

MIGRACIÓN INTERMUNICIPAL EN LA REGIÓN DE MURCIA.

MODELOS MARKOVIANOS

GÓMEZ GARCÍA, J.; PALACIOS SANCHEZ, M.A.

Departamento de Métodos Cuantitativos para la Economía. Universidad de Murcia.

1.- INTRODUCCIÓN.

La predicción a través de cadenas de Markov ha sido una técnica ampliamente utilizada en el análisis de problemas de movilidad social. Salkin, Lianos , Paris , Ginsberg y otros han realizado sus predicciones sobre los movimientos entre distintos estados de diferentes países utilizando estos modelos.

La generación de predicciones se lleva a cabo mediante el uso de una matriz , P, de probabilidad de transición. Los elementos de P notados por $\{ p_{ij} \}$ dan la probabilidad de movimiento desde el estado “i” al estado “j” durante un período de tiempo dado. Cuando la distribución de la variable en estudio es conocida en el tiempo t, la matriz P se utiliza como multiplicador para obtener la distribución en el tiempo t + 1. Tales modelos de Markov están basados en las siguientes hipótesis:

1) El sistema tiene la propiedad de Markov. La existencia de esta propiedad implica que el estado del sistema se alcanza como una función de su historia reciente. En la mayoría de los ejemplos, esta propiedad toma la forma de la hipótesis de Markov de primer orden, es decir, la probabilidad de que un sistema esté en un estado dado depende sólo de donde estaba el sistema en el período inmediatamente anterior. Por tanto la historia pasada del proceso no da información adicional sobre que estado va a ser ocupado en el futuro. En algunas aplicaciones, sin embargo, cabe suponer que esta hipótesis no se verifica..

2) Los cambios de estado ocurren en pasos discretos. Esta hipótesis permite que las transiciones ocurran solo en intervalos regulares. En muchas aplicaciones los cambios de estado no ocurren regularmente. Los tiempos entre cambios de estado pueden ser el resultado de otros procesos que tienen su propia función de densidad de probabilidad. Robert McGinnis afirma que “ una característica de cualquier movilidad social (migraciones, redistribución de mano de obra, movimiento intergeneracional, etc.) es que cuanto más tiempo está un individuo en un estado, menor es la probabilidad de que abandone dicho estado en el período siguiente.”

3) Homogeneidad de todos los elementos del sistema. Cada elemento (es decir cada persona en caso de migración) que forma parte del sistema se supone que tiene la misma matriz de probabilidad de transición y por tanto que se comporta de acuerdo a las mismas reglas de probabilidad.

4) Estacionariedad de las probabilidades de transición. Se supone que las probabilidades de transición p_{ij} , permanecen constantes en el tiempo. De nuevo en algunas aplicaciones esto no es una hipótesis realista. Por ejemplo, cuando se modelan migraciones, las preferencias para distintas regiones varían a lo largo del tiempo.

Las predicciones sobre distribuciones futuras dependen del grado de cumplimiento de estas cuatro hipótesis. En este sentido la relajación de alguna de ellas daría lugar a un modelo alternativo más realista. Ver, por ejemplo el trabajo de Ginsberg (1972).

En esta línea de estudio, debilitamiento de las hipótesis del modelo clásico, esta comunicación analiza las migraciones entre municipios de la región de Murcia y realiza predicciones con un modelo alternativo al modelo clásico de Markov, cuando la hipótesis cuatro es modificada. Se comparan los resultados obtenidos aplicando ambos modelos y se mide la capacidad predictiva a través de los errores porcentuales respecto de unos valores observados.

2.- ESTACIONARIEDAD.

En algunas aplicaciones la matriz de transición se supone constante en el tiempo, incluso aunque la hipótesis de estacionariedad sea obviamente violada. Es propósito de este trabajo extender este concepto y construir un modelo considerando una alternativa a la hipótesis clásica de estacionariedad.

Gale en su trabajo “ Stochastic Stationarity and the Analysis of Geographic Mobility”, generaliza la idea de estacionariedad y da las siguientes tres definiciones:

Estacionariedad local, es la definición clásica, donde las p_{ij} permanecen constantes en el tiempo. Cuando existe estacionariedad local se cumplen todas las propiedades de los procesos de Markov. Los estadísticos de las cadenas de Markov se pueden deducir de la forma usual, suponiendo ciertas las otras hipótesis.

