

COMPETENCIA EN PRECIOS Y LOCALIZACIONES EN DOS REGIONES CON DIFERENTES COSTES DE TRANSPORTE Y DIFERENTES (E IGUALES) TECNOLOGIAS

Por:

Joaquín ANDALUZ FUNCIA, Sonia CHOPO MURILLO
y Agustín GIL SANZ

Departamento de Análisis Económico
Facultad de Ciencias Económicas y Empresariales
C/ Gran Vía, 2. 50005 ZARAGOZA
Tfno.: (976) 761817
Fax.: (976) 761996

Resumen

En este trabajo se realiza un análisis de la competencia en precios y localizaciones entre dos empresas que se sitúan en dos regiones (países) colindantes y producen con diferentes (e iguales) tecnologías. Considerando costes de transporte cuadráticos y que una de las empresas abastece todo el mercado del país en que está localizada y exporta al otro país, se demuestra que para el caso de iguales tecnologías existe equilibrio de Nash en precios tendiendo la empresa exportadora a localizarse en la frontera, mientras la otra empresa se diferencia al máximo de su rival localizándose en el otro extremo del país, requiriéndose además que uno de los países, el que exporta, sea más pequeño que el otro. Por otra parte, cuando consideramos que las tecnologías son diferentes se demuestra que dependiendo de los valores de los parámetros que caracterizan a las tecnologías existen dos equilibrios de Nash en precios. En uno de ellos se mantienen las tendencias a la localización observadas en el caso de iguales tecnologías, sin embargo las diferencias en la tecnología conllevan que si el país que exporta es al menos eficiente tecnológicamente se requiere que su tamaño sea más pequeño que el otro, mientras que si es el más eficiente entonces el tamaño no es determinante. En el otro equilibrio la tendencia a la localización de una de las empresas es diferente y se requiere que el país que exporta sea más pequeño y más ineficiente.

1. Introducción

El modelo tradicional de Hotelling (1929) supone el mercado como un espacio geográfico homogéneo. La simple observación de la realidad en donde cada zona geográfica presenta sus propias características de densidad de población, tamaño, costes de transporte, tecnología, etc. ha generado la aparición de una serie de estudios en los que se relaja dicho supuesto de homogeneidad y se permite la existencia de diferencias entre las distintas áreas geográficas que conforman un mercado.

Al igual que Martínez Giralt, Garella y Svoronos (1986) consideramos que el espacio no es homogéneo introduciendo el supuesto de costes de transporte diferentes, lo que nos permite definir una región o país como el área de mercado donde prevalecen los mismos costes de transporte. Estos autores demuestran en su modelo la equivalencia entre este supuesto o considerar diferentes densidades de población. En concreto, suponen que existen dos regiones o países colindantes que se caracterizan por tener costes de transporte diferentes, que suponen lineales en la distancia. Por otro lado, como suele ser habitual en los modelos de competencia espacial suponen que las empresas tienen la misma tecnología de producción. Demuestran que no existe equilibrio en un juego secuencial donde las empresas eligen primero las localizaciones y después los precios.

En el modelo que vamos a especificar a continuación suponemos que los costes de transporte son cuadráticos y consideramos diferentes (e iguales) tecnologías de producción¹.

Nuestro objetivo es analizar la influencia que pueda tener la existencia de diferentes tecnologías de producción sobre la competencia espacial entre dos empresas situadas cada una de ellas en un país o región diferente, determinando sus efectos sobre las localizaciones, fijación de precios y balanza comercial.

Consideramos una tasa de costes de transporte distinta para cada país, así como la posibilidad de distintos tamaños para ambos, pero con una densidad de población igual.

En este contexto, suponemos que las empresas deciden secuencialmente su localización en su correspondiente país y posteriormente, los precios y consideramos que ambas son activas.

En la Sección 2 presentamos el modelo, en la Sección 3 se determinan los equilibrios en precios y las tendencias a la localización y en la Sección 4 se establecen las conclusiones.

2. El modelo

Consideraremos dos países A y B representados por dos porciones adyacentes de un segmento lineal $[0, L]$, de modo que la frontera F se situará en un punto interior a él, $0 < F < L$.

En cada país una empresa decide su localización para llevar a cabo la producción de un mismo producto homogéneo, pudiendo ir destinado tanto al consumo interno como a la exportación. La empresa perteneciente al país A se sitúa a la distancia "a", mientras que la del país B lo hace a una distancia "b", medidas desde los puntos 0 y L respectivamente. Denotaremos a dichas empresas por sus localizaciones.

Los consumidores se distribuyen uniformemente a lo largo del intervalo $[0, L]$. Consideramos que el precio de reserva de cada consumidor es lo suficientemente alto para que cada consumidor compre una unidad del bien a aquella empresa que le permite obtener el producto con un coste total menor. En este sentido asumimos una

¹ La consideración de diferentes tecnologías de producción en modelos de competencia espacial puede verse en Schultz y Stahl (1985), Ziss (1993) y Martínez Giralt (1993).

política de precios en origen de forma que es el consumidor quien soporta los costes de transporte de la mercancía desde la empresa hasta su domicilio. De este modo, el coste total que supone la compra para el consumidor vendrá dado por la suma del precio de la mercancía y el coste de transporte.

