

RAÍCES UNITARIAS Y EL FILTRO DE EXTRACCIÓN DE SEÑALES DEL I.N.E.

Tomás del BARRIO CASTRO
Ernest PONS FANALS
Departament d'Econometria, Estadística i E.E.
Universitat de Barcelona

En el presente trabajo se estudia el efecto de la aplicación del filtro de líneas aéreas modificado (L.A.M.) utilizado por el I.N.E. para la obtención de la señal ciclo-tendencia en la elaboración de la Contabilidad Nacional Trimestral (CNTR) sobre los test de raíces unitarias de Dickey-Fuller ampliado (ADF) y de Phillips-Perron (PP). Con tal fin se realiza un ejercicio de simulación para evaluar el tamaño (probabilidad de cometer errores de tipo I) y la potencia de los test ADF y PP, una vez que se han pasado por el filtro las series. El trabajo está ordenado de la forma siguiente en un primer apartado se describe de forma breve el filtro L.A.M.. En un segundo apartado se describe el ejercicio de simulación realizado y en un tercero se analizan los resultados obtenidos y se plantean las conclusiones sobre los anteriores.

1.- EL FILTRO DE LÍNEAS AÉREAS MODIFICADO (L.A.M.).

El L.A.M. es un filtro que permite obtener el componente ciclo-tendencia de una serie¹ y consiste en la aplicación de dos filtros en cascada sobre la serie original. El primero de ellos es un filtro de función de transferencia²:

$$V(L) = K \frac{(1 - \mathbf{a}_1 L - \mathbf{a}_2 L^2) S(L)}{(1 - \mathbf{q}_1 L)(1 - \mathbf{q}_{12} L^{12})} = K \frac{(1 - \mathbf{a}_1 L - \mathbf{a}_2 L^2)(1 + L + L^2 + \dots + L^{s-1})}{(1 - \mathbf{q}_1 L)(1 - \mathbf{q}_{12} L^{12})}$$

donde:

$$\mathbf{a}_1 = -2 \frac{(2 - 4C)^{1/2}}{4C - 1}; \quad \mathbf{a}_2 = 1 + \mathbf{a}_1; \quad C = - \left[\frac{\mathbf{q}_1}{(1 + \mathbf{q}_1)^2} + \frac{s^2 \mathbf{q}_{12}}{(1 - \mathbf{q}_{12})^2} \right]$$

$$K = \frac{(1 - \mathbf{q}_1)(1 - \mathbf{q}_{12})}{s(1 - \mathbf{a}_1 - \mathbf{a}_2)}$$

¹ Para un mayor desarrollo sobre lo aquí expuesto consultar Melis (1989), (1990) y I.N.E. (1993)

² Para el diseño de este filtro se ha supuesto que el proceso generador de la serie original es el conocido con el nombre de líneas aéreas ARIMA(0,1,1)*ARIMA(0,1,1)^s, es decir:

$$\nabla^{12} \nabla y_t = (1 - \mathbf{q}_1 L)(1 - \mathbf{q}_{12} L^{12}) u_t$$

$$\text{con } |\mathbf{q}_1| < 1 \text{ y } 0 < \mathbf{q}_{12} < 1$$

El autor del filtro justifica la utilización de este supuesto debido a que el modelo aproxima de forma bastante aceptable el verdadero proceso generador de los datos de un número elevado de series económicas de alta frecuencia (mensual y/o trimestral)

Siendo el segundo un filtro autorregresivo de orden 2 y potencia mitad en 20 meses AR(2)20, que responde a la siguiente expresión:

$$\Omega(L) = \frac{\Omega_0 F^d}{(1 + \Omega_1 L + \Omega_2 L^2)}$$

donde: $\Omega_0 = 0.07839$; $\Omega_1 = -1.56291$; $\Omega_2 = 0.641306$; $d = 364$

El coste informativo del primer filtro se da al principio de la serie y el segundo lo presenta entre 3 ó 4 observaciones al final. Este coste informativo se suple mediante predicciones, obtenidas a partir del modelo univariante estimado para la serie. Por último comentar que si a partir del supuesto de que el proceso generador de la serie original es un modelo de líneas aéreas, la utilización de este filtro supone que el modelo del componente ciclo-tendencia es un IMA(2,2)³.