Estacionariedad funcional, se verifica cuando las p_{ij} se pueden predecir a través del uso de alguna relación funcional, cuyos parámetros permanecen constantes en el tiempo. Esta situación se plantea cuando las p_{ij} no son constantes a largo plazo, pero son de alguna manera predecibles a través de la medida de una o más variables exógenas. Como ejemplo se puede considerar que la probabilidad de emigración de una región i a una región j puede depender de las tasas de empleo en el tiempo t .

Ginsberg (1972) expresa la necesidad de este tipo de estacionariedad y resalta la importancia de desarrollar una base teórica para la utilización de tales relaciones funcionales. Cuestiones tales como la convergencia a una distribución estable y el cálculo de los estadísticos asociados con el proceso no son fáciles de resolver. El concepto es interesante desde un punto de vista teórico y se pueden ver ejemplos en los que la estacionariedad funcional se verifica.

Estacionariedad diferencial. En este caso o bien existe una constante k_{ij} tal que las probabilidades de transición durante dos periodos de tiempo sucesivos difieren en esa constante, es decir:

$$p_{ij}(t+1) = p_{ij}(t) + k_{ij}$$

O bien, las tasas de probabilidades sucesivas son constantes. Entonces:

$$p_{ij}(t+1) = p_{ij}(t)k_{ij}$$

Otro enfoque de estacionariedad diferencial viene dado en Haray y otros (1970). La estacionariedad diferencial se expresa más generalmente por la expresión:

$$P(t+1) = P(t) C(t)$$

donde $C(t)$ es una matriz diferencial que aplica $P(t)$ en $P(t+1)$. Si $C(t)$ es igual a la matriz identidad para todo t entonces existe estacionariedad local. Haray supone que $C(t)$ es constante para todo t , es decir, la primera derivada o tasa de cambio es constante. Demuestran que cuando la matriz C es estocástica, $P(t)$ es también estocástica para cualquier futuro t y que si se verifican ciertas condiciones se puede alcanzar el equilibrio. Pullman y Styan (1973) también han estudiado este caso especial.

Estas extensiones de la definición de estacionariedad pueden resultar bastante útiles en algunas aplicaciones. Ciertamente suministran alternativas interesantes y potencialmente útiles a la aproximación convencional que a veces es inapropiada debido a lo restrictivo de sus hipótesis.

3. UN MODELO ALTERNATIVO.

A partir de las definiciones dadas de estacionariedad funcional y diferencial, no se asegura que la propiedad estocástica se vaya a verificar. En el caso de la estacionariedad funcional, relaciones tales como:

$$p_{ij}(t) = a + bx(t)$$

no necesariamente implican que :

$$\sum p_{ij}(t) = 1$$

De igual forma, si se considera la estacionariedad diferencial dada por:

$$p_{ij}(t+1) = p_{ij}(t)k_{ij}$$

no necesariamente implica que

$$\sum p_{ij}(t+1) = 1$$

En este trabajo se establece que las p_{ij} son funciones lineales del tiempo. El modelo se puede escribir como :

$$p_{ij}(t) = \mathbf{a}_{ij} + \mathbf{b}_{ij}t$$

donde $p_{ij}(t)$ es la probabilidad de ir desde el estado “i” al estado “j” durante el período t-ésimo de tiempo, y donde la pendiente de la ecuación de regresión es específica para el par ij. Las estimaciones de los parámetros \mathbf{a}_{ij} y \mathbf{b}_{ij} se realizan por un procedimiento de regresión de mínimos cuadrados ordinarios. Esta formulación es equivalente a las diferencias constantes de Gale de la forma:

$$p_{ij}(t+1) = p_{ij}(t) + k_{ij}$$

o

$$p_{ij}(t+1) - p_{ij}(t) = k_{ij}$$

puesto que

$$p_{ij}(t+1) = \mathbf{a}_{ij} + \mathbf{b}_{ij}(t+1)$$

y cuando se restan las expresiones para t+1 y t se obtiene:

$$p_{ij}(t+1) - p_{ij}(t) = \mathbf{b}_{ij} = k_{ij}$$

La pendiente de la ecuación de regresión es igual al cambio en p_{ij} por unidad de período de tiempo. Se supone que los parámetros de la ecuación de regresión son constantes en el tiempo.

