

UNA APLICACIÓN DEL ANÁLISIS DE RAÍCES UNITARIAS Y COINTEGRACION EN SERIES TEMPORALES: LA LEY DE WAGNER

Manuel Jaén García

Universidad de Almería

Recientes avances en el análisis de series temporales y la evidencia empírica disponible han mostrado que muchas series temporales macroeconómicas son no estacionarias y, en vez de ello, se conducen como procesos estocásticos en lugar de determinísticos (Ver Nelson y Plosser (1982), Meese y Singleton (1985), Wasserfallen (1986), Philips y Perron (1988), Mehra (1991). Es conocido que la no estacionariedad en datos macroeconómicos da lugar a muchos problemas econométricos. Las posibilidades de relaciones de regresión espúrea entre los niveles de variables macroeconómicas y la probabilidad de generar parámetros inconsistentes de las regresiones MCO existen a menos que las variables consideradas sean cointegradas.

Se sabe que, en el caso determinístico, un shock aleatorio, tal como un cambio político, produce una desviación temporal de la tendencia de crecimiento a largo plazo, pero en el caso de series estocásticas, da lugar a un efecto permanente.

La comunicación que presento examina, a la luz del análisis anterior, la evidencia empírica de la ley de Wagner para el caso español.

De una forma concisa, dicha ley expresa una relación a largo plazo entre el gasto público y la renta per cápita. Es decir:

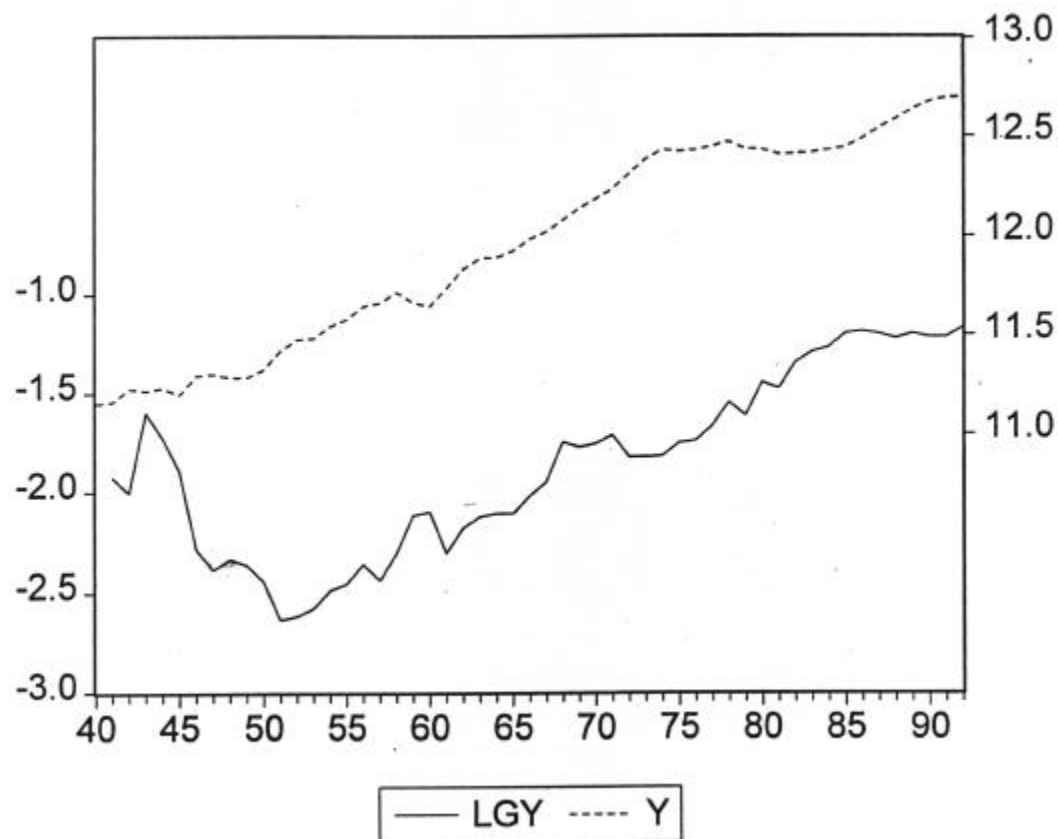
$$\ln (GP/PNB)=\alpha+\beta \ln (PNB/N) \quad (1)$$

dónde GP es el gasto público civil, PNB es el producto nacional bruto y N es la población. Considerándose todas las variables en términos reales.

