

X REUNIÓN ANUAL ASEPELT- ESPAÑA

Albacete, 20 y 21 de Junio de 1996.

Predicción por ocurrencias análogas en el Sistema Monetario Europeo.*

Fernando Fernández Rodríguez.
Universidad de Las Palmas de Gran Canaria.

Simón Sosvilla Rivero.
FEDEA y Universidad Complutense de Madrid.

Julián Andrada Félix.
Universidad de Las Palmas de Gran Canaria.

Resumen

En este trabajo proponemos un predictor local multivariante, inspirado en la literatura sobre caos determinista, y lo aplicamos a nueve series monetarias del Sistema Monetario Europeo, usando datos diarios al cierre. La ejecución en conjunto de nuestros predictores locales producen una mejora significativa frente al camino aleatorio en predicciones sobre tipos de cambio nominal, ofreciendo también una buena ejecución en la predicción direccional.

1. Introducción.

El objetivo de este documento es extender el predictor local presentado en *Bajo Rubio*, *Fernández Rodríguez y Sosvilla Rivero (1992a, b)* desde el caso univariante al caso multivariante. Estos predictores locales, inspirados en la literatura sobre predicciones en sistemas caóticos, detectan patrones de comportamiento dinámico en una serie temporal y nos permiten realizar predicciones a corto plazo. Las predicciones son evaluadas usando los datos diarios del tipo de cambio de nueve monedas participantes en el mecanismo de tipos de cambio (ERM) del Sistema Monetario Europeo (EMS), cubriendo el período que abarca desde el 1 de Enero de 1978 al 31 de Diciembre de 1994.

El predictor local propuesto se presenta en la sección 2, mientras que los resultados empíricos se muestran en la sección 3. Conclusiones finales se ofrecen en la sección 4.

* Los autores desean agradecer la financiación por parte del Ministerio de Educación español, a través del DGICYT Proyecto PB94-0425.

2. Predicción por ocurrencias análogas.

2.1 El caso univariante.

El Teorema de Inmersión de Takens (1981) establece que, siendo $\{X_1, X_2, \dots, X_n\}$ una serie temporal en un espacio de fases \mathbf{d} -dimensional, las \mathbf{d} -historias

$$X_t^d = (X_t, X_{t-1}, X_{t-2}, \dots, X_{t-(d-1)})$$

pueden, para un \mathbf{d} suficientemente grande (llamada *dimensión de inmersión*), simular el proceso de generación de los datos. Este teorema, proporciona un sistema para predecir series temporales *ruidosas* y constituye la base para reconstruir dinámicas caóticas. La proximidad de dos \mathbf{d} -historias en el espacio de fases \mathbb{R}^d , nos permite hablar de *ocurrencias análogas* en la serie temporal anterior.

En orden a generar predicciones a corto plazo, podemos utilizar algunas técnicas no paramétricas de predicción por ocurrencias análogas, propuestas por *Farmer y Sidorowich (1987)* y aplicadas anteriormente en *Bajo Rubio, Fernández Rodríguez y Sosvilla Rivero (1992a, b)*. Con este fin, prestaremos especial atención a la última \mathbf{d} -historia disponible para la serie temporal $\{X_t\}_{t=1}^n$

$$X_n^d = (X_n, X_{n-1}, X_{n-2}, \dots, X_{n-(d-1)}) \quad (2)$$

y construimos un predictor local comparándola con las \mathbf{k} \mathbf{d} -historias

$$X_{J_1}^d, X_{J_2}^d, X_{J_3}^d, \dots, X_{J_k}^d \quad (3)$$

más similares a X_n^d . La evolución de futuras predicciones a corto plazo de la serie temporal será obtenida por algún método de extrapolación usando las ocurrencias análogas encontradas en el pasado.