2.- DESCRIPCIÓN DEL EJERCICIO DE SIMULACIÓN⁴.

El ejercicio de simulación se ha realizado en el procedimiento IML del paquete estadístico SAS y es el resultado de haber aplicado el filtro L.A.M. sobre un conjunto de series cuyos procesos generadores se han obtenido a partir del siguiente modelo:

$$(1 - \mathbf{f}_{12} L^{12})(1 - \mathbf{f}_1 L) y_t = (1 - \mathbf{q}_1 L)(1 - \mathbf{q}_{12} L^{12}) u_t \quad u_t \sim N(0, 1)$$

con: $\mathbf{f}_{12} = 0, -0.5, 1$; $\mathbf{f}_1 = 0, 0.5, 0.9, 1$; $\mathbf{q}_1 = -0.5, 0, 0.5$; $\mathbf{q}_{12} = 0.5$
dado que en el L. A. M. $|\mathbf{q}_1| < 1$ y $0 < \mathbf{q}_{12} < 1$

Teniendo en cuenta que valores por encima de 0.5 del parámetro asociado al proceso de medias móviles de orden 1, como se muestra en Schwert, afectan a la potencia y tamaño de los test ADF y PP, ha optado por no introducir valores superiores en valor absoluto a 0.5 en este tipo de procesos. En concreto se han utilizado los modelos recogidos en la tabla 1. Para los modelos anteriores se ha trabajado con los tamaños muestrales 100, 150 y 200. El número de réplicas utilizadas para cada modelo ha sido de 10.000. Los niveles de significación con los que se ha trabajado son el 5% y el 10%⁵ que, por otra parte, son los más usuales.

³ Es decir:

$$\nabla^2 t_t = (1 - \mathbf{a}_1 L - \mathbf{a}_2 L^2) e_t$$

⁴ El diseño del experimento es similar a los realizados por Ghysels y Perron(1993), Ghysels(1990) y Schwert(1989)

⁵ Previamente a la realización de este experimento, se ha comprobado que para series sin filtrar obtenidas a partir los modelos especificados, los test ADF y PP funcionaban de forma adecuada, es decir, se alcanzaban los tamaños y potencias adecuadas bajo la H_0 y bajo la H_A , respectivamente.

Para estos modelos al estar bajo la H_A , se obtiene la **potencia** del contraste
 H_A : y_t es $I(0)$

Para estos modelos al estar bajo la H_0 , mediremos el tamaño del test (la probabilidad de incurrir en el error de tipo I)
 H_0 es y_t es $I(1)$

Tabla 1.

MOD.	f_1	f_{12}	q_1	f_{12}
1	0.5	0.0	0.0	0.0
2	0.5	0.0	-0.5	0.0
3	0.9	0.0	0.0	0.0
4	0.9	0.0	0.5	0.0
5	0.9	0.0	-0.5	0.0
6	1.0	0.0	0.0	0.0
7	1.0	0.0	-0.5	0.0
8	1.0	0.0	0.5	0.0
9	1.0	0.0	0.0	0.5
10	1.0	0.0	-0.5	0.5
11	1.0	0.0	0.5	0.5
12	1.0	-0.5	0.0	0.5
13	1.0	-0.5	-0.5	0.5
14	1.0	-0.5	0.5	0.5
15	0.0	1.0	0.0	0.5
16	0.0	1.0	-0.5	0.5
17	0.0	1.0	0.0	0.5
18	0.0	1.0	-0.5	0.5
19	0.0	1.0	0.5	0.5

Evaluar la potencia y el tamaño sobre las series filtradas por el L.A.M. a pesar de que éstas no presenten componente estacional nos permitirá ver si el filtro se comporta de forma adecuada, esto es si es capaz de detectar si presenta o no presenta estacionalidad (sin alterar su orden de integración)

Sólo integramos la parte regular la estacional del proceso generador de los datos, dado que el operador diferencias estacional implica integrabilidad en la frecuencia cero $\nabla^{12} = \nabla S(L) = \nabla(1 + L + L^2 + \dots + L^{11})$ y solamente estamos interesados en contrastar una única raíz en la frecuencia cero.
Dado que si integramos parte estacional y regular el proceso generador de datos del componente ciclo-tendencia sería integrado de orden 2 $I(2)$.