Se puede demostrar¹ que en este modelo las matrices estimadas son estocásticas. Planteamos este modelo como una alternativa a la hipótesis de que las p_{ij} son constantes en el tiempo. Incluso si las probabilidades observadas no se ajustan bien a un modelo lineal, se proporciona una aproximación de primer orden a las probabilidades de cambio .

¹ Teorema.(Rogerson, 1979). Dado un conjunto de T matrices de probabilidad de transición con elementos observados $p_{ij}(1), p_{ij}(2), \dots, p_{ij}(T)$, y dado el conjunto de tangentes \mathbf{b}_{ij} asociadas con la mejor recta ajustada a través de una sucesión $p_{ij}(t)$ para cualquier período de tiempo s, la matriz $P(s)$ obtenida mediante la estimación por mínimos cuadrados verifica que la suma de cada una de sus filas es igual a la unidad.

4.- APLICACIÓN DEL MODELO A LA MIGRACIÓN INTERMUNICIPAL.-

Se aplica el modelo descrito anteriormente, para realizar predicciones sobre los movimientos migratorios entre los municipios de la región de Murcia. Se han seleccionado por ser los de mayor población los siguientes: Águilas, Alcantarilla, Caravaca de la Cruz, Cartagena, Cieza, Lorca, Molina del Segura, Murcia, Torres de Cotillas, Totana y Yecla. Los datos se han obtenido de los Anuarios Estadísticos de la Región de Murcia publicados en 1993 y 1994. Se han construido tres matrices de transición 12×12 correspondientes a los valores $t=1,5$ y 10 , y a partir de tales matrices y aplicando el método de regresión de mínimos cuadrados ordinarios se estiman los coeficientes a_{ij} y b_{ij} para $i, j = 1, \dots, 12$. Estimados estos coeficientes queda determinada la matriz $P(t)$ que permitirá realizar las predicciones. Se señala que en este caso los coeficientes de determinación de las 144 regresiones efectuadas son superiores en todos los casos a $0,75$.

En primer lugar se realizan predicciones sobre la población de los municipios para el año 1994, por los métodos clásico y alternativo. Los resultados figuran en la Tabla 1.

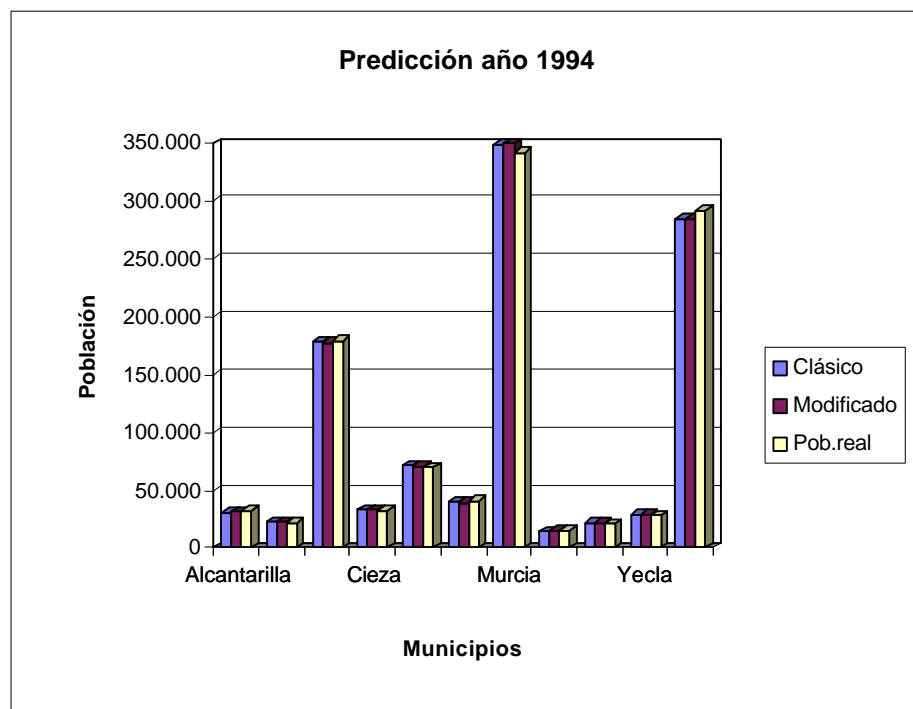
Tabla 1.- Predicciones por ambos métodos para el año 1994, y porcentajes de error con respecto a los valores observados para ese período.