Supondremos que la función de costes de transporte de cada país viene dada por una función cuadrática de la distancia, siendo la tasa de costes distinta para cada uno de ellos, de modo que:

$$c_i(d) = c_i d^2, \text{ para } i = a, b \text{ con } c_a \neq c_b.$$

siendo d la distancia entre dos puntos pertenecientes al mismo país i .

De este modo si el consumidor compra el producto a la empresa de su país, el coste total de la compra será $p_i + c_i d^2$ ($i = a, b$), mientras que si decide importarlo deberá afrontar los costes correspondientes a cada país.

Así un consumidor del país A situado en s que compre a la empresa b incurrirá en un coste $p_b + c_b(L-b-F)^2 + c_a(F-s)^2$

La tecnología de producción utilizada por la empresa i ($i = a, b$) viene caracterizada por un coste marginal m_i constante, y ausencia de costes fijos, introduciendo la posibilidad de que ambas empresas utilicen tecnologías diferentes, $m_a \neq m_b$.

3. Equilibrio en precios y tendencias a la localización

Dado que los consumidores se distribuyen uniformemente a lo largo de todo el espacio, la demanda dirigida a cada empresa vendrá determinada por la localización del consumidor indiferente entre adquirir el producto a una empresa u otra (véase Figura 1).

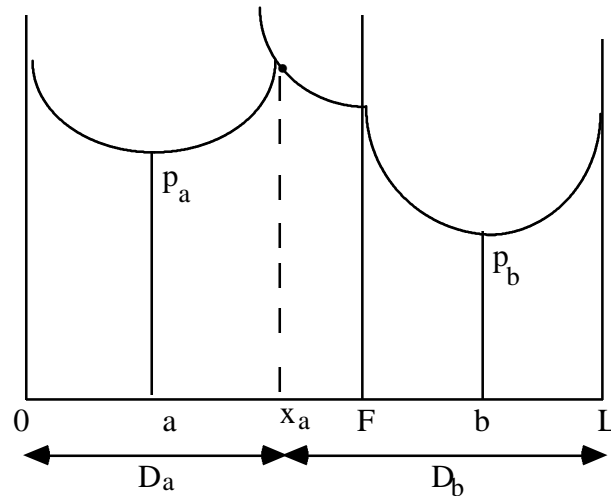


Figura 1

Denotamos por x_a al consumidor del país A que se halla indiferente y tendremos:

$$p_a + c_a (x_a - a)^2 = p_b + c_b (L - b - F)^2 + c_a (F - x_a)^2$$

de donde obtenemos

$$x_a = \frac{p_b - p_a}{2c_a (F - a)} + \frac{c_b (L - b - F)^2}{2c_a (F - a)} + \frac{F + a}{2}$$

Análogamente, si denotamos por x_b el consumidor del país B que se halla indiferente, tendremos:

$$p_a + c_a (F - a)^2 + c_b (x_b - F)^2 = p_b + c_b (L - b - x_b)^2$$

obteniendo

$$x_b = \frac{p_b - p_a}{2c_b(L-b-F)} + \frac{c_a(F-a)^2}{2c_b(L-b-F)} + \frac{L-b-F}{2}$$

Para determinar la demanda dirigida a la empresa a (dado un precio del competidor y sus localizaciones) es conveniente definir los siguientes precios límite:

1) \tilde{p}_a tal que el consumidor indiferente está situado en F, $x_a = F$.

$$\tilde{p}_a + c_a(F-a)^2 = p_b + c_b(L-b-F)^2$$

$$\tilde{p}_a = p_b + c_b(L-b-F)^2 - c_a(F-a)^2$$

2) p_a^{\max} tal que $x_a = 0$.

$$p_a^{\max} + c_a a^2 = p_b + c_b(L-b-F)^2 + c_a F^2$$

$$p_a^{\max} = p_b + c_b(L-b-F)^2 + c_a(F^2 - a^2)$$

3) p_a^{\min} siendo el precio más alto posible tal que $x_b = L$.

$$p_a^{\min} + c_a(F-a)^2 + c_b(L-F)^2 = p_b + c_b b^2$$

$$p_a^{\min} = p_b - c_b[(L-F)^2 - b^2] - c_a(F-a)^2$$

La función de demanda de la empresa a viene dada por:

$$D_a(p_a, p_b) = \begin{cases} 0, & \text{si } p_a \geq p_a^{\max} \\ \frac{p_b - p_a}{2c_a(F-a)} + \frac{c_b(L-b-F)^2}{2c_a(F-a)} + \frac{F+a}{2}, & \text{si } p_a^{\max} \geq p_a \geq \tilde{p}_a \\ \frac{p_b - p_a}{2c_b(L-b-F)} - \frac{c_a(F-a)^2}{2c_b(L-b-F)} + \frac{(L-b+F)}{2}, & \text{si } \tilde{p}_a \geq p_a \geq p_a^{\min} \\ L, & \text{si } p_a \leq p_a^{\min} \end{cases}$$

