

MODELIZACION UNIVARIANTE DE LOS TIPOS DE INTERES SOBRE REPOS A 1 DIA

AFONSO RODRIGUEZ, JULIO ANGEL
BRUNO PEREZ, NESTOR
Dpto.Economía Aplicada
Dpto.Economía Financiera y Contabilidad
Facultad C.Económicas y Empresariales
Universidad de La Laguna

1. Introducción

Si se define la Estructura Temporal de Tipos de Interés (ETTI) como la relación funcional entre los tipos de interés al contado y el plazo al que están referidos, un primer problema que se plantea a la hora de su determinación se deriva del hecho de que los tipos de interés al contado tan sólo se pueden obtener a partir de activos financieros emitidos al descuento o de tipo cupón cero. Así, la gran mayoría de trabajos sobre la ETTI en España están referidos al mercado interbancario o al mercado de letras del Tesoro.

Además, el mercado secundario de letras del Tesoro es poco activo, sobre todo con aquellas letras con menos de 3 meses de vida. Por ello, para plazos inferiores a los tres meses se han utilizado datos procedentes de operaciones simultáneas, que son equivalentes a instrumentos emitidos al descuento con una vida igual al plazo de la simultánea.

Así, antes de cualquier análisis de los mercados de renta fija resulta necesario estimar los tipos de interés al contado para distintos plazos. En este trabajo se aborda la modelización univariante de la serie de tipos de interés sobre Repos de letras del Tesoro a 1 día en España para el período 2/1/1991-30/12/1994, siguiendo los métodos y procedimientos del análisis de series temporales y haciendo especial referencia a la dificultad de aplicar ciertos resultados conocidos (como es el caso de los contrastes de raíces unitarias) cuando la serie presenta claros alejamientos de la hipótesis de linealidad (como en el caso de efectos ARCH o serie condicionalmente heterocedástica) y de normalidad. Igualmente se estudia la posibilidad de la existencia de asimetrías, en el sentido de una respuesta diferenciada ante shocks positivos o negativos, tanto en la ecuación de la media como de la varianza, y la posible existencia de efectos día de la semana y la influencia del volumen de contratación sobre la evolución de la serie estudiada.

2. Análisis Empírico del Tipo de Interés Spot

En esta Sección se estudia el comportamiento empírico de la serie considerada con el objeto de descubrir aquellas regularidades que permitan obtener un modelo univariante apropiado para la descripción de la misma.

2.1. Distribución Empírica

En la Tabla 1 se puede observar que la serie es ligeramente asimétrica y platicúrtica, pero lo suficiente como para que los contrastes no paramétrico de Kolmogorov-Smirnov y χ^2 rechacen la hipótesis de normalidad a cualquier nivel de significación, tanto para la serie original como estandarizada con la media y varianza muestral.

La estructura de correlación muestra un lento decrecimiento de la FAS y de la FAP, consistente con el supuesto de no estacionariedad que podría establecerse a partir del análisis gráfico de la serie. Veremos en el siguiente punto como la contrastación de esta hipótesis presenta algunas dificultades derivadas de la estructura no lineal de la serie.

2.2. Estacionariedad. Contrastes de Raíces Unitarias

En esta sección estudiamos la contrastación de raíces unitarias en modelos autorregresivos (contrastes de estacionariedad) para la serie observada utilizando los contrastes de Dickey-Fuller (DF).

Uno de los principales problemas de los contrastes de raíces unitarias es su escasa potencia, es decir, su escasa capacidad para distinguir entre la hipótesis nula y diversas alternativas situadas en un entorno próximo a ésta. También se ha de considerar que en la aplicación empírica de los contrastes de raíces unitarias, pueden aparecer dificultades para especificar correctamente el modelo a partir del cual se debe realizar el contraste de esta hipótesis nula. Esto junto con el hecho de que puede ocurrir que el proceso generador de datos viole algunos de los supuestos asumidos para la tabulación de las distribuciones de los contrastes amplía considerablemente las vías de investigación teórica y empírica sobre la distribución de los contrastes propuestos.

En este caso nos encontramos con que los contrastes DF rechazan la hipótesis nula de integración de orden 1 cuando observamos que el comportamiento de la serie es claramente no estacionario y la evidencia obtenida del análisis de autocorrelaciones así lo corrobora (Tabla 2.1.A.).

La ecuación de regresión empleada para el contraste es la siguiente:

$$\Delta \ln T1_t = \mu + \beta(t-T/2) + \alpha \ln T1_{t-1} + u_t \quad (1)$$

donde $\{T1_t\}$ es la serie de tipos de interés spot en niveles, $\{\Delta \ln T1_t\}$ es la primera diferencia de la serie tomada en logaritmos, μ es un término constante, β el parámetro de tendencia y α el parámetro empleado para contrastar la hipótesis nula de integración de orden 1. Se asume que $\{u_t\}$ es una secuencia de variables aleatorias idéntica e independientemente distribuidas, con media 0 y varianza σ_u^2 .

Los estadísticos de la regresión para contrastar la autocorrelación señalan que este término de perturbación presenta correlación serial, lo que nos llevará a especificar un modelo DFA (Tabla 2.2.A y B),

$$\Delta \ln T1_t = \mu + \beta(t-T/2) + \alpha \ln T1_{t-1} + u_t + \delta_1 \Delta \ln T1_{t-1} + \delta_2 \Delta \ln T1_{t-2} \quad (2)$$

mientras que los contrastes de heterocedasticidad sobre el término de perturbación rechazan la hipótesis de homocedasticidad, siendo especialmente significativo el contraste para errores ARCH(1) de Engle (1982) y Bollerslev (1986) de la forma

$$\begin{aligned} u_t &= v_t \cdot \sigma_t \\ \sigma_t^2 &= \alpha_0 + \alpha_1 u_{t-1}^2 \end{aligned}$$

donde $v_t \sim \text{i.i.d.} N(0,1)$.

