

APLICACIÓN DE LOS MODELOS PROBABILÍSTICOS EN LA INVESTIGACIÓN DE MERCADOS

LUIS DÍAZ SERRANO¹

Universidad de Barcelona

En este trabajo se presentan dos aplicaciones de modelos probabilísticos. Estas aplicaciones se realizan utilizando la información extraída de una encuesta referente a un mercado de consumo de alta rotación, de la cual se utilizan las variables referentes a la importancia que los individuos otorgan a las distintas características o atributos de los productos, y cual es su marca preferida en ese mercado. La primera utiliza modelos probit dicotómicos para el diseño de nuevos productos. La segunda aplicación emplea un modelo logit multinomial como input de un escalograma ordinal con el fin de obtener un mapa de posicionamiento de las distintas marcas de ese mercado.

1. INTRODUCCIÓN

Los modelos probabilísticos muy utilizados hasta ahora en el ámbito microeconómico, son sin embargo inéditos en cuanto a su uso dentro de los estudios de investigación y técnicas de mercado. Las técnicas de análisis multivariante, en especial el análisis discriminante, tienen una amplia tradición en el ámbito del análisis de clasificación de individuos y consumidores. McFadden (1976) y otros autores como Andrew (1986) mostraron la relación entre el análisis discriminante y los modelos logit, y bajo qué condiciones es idóneo el uso de uno u otro modelo. El análisis discriminante asume que la distribución de la variable elección de una alternativa condicionada al conjunto de variables explicativas es una normal multivariante con matriz de variancias y covariancias común entre cada una de las alternativas, mientras que el análisis logit supone que esta misma distribución es de la familia exponencial. Los estudios comparativos entre el análisis logit y el análisis discriminante, llegan a la conclusión de que en los modelos con variable endógena dicotómica se mantiene el anterior supuesto de normalidad, no sucediendo lo mismo en el caso de que dicha variable sea de elección multinomial, con lo que en este último caso es preferente el uso de un modelo logit multinomial frente a un discriminante. Bajo estas consideraciones, los modelos probabilísticos se van utilizando con frecuencia como herramienta de clasificación de individuos. En el presente trabajo, sin

¹ Departamento de Econometría, Estadística y Economía Española. Facultad de Ciencias Económicas y Empresariales. Avda. Diagonal 690. 08034 Barcelona. E-mail: lutxo@riscd2.eco.ub.es.

embargo, se presentan dos aplicaciones² de los modelos probabilísticos totalmente distintas a su uso convencional. Una primera concerniente al diseño de nuevos productos de consumo, y una segunda relativa al posicionamiento de marcas dentro de su mercado.

2. CONCEPTOS TEÓRICOS DE LOS MODELOS PROBABILÍSTICOS

2.1. Modelos logit y probit dicotómicos

Los modelos logit y probit dicotómicos pertenecen al grupo de modelos de elección discreta. Para estos modelos la variable endógena toma los valores 1 si se escoge una determinada alternativa y 0 en caso contrario. En estos modelos se tienen en cuenta la relación no lineal que pueda existir entre la variable endógena y las exógenas, y donde estas últimas pueden ser tanto cuantitativas como cualitativas. Para que quede claro el concepto de los modelos logit y probit dicotómicos, supondremos la existencia de una variable no observable que determina la decisión tomada por un individuo, y que queda determinada por $Y_i^* = X_i \mathbf{b} + u_i$. Puesto que la variable Y_i^* , es inobservable, lo que observamos es una variable dicotómica Y_i que vale 1 si $Y_i^* > 0$ y 0 en caso contrario. Con todo lo anterior, se tiene que $X_i \mathbf{b}$ en este caso corresponde a $E(Y_i^* / X_i)$, puesto que la variable Y_i^* es inobservable, calculamos $E(Y_i / X_i)$, de manera que la probabilidad resultante para el individuo i es la siguiente:

$$P_i = E(Y_i / X_i) = P(Y_i = 1 / X_i) = P(Y_i^* > 0 / X_i) = P(u_i > -X_i \mathbf{b}) = F(X_i \mathbf{b}) \quad [1]$$

donde $F(X_i \mathbf{b})$ es la función de distribución acumulada de u . La expresión [1], para el caso del modelo logit dicotómico toma el valor:

$$P_i = F(X_i \mathbf{b}) = \frac{\exp(X_i \mathbf{b})}{1 + \exp(X_i \mathbf{b})} \quad [2]$$

y para el modelo probit dicotómico:

$$P_i = F(X_i \mathbf{b}) = \Phi(X_i \mathbf{b}) = \int_{-\infty}^{X_i \mathbf{b}} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{t^2}{2}\right) dt \quad [3]$$

donde Φ es la función de distribución de la normal (0,1).