Análogamente determinamos la función de demanda de la empresa b, $D_b = L - D_a$, que viene dada por

$$D_b(p_a, p_b) = \begin{cases} 0, & \text{si } p_b \geq p_b^{\max} \\ \frac{p_a - p_b}{2c_b(L-b-F)} + \frac{c_a(F-a)^2}{2c_b(L-b-F)} + \frac{L+b-F}{2}, & \text{si } p_b^{\max} \geq p_b \geq \tilde{p}_b \\ \frac{p_a - p_b}{2c_a(F-a)} - \frac{c_b(L-b-F)^2}{2c_a(F-a)} + \frac{(2L-F-a)}{2}, & \text{si } \tilde{p}_b \geq p_b \geq p_b^{\min} \\ L, & \text{si } p_b \leq p_b^{\min} \end{cases}$$

siendo

$$p_b^{\max} = p_a + c_a(F-a)^2 + c_b[(L-F)^2 - b^2]$$

$$\tilde{p}_b = p_a + c_a(F-a)^2 - c_b(L-b-F)^2$$

$$p_b^{\min} = p_a - c_a(F^2 - a^2) - c_b(L-b-F)^2$$

Las funciones de beneficios de cada una de las empresas vendrán dadas por:

$$\pi_a(p) = \begin{cases} 0, & \text{si } p_a \geq p_a^{\max} \\ (p_a - m_a) \left(\frac{p_b - p_a}{2c_a(F-a)} + \frac{c_b(L-b-F)^2}{2c_a(F-a)} + \frac{F+a}{2} \right), & \text{si } p_a^{\max} \geq p_a \geq \tilde{p}_a \\ (p_a - m_a) \left(\frac{p_b - p_a}{2c_b(L-b-F)} - \frac{c_a(F-a)^2}{2c_b(L-b-F)} + \frac{(L-b+F)}{2} \right), & \text{si } \tilde{p}_a \geq p_a \geq p_a^{\min} \\ (p_a - m_a)L, & \text{si } p_a \leq p_a^{\min} \end{cases}$$

$$\pi_b(p) = \begin{cases} 0, & \text{si } p_b \geq p_b^{\max} \\ (p_b - m_b) \left(\frac{p_a - p_b}{2c_b(L-b-F)} + \frac{c_a(F-a)^2}{2c_b(L-b-F)} + \frac{L+b-F}{2} \right), & \text{si } p_b^{\max} \geq p_b \geq \tilde{p}_b \\ (p_b - m_b) \left(\frac{p_a - p_b}{2c_a(F-a)} - \frac{c_b(L-b-F)^2}{2c_a(F-a)} + \frac{(2L-F-a)}{2} \right), & \text{si } \tilde{p}_b \geq p_b \geq p_b^{\min} \\ (p_b - m_b)L, & \text{si } p_b \leq p_b^{\min} \end{cases}$$

Definidas la funciones de beneficios, obtendremos el equilibrio en precios.

Equilibrio en precios

Cada empresa maximiza su beneficio, dadas las localizaciones, fijando un nivel de precios que constituya la mejor respuesta al precio marcado por su rival.

Consideremos los siguientes dominios de precios:

$$D_{i0} = \{\tilde{p}_i\}$$

$$D_{i1} = \{p_i / p_i^{\max} \geq p_i > \tilde{p}_i\}$$

$$D_{i2} = \{p_i / \tilde{p}_i > p_i \geq p_i^{\min}\} \quad \forall i = a, b$$

Proposición 1:

Excluyendo la situación de autarquía, el equilibrio en precios (p_a^*, p_b^*) si existe es tal que $p_a^* \in D_{a1}$ y $p_b^* \in D_{b2}$, o bien $p_a^* \in D_{a2}$ y $p_b^* \in D_{b1}$.

Demostración:

Los casos posibles son los siguientes:

$$i) p_a^* \in D_{a1} \text{ y } p_b^* \in D_{b1}$$

$$ii) p_a^* \in D_{a2} \text{ y } p_b^* \in D_{b2}$$

$$iii) p_a^* \in D_{a1} \text{ y } p_b^* \in D_{b2}$$

$$iv) p_a^* \in D_{a2} \text{ y } p_b^* \in D_{b1}$$

Fácilmente se comprueba que los casos i) y ii) llevan a una contradicción, por tanto, si el equilibrio en precios existe solamente puede pertenecer a los dominios iii) y iv) en que una de las empresas exporta y la otra abastece únicamente a una parte de su mercado nacional:

$$p_a^* \in D_{a1} \text{ y } p_b^* \in D_{b2}, \text{ o bien, } p_a^* \in D_{a2} \text{ y } p_b^* \in D_{b1}$$



Analizaremos el caso iii) $p_a^* \in D_{a1}$ y $p_b^* \in D_{b2}$ de forma que la empresa exportadora es la b. El análisis del otro caso es similar de forma que los resultados que obtengamos para el caso iii) pueden ser trasladados al caso iv) con el correspondiente cambio de notación.

