportación de Nerlove, en sus estimaciones de curvas de oferta de productos agrícolas que incorporan expectativas de precios.

Por último, el análisis dinámico intenta demostrar cómo la introducción de expectativas es capaz de explicar un hecho característico de los mercados agrícolas, esto es, los ciclos recurrentes de precios y cantidades observados en la realidad, aunque tanto la trayectoria dinámica de ambas variables como la tendencia hacia el equilibrio dependerá en muy alto grado del supuesto sobre formación de expectativas que incluyamos.

2. El teorema de la telaraña clásico.

Es en el artículo clásico de Ezekiel (1938) donde podemos encontrar una buena exposición de los antecedentes históricos y un resumen de tal teoría.

Los supuestos sobre los que se basa el modelo son:

- a) la oferta depende completamente del precio esperado.
- b) los precios de mercado se ajustan a la demanda para eliminar el exceso de ésta en el periodo de transacciones.
- c) el tiempo que la producción necesita, requiere al menos un periodo entero antes de que la producción pueda ser intercambiada.
- d) no hay almacenamiento ni existen incentivos para especular ni por parte de compradores ni de vendedores, aunque este supuesto será omitido cuando incluyamos esta posibilidad.

La formulación analítica de éstos es:

$$\begin{aligned}q_t^d &= a - bp_t \\ q_t^s &= a_1 + b_1 p_t^e \\ q_t^s &= q_t^d\end{aligned}$$

La especificación de la expectativa es del tipo extrapolativo, o en ocasiones denominado "ingenua", ya que el precio esperado en el futuro es igual al observado en el periodo precedente. Esto es:

$$p_t^e = p_{t-1}$$

La introducción de tal expresión en el modelo da lugar a una ecuación en diferencias lineal y de primer orden, con solución El modelo dará por tanto un comportamiento alternante o cíclico para la dinámica de precios y ésta será estable si $b > b_1$ o si la pendiente de la curva de demanda es inferior en valor absoluto a la pendiente de la curva de oferta.

$$p_t = A \left[-\frac{b_1}{b} \right]^t + \bar{p}$$

En suma, los productores al no entender la dinámica del mercado crean el ciclo a través de su propio comportamiento, esto es, los agentes no aprenden de la experiencia. Podemos además afirmar que éste predice una inestabilidad acusada, ya que la demanda de la mayor parte

de los productos agrícolas no deja de ser altamente inelástica, y a menos que la oferta lo sea aún más, cosa improbable por otra parte, el modelo daría lugar a un comportamiento divergente del precio con respecto a su valor de equilibrio.

Una ampliación, que reduce la inestabilidad de precios y cantidades, sería estipular un esquema de formación de expectativas tal como:

$$p_t^e = p_{t-1} + a(\bar{p} - p_{t-1}); \text{---}; 0 < a < 1$$

Esto es, el precio esperado es igual al observado más un componente de ajuste que es igual a una proporción de la divergencia existente entre el precio de equilibrio (o precio normal considerado por los productores) y el precio observado en el periodo $t-1$. Si el precio de equilibrio o normal considerado por los productores es superior al observado, el precio esperado para el periodo próximo será superior al anterior y viceversa.

De nuevo, la introducción de este mecanismo da lugar a una ecuación en diferencias lineal y de primer orden, cuya solución es:

$$p_t = A \left[-\frac{b_1}{b} (1-a) \right]^t + \bar{p}$$

La condición de estabilidad alternante es:

$$-1 < -\frac{b_1}{b} (1-a) < 0$$

o también

$$\frac{b_1}{b} < 1 < \frac{1}{1-a}$$

3. Expectativas extrapolativas y modelo de telaraña.

Metzler (1941) presenta un modelo alternativo de formación de expectativas en su estudio de la influencia de las variaciones de existencias en el ciclo económico. Es Goodwin quien en 1947 aplica

este supuesto al modelo de mercado que estamos considerando. Las expectativas extrapolativas vienen dadas por la siguiente expresión:

$$p_t^e = p_{t-1} + h(p_{t-1} - p_{t-2})$$

En este caso, el precio esperado para el periodo t, depende del precio en el periodo anterior más una parte que tiene en cuenta la tendencia de cambio en el precio.