El propósito de este trabajo es realizar una contrastación de la ley de Wagner para el caso español. Para ello se examina en primer lugar la estacionariedad de las series temporales mencionadas, utilizando los dos tipos de test usuales: Test ADF y Test de Perron. Una vez contrastada la no estacionariedad de las series considerándose, a la luz de los resultados obtenidos que ambas son I(1), se considera la posibilidad de cointegración entre ambas. La utilización de los tests usuales nos lleva a concluir la no cointegración entre ambas series. En

consecuencia, teniendo en cuenta los resultados obtenidos, concluimos la no validez de la ley de Wagner para el caso español, en el período objeto de estudio.

Los gráficos de las series que representamos a continuación nos indica, de forma intuitiva, la posible no estacionariedad de ambas



La primera etapa de nuestra investigación es examinar el orden de integración de cada serie de datos en la ecuación (1). Una serie X_t se dice que es integrada de orden d , $I(d)$, si se convierte en estacionaria después de diferenciarla d veces. En este caso X_t contiene de raíces unitarias. Para contrastar si una serie es $I(1)$ contra la alternativa $I(0)$ usamos el test de raíces unitarias desarrollado por Fuller (1976) y Dickey y Fuller (1981).

En su aplicación para la serie $\ln(PNB/N)$ obtenemos el siguiente resultado

VARIABLE	COEFICIENTE	ERROR STANDARD	ESTADÍSTICO T
----------	-------------	-------------------	---------------

D(ln PNB/ N_{t-1})	0.2838542	0.1412967	2.0089228
lnPNB/ N_{t-1}	-0.0932448	0.0572363	-1.6391210
C	0.9432710	0.5582871	1.6895806
TREND	0.0028801	0.0019304	1.5131247

Por tanto, tenemos un estadístico t muestral -1.6291 mientras los valores críticos de MacKinnon son al 1% -4.1458, al 5% -3.4987 y al 10% -3.1782 con lo cual no podemos rechazar la hipótesis nula de existencia de una raíz unitaria.

En el caso de ln GP/PNB el resultado obtenido es el siguiente:

VARIABLE	COEFICIENTE	ERROR STANDARD	ESTADÍSTICO T
D(LnGP/PNB $_{t-1}$)	0.0639661	0.1399677	0.4570064
LnGP/PNB $_{t-1}$	-0.1547825	0.0656911	-2.3562175
C	-0.6235746	0.2465384	-2.5293204
TREND	0.0051643	0.0019931	2.5910291

El estadístico t muestral es -2.3562. Dado que los valores críticos de MacKinnon son 1% -4.1498, 5% -3.5005 y 10% -3.1793 no podemos rechazar la hipótesis nula de existencia de una raíz unitaria.

En la economía española al igual que en el resto de las economías mundiales se produjo una fuerte crisis derivada de la subida de los precio del petróleo en 1973. Por ello se ha considerado conveniente realizar un nuevo análisis a partir de la suposición de la influencia de este acontecimiento sobre ambas series. Para ello se ha supuesto un cambio en la tendencia

aunque incluyendo retardos pues no podemos predecir de antemano el momento en que se produce la influencia de esa perturbación.

El test a utilizar en este caso es el de Perrón para un cambio en la tendencia incluyendo retardos.

La ecuación a contrastar es $y = C + \alpha DU1 + \beta TREND + \gamma DT1 + \mu Y_{t-1} + \pi \Delta Y_{t-1} + \varepsilon_t$

con las variables definidas en la siguiente forma

$DU1 = 0$ si $t < 1973$ y 1 si $t > 1973$

$DT1 = 0$ si $t < 1973$ y $t - TB$ si $t > 1973$

en la que la hipótesis nula es la igualdad a 1 del coeficiente de y_{t-1} y a cero de los coeficientes de $DU1$ y $DT1$.

