

RAICES UNITARIAS EN DATOS SEMANALES

CACERES HERNANDEZ, JOSE J.
CANO FERNANDEZ, VICTOR J.
Facultad de Ciencias Económicas
Departamento de Economía Aplicada
Universidad de La Laguna

RESUMEN

Las contribuciones más recientes en el estudio de raíces unitarias estacionales han centrado su atención en series temporales mensuales, bimensuales o trimestrales.

En este trabajo se desarrolla un procedimiento, basado en la propuesta de Hylleberg, Engle, Granger y Yoo (1990), para contrastar la presencia de raíces unitarias en datos semanales y se obtienen las distribuciones empíricas de los contrastes de integración en las distintas frecuencias. Asimismo, se analiza la sensibilidad de estos estadísticos a la presencia de outliers de tipo aditivo en las series.

1. INTRODUCCION

La estacionalidad como componente de una serie temporal es un tema de estudio con bastante tradición. Es claro que las fluctuaciones estacionales en torno a la tendencia a largo plazo explican una parte muy importante del comportamiento de una serie económica, pero además, en diversos trabajos se ha incidido en el hecho de que dichas variaciones estacionales no son tan regulares como habitualmente se supone¹.

Siguiendo a Hylleberg (1994), las variaciones estacionales son movimientos sistemáticos, aunque no necesariamente regulares, que se producen en un intervalo de tiempo inferior a un año. Estas variaciones pueden ser constantes o variables en el tiempo, de manera que puede considerarse que existen dos tipos básicos de estacionalidad:

a) Estacionalidad determinística: más o menos estable en el tiempo. Puede modelizarse mediante dummies estacionales.

$$y_t = \sum_{i=1}^s a_i D_i + e_t \quad e_t \text{ ruido blanco; } s: \text{ período estacional (4,12,52,...)} \quad (1)$$

b) Estacionalidad estocástica: que no es exógena al comportamiento de la serie estudiada, sino que la magnitud de la variación estacional se determina endógenamente como función del valor de dicha serie, y es, por lo tanto, variable. Puede modelizarse mediante los modelos ARIMA estacionales habituales:

$$f(B)y_t = e_t \quad f(B) = 1 - f_1 B^s - f_2 B^{2s} - \dots \quad (2)$$

¹Por este motivo, recientemente ha surgido un buen número de trabajos en los que se discuten las diferentes alternativas de modelización de la estacionalidad. Véase, entre otros, Abeyasinghe (1994), Beaulieu y Miron (1993), Canova y Hansen (1995), Franses (1991, 1994), Ghysels (1994), Ghysels, Lee y Noh (1994), Hylleberg (1992, 1994, 1995), Hylleberg y otros (1990), Miron (1994).

En función de las raíces del polinomio $\phi(B)$, la estacionalidad estocástica puede ser: 1) estacionaria: si esas raíces reales o complejas tienen módulo mayor que 1; 2) no estacionaria: si al menos una de dichas raíces tiene un módulo menor o igual que 1. Si alguna de las raíces de $\phi(B)$ tiene módulo unitario, se dice que la serie presenta una raíz unitaria estacional (excepto para la raíz $B=1$).

La existencia de estacionalidad no estacionaria debida a la presencia de raíces unitarias ha sido estudiada para el caso de observaciones trimestrales (véase Dickey, Hasza y Fuller (1984); Hylleberg y otros (1990)) y mensuales (véase Franses (1991) y Beaulieu y Miron (1993)). Sin embargo, las series semanales no han recibido el mismo trato, a pesar de que, en nuestra opinión, estas series resultan de indudable interés en algunos casos. Especialmente en el ámbito agrario, las series semanales son imprescindibles para poder conocer con cierta precisión las leyes que rigen el funcionamiento de los mercados. Pensemos, por ejemplo, en datos de exportaciones de productos agrarios a la Unión Europea. La reglamentación comercial puede variar en cortos períodos de tiempo y provocar movimientos en la serie como consecuencia de las reacciones de los agentes a esa distinta normativa. Posiblemente estos movimientos no pueden ser detectados con series que tengan un nivel de agregación temporal mayor de una semana. El objetivo de este trabajo es estudiar la estacionalidad no estacionaria debida a la presencia de raíces unitarias en este tipo de series.