La forma más común de establecer las ocurrencias análogas a la última \mathbf{d} -historia X_n^d , es encontrar los \mathbf{k} puntos más cercanos del entorno X_i^d ($i=J_1, J_2, \dots, J_k$) en el espacio de fases \mathbb{R}^d , en el sentido que minimicen la función

$$\circ X_i^d - X_n^d \circ \quad (5)$$

donde $\circ \dots \circ$ denota la distancia euclídea. Alternativamente, uno podría minimizar otras funciones como:

$$1 - \mathbf{r}(X_i^d, X_n^d) \quad (5a)$$

o también

$$1 - \cos(X_i^d, X_n^d) \quad (5b)$$

es decir, buscando respectivamente, la mayor correlación o el menor ángulo con X_n^d .

[ver *Fernández Rodríguez (1992)* para más información sobre las relaciones entre ocurrencias análogas usando estas tres funciones].

Una vez hayan sido establecidas las ocurrencias análogas, la evolución futura de nuestra última **d**-historia X_n^d puede ser predicha usando un modelo lineal autorregresivo con coeficientes variables:

$$X_{i+1} = a_0(i)X_i + a_1(i)X_{i-1} + \dots + a_{d-1}(i)X_{i-(d-1)} + a_d(i) + e_{i+i} \quad (6)$$

siendo los coeficientes localmente estimados por una regresión mínimo cuadrática de la evolución de las **k** ocurrencias análogas elegidas

$$X_{J_1+1}, X_{J_2+1}, X_{J_3+1}, \dots, X_{J_k+1}$$

sobre los valores de esas **d**-historias

$$X_{J_i}, X_{J_{i-1}}, X_{J_{i-2}}, \dots, X_{J_{i-(d-1)}} \quad (i=1,2,3,\dots,k).$$

Gershenfed y Weigend (1994) ofrecen una detallada exposición de esta clase de predictores.

2.2 El caso multivariante.

La anterior aproximación puede ser extendida al caso multivariante. Para simplificar notación, sea considerado un conjunto de tres series temporales:

$$\{ X_1, X_2, X_3, \dots, X_n \}, \{ Y_1, Y_2, Y_3, \dots, Y_n \}, \{ Z_1, Z_2, Z_3, \dots, Z_n \}$$

Estamos interesados en la realización de predicciones de una de estas series, por ejemplo en la predicción de \hat{X}_{n+1} , considerando simultáneamente las ocurrencias análogas en estas tres series. Con este fin, sumergimos simultáneamente las tres series en el espacio vectorial $\mathbb{R}^d \times \mathbb{R}^d \times \mathbb{R}^d$, prestando especial atención al siguiente vector:

$$(X_n^d, Y_n^d, Z_n^d) \in \mathbb{R}^d \times \mathbb{R}^d \times \mathbb{R}^d$$

el cual nos dará la última **d**-historia para cada serie temporal.

En orden a establecer las ocurrencias análogas a las últimas **d**-historias (X_n^d, Y_n^d, Z_n^d) , buscaremos los **k** puntos más próximos que minimicen la función

$$\circ X_i^d - X_n^d \circ + \circ Y_i^d - Y_n^d \circ + \circ Z_i^d - Z_n^d \circ, \quad i=J_1, J_2, J_3, \dots, J_k$$

o alguna de las funciones presentadas en (5). En este sentido, obtenemos un conjunto de **k** **d**-historias simultáneas en las tres series:

$$X_{J_1}^d, Y_{J_1}^d, Z_{J_1}^d$$

$$X_{J_2}^d, Y_{J_2}^d, Z_{J_2}^d$$

.....

$$X_{J_k}^d, Y_{J_k}^d, Z_{J_k}^d$$

Las predicciones para $\hat{X}_{n+1}, \hat{Y}_{n+1}, \hat{Z}_{n+1}$ pueden ser obtenidas a través de predictores autorregresivos con coeficientes variables:

$$\hat{X}_{i+1} = a_0(i)X_i + a_1(i)X_{i-1} + \dots + a_{d-1}(i)X_{i-(d-1)} + a_d(i) + e_{1i+1}$$

$$\hat{Y}_{i+1} = b_0(i)Y_i + b_1(i)Y_{i-1} + \dots + b_{d-1}(i)Y_{i-(d-1)} + b_d(i) + e_{2i+1} \quad (i=J_1, J_2, \dots, J_k) \quad (7)$$

$$\hat{Z}_{i+1} = c_0(i)Z_i + c_1(i)Z_{i-1} + \dots + c_{d-1}(i)Z_{i-(d-1)} + c_d(i) + e_{3i+1}$$

La diferencia de este modelo con el presentado para el caso univariante es que ahora las ocurrencias análogas son establecidas usando criterios en los cuales todas las series intervienen.

