

EL EFECTO INGRESO EN LOS MODELOS DE ELECCIÓN DISCRETA: UNA APLICACIÓN EMPÍRICA DE LAS DISTINTAS APROXIMACIONES UTILIZADAS PARA SU EVALUACIÓN.

Rosa Marina González Marrero
Area de Fundamentos del Análisis Económico
Universidad de La Laguna

1. INTRODUCCIÓN.

El objetivo de este trabajo es contrastar empíricamente que los viajeros con diferentes niveles de renta ponderan de forma distinta los atributos que caracterizan a los modos de transporte, concediendo mayor importancia a las variables de niveles de servicio -en este estudio el tiempo de viaje- que al precio.

Este estudio se centra en el trayecto Gran Canaria-Tenerife, donde los viajeros tienen disponibles tres modos de viaje (avión, jet-foil y ferry), estimándose la demanda probabilística de transporte a partir de las preferencias que revelan los viajeros cuando eligen el modo de viaje.

Para evaluar el efecto ingreso que se persigue se estiman modelos logit multinomiales sobre los que se aplica la metodología propuesta por Jara-Díaz y Videla (1989).

Así, se muestra que existe un decrecimiento de la utilidad marginal de la renta y que el valor que conceden los viajeros a los ahorros de tiempo aumenta con el nivel de ingresos del individuo.

Este trabajo se estructura de la siguiente forma: en el apartado 2 se presenta la metodología de estudio utilizado. El apartado 3 se ocupa del tratamiento de la muestra y selección de las variables explicativas. En el apartado 4 se presentan los resultados de la estimación del modelo. Finalmente, en el apartado 5 aparecen las conclusiones generales que se extraen de este trabajo.

2.MODELOS DE ELECCIÓN DISCRETA: EL MODELO DE JARA-DÍAZ Y VIDELA (1989).

Los modelos de elección discreta permiten realizar una estimación cuando la variable dependiente sólo toma un número finito de valores, siendo esta variable una probabilidad no observada y las observaciones muestrales elecciones individuales. Así, cuando la variable dependiente es cualitativa, el caso más frecuente es el de modelizar la elección hecha por un individuo -en este estudio la elección del modo de viaje-.

La mayoría de los modelos de elección discreta referidos a la elección del modo de viaje se fundamentan en la teoría de la utilidad aleatoria (McFadden, 1974, 1981), donde se postula que existe un consumidor racional que representa el comportamiento promedio del conjunto de consumidores. Según esta teoría es la incapacidad del investigador para conocer todas las características relevantes como la forma exacta de la función de utilidad, lo que hace necesario introducir una parte aleatoria en la función de

utilidad. La función con la que se trabaja es la función indirecta de utilidad, que se expresa para un individuo i y para cada alternativa j de la siguiente forma:

$$U_{ij}(X) = V_{ij}(X^*) + \epsilon_{ij}$$

donde X^* recoge tanto las características del individuo como de la alternativa. V_{ij} representa la utilidad común a todos los individuos -común en su estructura, no en sus valores- y ϵ_{ij} es una variable aleatoria, con una función de probabilidad dada que representa las variaciones de cada individuo con respecto al promedio.

La maximización de la utilidad sobre las alternativas supone, por tanto, que el individuo i elegirá la alternativa j siempre que $U_{ij} \geq U_{ik} \forall k \neq j$ con lo que

$$\begin{aligned} Pr(i, j) &= P_{ij} = Pr(U_{ij} > U_{ik}) \\ &= Pr(\epsilon_{ik} - \epsilon_{ij} \leq V_{ij} - V_{ik}) \\ &= F(V_{ij} - V_{ik}) = F[H(X^*, q)] \end{aligned}$$

donde F representa la función de distribución de $(\epsilon_{ik} - \epsilon_{ij})$ y H representa la forma funcional de la relación $(V_{ij} - V_{ik})$, donde tal y como se señaló anteriormente la función de utilidad (V) depende de las características de los individuos y de los atributos de las alternativas (X^*). A efectos de estimación es frecuente elegir como forma funcional de la relación H , la lineal.

