Análisis Factorial Dinámico de ratios financieros:

una aproximación bayesiana

Gargallo Valero, Pilar [1] ; Gallizo Larraz, José L. [2] y Salvador Figueras, Manuel [1]

(1) Dpto. Métodos Estadísticos

(2) Dpto. Contabilidad y Finanzas

Facultad de Ciencias Económicas y Empresariales

Universidad de Zaragoza

Abstract

En este trabajo se propone una metodología para llevar a cabo un análisis factorial dinámico de un conjunto de series multivariantes. Para ello comenzamos realizando un análisis exploratorio utilizando el análisis de transformación de Martikainen et al. (1993) y el análisis de las matrices de momentos de segundo orden para identificar los factores dinámicos de las series analizadas propuesto en Peña y Poncela (1997). A continuación, se lleva a cabo un análisis factorial bayesiano confirmatorio para estimar las puntuaciones de los factores utilizando el modelo propuesto en Gallizo et al. (1998). La metodología propuesta se aplica al análisis de 15 ratios financieros de empresas de paises pertenecientes al proyecto BACH (Bank for the Accounts of Companies Harmonised) listados en la tabla 1. Se obtienen, esencialmente, dos factores: un factor de productividad y un factor de endeudamiento frente a rentabilidad.

1. **Introducción**

Este trabajo ha sido motivado por el proyecto BACH (Bank for the Accounts of Companies Harmonised) cuyo objetivo es la creación de una base de datos que recoja información de las empresas no financieras, clasificadas en cuanto a tamaño y sector de actividad. En 1985, la Dirección General de Asuntos Económicos y Financieros de la Comisión de las Comunidades Europeas (DGII), promovió la creación de este banco de datos, para lo cual solicitó la colaboración de los países de la Comunidad Económica Europea, Estados Unidos y Japón. Este banco de datos de las Cuentas Anuales de las empresas europeas es el único medio que permite establecer comparaciones entre industrias y países respecto a determinadas medidas funcionales, tales como estructura financiera de las empresas, niveles de rentabilidad, distribución de valor añadido, etc. De esta forma, es posible construir diferentes ratios financieros que pueden ser de gran utilidad a la hora de tomar decisiones en muchos contextos. Por lo tanto, un buen análisis y una correcta interpretación de la información que recogen estos ratios puede disminuir en gran medida los riesgos en la toma de decisiones. Sin embargo, la diversidad de objetivos ha generado un gran número de ratios distintos. Por lo tanto, sería interesante conocer qué ratios son individualmente importantes para que el decisor analice los más relevantes.

En este sentido, el Análisis Factorial permite explorar las relaciones existentes entre los diferentes ratios financieros, identificando las dimensiones subyacentes que explican dichas relaciones. Dicho de otro modo, el Análisis Factorial consigue combinar estos ratios, eliminando la información redundante y permitiendo expresar la máxima cantidad de información mediante un conjunto reducido de factores. Posteriormente, el investigador, en base a su imaginación y experiencia, otorga un significado real a cada uno de los factores a partir de los ratios que pertenecen a cada factor.

Dos de los aspectos más cruciales en el Análisis Factorial, en un contexto dinámico, son estudiar el grado de estabilidad de los factores y modelizar su evolución a lo largo del tiempo. El grado de estabilidad de los factores se puede analizar mediante el Análisis de Transformación utilizado por Martikainen (1993) y Martikainen et al. (1993) en el análisis de ratios financieros. Dicho método realiza un Análisis Factorial en cada instante de tiempo y estima, utilizando el método de los mínimos cuadrados, la matriz de transformaciones de unos factores en otros, a partir de la cual se puede averiguar sí ha habido cambios o no en la composición de los factores. Esta metodología es descriptiva y no analiza cómo se produce la evolución en el tiempo de las puntuaciones de los factores.

La modelización de dicha evolución se puede analizar utilizando la metodología propuesta por Peña y Box (1987) para series estacionarias y generalizada, posteriormente, por Peña y Poncela (1996) para series no estacionarias, estando muy relacionada, en éste último caso, con el problema de la cointegración de series temporales múltiples (ver, por ejemplo, Stock y Watson (1988), o Escribano y Peña (1994)). Peña y Poncela (1996) presentan un procedimiento para identificar el número y el tipo de factores subyacentes a series de tiempo múltiples mediante el análisis de los valores propios de las matrices de momentos de segundos orden muestrales. Además, construyen un modelo de componentes inobservables para describir la evolución de dichos factores y utilizan el algoritmo EM para estimar los parámetros de dicho modelo, mostrando, además, cómo realizar predicciones con el mismo. Su metodología está basada en resultados asintóticos y puede no ser fiable para el análisis de series cortas, tanto a la hora de identificar el número y tipo de factores subyacentes a las mismas, como a la hora de calcular los errores estándar asociados a la estimación de los parámetros del modelo.

En este trabajo proponemos una metodología bayesiana para analizar este problema cuando los factores subyacentes están claramente separados entre sí, es decir, cuando cada una de las series analizadas tiene un factor común con el resto de las series y se dispone, además, de observaciones de la serie de tiempo analizada correspondiente a varios items o individuos, pudiendo existir datos missing en algunos de los casos analizados. Comenzamos realizando un análisis exploratorio del problema utilizando el Análisis de Tranformación de Martikainen et al. (1993) con el fin de averiguar el número y la estabilidad de los factores subyacentes a la serie. A continuación, mediante el estudio de los valores propios de la matriz de segundos momentos muestrales determinamos, de forma aproximada, el tipo y la forma de evolución en el tiempo de dichos factores. Una vez identificados, estimamos cada uno de los factores encontrados mediante un Análisis Factorial Confirmatorio Bayesiano utilizando un modelo factorial con un único factor. Los parámetros de dicho modelo así como la evolución de las puntuaciones de los factores de cada individuo se estiman utilizando su distribución a posteriori. Dado que el problema no es conjugado y que el número de parámetros a estimar es elevado, utilizamos para calcular dicha distribución los métodos MCMC (Monte Carlo Markov Chain) (Tanner (1996)) y, en particular, el

Gibbs sampling. Finalmente, aplicamos dicha metodología al análisis de los ratios financieros listados en la tabla 1 y calculados utilizando datos del proyecto BACH.

El plan del trabajo es como sigue : en la sección 2 planteamos el problema y describimos el modelo factorial analizado ; en la sección 3 revisamos, brevemente, las herramientas utilizadas en el análisis exploratorio de datos ; en la sección 4 abordamos el problema de la estimación del modelo de la sección 2 utilizando los métodos de simulación estocástica MCMC; en la sección 5 aplicamos la metodología descrita en las secciones anteriores al análisis de los ratios financieros calculados con datos del proyecto BACH ; por último, en la sección 6 exponemos las conclusiones y direcciones de investigaciones futuras.

2. Planteamiento del Problema

Comenzamos en esta sección planteando el problema analizado en el trabajo así como el modelo utilizado para analizarlo.

Sean $\{R_{ijt}\ j=1,...,p\ ;\ t=1,...,T\ ;\ i=1,...,n\}$ n series temporales correspondientes a p variables $(R_1,..., R_p)$ observadas en T instantes de tiempo de forma que R_{ijt} = valor de la variable R_j correspondiente al individuo i en el instante t.

Suponer que las series analizadas contienen un factor común inobservable de forma que R_{ijt}, puede escribirse del siguiente modo:

$$R_{ijt} = \beta_j F_t^i + v_{ijt} \qquad i=1,...,n\ ;\ j=1,...,p\ ;\ t=1,...,T$$

con $v_{ijt} \sim N(0,V_{ij})$ $i=1,..,n\ ;\ j=1,...,p\ ;t=1,..,T$ y v_{ijt} y $v_{i'j't'}$ son independientes si $i\neq i'$ o $j\neq j'$ o $t\neq t'$.