Se ha realizado el contraste tanto para el estadístico $T(\alpha - 1)$ como para el estadístico t . En el primer caso, y para $\ln PNB/N$ obtenemos

VARIABLE	COEFICIENTE	ERROR STANDARD	ESTADÍSTICO T
C	1.7853541	0.8800048	2.0288003
DU1	-0.0216902	0.0252233	-0.8599260
TREND	0.077726	0.0032804	2.3693832
DT1	-0.0038364	0.0025368	-1.5122873
$\ln PNB/N_{t-1}$	0.8135387	0.0904637	8.9929893
$D(\ln PNB/N_{t-1})$	0.2172557	0.1473348	1.4745719

El estadístico muestral sería $T(\alpha - 1) = 52(0.8135387 - 1) = -9.6959876$; puesto que para $\lambda = 0.2$ (período de ruptura/período muestral), los valores críticos de Perron son al 1% -39.97, al 5% -29.95 y al 10% -25.5 no podemos rechazar la hipótesis de existencia de una raíz unitaria.

Efectuando el test para la primera diferencia de la serie obtenemos

VARIABLE	COEFICIENTE	ERROR	ESTADÍSTICO T
----------	-------------	-------	---------------

		STANDARD	
C	1.7853541	0.8800048	2.0288003
DU1	-0.0216902	0.0252233	-0.8599260
TREND	0.0077726	0.0032804	2.3693832
DT1	-0.0038364	0.0025368	-1.5122873
Ln PNB/ N_{t-1}	-0.1864613	0.0904637	-2.0611730
D(Ln PNB/ N_{t-1})	0.2172557	0.1473348	1.4745719

Para $\lambda=0.2$ los valores críticos son al 1% -4.65, al 5% -3.99 y al 10% -3.66 con lo cual no podemos rechazar la hipótesis de que los coeficientes de $\ln \text{PNB}/N_{t-1}$ DU1 y DT1 son cero, y, por tanto no podemos rechazar la hipótesis de existencia de una raíz unitaria utilizando el test de Perron.

Análogamente hemos realizado el test para la serie $\ln \text{GP}/\text{PNB}$ obteniendo los siguientes resultados

VARIABLE	COEFICIENTE	ERROR STANDARD	ESTADISTICO T
C	-0.5928923	0.2458529	-2.4115731
DU1	0.0357867	0.0706527	0.5065155
TREND	0.0045401	0.0025293	1.7950097
DT1	-0.0004724	0.0060358	-0.0782642
LnGP/ PNB_{t-1}	0.8357860	0.0774592	10.790014
D LnGP/ PNB_{t-1}	0.0698510	0.1475481	0.4734118

El estadístico muestral sería $T(\alpha -1) = 52(0.835786-1)=-8.539128$. Dado que para $\lambda=0.2$ los valores críticos son 1% -39.97 5% -29.95 10% -25.5 no podemos rechazar la hipótesis nula de existencia de una raíz unitaria.

En el caso de considerar la variable $\ln GP/PNB$ en primeras diferencias el resultado obtenido es el siguiente

VARIABLE	COEFICIENTE	ERROR STANDARD	ESTADÍSTICO T
C	-0.5928923	0.2458539	-2.4115731
DU1	0.0357867	0.0706527	0.5065155
TREND	0.0045401	0.0025293	1.7950097
DT1	-0.0004724	0.0060358	-0.0782642
$\ln GP/PNB_{t-1}$	-0.1642140	0.0774592	-2.1200064
$D\ln GP/PNB_{t-1}$	0.0698510	0.1475481	0.4734118

Dado que la t muestral es -2.12 y los valores críticos para $\lambda =0.2$ son al 1% -4.65, al 5% -3.99 y al 10% -3.66 no podemos rechazar la hipótesis de que los coeficientes de DU1 DT1 y $\ln GP/PNB_{t-1}$ son cero. Es decir, no podemos rechazar la hipótesis de existencia de una raíz unitaria.