En orden a predecir si una alternativa será elegida, de acuerdo al modelo, el valor de su utilidad debe ser contrastado con respecto al de las otras opciones y transformado en valores de probabilidad entre cero y uno. Para esto existen una variedad de transformaciones matemáticas que se caracterizan, la mayoría de ellas, por tener una gráfica en forma de S y que dan lugar a distintos modelos.

Sin duda, el modelo más utilizado es el **Logit Simple (MNL)** que se genera a partir de funciones de utilidad independientes e idénticamente distribuidas con función de densidad Gumbel y que presenta una matriz de varianzas-covarianzas diagonal. La razón más importante de esta popularidad deriva de su estructura analítica muy sencilla.

El principal supuesto del modelo logit es que los términos aleatorios de la función de utilidad son independientes e idénticamente distribuidos (IID) Gumbel, lo cual implica que los individuos con las mismas características observables tienen gustos idénticos y que cualquier efecto derivado de las características no observables de los individuos o las alternativas no están correlacionados a través de los individuos ni de las alternativas.

McFadden (1974) ha demostrado que las correspondientes probabilidades de un modelo multinomial con términos de error que siguen esa distribución son:

$$P_{ij} = \frac{\exp(V_{ij})}{\sum_{j=1}^J \exp(V_{ij})}$$

que es la forma general de la función de distribución logística y expresa la probabilidad de que un individuo i escoja la alternativa j .

2.1.- El Modelo de Jara-Díaz y Videla.

En 1989 Jara-Díaz y Videla plantean una metodología que deriva de fundamentos microeconómicos y con la cual es posible detectar la presencia de un efecto ingreso en los modelos de elección discreta. Formulan un modelo donde la utilidad marginal de la renta depende del coste de la alternativa elegida. La función de utilidad indirecta vendría dada por la siguiente expresión

$$V(P, Y - c_j, Q_j) = V_1(P, Y - c_j) + V_2(Q_j)$$

donde:

P = precio de los bienes sin incluir el de los viajes

Y = nivel de renta

c_j = coste de transporte de la alternativa j

Q_j = características de las alternativas de transporte

Para estudiar el efecto de la renta solo es necesario estudiar V_1 para la cual utilizan una expansión de Taylor de orden superior a uno entorno a (P, Y) , de forma que la renta aparece como una variable explicativa en la elección modal.

$$V_1(P, Y - c_j) = V_1(P, Y) + \sum_{i=1}^n \frac{1}{i!} V_1^i(P, Y)(-c_j)^i + R_{n+1}$$

donde V_1^i indica la i -ésima derivada de V_1 con respecto a $Y - c_j$ evaluada en Y , y R_{n+1} representa los términos de orden $n+1$ y superiores. Si se considera que la aproximación n es suficiente entonces R_{n+1} es cercano a cero.

Cuando la aproximación que se utiliza es de orden uno se obtiene la usual especificación lineal en coste de la función de utilidad.

La elección del modo de transporte dependerá de la renta desde que se tome n mayor o igual que 2, dado que aparecerá al menos un término de la forma $V_1^i(P, Y)$, lo cual significa que al comparar $V(c_i, Q_i)$

con $V(c_j, Q_j)$ pueden producirse resultados distintos para diferentes niveles de renta.

En estos casos la utilidad marginal de la renta viene dada por:

$$I = \frac{\partial V^*}{\partial Y} = V_I^I(P, Y) + \sum_{i=1}^{n-1} \frac{1}{i!} V_I^{i+1}(P, Y) (-c_j)^i$$

Observándose que para el caso lineal ($n=1$) λ es independiente de la renta a diferencia de casos para los que n es igual o superior a dos.

Estos autores proponen un test muy sencillo que consiste en introducir un nuevo término a la función de utilidad lineal habitualmente utilizada, se trata del coste elevado al cuadrado estudiando si es o no significativo. En este caso la expresión de la función de utilidad a utilizar será:

$$V_i = a_0 + a_c c_i + 1/2 a_{c^2} c_i^2 + V_2(Q_i)$$

De forma que coeficientes significativos para la variable coste al cuadrado estimados en distintos segmentos de renta indican la existencia de una función de utilidad general del tipo $V(c_i, t_i, Y)$.

