ANÁLISIS DE ESTACIONARIEDAD EN PRESENCIA DE CAMBIOS ESTRUCTURALES. UN ESTUDIO COMPARATIVO

Presno Casquero, María José
López Menéndez, Ana Jesús
Universidad de Oviedo

Resumen

La presencia de cambios estructurales en series económicas puede conducir a conclusiones equivocadas en cuanto a su estacionariedad, hecho que aconseja el desarrollo de contrastes ampliados para contemplar la presencia de rupturas.

En el caso de los tests de raíces unitarias (tipo ADF) este objetivo fue abordado por Perron (1989, 1990), mientras que para los contrastes de estacionariedad (tipo KPSS) hemos desarrollado en trabajos previos una propuesta de modificación (Presno y López, 1998).

En este trabajo abordamos el análisis comparativo de ambas metodologías utilizando procedimientos de Monte Carlo para el estudio de diferentes series generadas según distintos procesos ARIMA que presentan cambios en nivel.

I. INTRODUCCIÓN

El análisis de la realidad económica muestra numerosos ejemplos de series que presentan rupturas estructurales. En estas situaciones, Perron (1989; 1990) observó que al aplicar el contraste ADF sobre series estacionarias en torno a una tendencia (Perron (1989)) y un nivel que presenta cambios (Perron (1990)), a medida que la magnitud de éstos aumenta, el estimador del parámetro autorregresivo se aproxima a la unidad, lo que nos lleva a no rechazar la hipótesis de raíz unitaria.

Esta problemática también se presenta en los contrastes de estacionariedad (tipo KPSS) tal y como se pone de manifiesto en Lee y otros (1997) y Presno y López (1998), donde se observa que al aplicar el test sobre series estacionarias en torno a un nivel que presenta una ruptura, a medida que la magnitud de ésta aumenta se producen también grandes incrementos en el porcentaje de rechazos de la hipótesis de estacionariedad.

La solución propuesta por Perron consistió en extender el contraste ADF introduciendo variables ficticias para recoger el efecto del cambio, considerando el punto de ruptura conocido a priori[1]. Siguiendo esta línea, para el caso del test de estacionariedad KPSS proponemos en trabajos previos (Presno y López (1998)) una modificación sobre el mismo (test KPSSM) que nos permite contrastar la hipótesis de estacionariedad en torno a un nivel que presenta una ruptura.

En este trabajo abordamos el análisis comparativo de ambas metodologías utilizando procedimientos de Monte Carlo para el estudio de diferentes series generadas según distintos procesos ARIMA que presentan cambios en nivel. En la sección 2 exponemos los contrastes que vamos a analizar junto con el tipo de procesos ARIMA objeto de estudio. En la sección 3 analizamos el efecto de distintos factores como la amplitud de ventana espectral, los coeficientes del componente de medias móviles, la magnitud de ruptura, el tamaño muestral y la posición relativa del punto de ruptura en la muestra sobre ambos contrastes. En la sección 4 resumimos las principales conclusiones del estudio.

[1] Christiano (1992) observó la existencia de sesgos en los valores críticos de los contrastes que llevan a rechazar la hipótesis de raíz unitaria si el punto de ruptura se elige a priori, considerando que éste ha de ser otro parámetro a determinar endógenamente en el modelo. Dentro de esta línea se encuadran los trabajos de Perron y Vogelsang (1992a), Zivot y Andrews (1992), Banerjee, Lumsdaine y Stock (1992) y Lumsdaine y Papell (1997).

II. CONTRASTES DE RAÍZ UNITARIA Y ESTACIONARIEDAD EN PRESENCIA DE RUPTURAS

El modelo que propone Perron (1990) para el caso outlier aditivo, que asume que el cambio tiene efecto instantáneo, se expresa bajo la hipótesis nula como:

$$y_t = \gamma D(T_B)_t + y_{t-1} + w_t$$

donde $D(T_B)_t=1$ para $t=T_B+1$ y 0 en el resto, siendo $y_0=y(0)$ una constante o una variable aleatoria, y w_t un proceso ARMA(p,q).

Bajo la hipótesis alternativa, el modelo se expresa:

$$y_t = \mu + \gamma DU_t + e_t$$

donde $DU_t=0$ si $t \leq T_B$ y 1 en otro caso, siendo e_t un proceso ARMA(p+1,q) consistente con el proceso anterior.

