

APROXIMACIÓN AL ESTUDIO DE UN MERCADO DE VALORES MEDIANTE FUNCIONES DE DISTRIBUCIÓN Y DE SUPERVIVENCIA.

**Palacios González, Federico
Callejón Céspedes, José**

Facultad de CC. Económicas y Empresariales
Universidad de Granada

RESUMEN

En este trabajo se estudia la evolución de la cotización bursátil, mediante un análisis que la descompone en dos herramientas, que se asemejan a una ley de capitalización y otra de descuento.

Se utilizan los datos temporales de empresas que representan un alto porcentaje de los valores que cotizan en la bolsa de Madrid. Se interpretan los aumentos de cotización como el resultado de una ley de capitalización y los descensos como una ley de descuento y se obtienen las distribuciones temporales de probabilidad que generan dichas leyes.

1. INTRODUCCIÓN.

Cualquier serie temporal de los valores de una variable que se pueda interpretar como un flujo, (flujos de caja, stocks de materias primas, puestos de trabajo, valor de un determinado número de acciones que cotizan en bolsa, o todas ellas, la población, etc.), puede ser descompuesta, para su estudio, en dos series que representan los aportes y las pérdidas en un determinado intervalo de tiempo, que dan como resultado el flujo neto, que es la variable objeto de estudio.

Buscando una herramienta descriptiva que no necesite de los modelos estocásticos, conocidos como procesos de nacimiento y muerte, FELLER W. (1971), abordamos el problema interpretando la evolución de las aportaciones como un fenómeno que admite un mecanismo similar a una ley de capitalización; y las pérdidas como algo asimilable a una ley de descuento.

Una vez establecido este paralelismo, utilizamos los métodos de generación de leyes financieras mediante funciones de distribución y supervivencia, GIL PELÁEZ L. (1987), CRUZ RAMBAUD S., (1994), en un intento de análisis y descripción de la variable sujeta a estudio, (en nuestro caso el valor de mercado a precios de cierre en cada día de las acciones correspondientes a las empresas que se utilizan en la elaboración del IBEX 35).

En los gráficos correspondientes a intervalos de 60 días de cotización se observa una cierta estabilidad en las leyes estocásticas que rigen los ascensos, (análogamente sucede con los descensos), tal y como muestra la superposición de gráficos correspondientes a sendos períodos de 60 días cuyos orígenes tienen un desfase de un día. Tampoco podemos hablar de una excesiva diferencia entre los gráficos correspondientes a períodos cuyo origen se ha desfasado 15 días.

Sí es de destacar el efecto que produjo en la bolsa la publicación del resultado electoral del día 4 de marzo del presente año, que se manifiesta como un decrecimiento muy acusado en la función de supervivencia, $R(t)$, que genera la correspondiente ley de descuento, indicando una caída apreciable de las cotizaciones. Destacamos que a la función de distribución, $F(t)$, que genera la ley de capitalización, no afecta dicha noticia. Esto nos sugiere que los impactos negativos de noticias, sobre la cotización en la bolsa, quedan reflejados en una función R , y los positivos en la función F .

Pensamos también que momentos de inestabilidad alcista, crecimiento de la volatilidad, EUNINE J, (1988), quedaran reflejados sólo en la función F , y los de inestabilidad hacia el descenso quedaran reflejados sólo en la función R .

Síntomas de inestabilidad en las funciones de distribución y de supervivencia podrían ser presagio de algún percance bursátil de más o menos importancia, aunque este es un extremo que analizaremos más detalladamente en un futuro inmediato.

También aplicaremos esta metodología en el futuro a otras series de datos que puedan interpretarse como un flujo y que no tengan un comportamiento estocástico tan próximo al conocido como "camino aleatorio", ABRAHAM B. y LEDOLTER J., (1983),

2. FUNCIONES DE DISTRIBUCIÓN Y SUPERVIVENCIA

En este trabajo se presenta un ejemplo concreto. Se estudia el aumento o disminución del capital en bolsa del conjunto de un determinado número de empresas durante los tres primeros meses del presente año. Las empresas elegidas son las que componen el IBEX 35 y como valor capital diario entendemos el producto del número de acciones por el valor al cierre de cada día.

