

Información a priori parcial y verosimilitud empírica. Aplicaciones en auditoría.

Guerra Quintana, Nicanor

Dpto. Matemáticas. Universidad de Las Palmas de Gran Canaria.

Martel Escobar, María del Carmen

Vázquez Polo, Francisco José

Dpto. Métodos Cuantitativos en Economía y Gestión.

Universidad de Las Palmas de Gran Canaria.

Resumen

Las dos cuestiones básicas a las que los auditores que utilizan métodos bayesianos en su práctica diaria tienen que responder son: ¿Qué distribución a priori debe utilizar? Y ¿qué verosimilitud ajusta bien sus datos? La utilización de la información a priori parcial que es la que realmente posee un auditor puede ser modelizada de forma coherente mediante las densidades de máxima entropía (en la que sólo se utiliza la información disponible y no otra). Por otra parte, el uso de una verosimilitud empírica aparece de forma natural en este tipo de problemas. La solución propuesta se ilustra finalmente en algunos ejemplos prácticos.

Palabras clave: Información a priori parcial, máxima entropía, auditoría.

1. Introducción

Los principales inconvenientes con los que se han encontrado los auditores para la aplicación del teorema de Bayes a sus problemas de estimación del error total en una población contable pueden agruparse en: las dificultades en encontrar procedimientos normativos para la definición de una densidad a priori sobre el parámetro de interés (sobre todo aquellos en los que el significado intuitivo no es claro y para los que se precisa de cierto entrenamiento estadístico que, a veces, los auditores no poseen) y también la utilización de verosimilitudes para los datos que presentan serias dudas a la hora de su aplicación. En este trabajo introducimos una nueva metodología para el análisis bayesiano

en auditoría bajo muestreo D.U.S. (dollar unit sampling) siguiendo la línea propuesta en Hernández, Martel y Vázquez-Polo (1998). La propuesta consiste en plasmar la información a priori disponible (parcial en todo caso) en una densidad que utilice únicamente esa información y que a partir de aquí sea lo más desinformativa posible. Las densidades de máxima entropía aparecen como “naturales” para estos propósitos. Y por otra parte, proponemos el uso de la verosimilitud empírica también como inmediata para su combinación con la información a priori para producir información a posteriori sobre la que sustentar las inferencias sobre la cantidad de error total en la población.

2. Distribuciones de máxima entropía

Si pensamos que en la práctica auditora uno de los parámetros estadísticos de mayor importancia es la cantidad total de error en la población contable. La naturaleza de esta cantidad hace que su rango de variación sea un intervalo cerrado y acotado. Este hecho junto con la consideración de utilizar única y exclusivamente la información disponible por el auditor (habitualmente el auditor es capaz de precisar con muchas garantías el error total medio, alguno de sus cuantiles, cuartiles en la práctica, y a lo sumo el carácter o no unimodal de la cantidad de error) y en el resto de los valores del parámetro ser lo más desinformativo posible. Las distribuciones de máxima entropía aparecen pues de forma natural para dar respuesta a esta situación (Jaynes, 1968). Además el hecho de que el espacio paramétrico sea cerrado y acotado garantiza su existencia tanto para el caso de asignación de la media a priori como para formas más elaboradas con momentos a priori determinados (Berger, 1985). La utilización de densidades de máxima entropía permite una amplia gama de situaciones a priori que permiten cierta flexibilidad en la modelización del auditor. Las formas obtenidas para distintas situaciones de información a priori parcial en auditoría pueden verse en Hernández, Martel y Vázquez-Polo (1998). Tres son las situaciones allí resueltas, aquellas en las que el auditor está dispuesto a asignar a priori: la media de la cantidad de error total, un cuantil a priori o dos cuantiles.

3. La verosimilitud empírica

Tal y como hemos comentado anteriormente una magnitud de interés principal en la práctica auditora es el error total en la población contable. Cantidad que además posee un fuerte carácter intuitivo lo que le hace tremendamente útil a la hora de su modelización a priori. Supongamos por tanto, que utilizamos muestreo DUS (Felix y Grimlund, 1977; Cox y Snell, 1979 y Godfrey y Neter, 1982; entre otros) y que estamos interesados en combinar nuestras observaciones muestrales relativas al error detectado en las muestras con nuestra información a priori (modelizada con máxima entropía) para producir una distribución a posteriori sobre la que basar nuestras inferencias.

Cuando usamos DUS, el tamaño de la población es el valor total registrado (RBV) y el plan de muestreo consiste en seleccionar unidades monetarias muestrales, todas ellas con la misma posibilidad de aparecer en la muestra. Aquella unidad monetaria que sea seleccionada tiene dos valores asociados: su valor de libro y su valor auditado (asumido como correcto). La diferencia entre estas cantidades es su error asociado y la fracción entre este error y el valor de libro es denominado “taint” de la unidad muestral seleccionada. Estos errores son los utilizados en auditoría para hacer un balance sobre la población auditada.

Tenemos por tanto 201 categorías de errores cada una de ellas asociadas con un porcentaje de error (desde un error del -100%, error máximo de subvaloración y del 100%, error máximo de sobrevaloración. En auditoría el error más común es del 0%). Cada una de estas categorías tienen por tanto asociadas una proporción de unidades muestrales con ese error asociado. De una muestra de tamaño n habrá $n(i)$ en cada una de las categorías de error, obteniéndose así un modelo probabilístico multinomial. Sin embargo, el problema principal radica en que la muestra da información de cada una de las categorías de error asociadas pero no da información sobre el parámetro de interés, cantidad total de error en la población. Esta cantidad es una combinación lineal de la proporción de error en cada categoría. El modelo tradicional bayesiano no puede pues ser aplicado ya que verosimilitud e información a priori no están referidas al mismo parámetro.

