

ESTUDIO DEL COMPORTAMIENTO CAÓTICO

DE LA SERIE DE TIPO DE CAMBIO

PESETA-LIBRA

MARÍA DEL PILAR PÉREZ CONZÁLEZ
MARIA ROSA ARRANZ SOMBRÍA
Facultad de Ciencias Económicas y Empresariales
Universidad de Valladolid

DAVID PÉREZ ROMÁN
Escuela Universitaria de Estudios Empresariales
Universidad de Valladolid

1. INTRODUCCIÓN

A comienzo de la década de los 70 se produce un cambio en el Sistema Monetario internacional. Los tipos de cambio de las principales monedas pasan a determinarse libremente en los mercados de cambios, aunque las fluctuaciones en el valor del tipo de cambio están controladas por la intervención de las autoridades monetarias. Este sistema, vigente desde entonces, recibe el nombre de flotación intervenida.

A partir de este momento se ha realizado un gran esfuerzo en la modelización de los tipos de cambio. Aunque las primeras modelizaciones realizadas parecían prometedoras, trabajos posteriores demuestran que los modelos contruidos no parecen adecuados para explicar los actuales tipos de cambio flotantes.

Las series de tipo de cambio, por su apariencia aleatoria, son similares a las generadas por sistemas caótico deterministas. Si una serie está generada por un sistema determinista es en cierto modo predecible, aunque si el sistema es caótico la dependencia sensible a las condiciones iniciales hace que sólo sea posible predecir a corto plazo. La predecibilidad a corto plazo de las series generadas por sistemas caótico deterministas es útil, no sólo para conocer el futuro de las series caóticas, sino también como herramienta para contrastar la presencia de caos en una serie.

En los últimos años, se han realizado numerosos estudios sobre la detección de caos determinista en series económicas con resultados desiguales. Los problemas fundamentales para la detección de caos en series económicas son la longitud de las series (generalmente son muy cortas) y el alto nivel de ruido que poseen. Mientras en la mayoría de ellas se obtiene de forma clara una estructura no lineal, las evidencias de caos son en general débiles, incluso para series relativamente largas.

En este trabajo presentamos los resultados obtenidos en el análisis de la serie de tipo de cambio peseta-libra. Hemos utilizado datos diarios del tipo de cambio comprador peseta-libra correspondientes al período comprendido entre enero de 1978 y octubre de 1995. La serie consta de 4357 datos y nos ha sido proporcionada por el Banco de España. La elección del tipo de cambio comprador en lugar del tipo de cambio vendedor no es relevante dada la evolución paralela de ambos tipos de cambio (véase Ayuso(1991)).

Hemos dividido el trabajo de la siguiente manera. En la segunda sección utilizamos la dimensión de correlación introducida por Grassberger y Procaccia para detectar la posible presencia de caos en los datos. En la sección tercera realizamos el estudio del comportamiento no lineal de la serie mediante el test BDS. Seguidamente analizamos la calidad de las predicciones como instrumento de detección de caos determinista en la serie. Para finalizar, en la sección quinta se recogen las conclusiones de estudio realizado. En contra de los que en un principio esperábamos a la vista del trabajo de Bajo-Rubio et al. (1992) sobre la serie peseta-dólar en el que se detecta caos determinista en los datos, los resultados obtenidos en este trabajo parecen indicar lo contrario para la serie peseta-libra.

2. ¿CAOS DETERMINISTA?

Para detectar la posible existencia de caos determinista en la serie vamos a estudiar la dimensión de correlación introducida por Grassberger y Procaccia (1983a, b). La dimensión de correlación permite distinguir entre una serie de datos aleatoria y un ruido determinista.

El concepto de dimensión de correlación se basa en la reconstrucción del espacio de fases. Sea $\{x_t\}_{1,\dots,N}$ una serie de números reales, se llama espacio de fases reconstruido con dimensión de inmersión m y retardo τ al subconjunto de \mathbb{R}^m formado por los vectores:

$$x_t^m = (x_t, x_{t+\tau}, \dots, x_{t+(m-1)\tau}) \in \mathbb{R}^m, \quad 1 \leq t \leq N - (m-1)\tau.$$

Los vectores x_t^m reciben el nombre de m-historias.

El teorema de Takens asegura que la dinámica generada en el espacio de fases reconstruido es equivalente a la dinámica del sistema original cuando $m \geq 2n+1$. Esto nos permite analizar propiedades del sistema de partida, como la dimensión de correlación del atractor o los exponentes de Lyapunov a través de una serie de datos.

