

# **Un modelo para la localización de grandes superficies comerciales en la Comunidad Autónoma de Canarias**

R. Suárez Vega

D. Santos Peíate

P. Dorta González

Universidad de Las Palmas de G.C.

## **Resumen**

En este trabajo se formula un modelo matemático para resolver un problema de localización de grandes superficies comerciales, considerando el criterio de la maximización de la cuota de mercado capturada y las restricciones impuestos por la legislación vigente en la Comunidad Autónoma de Canarias sobre comercio interior. El modelo se simplifica dando lugar aun modelo de localización relacionado con el modelo de cubrimiento maximal y el modelo MAXCAP. Se añade un ejemplo de la aplicación del modelo.

## **1 Introducción.**

La aparición de centros y grandes superficies de venta lleva asociado un cambio en las estructuras comerciales suscitando un conflicto de intereses; por un lado, los intereses de los pequeños y medianos comerciantes, por otro los de los promotores privados de estos establecimientos y los de algunas instituciones públicas y, finalmente, los de los consumidores. Sociedades de pequeños y medianos comerciantes se muestran contrarios a la instalación de estas formas de comercio en las que ven una amenaza que se traduciría en una reducción de su cuota de mercado. Los promotores de estas instalaciones defienden su desarrollo así como algunas instituciones públicas que como los Ayuntamientos perciben cantidades considerables de dinero en concepto de licencias de construcción y de apertura. Por último, las sociedades de consumidores apuestan por la mejora del servicio y de los precios mostrándose, en general, de acuerdo con la instalación de centros y grandes superficies comerciales y con la

adaptación del pequeño y mediano comercio a los nuevos tiempos, quizás mediante una mayor especialización del producto que ofrecen. La presión ejercida por colectivos como los mencionados han influido de una u otra forma en el establecimiento de este tipo de instalaciones comerciales en las distintas regiones de la Comunidad Europea.

En este trabajo se analiza un problema de localización de grandes superficies comerciales, se trata de determinar la ubicación óptima de entre varias localizaciones candidatas atendiendo al criterio de la maximización de la cuota de mercado y al cumplimiento de los requisitos legales. Puesto que la instalación de este tipo de comercio puede afectar a la cuota de mercado de otros establecimientos comerciales ya existentes, se trata de un problema de localización competitiva; en este trabajo se considera que las localizaciones constituyen un conjunto finito de puntos por lo que el problema de localización es discreto.

El trabajo está organizado de la forma siguiente. En la sección 2 se expone parcialmente la normativa que regula la instalación de grandes superficies según la legislación vigente en la Comunidad Autónoma de Canarias. Dicha normativa es considerada en la formulación de las restricciones del modelo matemático introducido en la sección 3 para resolver un problema de localización de superficies comerciales. Finalmente, en la sección 4 se presenta un ejemplo de la aplicación del modelo.

## **2 Criterios de Equipamiento Comercial.**

La Ley de Ordenación de la Actividad Comercial de Canarias (25 de Abril de 1994), establece los principios generales a los que deben someterse los operadores económicos en este sector para lograr un nivel adecuado de equipamiento comercial en el que se garantice la armonización de los intereses de los grandes, medianos y pequeños comerciantes junto con los intereses generales de la población. Dicha Ley establece que es la Consejería competente en materia de comercio quien debe elaborar y revisar los Criterios Generales de Equipamiento Comercial de Canarias, que tienen por objeto regular la apertura, modificación o ampliación de las grandes superficies de venta y los centros comerciales. Entre los objetivos de estos

Criterios Generales de Equipamiento Comercial están la introducción progresiva y armónica de los nuevos sistemas de venta en la estructura comercial, la adecuada localización de los establecimientos proyectados en relación con las características del equipamiento existente en

su *zona de influencia*, así como las previsiones de ocupación del suelo y otros aspectos relacionados con el urbanismo comercial en general.