Por último hemos realizado un análisis de la cointegración entre las variables:

Utilizando el test de cointegración de Engle y Granger el resultado obtenido es:

VARIABLE	COEFICIENTE	ERROR ESTÁNDAR	ESTADÍSTICO T
$D(\text{RESID}(-1))$	0.3165620	0.1376815	2.2992336
$\text{RESID}(-1)$	-0.0984914	0.0544957	-1.8073229

Los valores críticos de Mackinnon son 1% -4.6503, 5% -3.9753 y 10% -3.6416 con lo que dado que el estadístico t DF es -1.8073 no podemos rechazar la hipótesis nula de no cointegración entre las variables.

Para el segundo test utilizando el estadístico DW de la ecuación de cointegración (CRDW) obtenemos

VARIABLE	COEFICIENTE	ERROR ESTÁNDAR	ESTADÍSTICO T
C	-10.31380	0.9354242	-11.025832
Ln PNB/N	0.7057964	0.0780850	9.0388241
DW 0.215381			

Asimismo la consideración de los residuos de la regresión de cointegración nos confirma que estos no son estacionarios.

La proximidad a cero del estadístico DW no nos permite rechazar la hipótesis nula de no cointegración entre las variables.

El contraste RVAR o VAR restringido nos da el siguiente resultado:

Utilizando como variable dependiente D(Ln PNB/N)

VARIABLE	COEFICIENTE	ERROR ESTÁNDAR	ESTADÍSTICO T
C	0.0299926	0.0050712	5.9143424
RESIDUO(-1)	-0.0150534	0.0184548	-0.8156887

Utilizando como variable independiente $D(\ln GP/PNB)$

VARIABLE	COEFICIENTE	ERROR ESTÁNDAR	ESTADÍSTICO T
C	0.0470774	0.0196729	2.3930034
RESIDUO(-1)	-0.1656000	0.0550568	-3.0078011
$D(\ln PNB/N)$	-1.0939973	0.4233262	-2.5842894

La suma de los cuadrados de los estadísticos t de los residuos es, en este caso, 9.712215512 con lo que, dados los valores críticos 1% 18.3, 5% 13.6 y 10% 11.0, no podemos rechazar la hipótesis nula de no cointegración entre las variables.

Muchos econométricos han argumentado la superioridad del procedimiento de Johansen (1988, 1991) sobre el de Engle y Granger (1987). Entre otros argumentos dados en la literatura, está el hecho de que el procedimiento de Engle y Granger sugiere contrastar la hipótesis nula de no cointegración mientras que el procedimiento de Johansen sugiere contrastar la hipótesis nula de cointegración. Dada la baja potencia observada en los contrastes de raíces unitarias (y por lo tanto también de cointegración) el procedimiento de Engle y Granger tiende a rechazar la hipótesis nula de no cointegración menos frecuentemente de lo deseado. En consecuencia, y en aras de comprobar la robustez de los resultados obtenidos se ha realizado el contraste de Johansen obteniéndose el siguiente resultado¹:

Valores propios	Ratio Verosimilitud	de Valor Critico 5%	al Valor Critico 1%	Nº de Ecuaciones de Cointegración
0,155363	8,722614	15,41	20,04	Ninguna
0,005588	0,280170	3,76	6,65	A lo mas 1

Como vemos el Ratio de Verosimilitud rechaza cualquier cointegración al nivel del 5%

¹ Se Ha supuesto una línea de tendencia determinística en los datos.

Por otra los coeficientes normalizados de la ecuación de cointegración son los siguientes:

LN GP/PNB	LN PNB/N	C
1,0000	-1,001836 (0,22319)	13,87165
Log Verosimilitud	88,31945	

Observamos que la ecuación de cointegración nos indica una relación entre ambas variables de signo contrario a la predicha por la teoría.