De las expresiones [2] y [3] se deducen las predicciones para las probabilidades de cada uno de los individuos, mediante la que se expresa la probabilidad de que un individuo i seleccione la opción considerada. Para el modelo logit obtenemos:

$$\hat{P}_i = F(X_i \hat{\mathbf{b}}) = \frac{\exp(X_i \hat{\mathbf{b}})}{1 + \exp(X_i \hat{\mathbf{b}})} \quad [3a]$$

²Las aplicaciones presentadas en este trabajo son adaptaciones y ampliaciones de las ideas originales de Rao, V.R. y Winter, F.W. (1978), y Chintagunta, P.K. (1994)

y para el modelo probit:

$$\hat{P}_i = F(X_i \hat{\mathbf{b}}) = \Phi(X_i \hat{\mathbf{b}}) \quad [3b]$$

El método de estimación en estos modelos es la *estimación máximo verosímil*, que resulta ser el método más eficiente para la estimación de modelos no lineales. Con las funciones de distribución anteriormente descritas en las expresiones [2] y [3], se puede obtener la función máximo verosímil para n observaciones independientes de la forma:

$$L = P(Y_1, Y_2, \dots, Y_n) = \prod_{i=1}^n P_i^{Y_i} (1 - P_i)^{1-Y_i} = \prod_{Y_i=1} F(X_i \mathbf{b}) \prod_{Y_i=0} (1 - F(X_i \mathbf{b})) \quad [4]$$

Aplicando logaritmos a la anterior expresión [4] se obtiene:

$$\log L = \sum_{i=1}^n Y_i \log F(X_i \mathbf{b}) + \sum_{i=1}^n (1 - Y_i) \log (1 - F(X_i \mathbf{b})) \quad [5]$$

Diferenciando la anterior expresión [5] respecto al vector β e igualando a 0, se obtiene la estimación máximo verosímil del vector parámetros para los modelos logit y probit:

$$\frac{\partial \log L}{\partial \mathbf{b}} = 0 \quad - \quad \hat{\mathbf{b}}_{MV}$$

la estimación de estos parámetros es un proceso iterativo de convergencia que utiliza el algoritmo de Newton-Raphson.

2.2. Modelo logit multinomial estricto

En los modelos logit y probit dicotómicos presentados en el apartado 2.1, la variable respuesta, era una variable dicotómica que podía tomar valores 0 ó 1. Esta variable respuesta Y_i , representaba la elección del individuo i a una determinada alternativa si $Y_i=1$, y la no elección de la alternativa si $Y_i=0$. En los modelos probabilísticos multinomiales, la variables respuesta Y_{ij} es también una variable de elección discreta, pero puede tomar J valores distintos, tantos como posibles alternativas, y representa la elección del individuo i sobre la alternativa j , con $i=1, 2, \dots, n$, y $j=1, 2, \dots, J$. Al igual que en los modelos dicotómicos, partimos de la existencia de una variable no observable que determina la elección por parte del individuo de una determinada alternativa, que puede ser expresada en forma de utilidad como $U_{ij}=X_i \mathbf{b}_j + u_{ij}$ donde X_i es un vector $1 \times k$ con variables asociadas al individuo i , y β_j el vector de parámetros asociado a la alternativa j , siendo $i=1, 2, \dots, n$ y $j=1, 2, \dots, J$. Por tanto, la anterior expresión hace referencia a la utilidad que ofrece al individuo i la elección de la alternativa j . Así por ejemplo, el individuo i escogerá la opción j si $U_{ij} > U_{i1} > \dots > U_{iJ}$, y así para cada una de las J alternativas. Con todo lo anterior, para este modelo se define la probabilidad del individuo i de escoger la alternativa j en función de las características de dicho individuo como:

$$P_{ij} = \frac{\exp(v_j + X_i \mathbf{b}_j)}{\sum_{h=1}^J \exp(v_h + X_i \mathbf{b}_h)} \quad [7]$$