El valor de la utilidad marginal de la renta también se puede extraer de la ecuación anterior teniendo en cuenta que $\partial V_i / \partial Y$ coincide con $-\partial V_i / \partial c_j$.

Así una aproximación de segundo orden sería suficiente para averiguar la existencia de un efecto ingreso de la siguiente forma: se divide la población en distintos segmentos de renta y se estima para cada submuestra un modelo que incorpore la variable coste al cuadrado estudiando si es significativa o no. De forma que se deben cumplir tres propiedades:

- Los coeficientes estimados para el coste de las alternativas debe ser negativo y decrecer -su valor absoluto- con el ingreso.
- Los coeficientes de la nueva variable -coste elevado al cuadrado- deberían ser positivos y decrecer con el ingreso.
- La utilidad marginal de la renta debería decrecer con el ingreso.

La utilidad marginal de la renta dependería del coste del viaje y debería interpretarse que, para un mismo grupo de renta, es mayor para aquellas personas que eligen medios más baratos.

La contrastación del efecto renta que proponen estos autores justifica la segmentación de la muestra y la estimación de distintos coeficientes para cada nivel; asimismo la introducción del término c_i^2 -coste al cuadrado- en las ecuaciones para niveles homogéneos de renta supone que la utilidad marginal de la renta no es constante dentro de cada grupo y que depende del coste de la alternativa elegida.

3. TRATAMIENTO DE LA MUESTRA Y SELECCIÓN DE LAS VARIABLES RELEVANTES.

La información utilizada para este trabajo procede de la encuesta realizada en la semana del 23 al 29 de Noviembre de 1992 por el Ministerio de Obras Públicas y Transporte a los viajeros con origen/destino en las dos capitales canarias: Tenerife y Gran Canaria.

La primera elección que se hace es la de trabajar con sólo un trayecto (Gran Canaria-Tenerife); de esta forma se reduce la posibilidad de contabilizar dos veces al mismo individuo dado que en esta ruta existe un elevado número de pasajeros que realizan un trayecto a primeras horas de la mañana y luego regresan en la tarde-noche. El análisis previo de la muestra permite observar que la información contenida en el trayecto Tenerife-Gran Canaria es muy similar a la del trayecto Gran Canaria-Tenerife, con lo cual se puede eliminar uno de estos trayectos y trabajar con un menor número de observaciones para facilitar su tratamiento, a la vez que se asegura que las conclusiones que se extraigan se pueden generalizar para ambos sentidos del viaje.

Asimismo, se eliminan los individuos que manifiestan haber viajado gratis, es decir precio cero, ya que no tiene sentido calcular con estas observaciones la probabilidad de elección del medio en cuestión. Además, se extraen de la muestra aquellos individuos que no declaran cual es su nivel de renta.

Otro tratamiento que hay que realizar consiste en eliminar a todos aquellos individuos de negocios en los que el medio de transporte fue impuesto, es decir, cuando viajan en ese medio por decisión de la empresa. En estos casos el individuo no es el que elige el modo de transporte y, con frecuencia, no paga su billete.

Dado que la encuesta permite conocer la razón de la elección del modo, se pueden identificar situaciones en las que, aún queriendo haber viajado en otro medio, el individuo no podía hacerlo por no haber billete disponible (demanda insatisfecha). El tratamiento que se sigue con este tipo de observaciones es el de considerar que esos individuos no tenían disponible la alternativa en la que querrían haber viajado y no pudieron.

Por otro lado, dada la descompensación que hay entre el número de individuos en avión y en jet-foil respecto a los del ferry, se opta por introducir también los pasajeros de ferry en el trayecto Tenerife-Gran Canaria. Este tratamiento es menos problemático en el caso del ferry ya que se trata de un menor número de observaciones y por lo tanto, es posible comparar a los individuos de cada trayecto, con el propósito de evitar contabilizar dos veces al mismo individuo.