De acuerdo a la Ley, se consideran *grandes superficies* a aquellos establecimientos con una superficie de venta al público superior a 750 m<sup>2</sup> en aquellos municipios con una población de hecho inferior a 20.000 habitantes, superior a 1.000 m<sup>2</sup> en aquellos otros con una población de hecho entre 20.000 y 200.000 habitantes, y superior a 1.500 m<sup>2</sup> en los municipios con una población superior a 200.000 habitantes. Se entiende por *superficie de venta*, la superficie total de los lugares en los que se exponen las mercancías con carácter habitual y permanente o destinados a tal fin de forma eventual pero periódica, a los cuales puede acceder la clientela para realizar sus compras. Incluye escaparates internos y espacios destinados al tránsito de personas y presentación de mercancías.

Los criterios de equipamiento comercial recogen que en función de las posibilidades de la demanda actual y las características del equipamiento comercial existente en una determinada zona geográfica, se denegará la solicitud de instalación, modificación o ampliación de grandes superficies cuando se considere que el ámbito territorial afectado se encuentra saturado de este tipo de instalaciones. El nivel de saturación viene determinado por la superficie máxima de venta que puede existir en un municipio y la ocupada por aquellos comercios ya existentes. La superficie máxima de venta en un municipio es de 0.08 m<sup>2</sup> por habitante para aquellos municipios con menos de 20.000 habitantes, 0.09 m<sup>2</sup> por habitante en aquellos con un número de habitantes comprendido entre 20.000 y 200.000, y 0.10 m<sup>2</sup> por habitante para los municipios con más de 200.000 habitantes. La superficie máxima para este tipo de instalaciones en cada municipio se obtiene como la diferencia entre la superficie resultante de aplicar los anteriores índices y la ocupada en el momento del cálculo por las grandes superficies ya existentes.

En los casos de apertura, modificación o ampliación de una gran superficie comercial con unidad alimentarla, sería preceptiva, además, la elaboración de un informe de impacto social y económico, que contenga, entre otros aspectos, una descripción general del impacto económico y comercial sobre la industria local, teniéndose que calcular las pérdidas de negocio en los establecimientos existentes en el área de influencia y en la industria local en su conjunto. Para ello, se estima la facturación previsible del centro proyectado según las medias del sector a nivel nacional, que no podría superar una cierta fracción del total en la zona que queda dentro de las isocronas hasta un máximo de 60 minutos del centro. La resolución final

de la Consejería de Industria y Comercio se dictará en base a los Criterios Generales de Equipamiento mencionados.

### 3 Planteamiento del Problema y Formulación del Modelo.

Se desea resolver el problema siguiente:

Dado un conjunto finito de localizaciones, se quiere determinar aquella que satisface las restricciones legales sobre la instalación de grandes superficies comerciales con unidad alimentarla y que capta la mayor cuota de mercado.

Se utiliza la notación siguiente:

$N$  = Conjunto total de localizaciones.

$I$  = conjunto de localizaciones con demanda (o nodos de demanda).

$J$  = conjunto de localizaciones (nodos) donde podrían ubicarse grandes superficies comerciales.

$L$  = conjunto de municipios.

$J_l$  = conjunto de localizaciones (nodos) de  $J$  situados en el municipio  $l \in L$ .

$K$  = conjunto de localizaciones (nodos) donde existen superficies comerciales,

$K_l$  = conjunto de localizaciones de  $K$  en el municipio  $l \in L$ .

$G$  = conjunto de localizaciones de  $K$  donde ya existen grandes superficies comerciales.

$A_j = \{k \in K : d_{kj} \leq g\}$ ,  $j \in J$ . El conjunto  $A_j$  es el área de influencia del nodo  $j$  y puede definirse en términos de distancias o de tiempos.

Se asume que las localizaciones en  $K \cup J$  están en algún municipio de  $L$ .

Se consideran conocidos los siguientes datos:

$d_{ij}$  = distancia entre la localización  $i$  y la localización  $j$ ,  $i, j \in N$ .

$\delta_i$  = demanda (número de habitantes) en el nodo  $i \in I$ .

$h_l$  = número de habitantes en el municipio  $l \in L$ .