Tomando una de las alternativas como base que consideraremos como $Y_j=0$, y normalizando respecto a dicha opción, de la anterior expresión [7] se obtiene:

$$P(Y_i = 0) = \frac{1}{1 + \sum_{j=1}^{J-1} \exp(\mathbf{n}_j + X_i \mathbf{b}_j)} \quad P(Y_i = j) = \frac{\exp(\mathbf{n}_j + X_i \mathbf{b}_j)}{1 + \sum_{j=1}^{J-1} \exp(\mathbf{n}_j + X_i \mathbf{b}_j)} \quad [8]$$

$$\sum_{j=0}^{J-1} P(Y_i = j) = 1$$

siendo $j=1, 2, \dots, J-1$, y cumpliéndose .

Para la estimación del vector de parámetros por máxima verosimilitud, se define la función máximo verosímil como:

$$L = \prod_{Y_i=0} \frac{1}{1 + \sum_{j=1}^{J-1} \exp(\mathbf{n}_j + X_i \mathbf{b}_j)} \left\{ \prod_{j=1}^{J-1} \left\{ \prod_{Y_i=j} \frac{\exp(\mathbf{n}_j + X_i \mathbf{b}_j)}{1 + \sum_{j=1}^{J-1} \exp(\mathbf{n}_j + X_i \mathbf{b}_j)} \right\} \right\}$$

con $j=1, 2, \dots, J-1$, y obteniéndose la estimación del vector de parámetros de la forma:

$$\frac{\partial \log L}{\partial \mathbf{n}_j \partial \mathbf{b}_j} = 0 \quad j = 1, 2, \dots, J-1$$

con lo que se tiene un vector de parámetros para cada opción menos una, y empleándose el mismo algoritmo de estimación que en el caso de los modelos dicotómicos.

3. MODELO PROBIT Y DISEÑO DE PRODUCTOS

En el siguiente ejemplo se mostrará como este tipo de modelos, puede ayudar a la toma de decisiones en el diseño de nuevos productos. Si tenemos en cuenta los diferentes atributos que se pueden considerar en un producto, y la valoración que el público hace de los mismos, se puede estimar un modelo probabilístico que nos permita obtener la probabilidad de que un individuo compre un determinado producto, basándonos en la importancia que el individuo le otorga a sus características. En la presente aplicación, se intentará ver a través de la estimación de modelos probit cuáles son las posibilidades de los siguientes nuevos conceptos de producto:

CONCEPTO	PRECIO	TIPO DE ENVASE	PROCEDENCIA
1	125 Pts	A	Española
2	100 Pts	B	Italiana
3	75 Pts	C	Francesa

De esta forma, se crearán las variables dicotómicas (Y_i), de forma que sea 0 si el individuo no está dispuesto a comprar el nuevo concepto de producto y 1 en caso contrario. Con todo ello, se obtienen tres variables dicotómicas (Y_{i1} , Y_{i2} , Y_{i3}), una para cada nuevo concepto de producto. Como variables explicativas, se tomarán las variables, X_1 (buen precio) y X_2 (tipo de envase), que hacen referencia a la importancia que los encuestados otorgan a estas características del producto, puntuándolas de 1 a 5 según el grado de importancia otorgado. Antes de efectuar la estimación de los modelos se realiza una segmentación de los individuos de la muestra por el método *k-means*, tomando como criterio las variables explicativas X_1 y X_2 , además de la variable X_0 (marca extranjera), que como se puede ver en la siguiente tabla resulta irrelevante en la segmentación y, en consecuencia se ha omitido en la posterior estimación.