En el caso de los pasajeros en ferry se eliminan los que viajan con su coche, por entenderse que se trata de viajeros cautivos de este medio, ya que esta posibilidad no existe en el jet foil ni en el avión.

Una vez tenida en cuenta todas estas consideraciones, el número de observaciones con el que se trabaja se reduce a 1794.

En lo que se refiere a la selección de las variables explicativas se hace el siguiente planteamiento:

En los modelos estimados se incluyen dos constantes modales; en concreto una en la función de utilidad del jet foil y otra para el ferry, las cuales se denominan respectivamente "CTE.JET" y "CTE.FERRY"; esto es, se deja como alternativa de referencia al avión. Con la introducción de estas constantes modales se asegura que los modelos estimados reproducen las proporciones de mercado observadas para cada uno de los medios de transporte.

Las variables seleccionadas para la estimación de los modelos son las siguientes:

- **El precio:** se trata del coste del billete, siendo la tarifa normal sin ningún tipo de descuento de 3.770 pesetas para el avión, 4.950 para el jet foil y 2.550 en el ferry.
- **El tiempo:** esta variable se expresa en minutos, se denomina tiempo generalizado (TGEN), y es la suma del tiempo invertido desde el origen hasta el aeropuerto o terminal, el tiempo en vehículo -avión, jet foil o ferry- y, finalmente el tiempo desde el aeropuerto o estación marítima de destino hasta el destino final.

Además en el caso de la alternativa avión se le suma un tiempo de espera de treinta minutos. Este tratamiento obedece a que, aunque no es posible conocer el tiempo de espera en la terminal o aeropuerto a través de la encuesta presentada, se considera que hay que penalizar la alternativa de viajar en avión de algún modo ya que a pesar que en todos los medios analizados existe un tiempo de espera lo cierto es que en el caso del avión se da la obligación de estar en el aeropuerto con antelación, existiendo un tiempo mínimo de espera de veinte minutos cuando no hay que facturar equipaje y de media hora en caso contrario.

Los tiempos de acceso a la terminal/aeropuerto son los declarados por los individuos y el tiempo de llegada al destino final se obtiene a partir de la información disponible en organismos públicos competentes, debido a que no existe una matriz de tiempos de viaje para el transporte terrestre público y privado.

-**La Capacidad Relativa:** esta variable (CAP.REL) es el cociente entre la capacidad diaria ofrecida por cada medio y la capacidad total que existe (CAP.REL= (Frecuencia*Nºasientos ofrecidos)/Capacidad total), siendo la capacidad total la suma de las ofertas diarias de cada medio.

4. ESTIMACIÓN DEL MODELO.

En este apartado se estiman un conjunto de modelos logit, similar al utilizado por Jara-Díaz y Videla (1989), donde la forma de la función de utilidad viene dada por la ecuación anteriormente presentada.

El valor de $\partial V_i / \partial Y$ (utilidad marginal de la renta) equivale a $-\partial V_i / \partial c_i$ y produce el resultado siguiente

$$I_i = \frac{\partial V_i}{\partial Y} = -a_c - a_{c2} c_i$$

Este planteamiento se realiza para el total de la muestra y para cada uno de los estratos de renta considerados, ver cuadro 1.

En estos modelos se observan efectos de segundo orden de magnitud pequeña pero estadísticamente significativos, que parecen contradecirse con los resultados que se obtienen al segmentar la población sin incluir la variable coste al cuadrado (véase el cuadro 2). Así cuando se realiza la misma segmentación pero no se incluye la variable coste al cuadrado, no se observa un decrecimiento del coeficiente del precio, lo cual muestra que son modelos poco idóneos para caracterizar el comportamiento de la demanda y que evidentemente se deben preferir los del cuadro 1. Este hecho agrega bondad al modelo propuesto por Jara-Díaz y Videla (1989), el cual sí que permite detectar comportamientos acordes con la teoría, por lo que será esta metodología la que se utilice en este estudio para detectar el efecto ingreso en los modelos de demanda planteados. Asimismo, esta metodología resulta más atractiva si se tiene en cuenta que, además de producir resultados correctos, deriva de fundamentos microeconómicos sólidos a diferencia de la mera segmentación de la muestra.