$s_l$  = superficie mínima de una gran superficie comercial en el municipio  $l \in L$ .

$$s_l = 750 \text{ si } h_l < 20000.$$

$$s_l = 1000 \text{ si } 20000 \leq h_l \leq 200000$$

$$s_l = 1500 \text{ si } h_l > 200000$$

$r_l$  = superficie de venta en  $l \in L$ ,  $r_l = p_l h_l$  con:

$$p_l = 0.08 \text{ m}^2 \text{ si } h_l < 20000$$

$$p_l = 0.09 \text{ m}^2 \text{ si } 20000 \leq h_l \leq 200000$$

$$p_l = 0.10 \text{ m}^2 \text{ si } h_l > 200000.$$

$m_k$  = superficie de venta existente en  $k \in K$ .

$f_k$  = medida de la facturación en  $k \in K$ .

$\hat{f}_k$  = estimación de la medida de facturación de una gran superficie proyectada en  $j \in J$ .

$\beta$  = coeficiente de facturación máxima para una nueva gran superficie.

$\gamma$  = umbral de distancia o tiempo fijado por la Administración para definir las áreas de influencia.

$\varepsilon$  = valor positivo muy pequeño.

Se definen las variables:

$x_j = 1$  si se instala una gran superficie comercial en la localización  $j \in J$ , 0 en otro caso.

$y_l = 1$  si puede instalarse una gran superficie comercial en el municipio  $l \in L$ , 0 en otro caso.

$z_{ij} = 1$  si la demanda de  $i \in I$  se asigna a  $j \in J$ , 0 en otro caso.

La función objetivo es la suma de las cuotas de mercado correspondientes a los nodos  $j \in J$  y el problema consiste en maximizar esta función, esto es:

$$\max \sum_{j \in J} \sum_{i \in I} d_i z_{ij}$$

Las restricciones del problema son:

o Se selecciona una única localización  $j \in J$ :

$$\sum_{j \in J} x_j = 1.$$

o Si la instalación de una gran superficie en  $j \in J$  satura el municipio donde está ubicada, entonces no podría realizarse dicha instalación:

$$a_l y_l \geq 0, \quad \forall l \in L$$

$$\text{donde } a_l = r_l - \sum_{k \in K_l} m_k - s_l.$$

o Restricción sobre el impacto social y económico:

$$b_j x_j \geq 0, \quad \forall j \in J$$

donde  $b_j = \mathbf{b} \sum_{k \in A_j} f_k - \hat{f}_j$ .

o Si el municipio  $I \in L$  no satisface los requisitos legales, entonces en una localización  $j \in J$  no puede instalarse una gran superficie:

$$x_j \leq y_l, \quad \forall j \in J, \forall l \in L$$

o Si en la localización  $j \in J$  no se instala una gran superficie, entonces la demanda de  $i \in I$  no se asigna a este nodo  $j$ :

$$x_j \leq y_l, \quad \forall i \in I, \forall j \in J$$

o La demanda de  $i \in I$  puede asignarse a  $j \in J$  sólo si la distancia de  $i$  a  $j$  es estrictamente menor que la distancia de  $i$  a  $k$  para todo  $k \in G$ .

$$\left( \min_{k \in G} d_{ik} - d_{ij} - \epsilon \right) z_{ij} \geq 0.$$

o Todas las variables son binarias:

$$x_j, y_l, z_{ij} \in \{0,1\}, \quad \forall i \in I, \forall j \in J, \forall l \in L$$

El modelo queda entonces formulado de la manera siguiente:

$$\max \sum_{j \in J} \sum_{i \in I} d_i z_{ij} \quad (1)$$

$$\sum_{j \in J} x_j = 1 \quad (2)$$

$$a_l y_l \geq 0, \quad \forall l \in L \quad (3)$$

$$b_j x_j \geq 0, \quad \forall j \in J \quad (4)$$

$$x_j \leq y_l, \quad \forall j \in J, \forall l \in L \quad (5)$$

$$z_{ij} \leq x_j, \quad \forall i \in I, \forall j \in J \quad (6)$$

$$\left( \min_{k \in G} d_{ik} - d_{ij} - \epsilon \right) z_{ij} \geq 0, \quad \forall i \in I, \forall i \in J \quad (7)$$

$$x_j, y_l, z_{ij} \in \{0,1\}, \quad \forall i \in I, \forall j \in J, \forall l \in L. \quad (8)$$

El número de variables del modelo es  $|J| + |L| + |I||J|$  y el número de restricciones, exceptuando las que indican que las variables deben ser binarias, es  $1 + |L| + |J| + 2|I||J| + \sum_{l \in L} |J_l|$ , donde la expresión  $|C|$  representa el cardinal del conjunto  $C$ .