Utilizamos la relación existente entre las leyes financieras y las funciones de distribución de variables aleatorias, CRUZ RAMBAUD (1994), que permite obtener las expresiones de las mencionadas

leyes, en sentido amplio, a partir de una función de distribución del siguiente modo:

El primer supuesto considera el tanto de crecimiento en el intervalo $[t-1, t]$ de la variable aleatoria como

$$rm_t = \frac{F(t) - F(t-1)}{F(t-1)} \quad (1)$$

En el segundo supuesto, se considera el tanto de muerte o terminación en el mismo intervalo de tiempo $[t-1, t]$ como

$$rm_t = \frac{R(t) - R(t-1)}{R(t-1)} \quad (2)$$

donde F y R representan a las funciones de distribución y de supervivencia de las correspondientes variables aleatorias.

A partir de las variaciones al cierre de la cotización de las acciones se construyen tres series. La primera de ellas, a_t , se obtiene al sumar sólo los aumentos diarios de valor, independientemente de la identificación de las empresas que han aumentado su cotización. La segunda de las series, d_t , es la suma sólo de las disminuciones diarias de valor para el conjunto de las 35 empresas. La tercera, de las series, c_t , representa el valor total de las 35 empresas, al cierre de cada día. Es decir, si

n_i es el número de acciones de la empresa i -ésima, constante a lo largo del período en estudio,

$p_i(t)$ es el precio de una acción de la empresa i -ésima al cierre del día t ,

$$I_A(i;t) = \begin{cases} 1 & \text{si } p_i(t) \geq p_i(t-1) \\ 0 & \text{si } p_i(t) < p_i(t-1) \end{cases}$$

$$I_D(i;t) = \begin{cases} 1 & \text{si } p_i(t) \leq p_i(t-1) \\ 0 & \text{si } p_i(t) > p_i(t-1) \end{cases}$$

entonces:

$$a_t = \sum_{i=1}^{35} n_i [p_i(t) - p_i(t-1)] I_A(i;t) \quad (3)$$

$$d_t = \sum_{i=1}^{35} n_i [p_i(t) - p_i(t-1)] I_D(i;t) \quad (4)$$

$$c_t = \sum_{i=1}^{35} n_i p_i(t) \quad (5)$$

A partir de las expresiones (1), (3) y (5) podemos establecer la relación:

$$\frac{a_t}{c_{t-1}} = \frac{F(t)}{F(t-1)} - 1$$

donde F representa a la función de distribución de la variable que modeliza la cantidad de pesetas nacidas, luego:

$$F(t) = F(t-1) \left(1 + \frac{a_t}{c_{t-1}} \right)$$

que, reiterando el procedimiento podemos llegar a:

$$F(t) = F(0) \prod_{i=1}^t \left(1 + \frac{a_i}{c_{i-1}} \right)$$

Sólo queda por determinar el valor de F(0). Para ello hacemos que la función de distribución valga uno en último día del período objeto de estudio, es decir, que la probabilidad de que en dicho período se haya generado al menos una peseta es uno. De esta forma:

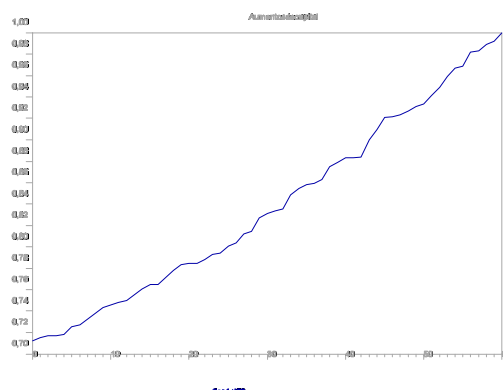
$$F(0) = \left[\prod_{i=1}^n \left(1 + \frac{a_i}{c_{i-1}} \right) \right]^{-1}$$

siendo n el número de días considerados en el período objeto de estudio.