Cluster	X_0	X_1	X_2	Cases
1	1.7988	3.8000	3.4577	320
2	1.4590	3.4704	1.3804	513

A través de los resultados de la anterior tabla se pueden diferenciar dos segmentos; un primer segmento que considera importante un buen precio, así como la presentación o tipo de envase, y un segundo segmento que al igual que el anterior segmento también otorga importancia al precio, pero no al tipo de envase, con lo que su decisión dependerá únicamente del factor precio. En cualquier caso, ninguno de los segmentos considera importante el hecho de que se trate de una marca extranjera; por tanto, se puede optar tanto por una marca nacional como extranjera, dependiendo dicha elección de los otros dos atributos. Una vez definida la segmentación, se estimará un modelo probit multivariante que bajo el supuesto de independencia entre la elección de los distintos nuevos conceptos, se convierte en un total de seis modelos probit dicotómicos, uno para cada nuevo concepto y segmento, obteniéndose los resultados que se muestran en la siguiente tabla:

CONCEPTO PRODUCTO	SEGMENTO	β_0	β_1	β_2
1	1	-3.7489 (0.0319)	0.2544 (0.00532)	0.3404 (0.00697)
1	2	-2.2475 (0.0170)	0.1108 (0.00337)	0.2275 (0.00824)
2	1	0.6056 (0.0252)	-0.2322 (0.00393)	-0.1124 (0.00594)
2	2	-0.1022 (0.0129)	-0.0622 (0.00260)	-0.2257 (0.00678)
3	1	0.6376 (0.0238)	-0.2343 (0.00383)	0.0837 (0.00553)
3	2	0.3771 (0.0124)	-0.1484 (0.00251)	0.1110 (0.00641)

En la estimación, los parámetros han resultado ser todos significativos, con lo que la importancia otorgada al precio y tipo de envase resulta determinante en la estimación de las probabilidades de elección de los diferentes conceptos de producto. Con los parámetros estimados, sustituyendo en la expresión [3b], tomando $\hat{\mathbf{b}} = [\hat{\mathbf{b}}_0 \hat{\mathbf{b}}_1 \hat{\mathbf{b}}_2]$ y evaluadas las probabilidades en los centros de gravedad de los distintos segmentos, se obtienen las siguientes probabilidades para cada concepto de nuevo producto y segmento:

CONCEPTO PRODUCTO	PROBABILIDAD DE COMPRAR EL NUEVO PRODUCTO	
	SEGMENTO 1	SEGMENTO 2
1	0.0542272	0.0606982
2	0.2528956	0.2644732
3	0.1077597	0.5061104

El anterior cuadro de probabilidades muestra resultados muy significativos y que se pueden considerar como esperados a priori. Las conclusiones que se desprenden de estas probabilidades se obtienen teniendo en cuenta el cuadro de características de los nuevos conceptos de productos en comparación con el cuadro correspondiente a los centros de gravedad de cada segmento de la página anterior. El segmento 2, caracterizado por considerar más importante el precio que el tipo de envase, va incrementando su probabilidad a medida que se va abaratando el nuevo concepto de producto, mientras que para el segmento caracterizado por la importancia otorgada a la utilidad del tipo de envase el concepto de producto 3, muy aceptado por el segmento 2, presenta una probabilidad baja de compra, debido a que el tipo de envase C no

les confiere ninguna utilidad. Ante esta situación la empresa supuestamente francesa del nuevo concepto 3 se puede plantear cambiar el envase para asegurarse la penetración en este segmento 1, dicha empresa optará por esta posibilidad si ocurriera que:

$$N_1 - \Delta P_{3C} - CM_C > C$$

donde C son los costes adicionales que implican el cambio de envase, N_1 el número estimado de consumidores del segmento 1, ΔP_{3C} el incremento en la probabilidad de compra respecto al concepto 3 con envase del tipo C y CM_C la contribución marginal al beneficio por cada compra del concepto 3 con otro envase, que puede ser del tipo A o B .