El modelo puede mortificarse para que la demanda en un nodo  $i \in I$  se reparta entre los nodos  $k \in K$  y un nodo  $j \in J$  cuando  $d_{ij} = d_{ik} = \min_{q \in G} \{d_{iq}\}$ . Si el cardinal del conjunto  $A_{ij} = \{k \in K : d_{ij} = d_{ik} = \min_{q \in G} d_{iq}\}$  es  $n_{ij}$ , y las variables  $z_{ij}$  se definen en la forma:

$z_{ij} = 1$  si se asigna demanda de  $i$  (no, necesariamente la demanda total) a la localización  $j$ , 0 en otro caso,

entonces la función objetivo y las ecuaciones (7) se escriben de la forma:

$$\max \sum_{j \in J} \sum_{i \in I} \frac{d_i}{1 + n_{ij}} z_{ij} \quad (9)$$

$$\left( \min_{k \in G} d_{ik} - d_{ij} \right) z_{ij} \geq 0. \quad (10)$$

El modelo puede simplificarse hallando previamente aquellas variables que, al no satisfacer las condiciones legales requeridas, valdrán cero. Así se tiene que:  $a_l < 0 \rightarrow y_l = 0 \rightarrow x_j = 0, \forall j \in J_l \rightarrow z_{ij} = 0, \forall j \in J_l, \forall i \in I$ . Se tiene también que:  $b_j < 0 \rightarrow x_j = 0 \rightarrow z_{ij} = 0 \forall i \in I$ . Las ecuaciones (10)(o (7) en la primera versión del modelo) podrían ser extraídas eliminando las variables  $z_{ij}$  cuando  $\min_{k \in G} d_{ik} < d_{ij}$  ( $\min_{k \in G} d_{ik} \leq d_{ij}$  para la primera versión del modelo) ya que en este caso  $z_{ij} = 0$ , además podrían eliminarse las restricciones correspondientes en (6). Con esta simplificación, y prescindiendo de las ecuaciones (5) que ya no serían necesarias, el modelo resultante es:

$$\max \sum_{i \in I^*} \sum_{j \in J_i^*} \frac{d_i}{1 + n_{ij}} z_{ij} \quad (11)$$

$$\sum_{j \in J^*} x_j = 1 \quad (12)$$

$$z_{ij} \leq x_j, \quad \forall i \in I^*, \forall j \in J_i^* \quad (13)$$

$$x_j, z_{ij} \in \{0,1\}, \quad \forall i \in I^*, \forall j \in J_i^* \quad (14)$$

donde:

$$A = \{l \in L : a_l \geq 0\}$$

$$B = \{j \in J : b_j \geq 0\}$$

$$B_i = \{j \in J : d_{ij} \leq d_{ik}, \forall k \in K\}$$

$$I^* = I - \{i \in I : \exists k \in K, d_{ik} < d_{ij}, \forall j \in J_i^*\}$$

$$J^* = B \cap \left( \bigcup_{l \in A} J_l \right)$$

$$J_i^* = J^* \cap B_i.$$

Esta nueva formulación está estrechamente ligada al modelo de cubrimiento maximal (Church y Reville, 1974). El problema puede formularse también mediante el modelo MAXCAP (Reville, 1986) con  $p=1$  localizaciones, introduciendo el reparto equitativo de la demanda en un nodo entre los servidores localizados a una distancia igual a  $\min_{C \in G} d_{ik}$ , de esta manera se obtendría el modelo:

$$\max \sum_{q=0}^Q \sum_{i \in I^*} \frac{d_i}{1+q} z_i^q \quad (15)$$

$$z_i^q \leq \sum_{j \in J_i^q} x_j, \quad \forall i \in I^*, \forall q \in \{1, 2, \dots, Q\} \quad (16)$$