F_t^i representa el valor del factor común a las j componentes de la serie correspondiente al item i-ésimo en el instante t y supondremos que evoluciona según un modelo AR(1) dado por :

$$F_t^i = \phi\ F_{t-1}^i + w_t^i \qquad i=1,..,n\ ;\ t=1,...,T$$

con $\phi\in \mathbf{R}$, $w_t^i \sim N(0,1)$ $t=1,...,T\ ;\ i=1,...,n$ de forma que w_t^i y $w_{t'}^{i'}$ son indendientes si $i\neq i'$ o $t\neq t'$.

β_j $j=1,...,p$ es la carga factorial de la j-ésima componente de la serie y v_{ijt} $i=1,..,n;\ j=1,...,p;\ t=1,...,T$ es el valor del factor específico de dicha componente correspondiente al individuo i-ésimo en el instante t.

3. Identificacion de los Factores Comunes

En esta sección describimos, brevemente, las dos herramientas que vamos a utilizar para identificar los factores subyacentes a las series analizadas : el análisis de transformación y el análisis de los valores propios de las matrices de momentos muestrales de segundo orden.

3.1 Análisis de Transformación

El Análisis de Transformación ofrece un método eficiente para estudiar la estabilidad de los patrones factoriales en el tiempo o incluso a través de diferentes muestras. Este análisis muestra también las diferencias existentes entre las distintas soluciones factoriales. Para describir la idea que subyace en el Análisis de Transformación, suponer que realizamos un Análisis Factorial para las mismas variables en distintos instantes de tiempo; denotamos por L_1 y L_2 a las matrices de cargas factoriales que se obtienen en sendos análisis. Si la estructura de los factores es ortogonal y de la misma dimensión, la invarianza entre dichas estructuras puede expresarse mediante una matriz T_{12} no singular con la relación: $L_2 = L_1T_{12}$

El principal problema en el Análisis de Transformación es la estimación de la matriz T_{12}. Los métodos de estimación están, en general, basados en la minimización de la suma de cuadrados de los residuos e_{ij} (elementos de la matriz residual $E_{12} = L_1T_{12} - L_2$), es decir, el problema es minimizar:

$$\|E_{12}\| = \|L_1T_{12} - L_2\| = \text{traza}\ ((L_1T_{12} - L_2)\ (L_1T_{12} - L_2)')$$

que no es más que el método de los mínimos cuadrados ordinarios.

La matriz de transformación, T_{12}, nos indica si el contenido del factor ha cambiado o se ha conservado. Así, si la interpretación de los factores es la misma, la matriz de transformación es una matriz que contiene en cada fila y en cada columna un valor igual a 1 o -1 y el resto son elementos nulos. En otro caso, esto indica que la interpretación de los factores ha cambiado.

La bondad del ajuste del modelo se basa en la matriz residual E_{12}, de manera que los elementos no nulos de E_{12} nos indican que el significado empírico de los factores ha cambiado. Este cambio puede deberse a factores concretos o a variables concretas que pueden identificarse.

Con esta técnica uno puede hacerse una idea del número de factores comunes que las series analizadas tienen y su evolución a lo largo del tiempo. La técnica tiene el inconveniente de ser descriptiva y no proporcionar información acerca de las ecuaciones de evolución de cada uno de los factores a lo largo del tiempo. Para averiguarlo utilizaremos la metodología de Peña y Box (1987) y Peña y Poncela (1996) que describimos, brevemente, a continuación.

3.2 Análisis de los valores propios de las matrices de momentos de segundo orden

Peña y Poncela (1996) proponen un modelo factorial dinámico para un vector de series temporales, y_t (mx1), en el que la estructura dinámica común se explica a través de un conjunto de factores comunes. Las ecuaciones del modelo vienen dadas por las expresiones : $y_t = P\, f_t + n_t$, $\Phi(B)f_t = \Theta(B)a_t$ y $\Phi_n(B)n_t = \Theta_n(B)e_t$ donde f_t (rx1) es el vector de factores comunes a la serie, n_t (mx1) es el vector de factores específicos, $\Phi(B) = I - \Phi_1 B - ... - \Phi_p B^p$ y $\Theta(B) = I - \Theta_1 B - ... - \Theta_q B^q$ son matrices polinomiales rxr, B es el operador retardo, a_t (rx1) es un proceso de ruido blanco r dimensional con matriz identidad, $\Phi_n(B) = I - \Phi_{n1} B - ... - \Phi_{np} B^p$ y $\Theta_n(B) = I - \Theta_{n1} B - ... - \Theta_{nq} B^q$ son matrices diagonales mxm, e_t (mx1) es ruido blanco con matriz de varianzas y covarianzas Σ_e.

Los factores comunes pueden ser estacionarios o no estacionarios. Para identificar el número de factores no estacionarios Peña y Poncela (1996) utilizan las matrices de momentos de segundo orden muestrales dadas por :

$$A_y(k) = \frac{1}{T^2} \sum y_{t-k} y_t^{'}$$

y demuestran que si las series analizadas son I(1) entonces plim $A_y(k) = \Gamma_y(k)$ cuando $T \to \infty$ donde $\Gamma_y(k)$ es una matriz mxm que tiene r_1 valores propios no nulos siendo r_1 el número de factores no estacionarios. Los vectores propios de esta matriz son estimadores de la matriz de cargas factoriales correspondientes a estos factores. Esta idea se generaliza fácilmente cuando las series analizadas son I(2), I(3), etc sin más que dividir por T^3, T^4, etc. Una vez localizados los factores I(1) se pasarían a analizar las matrices de covarianzas muestrales de la serie y_t para determinar el número de factores comunes estacionarios siguiendo el método de identificación propuesto por Peña y Box (1987).

La metodología propuesta tiene el inconveniente de estar basada en resultados asintóticos por lo que su uso en series cortas puede ser dudoso. Sin embargo, pueden darnos una idea inicial del número de factores comunes existentes y su forma de evolución, información que puede ser muy útil para plantear, de forma tentativa, uno o varios modelos factoriales que puedan ser analizados posteriormente, utilizando herramientas estadísticas más sofisticadas como, por ejemplo, la metodología bayesiana que describimos en la sección siguiente.

4. Analisis Factorial Dinamico Bayesiano

La estimación de los parámetros del modelo planteado en la sección 2 la llevaremos a cabo siguiendo una aproximación bayesiana. Esto tiene la ventaja de permitir la incorporación de información externa a los propios datos analizados, así como la obtención de métodos exactos de inferencia sin tener que recurrir a resultados asintóticos.

En lo que sigue denotamos por β al vector de parámetros estáticos del modelo que vendrá dado por $\beta = (V_{11},..., V_{np}, \beta_1,...,\beta_p,\phi)'$ y por $\theta^T = (\theta_1^{'},...,\theta_T^{'})'$ al vector de parámetros dinámicos del modelo donde $\theta_t = (F_t^1,...,F_t^n)'$ t=1,...,T.

Así mismo denotaremos por [X] la densidad marginal de la variable X y por [X|Y] la densidad de la distribución de X condicionada por Y.

Sean, además, $\theta^{iT} = \{F_t^i$, t=1,…,T} i=1,...,n y $D_T = \{R_{ijt}$, i=1,..,n ;j=1,...,p ; t=1,…,T}.