4. MODELOS LOGIT MULTINOMIALES Y POSICIONAMIENTO DE MARCAS

La aplicación que se presenta en este punto, consiste en una modificación y ampliación de una metodología que utiliza los modelos probabilísticos como base para el posicionamiento de marcas a través de la distribución de las preferencias de los hogares o consumidores y los efectos de las variables de marketing sobre estos hogares. Ahora, la aplicación se basa en el hecho de que es posible encontrar una estructura en la matriz de covariancias de la distribución de las preferencias intrínsecas de los hogares por un conjunto de marcas. Retomando la expresión [7] en la que; v_{ij} son las preferencias intrínsecas del hogar i por la marca j , X_{ij} el vector de variables de marketing y otras relacionadas con las marca j , y β_i el vector de efectos del conjunto de variables incluidas en X_{ij} , se considera que en [7], el vector $v_i = [v_{i1}, v_{i2}, \dots, v_{ij}]'$ denota el vector de preferencias del hogar i por las J marcas. Así pues, este vector de preferencias, estaría formado por los términos independientes de los vectores de parámetros de cada marca. Con todo esto, se puede definir un proceso que permite proyectar las J marcas en un mapa de posicionamiento, en este proceso se pueden definir tres etapas; una primera consistente en la estimación de un modelo logit multinomial con la k variables seleccionadas para definir las preferencias sobre las J marcas, una segunda que consiste en la obtención de la matriz de variancias y covariancias de los parámetros estimados en el modelo logit multinomial, y extracción de las variancias y covariancias de los términos independientes en una submatriz que será transformada en matriz de correlaciones, y una tercera y última que es el uso de esta submatriz como *input* para un análisis de escalas multidimensionales (MDS) no métricas, que permite obtener el mapa de posicionamiento de las J marcas. La relación entre las variables explicativas y la decisión de compra de una determinada marca se expresa como:

$$Y_{ij}^* = v_{ij} + X_{1ij} b_{1i} + X_{2ij} b_{2i} + X_{3ij} b_{3i} + X_{4ij} b_{4i} + X_{5ij} b_{5i} + e_{ij}$$

donde X_{1ij} es la importancia que dan los hogares al conocimiento anterior de la marca, X_{2ij} la importancia que dan los hogares a la publicidad de la marca, X_{3ij} la importancia que dan los hogares al prestigio de la marca, X_{4ij} la importancia que dan los hogares al precio de la marca, y X_{5ij} la importancia que dan los

hogares a las ofertas/promociones de las marcas.

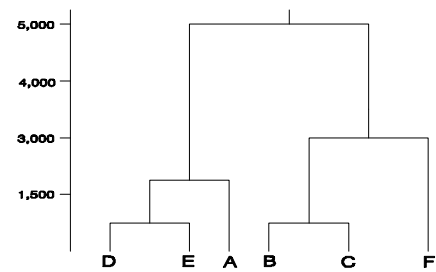
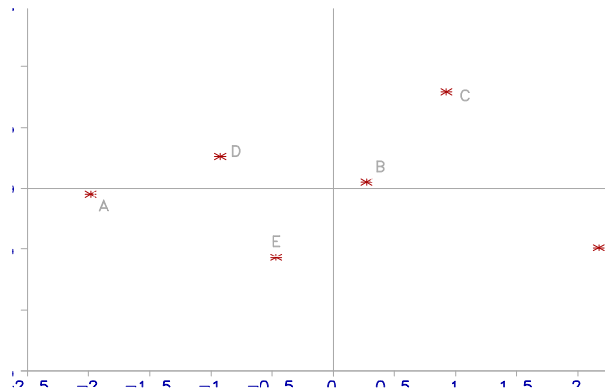
La matriz de correlaciones entre los términos independientes tras la estimación del modelo logit multinomial es la siguiente:

	B	C	D	E	F
B	1,0000	0,9802	0,9667	0,9427	0,8790
C		1,0000	0,9831	0,9569	0,8911
D			1,0000	0,9710	0,9029
E				1,0000	0,9270
F					1,0000