La noción de dimensión de correlación se basa en el concepto de correlación integral definido por:

$$C(m, r) = \lim_{N_m \rightarrow \infty} \frac{1}{N_m^2} \sum_{i,j=1}^{N_m} H(r - \|x_i^m - x_j^m\|),$$

donde N_m es el número de puntos del espacio de fases reconstruido, la norma empleada es

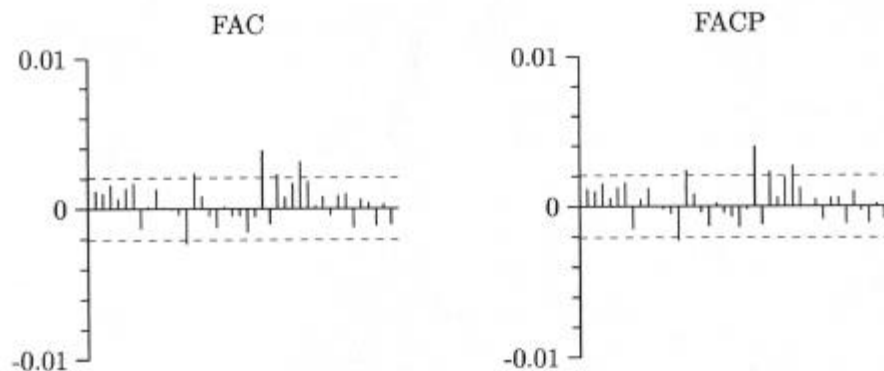


Figura 1: Función de autocorrelación y función de autocorrelación parcial de las diferencias logarítmicas de la serie peseta-libra.

la del supremo y H es la función de Heaviside¹ definida por:

$$H(x) = \begin{cases} 1 & \text{si } x > 0, \\ 0 & \text{si } x \leq 0. \end{cases}$$

La dimensión de correlación está definida como:

$$C(m) = \lim_{r \rightarrow 0} \frac{\log C(m, r)}{\log r}.$$

Si el sistema dinámico es caótico $C(m)$ se estabiliza en algún valor D cuando m crece. El valor D , es la dimensión de correlación del atractor. Sin embargo, esta condición no es suficiente para garantizar la presencia de caos. En una serie aleatoria la dimensión de correlación y la dimensión de inmersión son prácticamente iguales (véase Tsonis (1992 pp. 168-170)).

El primer paso para determinar la dimensión de correlación es eliminar la autocorrelación de la serie, si la tiene, pues ésta ocasiona resultados engañosos en su estimación. Para ello hemos considerado la serie de las diferencias logarítmicas. Las funciones de autocorrelación y de autocorrelación parcial de esta serie aparece en la figura 1. Los correlogramas no presentan retardos significativos (salvo el 23) por lo que pueden considerarse aproximadamente como los correspondientes a un ruido blanco. Para reafirmar esta hipótesis hemos aplicado diferentes tests de normalidad y en ningún caso la hipótesis de ruido blanco ha sido rechazada.

En la figura 2 aparecen las gráficas del logaritmo de la correlación integral y de la pendiente como función del logaritmo de la distancia entre los puntos de la serie y de la dimensión de correlación como función de la dimensión de inmersión.

¹La definición de la función de Heaviside aquí dada, es la que aparece en (Lorenz, 1993, pp. 210). Otros autores asignan imagen 1 también a $x=0$.

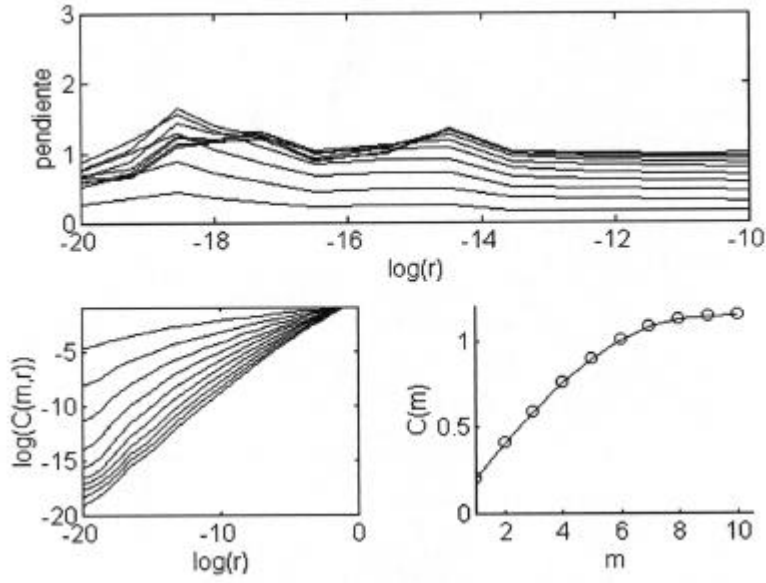


Figura 2: m es la dimensión de inmersión, r es la distancia entre los puntos de la serie, $C(m,r)$ es la correlación integral y $C(m)$ es la dimensión de correlación.