4.1 Distribución a priori

Tomaremos como distribución a priori sobre los parámetros estáticos la dada por :

$$V_{ij} \sim IG\left(\frac{n_{ijo}}{2}, \frac{d_{ijo}}{2}\right) \text{ independientes } i=1,...,n \text{ ; } j=1,...,p$$

$$\beta_j \sim U[-a,a] \text{ independientes } j=1,..,p \text{ con } a>0$$

$$\phi \sim U[-b,b] \text{ con } b>0$$

$$F_o^{\,i} \sim N[m_{io}, C_{io}] \quad i=1,...,n \text{ independientes}$$

Esta distribución a priori puede hacerse difusa sin más que tomar a, b y C_{io} grandes y n_{ijo} pequeños i=1,...,n; j=1,...,p.

4.2 Distribución a posteriori

La distribución a posteriori vendrá dada por :

$$[\beta,\theta^T|D_T] \propto [D_T|\theta^T,\beta]\ [\theta^T|\beta]\ [\beta] \propto$$

$$\propto \prod_{i=1}^{n}\left(\left\{\prod_{j=1}^{p}\prod_{t=1}^{T}\left[R_{ijt}\middle|F_t^i,\beta_j,V_{ij}\right]\right\}\left\{\prod_{t=1}^{T}\left[F_t^i\middle|F_{t-1}^i,\phi\right]\right\}\left[F_o^i\right]\right)\prod_{i=1}^{n}\prod_{j=1}^{p}\left[V_{ij}\right]\prod_{j=1}^{p}\left[\beta_j\right][\phi] \propto$$

$$\propto \left(\prod_{i=1}^{n}\prod_{j=1}^{p}V_{ij}^{-\frac{T}{2}}\right)\exp\left\{-\frac{1}{2}\sum_{t=1}^{T}\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{p}\left(R_{ijt}-\beta_j F_t^i\right)^2 V_{ij}^{-1}\right\}\exp\left\{-\frac{1}{2}\sum_{t=1}^{T}\sum_{i=1}^{n}\left(F_t^i-\phi F_{t-1}^i\right)^2\right\}x$$

$$x\prod_{i=1}^{n}\exp\left\{-\frac{1}{2}\left(F_o^i-m_{io}\right)^2 C_{io}^{-1}\right\}\prod_{i=1}^{n}\prod_{j=1}^{p}V_{ij}^{-\left(\frac{n_{ijo}}{2}+1\right)}\exp\left\{-\frac{d_{ijo}}{2V_{ij}}\right\} \qquad (4.2.1)$$

Es evidente que la distribución a posteriori de los parámetros del modelo no admite una expresión analítica fácil por lo que recurriremos a métodos aproximados para calcularla. Dado el elevado número de parámetros así como la facilidad de simular muestras de las distribuciones completamente condicionadas, utilizaremos el Gibbs sampling como método de cálculo cuyo funcionamiento revisamos, brevemente, a continuación.

4.3 El Gibbs sampling

El Gibbs Sampling forma parte de los llamados métodos MCMC que, desde los trabajos pioneros de Metropolis et al. (1953) y Hastings (1970) han revolucionado el tratamiento de modelos con un número elevado de parámetros y, en particular, el de la inferencia estadística bayesiana aplicada, a partir de los trabajos de Geman y Geman (1984) y Gelfand y Smith (1990).

Aplicados a la inferencia bayesiana, dichos métodos proporcionan algoritmos para obtener, de forma aproximada, una muestra de la distribución a posteriori, a partir de la cual es posible estimar momentos y cuantiles de dicha distribución o densidades marginales utilizando estimadores no parámetricos de densidades (ver, por ejemplo, Gelfand y Smith (1991) o Casella (1996)).

En el caso particular del Gibbs sampling, para obtener una muestra de la distribución conjunta de k variables aleatorias U_1,..., U_k se procede, a partir de unos valores iniciales, a realizar de forma iterativa el siguiente bucle para i=1,...,m

- Muestrear $U_{1(i+1)}$ de $[U_1 | U_{2(i)}, U_{3(i)}, ..., U_{k(i)}]$
- Muestrear $U_{2(i+1)}$ de $[U_2 | U_{1(i+1)}, U_{3(i)}, ..., U_{k(i)}]$

....

- Muestrear $U_{k(i+1)}$ de $[U_k | U_{1(i+1)},..., U_{k-1(i+1)}]$

de manera que, despues de un periodo de arranque de m_o iteraciones para que la cadena converja, se obtiene una muestra aproximada de la distribución $[U_1,...,U_k]$ dada por $\{(U_{1(i)},..., U_{k(i)}), i=m_o+1,...,m\}$. A partir de dicha muestra se pueden estimar momentos, cuantiles y densidades de las distribuciones marginales de dicha distribución.

Por lo tanto, para poder implementar el Gibbs sampling es necesario saber cómo extraer muestras de las distribuciones completamente condicionadas de los parámetros del modelo. En nuestro caso éstas distribuciones tienen unas expresiones sencillas y se simulan fácilmente como demostramos en el apartado siguiente.

4.4 Distribuciones completamente condicionadas

Vienen dadas por las siguientes distribuciones :

1) $\beta_1,..., \beta_p \mid \theta^T, D_T, \beta - \{\beta_1,...,\beta_p\}$ son independientes y $\beta_1 \mid \theta^T, D_T \sim NT_{[0,\infty)}(m_1, s_1^2)$,

$\beta_j \mid \theta^T, D_T \sim N(m_j, s_j^2)$ j=2,...,p con :

$$m_j = \frac{\sum_{i=1}^{n}\sum_{t=1}^{T} R_{ijt} F_t^i V_{ij}^{-1}}{\sum_{i=1}^{n}\sum_{t=1}^{T} \left(F_t^i\right)^2 V_{ij}^{-1}}, \quad s_j^2 = \frac{1}{\sum_{i=1}^{n}\sum_{t=1}^{T} \left(F_t^i\right)^2 V_{ij}^{-1}}$$

y $NT_{[0,\infty)}(\mu,\sigma^2)$ la distribución normal truncada en $[0,\infty)$ ya que, utilizando (4.2.1) se sigue que :

$$[\beta|\theta^T, D_T, \beta - \{\beta_1,...,\beta_p\}] \propto \prod_{i=1}^{n}\prod_{j=1}^{p}\prod_{t=1}^{T}\left[R_{ijt}\middle| F_t^i, \beta_j, V_{ij}\right] \prod_{j=1}^{p}\left[\beta_j\right] I_{[0,\infty)}(\beta_1) \propto$$

$$\propto \prod_{j=1}^{p} \exp\left\{-\frac{1}{2}\sum_{t=1}^{T}\sum_{i=1}^{n}\left(R_{ijt} - \beta_j F_t^i\right)^2 V_{ij}^{-1}\right\} I_{[0,\infty)}(\beta_1)$$

De aquí se deduce que $\beta_1,..., \beta_p \mid \theta^T, D_T, \beta - \{\beta_1,...,\beta_p\}$ son independientes y que :

$$[\beta_1|\theta^T, D_T, \beta - \{\beta_2,...,\beta_p\}] \propto \exp\left\{-\frac{1}{2}\sum_{t=1}^{T}\sum_{i=1}^{n}\left(R_{i1t} - \beta_1 F_t^i\right)^2 V_{i1}^{-1}\right\} \propto \exp\left[-\frac{1}{2s_1^2}\left(\beta_1 - m_1\right)^2\right]$$

con $m_1 = \dfrac{\sum_{i=1}^{n}\sum_{t=1}^{T} R_{i1t} F_t^i V_{i1}^{-1}}{\sum_{i=1}^{n}\sum_{t=1}^{T} \left(F_t^i\right)^2 V_{i1}^{-1}}, \quad s_1^2 = \dfrac{1}{\sum_{i=1}^{n}\sum_{t=1}^{T} \left(F_t^i\right)^2 V_{i1}^{-1}}$

$$[\beta_j|\theta^T, D_T, \beta - \{\beta_1,...,\beta_p\}] \propto \exp\left\{-\frac{1}{2}\sum_{t=1}^{T}\sum_{i=1}^{n}\left(R_{ijt} - \beta_j F_t^i\right)^2 V_{ij}^{-1}\right\} \propto \exp\left[-\frac{1}{2s_j^2}\left(\beta_j - m_j\right)^2\right]$$

con $m_j = \dfrac{\sum_{i=1}^{n}\sum_{t=1}^{T} R_{ijt} F_t^i V_{ij}^{-1}}{\sum_{i=1}^{n}\sum_{t=1}^{T} \left(F_t^i\right)^2 V_{ij}^{-1}}, \quad s_j^2 = \dfrac{1}{\sum_{i=1}^{n}\sum_{t=1}^{T} \left(F_t^i\right)^2 V_{ij}^{-1}}$ si j=2,...,p

de donde se deduce 1)