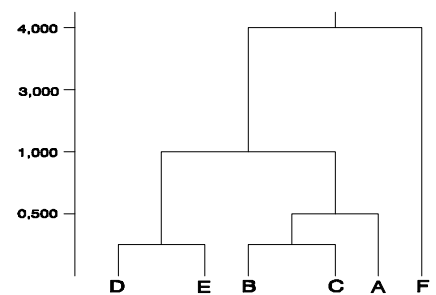
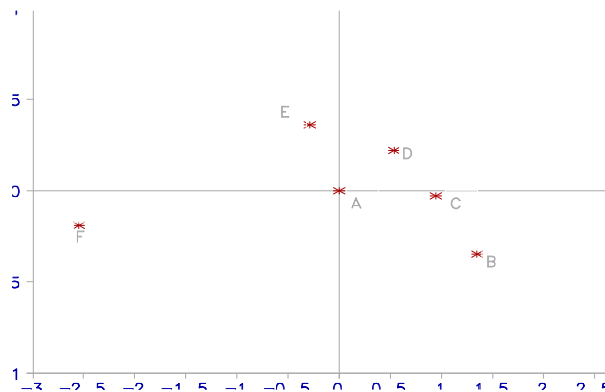
Estas correlaciones pueden ser tomadas como similitudes (s_{ij}) entre las distintas marcas, y se transforman en distancias a través de la operación $d_{ij}=1-s_{ij}$. En la anterior matriz de correlaciones, no aparece la marca A, debido a que como ya se ha comentado la estimación de los vectores ha sido normalizada con respecto a esta opción A, por tanto, en el momento de la representación del escalamiento no métrico dicha marca se situará en el origen de coordenadas (0,0).

El método de escalamiento utilizado es el no métrico u ordinal, puesto que en nuestra aplicación ha mostrado mejores propiedades y resultados. Este método se caracteriza por la reducción de una dimensionalidad inicial R^n en una dimensionalidad final R^k , a través del cálculo de una regresión monótona de forma que se mantenga la estructura de orden entre las distancias de la configuración inicial de puntos en R^n y la configuración final de puntos en R^k . Suponiento tres objetos (a,b,c,) y partiendo de una estructura de orden de las distancias iniciales $d_{ab}<d_{ac}<d_{bc}$, la configuración final de los mismos en la dimensión reducida será tal que $\hat{d}_{ab}<\hat{d}_{ac}<\hat{d}_{bc}$. A fin de poder contrastar los resultados obtenidos utilizando como input la anterior matriz, se ha realizado el escalamiento utilizando como input la matriz de distancias euclídeas entre las distintas marcas, calculada a partir de la puntuación media obtenida en cada variable explicativa por cada una de las marcas y, posteriormente, se han utilizado las puntuaciones de ambos escalamientos en la obtención de un cluster jerárquico con la intención de detectar estructuras jerárquicas de mercado.

REPRESENTACIÓN ESCALAMIENTO Y CLUSTER A PARTIR DEL MODELO LOGIT



REPRESENTACIÓN ESCALAMIENTO Y CLUSTER A PARTIR PUNTUACIÓN MEDIA



MEDIDAS DE BONDAD DE AJUSTE EN MDS Y CLUSTER

	S	K	RSQ	r_c
MDS no métrico (medias)	0,01	0,466	99,93	0,512
MDS no métrico (logit)	0,00	0,026	100,0	0,881

Según los resultados obtenidos en el cálculo de las medidas de bondad del ajuste, tanto en la representación MDS como en el cluster, el uso como input de los resultados obtenidos en el modelo logit multinomial proporciona iguales o mejores representaciones que la utilización de una matriz de distancias calculada por el método clásico. (En el Anexo se formalizan las tres medidas de escalamiento y jerarquización aludidas en la anterior tabla).

5. CONCLUSIONES

En el presente trabajo se han presentado dos aplicaciones de fácil implementación y muy poco usuales de los modelos probabilísticos. En la primera aplicación tras, una previa segmentación los resultados son muy coherentes, y se proporciona al investigador una herramienta adicional a las ya existentes en las decisiones de mercado. El resultado fundamental se resume en que tendrá mayor o menor probabilidad de compra aquel nuevo concepto de producto que otorgue mayor o menor utilidad de compra en cuanto al precio y al envase al segmento que le corresponda. En la segunda aplicación, se muestra una nueva forma de aprovechar al máximo las posibilidades de un modelo probabilístico, que no sólo permite clasificar y ver la importancia de las variables en esta clasificación, sino que además permite la utilización de las covariancias de los parámetros estimados para la representación de escalogramas (MDS), proporcionándose en este caso ajustes similares o incluso mejores que los obtenidos por el método tradicional. Se ha de tener en cuenta, que las representaciones obtenidas surgen de las preferencias intrínsecas de cada consumidor por cada una de las marcas.