La evidencia presentada en Kim y Schmidt (1993) y en Hecq y Urbain (1993) en el caso de contrastes de raíces unitarias con heterocedasticidad condicional indican que si el proceso ARCH no está próximo a la integración, el problema del sobrerrechazo de la hipótesis nula de integración en media de los contrastes t de DF se solucionará en principio empleando la corrección por heterocedasticidad de White (1980), siendo ésta la aproximación considerada en la Tabla 2.1.B y 2.2.B, donde se acepta correctamente la hipótesis nula. En todo caso, la precisión de los contrastes DF en presencia de heterocedasticidad dependerá de la proximidad del proceso de la varianza a la integración y de la magnitud del coeficiente autorregresivo del proceso ARCH, α_1 .

Se han estimado diversos modelos tipo ARCH a partir de los errores de la ec.(2) y en todos ellos se obtiene un grado de integración no muy elevado (Tabla 2.3) y, en todo caso, alejado de los niveles que en los trabajos citados determinarían una baja potencia de los contrastes DF, lo que nos permite considerar que la estacionariedad de la serie se alcanza con la primera diferencia regular.

El análisis de correlación de la serie $\{\Delta \ln T1_t\}$ nos permite identificar ciertas estructuras que nos llevan a identificar un modelo AR(2) como el más próximo al proceso generador de la serie (Tabla 3.A), aunque como veremos en el siguiente apartado aún persisten ciertas regularidades en los momentos de orden elevado de sus residuos que cuestionan la adecuación total de esta especificación.

2.3. Dinámica Nolineal

La mayoría de los modelos propuestos para el manejo de series temporales no lineales se caracterizan por generar series temporales que exhiben poca o nula correlación serial, y sin embargo la serie no es estocásticamente independiente de sus valores retardados. Ello implica que los contrastes tradicionales de dependencia lineal (tales como los coeficientes de autocorrelación,...) no detectarán la dependencia no lineal. Tal es el caso de los modelos media móvil no lineal, los modelos threshold autorregresivos, los modelos bilineales y los modelos tipo ARCH.¹

Así, siguiendo a McLeod y Li (1983) hemos aplicado los contrastes Box-Pierce y Ljung-Box a los coeficientes de autocorrelación de los residuos cuadráticos del modelo AR(2) bajo la hipótesis de que si $\{\varepsilon_t\}$ es la secuencia de residuos independientes, también lo será $\{\varepsilon_t^2\}$ ², y encontramos estructuras dinámicas que permiten detectar dependencias estadísticas no lineales en los residuos del modelo ajustado.

Tsay (1986) desarrolla un contraste para detectar cualquier tipo de no linealidad, mientras que Hsieh (1989) desarrolla un contraste similar al de Tsay, pero que discrimina entre dos tipos de dependencia no lineal: aditiva y multiplicativa, que son las más estudiadas y las más frecuentemente observadas en la práctica.

A. Dependencia Aditiva y Multiplicativa

Sea $\{\varepsilon_t\}$ los datos filtrados linealmente, es decir, los residuos del modelo AR(2). Podemos distinguir dos tipos de dependencia no lineal en $\{\varepsilon_t\}$:

Dependencia aditiva: $\varepsilon_t = v_t + f(\Delta \ln T1_{t-1}, \dots, \Delta \ln T1_{t-k}, \varepsilon_{t-1}, \dots, \varepsilon_{t-k})$

Dependencia multiplicativa: $\varepsilon_t = v_t \cdot f(\Delta \ln T1_{t-1}, \dots, \Delta \ln T1_{t-k}, \varepsilon_{t-1}, \dots, \varepsilon_{t-k})$,

donde v_t es una variable aleatoria i.i.d. con media cero e independiente de los $\Delta \ln T1_t$ y ε_t pasados, y $f(\cdot)$ es una función no lineal arbitraria de $\Delta \ln T1_{t-1}, \dots, \Delta \ln T1_{t-k}, \varepsilon_{t-1}, \dots, \varepsilon_{t-k}$ para algún k finito. La dependencia aditiva postula que la no linealidad se introduce sólo a través de la media del proceso (modelos media móvil no lineal, threshold autorregresivo y bilineal), mientras que la dependencia multiplicativa postula que la no linealidad se introduce sólo a través de la varianza del proceso (modelos ARCH). El modelo ARCH-M de Engle, Lilien y Robins (1987) es un híbrido puesto que la no linealidad se introduce tanto a través de la media como de la varianza del proceso.

¹Ver C.W.J.Granger y T.Teräsvirta (1993) para una revisión de todas estas especificaciones no lineales.

²Este razonamiento también es aplicable a los coeficientes de autocorrelación de los residuos absolutos $|\varepsilon_t|$ que presentan un nivel de correlación serial incluso superior al de los residuos cuadráticos.

Tanto la no linealidad aditiva como la multiplicativa implican que ε_t^2 está correlacionado con sus propios retardos, pero sin embargo, la dependencia multiplicativa implica que

$$E[\varepsilon_t | \Delta \ln T_{t-1}, \dots, \Delta \ln T_{t-k}, \varepsilon_{t-1}, \dots, \varepsilon_{t-k}] = 0, \quad (3)$$

mientras que la dependencia aditiva implica que

$$E[\varepsilon_t | \Delta \ln T_{t-1}, \dots, \Delta \ln T_{t-k}, \varepsilon_{t-1}, \dots, \varepsilon_{t-k}] \neq 0, \quad (4)$$

lo que nos permitiría distinguir entre ambos tipos de no linealidad. En el siguiente punto se presentan los contrastes propuestos para tal propósito.