En el siguiente apartado, desarrollamos los tests de integración estacional para datos semanales y, a continuación, analizamos la sensibilidad de dichos tests en presencia de outliers de tipo aditivo.

2. CONTRASTE DE INTEGRACION ESTACIONAL EN SERIES SEMANALES

2.1. Raíces unitarias en datos semanales

Supongamos una serie y_t de observaciones semanales que puede presentar un comportamiento estacional estocástico no estacionario. Siguiendo la metodología tradicional, puede ser necesario aplicar el filtro $(1-B^{52})$ para convertir la serie en estacionaria. La utilización de este filtro presupone un comportamiento estacional que describe un ciclo de período 52. Ahora bien, dicha conducta puede ser el resultado de la superposición de diferentes ciclos de período más pequeño. En este sentido, la aplicación de un filtro distinto de la diferencia anual puede ser suficiente para convertir la serie en estacionaria.

Si descomponemos el polinomio $(1-B^{52})$ como función de sus 52 raíces reales y complejas, es decir:

$$(1 - B^{52}) = (1 - B)(1 + B)(1 + iB)(1 - iB)\dots \quad (3)$$

el operador asociado a cada una de las dos raíces reales o a cada par de raíces complejas conjugadas (de módulo unitario), aplicado a la serie y_t , describe un ciclo determinado. Por tanto, si la serie necesita la diferencia anual para hacerse estacionaria, el comportamiento estacional de la serie es el resultado de la superposición de 26 ciclos de diferente frecuencia y período inferior al año. En este sentido, contrastar qué raíces

unitarias están presentes equivale a detectar qué ciclos deben considerarse para modelizar correctamente el comportamiento estacional estocástico no estacionario. Si la serie posee una raíz unitaria asociada a un ciclo de determinada frecuencia, se dice que dicha serie está integrada estacionalmente en la frecuencia correspondiente.

En la tabla siguiente se muestran estas raíces y se señalan las frecuencias y periodos de los ciclos correspondientes.

Raíces: $B = a + bi = \rho(\cos w + i \sin w)$	Frecuencias $w/2\pi$	Período $2\pi/w$ (ciclos/año)
$B=1$	0	-
$B=\cos(\pi/26)+i\sin(\pi/26); B=\cos(-\pi/26)+i\sin(-\pi/26)$	1/52	52 (1)
$B=\cos(\pi/13)+i\sin(\pi/13); B=\cos(-\pi/13)+i\sin(-\pi/13)$	1/26	26 (2)
$B=\cos(3\pi/26)+i\sin(3\pi/26); B=\cos(-3\pi/26)+i\sin(-3\pi/26)$	3/52	52/3 (3)
$B=\cos(2\pi/13)+i\sin(2\pi/13); B=\cos(-2\pi/13)+i\sin(-2\pi/13)$	2/26	13 (4)
$B=\cos(5\pi/26)+i\sin(5\pi/26); B=\cos(-5\pi/26)+i\sin(-5\pi/26)$	5/52	52/5 (5)
$B=\cos(3\pi/13)+i\sin(3\pi/13); B=\cos(-3\pi/13)+i\sin(-3\pi/13)$	3/26	26/3 (6)
$B=\cos(7\pi/26)+i\sin(7\pi/26); B=\cos(-7\pi/26)+i\sin(-7\pi/26)$	7/52	52/7 (7)
$B=\cos(4\pi/13)+i\sin(4\pi/13); B=\cos(-4\pi/13)+i\sin(-4\pi/13)$	4/26	26/4 (8)
$B=\cos(9\pi/26)+i\sin(9\pi/26); B=\cos(-9\pi/26)+i\sin(-9\pi/26)$	9/52	52/9 (9)
$B=\cos(5\pi/13)+i\sin(5\pi/13); B=\cos(-5\pi/13)+i\sin(-5\pi/13)$	5/26	26/5 (10)
$B=\cos(11\pi/26)+i\sin(11\pi/26); B=\cos(-11\pi/26)+i\sin(-11\pi/26)$	11/52	52/11 (11)
$B=\cos(6\pi/13)+i\sin(6\pi/13); B=\cos(-6\pi/13)+i\sin(-6\pi/13)$	6/26	26/6 (12)
$B=i; B=-i$	1/4	4 (13)
$B=\cos(7\pi/13)+i\sin(7\pi/13); B=\cos(-7\pi/13)+i\sin(-7\pi/13)$	7/26	26/7 (14)
$B=\cos(15\pi/26)+i\sin(15\pi/26); B=\cos(-15\pi/26)+i\sin(-15\pi/26)$	15/52	52/15 (15)
$B=\cos(8\pi/13)+i\sin(8\pi/13); B=\cos(-8\pi/13)+i\sin(-8\pi/13)$	8/26	26/8 (16)
$B=\cos(17\pi/26)+i\sin(17\pi/26); B=\cos(-17\pi/26)+i\sin(-17\pi/26)$	17/52	52/17 (17)
$B=\cos(9\pi/13)+i\sin(9\pi/13); B=\cos(-9\pi/13)+i\sin(-9\pi/13)$	9/26	26/9 (18)
$B=\cos(19\pi/26)+i\sin(19\pi/26); B=\cos(-19\pi/26)+i\sin(-19\pi/26)$	19/52	52/19 (19)
$B=\cos(10\pi/13)+i\sin(10\pi/13); B=\cos(-10\pi/13)+i\sin(-10\pi/13)$	10/26	26/10 (20)
$B=\cos(21\pi/26)+i\sin(21\pi/26); B=\cos(-21\pi/26)+i\sin(-21\pi/26)$	21/52	52/21 (21)
$B=\cos(11\pi/13)+i\sin(11\pi/13); B=\cos(-11\pi/13)+i\sin(-11\pi/13)$	11/26	26/11 (22)
$B=\cos(23\pi/26)+i\sin(23\pi/26); B=\cos(-23\pi/26)+i\sin(-23\pi/26)$	23/52	52/23 (23)
$B=\cos(12\pi/13)+i\sin(12\pi/13); B=\cos(-12\pi/13)+i\sin(-12\pi/13)$	12/26	26/12 (24)
$B=\cos(25\pi/26)+i\sin(25\pi/26); B=\cos(-25\pi/26)+i\sin(-25\pi/26)$	25/52	52/25 (25)
$B=-1$	1/2	2 (26)