Si el coeficiente de expectativas es positivo, el precio esperado seguirá la misma dirección que venía observándose en la evolución reciente del mismo, es decir, el precio esperado subirá con respecto a p_{t-1} si $p_{t-1} > p_{t-2}$, y viceversa. Por contra, si el coeficiente de expectativas es negativo, el precio esperado cambiará de tendencia con respecto a su evolución anterior, esto es, si $p_{t-1} > p_{t-2}$, el precio esperado bajará con respecto a p_{t-1} , y viceversa.

Este supuesto de formación de expectativas puede interpretarse de forma diferente, es decir, el precio esperado puede considerarse como una media ponderada de los dos precios anteriores conocidos.

$$p_t^e = r p_{t-1} + (1-r) p_{t-2}$$

a partir de ésta podemos relacionar las ponderaciones con el coeficiente de expectativas

$$\begin{aligned} r &= 1+h; \text{-----}; \text{para } p_{t-1} \\ 1-r &= -h; \text{-----}; \text{para } p_{t-2} \end{aligned}$$

La inclusión de las expectativas en el modelo de la telaraña da lugar a la siguiente ecuación en diferencias lineal de segundo orden, y a las condiciones relevantes de estabilidad del sistema:

$$p_t + \frac{b_1}{b}(1+h)p_{t-1} - \frac{b_1}{b}h p_{t-2} = \frac{a-a_1}{a}$$

$$\begin{aligned} 1 - \frac{b_1}{b}(1+2h) &> 0; \text{-----}; h > -\frac{1}{3} \\ -h \frac{b_1}{b} &< 1; \text{-----}; h < -\frac{1}{3} \end{aligned}$$

Podemos distinguir a partir de aquí dos casos:

- a) si el coeficiente de expectativas es positivo, la trayectoria será alternante, ya que las raíces de la ecuación característica serán reales, pero el modelo es más inestable que el de la telaraña simple.
- b) si el coeficiente de expectativas es negativo, las raíces de la ecuación característica pueden ser complejas, ya que el discriminante de la ecuación característica es negativo. Pero sobre todo en esta región el modelo se hace más estable que el correspondiente de expectativas "ingenuas".

Por tanto, si los productores esperan que los precios vayan a cambiar su dirección de movimiento se dota de mayor estabilidad al modelo, siempre y cuando tal variación no sea excesivamente grande, esto es que el coeficiente de expectativas se encuentre en el rango entre -1 y 0.

4. Expectativas adaptativas y modelo de telaraña.

Es Nerlove (1958) el primero en introducir este supuesto de expectativas a un mercado agrícola, basándose en el esquema adaptativo aplicado por vez primera por Cagan (1956) en su estudio de las hiperinflaciones.

Según esta hipótesis, los individuos revisan sus expectativas en una proporción del error de predicción cometido en el periodo anterior a la formación de aquéllas. El supuesto en su formulación analítica es:

$$p_t^e - p_{t-1}^e = b(p_{t-1} - p_{t-1}^e); \dots; 0 < b < 1$$

Esta expresión puede interpretarse de dos maneras adicionales; una, es que el precio esperado para el periodo t es una media aritmética del precio observado y del precio esperado para el periodo t-1, y otra es que el precio esperado es una función lineal de los precios efectivos de periodos anteriores, aunque la ponderación de cada uno de éstos a la hora de explicar el primero es decreciente en progresión geométrica conforme nos alejamos en el tiempo del periodo t.

$$p_t^e - (1-b)p_{t-1}^e = b p_{t-1}$$

Si aplicamos el operador de retardos a esta expresión para despejar el precio esperado tendremos.

$$p_t^e = b \sum_{i=0}^{\infty} (1-b)^i p_{t-i-1}^e$$

Si introducimos este supuesto en el modelo original, tendremos

$$p_t + \frac{b_1}{b} b \sum_{i=0}^{\infty} (1-b)^i p_{t-i-1} = \frac{a-a_1}{b}$$