B. Contrastes de Dependencia No lineal

El contraste de Tsay (1986) parte de una representación muy general de una serie temporal estacionaria, el desarrollo de Volterra, para derivar un contraste en 3 etapas que se basa en encontrar productos cruzados significativos entre la serie objeto de estudio y los errores de las regresiones propuestas. Se obtienen así dos estadísticos de contraste de la hipótesis nula de linealidad, F y C³, basados en la significación conjunta de la regresión propuesta en la etapa (iii), distribuidos ambos como F-Snededor con grados de libertad m , $(T-M-m-1)$ y $M, (T-M-1)$ respectivamente, donde $m=M(M+1)/2$.

Por otro lado, Hsieh (1989) formula los resultados en (3) y (4) en términos de un coeficiente de autocorrelación de tercer orden para los residuos del modelo AR(2), $\{\varepsilon_t\}$, $\rho_{\varepsilon\varepsilon\varepsilon}(i,j) = E(\varepsilon_t \cdot \varepsilon_{t-i} \cdot \varepsilon_{t-j}) / \rho_{\varepsilon}^3$, estableciendo la no linealidad multiplicativa como la hipótesis nula, $H_0: \rho_{\varepsilon\varepsilon\varepsilon}(i,j) = 0 \forall i,j > 0$, frente a la alternativa de no linealidad aditiva, $H_1: \rho_{\varepsilon\varepsilon\varepsilon}(i,j) \neq 0$ para algún $i,j > 0$. La estimación de $\rho_{\varepsilon\varepsilon\varepsilon}(i,j)$ es,

$$r_{\varepsilon\varepsilon\varepsilon}(i,j) = \left[\frac{1}{T} \sum_{\substack{t=1 \\ i \neq j}}^T \varepsilon_t \cdot \varepsilon_{t-i} \cdot \varepsilon_{t-j} \right] \left[\frac{1}{T} \sum_{t=1}^T \varepsilon_t^2 \right]^{1.5}.$$

Bajo H_0 , $\sqrt{T}[r_{\varepsilon\varepsilon\varepsilon}(i,j) / (\omega(i,j) / \sigma_{\varepsilon}^6)^{0.5}]$, se distribuye asintóticamente normal estándar, siendo la varianza $\omega(i,j) / \sigma_{\varepsilon}^6$ estimada consistentemente por,

$$\left[\frac{1}{T} \sum_{\substack{t=1 \\ i \neq j}}^T \varepsilon_t^2 \cdot \varepsilon_{t-i}^2 \cdot \varepsilon_{t-j}^2 \right] \left[\frac{1}{T} \sum_{t=1}^T \varepsilon_t^2 \right]^3.$$

Hsieh interpreta el contraste de Tsay en estos términos, de forma que en aquél se contrasta conjuntamente la hipótesis de linealidad, es decir, $H_0: \rho_{\varepsilon\varepsilon\varepsilon}(i,j) = 0 \forall i > 0, j < k$, contra la alternativa de no linealidad general, $\rho_{\varepsilon\varepsilon\varepsilon}(i,j) \neq 0$, que puede descomponerse en las 2 clases de dependencia no lineal consideradas anteriormente: aditiva si $\rho_{\varepsilon\varepsilon\varepsilon}(i,j) \neq 0$ para algún $i,j > 0$ y multiplicativa si $\rho_{\varepsilon\varepsilon\varepsilon}(i,j) = 0 \forall i,j > 0$.

Una diferencia fundamental entre ambos contrastes es que en Tsay (1986) se asume que ε_t es i.i.d., mientras que Hsieh considera sólo que $E[\varepsilon_t | \varepsilon_{t-1}, \dots, \varepsilon_{t-k}] = 0$. Esto hace que el contraste de Tsay sólo tenga buena potencia contra no linealidad aditiva, presentando baja potencia contra no linealidad multiplicativa.

En la Tabla 4 se presentan los resultados de ambos contrastes y se puede observar como el contraste de Tsay, para $M=2$, rechaza la hipótesis de linealidad, mientras que el contraste de Hsieh concreta la no linealidad de la serie estudiada en multiplicativa, registrando la aceptación de la hipótesis nula $\forall i,j$ considerado al nivel de significación del 1%, excepto para $i,j = 3,3$ y $4,1$ al nivel del 5% y para $i,j = 4,3$ al nivel del 10%.

³La diferencia entre ambos estadísticos es que el segundo, C, considera la posibilidad de no linealidad concurrente o simultánea en la estructura de dependencia no lineal.

Estos resultados, junto con los presentados en la Tabla 3.B sobre contrastes de errores ARCH(1) y no linealidad en los errores tipo Bilineal, BL(0,0,1,1) y BL(0,0,1,1)-ARCH(1), apuntan a que la fuente de no linealidad presente en la serie objeto de estudio es la que hemos denominado aditiva, es decir, errores condicionalmente heterocedásticos.

En lo que sigue profundizaremos en la especificación más apropiada para este proceso.

3. Modelos Consistentes con las Regularidades Empíricas

A. Modelos de Varianza Condicional

La modelización del tipo de interés a 1 día parte de una especificación lineal para la media condicional, en este caso, un modelo AR(2):

$$\Delta \ln T1_t = \phi_0 + \phi_1 \Delta \ln T1_{t-1} + \phi_2 \Delta \ln T1_{t-2} + \varepsilon_t$$

donde $\{\varepsilon_t\}$ es una secuencia de variables aleatorias i.i.d., con distribución marginal $(0, \sigma_\varepsilon^2)$ y distribución condicional dada por:

$$\varepsilon_t | I_{t-1} \sim (0, \sigma_t^2)$$

donde I_{t-1} es el conjunto de información disponible hasta el instante $t-1$. Este conjunto de información permitirá especificar distintas parametrizaciones para la varianza condicional del proceso, σ_t^2 .