Dado que el filtro L.A.M., consta de dos partes se ha optado por evaluar los efectos que tienen el filtro de función de transferencia⁶ por un lado y el filtro completo por otro y de esta forma poder valorar cual de los dos filtros es el que tiene un efecto más negativo sobre los tests de raíces unitarias ADF y PP.

Para evitar problemas de que los test se vean afectados por los efectos del filtro en los extremos de la muestra, se ha optado por generar las series con 100 observaciones adicionales al principio y al final de la muestra. Es decir, para realizar las simulaciones para los tamaños muestrales de 100, 150 y 200 se han generado 300, 350 y 400 observaciones respectivamente. Por otro lado el hecho de generar 100 observaciones adicionales al principio de la muestra permite evitar posibles influencias de la "semilla" utilizada para generar los números aleatorios.

El test ADF (Dickey-Fuller ampliado) se realiza a través de la siguiente regresión auxiliar:

$$y_t = \rho_u y_{t-1} + \sum_{i=1}^k \phi_i \nabla y_{t-i} + u_t$$

$$\begin{cases} H_0: \rho_u - 1 = 0 & y_t \text{ es } I(1) \\ H_A: \rho_u - 1 < 0 & y_t \text{ es } I(0) \end{cases}$$

Donde k es el número de retardos de la primera diferencia de y_t utilizados para corregir la autocorrelación en la regresión auxiliar. Para las simulaciones, k se determina en función del tamaño muestral a partir de:

$$l_4 = \text{Int} \left[4 \left(\frac{T}{100} \right)^{\frac{1}{4}} \right]$$

$$l_{12} = \text{Int} \left[12 \left(\frac{T}{100} \right)^{\frac{1}{4}} \right]$$

⁶ El filtro de función de transferencia V(L), ajusta de estacionalidad, mientras que el AR(2)20, es un filtro pasa banda, que captura las oscilaciones de la variable correspondientes a la frecuencia cero y a las frecuencias cíclicas, es decir filtra la serie de oscilaciones irregulares y de cualquier otro tipo que no se correspondan con las asociadas al componente ciclo-tendencia.

El test de Phillips-Perron es una corrección paramétrica del test de DF que consiste en la siguiente expresión:

$$y_t = \mathbf{r}_u y_{t-1} + u_t$$

$$Z_{PP} = T(\hat{\mathbf{r}}_u - 1) - 0.5(s_{ll}^2 - s_u^2)T^2 \left[\sum_{l=2}^T (y_{t-l} - \bar{y}_{-l})^2 \right]^{-1}$$

donde s_u^2 es la varianza muestral de u_t y:

$$s_{ll}^2 = T^{-1} \sum_{t=1}^T u_t^2 + 2T^{-1} \sum_{j=1}^l w_{jl} \sum_{t=j+1}^T u_t u_{t-j}$$

$$\text{con } w_{jl} = \left[1 - \frac{j}{l-1} \right]$$

l se determina a partir de l_4 y l_{12}

3.- RESULTADOS Y CONCLUSIONES.

Los resultados a los que se han llegado se presentan en las tablas 2 y 3. En la primera se presentan la potencia y tamaño de los test ADF y PP a los niveles de significación del 5% y 10%, utilizando para ambos l_4 y l_{12} , con tamaños muestrales de 100, 150 y 200 observaciones, para los 19 procesos generadores de datos expuestos en la tabla 1, filtrados únicamente por el filtro V(L), mientras que en la tabla 3 se presentan los mismos resultados una vez que se han filtrado por el L.A.M. completo, es decir V(L) y AR(2)20.