3. Resultados empíricos.

El predictor local anteriormente desarrollado ha sido aplicado a nueve series de tipos de cambio del Sistema Monetario Europeo frente al marco alemán: el franco belga (BFR), la corona danesa (DKR), el escudo portugués (ESC), el franco francés (FF), el florín holandés (HFL), la libra irlandesa (IRL), la lira italiana (LIT), la peseta española (PTA) y la libra esterlina (UKL). Nuestra muestra para la predicción recorre desde el 1 de Marzo de 1978 hasta el 31 de Diciembre de 1994 (alrededor de 4200 observaciones), cubriendo en particular el período en el Sistema Monetario Europeo de desorden monetario después del verano de 1992, y el nuevo episodio iniciado con la ampliación de las bandas de fluctuación a $\pm 15\%$ en Agosto de 1993.

La dimensión de inmersión \mathbf{d} y el número \mathbf{k} de puntos próximos del entorno en el espacio de fases \mathbf{R}^d , son elegidos de acuerdo con el *algoritmo de Casdagli (1991)*, obteniendo en nuestro caso una dimensión de inmersión $\mathbf{d}=6$ y un número de puntos próximos del entorno $\mathbf{k}=2\%$ de la muestra.

La capacidad predictiva es medida por el estadístico *U de Theil*, un estadístico que está basado en la función simétrica de pérdida estándar :

$$U = \frac{\sqrt{\sum_{i=i_0}^{i_0+T} (X_i^a - X_i^f)^2}}{\sqrt{\sum_{i=i_0}^{i_0+T} (X_i^a - X_{i-1}^a)^2}}$$

donde X^a es el valor actual y X^f el es valor predicho.

Notemos que hemos definido el estadístico U-Theil como el ratio entre la raíz del error cuadrático medio de predicción desde nuestros predictores a la raíz del error cuadrático medio de la predicción ingenua del camino aleatorio. Un valor de la U-Theil menor que uno indica que nuestra predicción es más precisa que la proporcionada por la especificación del modelo de camino aleatorio.

La **Tabla 1** muestra la calidad predictiva de nuestros predictores en ambas versiones: univariante y multivariante. En este último caso, la totalidad de las nueve series monetarias de tipos de cambio son usadas para establecer las ocurrencias análogas. El período de predicción recorre desde la última reordenación en el Sistema Monetario Europeo antes del desorden monetario (*Enero 1987*), hasta el final de nuestra muestra (*Diciembre 1994*). Nuestros predictores locales son usados produciendo predicciones *un paso hacia adelante* desde el 13 de Enero de 1987; entonces, una vez realizada la predicción, el dato real es añadido y el modelo es reestimado, generándose una nueva predicción, y así sucesivamente. Este proceso recursivo continúa hasta que todas las predicciones son generadas usando los datos hasta el 30 de Diciembre de 1994.

Tabla 1: Precisión predictiva [1].		
Caso univariante.		Caso multivariante [2].
⇒BFR	0.9848	0.9838
⇒DKR	0.9730	0.9640
ESC	1.1007	1.0469
⇒FF	0.9433	0.9442
⇒HFL	0.8573	0.8468
IRL	1.0383	1.0248
⇒LIT	0.9860	0.9881
PTA	1.0401	1.0487
UKL	1.0635	1.0392
Notas: [1] Estadístico U-Theil. [2] Series temporales utilizadas para establecer las ocurrencias análogas: BFR, DKR, ESC, FF, HFL, IRL, LIT, PTA y UKL.		