Se obtiene así un modelo que consta de un filtro lineal aplicado a un input condicionalmente heterocedástico, es decir:

$$\varepsilon_t = \sigma_t \cdot z_t, \quad (5)$$

con $z_t \sim \text{i.i.d.}(0,1)$.

Formulamos, a continuación, la varianza condicional siguiendo las siguientes parametrizaciones:

ARCH(q):

$$\sigma_t^2 = \alpha_0 + \sum_{i=1}^q \alpha_i \varepsilon_{t-i}^2, \quad (6)$$

para $i=1,2,3$. La correcta especificación del modelo requiere que $\alpha_0 > 0$, $\alpha_i \geq 0 \forall i$ y que todas las raíces del polinomio característico $[1 - \sum_{i=1,q} \alpha_i \lambda^i] = 0$ caigan estrictamente fuera del círculo de radio unidad.

GARCH(p,q):

$$\sigma_t^2 = \alpha_0 + \sum_{i=1}^q \alpha_i \varepsilon_{t-i}^2 + \sum_{j=1}^p \beta_j \sigma_{t-j}^2, \quad (7)$$

para $(i,j) = (1,1), (1,2), (2,1), (2,2)$. De nuevo, para que el modelo quede perfectamente definido se ha de cumplir que $\alpha_0 > 0$, $\alpha_i, \beta_j \geq 0 \forall i,j$ y que todas las raíces del polinomio característico $[1 - \sum_{i=1,q} \alpha_i \lambda^i - \sum_{j=1,p} \beta_j \lambda^j] = 0$ caigan estrictamente del círculo de radio unitario.

Las condiciones de no negatividad son impuestas para asegurar que la varianza sea positiva, mientras que las referidas a las raíces se refieren a la estacionariedad del proceso, que conlleva la existencia de la varianza marginal.

Los resultados de la estimación se presentan en la Tabla 5.

En general, aunque en todos los modelos la mayoría de los parámetros son altamente significativos, se producen claras violaciones de las restricciones de estacionariedad y de positividad de algunos parámetros, junto con algunos problemas de convergencia. El algoritmo empleado es el algoritmo de Berndt, Hall, Hall y Hausman (1973) para maximizar conjuntamente las ecuaciones de media y varianza condicional.

Además, aun cuando estos modelos permiten capturar algunas de las regularidades empíricas más características de los datos financieros de alta frecuencia, el conjunto de

restricciones impuestas, además de producir grandes dificultades en el proceso de estimación numérica de los parámetros del modelo, pueden ocasionar errores en la correcta especificación del proceso. Estos pueden ser:

- i) Una excesiva *inercia* en la dinámica de la función, puesto que todo shock tendrá un efecto estrictamente positivo sobre todas las varianzas futuras. Ello supone que estos modelos no son capaces de capturar comportamientos oscilatorios de la varianza y su capacidad de reacción ante una sucesión de perturbaciones no homogéneas (con distinta pauta) es muy limitada. Por tanto, el modelo podría realentizar en exceso la incorporación de nueva información ante una situación de cambio frecuente en la volatilidad.
- ii) Una respuesta simétrica de la varianza a los errores en cada período. Así, el efecto de las innovaciones sobre la varianza es independiente de que éstas sean positivas o negativas. Estos modelos no permiten analizar en qué medida las malas noticias (rendimientos menores que los esperados) generan más volatilidad que las buenas (rendimientos superiores a los esperados), una regularidad empírica encontrada frecuentemente.

Una especificación que permite recoger respuestas asimétricas de la varianza condicional a las innovaciones pasadas y que no requiere la imposición de restricciones de no negatividad es el modelo EGARCH(p,q) de Nelson (1991):

$$\log \sigma_t^2 = \alpha_0 + \sum_{j=1}^p \beta_j \log \sigma_t^2 + g(z_{t-1}) + \sum_{i=1}^q \alpha_i g(z_{t-1-i}), \quad (8)$$

donde los parámetros β_j no están restringidos en signo, $g(\cdot)$ es una función asimétrica de los residuos estandarizados pasados dados por (5), $z_t = \varepsilon_t / \sigma_t$. El proceso es estacionario si las raíces del polinomio $[1 - \sum_{j=1,p} \beta_j \lambda^j] = 0$ caen estrictamente fuera del círculo de radio unitario.

La forma elegida por Nelson (1991) para $g(\cdot)$ es

$$g(z_{t-1}) = \delta z_{t-1} + \theta [|z_{t-1}| - E(|z_{t-1}|)]$$

que bajo la normalidad de $\{z_t\}$, se convierte en

$$g(z_{t-1}) = \delta z_{t-1} + \theta [|z_{t-1}| - (2/\pi)^{1/2}]$$

Para $-\infty < z_{t-1} < 0$, la pendiente de $g(\cdot)$ es igual a $-1 + \delta$, mientras que para $0 \leq z_{t-1} < +\infty$, la pendiente es $1 + \delta$. Así, la función $g(\cdot)$ permite que las innovaciones estandarizadas influyan la varianza condicional asimétricamente. El término $|z_{t-1}| - E(|z_{t-1}|)$ mide el efecto magnitud, mientras que el término δz_{t-1} mide el efecto signo o apalancamiento.

Dependiendo del signo de los coeficientes, δ y θ , el efecto signo puede reforzar o compensar parcialmente el efecto magnitud.