2.2. Procedimiento de contraste

A continuación se presenta el procedimiento de contraste de raíces unitarias semanales, cuyo desarrollo se basa en la propuesta de HEGY (1990).

Sea la serie y_t que sigue un proceso AR de la forma:

$$j(B)y_t = m_t + e_t \quad (4)$$

donde $\phi(B)$ es un polinomio con sus raíces fuera o sobre el círculo unidad, μ_t representa los componentes determinísticos y ε_t es un proceso ruido blanco.

El proceso de contrastación parte de la expresión del polinomio autorregresivo $\phi(B)$ como función de las raíces de $(1-B^{52})$ más otro polinomio adecuado.

Sean θ_k , $k=1;\dots,52$, las raíces de $(1-B^{52})$. Definimos:

$$d_k(B) = 1 - \frac{1}{q_k} B; I_k = \frac{j(q_k)}{\prod_{j \neq k} d_j(q_k)} \quad (5)$$

$$\Delta(B) = \prod_{k=1}^{52} d_k(B) = 1 - B^{52};$$

Nótese que: $I_k = 0 \Leftrightarrow j(q_k) = 0$

Entonces, podemos expresar:

$$j(B) = \sum_{i=1}^{52} I_k \frac{\Delta(B)}{d_k(B)} + \Delta(B) j^{**}(B) \quad (6)$$

donde $\phi^{**}(B)$ es un polinomio adecuado.

Por tanto:

$$\begin{aligned} j(B) &= \sum_{k=1}^{52} I_k \frac{\Delta(B)}{d_k(B)} (1 - d_k(B)) + \Delta(B) \left[\sum_{k=1}^{52} I_k + j^{**}(B) \right] = \\ &= I_1 \frac{\Delta(B)}{1-B} B + I_2 \frac{\Delta(B)}{1+B} (-B) + \\ &+ \sum_{k=3}^{52} I_k \frac{\Delta(B)}{d_k(B) d_{k'}(B)} (1 - d_k(B)) d_{k'}(B) + \Delta(B) j^{*}(B) \end{aligned} \quad (7)$$

siendo k' el orden de la raíz conjugada de la raíz de orden k .