Como podemos observar en las gráficas la dimensión de correlación no crece en el mismo orden que la dimensión de inmersión, como ocurre en una serie aleatoria por lo tanto parece existir una componente de no aleatoriedad en la serie. Sin embargo $C(m)$ no llega a ser estable, por lo que podemos deducir la no existencia de caos de baja dimensión en la serie.

3. NO LINEALIDAD

En esta sección usamos el test creado por Brock, Dechert y Scheinkman, conocido como el test BDS, para detectar la existencia de no linealidad en los datos. El test BDS contrasta la hipótesis nula de serie i.i.d. frente a otras alternativas. Eliminada la componente lineal, si la serie es ruido blanco el rechazo de la hipótesis nula indica la presencia de estructura no lineal en la serie.

Brock, Dechert y Scheinkman probaron que

$$C(m,r) - C(l,r)^m$$

es 0 para series infinitas i.i.d.. Asimismo probaron la convergencia de

$$N^{1/2}(C(m,r) - C(l,r)^m)$$

a una normal con media 0 y varianza $s(m,r)^2$ cuando $N \rightarrow \infty$, para series i.i.d.. Definiendo

$$W(mr) = N^{1/2} \frac{C(m, r) - C(1, r)^m}{S(m, r)}$$

Tabla 1: Aplicación del test BDS. α es la fracción de la desviación típica tomada para elegir r .

m/ α	0.5	1	1.5	2
2	18.94	18.38	17.46	15.92
3	23.54	21.79	20.64	18.78
4	29.90	24.75	22.51	20.29
5	38.82	27.98	24.25	21.53
6	51.76	31.03	25.62	22.53
7	72.86	34.77	26.96	23.33
8	109.44	39.30	28.44	24.05
9	172.69	45.15	30.11	24.81
10	284.95	52.60	31.98	25.54

se tiene la convergencia de $W(m, r)$ hacia una $N(0, 1)$ cuando $N \rightarrow \infty$. La fórmula y una estimación para $\sigma(m, r)^2$ están dadas en BDS (1987).

Si los datos están correlados (lineal o no linealmente), entonces $C(m, r) > C(1, r)^m$ y $W(m, r)$ diverge como $N^{1/2}$.

En la tabla 1 recogemos los resultados obtenidos en la aplicación del test BDS a la serie de las diferencias logarítmicas. Para la elección de r en la aplicación del test, hemos seguido la recomendación de los autores tomando como distancia de referencia, r igual a 0.5, 1, 1.5 y 2 veces la desviación típica de los datos. Como podemos observar en la tabla 1, los valores obtenidos superan ampliamente el valor crítico 1.96 trabajando con un nivel de confianza del 95%, lo que ocasiona el rechazo de la hipótesis nula. Esto indica la presencia de no linealidad en los datos.

4. PREDICCIONES

El principal objetivo de las técnicas de predicción es conocer el futuro a partir de los datos recogidos en el pasado, pero también es una forma de detectar caos en una serie de tiempo.

Si la serie es caótica, es de esperar que los errores de las predicciones decrezcan a un valor próximo a cero cuando la dimensión de inmersión m crece hacia el mínimo valor correcto de la dimensión de inmersión m^* , permaneciendo próximos a cero para valores de m superiores a m^* (véase Casdagli (1989 pp. 345)).

Una vez reconstruido el espacio de fases, el primer paso que vamos a dar para predecir es buscar los k puntos próximos, por la norma del máximo, a la m -historia x_t^m que

tiene como última coordenada el punto de la serie que consideramos “último dato conocido”. Este punto de la serie no coincide con la última observación disponible ya que para medir el error

Tabla 2: Predicciones. m es la dimensión de inmersión, E_1 es el error cuadrático medio para nuestras predicciones, k es el número de puntos próximos utilizado expresado como porcentaje sobre el número de datos de la serie.

m	5	6	7	8	9		k
E_1	15.6005	14.5241	15.5303	13.8636	13.7801	I	1%
	13.0853	14.2934	16.7761	19.0059	18.7352	II	
	13.2296	11.9182	11.4307	10.6072	10.1730	I	2%
	14.3833	14.2874	15.7154	16.0287	15.5490	II	
	12.2213	11.5269	9.8824	9.2053	9.2831	I	3%
	14.0463	13.6279	14.0281	14.2424	13.8742	II	

cometido en las predicciones necesitamos conocer los valores reales de los datos predichos.