2) $V_{ij} \mid \theta^T, D_T, \beta - \{V_{ij}\ i=1,...,n\ ; j=1,...,p\}$ son independientes i=1,...,n ; j=1,..,p y se verifica que :

$$V_{ij}\ \big|\ \theta^T, D_T, \beta - \{V_{ij}\ i=1,...,n\ ;j=1,...,p\}\ \sim\ IG\left\{\frac{T+n_{ijo}}{2}, \frac{d_{ijo}+\sum_{t=1}^{T}\left(R_{ijt}-\beta_j F_t^i\right)^2}{2}\right\}$$

ya que, utilizando (4.2.1), se sigue que :

$$[V_{ij}\ \big|\ \theta^T, D_T, \beta - \{V_{ij}\ i=1,...,n\ ;j=1,...,p\}] \propto$$

$$\propto \prod_{i=1}^{n}\left(\left\{\prod_{j=1}^{p}\prod_{t=1}^{T}\left[R_{ijt}\middle|F_t^i, \beta_j, V_{ij}\right]\right\}\right)\prod_{i=1}^{n}\prod_{j=1}^{p}\left[V_{ij}\right]\propto$$

$$\propto \left(\prod_{i=1}^{n}\prod_{j=1}^{p} V_{ij}^{-\frac{T}{2}}\right)\exp\left\{-\frac{1}{2}\sum_{t=1}^{T}\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{p}\left(R_{ijt}-\beta_j F_t^i\right)^2 V_{ij}^{-1}\right\}\prod_{i=1}^{n}\prod_{j=1}^{p} V_{ij}^{-\left(\frac{n_{ijo}}{2}+1\right)}\exp\left\{-\frac{d_{ijo}}{2V_{ij}}\right\} =$$

$$= \prod_{i=1}^{n}\prod_{j=1}^{p} V_{ij}^{-\left(\frac{T+n_{ij0}}{2}+1\right)}\exp\left\{-\frac{1}{2}\frac{d_{ij0}+\sum_{t=1}^{T}\left(R_{ijt}-\beta_j F_t^i\right)^2}{V_{ij}}\right\}$$

de donde se sigue 2)

3) $\phi|\theta^T, D_T, \beta - \{\phi\} \sim N\left(\frac{\sum_{i=1}^{n}\sum_{t=1}^{T} F_t^i F_{t-1}^i}{\sum_{i=1}^{n}\sum_{t=1}^{T}\left(F_{t-1}^i\right)^2}, \frac{1}{\sum_{i=1}^{n}\sum_{t=1}^{T}\left(F_{t-1}^i\right)^2}\right)$ dado que, utilizando (4.1) se sigue que :

$$[\phi|\theta^T, D_T, \beta - \{\phi\}] \propto \prod_{i=1}^{n}\left(\left\{\prod_{t=1}^{T}\left[F_t^i\middle|F_{t-1}^i, \phi\right]\right\}\right)[\phi] \propto$$

$$\propto \exp\left\{-\frac{1}{2}\sum_{t=1}^{T}\sum_{i=1}^{n}\left(F_t^i-\phi F_{t-1}^i\right)^2\right\} \propto \exp\left[-\frac{1}{2s^2}\left(\phi-m\right)^2\right]$$

con m = $\dfrac{\sum_{i=1}^{n}\sum_{t=1}^{T} F_t^i F_{t-1}^i}{\sum_{i=1}^{n}\sum_{t=1}^{T}\left(F_{t-1}^i\right)^2}$ y $s^2 = \dfrac{1}{\sum_{i=1}^{n}\sum_{t=1}^{T}\left(F_{t-1}^i\right)^2}$.

4) La distribución $\theta^T\ \big|\ D_T, \beta$ verifica que, utilizando (4.2.1) :

$$[\theta^T\ \big|\ D_T, \beta] \propto$$

$$\prod_{i=1}^{n}\left(\left\{\prod_{j=1}^{p}\prod_{t=1}^{T}\left[R_{ijt}\middle|F_t^i, \beta_j, V_{ij}\right]\right\}\left\{\prod_{t=1}^{T}\left[F_t^i\middle|F_{t-1}^i, \phi\right]\right\}\left[F_o^i\right]\right) \propto$$

$$\propto \left(\prod_{i=1}^{n}\prod_{j=1}^{p} V_{ij}^{-\frac{T}{2}}\right)\exp\left\{-\frac{1}{2}\sum_{t=1}^{T}\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{p}\left(R_{ijt}-\beta_j F_t^i\right)^2 V_{ij}^{-1}\right\}\exp\left\{-\frac{1}{2}\sum_{t=1}^{T}\sum_{i=1}^{n}\left(F_t^i-\phi F_{t-1}^i\right)^2\right\}$$

$$x\prod_{i=1}^{n}\exp\left\{-\frac{1}{2}\left(F_o^i-m_{io}\right)^2 C_{io}^{-1}\right\} =$$

$$= \prod_{i=1}^{n}\prod_{j=1}^{p} V_{ij}^{-\frac{T}{2}} \exp\left\{-\frac{1}{2}\sum_{t=1}^{T}\left(R_{ijt}-\beta_j F_t^i\right)^2 V_{ij}^{-1}\right\} x$$

$$x\prod_{i=1}^{n}\exp\left\{-\frac{1}{2}\left(\sum_{t=1}^{T}\left(F_t^i-\phi F_{t-1}^i\right)+\frac{\left(F_0^i-m_{io}\right)^2}{C_{io}}\right)\right\}$$

por lo que θ^{1T}, ..., θ^{nT} $|\beta,D_T$ son independientes y $\forall i=1,...,n$ la distribución de $\theta^{iT}|\beta,D_T$ corresponde a la de los parámetros dinámicos del modelo lineal dinámico multivariante dado por las ecuaciones :

$$y_{it} = H_i F_t^i + \varepsilon_{it} \quad \text{con } \varepsilon_{it} \sim N_p(0,\Sigma_i) \quad t=1,...,T \qquad (4.4.1)$$

$$F_t^i = \phi\, F_{t-1}^i + w_{it} \text{ con } w_{it} \sim N(0,1) \quad t=1,...,T \quad (4.4.2)$$

$$F_o^i \sim N(m_{io},C_{io})$$

siendo $y_{it} = (R_{i1t},..., R_{ipt})'$, $H_i = \mathrm{diag}(\beta_1,...,\beta_p)$, $\Sigma_i = \mathrm{diag}(V_{i1},...,V_{ip})$ y ε_{it}, w_{it} independientes entre sí, ε_{it}, $\varepsilon_{it'}$ independientes y w_{it}, $w_{it'}$ independientes si $t\neq t'$.