Entonces, podemos expresar:

$$\begin{aligned} j(B) &= I_1 \frac{\Delta(B)}{1-B} B + I_2 \frac{\Delta(B)}{1+B} (-B) + \\ &+ \sum_{k=3}^{51} \frac{\Delta(B)}{d_k(B) d_{k'}(B)} \left[\left(I_k \frac{1}{q_k} + I_{k'} \frac{1}{q_{k'}} \right) B - (I_k + I_{k'}) B^2 \right] + \Delta(B) j^{*}(B) \end{aligned} \quad (8)$$

Si llamamos:

$$I_1 = -p_1$$

$$I_2 = -p_2$$

$$I_k \frac{1}{q_k} + I_{k'} \frac{1}{q_{k'}} = p_k, k = 3, 5, 7, \dots, 51 \quad (9)$$

$$-(I_k + I_{k'}) = p_{k'}, k' = 4, 6, 8, \dots, 52$$

Entonces, podemos escribir:

$$\begin{aligned} \mathbf{j}(B) = & -\mathbf{p}_1 \frac{\Delta(B)}{1-B} B + \mathbf{p}_2 \frac{\Delta(B)}{1+B} B + \\ & + \sum_{k=3}^{51} \frac{\Delta(B)}{\mathbf{d}_k(B)\mathbf{d}_{k'}(B)} B \mathbf{p}_k + \sum_{k=4}^{52} \frac{\Delta(B)}{\mathbf{d}_k(B)\mathbf{d}_{k'}(B)} B^2 \mathbf{p}_{k'} + \Delta(B) \mathbf{j}^*(B) \end{aligned} \quad (10)$$

Nótese que (9) implica que:

$$\begin{aligned} \mathbf{p}_1 = 0 & \Leftrightarrow \mathbf{I}_1 = 0 \\ \mathbf{p}_2 = 0 & \Leftrightarrow \mathbf{I}_2 = 0 \\ \left. \begin{aligned} \mathbf{p}_k = 0 \\ \mathbf{p}_{k'} = 0 \end{aligned} \right\} & \Leftrightarrow \left\{ \begin{aligned} \mathbf{I}_k = 0 \\ \mathbf{I}_{k'} = 0 \end{aligned} \right. \quad (k > 2) \end{aligned} \quad (11)$$

Entonces, tenemos que:

$$\begin{aligned} \mathbf{j}(B) y_t = \mathbf{m}_t + \mathbf{e}_t = & -\mathbf{p}_1 \frac{\Delta(B)}{1-B} B y_t + \mathbf{p}_2 \frac{\Delta(B)}{1+B} B y_t + \\ & + \sum_{k=3}^{51} \left[\mathbf{p}_k \frac{\Delta(B)}{\mathbf{d}_k(B)\mathbf{d}_{k'}(B)} B y_t + \mathbf{p}_{k'} \frac{\Delta(B)}{\mathbf{d}_{k'}(B)\mathbf{d}_k(B)} B^2 y_t \right] + \Delta(B) \mathbf{j}^*(B) y_t \end{aligned} \quad (12)$$

$k = 3, 5, 7, \dots, 51; k' = 4, 6, 8, \dots, 52$

y se obtiene:

$$\begin{aligned} \mathbf{j}^*(B)(1-B^{52}) y_t = & \mathbf{j}^*(B) y_{52,t} = \mathbf{m}_t + \mathbf{p}_1 y_{1,t-1} + \mathbf{p}_2 y_{2,t-1} + \\ & + \sum_{k=3}^{51} [\mathbf{p}_k y_{k,t-1} + \mathbf{p}_{k'} y_{k',t-2}] + \mathbf{e}_t \end{aligned} \quad (13)$$

$k = 3, 5, 7, \dots, 51; k' = 4, 6, 8, \dots, 52$

donde $\mathbf{j}^*(B)$ es un polinomio tal que \mathbf{e}_t es ruido blanco y la definición de los $y_{i,t}$ es la siguiente:

$$\begin{aligned} y_{1,t} &= \frac{1-B^{52}}{1-B} y_t \\ y_{2,t} &= -\frac{1-B^{52}}{1+B} y_t \\ y_{k,t} &= -\frac{1-B^{52}}{\mathbf{d}_k(B)\mathbf{d}_{k'}(B)} y_t; k = 3, 5, 7, \dots, 51 \\ y_{52,t} &= (1-B^{52}) y_t \end{aligned} \quad (14)$$

Estas $y_{i,t}$ son asintóticamente incorreladas.