$$\sum_{q=0}^Q z_i^q \leq 1, \quad \forall i \in I^* \quad (17)$$

$$\sum_{j \in J^*} x_j = 1 \quad (18)$$

$$x_j, z_i^q \in \{0, 1\} \quad \forall i \in I^*, \forall j \in J^*, \forall q \in \{1, 2, \dots, Q\}. \quad (19)$$

donde:

$$J_i^q = \{j \in J^* : n_{ij} = q\}, \quad q=0, 1, \dots, Q.$$

$$Q = \max_{i \in I^*, j \in J^*} n_{ij}$$

$x_j = 1$  si se instala una gran superficie comercial en la localización  $j$

$z_i^q = 1$  si la demanda de  $i$  se reparte entre  $q+1$  servidores, ya establecidos y la nueva superficie.

## 4 Aplicación.

En este apartado se presenta una aplicación del modelo propuesto. Se consideran tres municipios con 75.000, 100.000 y 300.000 habitantes respectivamente, donde existen varios nodos de demanda, superficies comerciales ya construidas y posibles localizaciones para nuevas grandes superficies, todas las localizaciones consideradas han sido fijadas aleatoriamente. Se han generado las coordenadas de 8 nodos de demanda, 4 grandes superficies ya existentes y 4 localizaciones posibles para nuevas grandes superficies. Estos nodos están representados en la figura 1. Los puntos señalados con la letra D son nodos de



demanda, se considera que en estos nodos existen superficies comerciales pero no grandes superficies; los puntos señalados con la letra G son nodos donde ya hay grandes superficies y la letra J indica 1 as posibles localizaciones para nuevas grandes superficies. Los nodos D2, D5, D8 y J1 están en el municipio 1; DI, D4, D6, J2, J3 y G3 están en el municipio 2 y el resto de los nodos pertenecen al municipio 3.

Utilizando la distancia euclídea, la demanda de cada nodo será asignada a la gran superficie más próxima. La facturación, tanto para las grandes superficies ya establecidas como para las posibles nuevas grandes superficies, se ha calculado atendiendo a la ratio ventas totales medias por m<sup>2</sup> de las empresas más importantes en este sector en España durante el año 1994 (1.25 mill/m<sup>2</sup>). Los datos relativos a la demanda, superficie de venta y facturación aparecen en la tabla 1.