Para obtener evidencia de este comportamiento asimétrico, Engle y Ng (1993) desarrollan unos contrastes que pueden aplicarse tanto a los residuos de modelos de volatilidad condicional previamente estimados para obtener evidencia de insuficiencia en la explicación que proporciona a la formación de la volatilidad como a los datos de partida para explorar la naturaleza de una volatilidad variable en el tiempo, sin imponer inicialmente un modelo de volatilidad.

Los resultados de la Tabla 6 obtenidos de la aplicación a los residuos del modelo AR(2) indican que el tamaño de los shocks de rendimientos negativos y positivos tienen efectos significativos y diferenciados sobre el comportamiento de la varianza del proceso. Se emplea entonces un modelo EGARCH(1,0) cuyos resultados de estimación se presentan en la Tabla 7:

$$\log \sigma_t^2 = \alpha_0 + \beta_1 \log \sigma_{t-1}^2 + \delta z_{t-1} + \theta [|z_{t-1}| - (2/\pi)^{1/2}].$$

En general, los resultados son más satisfactorios, incluyendo la estacionariedad del proceso que se cumple cuando $|\beta_1| < 1$. Además, dado que $\theta > 0$ y $-1 < \delta < 0$, se tiene que una innovación negativa ($z_t < 0$) será seguida de una volatilidad superior a la de una innovación positiva ($z_t > 0$), lo que es consistente con el efecto apalancamiento observado en el mercado de valores.

B. Especificaciones Alternativas

A partir del modelo AR(2) se han empleado variables dummy para contrastar la posible influencia de los signos de los shocks, los días de la semana y el volumen de negociación en la ecuación de la media condicional con la siguiente especificación:

$$\Delta \ln T1_t = \phi_0 + \phi_1 \Delta \ln T1_{t-1} + \phi_2 \Delta \ln T1_{t-2} + \sum_{i=1}^m \gamma_i \text{POS}_{t-i} + \sum_{i=1}^m \omega_i \text{NEG}_{t-i} \\ + \lambda_1 D_{\text{LUN},t} + \lambda_2 D_{\text{MAR},t} + \lambda_3 D_{\text{MIE},t} + \lambda_4 D_{\text{JUE},t} + \lambda_5 \text{VOL}_t$$

donde $\text{POS}_t = \Delta \ln T1_t$ si $\Delta \ln T1_t \geq 0$, o en otro caso, $\text{NEG}_t = \Delta \ln T1_t$ si $\Delta \ln T1_t < 0$, o en otro caso, D_{LUN} , D_{MAR} , D_{MIE} , D_{JUE} y D_{VIE} son iguales a 1 el día de la semana que indican y 0 en el resto, y VOL_t es el volumen de negociación diario.

La hipótesis de asimetría puede contrastarse de dos formas:

- i) El impacto total de un incremento en el precio pasado es el mismo que el de un descenso de precios:

$$H_0: \sum_{i=1,m} \gamma_i = \sum_{i=1,m} \omega_i \\ H_1: H_0 \text{ no es cierta}$$

- ii) La velocidad de ajuste de un incremento de precios es igual a la de un descenso:

$$H_0: \gamma_i = \omega_i \forall i \\ H_1: H_0 \text{ no es cierta.}$$

En ninguno de los casos se ha encontrado un efecto significativo así como para el resto de variables incluidas en esta especificación. Por lo tanto mantenemos como especificación más aproximada la apuntada en el apartado anterior [EGARCH(1,0)].

4. Conclusiones

En este trabajo hemos observado las extremas dificultades que se presentan para lograr una correcta modelización del tipo de interés spot a 1 día para el período 1991-1994, dada la alta no linealidad encontrada en la serie así como el hecho de que recoge todas las importantes perturbaciones acaecidas durante este período, especialmente las sucesivas devaluaciones de la peseta entre finales de 1992 y comienzos de 1993. A esto se une la posterior evolución a la baja seguida por los tipos de interés en España

Este estudio ha sido sólo una primera aproximación a la modelización de una serie tan compleja empleando tanto herramientas tradicionales del análisis de series temporales como algunas de técnicas más recientes del mismo. Las dificultades encontradas dejan abierta la posibilidad de emplear técnicas más avanzadas y, sobre todo, más flexibles: modelos Threshold Autorregresivos, Modelización Semiparámetrica.

Apéndice Estadístico

Tabla 1: *Análisis Descriptivo de la serie {T1_t}*

T = 996	
$\mu = 11.0605 (0.073)^1$	<i>Autocorrelación:</i>
$\sigma^2 = 5.29134$	FAS
$\sigma = 2.30029$	$\rho_1 = 0.984 (0.0317)^1$
<i>Normalidad:</i>	$\rho_2 = 0.975 (0.0543)^1$
$g_1 = -0.29060 (0.077)^1$	$\rho_3 = 0.968 (0.0697)^1$
$\kappa = -0.96858 (0.155)^1$	$\rho_4 = 0.959 (0.0821)^1$
$k-s(\mu, \sigma) = 4.063 [0.000]^2$	$\rho_5 = 0.950 (0.0927)^1$
$k-s(0,1) = 31.559 [0.000]^2$	$Q(5) = 0.468E+04$
$\chi^2 = 128.663 [1.000]^3$	$Q(10) = 0.905E+04$
	FAP
	$\phi_1 = 0.984 (0.03169)^1$
	$\phi_2 = -0.0215 (0.03169)^1$
	$\phi_3 = 0.0325 (0.03169)^1$