Esta situación ya fue presentada en su forma heurística por McCray (1984). La solución teórica a este problema puede verse en Hernández y Vázquez-Polo (1997) en donde se deduce la expresión de la distribución a posteriori que puede obtenerse en estas situaciones. La expresión puede ser fácilmente calculada numéricamente (una versión en Mathematica del procedimiento puede ser solicitada a los autores). La derivación de esta distribución a posteriori presenta dos ventajas: por un lado, la verosimilitud aparece de forma natural en el problema sin la necesidad de incorporar una forma funcional dada, como en la mayoría de los modelos aplicados en auditoría y por otro, el usuario solo tiene que asignar aquellas cantidades en las que su conocimiento a priori es realmente fuerte sin necesidad de especificar una forma funcional dada y además sus asignaciones son siempre sobre cantidades con una fuerte interpretación intuitiva.

A pesar de estas dos claras ventajas el carácter subjetivo en las asignaciones se mantiene. Es este un hecho que a los auditores con poco entrenamiento estadístico suele sorprender. Se plantea por tanto la necesidad de un tratamiento normativo de dicha información a priori. De hecho este procedimiento es fácil de proponer. Bastaría con identificar juicios cualitativos como “excelente”, “muy bueno”, “bueno”,... sobre la evaluación interna de la población contable de la firma auditada con posibles aspectos de la distribución a priori como la media, uno o más cuantiles (obviamente dependiendo de la política de cada firma a la que se audita). Este método aparece en la siguiente sección de aplicaciones.

4. Ilustraciones

El siguiente ejemplo muestra como las distribuciones de máxima entropía pueden utilizarse en situaciones de auditoría como las mostradas anteriormente. La tabla presenta junto con la media algunos cuantiles a posteriori descriptivas de la distribución a posteriori. Los datos DUS utilizados provienen de un inventario con valor total registrado de 1000000 u.m. y un tamaño muestral de 100 u.m. en la que se observaron errores del 0% (94 casos), 10% (1 caso), 90% (1 caso) y -25% (4 casos). Como ejemplo de “matriz de transición” propuesta anteriormente utilizamos la que aparece en la Tabla 1, en ella se proponen

posibles relaciones entre el control interno y/o la revisión analítica y la información a priori sobre la cantidad total de error en el inventario.

Tabla 1. Matriz de relaciones entre el control interno y la información a priori

IC/AR Evaluación	Información a priori
	Error medio esperado (%)
Excelente	3
Muy Buena	5
Buena	10
Pobre	15
Muy pobre	30

Por ejemplo, si una evaluación interna produce una salida de “muy bueno” entonces el auditor puede sentirse “tranquilo” asignado como error total medio a priori del 5%. A continuación el modelo utiliza los datos junto el procedimiento descrito en las secciones anteriores. Los resultados obtenidos se muestran en la Tabla 2.

Tabla 2. Medidas descriptivas a posteriori

	Excelente	Muy Buena	Buena	Pobre	Muy pobre
Media a posteriiori	27872.07	28690.69	31237.37	31802.57	32488.20
Moda a posteriori	21050.04	28476.98	23682.89	24121046	24651.69
Mediana a posteriori	25598.06	27286.12	28719.21	29242.20	29876.03
qb(80)	35876.41	38302.43	40367.56	41122.54	42038.42
qb(90)	42263.74	45155.88	47620.98	48522.93	49617.84
qb(95)	48095.48	51417.08	54252.19	55290.94	56553.19
qb(99)	60458.79	64718.94	68290.80	69748.42	71409.98

Por ejemplo, para una evaluación “buena” en el proceso de control interno el cuantil a posteriori al 80% de la cantidad total de error es 40367.56 u.m. con una media de 31237.37 u.m. Esto significa que existe una probabilidad de 0.8 de que el error total del inventario sea menor de 40367.56 u.m.

Referencias

Berger, J.O. (1985) *Statistical Decision Theory and Bayesian Analysis* (2nd. Edition) Springer-Verlag, New York.

Cox, D.R. y Snell, E.J. (1979). “On Sampling and the Estimation for Rare Errors”. *Biometrika*, 66, 1, 125-132. Correcciones en 69, 492, 1982.

Felix, W.L. (Jr.) y Grinlund, R.A. (1977). “A Sampling Model for Audit Tests of Composite Accounts”. *Journal of Accounting Research*, Spring, 23-41.

Godfrey, J.T. y Neter, J. (1984). “Bayesian Bounds for Monetary-Unit-Sampling in Accounting and Auditing”. *Journal of Accounting Research*, XX, 2, 1, 304-315.

Hernández, A. y Vázquez-Polo, F.J. (1997). “A Note on the Quasi-Bayesian Audit Risk Model for Dollar Unit Sampling”. *The European Accounting Review*, 6:3, 501-507.

Hernández, A., Martel, M. y Vázquez-Polo, F.J. (1998). “On Maximum Entropy Priors and a Most Likely Likelihood in Auditing”. *Qüestiió*, 22, 2, 231-242.

Jaynes, E.T. (1968). “Prior Probabilities”. *IEE Trans. Systems, Science and Cybernetics*, 4, 227-291.

McCray, J.H. (1984). “A Quasi-Bayesian Audit Risk Model for Dollar Unit Sampling”. *The Accounting Review*, LIX, 1, 35-51.