Sobre esta ecuación, se puede efectuar el contraste de integración en cada una de las frecuencias estacionales semanales.

Para contrastar la hipótesis $\phi(\theta_k) = 0$, donde θ_k es cada una de las raíces de la ecuación (2), basta con contrastar si λ_k es cero. Como ya se indicó, existe una equivalencia entre λ y π que permite contrastar la significación de los λ a partir de la significación de los π . La nulidad de determinados coeficientes π significará la presencia de una raíz o un par de raíces complejas conjugadas determinado, que, como hemos dicho, indican la presencia de un ciclo con su frecuencia correspondiente.

Para la raíz $\theta = 1$, contrastamos si $\pi_1 = 0$ frente a la hipótesis alternativa $\pi_1 < 0$, y para la raíz $\theta = -1$, contrastamos si $\pi_2 = 0$ frente a la hipótesis alternativa $\pi_2 < 0$. Para las raíces complejas, λ_k y $\lambda_{k'}$ serán cero sólo si π_k y $\pi_{k'}$ son iguales a cero, lo cual sugiere un test conjunto. También se pueden emplear dos tests de significación individual: en primer lugar, contrastamos la hipótesis $\pi_k = 0$ frente a la alternativa $\pi_k \neq 0$, y si la hipótesis nula no se rechaza, se contrasta la hipótesis $\pi_{k'} = 0$ frente a la alternativa $\pi_{k'} < 0$.

Estos estadísticos t_k (estadístico para el contraste de significación individual de π_k , $k=1,...,52$) y F_j (estadístico para el contraste de significación conjunta de los parámetros π_k y $\pi_{k'}$ asociados a la integración estacional en la frecuencia $j/52$, $j=1,...,25$) no siguen las distribuciones estándar, por lo que es necesario obtener las distribuciones empíricas de dichos estadísticos a través de ejercicios de simulación. Las distribuciones de estos estadísticos cambian con la presencia de componentes determinísticos. En este sentido, se han considerado diferentes situaciones: ausencia de componentes determinísticos, con constante, con constante y tendencia, con constante y dummies y con constante, tendencia y dummies. En cada una de estas situaciones, se generaron 10000 replicaciones de 468 observaciones efectivas (9 años) del siguiente proceso:

$$(1-B^{52})y_t = \varepsilon_t ; \quad \varepsilon_t \text{ es } N(0,1) \quad (15)$$

Los resultados obtenidos indican que la introducción de constante y tendencia desplaza la distribución del estadístico T1 hacia la izquierda, mientras que la distribución de T2 no se ve afectada de manera importante y tampoco produce alteraciones significativas en los valores de los estadísticos F. Sin embargo, la incorporación de dummies estacionales sí que desplaza claramente hacia la izquierda los percentiles de las distribuciones empíricas de los estadísticos t e incrementa los estadísticos F. En las tablas siguientes, se muestran los resultados para los dos casos extremos:

	Sin Componentes Determinísticos			Constante, Tendencia y Dummies		
Percen	1 %	5 %	10 %	1 %	5 %	10 %
T1	-2.431	-1.809	-1.513	-3.667	-3.190	-2.900
T2	-2.458	-1.819	-1.515	-3.204	-2.641	-2.375