¹ Desviación Estándar

² P-value

³ Significación

Tabla 2.1. *Contrastes Dickey-Fuller (ec.(1))*

A. Estimación Sin Corrección por Heterocedasticidad de White (1980)			
	<i>Coefficiente</i>	<i>Error Estándar</i>	<i>Razón-t</i>
μ	0.064944	0.017752	3.65845
β	-0.171675E-04	0.574844E-05	-2.98646
α	-0.027568	0.00744292	-3.70385 ¹
<i>Contrastes de Autocorrelación sobre $\{\hat{u}_t\}$:</i>			
$d.w.^2 =$	2.53847		
$B/G LM:AR/MA1^3 =$	82.2132[0.000]	$L-B Q1^4 =$	72.3041[0.000]
$B/G LM:AR/MA2^3 =$	111.105[0.000]	$L-B Q2^4 =$	75.6888[0.000]
<i>Contrastes de Heterocedasticidad sobre $\{\hat{u}_t\}$:</i>			
$ARCH(1) =$	137.828[0.000]	$White^6 =$	29.2679[0.000]
$LR (Chow)^5 =$	31.4312[0.000]	$B/P^7 =$	0.156684E-11[0.000]
B. Estimación Con Corrección por Heterocedasticidad de White (1980)			
	<i>Coefficiente</i>	<i>Error Estándar</i>	<i>Razón-t</i>
μ	0.064944	0.024991	2.59874
β	-0.171675E-04	0.769299E-05	-2.23158
α	-0.027568	0.010547	-2.61388 ¹

Los números entre corchetes son p-values.

¹ Puntos Críticos obtenidos de MacKinnon (1991):

-3.97225(1%), -3.41668(5%); -3.13034(10%)

² Estadístico Durbin Watson para autocorrelación de primer orden.

³ Estadístico para autocorrelación serial de orden p.

⁴ Contraste Ljung-Box para autocorrelación serial de orden p.

⁵ Contraste de razón de verosimilitud para heterocedasticidad entre dos períodos muestrales

⁶ Contraste de White (1980)

⁷ Contraste de Breusch-Pagan (1979)

Tabla 2.2. Contrastes Dickey-Fuller (ec.(2))

A. Estimación Sin Corrección por Heterocedasticidad de White (1980)			
	<i>Coefficiente</i>	<i>Error Estándar</i>	<i>Razón-t</i>
μ	0.038135	0.017058	2.23555
β	-0.109319E-04	0.550122E-05	-1.98717
α	-0.016445	0.715020E-02	-2.29992 ¹
δ_1	-0.325524	0.031600	-10.3015
δ_2	-0.162684	0.031416	-5.17835
<i>Contrastes de Autocorrelación sobre $\{\hat{u}_t\}$:</i>			
$d.w.^2 =$	2.00399		
$B/G LM:AR/MA1^3 =$	0.15457[0.694]	$L-B Q1^4 =$	0.00430164[0.948]
$B/G LM:AR/MA2^3 =$	1.36855[0.504]	$L-B Q2^4 =$	0.00914760[0.995]
<i>Contrastes de Heterocedasticidad sobre $\{\hat{u}_t\}$:</i>			
$ARCH(1) =$	79.6943[0.000]	$White^6 =$	124.187[0.000]
$LR (Chow)^5 =$	11.9372[0.001]	$B/P^7 =$	0.879245E-12[0.000]
B. Estimación Con Corrección por Heterocedasticidad de White (1980)			
	<i>Coefficiente</i>	<i>Error Estándar</i>	<i>Razón-t</i>
μ	0.038135	0.022082	1.72695
β	-0.109319E-04	0.690958E-05	-1.58213
α	-0.016445	0.937105E-02	-1.75486 ¹
δ_1	-0.325524	0.091306	-3.56519
δ_2	-0.162684	0.062680	-2.59547

Ver pie de página de la Tabla 2.1

Tabla 2.3. Modelos ARCH estimados a partir de los residuos DFA(2)

	ARCH(1)	ARCH(2)	GARCH(1,1)	GARCH(1,2)	GARCH(2,1)	GARCH(2,2)
α_0	0.60264E-03 (91.1676)	0.600534E-03 (89.0498)	0.328469E-03 (13.3476)	0.347959E-03 (12.8394)	0.331799E-03 (14.1797)	0.458196E-03 (19.5339)
α_1	0.589976 (14.3170)	0.368701 (7.91329)	0.301497 (8.50187)	0.335081 (7.75687)	0.321331 (8.75233)	0.323106 (7.61364)
α_2		0.124228 (5.75493)			0.000000 (0.000000)	0.089055 (5.42037)
β_1			0.411181 (10.0670)	0.262250 (4.02154)	0.391242 (9.83668)	0.000000 (0.000000)
β_2				0.104807 (2.55448)		0.193670 (5.29318)
log-MV	2127.20	2134.99	2142.78	2143.21	2141.68	2143.08
$(1-\sum\alpha_i-\sum\beta_i)$	0.410024	0.507071	0.287322	0.297862	0.287427	0.394169
$\sum\alpha_i+\sum\beta_i$	0.589976	0.492929	0.712678	0.702138	0.712573	0.605831