De los resultados presentados en la tabla 2 se desprenden las siguientes conclusiones:

En cuanto a la potencia de los tests se observa como ésta se más ve afectada conforme el parámetro del proceso autorregresivo de orden uno (\mathbf{f}_l) se va aproximando a la unidad, es decir, no se ve afectada para valores de $\mathbf{f}_l=0.5$ pero sí para valores de $\mathbf{f}_l=0.9$. Por otro lado se observa que a medida que aumenta la muestra la potencia de los test tiende a aproximarse al valor correcto. En particular en los tres casos en que $\mathbf{f}_l=0.9$, se aprecia que (a) cuando $\mathbf{q}_l=0.5$ a medida que aumenta la muestra la potencia de los distintos tests para todos los casos, excepto para ADF(l_{12}) al 5%, acaba siendo 1.; (b) cuando $\mathbf{q}_l=-0.5$ los valores de la potencia para un tamaño muestral de 200 oscila entre 0.95 y 1, es decir, muy próximos a 1; (c) mientras que para $\mathbf{q}_l=0.0$ existe una mayor dispersión siendo los peores resultados los alcanzados por PP(l_4)

al 5%, 0.5 y al 10%, 0.8; (d) en el resto de tests no se llega en ningún caso a alcanzar el valor 1, aunque están próximos.

En términos generales se podría decir que la potencia de los tests ADF y PP se ve afectada por el filtro $V(L)$ a medida que el valor f_I se va aproximando a 1, pero la situación se va corrigiendo a medida que aumenta el tamaño muestral. Es decir, únicamente por el hecho de aplicar la primera parte del filtro L.A.M. podríamos llegar a no rechazar la H_0 , por lo que se podría concluir que y_t es $I(1)$ cuando en realidad es $I(0)$.

En cuanto al tamaño del test⁷, podemos apreciar que cuando el proceso generador de datos de la serie original no presenta estacionalidad. Los tamaños de los tests tienden a estar por encima de los niveles de significación para los que se especifica la H_0 , pero no de una forma muy significativa. En promedio estarían situados en el intervalo entre 1 y 4 puntos porcentuales por encima del nivel de significación. Sin embargo cuando los procesos generadores de datos de la serie original incorporan parte estacional, tanto si el orden de integración proviene de la parte regular como si proviene de la parte estacional, los tamaños obtenidos para los distintos tests difieren de los niveles de significación de forma generalizada, estando siempre bastante por encima del 0.05 y 0.10; es más en muchos casos los valores obtenidos están en torno a 0.50 y superiores.

Por otro lado se aprecia también de forma clara como esta situación no se corrige a medida que el tamaño muestral aumenta, situación que no se daba para el caso de la potencia. No entramos en más detalle en el análisis de los resultados ya que, independientemente del espacio disponible para la comunicación, estos últimos son suficientemente significativos.

En cuanto a los resultados presentados en la tabla 3, que se corresponden a las series una vez filtradas por la dos partes del filtro L.A.M. ($V(L)$ y $AR(2)_{20}$) se aprecian las siguientes circunstancias:

En cuanto a la potencia de los tests utilizados, se ve afectada tanto cuando f_I es igual a 0.5 como cuando es igual a 0.9, aunque de forma más clara para el segundo caso. En concreto, cuando $f_I=0.5$ la

⁷ Probabilidad de rechazar la H_0 : y_t es $I(1)$ cuando la H_0 es cierta.

divergencia de los valores de las potencias con respecto a 1 se produce fundamentalmente para el tamaño muestral de 100 observaciones, corrigiéndose esta situación para los tamaños muestrales de 150 y 200. En cambio cuando $f_{\lambda}=0.9$ las divergencias se presentan para todos los tamaños muestrales, observándose como la potencia aumenta a medida que se incrementa el tamaño muestral. En particular la potencia de los tests para el tamaño muestral de 100 son bastante bajas en general, siendo los resultados para tamaños muestrales superiores (150 y 200) más aceptables en términos generales. A modo de conclusión se podría decir que la utilización de las dos partes del filtro L.A.M. acentúa de forma muy significativa lo ya comentado para la tabla 2, es decir, existe una probabilidad bastante elevada de poder llegar a no rechazar $H_0:I(1)$, cuando ésta no es cierta, es decir, cuando el proceso generador de datos es un proceso estacionario.