Una vez hallados estos puntos, que denotamos $x_{t_i}^m$ para $i=1, \dots, k$, y basándose en las ideas de Farmer y Sidorowich (1987) y de Cleveland, Devlin y Grosse (1988), realizamos predicciones para la serie asignando en el primer caso a x_{t+T}^m el valor:

$$x_{t+T}^m = \sum_{i=1}^k \frac{1}{k} x_{t_i+T}^m.$$

En el segundo caso el procedimiento es similar utilizando la función de pesos

$$W(u) = \begin{cases} (1-u^3)^3 & \text{for } 0 \leq u \leq 1, \\ 0 & \text{en otro caso,} \end{cases}$$

evaluada en $u = \frac{d_i}{d_k}$, donde d_i es la distancia entre $x_{t_i}^m$ y x_t^m y d_k es el máximo de los d_i , para $i=1, \dots, k$.

Los resultados obtenidos por ambos métodos aparecen recogidos en la tabla 2. El primer método lo hemos denotado por I y el segundo por II. El número de puntos predichos es 10. El número de puntos próximos utilizados es el 1% y el 3% de los datos. Para evaluar la cantidad de las predicciones, calculamos el error cuadrático medio que denotamos E_1 . Asimismo, para comparar con las predicciones obtenidas por el paseo aleatorio, calculamos el error cuadrático medio obtenido al predecir por el último dato conocido, que denotamos E_2 . Se tiene:

$$E_2 = 6.3185.$$

Como podemos observar en las tablas, los resultados obtenidos por ambos métodos ponen de manifiesto la impredecibilidad de la serie, incluso a corto plazo. Los errores cometidos en las predicciones superan siempre los errores cometidos por el paseo aleatorio, siendo además ambos muy elevados.

Además de las predicciones realizadas con la serie completa, hemos dividido los datos en dos periodos. El primero de ellos desde el inicio hasta que se desencadenan las tormentas monetarias en septiembre de 1992 y el segundo a partir de entonces.

En ambos casos, la magnitud de los errores es similar a los obtenidos para la serie completa.

5. CONCLUSIONES

En este trabajo estudiaremos la serie de datos diarios del tipo de cambio comparador peseta-libra correspondiente al período comprendido entre enero de 1978 y octubre de 1995.

La aplicación del test de Grassberger-Procaccia a la serie de las diferencias logarítmicas parece indicar la ausencia de caos de baja dimensión en los datos ya que la pendiente no se estabiliza, aunque se detecta una componente de no aleatoriedad en la serie pues la dimensión de correlación no crece en el mismo orden que la dimensión de inmersión.

Los resultados obtenidos en la aplicación del test BDS muestran de forma clara la no linealidad de la serie. Los valores obtenidos superan ampliamente el valor crítico 1.96 trabajando con un nivel de confianza del 95%.

Asimismo los errores obtenidos en las predicciones apoyan la hipótesis sugerida por la aplicación del test de Grassberger-Procaccia de no presencia de caos determinista de baja dimensión en la serie.

Podemos por tanto concluir que la serie no presenta caos de baja dimensión aunque posee una estructura no lineal subyacente.

6. BIBLIOGRAFÍA

AYUSO, J. (1991): Los efectos de la entrada de la peseta en el SME sobre la volatilidad de las variables financieras españolas, *Moneda y Crédito*, 193, 111-145.

BAJO RUBIO, O., FERNÁNDEZ RODRÍGUEZ, F y SOSVILLA-RIVERO, S. (1992): Chaotic behaviour in exchange-rate series. First results for the peseta-U.S. dollar case, *Economics Letters*, 39, 207-211.

BROCK, W.A., DECHERT, W.D. y SCHEINKMAN, J.A. (1987): A test for independence based on the correlation dimension, SSRI Working paper nº 8702, Department of Economics, University of Wisconsin.

CASDAGLI, M.(1989): Nonlinear prediction of chaotic time series. *Physica D*, 35, 335-356.

CLEVELAND, W.S., DEVLIN, S.J. and GROSSE, E. (1988): Regression by Local Fitting, *Journal of Econometrics*, 37, 87-114.

FARMER, J.D. and SIDOROWICH, J.J. (1987): Predicting chaotic time series, *Physical Review Letter*, 59, nº 8, 845-848.

GRASSBERGER, P. y PROCACCIA, I. (1983a): Measuring the strangeness of strange attractors, *Physica*, 9D, 189-208.

GRASSBERGER, P. y PROCACCIA, I. (1983b): Characterization of strange attractors, *Physical Review Letters*, 50, 346-349.

LORENZ, H.W. (1993): *Nonlinear dynamical economics and chaotic motion*. Springer-Verlag.

TSONIS, A.A.(1992): *Chaos: from theory to applications*, Plenum Press, New York.