Con el fin de eliminar el sumatorio transformamos esta ecuación para que nos quede

$$(1-b)p_{t-1} + \frac{b_1}{b} b \sum_{i=0}^{\infty} (1-b)^i p_{t-i-2} = 0$$

Si restamos las dos ecuaciones anteriores, nos resulta la ecuación en diferencias que nos explica la trayectoria dinámica de la variable precios, que es:

$$p_t - \left[-\frac{b_1}{b} b + 1-b \right] p_{t-1} = 0$$

El modelo puede dar lugar a comportamiento monótono o alternante, en función de si se verifican respectivamente:

$$0 < \frac{b_1}{b} < \frac{1}{b} - 1$$

$$\frac{1}{b} - 1 < \frac{b_1}{b} < \frac{2}{b} - 1$$

De esta forma, el modelo se hace más estable conforme más pequeño sea el parámetro de expectativas, ya que actúa como un freno sobre el sistema, haciendo que las expectativas se ajusten más lentamente ante la llegada de nueva información.

5. Expectativas racionales y telaraña.

Este supuesto de expectativas racionales fue propuesto por Muth (1961) aplicándolo al modelo que nos ocupa. Tal esquema, a diferencia de los anteriores, no implica expresión analítica alguna o específica sobre la formación de la predicción futura de la variable. El supuesto

de expectativas racionales se puede enunciar de la siguiente manera: la expectativa subjetiva o la predicción de los agentes económicos es igual a la media de la distribución de probabilidad de la variable objeto de predicción, dada la información disponible en el periodo en el cual se realiza aquélla. Esto es, el valor esperado subjetivo es igual al valor esperado matemático. Analíticamente, la hipótesis es

$$p_t^e = E_{t-1}(p_t/I_{t-1})$$

En los modelos que incorporan expectativas racionales, los valores esperados de las variables divergen de los valores reales sólo a causa de la incertidumbre impredecible. La introducción de este supuesto hace necesario la introducción de perturbaciones de carácter estocástico en las ecuaciones de demanda y oferta, perturbaciones (denotadas por u_t) con media cero, varianza constante y finita y no correlacionadas serialmente. Por simplicidad, aquí serán incluidas únicamente en la función de oferta.

En el modelo sin almacenamiento la solución con expectativas racionales da lugar a la siguiente ecuación

$$a - bp_t = a_1 + E_{t-1}p_t + u_t$$

Si seguimos el método de solución propuesto por McCallum (1989), probamos como solución con la expresión:

$$p_t = f_0 + f_1 u_t$$

y, calculando el valor esperado:

$$E_{t-1}p_t = f_0$$

Tras sustituir ambas expresiones en la ecuación, la solución del modelo es

$$p_t = \bar{p} - \frac{1}{b} u_t$$

Podemos ahora levantar el supuesto de ausencia de almacenamiento e incluir una función de acumulación de existencias en el modelo simple. Siguiendo a Muth, la acumulación de existencias puede venir dada por la siguiente expresión:

$$S_t = a(p_{t+1}^e - p_t); \dots; a > 0$$

donde S_t son las existencias en el periodo t , que dependen positivamente de la diferencia entre el valor esperado para el periodo próximo y el precio actual. Obviamente, si las expectativas son alcistas, aumentará la demanda de existencias y viceversa. La introducción de especulación, determina que tengamos que modificar el supuesto de ajuste del mercado, esto es, la oferta total será igual a la demanda total si

$$q_t^s + S_{t-1} = q_t^d + S_t$$

Tales incorporaciones dan lugar a la siguiente ecuación explicativa de la dinámica del precio

$$a_1 + b_1 E_{t-1} p_t + u_t - a + b p_t = a(E_t p_{t+1} - p_t) - a(E_{t-1} p_t - p_{t-1})$$

en la que la solución para p_t es de la forma

$$p_t = f_0 + f_1 p_{t-1} + f_2 u_t$$

A partir de aquí podemos calcular p_{t+1} y los valores esperados correspondientes, que tras ser sustituidos en la ecuación resultante del modelo nos habilitan para calcular los parámetros indeterminados.