Por último también se ha analizado los efectos del filtro L.A.M. sobre un proceso ruido blanco del tipo $y_t \rightarrow N(0,1)$. Se aprecia como los tamaños de los test para el tamaño muestral de 100 observaciones son inferiores a 1, excepto para los casos $ADF(l_4)$ y $PP(l_{12})$ para el nivel de significación del 5%, mientras que para el resto de tamaños muestrales no se ve afectado el tamaño de los tests. Este resultado es bastante significativo y confirmaría lo anteriormente comentado en términos de poder llegar a no rechazar la H_0 , cuando la H_A , es cierta.

En cuanto al tamaño de los tests, los resultados obtenidos en la tabla 3, están en la misma línea de los de la tabla 2, no observándose ninguna peculiaridad digna de mención de estos últimos con respecto a los primeros, salvo que los tamaños de la tabla 3 son sistemáticamente menores que los de la tabla 2. Así pues, el filtro $ar(2)20$ corregiría en parte (pero no de forma satisfactoria) las elevadas probabilidades de rechazar la H_0 , cuando esta última es cierta.

A modo de conclusión se puede decir que los resultados aquí presentados son un indicio de que el filtro L.A.M. transforma el proceso estocástico que sigue la serie de forma tal que puede llegar a introducir una raíz unitaria en la frecuencia cero (adicional a las ya existentes) o a integrar un proceso cuando la serie original no presenta una raíz unitaria en la frecuencia cero.

En trabajos posteriores al aquí presentado se generalizan los procesos generadores de datos incluyendo en estos últimos comportamientos deterministas (es decir, deriva y tendencias deterministas) por un lado y por otro se estudia la influencia del filtro en las relaciones de cointegración, llegándose a resultados similares a los obtenidos lo cual invalidaría la utilización de

las series obtenidas a partir de este filtro para realizar inferencia sobre las mismas.

4.- REFERENCIAS.

- Dickey, A.D. y Fuller, W.A.(1981) "Likelihood Ratio Statistics for Autoregressive Time Series With a Unit Roots" *Econometrica*, 49, 1067-1072.
 - Ghysels, E (1990) "Unit Roots tests and the statistical pitfalls of the seasonal adjustment: The case of the U.S. postwar real gross national product" *Journal of Business and Economic Statistics* 8, 145-152.
 - Ghysels, E. y Perron, P.(1993) "The effect of seasonal adjustment filters on tests for a unit root" *Journal of Econometrics* 55, 57-98.
 - I.N.E. (1993) *Contabilidad Nacional trimestral de España, metodología y series*.
 - Melis, F. (1989) "Sobre las hipótesis de componentes y la extracción de coyuntura sin previa desestacionalización" *Revista Española de Economía* Vol 6, nº 1 y 2.
 - Melis, F. (1990) "La estimación del ritmo de variación en series económicas" *Estadística Española* Vol 33, nº 126, 7-58.
 - Phillips, P.C.B. y Perron, P.(1988) "Testing for unit roots in time series" *Biometrika* 75, 235-346.
 - SAS Inst. Inc. (1988) *SAS/IML User's Guide 6.03 Edition*.
- Schwert, G.W.(1989) "Testing for unit roots: A Monte Carlo investigation" *Journal of Business and Economic Statistics* 7, 147-608

Tabla 2.