Para extraer una muestra de la distribución $\theta^{iT}|\beta,D_T$ utilizaremos el algoritmo filltrado-adelante-muestreo-atrás propuesto por Frühwirth-Schnatter(1994, 1995), Carter y Kohn (1994) y Chib y Greenberg (1995).

Este algoritmo utiliza la siguiente descomposición de la distribución $\theta^{iT}|\beta,D_T$

$$\left[\theta^{iT}\middle|\ \beta, D_T\right] \propto \left[F_T^i\middle|\ \beta, D_T\right]\prod_{t=1}^{T-1} P\left[F_t^i\middle|\ F_{t+1}^i, D_t, \beta\right]$$

y consiste en la realización de los siguientes 4 pasos:

Paso 1 (Filtrado hacia adelante).

Determinar las medias y varianzas $\{m_t^i, C_t^i, t=0,...,T\}$ de las distribuciones

$$[F_t^i\,|D_t,\beta] \sim N(m_t^i, C_t^i) \quad t=0,..,T$$

mediante el filtro de Kalman aplicado al modelo lineal dinámico (4.4.1) y (4.4.2).

En este caso se tendrá que (ver, por ejemplo, West y Harrison (1989)) :

$$a_t^i = \phi\, m_{t-1}^i\,,\ R_t^i = \phi^2 C_{t-1}^i + 1 \quad t=1,..,T$$

$$f_t^i = H_i a_t^i,\ Q_t^i = H_i R_t^i H_i' + \Sigma_i \quad t=1,...,T$$

$$m_t^i = a_t^i + R_t^i H_i'\left(Q_t^i\right)^{-1}(y_{it}-f_t^i)\,,\ C_t^i = C_{t-1}^i - R_t^i H_i'\left(Q_t^i\right)^{-1} H_i R_t^i \quad t=1,...,T$$

$$m_o^i = m_{io},\ C_o^i = C_{io}$$

Paso 2 (Muestreo hacia atrás para t=T)

Extraer F_t^i de la distribución $N(m_T^i,C_T^i)$

Paso 3. **(Muestreo hacia atrás para t=T-1,...,0**

Extraer F_t^i de la distribución $F_t^i \mid F_{t+1}^i$, D_t, $\beta \sim N(b_t^i,B_t^i)$ con :

$$b_t^i = \left\{1-\phi^2 C_t^i\left(\phi^2 C_t^i + 1\right)^{-1}\right\} m_t^i + \phi C_t^i\left(\phi^2 C_t^i + 1\right)^{-1} F_{t+1}^i$$

$$B_t^i = \left\{1-\phi^2 C_t^i\left(\phi^2 C_t^i + 1\right)^{-1}\right\} C_t^i$$

5. Aplicación Practica : Analisis de Ratios Financieros de la Base de Datos Bach

5.1 Los datos

En esta sección aplicamos la metodología descrita en las secciones anteriores al análisis de un conjunto de ratios financieros de empresas de algunos de los paises participantes en el proyecto BACH (Business Accounts Harmonized Data Bank). Los datos utilizados en este estudio proceden de la base de datos de dicho proyecto que recoge información de las empresas no financieras, clasificadas en cuanto a tamaño y sector de actividad, para poder establecer comparaciones en el ámbito internacional.

En la tabla 1 figuran los ratios financieros calculados junto con sus expresiones.

Tabla 1

Ratios financieros analizados

Nombre	Ratio Financiero	Expresión
R1	Resultado Bruto (Gross operating profit ratio)	$\frac{\text{Resultado Bruto Explotacion}}{\text{Cifra de Negocios}}$
R2	Ratio de Beneficio Neto (Net Profit Ratio)	$\frac{\text{Resultado del Ejercicio}}{\text{Cifra de Negocios}}$
R3	Rentabilidad Financiera (Return on Equity)	$\frac{\text{Resultado del Ejercicio}}{\text{Recursos Propios}}$
R4	Participación Relativa de compras de bienes y servicios (Relative share of purchases of goood and services)	$\frac{\text{Compras}}{\text{Cifra de Negocios}}$
R5	Ratio de valor añadido (Value added ratio)	$\frac{\text{Valor añadido}}{\text{Cifra de Negocios}}$
R6	Participación relativa de los costes de personal (Relative Share of staff costs)	$\frac{\text{Gastos de Personal}}{\text{Cifra de Negocios}}$
R7	Participación Relativa de Costes de Personal sobre Valor Añadido (Ratio of staff costs to value added)	$\frac{\text{Gastos Financieros}}{\text{Cifra de Negocios}}$
R8	Participación relativa de gastos financieros (Ratio of interest charges to net turnover)	$\frac{\text{Gastos financieros}}{\text{Cifra de Negocios}}$
R9	Ratio de interés aparente sobre deuda financiera (Ratio of interest paid on financial debt to debt owed to credit	$\frac{\text{Gastos financieros}}{\text{Deudas a corto y largo plazo}}$

	institutions with a remaining period to maturity o less than one year + other short term financial debt + financial debt with a remaining period of maturity of more than one year + bonds)	
R10	Ratio de Resultado Financiero (Financial Result on Net Turnover)	$\frac{\text{Ingresos Financieros - Gastos Financieros}}{\text{Cifra de Negocios}}$
R11	Ratio de Fondos Propios (Ratio of own funds less unpaid share capital to balance-sheet total)	$\frac{\text{Fondos Propios - Capital Sin Desembolsar}}{\text{Total Balance}}$
R12	Endeudamiento sobre total balance (Overall debt ratio)	$\frac{\text{Deudas corto plazo - Deudas largo plazo}}{\text{Total Balance}}$
R13	Endeudamiento a corto plazo sobre total balance (Financial Indebtedness)	$\frac{\text{Pr estamo a corto plazo + Provisiones Valores Negociables}}{\text{Total Balance}}$
R14	Estructura de la deuda (Debt Structure)	$\frac{\text{Deudas a largo plazo}}{\text{Deudas corto plazo + Deudas largo plazo}}$
R15	Ratio de Provisiones para riesgos y gastos (Total Balance)	$\frac{\text{Pr ovisiones para riesgos ygastos}}{\text{Total Balance}}$

Estos ratios han sido calculados para las empresas manufactureras, agrupadas por tamaños, para cada uno de los siguientes paises: Austria, Dinamarca, Francia, Alemania, Italia, Japón, Holanda, España y USA. El periodo de tiempo analizado abarca desde el año 1984 hasta el año 1995. Los tamaños considerados han sido T1 : empresas pequeñas, T2 : empresas medianas y T3 : empresas grandes.

La literatura existente sobre ratios financieros (ver, por ejemplo, Martikainen et al. (1993)) revela que las distribuciones de los mismos no siguen una distribución normal y contienen muchos outliers, produciendo una distribución asimétrica a derecha. La asimetría es debida a que la mayoría de los ratios tienen un límite inferior de cero, pero tienen un límite superior infinito. Por tanto, para reducir la asimetría de su distribución se ha trabajado con los logaritmos de los ratios. Además, dado que nos interesa describir el comportamiento relativo de unos paises frente a otros hemos estandarizado dichos logaritmos en cada año analizado.

5.1.1. El problema de los datos missing

Un problema añadido al que nos enfrentamos es la gran cantidad de datos missing presente en las series analizadas. Ello es debido a la corta existencia del proyecto BACH y a la dificultad de obtener determinado tipo de información de las empresas analizadas por dicho proyecto. Esto nos ha llevado a tener que prescindir de algunos de los paises presentes en el proyecto, como Bélgica, Portugal, Suecia y Finlandia, dado que la cantidad de datos de los que se disponía hacía muy dificil su análisis riguroso ; además, para el resto de los países, excepto Japón y Holanda, existen observaciones missing en todos los ratios, y, en algún caso aislado, todos los datos de un ratio determinado son missing como ocurre, por ejemplo, con USA en los ratios R4, R5, R6 y R7. En estos casos se ha optado por suprimir dichos paises del análisis cuando, entre los ratios analizados, se da esta situación . Para el resto de los casos se ha optado por incluirlos como parámetros adicionales del problema.