Proposición 2:

Considerando que la empresa b abastece a todo su mercado nacional y a una parte del mercado del país A, si $c_a(F-a)(2L+a-5F) + c_b(L-b-F)^2 < m_a - m_b \leq c_a(F-a)(2L+F+a) + c_b(L-b-F)^2$ el equilibrio en precios viene dado por:

$$p_a^* = \frac{c_a(F-a)(2L+F+a) + c_b(L-b-F)^2}{3} + \frac{2m_a + m_b}{3}$$

$$p_b^* = \frac{c_a(F-a)(4L-F-a) - c_b(L-b-F)^2}{3} + \frac{m_a + 2m_b}{3}$$

Demostración:

Los tramos de las funciones de beneficio de cada una de las empresas son los siguientes:

$$\pi_a(p) = (p_a - m_a) \left(\frac{p_b - p_a}{2c_a(F-a)} + \frac{c_b(L-b-F)^2}{2c_a(F-a)} + \frac{F+a}{2} \right)$$

$$\pi_b(p) = (p_b - m_b) \left(\frac{p_a - p_b}{2c_a(F-a)} + \frac{c_b(L-b-F)^2}{2c_a(F-a)} + \frac{2L-F+a}{2} \right)$$

Las condiciones de primer orden de maximización, $\frac{\partial \pi_a}{\partial p_a} = 0$ y $\frac{\partial \pi_b}{\partial p_b} = 0$ nos permiten obtener los precios

de equilibrio:

$$p_a^* = \frac{c_a(F-a)(2L+F+a) + c_b(L-b-F)^2}{3} + \frac{2m_a + m_b}{3}$$

$$p_b^* = \frac{c_a(F-a)(4L-F-a) + c_b(L-b-F)^2}{3} + \frac{m_a + 2m_b}{3}$$

Para que dichos precios constituyan una solución interior, debe verificarse: $p_a^{\max} \geq p_a^* > \tilde{p}_a$ y $\tilde{p}_b > p_b^* \geq p_b^{\min}$ lo cual se asegura bajo el cumplimiento de la desigualdad siguiente:

$$c_a(F-a)(2L+a-5F) + c_b(L-b-F)^2 < m_a - m_b \leq c_a(F-a)(2L+F+a) + c_b(L-b-F)^2 \quad (1)$$

□

La existencia del equilibrio de Nash en precios estará asegurada cuando ninguna de las empresas tenga incentivos a modificar unilateralmente el nivel de precios fijado y obtener un mayor beneficio. En otros términos, debemos establecer las condiciones bajo las cuales el equilibrio en precios obtenido constituye un máximo global para cada una de las empresas. Formalmente:

$$\pi_a(p_a^*, p_b^*) \geq \pi_a(\hat{p}_a, p_b^*) \text{ con } \hat{p}_a \in D_{a2}$$

$$\pi_a(p_a^*, p_b^*) \geq \pi_a(p_a^{\min}, p_b^*) \quad (2)$$

$$\pi_b(p_a^*, p_b^*) \geq \pi_b(p_a^*, p_b^1) \text{ con } p_b^1 \in D_{b1}$$

Comenzando por la empresa a, suponiendo el precio de su rival al nivel de equilibrio, p_b^* , si se situase en el tramo de demanda correspondiente a la situación en que exporta, debería maximizar la función de beneficios:

$$\pi_a(\hat{p}_a, p_b^*) = (\hat{p}_a - m_a) \left(\frac{p_b^* - \hat{p}_a}{2c_b(L-b-F)} - \frac{c_a(F-a)^2}{2c_b(L-b-F)} + \frac{L-b-F}{2} \right)$$

La condición de primer orden $\frac{\partial \pi_a(\hat{p}_a, p_b^*)}{\partial \hat{p}_a} = 0$ nos permite obtener

$$\hat{p}_a = \frac{p_b^* - c_a(F-a)^2 + c_b(L-b-F)(L-b+F) + m_a}{2}$$

Para que dicho precio constituya una solución interior debe cumplirse que $\tilde{p}_a > \hat{p}_a \geq p_a^{\min}$, sustituyendo tenemos:

$$c_a(F-a)(2L-2F+a) - c_b(L-b-F)(5L+b-2F) \leq m_a - m_b < c_a(F-a)(2L-2F+a) + c_b(L-b-F)(L-b-4F) \quad (2.a)$$

Si se cumple (2.a), la existencia de un máximo global para la empresa a en el intervalo de precios en que solamente captura una parte del mercado nacional (véase la Figura 2-a) viene dada por:

$$\pi_a(p_a^*, p_b^*) \geq \pi_a(\hat{p}_a, p_b^*) \quad (2.b)$$

En el supuesto de que (2.a) no se satisfaga, tal como se ilustra en las Figuras 2-b y 2-c, la condición de existencia vendrá dada por:

$$\pi_a(p_a^*, p_b^*) \geq \pi_a(p_a^{\min}, p_b^*) \quad (2.c)$$

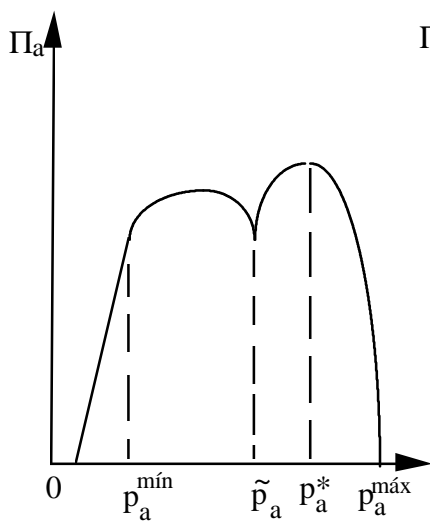


Figura 2-a

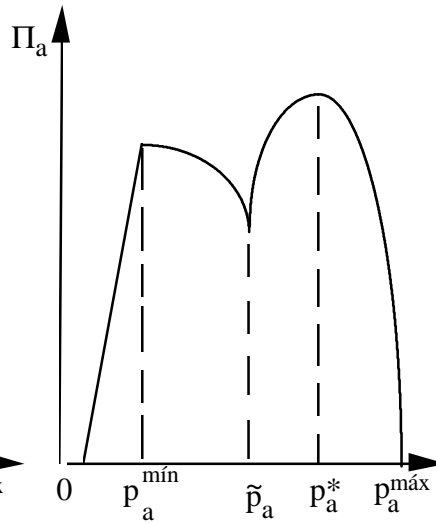


Figura 2-b

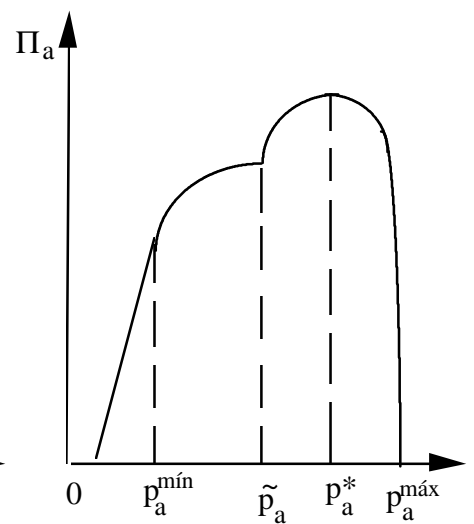


Figura 2-c

Para la empresa b, manteniendo el precio de la empresa a al nivel de equilibrio, p_a^* , si decidiese abastecer únicamente a una parte de su mercado nacional, trataría de maximizar la función de beneficios:

$$\pi_b(p_a^*, p_b^1) = (p_b^1 - m_b) \left(\frac{p_a^* - p_b^1}{2c_b(L-b-F)} - \frac{c_a(F-a)^2}{2c_b(L-b-F)} + \frac{L-b-F}{2} \right)$$

De $\frac{\partial \pi_b(p_a^*, p_b^1)}{\partial p_b^1} = 0$ obtenemos:

$$p_b^1 = \frac{p_a^* + c_a(F-a)^2 + c_b(L-b-F)(L+b-F) + m_b}{2}$$

Para que dicho precio constituya una solución interior debe cumplirse que $p_b^{\max} \geq p_b^1 > \tilde{p}_b$, sustituyendo tenemos:

$$c_a(F-a)(L+2F-a) - c_b(L-b-F)(4L-b-4F) < m_b - m_a \leq c_a(F-a)(L+2F-a) + c_b(L-b-F)(2L+b-2F) \quad (2.d)$$

Si se cumple (2.d), como se ilustra en la Figura 3-a, la existencia de un máximo global para (p_a^*, p_b^*) , viene dada por:

$$\pi_b(p_a^*, p_b^*) \geq \pi_b(p_a^*, p_b^1) \quad (2.e)$$

Si (2.d) no se satisface, la continuidad de la función de beneficios garantiza la existencia de un máximo global en p_b^* (véase la Figura 3-b).

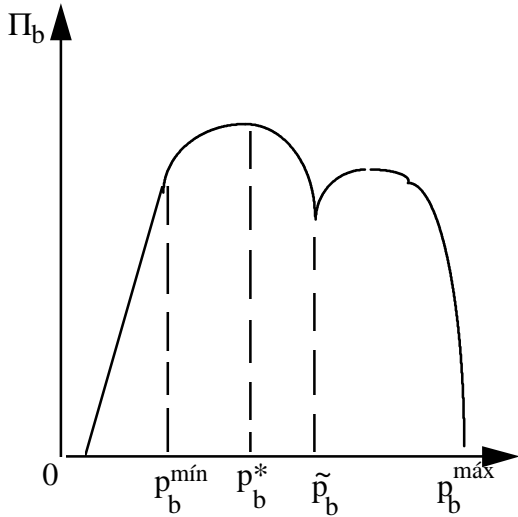


Figura 3-a

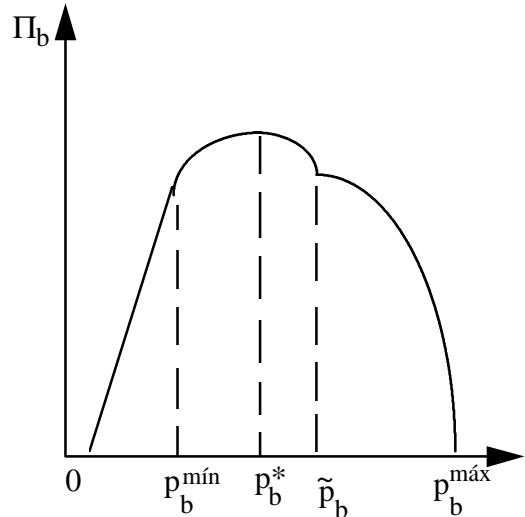


Figura 3-b

Tendencias a la localización

Sustituyendo los precios de equilibrio obtenidos en el apartado anterior en la expresión de los beneficios correspondiente, tenemos:

$$\pi_a^* = \frac{[c_a(F-a)(2L+F+a) + c_b(L-b-F)^2 + m_b - m_a]^2}{18c_a(F-a)}$$

$$\pi_b^* = \frac{[c_a(F-a)(4L-F-a) - c_b(L-b-F)^2 + m_a - m_b]^2}{18c_a(F-a)}$$

Derivando parcialmente cada una de dichas funciones respecto de la correspondiente localización y considerando el cumplimiento de la condición (1), se obtiene para la empresa b que:

$$\frac{\partial \pi_b^*}{\partial b} > 0$$

es decir, la empresa del país B obtendrá más beneficio cuanto más lejos se localice del extremo L y, por tanto, tenderá a localizarse en la frontera, $b = L - F$.