$(1 - \mathbf{f}_{12} L^{12})(1 - \mathbf{f}_1 L) y_t = (1 - \mathbf{q}_1 L)(1 - \mathbf{q}_{12} L^{12}) u_t \quad u_t \sim N(0, 1)$ $y_t^* = V(L) y_t = k \frac{(1 - \mathbf{a}_1 L - \mathbf{a}_2 L^2) S(L)}{(1 - \mathbf{q}_1 L)(1 - \mathbf{q}_{12} L^{12})} y_t$									
MODELO	T	ADF(l ₄)		ADF(l ₁₂)		PP(l ₄)		PP(l ₁₂)	
		5 %	10 %	5 %	10 %	5 %	10 %	5 %	10 %
1	100	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
1	150	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
1	200	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
2	100	1,00	1,00	0,99	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
2	150	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
2	200	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
3	100	0,69	0,84	0,55	0,74	0,14	0,33	0,53	0,77
3	150	0,89	0,96	0,78	0,91	0,29	0,59	0,82	0,94
3	200	0,97	0,99	0,92	0,97	0,50	0,80	0,95	0,99
4	100	0,78	0,92	0,67	0,84	0,91	0,98	0,85	0,94
4	150	0,96	0,99	0,90	0,97	0,99	1,00	0,97	0,99
4	200	1,00	1,00	0,98	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
5	100	0,75	0,89	0,66	0,83	0,47	0,73	0,74	0,90
5	150	0,94	0,98	0,89	0,96	0,79	0,95	0,95	0,99
5	200	0,99	1,00	0,97	0,99	0,95	0,99	0,99	1,00
6	100	0,07	0,13	0,07	0,12	0,07	0,11	0,05	0,10
6	150	0,08	0,14	0,07	0,12	0,06	0,09	0,05	0,10
6	200	0,08	0,14	0,07	0,12	0,05	0,08	0,05	0,09
7	100	0,07	0,12	0,07	0,12	0,05	0,10	0,06	0,11
7	150	0,06	0,12	0,06	0,12	0,05	0,09	0,06	0,11
7	200	0,06	0,12	0,06	0,12	0,04	0,08	0,06	0,11
8	100	0,06	0,11	0,06	0,11	0,07	0,12	0,09	0,14
8	150	0,05	0,11	0,06	0,11	0,06	0,12	0,07	0,12
8	200	0,06	0,11	0,05	0,11	0,06	0,11	0,06	0,11
9	100	0,23	0,35	0,23	0,34	0,11	0,22	0,21	0,34
9	150	0,32	0,45	0,32	0,45	0,17	0,31	0,32	0,46
9	200	0,40	0,54	0,40	0,54	0,23	0,38	0,40	0,55
10	100	0,13	0,21	0,12	0,21	0,20	0,29	0,18	0,26
10	150	0,17	0,27	0,17	0,25	0,25	0,34	0,20	0,27
10	200	0,22	0,31	0,20	0,29	0,30	0,38	0,22	0,29
11	100	0,15	0,23	0,15	0,23	0,07	0,14	0,13	0,22
11	150	0,19	0,28	0,20	0,28	0,10	0,19	0,19	0,28
11	200	0,22	0,31	0,22	0,31	0,12	0,22	0,22	0,32
12	100	0,39	0,49	0,38	0,48	0,24	0,37	0,37	0,49
12	150	0,49	0,59	0,47	0,58	0,36	0,48	0,49	0,59
12	200	0,54	0,64	0,53	0,63	0,42	0,53	0,54	0,65

Tabla 2 (continuación).