Percen	Sin Componentes Determinísticos			Constante, Tendencia y Dummies		
	90 %	95 %	99 %	90 %	95 %	99 %
F1	2.275	2.996	4.415	4.727	5.618	7.464
F2	2.255	2.951	4.651	4.484	5.379	7.324
F3	2.268	2.904	4.280	4.965	5.793	7.836
F4	2.235	2.931	4.419	5.035	5.916	7.627
F5	2.315	3.016	4.619	4.447	5.310	7.214
F6	2.304	3.025	4.654	4.429	5.302	7.373
F7	2.229	2.905	4.490	5.068	5.882	7.788
F8	2.175	2.860	4.429	5.038	5.887	7.883
F9	2.191	2.881	4.541	4.464	5.354	7.333
F10	2.275	2.900	4.479	4.575	5.461	7.446
F11	2.260	2.914	4.346	4.753	5.769	7.919
F12	2.270	2.988	4.483	4.807	5.641	7.661
F13	2.253	2.960	4.537	4.408	5.293	7.168
F14	2.264	2.895	4.488	4.789	5.596	7.400
F15	2.232	2.938	4.521	4.800	5.728	7.894
F16	2.341	2.981	4.548	4.568	5.486	7.404
F17	2.271	2.962	4.600	4.438	5.408	7.289
F18	2.222	2.810	4.328	5.044	5.947	7.727
F19	2.218	2.919	4.458	5.105	5.975	7.823
F20	2.310	3.059	4.586	4.508	5.455	7.571
F21	2.278	2.914	4.463	4.499	5.367	7.433
F22	2.232	2.893	4.362	5.036	5.941	7.987
F23	2.268	2.894	4.550	5.002	5.830	7.571
F24	2.265	2.973	4.485	4.408	5.215	7.013
F25	2.288	2.929	4.437	4.732	5.681	7.704

3. EFECTOS DE LOS OUTLIERS SOBRE LOS TESTS DE RAICES UNITARIAS ESTACIONALES SEMANALES

En diversos trabajos se han estudiado algunos aspectos relacionados con las distorsiones en el tamaño y potencia de los tests de raíces unitarias estacionales. Ghysels, Lee y Noh (1994) destacan que los contrastes disponibles presentan dos tipos de problemas: distorsión en los tamaños, en los casos prácticos más relevantes, y, en situaciones donde los tamaños son adecuados, una baja potencia ante alternativas plausibles.

Dada la naturaleza de las series económicas, un aspecto interesante que puede afectar a los resultados del análisis es la posible presencia de outliers.

En la literatura sobre series temporales, puede encontrarse un conjunto importante de trabajos en los que se estudia la forma de detección y métodos de estimación robusta, así como las consecuencias que en el proceso de inferencia tienen los diferentes tipos de outliers. Gran parte de estos trabajos han centrado sus desarrollos teóricos o aplicados en los modelos ARIMA, deduciendo las consecuencias y los métodos de detección en este tipo de modelos. En general, los resultados obtenidos

apuntan la necesidad de un tratamiento adecuado de estas observaciones dada la problemática que en algunas situaciones pueden causar, relativas a la especificación, estimación y predicción de los modelos².

Como aportación marginal a los estudios que han presentado cierta evidencia empírica sobre las consecuencias de la presencia de outliers en las series, en este apartado se muestran los resultados relativos a un ejercicio de simulación realizado para analizar las distorsiones sobre el tamaño de los contrastes de raíces unitarias planteados en el apartado anterior.

Centraremos nuestro análisis en los efectos que tiene la presencia de outliers de tipo aditivo (AO), que afectan a la serie en un momento determinado del tiempo. Recientemente Franses y Haldrup (1994) y Lucas (1995) estudian los efectos sobre los tests de raíces unitarias en la frecuencia cero, destacando las importantes distorsiones en los tamaños de los mismos. En nuestro trabajo, extendemos este análisis a los contrastes en las distintas frecuencias estacionales. Por otra parte, pueden proponerse dos posibles aproximaciones para hacer frente a las consecuencias derivadas de la presencia de outliers, esto es, modelizarlos mediante análisis de intervención, o bien, como sugieren Franses y Haldrup (1994), incluirlos como parte integrante de la regresión auxiliar del contraste. Siguiendo a estos autores, desarrollamos el siguiente ejercicio de simulación con el fin de ilustrar las implicaciones de la presencia de outliers AO.

Partimos del modelo:

$$y_t = y_{t-s} + e_t$$

Definimos la serie Z_t , contaminada por outliers de tipo AO, de forma que:

$$Z_t = y_t + \theta D_t + e_t$$

donde θ es la magnitud de los outliers, y D_t toma valores 1 y -1 con probabilidad $p/2$ y cero con probabilidad $(1-p)$.