Para la empresa a, considerando el cumplimiento de la condición (1) y la localización de la empresa b, $b = L - F$, tenemos que:

$$\frac{\partial \pi_a^*}{\partial a} \leq 0$$

de forma que cuando $\frac{\partial \pi_a^*}{\partial a} < 0$, la empresa tenderá a localizarse en el extremo 0, $a = 0$; y cuando $\frac{\partial \pi_a^*}{\partial a} = 0$ la

localización óptima será:

$$a = \frac{2F - L}{3} - \frac{\sqrt{c_a^2 (F + L)^2 + 3c_a (m_a - m_b)}}{3c_a}$$

Si suponemos que las empresas tienen la misma tecnología, tenemos que el único resultado factible es $\frac{\partial \pi_a^*}{\partial a} < 0$, lo que implica que la empresa tenderá a localizarse en 0 ($a = 0$). Por otro lado, se mantiene que la empresa b tiende a la frontera.

Proposición 3:

Suponiendo que las empresas tienen la misma tecnología ($m_a = m_b$, que sin pérdida de generalidad hacemos igual a cero), cuando la empresa b abastece a todo su mercado nacional y a una parte del mercado del país A^2 si $F \geq 0,696938L$ las empresas se localizan en $a = 0$ y $b = L - F$ y el equilibrio de Nash en precios viene dado por:

$$(p_a^*, p_b^*) = \left(\frac{c_a F(2L + F)}{3}, \frac{c_a F(4L - F)}{3} \right)$$

Demostración:

Las derivadas parciales de las funciones de beneficios con respecto a su correspondiente localización, teniendo en cuenta el cumplimiento de la condición (1) que ahora quedará así $c_b(L - b - F)^2 + c_a(F - a)(2L + a - 5F) < 0$, son:

$$\frac{\partial \pi_b^*}{\partial b} = \frac{2c_b(L - b - F)[c_a(F - a)(4L - F - a) - c_b(L - b - F)^2]}{9c_a(F - a)} = \frac{4c_b(L - b - F)D_b}{3} > 0$$

por tanto, la empresa b tenderá a situarse en la frontera F, siendo la localización $b = L - F$.

$$\frac{\partial \pi_a^*}{\partial a} = \frac{[c_b(L - b - F)^2 + c_a(F - a)(2L + F + a)][c_b(L - b - F)^2 - c_a(F - a)(2L + 3a - F)]}{18c_a(F - a)^2} =$$

² Si trabajamos con el otro dominio de precios $p_a^* \in D_{a2}$ y $p_b^* \in D_1$, que implicará que la empresa a abastecerá a todo su mercado nacional y a una parte del mercado del país B, tendríamos las localizaciones $a = F$ y b se situa en $L(b = 0)$, los precios de equilibrio, $p_a^* = \frac{c_b(L - F)(3L + F)}{3}$ y $p_b^* = \frac{c_b(L - F)(3L - F)}{3}$ y además $F \leq 0,303062L$, de forma que ahora el país pequeño que es el que exporta sería el A.

$$= \frac{[c_b(L-b-F)^2 - c_a(F-a)(2L+3a-F)]D_a}{3(F-a)}$$

Considerando la localización de b, $b = L - F$, tenemos que $\frac{\partial \pi_a^*}{\partial a} < 0$, la empresa a tenderá a situarse en el origen 0, $a = 0$.

Sustituyendo estas localizaciones en los precios obtendríamos

$$p_a^* = \frac{c_a F(2L+F)}{3} \quad y \quad p_b^* = \frac{c_a F(4L-F)}{3}.$$

Para que la solución obtenida sea de máximo global se requiere que se cumpla la condición (2), que sustituyendo los precios y localizaciones óptimas implica que $F \geq 0,696938L$, de forma que el país que exporta sea más pequeño que el otro (efecto tamaño).