Municipio	Clásico	Modificado	Pob. Real	Porcentaje	de error
				Clásico	Modificado
Aguilas	24.654	24.856	26.007	-5,20	-4,42
Alcantarilla	30.752	31.728	31.854	-3,46	-0,39
Caravaca	22.845	22.837	21.781	4,88	4,85
Cartagena	178.470	177.688	179.659	-0,66	-1,10
Cieza	33.176	32.919	32.165	3,14	2,34
Lorca	70.918	70.154	69.355	2,25	1,15
Molina	40.016	39.701	41.139	-2,73	-3,49
Murcia	348.655	349.748	341.531	2,08	2,40
Torres	14.273	14.629	15.002	-4,86	-2,49
Totana	22.256	22.374	21.246	4,75	5,31
Yecla	29.346	29.119	27.729	5,83	5,01
Resto Región	284.291	284.646	292.183	-2,70	-2,58
Total	1.099.652	1.100.399	1.099.651		

En la tabla se observa que el sesgo en ambas predicciones con respecto a la población real es del mismo signo. El error porcentual absoluto medio en el modelo clásico es de $3,54\%$ y en el modelo alternativo es del $2,62\%$.

En el gráfico 1 se representa la población para el año 1994 de los distintos municipios según las predicciones clásica y alternativa así como la población real.

Gráfico 1.



Por otra parte se hacen predicciones a medio y largo plazo según ambos modelos, para los años 2.000, 2.025 y 2.100. Los resultados se muestran en la Tabla 2.

	ALTERNATIVO			CLÁSICO		
Municipio	2000	2025	2100	2000	2025	2100
Águilas	0,026	0,030	0,037	0,023	0,026	0,035
Alcantarilla	0,050	0,074	0,120	0,042	0,068	0,094
Caravaca	0,031	0,042	0,063	0,029	0,044	0,064
Cartagena	0,153	0,141	0,116	0,166	0,148	0,122
Cieza	0,037	0,043	0,056	0,038	0,049	0,066
Lorca	0,068	0,069	0,073	0,067	0,071	0,078
Molina	0,046	0,058	0,081	0,042	0,058	0,079
Murcia	0,277	0,236	0,155	0,266	0,212	0,142
Torres	0,031	0,050	0,088	0,027	0,053	0,083
Totana	0,027	0,034	0,048	0,027	0,040	0,060
Yecla	0,028	0,029	0,032	0,028	0,032	0,039
Resto región	0,225	0,193	0,132	0,243	0,198	0,137

Los gráficos 2 y 3 muestran las probabilidades de transición para cada municipio desde cualquier otro de la región. Se observa que dichas probabilidades disminuyen para los dos grandes municipios : Murcia y Cartagena, y aumentan considerablemente en los municipios situados en el entorno de Murcia (Alcantarilla, Molina del Segura y Torres de Cotillas). Por otra parte señalar que ambos modelos se comportan de modo análogo en cuanto a la tendencia de crecimiento o decrecimiento para todos los municipios.

Gráfico 2.

