

**DISTRIBUCIÓN DEL NÚMERO DE EXTRACCIONES CON  
REEMPLAZAMIENTO PARA OBTENER UNA MUESTRA  
DE COSTO FIJO DE UNA POBLACIÓN FINITA**

JULIÁN SANTOS PEÑAS Y MARIANO RUIZ ESPEJO

Departamento de Economía Aplicada Cuantitativa

U.N.E.D.

## **1. Introducción**

Determinamos la función de cuantía del número de extracciones con reemplazamiento para obtener una muestra de costo fijo de una población finita de tamaño  $N$ .

En el muestreo aleatorio simple sin reemplazamiento de tamaño  $n$ , con  $1 \leq n < N$ , el coste de observación es  $nc$ , siendo  $c$  el coste por unidad observada. En el muestreo aleatorio simple con reemplazamiento de tamaño  $n$ , el coste de observación es  $vc$ , una variable aleatoria, donde  $v$  es el número de unidades distintas o diferentes de la población finita seleccionadas en la muestra, cuya función de cuantía ha sido proporcionada en Ruiz Espejo (1994).

Un enfoque económico del problema es partir de un costo o presupuesto fijo  $nc$ , donde  $n$  es el número de unidades distintas observadas, pudiendo aparecer unidades repetidas (ya sin coste) en la muestra, hasta la selección de la unidad distinta  $(n + 1)$ -ésima por primera vez que ya no se procederá a observarla y deteniendo aquí el proceso de selección de unidades con reemplazamiento y probabilidades iguales a  $1/N$  en cada extracción.

Aplicando una metodología análoga para obtener la función de cuantía de la variable aleatoria  $v$ , podemos deducir la función de cuantía de la variable aleatoria  $E =$  "número de extracciones con reemplazamiento y probabilidades iguales para obtener una muestra de  $n$  unidades distintas, hasta obtener por primera vez la unidad distinta  $(n + 1)$ -ésima" que no se contabiliza a efectos de coste, al no observarse esta última unidad, ni incluirse en la muestra.

## 2. FUNCIÓN DE CUANTÍA

Aplicando la regla de Laplace, para  $\epsilon = n, n + 1, n + 2, \dots$  tenemos la siguiente función de cuantía:

$$p(\epsilon) = \frac{N!}{N^n (N - n)!} \left( \frac{n}{N} \right)^{\epsilon - n} \frac{N - n}{N} x$$

$$x \left( \sum_{i_1=1}^{\epsilon - n + 1} \sum_{i_2=i_1+1}^{\epsilon - n + 2} \dots \sum_{i_n-1=i_{n-2}+1}^{\epsilon - 1} P_{\epsilon}^{i_1, i_2 - i_1, \dots, i_{n-1} - i_{n-2}, \epsilon - i_{n-1}} \right)$$

donde P indica el número de permutaciones con repetición. Finalmente, la media muestra  $y_s$ , con el diseño de muestreo aleatorio simple con reemplazamiento de coste fijo nc, es un estimador insesgado para la media poblacional y, pues

$$E(\overline{y_s}) = E[E(\overline{y_s} | \epsilon)] = E(\overline{y}) = \overline{y}$$

## BIBLIOGRAFÍA

Casas Sánchez, J.M. y Santos Pefías, J. (1995): Introducción a la *Estadística* para Economía y Administración de Empresas, Editorial CERA, Madrid.

Fernández-Abascal, H., Guijarro, M.M., Rojo, J.L. y Sanz, J.A. (1994): *Cálculo de Probabilidades y Estadística*, Ariel Económica, Barcelona.

Ruiz Espejo, M. (1994): Distribución del número de unidades distintas en una muestra aleatoria simple con reemplazamiento de una población finita. *Rev. Acad. Cienc. Zaragoza* 49, 117-118.