5.2 Identificación de los factores

5.2.1 Análisis de Transformación

Con el fin de aplicar el Análisis de Transformación procedemos, en primer lugar, a realizar un Análisis Factorial Exploratorio para cada uno de los años. La extracción de factores se ha hecho con el método de componentes principales y se ha procedido a rotar la solución con el método Varimax (otras rotaciones dieron resultados similares) . Se analizaron las soluciones obtenidas con dos, tres y cuatro factores. La solución obtenida con dos factores es la más estable y la que presenta factores más claramente definidos. En el apéndice 1 se muestran las matrices de cargas factoriales y de transformación de un año para otro. Se puede observar la presencia de dos factores: el primero, más claramente definido (ver tabla A.1.) opone, esencialmente, al ratio R4 (Participación relativa de compras de bienes y servicios) frente a los ratios R5 (Valor añadido), R6 (Participación relativa de los costes de personal) y R7 (Participación relativa de costes de personal sobre valor añadido) y es un factor que mide aspectos relacionados con la productividad de las empresas. El segundo factor está menos claramente definido (ver tabla A.2) y opone, esecialmente, ratios de rentabilidad, como son los ratios R1 (Resultado bruto), R2 (Beneficio neto), R3 (Rentabilidad financiera), R10 (Resultado Financiero) y R11 (Fondos Propios), frente a ratios de endeudamiento como son los ratios R12 (Endeudamiento sobre total balance) y R13 (Endeudamiento a corto plazo sobre total balance).

Con tres y cuatro factores se observó gran inestabilidad en la interpretación de los factores al dar lugar a matrices de transformación $\mathbf{T}_{12}$ con más de un valor alejado de 0 en valor absoluto en al menos una fila o columna y no se muestran por brevedad. Por todo ello adoptamos como hipótesis de partida la existencia de dos factores en los ratios analizados: un factor de productividad, que opone R4 frente a R5, R6 y R7 y un factor de rentabilidad vs endeudamiento que opone los ratios R1, R2, R3, R10 y R11 frente a los ratios R12 y R13.

5.2.2 Análisis de las matrices de momentos de segundo orden

Dado que tenemos varias observaciones por ratio analizado utilizamos las siguientes matrices de momentos muestrales de segundo orden

$$A_y(k) = \frac{1}{nT^2}\sum_{i=1}^{n}\sum_{t=k+1}^{T} y_{i,t-k}\, y'_{i,t} \quad (5.2.1)$$

para analizar la existencia de factores I(1) y

$$A_y(k) = \frac{1}{nT}\sum_{i=1}^{n}\sum_{t=k+1}^{T} y_{i,t-k}\, y'_{i,t} \quad (5.2.2)$$

para analizar la existencia de factores estacionarios.

En la tabla A.4 del apéndice 2 se muestran los valores propios correspondientes a los 2 primeros factores de (5.2.1) para k=0,1,2,3. Se observa que todos los valores propios son pequeños lo que nos hace sospechar que no existe evidencia de que haya factores no estacionarios en las series analizadas.

En la tabla A.5 del apéndice se muestran los valores propios correspondientes a los 2 primeros factores de (5.2.2). Se observa una cierta estabilidad de dichos valores a lo largo del tiempo todo lo cual sugiere la posible existencia de 2 factores estacionarios en las series analizadas.

En las tablas A.6 y A.7 del apéndice 2 se muestra la evolución en el tiempo de las cargas factoriales de los ratios en cada uno de los factores calculadas a partir de (5.2.) para k=0,1,2,3. Se puede observar que el primer factor es, esencialmente el factor de productividad y el segundo factor el de rentabilidad frente a endeudamiento. Ambos factores muestran una gran estabilidad en el tiempo de sus cargas factoriales confirmándose los resultados obtenidos en la sub-sección anterior.

Por lo tanto, el Análisis Factorial Exploratorio realizado en 5.2.1 y 5.2.2. parece sugerir la existencia de dos factores con gran estabilidad en el tiempo: un factor de productividad que opone R4 frente a R5, R6 y R7 y un factor de rentabilidad vs endeudamiento que opone los ratios R1, R2, R3, R10 y R11 frente a los ratios R12 y R13.

5.3 Análisis factorial dinámico bayesiano

Los resultados del Análisis Factorial Exploratorio llevado a cabo en 5.2 parecen sugerir la presencia de 2 factores en las series de ratios financieros analizadas. Con el fin de confirmar dicha existencia y estimar las puntuaciones de los factores en cada uno de los países analizados utilizaremos el modelo descrito en la sección 2 para cada uno de los posibles factores y aplicaremos la metodología descrita en la sección 4.

5.3.1 Distribución a priori

En ambos factores hemos adoptado una distribución a priori difusa sobre los parámetros del modelo tomando $a = b = 10^6$, $m_{io} = 0$, $C_{io} = 10$, $d_{ijo} = 0.01$, $n_{ijo} = 1$ $j=1,...,p$; $i=1,...,n$ siendo $p=4$, $n=24$ en el modelo planteado para el factor de productividad y $p=7$, $n=23$ en el modelo planteado para el factor de rentabilidad frente a endeudamiento. Otros valores no cambiaron los resultados obtenidos de forma sustancial.

5.3.3 Implementación del Gibbs sampling

Se comenzó ejecutando el Gibbs sampling en paralelo 6 veces durante 1000 iteraciones tras lo cual se determinó su convergencia mediante inspección visual de las cadenas y aplicando el método de Gelman y Rubin (1992) para monitorizar la estimación de los momentos a posteriori de las cargas factoriales. La muestra inicial se obtuvo a partir de las estimaciones obtenidas de las cargas y puntuaciones factoriales en 5.2.2 y se ejecutaron 3 cadenas comenzando en dichos valores y las otras tres comenzando en sus valores opuestos puesto que la distribución a posteriori de los parámetros del modelo es bimodal y simétrica respecto al origen, debido al problema de identificabilidad descrito en la observación 2) de la sección 2. Posteriormente, se ejecutó una cadena de 9000 iteraciones y se tomaron muestas cada 9 pasos con el fin de obtener una muestra aproximadamente aleatoria. El tamaño de la muestra de la distribución a posteriori de los parámetros del modelo será, por lo tanto, igual a 1000. A la hora de calcular los momentos a posteriori de los parámetros del modelo así como sus distribuciones a posteriori y con el fin de evitar el problema de identificabilidad anterior se optó por seguir la siguiente estrategia, basada en la observación 2) de la sección 2: si $\beta_1 \geq 0$ la muestra obtenida se toma como tal y si $\beta_1 < 0$ se cambia el signo de todas las componentes de dicha muestra. Los resultados obtenidos se comentan a continuacion.

5.3.4 Resultados obtenidos

Los resultados obtenidos se presentan en los apéndices 3 y 4. En el apéndice 3 se muestran los momentos a posteriori de las cargas factoriales y de φ. Con respecto a las cargas factoriales se observa (tablas A.8 y A.9) que todas son significativamente diferentes de 0 y que tienen el signo de acuerdo con los resultados obtenidos en la sección 5.2 confirmando la interpretación de los factores. Respecto a la evolución de cada uno de los factores no se rechaza la hipótesis de que sean I(1), aunque la información proporcionada por los datos es escasa y no se puede decir nada acerca de si cada uno de los factores es estacionario o no lo es, debido al elevado error estándar asociado con la estimación del parámetro φ.