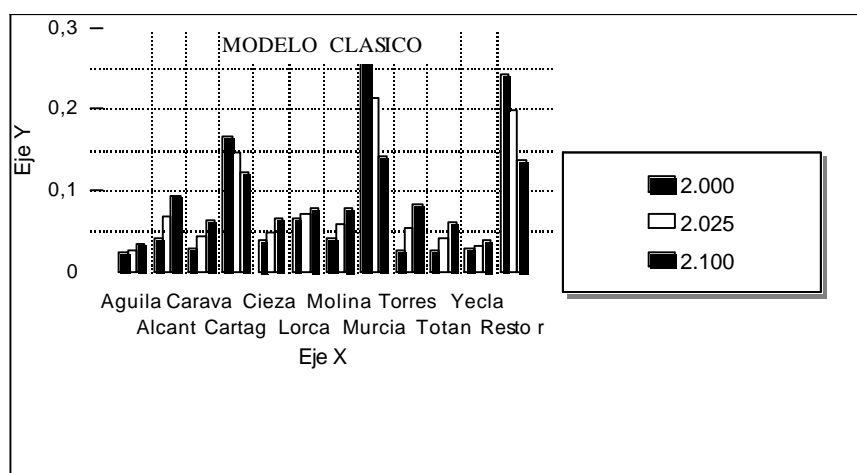
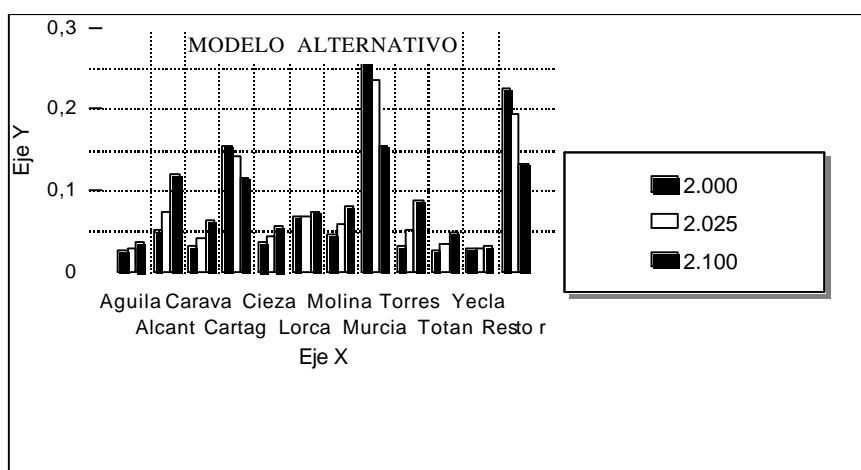


Gráfico 3.



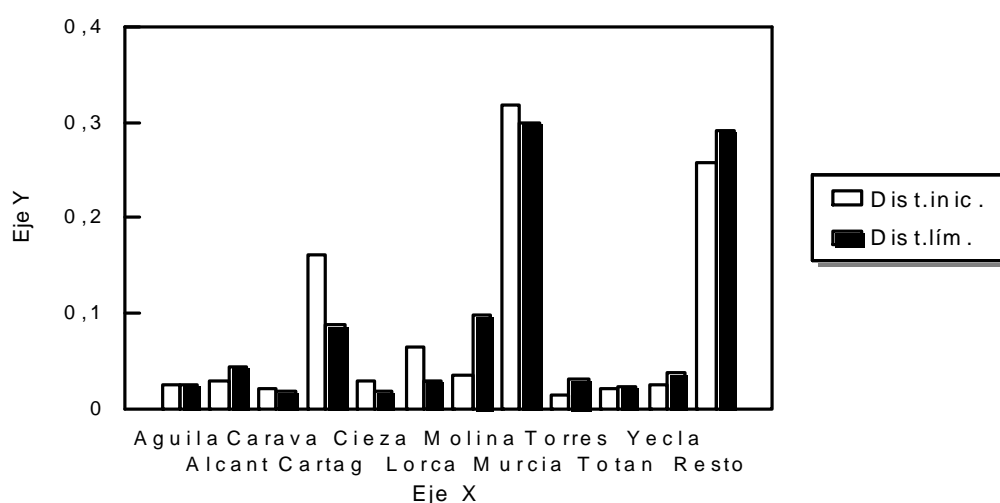
Bajo el supuesto de estacionariedad clásico se puede calcular la distribución límite o distribución invariante de la población de los distintos municipios de la región. Para observar la tendencia se muestran en la tabla 3 tanto la distribución límite como la distribución inicial.

Tabla 3.

Municipio	Dist.inicial	Dist.límite
Águilas	0,024	0,024
Alcantarilla	0,029	0,043
Caravaca	0,020	0,018
Cartagena	0,162	0,088
Cieza	0,030	0,018
Lorca	0,064	0,030
Molina	0,036	0,098
Murcia	0,317	0,299
Torres	0,014	0,032
Totana	0,020	0,023
Yecla	0,026	0,037
Resto Región	0,258	0,290

En la tabla se confirma la tendencia decreciente para los grandes municipios, especialmente Cartagena, así como la tendencia creciente de Alcantarilla, Molina del Segura y Torres de Cotillas como municipios próximos a Murcia; Yecla (municipio de gran desarrollo en la industria del mueble). Los resultados de la tabla anterior se representan en el gráfico 4.