Tabla 3. Modelos ARMA Estimados a partir de la serie $\{\Delta \log T1_t\}$

A. Estimación							
	AR(1)	AR(2)	AR(3)	ARMA(1,1)	ARMA(1,2)	ARMA(2,1)	ARMA(2,2)
ϕ_0	-0.9026E-3 (-0.89895)	-0.1052E-2 (-1.06207)	-0.107E-03 (-1.07950)	-0.617E-03 (-1.13582)	-0.979E-03 (-1.06075)	-0.981E-03 (-1.05861)	-0.930E-03 (-1.00381)
ϕ_1	-0.286993 (-9.44073)	-0.335510 (-10.7220)	-0.338517 (-10.6588)	0.114721 (1.31052)	-0.404719 (-0.885098)	-0.256581 (-1.39465)	-0.099093 (-0.282559)
ϕ_2		-0.169078 (-5.40315)	-0.175048 (-5.29387)			-0.146566 (-2.33643)	-0.229408 (-2.55392)
ϕ_3			-0.017791 (-0.56014)				
θ_1				0.456061 (5.81739)	-0.069221 (-0.152922)	0.081322 (0.437407)	0.236209 (0.669822)
θ_2					0.195567 (1.28364)		-0.140837 (-0.826612)
SRC	0.995229	0.966773	0.966466	0.970021	0.968399	0.966539	0.966028
R ²	0.08236	0.108597	0.108881	0.105603	0.107117	0.108813	0.109285
g_1	-0.39353	10.33350	-0.40299	-0.40573	-0.39477	10.34216	10.32177
κ	25.72677	125.85501	23.99704	24.41780	24.20201	125.96930	125.55106
J-B	27097.7	23399.1	23438.1	24460.6	23405.1	23924.8	23962.8
d.w.	2.09690	2.00590	1.99884	1.99640	2.00630	2.00041	2.00369
Q(10)	41.40261	14.17693	14.35285	18.71962	16.86294	14.34448	12.96261
Q ² (10)	118	88.0	87.4	92.3	90.3	87.6	86.9
B. Contrastes de Especificación							
ARCH(1) ¹	104.947514	77.553868	77.565796	83.019874	80.781386	77.562814	76.810356
α_0	0.0068E-03 (4.20633)	0.7009E-03 (4.56741)	0.7007E-03 (4.56226)	0.6938E-03 (4.47983)	0.6965E-03 (4.51682)	0.7007E-03 (4.56392)	0.7017E-03 (4.56920)
α_1	0.324932 (10.8213)	0.279325 (9.16231)	0.279345 (9.16303)	0.289000 (9.50807)	0.285078 (9.36753)	0.279340 (9.16285)	0.277982 (9.11455)
BL(0,0,1,1) ²							
1	4.4913	0.0533	0.0596	0.4171	0.1835	0.0556	0.0354
ARCH(1) ³	102.707	78.3045	79.0203	86.8706	82.7224	78.8578	77.5342
2	2.4889	0.0474	0.0583	0.4057	0.1789	0.0555	0.0334
ARCH(1) ³	111.014	78.6492	78.8036	86.2268	82.9825	78.7651	77.7268
3	0.20298	0.6465	0.6328	0.4901	0.6247	0.6341	0.6871
ARCH(1) ³	105.024	77.6555	77.6499	83.1348	80.8743	77.6524	76.8738

J-B es el contraste Jarque-Bera de Normalidad

d.w. es el contraste Durbin-Watson para autocorrelación de primer orden.

Los números entre paréntesis son el ratio-*t* de significación.¹ Contraste ARCH(1) a los residuos de los modelos ARMA estimados² Contraste BL(0,0,1,1) $\Rightarrow y_t = \varepsilon_t + \delta_{11}y_{t-1}\varepsilon_{t-1}$ **1** $\rightarrow y_t = a_0 + a_1y_{t-1} + a_2y_{t-1}^2$, $TR^2 \sim \chi_1^2$ **2** $\rightarrow y_t = by_{t-1}^2$ (modelo diagonal) $TR^2 \sim \chi_1^2$ **3** $\rightarrow y_t = by_{t-1}y_{t-2}$ (modelos subdiagonales y superdiagonales) $TR^2 \sim \chi_1^2$ ³ Contraste ARCH(1) a los residuos de los modelos BL estimados**Tabla 4. Contrastes de Dependencia Nolineal**

Contraste de	M		F
	Tsay(1986)		40.39175
Contraste de	i,j	$r_{\varepsilon\varepsilon\varepsilon}(i,j)$	$\sqrt{\text{Tr}_{\varepsilon\varepsilon\varepsilon}(i,j)/(\omega(i,j)/\sigma_\varepsilon^6)} \rightarrow N(0,1)$
	Hsieh(1989)		
	1,1	0.03521656	0.05244953
	2,1	0.07310163	0.50225657
	2,2	0.0662258	0.24083753
	3,1	-0.31800673	-1.20798954
	3,2	-0.06865253	-0.5176968
	3,3	0.4692924	1.9627131 ^a
	4,1	0.22681137	1.9514794 ^a
	4,2	-0.0660174	-0.90544205
	4,3	-0.22957156	-1.51795784 ^b
	4,4	0.27340375	1.12779775

^a Significativo al nivel 5%^b Significativo al nivel 10%

Tabla 5. AR(2)-(G)ARCH

	ARCH(1)	ARCH(2)	ARCH(3)	GARCH(1,1)	GARCH(1,2)	GARCH(2,1)	GARCH(2,2)
ϕ_0	-0.000184 (0.000106)	-0.000793 (0.000160)	0.0003572 (0.000076)	-0.000424437 (0.000118512)	-0.000360593 (0.000107466)	-0.000327577 (0.000113647)	-0.000525700 (0.000059030)
ϕ_1	1.462364 (0.003965)	1.2163869 (0.004541)	1.032365 (0.007842)	1.255216450 (0.007343414)	1.256991554 (0.008437297)	1.269427305 (0.007704331)	1.164604115 (0.004592389)
ϕ_2	-0.574134 (0.001733)	-0.385218 (0.003036)	-0.314384 (0.004011)	-0.415699842 (0.005625873)	-0.421097303 (0.006545425)	-0.427684244 (0.005965371)	-0.365548677 (0.003103119)
α_0	0.267E-04 (0.12E-05)	0.215E-04 (0.69E-06)	0.169E-04 (0.66E-06)	0.3724E-05 (0.254E-06)	0.3264E-05 (0.204E-06)	0.3744E-05 (0.267E-06)	0.10407E-04 (0.521E-06)
α_1	2.1669296 (0.089478)	1.252315 (0.084496)	0.6518091 (0.029681)	1.280530638 (0.085158529)	1.052954121 (0.066482022)	1.179152810 (0.096517562)	1.325196346 (0.017686347)
α_2		0.4310973 (0.044180)	0.1311062 (0.010504)			0.211596377 (0.070927960)	1.147901422 (0.032274015)
α_3			0.2088846 (0.015241)				
β_1				0.381058410 (0.014992433)	0.611401823 (0.024629718)	0.336957702 (0.016778361)	-0.594087113 (0.034670907)
β_2					-0.120254397 (0.010921810)		0.241562923 (0.008821010)
LogL	4010.897	4084.947	3787.411	4122.135	4126.096	4123.727	4066.078
IV	2.1669296	1.6834123	0.9917999	1.66158905	1.54410155	1.72770689	2.12057358