ANEXO

1) El *STRESS* (S), propuesto por Kruskal (1964) es utilizado como coeficiente a minimizar en la representación MDS no métrica. Cuanto más cercano a cero mejor será la representación de la configuración final de puntos en una dimensión R^k , que es la reducción de una dimensión inicial R^n :

$$S = \left[\frac{\sum_{i < j} (d_{ij} - \hat{d}_{ij})^2}{\sum_{i < j} d_{ij}^2} \right]^{\frac{1}{2}}$$

2) El *coeficiente de alienación* (K), propuesto por Guttman (1968) es otra medida en la valoración de la representación de la configuración final de puntos, y cuya interpretación es igual que el *STRESS*:

$$K = \left[1 - \frac{\left[\sum_{i < j} d_{ij} \hat{d}_{ij} \right]^2}{\sum_{i < j} d_{ij}^2 \sum_{i < j} \hat{d}_{ij}^2} \right]^{\frac{1}{2}}$$

3) El coeficiente de correlación cofenética (r_c), introducido por Sokal y Rohlf (1962), es la mejor medida en cuanto a la valoración de la calidad de la representación en el cluster jerárquico, ya que es el coeficiente de correlación entre las distancias iniciales y las ultramétricas finales utilizadas para la clasificación. Mejor será la representación, cuanto más cercano a la unidad sea este coeficiente:

$$r_c = \frac{\sum_{i < j}^n (d_{ij} - d^m)(\hat{d}_{ij} - \hat{d}^m)}{\left[\sum_{i < j} (d_{ij} - d^m)^2 \sum_{i < j} (\hat{d}_{ij} - \hat{d}^m)^2 \right]^{\frac{1}{2}}}$$

REFERENCIAS BIBLIOGRAFICAS

- [1] **Andrew, W.L.** (1986), "Logit vs. Discriminant Analysis", *Journal of Econometrics*, Vol. 31, p. 151-178.
- [2] **Bolancé, C., Díaz, L. y Oliva, F.** (1993), "Aplicació de l'Anàlisi Multivariant a un Estudi sobre les Llengües Europees", *Qüestió*, Vol. 17, n. 1, p. 139-161
- [3] **Chintagunta, P.K.** (1994), "Heterogeneous Logit Model Implications for Brand Positioning", *Journal of Marketing Research*, Vol. XXXI (Mayo), p. 304-311
- [4] **Chintagunta, P.K., Dipak, C.J. y Naufel, J.V.** (1991). "Investigating Heterogeneity in Brand Preferences in Logit Models for Panel Data", *Journal of Marketing Research*, 28 (Noviembre), p. 417-428
- [5] **Davison, M.L.** (1983). *Multidimensional Scaling*, Wiley, New York.
- [6] **Guttman, L.** (1968). "A General Nonmetric Technique for Finding the Smallest Coordinate Space for a Configuration of Points", *Psychometrika*, Vol. 33, p. 469-504
- [7] **Johnson, S.C.** (1967). "Hierarchical Clustering Schemes", *Psychometrika*, Vol. 32, p. 241-254
- [8] **Kruskal, J.B.** (1964). "Multidimensional Scaling by Optimizing Godness-of-fit to a Nonmetric Hypothesis", *Psychometrika*, Vol. 29, p. 1-28
- [9] **Maddala, G.S.** (1988), *Limited-dependent and Qualitative Variables in Econometrics*, Cambridge University Press, Cambridge (Massachusetts)
- [10] **McFadden, D.L.** (1976), "A Comment on Discriminant Analysis vs. Logit Analysis", *Annals of Economic and Social Measurement*, Vol. 5, p. 511-523
- [11] **McFadden, D.L.** (1984), "Econometric Analysis of Qualitative Response Models", *Handbook of Econometrics*, Vol. II, p. 1396-1446
- [12] **Rao, V.R. y Winter, F.W.** (1978), "An Application of the Multivariate Probit Model to Market Segmentation and Product Design", *Journal of Marketing Research*, Vol. XV (Agosto), p. 361-368
- [13] **Sokal, R.R., y Rohlf, F.J.** (1962). "The Comparison of Dendrograms by Objective Methods", *Taxon*, Vol. 11, p. 33-40