6.- Conclusiones

Hemos presentado una metodología para realizar un Análisis Factorial Dinámico con series temporales múltiples. Dicha metodología consta de una fase exploratoria, basada en el Análisis de Transformación de Martikainen et al. (1993) y el análisis de las matrices de momentos muestrales de segundo orden propuesto por Peña y Poncela (1997), en la que se identifica el número de factores comunes así como su forma de evolución. Posteriormente, se construye un modelo factorial dinámico con el fin de confirmar los resultados obtenidos en la fase exploratoria. Dicho modelo se analiza desde una óptica bayesiana, por lo que es posible realizar inferencias exactas acerca de las cargas factoriales de los factores obtenidos así como el cálculo de las puntuaciones factoriales utilizando los métodos MCMC. Por último, hemos aplicado la metodología propuesta al análisis de un caso práctico: la evolución de los ratios financieros correspondientes a las empresas manufactureras, clasificadas por tamaños, de algunos de los paises participantes en el proyecto BACH durante el periodo 1984 a 1995. Hemos obtenido dos factores: un factor de productividad y un factor de rentabilidad vs endeudamiento. Observando las puntuaciones de dichos factores se ha podido observar que, en el periodo analizado, las empresas japonesas y las italianas han sido las más productivas siendo las alemanas y las austriacas las menos productivas debido a sus elevados costes de personal; así mismo, las empresas americanas y las holandesas han sido las más rentables y menos endeudadas siendo, por contra, las pequeñas empresas japonesas, austriacas y alemanas las menos rentables y las más endeudadas

El método propuesto es válido si las series analizadas tienen a lo más un factor en común con el resto de las series y la evolución de las puntuaciones de dicho factor es un modelo AR(1). Pensamos que es posible extender la metodología propuesta cuando existe más de un factor común y cuando la forma de evolución de las puntuaciones factoriales es de un tipo más general que el modelo AR(1) como, por ejemplo, las propuestas en West y Harrison (1989). Sería deseable, además, determinar de forma más rigurosa, el número de factores comunes subyacentes a las series analizadas. Todo ello queda como direcciones de futura investigación.

Referencias

- CARTER, C.K. and KOHN, R. (1994) On Gibbs sampling for state space models. *Biometrika,* **81**, 541-553.

- CHIB, S. and GREENBERG, E. (1995) Hierarchical analysis of SUR models with extensions to correlated serial errors and time-varying parameter models. *Journal of Econometrics,* **68**, 339-360.

- ESCRIBANO, A. and PEÑA, D. (1994) Cointegration and common factors. *Journal of Time Series Analysis*, **15**, 577-586.

- FRÜHWIRTH-SCHNATTER, S. (1994) Data Augmentation and Dynamic Linear Models. *Journal of Time Series Analysis*, **15**, 183-202.

- FRÜHWIRTH-SCHNATTER, S. (1995) Bayesian Model Discrimination and Bayes Factors for Linear Gaussian State Space Models. *J.R.Statist.Soc. B*, **57**, 237-246.

- GALLIZO, J.L; GARGALLO, P. y SALVADOR, M. (1998) Dynamic Factor Analysis: a bayesian approach. *Bayesian Statistics* **6.**

- GELFAND, A. y SMITH, A.F.M. (1990) Sampling based approaches to calculating marginal densities. *Journal of the American Statistical Association,* **85,** 398-409.

- GELMAN, A and RUBIN, D. (1992) Inference from iterative simulation using multiple sequences, *Statistical Science,* **4,** 457-472.

- HASTINGS, W.K. (1970) Monte-Carlo sampling methods using Markov Chain and their application. *Biometrika,* **57,** 97-109.

- MARTIKAINEN, T. (1993) Stock returns and classification pattern of firm-specific financial variables : empirical evidence with finnish data. *Journal of Bussiness Finance & Accounting,* **20**, 537-548.

- MARTIKAINEN, T. ; PERTTUNEN, J. ; YLI-OLLI, P. and GUNASEKARAN, A. (1993). Financial ratio distribution irregularities : Implications for ratio classification.

- METROPOLIS, N.; ROSENBLUTH, A.; ROSENBLUTH, M.N.; TELLER, A.H. and TELLER, E. (1953). Equations of state calculations by fast computing machines. *J. Chem. Pys.* **21,** 1087-1092.

- PEÑA, D. and BOX, G. (1987) Identifying a simplifying structure in time series. *Journal of the American Statistical Association*, **82**, 836-843.

- PEÑA, D. and PONCELA, P. (1996) Pooling Information and Forecasting with Dynamic Factor Analysis. *Working Paper 96*-63. *Statistics and Econometrics Series* 26. Departamento de Estadística y Econometría. Universidad Carlos III de Madrid.

- SMITH, A.F.M. y ROBERTS, G.O. (1993). Bayesian computation via the Gibbs sampler and related Markov chain Monte-Carlo methods (with discussion). *J. Roy. Statist. Soc. Ser. B***, 55,** 3-23.

- STOCK, J.H. and WATSON, M.W. (1988) Testing for common trends. *Journal of the American Statistical Association,* **83**, 1097-1107.

- TANNER, M. (1996) *Tools for Statistical Inference : Methods for the Exploration of Posterior Distributions and Likelihood Functions.Third Edition.* Springer-Verlag.

- TIERNEY, L. (1994) Markov chains for exploring posterior distributions (with discussion), *Ann. Statist.* **22,** 1701-1762.

- WEST, M. and HARRISON, J. (1989). *Bayesian Forecasting and Dynamic Models.* Springer-Verlag.

APENDICE 1:
Análisis de Transformación de los ratios del proyecto BACH

Tabla A.1
Cargas factoriales del factor de productividad

Factor	F284	F185	F186	F187	F288	F289	F290	F291	F292	F293	F294	F295
R1	-0,14	0,46	-0,08	**-0,76**	-0,64	-0,33	-0,49	0,12	-0,28	0,18	-0,19	0,14
R2	-0,21	0,43	-0,27	-0,32	0,12	0,12	0,33	0,16	0,16	0,16	0,33	0,34
R3	-0,41	-0,14	-0,48	0,53	0,57	0,65	0,56	0,35	0,36	0,07	0,08	0,25
R4	**-0,88**	**-0,95**	**-0,98**	**-0,93**	**-0,96**	**-0,97**	**-0,97**	**-0,97**	**-0,97**	**-0,93**	**-0,95**	**-0,76**
R5	**0,88**	**0,96**	**0,94**	**0,76**	**0,82**	**0,88**	**0,93**	**0,93**	**0,92**	**0,93**	**0,92**	**0,83**
R6	**0,94**	**0,91**	**0,99**	**0,89**	**0,92**	**0,93**	**0,96**	**0,96**	**0,94**	**0,99**	**0,97**	**0,97**
R7	**0,87**	0,54	**0,81**	**0,93**	**0,93**	**0,88**	**0,91**	**0,80**	**0,81**	**0,76**	**0,94**	**0,78**
R8	0,31	0,52	0,15	-0,63	-0,53	-0,35	-0,17	0,27	-0,50	0,07	0,33	0,19
R9	0,61	0,48	0,35	-0,38	-0,24	0,01	-0,11	-0,16	-0,09	0,61	0,44	0,41
R10	-0,14	0,02	-0,20	0,45	0,29	0,30	0,32	0,24	0,06	-0,09	0,26	0,09
R11	0,07	**0,82**	0,20	-0,59	-0,31	-0,19	-0,24	-0,40	-0,55	0,44	0,08	0,19
R12	-0,17	**-0,83**	-0,17	-0,18	-0,07	-0,07	-0,09	0,18	0,38	-0,39	-0,28	-0,07
R13	-0,17	-0,51	-0,10	-0,22	0,06	-0,10	0,06	0,35	0,23	-0,30	-0,33	0,15
R14	0,58	0,47	0,33	0,05	0,19	0,44	0,00	-0,25	0,03	0,35	-0,01	0,26
R15	0,04	0,08	-0,15	**0,76**	**0,72**	0,44	0,44	0,35	0,44	-0,44	0,25	**-0,83**