Por último realizamos un test de causalidad en el sentido de Granger con el siguiente resultado

		Estadístico		
Hipótesis nula	4 retardos	8 retardos	12 retardos	
Ln PNB/N no es causada Granger por Ln GP/PNB	2.759441	2.111029	0.933210	
Ln GP/PNB no es causada Granger por Ln PNB/N	8.653619	1.544898	5.028434	

Dado que los valores del estadístico F son 2,37 al nivel de significación del 95% y 3,34 al nivel del 99% no podemos rechazar la hipótesis nula en el primer caso mientras que el segundo depende significativamente del número de retardos considerados.

CONCLUSIONES.

A lo largo de las páginas anteriores se ha realizado un análisis, a la luz de la metodología econométrica de raíces unitarias y cointegración, de la validez de la ley de

Wagner para el caso español. Dados los resultados obtenidos en los diversos test aplicados concluimos que las series $\ln GP/PNB$ y $\ln PNB/N$ son ambas integradas de orden uno y no existe relación de cointegración entre ellas. En consecuencia, es imposible afirmar la validez de la ley de Wagner para el caso español y el período temporal objeto de estudio

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Abizadeh, S. y Gray, J. (1985): "Wagner's Law: A Pooled Time-Series, Cross-Section Comparison". *National Tax Journal* 38 (2), pp. 209-218.
- Andic, S. y Veverka, J. (1964): "The Growth of Government Expenditure in Germany since the Unification". *Finanzarchiv*. Vol 23.
- André, C. y Delorme, R. (1978): "The Long-Run Growth of Public Expenditure in France". *Public Finance* 33 (1-2), pp. 42-66.
- Bird, R.M. (1971): "Wagner's Law of Expanding State Activity". *Public Finance* 26(1), pp. 1-26.
- Castells, A. (1991): "Factores Explicativos del Gasto Público: Una Aproximación Empírica". Instituto de Estudios Fiscales. Madrid.
- Comín, F.(1985): "La Evolución Temporal del Gasto del Estado en España 1901-1972:Contrastación Empírica de la Ley de Wagner y de la Teoría de Peacock y Wiseman".IEF.
- Comín,F.(1988): "Evolución Histórica del Gasto Público en España".UIMP.
- Chrystal, A. y Alt, J. (1979): "Endogenous Government Behaviour: Wagner's Law or Götterdämmerung?" en S.T. Cook y P.M. Jackson, eds. *Current Issues in Fiscal Policy*. Oxford: Martin Robertson.
- Dickey,D and Fuller, (1981): "The Likelihood Ratio Statistics for Autoregressive Time Series with a Unit Root". *Econometrica*, Vol 49, pp. 1057-72.
- Fuller, W. A. (1976): *Introduction to Statistical Time Series*". NewYork. Wiley.
- Engle,R. y Granger,C. (1987): "Cointegration and Error Correction: Representation, Estimation and Testing". *Econometrica* 55, pp. 251-276.
- Ganti, S. y Kolluri, B. R. (1979): "Wagner's Law of Public Expenditures: Some Efficient Results for the United States". *Public Finance* 34 (2). pp. 225-233.
- Goffmann, I. J. y Maher D. J. (1971): "The Growth of Public Expenditures in Selected Developing Nations: Six Caribbean Countries". *Public Finance* 26 (1), pp. 1-26.