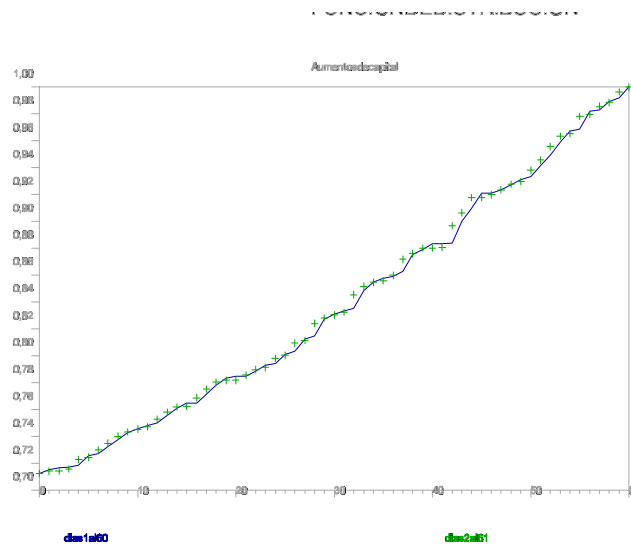
Por tanto

$$F(t) = \left[\prod_{i=1}^n \left(1 + \frac{a_i}{c_{i-1}} \right) \right]^{-1} \left[\prod_{j=1}^t \left(1 + \frac{a_j}{c_{j-1}} \right) \right]$$

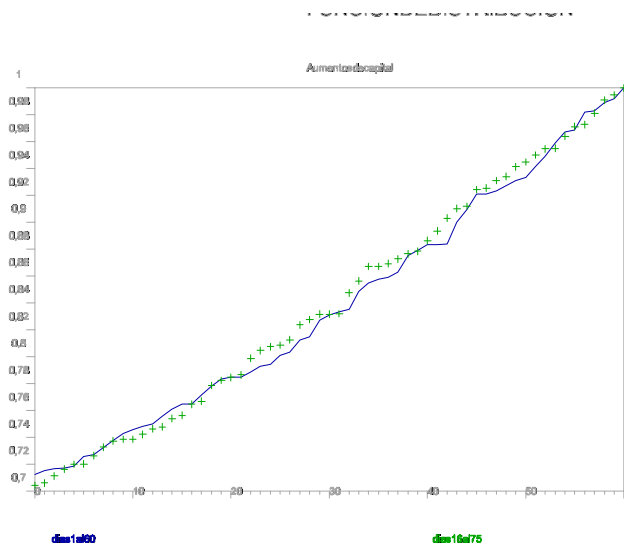
El gráfico muestra la función de distribución F, obtenida para los 60 primeros días de cotización del año 1996.



El siguiente gráfico realiza la comparación de esta función de distribución con la obtenida para los 60 datos correspondientes al período del segundo al sexagésimo primero día de cotización. En el mismo se puede observar una cierta estabilidad en las leyes estocásticas que rigen los aumentos de valor.



En la ilustración siguiente se realiza la comparación de la función de distribución correspondiente a los 60 primeros días de cotización con la obtenida para el período comprendido entre los días 16° y 75°, ambos inclusive. Tampoco en este caso se observan grandes cambios, si bien, para determinados valores parece haberse producido una traslación. También se observa un crecimiento ligeramente más acusado en el tramo final de este segundo período, lo que refleja un predominio de los valores en alza sobre los valores que han disminuido.



Por otra parte, a partir de la expresiones (2), (4) y (5) podemos establecer la relación

$$\frac{d_t}{c_{t-1}} = \frac{R(t)}{R(t-1)} - 1$$

es decir:

$$R(t) = R(t-1) \left(1 + \frac{d_t}{c_{t-1}} \right)$$

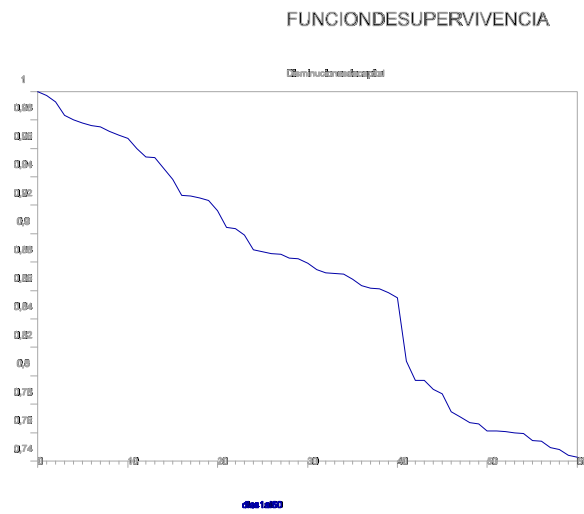
que, reiterando el procedimiento podemos llegar a:

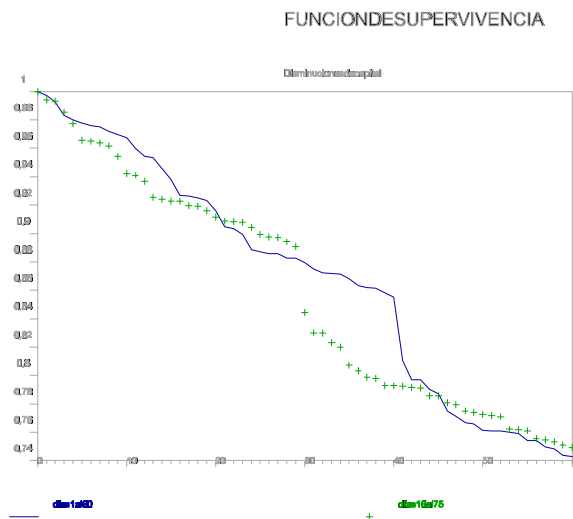
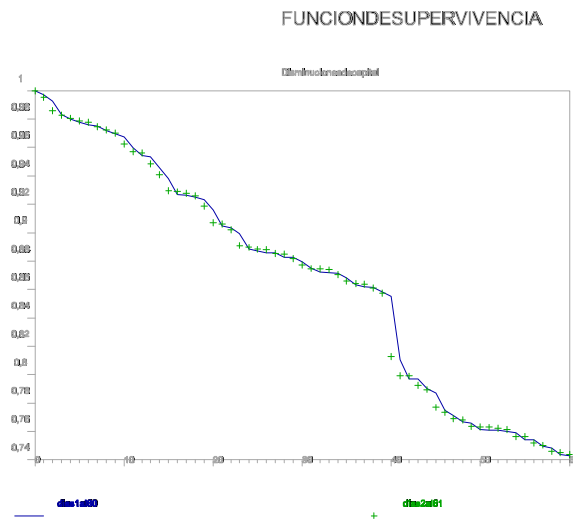
$$R(t) = R(0) \left[\prod_{i=1}^t \left(1 + \frac{d_i}{c_{i-1}} \right) \right]$$

Sólo queda por determinar el valor de $R(0)$. Para ello hacemos que la función de supervivencia valga uno el día anterior al primero del período objeto de estudio, es decir, que la probabilidad de que desaparezca una peseta antes de iniciarse el período es cero. De esta forma:

$$R(t) = \prod_{i=1}^t \left(1 + \frac{d_i}{c_{i-1}} \right)$$

Volvemos a mostrar los resultados para esta función de supervivencia, en los mismos tres casos considerados para la función de distribución: para el período comprendido entre los días 1º al 60º, su comparación con la función de supervivencia correspondiente al período comprendido entre los días 2º al 61º y, por último, la comparación de la primera de ellas con la correspondiente al período del 16º al 75º día de cotización.