(en negrita las cargas factoriales superiores, en valor absoluto, a 0.70)

Tabla A.2
Cargas factoriales del factor de rentabilidad frente a endeudamiento

Factor	F184	F285	F286	F287	F188	F189	F190	F191	F192	F193	F194	F195
R1	-0,63	-0,38	-0,34	0,03	0,54	**0,84**	0,69	**0,79**	**0,74**	0,66	**0,88**	**0,94**
R2	**0,93**	**0,87**	**0,77**	**0,78**	**0,91**	**0,95**	**0,86**	**0,92**	**0,91**	**0,92**	**0,88**	**0,85**
R3	0,68	**0,93**	0,42	0,17	0,61	0,38	**0,74**	0,13	**0,82**	**0,77**	0,56	**0,88**
R4	-0,06	-0,14	0,03	-0,10	-0,10	0,02	0,02	0,05	-0,06	-0,22	-0,06	-0,61
R5	-0,28	-0,04	-0,11	0,07	0,37	0,21	0,19	0,23	0,17	0,22	0,31	0,54
R6	-0,16	0,03	0,03	0,06	0,18	0,02	0,10	0,03	-0,01	-0,01	0,13	0,22
R7	0,14	0,10	0,20	0,05	-0,07	-0,32	-0,12	-0,35	-0,32	-0,50	-0,25	-0,57
R8	**-0,75**	**-0,79**	-0,55	-0,21	0,00	-0,09	0,30	0,54	-0,55	-0,53	0,14	0,46
R9	0,15	-0,04	0,27	0,16	0,59	0,58	0,37	0,22	0,36	0,31	**0,76**	0,50
R10	**0,91**	**0,98**	**0,88**	0,68	**0,77**	**0,75**	**0,86**	**0,76**	**0,94**	**0,90**	**0,87**	**0,91**
R11	0,60	0,01	0,66	**0,71**	**0,88**	**0,93**	**0,89**	**0,82**	0,68	**0,73**	**0,96**	**0,83**
R12	**-0,71**	-0,11	-0,68	**-0,84**	**-0,86**	**-0,90**	**-0,92**	**-0,81**	-0,69	-0,65	**-0,90**	**-0,94**
R13	**-0,81**	-0,49	**-0,74**	**-0,91**	**-0,89**	**-0,85**	**-0,79**	-0,59	**-0,72**	**-0,78**	**-0,87**	**-0,72**
R14	-0,02	-0,11	0,57	0,20	0,52	0,61	0,44	0,20	0,50	**0,74**	0,64	0,23
R15	0,68	**0,71**	0,21	0,35	-0,19	-0,32	-0,16	-0,34	-0,28	-0,18	-0,52	0,06

(en negrita las cargas factoriales superiores, en valor absoluto, a 0.70)

Tabla A.3
Matrices de Transformación de un año con respecto al anterior
del Análisis Factorial Exploratiorio de los ratios del proyecto BACH (2 factores)

	F185	F285
F184	0,29	**0,79**
F284	**0,95**	-0,05

	F186	F286
F185	**0,68**	0,28
F285	-0,23	**0,71**

	F187	F287
F186	**0,64**	0,06
F286	0,27	**0,85**

	F188	F288
F187	-0,13	**0,90**
F287	**1,11**	0,05

	F189	F289
F188	**1,02**	0,17
F288	-0,20	**0,89**

	F190	F290
F189	**0,92**	-0,08
F289	0,10	**0,98**

	F191	F291
F190	**0,87**	-0,09
F290	-0,15	**0,86**

	F192	F292
F191	**0,88**	-0,24
F291	-0,01	**0,91**

	F193	F293
F192	**1,02**	0,33
F292	0,02	**0,60**

	F194	F294
F193	**0,92**	-0,10
F293	0,24	**0,89**

	F195	F295
F194	**0,88**	0,13
F294	0,18	**0,71**

APENDICE 2:
Análisis de las matrices de momentos muestrales de segundo orden de los ratios del proyecto BACH

Tabla A.4
Valores propios de los factores no estacionarios

Factor\retardo	0	1	2	3
1	0.40	0.35	0.31	0.26
2	0.33	0.28	0.24	0.20

Tabla A.5
Valores propios de los factores estacionarios

Factor\retardo	0	1	2	3
1	4.03	3.59	3.17	2.78
2	3.82	3.20	2.73	2.31

Tabla A.6
Evolución de las cargas del primer factor

Ratio/Retardo	0	1	2	3
R1	-0,33	-0,29	0,29	-0,28
R2	0,00	0,10	-0,11	0,13
R3	0,38	0,45	-0,46	0,47
R4	**-0,94**	**-0,95**	**0,95**	**-0,95**
R5	**0,83**	**0,85**	**-0,85**	**0,86**
R6	**0,91**	**0,92**	**-0,92**	**0,93**
R7	**0,90**	**0,88**	**-0,88**	**0,88**
R8	-0,32	-0,33	0,33	-0,33
R9	-0,16	-0,11	0,10	-0,08
R10	0,02	0,11	-0,12	0,14
R11	-0,50	-0,43	0,41	-0,39
R12	0,09	0,01	0,00	-0,01
R13	0,19	0,11	-0,10	0,08
R14	0,10	0,15	-0,16	0,18
R15	0,52	0,52	-0,52	0,50

Tabla A.7
Evolución de las cargas del segundo factor

Ratio/Retardo	0	1	2	3
R1	-0,30	-0,28	0,26	-0,26
R2	**-0,84**	**-0,81**	**0,79**	**-0,77**
R3	**-0,57**	**-0,51**	**0,47**	**-0,43**
R4	0,14	0,10	-0,03	-0,03
R5	-0,20	-0,16	0,09	-0,03
R6	-0,12	-0,08	0,02	0,04
R7	0,05	0,07	-0,12	0,16
R8	0,19	0,19	-0,20	0,20
R9	-0,38	-0,38	0,37	-0,36
R10	**-0,83**	**-0,83**	**0,83**	**-0,83**
R11	**-0,72**	**-0,75**	**0,78**	**-0,80**
R12	**0,79**	**0,81**	**-0,83**	**0,83**
R13	**0,78**	**0,81**	**-0,84**	**0,85**
R14	-0,42	-0,43	0,43	-0,43
R15	-0,10	-0,09	0,07	-0,05

APENDICE 3:
Resultados obtenidos del Análisis Factorial Confirmatorio de los ratios del proyecto BACH

Tabla A.8
Media y desviación típica a posteriori de los parámetros phi y beta correspondientes al factor de productividad

Ratio	Media	Desviación típica Típica
R4	0.355	0.073
R5	-0.334	0.074
R6	-0.346	0.074
R7	-0.323	0.067
φ	0.997	1.088

Tabla A.9
Media y desviación típica a posteriori de los parámetros phi y beta correspondientes al factor de rentabilidad vs endeudamiento

Ratio	Media	Desviación típica Típica
R1	0.170	0.057
R2	0.190	0.059
R3	0.137	0.047
R10	0.169	0.058
R11	0.316	0.093
R12	-0.332	0.088
R13	-0.302	0.081
φ	0.935	1.084