- González-Páramo, J.M. y Raymond Bara, J.L. (1988): “¿Por qué Tiende a Crecer el Gasto Público?”. Papeles de Economía Española nº 37.
- Granger, W.J. y Newbold, P (1974): “Spurious Regressions in Econometrics”. Journal of Econometrics, Vol 2. nº 1. pp.111-120.
- Henning, J.A. y Tussing, A.D. (1974): “Income Elasticity of the Demand for Public Expenditures in the United States”. Public Finance 29 (3-4), pp. 325-341.
- Henrekson, M. (1993): “Wagner’s Law- A Spurious Relationship?”. Public Finance Vol 48 82) pp. 406-415.
- Hook, E. (1962): “Den Offentliga Sektorns Expansion”. Stockholm: Almquist y Wiksell.
- Johansen, S. (1988): “Statistical Analysis of Cointegration Vectors”. Journal of Economic Dynamics and Control 12. pp. 231-254.
- Johansen, S. y K. Joselius (1990): “Maximun Likelihood Estimation and Inference on Cointegration with Applications to the Demand for Money”. Oxford Bulletin of Economics and Statistics, Vol 52, nº 2, pp. 169-210.
- Johansen, S. (1991): “Estimation and Hypothesis Testing of Cointegration Vector in Gaussian Vector Autoregressive Models”. Econometrica, Vol 59, Nº 6, pp. 1551-1580.
- Lagares, M. J. (1975): “La Participación Creciente del Sector Público en la Economía Española: su Contrastación Empírica”. Hacienda Pública Española nº 36, pp.19-33.
- MacKinnon, R. (1990): “Critical Values for Cointegration Test”. Working Paper. University of California. San Diego.
- Mann, A.J. (1980): “Wagner’s Law: An Econometric Test for Mexico, 1925-1976”. National Tax Journal 33(2) pp. 189-201.
- Meese, R. and K.J. Singleton (1982): “On Unit Roots and the Empirical Modeling of Exchange Rates”. Journal of Finance, Vol. 37, pp. 1029-35.
- Mehra, Y. : “Wage Growth and the Inflation Process: An Empirical Note”. American Economic Review, Vol 81, Nº 4, pp. 931-37
- Michas, N.A. (1975): “Wagner’s Law of Public Expenditures: What is the Appropriate Measurement for a Valid Test?”. Public Finance 30. pp. 77-84.

- Musgrave, R.A. (1969): "Fiscal Systems". New Haven and London. Yale University Press.
- Nelson, C. and C.I. Plosser (1982): "Trends and Random Walks in Macroeconomic Time Series, Some Evidence and Implications". *Journal of Monetary Economics*, N° 10, pp. 139-62
- Perron, P (1989): "The Great Crash, The Oil Price Shock and the Unit Root Hypothesis". *Econometrica*, Vol 57 n° 6, pp. 1361-1401.
- Phillips, P. and P. Perron (1988): "Testing for a Unit Roots in Time Series regression". *Biometrika*, Vol 15, pp. 335-346.
- Pryor, F.L. (1968): "Public Expenditures in Communist and Capitalist Nations". Homewood, Ill. Richard D. Irwin.
- Ram, R. (1987): "Wagner's Hypothesis in Time-Series and Cross-Section Perspectives: Evidence from "Real" Data for 115 Countries". *Review of Economics and Statistics* 62(2), pp. 194-204.
- Raymond Bara, J.L. y González Páramo, J.M. (1988). "Deficit, impuestos y Crecimiento del Gasto Público". *Papeles de Economía Española* n° 37.
- Stock, J. M. y Watson, M.H. (1988): "Variable Trends in Economic Time Series". *Journal of Economics Perspectives*, Vol 2 n° 3 pp. 147-74.
- Tedde, P. (1981): "El gasto público en España (1875-1906): Un Análisis Comparativo con las Economías Europeas". *Hacienda Pública Española* n° 69, pp. 237-265.
- Utrilla de la Hoz, A. (1990): "Dimensión y Crecimiento del Gasto Público: Teoría y Evidencia". *Hacienda Pública Española* n° 115.
- Wagner, A. (1883,1890): "Finanzwissenschaft", 2ª y 3ª edición Leipzig. Parcialmente reimpresso en R.A. Musgrave y A.T. Peacock eds (1958): "Classics in the Theory of Public Finance". London. Mcmillan.
- Wagner, R. E. y Weber, W. E. (1977): "Wagner's Law, Fiscal Institutions, and the Grow of Government". *National Tax Journal* 30 (1), pp. 59-68.
- Wasserfallen, W. (1986): "Non-stationarities in Macroeconomic Time Series- Further Evidence and Implications". *Canadian Journal of Economics*, N° 3 pp. 498-510.