□

Proposición 4:

Suponiendo que las empresas tienen distinta tecnología de producción ($m_a \neq m_b; m_a, m_b > 0$), cuando la empresa b abastece a todo su mercado nacional y a una parte del mercado del país A,

i) Si $m_b - m_a < c_a(F-a)(2L+3a-F)$

se cumple que $c_a F(2L-5F) < m_a - m_b \leq c_a F(2L+F)$

y $m_b - m_a \leq c_a F[4L-F-6(L^2-LF)^{1/2}]$

las empresas se localizan en $a = 0$ y $b = L-F$ y el equilibrio de Nash en precios viene dado por:

$$(p_a^*, p_b^*) = \left(\frac{c_a F(2L+F) + m_b + 2m_a}{3}, \frac{c_a F(4L-F) + 2m_b}{3} \right) \quad (\text{equilibrio A})$$

ii) Si $m_b - m_b = c_a(F-a)(2L+3a-F)$, y se cumple que $a < \frac{3F-2L}{2}$

y $a < 4L-F-6(L^2-LF)^{1/2}$

las empresas se localizan en $a = \frac{2F-L}{3} - \frac{R}{3c_a}$ y $b = L-F$ con $R = \sqrt{c_a^2(F+L)^2 + 3c_a(m_a - m_b)}$ y el equilibrio de

Nash en precios viene dado por:

$$(p_a^*, p_b^*) = \left(\frac{4(F+L)[c_a(F+L)+R]}{27} + \frac{5m_a+4m_b}{9}; \frac{2(7L-2F)[c_a(F+L)+R]}{27} + \frac{5m_b+4m_a}{9} \right) \quad (\text{equilibrio B})$$

Demostración:

Derivando parcialmente las funciones de beneficio respecto de su correspondiente localización y considerando el cumplimiento de la condición (1), obtenemos para la empresa b que:

$$\frac{\partial \pi_b^*}{\partial b} = \frac{2c_b(L-b-F)[c_a(F-a)(4L-F-a) - c_b(L-b-F)^2 + m_a - m_b]}{9c_a(F-a)} = \frac{4}{3}c_b(L-b-F)D_b > 0$$

de forma que la empresa b tenderá a localizarse en $b = L-F$.

Para la empresa a tenemos:

$$\frac{\partial \pi_a^*}{\partial a} = \frac{[c_a(F-a)(2L+F+a) + c_b(L-b-F)^2 + m_b - m_a][c_b(L-b-F)^2 - c_a(F-a)(2L+3a-F) + m_b - m_a]}{18c_a(F-a)^2} =$$

$$= \frac{D_a[c_b(L-b-F)^2 - c_a(F-a)(2L+3a-F) + m_b - m_a]}{3(F-a)}$$

Considerando la localización de b, $b = L-F$, tenemos que el signo de $\frac{\partial \pi_a^*}{\partial a}$ va a depender del signo de $m_b - m_a - c_a(F-a)(2L+3a-F)$.

La condición (1) implica que $a \neq F$, por tanto descartamos $\frac{\partial \pi_a^*}{\partial a} > 0$ que implicará $a=F$. Nos quedan por tanto dos posibilidades: $\frac{\partial \pi_a^*}{\partial a} < 0$ y $\frac{\partial \pi_a^*}{\partial a} = 0$.

a) Si $m_b - m_a - c_a(F-a)(2L+3a-F) < 0$

entonces $\frac{\partial \pi_a^*}{\partial a} < 0$ y la empresa a tenderá a situarse en el extremo, $a = 0$.

Sustituyendo las localizaciones $a = 0$ y $b = L-F$ en las condiciones de existencia de equilibrio en precios tenemos que (1) nos quedaría así:

$$c_a F(2L-5F) < m_a - m_b \leq c_a F(2L+F) \quad (a.1)$$

Por otro lado, tenemos que (2.a) no se cumple, por lo que tenemos que considerar la condición (2.c) y obtenemos la expresión:

$$c_a^2 F^2 (F^2 + 28LF - 20L^2) - 2c_a F(4L-F)(m_b - m_a) + (m_b - m_a)^2 \geq 0 \quad (a.2)$$

que implica que

$$m_b - m_a \geq c_a F[4L-F+6(L^2-LF)^{1/2}] \quad (a.3)$$

o

$$m_b - m_a \leq c_a F[4L-F-6(L^2-LF)^{1/2}] \quad (a.4)$$

Puede comprobarse fácilmente que (a.1) y (a.3) no pueden darse simultáneamente.

Por lo que respecta a (2.d) tenemos que no se cumple, por lo que la existencia de un máximo global por el lado de la empresa b queda asegurada.

En resumen, se requiere que se cumplan (a.1) y (a.4).

Sustituyendo las localizaciones en las expresiones de los precios obtendremos:

$$p_a^* = \frac{c_a F(2L+F) + m_b + 2m_a}{3} \text{ y } p_b^* = \frac{c_a F(4L-F) + m_a + 2m_b}{3}.$$

b) Si $m_b - m_a - c_a(F-a)(2L+3a-F) = 0$

entonces $\frac{\partial \pi_a^*}{\partial a} = 0$. (3)

De la expresión (3) obtenemos:

$$a = \frac{2F-L}{3} \pm \frac{R}{3c_a}$$

siendo $R = \sqrt{c_a^2 (F+L)^2 + 3c_a (m_a - m_b)}$

Las condiciones de segundo orden del problema de maximización del beneficio de la empresa a descartan la solución $\frac{2F-L}{3} + \frac{R}{3c_a}$, siendo, por tanto, la solución óptima $a = \frac{2F-L}{3} - \frac{R}{3c_a}$.