Cuadro 1. Modelos que recogen el efecto ingreso con la introducción de la variable precio elevado al cuadrado.

Variables	Muestra Total	Mod (Y1)	Mod (Y2)	Mod (Y3)
TGEN	-0,0692 (-18,1)	-0,0693 (-5,8)	-0,0728 (-12,8)	-0,0784 (-5,9)
PRECIO	-0,0093 (-7,1)	-0,0226 (-4,7)	-0,0140 (-5,1)	-0,0052 (-1,6)
PRECIO ²	3,2E-06 (5,4)	4,0E-06 (4,6)	2,0E-06 (3,2)	6,0E-07 (0,8)
CAP.REL	0,4159 (0,6)	1,032 (0,5)	-0,9007 (-0,9)	1,556 (0,8)
CTE.JET	1,583 (3,6)	3,873 (2,5)	5,702 (6,2)	0,9967 (0,7)
CTE.FER	4,142 (5,1)	-2,280 (-0,8)	0,1494 (0,1)	5,247 (1,9)
Log-L(c)	-1594,67	-185,21	-782,77	-177,08
Log-L(θ)	-926,22	-89,60	-419,12	-103,36
$\rho^2(0)$	0,421	0,518	0,476	0,448
$\rho^2(c)$	0,419	0,516	0,464	0,416
$\chi^2(k-c, 95\%)$	9,488	9,488	9,488	9,488
LR(c)	1362,9	198,1	730,76	147,98
N	2106	246	1.063	252

Los resultados de los modelos presentados en el cuadro 1 permiten calcular el valor de la utilidad

marginal para cada uno de los estratos de renta considerados los cuales se presentan en el cuadro 3 junto con los estadísticos t de significación individual que se obtienen a partir de la matriz de varianzas-covarianzas.

Cuadro 2: Modelos segmentados según el nivel de renta.

Variables	Mod (Y1)	Mod (Y2)	Mod (Y3)
TGEN	-0,0568 (-5,8)	-0,0702 (-12,8)	-0,0784 (-5,9)
PRECIO	-0,0020 (-3,9)	-0,0056 (-8,9)	-0,0025 (-3,4)
CAP.REL	0,946 (0,5)	-1,048 (-1,0)	1,657 (0,8)
CTE.JET	0,771 (0,7)	6,255 (6,9)	1,041 (0,7)
CTE.FER	5,797 (3,3)	2,688 (2,3)	6,307 (2,6)
Log-L(c)	-185,28	-782,77	-177,08
Log-L(θ)	-111,95	-424,93	-103,73
$\rho^2(0)$	0,397	0,469	0,446
$\rho^2(c)$	0,395	0,457	0,414
$\chi^2(k-c,95\%)$	7,815	7,815	7,815
LR(c)	153,4	719,1	147,24
N	246	1.063	252

Para el cálculo de la utilidad marginal de la renta se ha considerado el coste medio ponderado. Observándose que se produce un decrecimiento en la utilidad marginal de la renta, que es significativa a excepción del último estrato de ingresos.

Cuadro 3: Utilidad Marginal de la renta para cada uno de los estratos de renta

Grupos de Ingreso	$\lambda(c_i)$	$\lambda(c)$ (estadístico t)
Y1 ($Y \leq 150.000$)	$0,022 - 4,0E-06 * c_i$	0,0066 (2,16)
Y2 ($150.000 < Y < 400.000$)	$0,014 - 2,0E-06 * c_i$	0,0055 (3,8)
Y3 ($Y \geq 400.000$)	$0,005 - 6,0E-07 * c_i$	0,0026 (1,5)

Este resultado concuerda con lo esperado, según la teoría, y lleva a plantear que esta metodología recoge mejor la existencia de un efecto ingreso en este estudio. De ahí que sea este el modelo que se seleccione como correcto para recoger el efecto ingreso. Por tanto, será a partir de la especificación dada

por Jara-Díaz y Videla (1989) de la cual se derivan los valores subjetivos del tiempo.