En este caso aparece una dificultad adicional y es que para el cálculo de uno de los parámetros indeterminados nos aparece una ecuación de segundo grado tal como

$$a f_1^2 - (b + b_1 + 2a) f_1 + a = 0$$

en la que se nos presentan dos soluciones reales, una mayor que 1 y otra menor a la unidad.

$$f_1 = 1 + \frac{b + b_1}{2a} \pm \frac{b + b_1}{2a} \sqrt{1 + \frac{4a}{b + b_1}}$$

La lógica del modelo implica que escogamos la raíz menor a la unidad, ya que si fuese mayor que uno, el precio aumentaría continuamente, con lo que las existencias crecerían sin límites, la

cantidad producida siempre sería superior a la demandada para el consumo, y sin embargo los precios seguirían creciendo; evidentemente esto está en contra de una actuación racional por parte de los sujetos.

En suma, la solución para el precio sería

$$p_t = \frac{a - a_1}{a(1 - f_1) + b_1 + b} + f_1 p_{t-1} - \frac{1}{a(1 - f_1) + b} u_t; \text{-----}; f_1 < 1$$

Con respecto a la estabilidad, del modelo, éste siempre será monótono convergente hacia el precio de equilibrio si se verifican

$$b + b_1 > 0; \text{-----}; a > 0$$

Un primer resultado que podemos obtener de la comparación entre el modelo con almacenamiento y sin almacenamiento es el comportamiento de los precios ante perturbaciones de oferta positivas; es fácil ver que si $u_t > 0$

$$\left| \frac{1}{b} \right| > \left| \frac{1}{a(1 - f_1) + b} \right|$$

Esto es, la posibilidad de acumular existencias suaviza la variaciones en los precios cuando se producen perturbaciones que afectan a la oferta. Ante una cosecha excepcionalmente buena, los precios no caerán tanto, si puede almacenarse la mercancía, ya que es previsible que en el futuro los precios no sean tan bajos como serían los actuales si toda la producción se dedicase a su venta para consumo, por lo que, tanto el consumo presente como el consumo futuro se verán afectados por dicha perturbación.

Por último, una diferencia fundamental entre los tres primeros supuestos expuestos y el último es que la correlación serial de primer orden entre los precios es negativa, mientras que en el caso de expectativas racionales sin almacenamiento es nula y con almacenamiento es positiva.

Conclusiones

Hemos intentado, desde el punto de vista de la Teoría Económica, presentar los diversos mecanismos de formación de expectativas que han

intentado explicar la dinámica cíclica de precios y cantidades que se observan en muchos mercados agrícolas. Dado el carácter teórico del enfoque, nos hemos centrado en las condiciones relativas a la estabilidad de tales modelos, que en el caso de aquéllos que utilizan como esquema de predicción únicamente la información pasada de la propia variable, tal comportamiento dinámico depende fundamentalmente de los coeficientes de expectativas implicados. Por último, con la introducción del supuesto de expectativas racionales hemos podido comparar los efectos de la existencia de la especulación de stocks ante perturbaciones de oferta, y presentar una diferencia fundamental entre los supuestos de formación de expectativas, cual es, el distinto signo de las correlaciones seriales entre precios.

Bibliografía

- Ezekiel, M. (1938). "The Cobweb Theorem". Quarterly Journal of Economics. February, 255-280.
- Gandolfo, G. (1971). Métodos y Modelos de la Dinámica Económica. (1976). Tecnos.
- Goodwin, R.M. (1947). "Dynamic coupling with special reference to markets having production lags". Econometrica, 15. 181-204.
- McCallum, B. (1989). Monetary Economics. Theory and Policy. Mc Millan Publishing Company.
- Metzler, L.A. (1941). "The Nature and stability of inventory cycles". Review of Economics and Statistics, 23. 113-129.
- Muth, J.F. (1961). "Rational Expectations and the theory of price movements". Econometrica, vol 29. nº 6.
- Nerlove, M. (1958). "Adaptative Expectations and Cobweb Phenomena". Quarterly Journal of Economics, 73. 223-240.