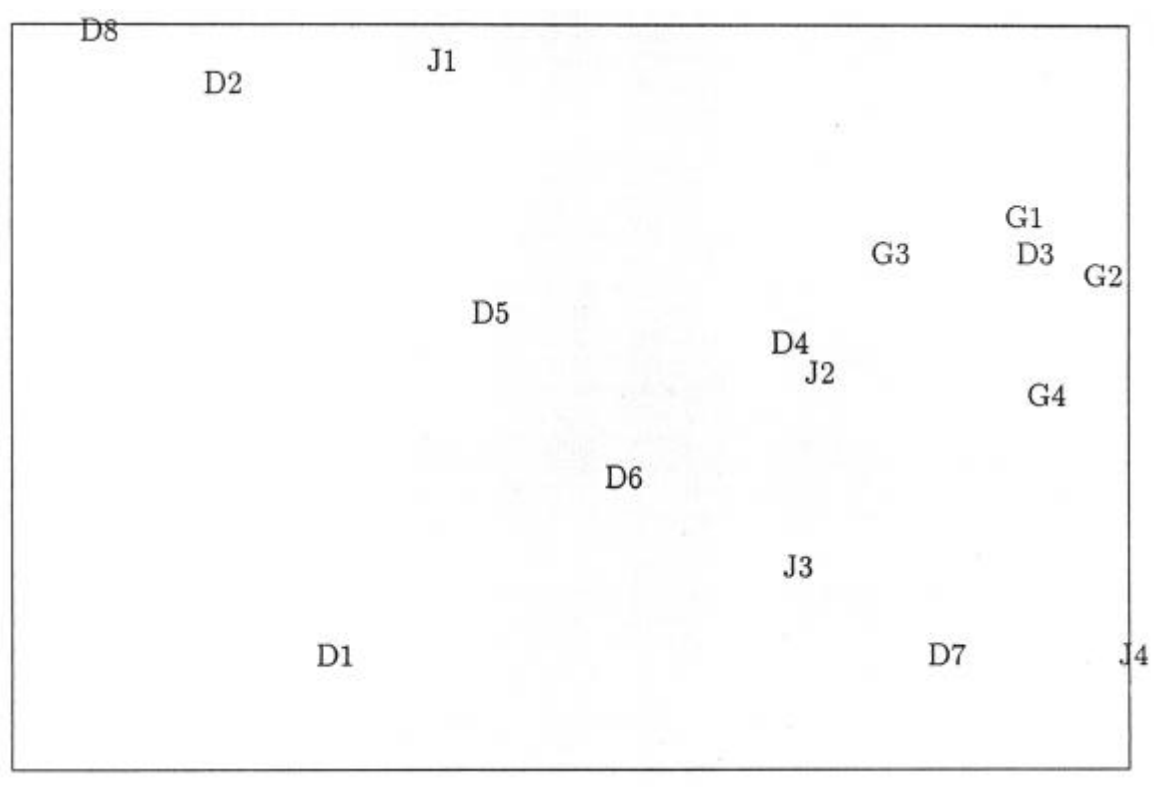


Figura 1: Distribución espacial de nodos

NODO	DEMANDA	SUP.	FAC.	NODO	SUP.	FAC.	NODO	SUP.	FAC.
Di	40000	1500	2000	G1	10000	12500	ii	1000	1200
D2	20000	1700	2000	G2	5000	6250	J2	1000	1250
D3	250000	3500	2500	G3	1500	1875	33	1000	1250
D4	40000	1000	2000	G4	10000	12500	J4	1500	1875

D5	35000	2000	2500	-	-	-	-	-	-
D6	20000	3000	2500	-	-	-	-	-	-
D7	50000	3000	2500	-	-	-	-	-	-
D8	20000	1500	2500	-	-	-	-	-	-

Tabla 1.(Sup.: m<sup>2</sup>; Pac.:millones de ptas.)

El modelo se ha aplicado para varios valores del parámetro  $\beta$ . Para  $\beta \geq 0.03$  se obtiene que la mayor cuota de mercado corresponde al nodo J2 que captaría 135.000 habitantes aproximadamente (el 28.42 por ciento del mercado) procedentes de los nodos D1, D4, D6 y D5.

## Referencias Bibliográficas.

- [1] B.O.C. 140, 16/11/1994. *Crz'terz'os Generales* de Equipamiento Comercial en Canarias.
- [2] B.O.C. 53, 29/4/1994. *Ley de Ordenación* de la Actz'vidad Comercial de Canarzas.
- [3] DISTRIBUCIÓN Y ACTUALIDAD 1995. Grandes Superficies y Ley de Comercio, 233, 1995.
- [4] CHURCH,R. AND REVELLE,C. (1974). The maximal covering location problem. *Papers of the Regional Scz'ence Assocz'ation*, 32, 101-118.
- [5] GARCÍA,J.M., RODRÍGUEZ DÍAZ,M. Implicaciones del desarrollo de centros comerciales e hipermercados.Papeles de Economía *Española*,15.
- [6] GUTIERREZ HERNÁNDEZ,P., GODENAU,D. El comercio interior en Canarias. Papeles de Economía *Española*, 15.
- [7] **HOTELLING**, H. (1929). Stability in competition. *Economic Jot\_rnal*, 39, 41-57.
- [8] **REVELLE,C.** (1986). The maximum capture or sphere of influence problem: Hotelling revisited on a network. *Journal of Regional Scz'ence*, 26 (2), 343-357.
- [9] REVELL,C. AND SERRA,D. (1991). The maximum capture problem including relocation. *Information and Operations Research*, 29(2), 130-138.
- [10] SERRA,D. (1995) Competitive location in discrete space Drezner, Z.(ed.): *Facz'lyz'ty Location: A Survey of Applications and Methods*. Springer-Verlag (por aparecer).