Con el fin de analizar las implicaciones numéricas sobre los contrastes, se han generado las series siguiendo los modelos anteriores con las siguientes características:

$$e_t \sim N(0,1), \theta = \{3,4\} \text{ y } p = \{0.05, 0.1\}$$

Los resultados del ejercicio de simulación muestran que las distorsiones derivadas de la presencia de outliers sobre los contrastes son bastante importantes, creciendo dichas distorsiones con la frecuencia y magnitud de los mismos. Se presentan en el cuadro siguiente, con fines puramente ilustrativos, los efectos sobre el tamaño de los contrastes de un cambio en la frecuencia (p) con que aparecen observaciones anómalas (5 y 10 %). Estos resultados son los obtenidos cuando la magnitud de los outliers es de 3 desviaciones típicas, considerando este valor como el límite habitual a partir del cual se suele entender que la observación es atípica.

Un resultado llamativo es el obtenido para el contraste de significación conjunta de los parámetros de la regresión auxiliar correspondientes a todas los pares de raíces

²Véase, entre otros, Chang y Tiao (1983), Chang, Tiao y Chen (1988), Chen y Liu (1993), Franses y Haldrup (1994), Hillmer, Bell y Tiao (1983), Justel, Peña y Sánchez (1993), Ledolter (1987,89), Peña (1987, 1990), Tiao (1985), Trívez (1994), Trívez y Nievas (1996), Tsay (1986, 1988).

complejas. Las distorsiones en los tamaños para este contraste son del 21 y 61 % en los dos casos mostrados en la tabla anterior.

Tamaño efectivo (nominal 5 %; $\theta=3$) (sin componentes determinísticos)

p	T		F*		
	T1	T2	Media	Mínimo	Máximo
0.05	0.12	0.11	0.08	0.07	0.10
0.10	0.18	0.17	0.14	0.11	0.17

* Los resultados mostrados para los contrastes F son los tamaños efectivos medio, mínimo y máximo de los 25 contrastes F de significación en cada una de las 25 frecuencias asociadas a cada par de raíces complejas.

Por otro lado, y para medir el efecto corrector que, sobre las distorsiones en el tamaño de los tests, tiene la modelización de los outliers mediante análisis de intervención, se realizó un ejercicio de simulación para 1000 replicaciones. Los resultados se muestran en el siguiente cuadro:

Tamaño efectivo (nominal 5 %; $\theta=4$) (sin componentes determinísticos)

p	T		F*		
	T1	T2	Media	Mínimo	Máximo
0.05	0.053	0.050	0.050	0.036	0.06
0.10	0.050	0.054	0.050	0.033	0.06

* Los resultados mostrados para los contrastes F son los tamaños efectivos medio, mínimo y máximo de los 25 contrastes F de significación en cada una de las 25 frecuencias asociadas a cada par de raíces complejas.

Como puede observarse, si los outliers son correctamente modelizados, las distorsiones en el tamaño son casi inapreciables. Incluso en el caso del contraste conjunto de significación de todos los parámetros de la regresión auxiliar asociados a las raíces complejas, la distorsión es prácticamente nula (0.053 y 0.050, respectivamente).

4. CONCLUSIONES

En este trabajo, se ha presentado el procedimiento para la contrastación de raíces unitarias en datos semanales, obteniéndose las distribuciones empíricas de los estadísticos de contraste en presencia o no de componentes determinísticos.

Asimismo se han analizado las alteraciones en los tamaños de los contrastes como consecuencia de la existencia de outliers tipo AO, sugiriéndose un análisis de intervención previo para corregir este efecto distorsionante.

BIBLIOGRAFIA:

- ABEYSINGHE, T. (1994) Deterministic Seasonal Models and Spurious Regressions. *Journal of Econometrics*, 61, 259-272.
- BEAULIEU, J.J. y MIRON, J.A. (1993) Seasonal unit roots in aggregate U.S. data. *Journal of Econometrics*, 55, pp. 305-328.
- BOX, G.E.P. y JENKINS, G.M. (1976) *Time series analysis, forecasting and control*. Holden Day, 575 pp.
- CANOVA, F. y HANSEN, B.E. (1995) Are seasonal patterns constant over time? A test for seasonal stability. *Journal of Business and Economic Statistics*, 3, pp 237-252.
- CHANG, I y TIAO, G.C. (1983) Estimation of time series parameters in the presence of outliers. Technical Report, 8. Statistic Research Center. University of Chicago.