Gráfico 4.

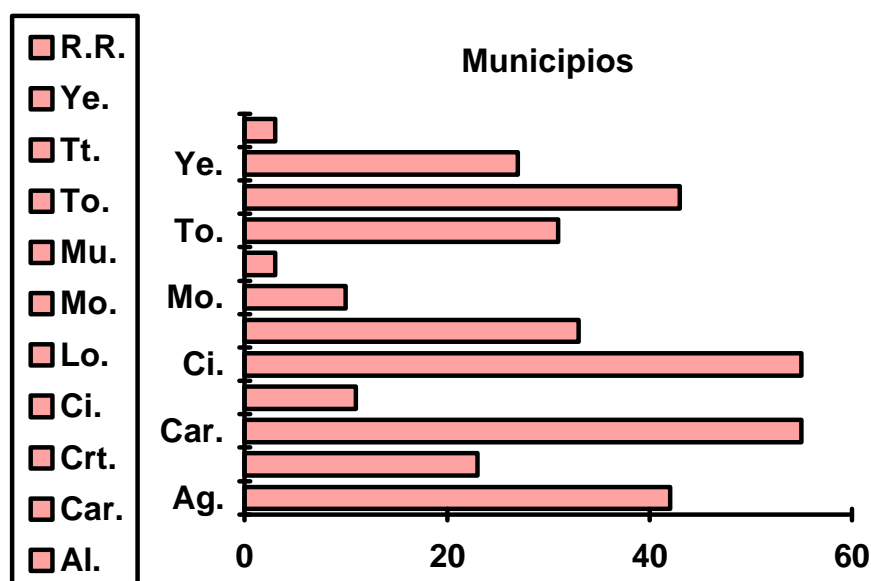


Por último se han calculado los tiempos medios de retorno a cada municipio. Los resultados se encuentran en la siguiente tabla.

Mun	Ag.	Al.	Car.	Crt.	Ci.	Lo.	Mo.	Mu.	To.	Tt.	Ye.	R.R.
T.m.	42	23	55	11	55	33	10	3	31	43	27	3

En esta tabla se observa que los tiempos medios para que una persona que abandona un municipio de la región de Murcia regrese a él oscilan desde 3 años para Murcia hasta 55 para Caravaca y Cieza. Estos tiempos medios se representan en el gráfico 5

Gráfico 5.



CONCLUSIONES.

La utilización de este modelo como alternativa al modelo clásico de cadenas de Markov (estacionariedad local) queda justificada con los resultados obtenidos y al basarse en hipótesis más razonables.

El modelo, basado en una hipótesis de estacionariedad más realista, tiene la capacidad de incorporar preferencias de cambio que se expresan mediante una relación lineal, constituyendo una aproximación de primer orden de las probabilidades de transición no estacionarias.

Conviene significar que en determinadas situaciones, donde se produzca un cambio importante en las preferencias, las predicciones obtenidas mediante este modelo no serían buenas necesariamente. En suma el modelo sería apropiado para hacer predicciones a corto plazo.

BIBLIOGRAFÍA.

- Gale, S. Stochastic Stationarity and the Analysis of Geographic Mobility in P. Adams and F. Helleiner, eds. University of Toronto Press, 1972.
- Ginsberg, R.B. Critique of Probabilistic Models: Application of the Semi - Markov Model to Migration, Journal of Mathematical Sociology, 2, 1972.
- Ginsberg, R.B. Incorporating Causal Structure and Exogenous Information with Probabilistic Models, Journal of Mathematical Sociology, 2, 1972.
- Haray, F.B.; Lipstein and G. Styan, A matrix Approach to Non Stationary Chains, Operations Research, 18, 1970.
- Joseph, G. A Markov Analysis of Age/ Sex Difference in Inter- Regional Migrations in Great Britain, Regional Studies, 9, 1975.
- Pullman, N. and G. Styan, The Convergence of Markov Chain with Non Stationary Transition Probabilities and Constant Causative Matrix, Stochastic Processes and Their Application, 1, 1973.
- Rogerson, P.A. Prediction : A Modified Markov Chain Approach, Journal of Regional Science, 19, 1979.
- Salkin, M., T. Lianos, and Q. Paris, Population Prediction for the Western United State: A Markov Chain Approach, Journal of Regional Science, 15, 1975.