Como puede observarse en la **Tabla 1**, los estadísticos U-Theil son significativamente menores que uno en cinco de los nueve casos, sugiriendo que nuestro predictores superan el camino aleatorio, a pesar de que el período de predicción es muy extenso y heterogéneo. Notemos el caso del florín holandés (HFL), donde nuestro predictor proporciona un valor mucho menor que para el caso del camino aleatorio. Notemos también que en seis salidas de los nueve casos, los predictores multivariantes presentan estadísticos U-Theil menores a los ofrecidos por los predictores univariantes.

En adición al criterio del estadístico U-Theil, podemos evaluar la calidad predictiva de nuestros predictores examinando su capacidad de predecir correctamente la dirección de los movimientos de los tipos de cambio. Con este fin, hemos calculado el porcentaje de direcciones correctamente predichas. Como puede verse en la **Tabla 2**, excepto para los casos de la peseta española (PTA) y la libra esterlina (UKL), nuestros predictores locales nos muestran un valor superior al 50%.

Tabla 2: Predicción direccional [1].		
Caso univariante.		Caso multivariante [2].
⇒BFR	62.26	61.00
⇒DKR	66.52	66.45
⇒ESC	55.71	55.02
⇒FF	66.93	65.93
⇒HFL	67.55	67.75
⇒IRL	58.03	58.09
⇒LIT	58.45	57.94
PTA	48.39	49.77
UKL	48.10	52.22↔
Notas: [1] Porcentaje de la predicción direccional correcta. [2] Series temporales usadas para establecer las ocurrencias análogas : BFR, DKR, ESC, FF, HFL, IRL, LIT, PTA y UKL.		

Por consiguiente, las evidencias presentadas en las **Tablas 1 y 2** sugieren que prediciendo una serie de tipo de cambio, la precisión en la predicción puede aumentarse considerando la información contenida en otras series de tipos de cambio relacionadas. Hemos intentado varias combinaciones de series y parece existir una correlación entre la credibilidad de los compromisos cambiarios y un mejor comportamiento de la predicción.

Las **Tablas 3 y 4** nos ofrecen los mejores y los peores resultados, respectivamente. En el primer caso, construimos los predictores de las series del franco francés (FF) y el florín holandés (HFL), usando las ocurrencias análogas en estas series de tipos de cambios creíbles., mientras que en el caso posterior los predictores de las series de la lira italiana (LIT) y la libra esterlina (UKL) se construyen usando ocurrencias análogas en estas series que abandonaron la disciplina del mecanismo de los tipos de cambio durante el desorden monetario de 1992.

Tabla 3: Predictores locales multivariantes (FF y HFL) [1].		
Precisión predictiva [2].		Predicción direccional [3].
FF	0.9425	67.14
HFL	0.8508	68.68
Notas: [1] Series temporales usadas para establecer las ocurrencias análogas: FF y HFL. [2] Estadístico U-Theil. [3] Porcentaje de la predicción direccional correcta.		

Tabla 4: Predictores locales multivariantes (LIT y UKL) [1].		
Precisión predictiva [2].		Precisión direccional [3].
LIT	1.0658	49.39
UKL	0.9965	57.86
Notas: [1] Series temporales usadas para establecer las ocurrencias análogas: LIT y UKL. [2] Estadístico U-Theil. [3] Porcentaje de la predicción direccional correcta.		

Finalmente, notemos que nuestro método de predicción es bastante robusto para cambios en el número usado de puntos próximos del entorno **k** y la dimensión de inmersión **d**, como puede apreciarse en las **Tablas 5 y 6**, respectivamente, para el caso del florín holandés (HFL).

Tabla 5 : Precisión predictiva para el florín holandés (HFL) [1].	
Porcentaje de puntos próximos [2].	Caso multivariante [3].
0.5	0.8850
1.0	0.8605
2.0	0.8468
3.0	0.8442
4.0	0.8429
5.0	0.8421
6.0	0.8400
.....
10.0	0.8395
12.0	0.8386
15.0	0.8383
18.0	0.8385
Notas: [1] Estadístico U-Theil. [2] Dimensión de inmersión= 6. [3] Series temporales usadas para establecer las ocurrencias análogas: BFR, DKR, ESC, FF, HFL, IRL, LIT, PTA y UKL.	