- CHANG, I, TIAO, G.C. y CHEN, C. (1988) Estimation of time series parameters in the presence of outliers. *Technometrics*, 30, pp 193-204.
- CHEN, C. y LIU, L. (1993) Joint estimation of model parameters and outlier effects in time series. *JASA*, 88, pp. 284-297.
- DICKEY, D.A., HASZA, D.P. y FULLER, W.A. (1984) Testing for unit roots in seasonal time series. *Journal of the American Statistical Association*, 79, pp. 355-367.
- FRANSES, P.H. (1991) Model selection and seasonality in time series. Tinbergen Institute Series n° 18. Erasmus University. Rotterdam.
- FRANSES (1994) Recent advances in modelling seasonality. *Econometric Institute Report 9467*, Erasmus University Rotterdam.
- FRANSES, P.H. y HALDRUP, N. (1994) The effects of additive outliers on tests for unit roots and cointegration. *Journal of Business and Economic Statistics*, 12, pp. 471-478.
- GHYSELS (1994) On the economics and econometrics of seasonality. En *Advances in Econometrics*, Sixth World Congress of the Econometric Society, C.A. Sims (Ed.). Cambridge University Press.
- GHYSELS, LEE y NOH (1994) Testing for unit roots in seasonal time series. *Journal of Econometrics*, 62, pp 415-462.
- HILLMER, S.C, BELL, W.R. y TIAO, G.C. (1983) Modelling considerations in the seasonal adjustment of Economic Time Series, en *Applied Time Series Analysis of Economic Data*, Zellner, A. (Ed.). pp. 74-100.
- HYLLEBERG, S. (Ed.) (1992) *Modelling Seasonality*. Advanced Texts in Econometrics. Oxford University Press.
- HYLLEBERG, S. (1994) Modelling seasonal variation. En *Nonstationarity Time Series Analysis and Cointegration*, C.P. Hargreaves (Ed.). Oxford University Press.
- HYLLEBERG, S. (1995) Test for seasonal unit roots. General to specific or specific to general? *Journal of Econometrics*, 69, pp. 5-25.
- HYLLEBERG, S., ENGLE, R.F., GRANGER, C.W.J. y YOO, B.S. (1990) Seasonal integration and cointegration. *Journal of Econometrics*, 44, pp. 215-238.
- JUSTEL, A., PEÑA, D. y SANCHEZ, M.J. (1993) Grupos de atípicos en modelos econométricos. *Cuadernos Económicos de ICE*, 55, pp. 285-325.
- LEDOLTER, J. (1987) The effects of outliers on the estimates and forecasts from ARIMA models. *ASA Proceedings of the Business and Economic Statistics Section*, pp. 453-458.
- _____ (1989) The effects of additive outliers on the forecasts from ARIMA models. *International Journal of Forecasting*, 5, pp. 231-240.
- LUCAS, A. (1995) An outlier robust unit root test with an application to the extended Nelson Plosser data. *Journal of Econometrics*, 66, pp. 153-173.
- MIRON, J.A. (1994) The economics of seasonal cycles. En *Advances in Econometrics*, Sixth World Congress of the Econometric Society, C.A. Sims (Ed.). Cambridge University Press.
- PEÑA, D. (1987) Measuring the importance of outliers in ARIMA models. *New Perspectives in theoretical and applied statistics*, Puri et al (Eds.), pp. 109-118.
- PEÑA, D. (1990) Influential observations in time series. *Journal of Business and Economic Statistics*, 8, pp 235-241.
- TIAO, G.C. (1985) Autoregressive moving average models, intervention problems and outlier detection in time series. En *Handbook of Statistics*, Vol. 5, Hannan, E.J. et al (Eds.), pp. 85-118.
- TRIVEZ, F.J. (1994) Efectos de los distintos tipos de outliers en las predicciones de los modelos ARIMA. *Estadística Española*, 36, pp 21-58.
- TRIVEZ, F.J. y NIEVAS, J. (1996) Analyzing the effect of additive outliers on sample autocorrelations. 50th Conference of the applied econometric association. The state of art 1974-1996. París, La Sorbonne, January 11-12.
- TSAY, R.S. (1986) Time series model specification in the presence of outliers. *JASA*, 81, pp. 132-141.
- _____ (1988) Outliers, level shift and variance change in time series. *Journal of Forecasting*, 7, pp. 1-20.