MODELO	T	ADF(l ₄)		ADF(l ₁₂)		PP(l ₄)		PP(l ₁₂)	
		5 %	10 %	5 %	10 %	5 %	10 %	5 %	10 %
13	100	0,40	0,51	0,39	0,49	0,25	0,38	0,38	0,50
13	150	0,50	0,61	0,49	0,59	0,36	0,49	0,50	0,61
13	200	0,56	0,66	0,55	0,64	0,42	0,55	0,56	0,67
14	100	0,34	0,44	0,33	0,43	0,21	0,33	0,33	0,44
14	150	0,44	0,54	0,43	0,52	0,32	0,43	0,44	0,55
14	200	0,49	0,60	0,48	0,58	0,38	0,49	0,50	0,60
15	100	0,49	0,59	0,34	0,45	0,53	0,63	0,48	0,57
15	150	0,58	0,68	0,43	0,53	0,62	0,71	0,55	0,63
15	200	0,65	0,74	0,50	0,60	0,68	0,77	0,60	0,68
16	100	0,47	0,57	0,34	0,42	0,51	0,61	0,47	0,55
16	150	0,56	0,66	0,41	0,52	0,60	0,70	0,52	0,62
16	200	0,65	0,74	0,49	0,59	0,68	0,77	0,60	0,67
17	100	0,10	0,17	0,08	0,15	0,06	0,13	0,09	0,17
17	150	0,12	0,20	0,10	0,17	0,08	0,15	0,12	0,20
17	200	0,14	0,22	0,12	0,20	0,10	0,17	0,15	0,23
18	100	0,10	0,17	0,09	0,15	0,07	0,13	0,10	0,16
18	150	0,12	0,20	0,10	0,18	0,08	0,16	0,12	0,19
18	200	0,14	0,22	0,11	0,19	0,09	0,17	0,14	0,24
19	100	0,10	0,17	0,09	0,15	0,07	0,13	0,10	0,17
19	150	0,12	0,20	0,10	0,18	0,08	0,15	0,13	0,21
19	200	0,14	0,23	0,12	0,20	0,10	0,17	0,15	0,23

Tabla 3.

$(1 - \mathbf{f}_{12} L^{12})(1 - \mathbf{f}_1 L) y_t = (1 - \mathbf{q}_1 L)(1 - \mathbf{q}_{12} L^{12}) u_t \quad u_t \sim N(0,1)$ $y_t^* = AR(2)20V(L) y_t = \frac{\mathbf{w}_o F^d}{1 - \mathbf{w}_1 L - \mathbf{w}_2 L^2} k \frac{(1 - \mathbf{a}_1 L - \mathbf{a}_2 L^2) S(L)}{(1 - \mathbf{q}_1 L)(1 - \mathbf{q}_{12} L^{12})} y_t$									
MODELO	T	ADF(l ₄)		ADF(l ₁₂)		PP(l ₄)		PP(l ₁₂)	
		5 %	10 %	5 %	10 %	5 %	10 %	5 %	10 %
0*	100	0,97	1,00	0,93	0,98	0,81	0,95	0,98	1,00
0*	150	1,00	1,00	1,00	1,00	0,98	1,00	1,00	1,00
0*	200	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
1	100	0,96	0,99	0,91	0,97	0,70	0,91	0,97	0,99
1	150	1,00	1,00	0,99	1,00	0,99	0,99	1,00	1,00
1	200	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
2	100	0,97	0,99	0,92	0,97	0,68	0,90	0,97	0,99
2	150	1,00	1,00	0,99	1,00	0,96	0,99	1,00	1,00
2	200	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
3	100	0,71	0,87	0,64	0,81	0,54	0,78	0,72	0,88
3	150	0,93	0,98	0,88	0,98	0,85	0,96	0,94	0,99
3	200	0,97	1,00	1,00	0,99	0,97	1,00	0,99	1,00

* El modelo 0 es un ruido blanco $y_t \rightarrow N(0,1)$

Tabla 3 (continuación).