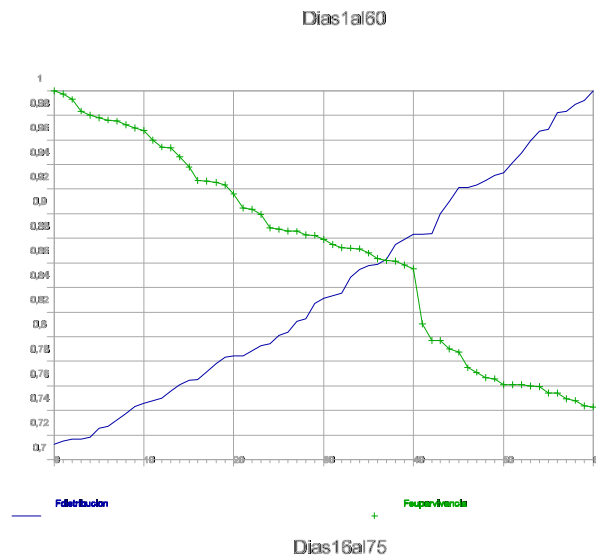


En estas gráficas se recoge claramente el efecto que produjo en la bolsa el conocimiento de los resultados electorales de las pasadas elecciones generales, que se manifiesta como un decrecimiento muy acusado en la función de supervivencia.

Las siguientes ilustraciones muestran, en un mismo gráfico, para el mismo período de tiempo en cada caso, la función de distribución debida a los nacimientos, F , y la función de supervivencia, debida a las pérdidas, R .

En ellas se puede observar que los impactos negativos de noticias, sobre la cotización en la bolsa, quedan reflejados en la función R , y no así en la función F .

El valor del salto de la función de supervivencia podría constituir una medida del impacto causado por la noticia sobre la cotización bursátil.



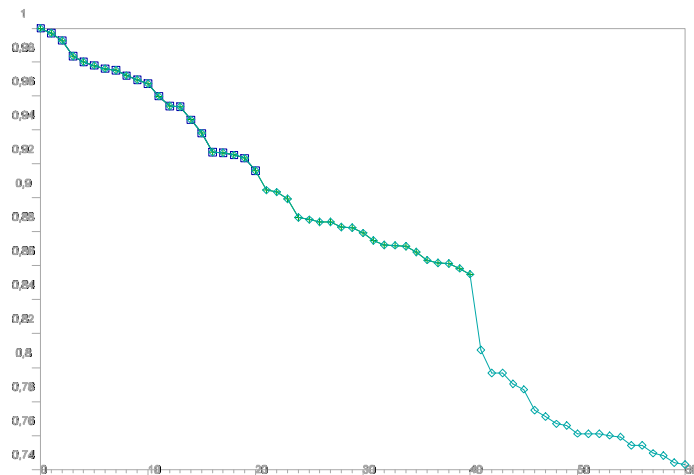
Evidentemente es posible el estudio como un único movimiento en el valor, que, para unos días será de aumento y para otros de disminución.

$$c_t = c_{t-1} \left[\frac{F(t)}{F(t-1)} + \frac{R(t)}{R(t-1)} - 1 \right]$$

que también se puede escribir

$$\frac{a_t - d_t}{c_{t-1}} = \frac{F(t)}{F(t-1)} - \frac{R(t)}{R(t-1)}$$

Si aplicamos esta metodología para realizar estudios comparativos a lo largo de distintos períodos de tiempo, en el que cada uno de ellos está contenido en el siguiente, por ejemplo el primer mes del año con los dos primeros meses del año, con los tres primeros meses, etc.. el resultado obtenido es una sucesiva prolongación de la función de supervivencia, como muestra el siguiente gráfico, en el que se ha construido R para los veinte primeros días de actividad bursátil del año 1996, los cuarenta primeros y, los sesenta primeros días respectivamente.



BIBLIOGRAFÍA.

ABRAHAM B. y LEDOLTER J. (1983). Statistical Methods for forecasting. John Wiley and Sons.

CRUZ RAMBAUD, S. (1994). Nuevo enfoque de las leyes financieras a través de la teoría algebraica de autómatas. Tesis Doctoral. U.N.E.D.

EUNINE J. (1988). Portfolio Insurance Aguideto Dynamic Hedging. Cap.14: Estimating Volatility. Ed. Donald L. Luskin. John Wiley and Sons.

FELLER, W. (1971). An Introduction to Probability. Theory and Its Applications. Vol 2. (2nd ed.). John Wiley.

GIL PELÁEZ, L. (1987). Matemática de las Operaciones financieras. Ed. AC. Madrid.