Tabla 6 : Precisión predictiva del florín holandés (HFL) [1].	
Dimensión de inmersión [2].	Caso multivariante [3].
5	0.8896
6	0.8468
7	0.8414
Notas: [1] Estadístico U-Theil. [2] Número de puntos próximos= 2%. [3] Series temporales usadas para establecer las ocurrencias análogas: BFR, DKR, ESC, FF, HFL, IRL, LIT, PTA and UKL.	

4. Conclusiones finales.

En este trabajo hemos extendido el predictor local univariante introducido por *Bajo Rubio, Fernández Rodríguez y Sosvilla Rivero (1992a, b)* al caso multivariante, y lo hemos usado para valorar las predicciones de nueve series de tipos de cambio del Sistema Monetario Europeo durante el período 1987-1994.

Nuestros resultados sugieren que los predictores locales realizados son mejores que los obtenidos por un paseo aleatorio en la predicción del tipo de cambio nominal, ofreciendo también una buena ejecución en predicciones de la dirección de los movimientos de dichos tipos. Por otro lado, la evidencia presentada en este documento sugiere también que la calidad predictiva de los predictores locales introducidos puede ser mejorada usando su versión multivariante que considera nueva información relevante acerca del comportamiento de una serie, contenida en otras series de tipos de cambio relacionadas. Finalmente, un modelo parece emerger relacionando las predicciones de nuestros predictores locales a la credibilidad de los compromisos cambiarios.

Para concluir, tengamos muy en cuenta que el período de predicción es muy largo y heterogéneo, cubriendo los subperíodos de relativa tranquilidad en los mercados de tipos de cambio europeos, así como las sucesivas crisis experimentadas por el Sistema Monetario Europeo a finales de 1992 y comienzos de 1993.

Una extensión natural de este trabajo sería examinar la precisión predictiva de nuestros predictores en diferentes subperíodos de la actividad del Sistema Monetario Europeo. Con tal fin podemos usar los sucesivos episodios de estabilidad y turbulencia identificados por *Sosvilla Rivero et al. (1994)*. Esperamos discutir tales predicciones en un documento posterior.

5. Referencias bibliográficas.

- [1] Bajo Rubio, O., Fernández Rodríguez, F. y Sosvilla Rivero, S. 1992a, *Chaotic behaviour in exchange-rate series: First results for the peseta-US dollar case*, Economics Letters 39, 207-211.
- [2] Bajo Rubio, O., Fernández Rodríguez, F. y Sosvilla Rivero, S. 1992b, *Volatilidad y predecibilidad y predecibilidad en las series del tipo de cambio peseta-dólar: Un enfoque basado en el caos determinista*, Revista Española de Economía, Monográfico Mercados Financieros Españoles, 91-109.
- [3] Casdagli, M., 1991, *Nonlinear forecasting, chaos and statistics*, Working Paper 91-05-022, Santa Fe Institute.
- [4] Farmer, D. y Sidorowich, 1987, *Predicting chaotic time series*, Physical Review Letters 59, 845-848.
- [5] Fernández Rodríguez, F., 1992, *El problema de la predicción en series temporales: Aplicaciones del caos determinista*, Ph. D. Thesis, Universidad de Las Palmas de Gran Canaria.
- [6] Gershenfed, B. y Weigen, N., eds, 1995, *Times series prediction. Forecasting the future and understanding the past*, Addison-Wesley, Reading, Mass.
- [7] Sosvilla Rivero, S., Fernández Rodríguez , F., Rubio Bajo, O. y Martín González , J., 1994, *Exchange rate volatility in the EMS before and after the fall*, Working Paper 94-16, FEDEA.
- [8] Takens, F., 1981, *Detecting strange attractors in turbulence*, in: D. Rand and L. Young, eds., *Dynamical systems and turbulence* (Springer- Verlag, Berlin) 366-381.