Los números entre paréntesis son errores estándar asintóticos

IV denota la persistencia (o integración) en varianza, medida por: $\sum_{i=1,q} \alpha_i + \sum_{j=1,p} \beta_j$

Tabla 6. Contrastes de Sesgo de Signo

$$(1) \ z_t^2 = a + bS_{t-1}^- + e_t$$

$$(2) \ z_t^2 = a + bS_{t-1}^- \varepsilon_{t-1} + e_t$$

$$(3) \ z_t^2 = a + bS_{t-1}^+ \varepsilon_{t-1} + e_t$$

$$(4) \ z_t^2 = a + b_1S_{t-1}^- + b_2S_{t-1}^- \varepsilon_{t-1} + b_3S_{t-1}^+ \varepsilon_{t-1} + e_t$$

$S_{t-1}^- = 1 \text{ si } \varepsilon_{t-1} < 0, 0 \text{ en otro caso; } S_{t-1}^+ = 1 \text{ si } \varepsilon_{t-1} \geq 0, 0 \text{ en otro caso}$

Estadístico	1	2	3	4
t_b	1.10305	-7.02995	3.33583	
t_{b1}				-0.784467
t_{b2}				-7.29931
t_{b3}				4.01276
$T \cdot R^2 \sim \chi_2^3$				66.238172

(1) Contraste de Sesgo de Signo; (2) Contraste de Sesgo de Signo Negativo

(3) Contraste de Sesgo de Signo Positivo; (4) Contraste Conjunto

Tabla 7. AR(2)-EGARCH(1,0)

	Coefficiente	Error Estándar
ϕ_0	-0.000288141	0.000098327
ϕ_1	1.256343436	0.006004328
ϕ_2	-0.409493892	0.004571716
α_0	-1.305524183	0.090139372
β_1	0.844816025	0.009957639
δ	-0.048487622	0.031703929
θ	1.194478450	0.049910270
VM	4.1103 días	

Log L = 4173.232

VM = vida media de una innovación = $\log(0.5)/\log(\beta_1)$

Referencias Bibliográficas

- Bollerslev, T. (1986), "Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity", *Journal of Econometrics*.
- C.W.J. Granger y T. Teräsvirta (1993), *Modelling Nonlinear Economic Relationships*, Oxford University Press.
- Dickey, D.A. y W.A. Fuller (1979), "Distribution of the Estimators for Autoregressive Time Series with a Unit Root", *Journal of the American Statistical Association*, vol.74, pp.427-431.
- Dickey, D.A. y W.A. Fuller (1981), "Likelihood Ratio Statistics for Autoregressive Time Series with a Unit Root", *Econometrica*, vol.49, n°4, pp.1057-1072.
- Engle, R.F. (1982), "Autoregressive Conditional Heteroskedasticity with Estimates of the Variance of UK Inflation", *Econometrica*, vol.50, n°4, Julio, pp.987-1007.
- Engle, R.F. y V.K. Ng (1993), "Measuring and Testing the Impact of News on Volatility", *The Journal of Finance*, vol.48, n°5, pp.1749-1778.
- Hecq, A. y Urbain, J.P. (1993), "Impact d'Innovations IGARCH sur les Tests de Racine Unite: Comparaison des Procédures Traditionnelles et des Tests Permettant une Cassure Déterministe sous l'Alternative", AEA International Conference, Luxemburgo.
- Hsieh, D.A. (1989), "Testing for Nonlinear Dependence in Daily Foreign Exchange Rates", *Journal of Business*, vol.62, n°3, pp.339-368.
- Kim, K. y P. Schmidt (1993), "Unit Root Tests with Conditional Heteroskedasticity", *Journal of Econometrics*, vol.59, pp.287-300.
- McLeod, A.I. y W.K. Li (1983), "Diagnostic Checking ARMA Time Series Models using Squared-Residual Autocorrelations", *Journal of Time Series Analysis*, vol.4, n°4, pp.269-273.
- Nelson, D.B. (1991), "Conditional Heteroskedasticity in Asset Returns: a New Approach", *Econometrica*, vol.59, n°2, pp.347-370.
- Ruiz, E. (1993), "Stochastic Volatility Versus Autoregressive Conditional Heteroscedasticity", Documento de Trabajo n°93-44. Departamento de Estadística y Econometría. Universidad Carlos III, Madrid.
- Tsay, R.S. (1986), "Nonlinearity Tests for Time Series", *Biometrika*, vol.73, n°2, pp.461-466.
- White, H. (1980), "A Heteroskedasticity-Consistent Matrix Estimator and a Direct Test for Heteroskedasticity", *Econometrica*, vol.48, n°4, pp.817-838.