La forma generalmente aceptada para evaluar el valor subjetivo del tiempo (VST) consiste en encontrar la tasa marginal de sustitución entre el tiempo y el coste de viaje, en general a partir de modelos desagregados de elección discreta basados en la teoría de la utilidad aleatoria. La interpretación que se le da al valor así obtenido es la de la disponibilidad a pagar por disminuir el tiempo de viaje en una unidad.

La expresión del valor del tiempo con la que se trabaja en este caso es:

$$VST = \frac{\partial V / \partial t_i}{\partial V / \partial c_i} = \frac{a_t}{a_c + a_{c^2} \cdot c_i}$$

Donde α_t representa el coeficiente del tiempo en la función indirecta de utilidad, α_c es el coeficiente del coste y α_{c^2} es el coeficiente del coste al cuadrado.

En este enfoque el valor del tiempo depende del coste de la alternativa elegida debido a la utilización de una aproximación de segundo orden para la función de utilidad.

Los valores subjetivos del tiempo calculados para los viajeros con distintos niveles de renta se presentan en el cuadro 4, e indican que los viajeros con mayores niveles de renta son los que conceden un mayor valor al tiempo, con independencia del motivo del viaje y de otras características. De forma que los viajeros están dispuestos a pagar una mayor cantidad de dinero por un ahorro en el tiempo de viaje a medida que aumentan sus niveles de renta, lo cual indica que estos viajeros conceden mayor importancia a las variables de calidad de servicio (en este estudio tiempo total del viaje) a la hora de hacer su elección del modo de transporte.

Cuadro 4: Valores del tiempo para los viajeros con distintos niveles de renta.

NIVELES DE RENTA	VST	(estadístico t)
$Y \leq 150.000$	641 ptas/h	1,99
$150.000 < Y \leq 400.000$	794 ptas/h	3,64
$Y > 400.000$	1.809 ptas/h	1,45

5.- CONCLUSIONES.

En este estudio se ha contrastado empíricamente la existencia de un efecto ingreso en la elección del modo de viaje, obteniéndose resultados empíricos acordes con la teoría. Así se ha constatado la

existencia de un decrecimiento de la utilidad marginal de la renta y la presencia de un valor subjetivo del tiempo que crece con el nivel de ingresos.

Se observa que los pasajeros con mayores niveles de renta ponderan menos el precio a la vez que conceden más importancia al tiempo que invierten en la realización del viaje. Este resultado pone de manifiesto la influencia de la renta en la elección del modo de transporte, hecho que se constata siguiendo la metodología propuesta por Jara-Díaz y Videla (1989). Asimismo, el análisis de los resultados pone de manifiesto que esta metodología se muestra superior a la de la mera segmentación de la muestra, dado que produce resultados significativos y acordes con la teoría económica.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS.

BEN-AKIVA, M y S. LERMAN (1985): *Discrete Choice Analysis: Theory and Application to Travel Demand*. MIT Press, Cambridge, Massachusetts.

DALY, A. (1992): ALOGIT 3.2 User's Guide. Hague Consulting Group, La Haya.

DOMENCICH, T. y D. MCFADDEN (1975): *Urban Travel Demand: A Behavioural Analysis*. North-Holland, Amsterdam.

GONZÁLEZ-MARRERO, R. (1995): *La Demanda de Transporte de Pasajeros en el Trayecto Gran Canaria-Tenerife. Una Aplicación de los Modelos de Elección Discreta*.

Tesis Doctoral. Facultad de CC Económicas y Empresariales, Universidad de La Laguna.

JARA-DÍAZ, S. y J. VIDEA (1989): "Detection of Income Effect in Mode Choice: Theory and Application". *Transportation Research*, Vol. 23B, Nº 6, págs. 393-400.

MCFADDEN, D. (1974): "The Measurement of Urban Travel Demand". *Journal Public Economics*, Vol. 3, págs. 303-328.

MCFADDEN, D. (1981): "Econometric Models of Probabilistic Choice". in C.F. Manski y D. McFadden (eds): *Structural Analysis of Discrete Data with Econometric Applications*. MIT Press, Cambridge, MA.