MODELO	T	ADF(I ₄)		ADF(I ₁₂)		PP(I ₄)		PP(I ₁₂)	
		5 %	10 %	5 %	10 %	5 %	10 %	5 %	10 %
4	100	0,76	0,88	0,61	0,78	0,16	0,38	0,58	0,80
4	150	0,99	0,98	0,84	0,94	0,35	0,66	0,86	0,96
4	200	1,00	1,00	0,95	0,99	0,59	0,86	0,97	0,99
5	100	0,75	0,87	0,58	0,75	0,13	0,33	0,53	0,76
5	150	0,93	0,98	0,80	0,92	0,28	0,58	0,82	0,95
5	200	0,98	1,00	0,92	0,98	0,50	0,80	0,95	0,99
6	100	0,06	0,11	0,06	0,12	0,05	0,10	0,06	0,11
6	150	0,06	0,11	0,06	0,11	0,05	0,09	0,06	0,11
6	200	0,06	0,11	0,06	0,12	0,04	0,09	0,06	0,11
7	100	0,08	0,14	0,07	0,13	0,07	0,11	0,05	0,10
7	150	0,08	0,15	0,07	0,12	0,05	0,08	0,04	0,09
7	200	0,09	0,16	0,07	0,13	0,05	0,08	0,05	0,09
8	100	0,08	0,14	0,07	0,12	0,06	0,10	0,05	0,10
8	150	0,09	0,15	0,07	0,13	0,05	0,09	0,05	0,10
8	200	0,09	0,15	0,07	0,13	0,05	0,08	0,05	0,10
9	100	0,17	0,24	0,11	0,17	0,04	0,09	0,10	0,18
9	150	0,21	0,29	0,13	0,20	0,05	0,12	0,15	0,24
9	200	0,22	0,32	0,14	0,22	0,06	0,13	0,17	0,27
10	100	0,17	0,25	0,11	0,18	0,04	0,09	0,10	0,19
10	150	0,20	0,29	0,12	0,20	0,05	0,11	0,14	0,23
10	200	0,22	0,31	0,14	0,22	0,06	0,13	0,17	0,27
11	100	0,16	0,23	0,10	0,17	0,04	0,09	0,10	0,18
11	150	0,19	0,27	0,11	0,19	0,05	0,11	0,13	0,22
11	200	0,21	0,30	0,13	0,21	0,06	0,13	0,17	0,26
12	100	0,34	0,43	0,20	0,28	0,11	0,23	0,31	0,43
12	150	0,41	0,50	0,25	0,33	0,20	0,31	0,41	0,52
12	200	0,47	0,56	0,29	0,38	0,26	0,38	0,48	0,59
13	100	0,35	0,44	0,20	0,28	0,11	0,23	0,31	0,43
13	150	0,43	0,52	0,26	0,35	0,20	0,32	0,42	0,53
13	200	0,47	0,57	0,29	0,38	0,26	0,38	0,48	0,59
14	100	0,29	0,37	0,16	0,24	0,09	0,20	0,26	0,37
14	150	0,36	0,45	0,21	0,30	0,17	0,28	0,36	0,47
14	200	0,40	0,50	0,26	0,34	0,23	0,34	0,42	0,52
15	100	0,24	0,32	0,17	0,25	0,11	0,21	0,24	0,35
15	150	0,31	0,40	0,23	0,32	0,17	0,27	0,33	0,43
15	200	0,35	0,44	0,25	0,35	0,21	0,32	0,38	0,48
16	100	0,23	0,33	0,17	0,25	0,10	0,20	0,24	0,35
16	150	0,30	0,40	0,23	0,32	0,17	0,27	0,32	0,43
16	200	0,34	0,44	0,25	0,35	0,20	0,32	0,37	0,48
17	100	0,10	0,17	0,09	0,15	0,04	0,09	0,07	0,13
17	150	0,12	0,18	0,09	0,16	0,04	0,08	0,08	0,14
17	200	0,12	0,20	0,10	0,16	0,04	0,09	0,09	0,16
18	100	0,10	0,17	0,08	0,14	0,05	0,09	0,06	0,13
18	150	0,12	0,19	0,09	0,16	0,04	0,09	0,08	0,15
18	200	0,13	0,21	0,11	0,17	0,04	0,09	0,09	0,16
19	100	0,10	0,16	0,08	0,14	0,04	0,08	0,06	0,12
19	150	0,12	0,19	0,10	0,17	0,04	0,09	0,08	0,15
19	200	0,12	0,19	0,09	0,16	0,04	0,08	0,09	0,15