Sustituyendo la localización $b = L-F$ en las condiciones de existencia de equilibrio en precios tenemos que (1) nos quedaría así:

$$c_a (F-a)(2L+a-5F) < m_a - m_b \leq c_a (F-a)(2L+F+a) \quad (b.1)$$

Por otra parte, tenemos que (2.a) no se cumple, por lo que tenemos que considerar la condición (2.c) y obtenemos la siguiente expresión:

$$c_a^2 (F-a)^2 (F^2 + 28LF - 20L^2 - 8La + 2Fa + a^2) - 2c_a (F-a)(m_b - m_a)(4L-F-a) + (m_b - m_a)^2 \geq 0$$

que implica que:

$$m_b - m_a \geq c_a (F-a)[4L-F-a+6(L^2-LF)^{1/2}] \quad (b.2)$$

$$\text{o} \quad m_b - m_a \leq c_a (F-a)[4L-F-a-6(L^2-LF)^{1/2}] \quad (b.3)$$

Puede comprobarse que (b.1) y (b.2) no puede darse simultáneamente.

Si consideramos (2.d) observamos que no se cumple, por lo que la existencia de un máximo global por el lado de la empresa b queda asegurada.

Tenemos, por tanto, las condiciones (b.1) y (b.3) y sustituyendo la localización $a = \frac{2F-L}{3} - \frac{R}{3c_a}$ obtenemos que:

$$0 \leq a < \frac{3F-2L}{2} \quad (b.4)$$

$$\text{y} \quad 0 \leq a < 4L-F-6(L^2-LF)^{1/2} \quad (b.5)$$

Sustituyendo las localizaciones obtenidas en las expresiones de los precios tenemos:

$$p_a^* = \frac{4(F+L)[c_a (F+L) + R]}{27} + \frac{5m_a + 4m_b}{9}$$

$$\text{y} \quad p_b^* = \frac{2(7L-2F)[c_a (F+L) + R]}{27} + \frac{5m_b + 4m_a}{9}.$$

□

Interpretación de los resultados

En el caso de iguales tecnologías determinamos que para que exista equilibrio se tenía que dar un efecto tamaño, de forma que el país que exporta sea más pequeño que el otro.

En el caso de diferentes tecnologías nos encontramos con dos equilibrios según los valores que toman los parámetros que determinan la tecnología. El equilibrio A implica las mismas localizaciones que en el caso de iguales tecnologías $a^* = 0$ y $b^* = L-F$, sin embargo ahora ya no es necesario el efecto tamaño. Así, si $m_a > m_b$ es decir, el país que exporta (B) es el más eficiente tecnológicamente, las condiciones establecidas en (a.1) y (a.4) implicarían que para que exista equilibrio

si $F \geq 0,696938L$ se requiere que $0 < m_a - m_b < c_a F(2L+F)$

y si $0 < F < 0,696938L$ se requiere que $-c_a F[4L-F-6(L^2-LF)^{1/2}] \leq m_a - m_b < c_a F(2L+F)$

Por tanto, si el país exportador es el más eficiente tecnológicamente puede tener cualquier tamaño. Por el contrario, si $m_b > m_a$, es decir, el país exportador es el más ineficiente tecnológicamente, entonces las condiciones (a.1) y (a.4) implican que $F > 0,696938L$ de forma que si $F \geq 0,8L$ entonces es suficiente que $m_b - m_a < c_a F(2L+F)$

y si $0,696938L < F < 0,8L$ entonces es suficiente que

$$m_b - m_a < c_a F[4L-F-6(L^2-LF)^{1/2}],$$

requiriéndose de nuevo que el país que exporta sea más pequeño que el otro.

El equilibrio B implica para la empresa a una localización distinta, de forma que ya no tiende a localizarse lo más lejos posible de su rival. En este caso las condiciones (b.4) y (b.5) implican que el país exportador sea más pequeño que el otro. Por otro lado este equilibrio solo admite el caso $m_b > m_a$, de forma que el país exportador es el más ineficiente tecnológicamente.

4. Conclusiones

En los modelos de competencia espacial habitualmente se supone que las empresas tienen la misma tecnología y sin pérdida de generalidad se considera que los costes marginales de producción son nulos.

En este trabajo se ha analizado la competencia en precios y localizaciones entre dos empresas que se sitúan en dos regiones colindantes y producen con diferentes (e iguales) tecnologías.

Los resultados obtenidos muestran que la consideración de diferentes tecnologías afecta a la existencia de equilibrios y también a las características de los mismos (localizaciones, tamaño de los países, precios, etc.).

Bibliografía

- D'Aspremont, C., Gabszewicz, J.J. y Thisse, J.F., (1979): "On Hotelling Stability in Competition", *Econometrica* 47, 1145-1150.
- Hotelling, H. (1929): "Stability in Competition", *Economic Journal*, 39, 41-57.
- Martínez Giralt, X. (1993): "Intercity Competition with Technological Differences", Universidad Autónoma de Barcelona, W.P. 231.93.
- Martínez Giralt, X., Garella, P.G. y Svoronos, A. (1986): "Price Competition in a Non-homogeneous Space", CORE discussion paper 8611 (U.C.L., Louvaine-La-Neuve, Belgium)..
- Schulz, N. y Stahl, K. (1985): "On the Non-existence of Oligopolistic Equilibria in Differentiated Product Spaces", *Regional Science and Urban Economics* 15, 229-243.
- Ziss, S. (1993): "Entry Deterrence, Cost Advantage and Horizontal Product Differentiation", *Regional Science and Urban Economics* 23, 523-543.