El procedimiento para el contraste consta de dos pasos. En el primero, se estima y elimina de la serie la parte determinista a partir de la regresión:

$$y_t = \mu + \gamma DU_t + \tilde{y}_t$$

Por lo que se refiere al segundo paso, siguiendo la aproximación propuesta por Phillips (1987) y Phillips y Perron (1988), realizamos un tratamiento no paramétrico de los residuos[2]. Partiendo de la regresión:

$$\tilde{y}_t = \alpha \tilde{y}_{t-1} + dD(T_B)_t + e_t$$

obtenemos $\hat{\alpha}$ y $t_{\hat{\alpha}}$ de los estadísticos:

$$Z(\hat{\alpha}) = T(\hat{\alpha}-1) - T^2(\hat{\sigma}^2 - \hat{\sigma}_e^2)/(2S_*^2) \qquad Z(t_{\hat{\alpha}}) = (\hat{\sigma}_e/\hat{\sigma})t_{\hat{\alpha}} - T(\hat{\sigma}^2 - \hat{\sigma}_e^2)/(2\hat{\sigma}S_*)$$

donde $\hat{\sigma}^2$ y $\hat{\sigma}_e^2$ se hallan a partir de los residuos de la regresión anterior como:

$$\hat{\sigma}_e^2 = T^{-1}\sum_1^T \hat{e}_t^2$$

$$\hat{\sigma}^2 = T^{-1}\sum_{t=1}^{T}\hat{e}_t^2 + 2T^{-1}\sum_{\tau=1}^{l}\omega(\tau,l)\sum_{t=\tau+1}^{T}\hat{e}_t\hat{e}_{t-\tau} \qquad \omega(\tau,l) = 1-[\tau/(1+l)]$$

y S_*^2 es la suma de los residuos al cuadrado de la regresión de y_{t-1} sobre una constante y DU_t.

---

[2] Esta etapa puede ser también abordada siguiendo el procedimiento de Dickey y Fuller (1979) y Said y Dickey (1984), consistente en añadir retardos para eliminar el efecto de la autocorrelación serial en el test, contrastando la hipótesis nula H_0: α=1 en la regresión: $\tilde{y}_t = \alpha\tilde{y}_{t-1} + \sum_{j=0}^{k} d_j D(T_B)_{t-j} + \sum_{i=1}^{k} a_i \Delta\tilde{y}_{t-i} + e_t$. No obstante, hemos optado por la aproximación de Perron que, al realizar una corrección no paramétrica de los residuos, permite una comparación directa con el contraste KPSSM.

Por su parte, la propuesta de modificación sobre el modelo KPSS (KPSSM), parte de la especificación:

$$y_t = \mu_t + \gamma z_t + \varepsilon_t$$
$$\mu_t = \mu_{t-1} + u_t$$
$$z_t = \begin{cases} 0 \text{ si } t \le T_B \\ 1 \text{ si } t > T_B \end{cases}$$

donde suponemos que T_B, momento del tiempo en el que se produce la ruptura, es conocido a priori[3].

Sobre este modelo contrastamos:

$H_0 : \sigma_u^2 = 0$, estacionariedad en torno a un nivel que presenta una ruptura

$H_1 : \sigma_u^2 > 0$, raíz unitaria

mediante el estadístico de contraste:

$$\hat{\eta}_\mu = T^{-2} \sum S_t^2 / s^2(l)$$

donde:

$$s^2(l) = T^{-1} \sum_{t=1}^{T} \hat{e}_t^2 + 2T^{-1} \sum_{\tau=1}^{l} \omega(\tau, l) \sum_{t=\tau+1}^{T} \hat{e}_t \hat{e}_{t-s} \qquad \omega(\tau, l) = 1 - \frac{\tau}{l+1} \qquad S_t = \sum_{i=1}^{t} \hat{e}_i$$

obteniendo $\hat{e}_t$ a partir de la regresión de y_t sobre constante y la variable escalón[4].

A partir de las dos especificaciones anteriormente expuestas, mediante procedimientos de Monte Carlo evaluaremos y compararemos los efectos de distintos procesos generadores de datos sobre el tamaño y la potencia de ambos tests.

Las series objeto de estudio han sido generadas partiendo de modelos de la forma:

---

[3] Nuestra propuesta es susceptible de recibir las mismas críticas que la realizada por Perron (1989; 1990), derivadas de la elección a priori del momento de ruptura.
Por otra parte, el modelo se podría haber expresado mediante una variable impulso en la ecuación de transición en vez de una variable escalón en la ecuación de medida. Lee (1996a) incluye una formulación de este tipo en su propuesta de test de estacionariedad que considera endógeno el punto de ruptura. No obstante, nosotros optamos por esta formulación por su mayor similitud con modelo de Nabeya y Tanaka (1988) del que partimos. En realidad, podríamos considerar nuestra propuesta un caso particular de este modelo, basado a su vez en la modificación que Perron realiza del test ADF.
También sería posible abordar el tratamiento paramétrico de la autocorrelación como en la propuesta de test de estacionariedad de Leybourne y McCabe (1994).

[4] Teniendo en cuenta que, bajo la hipótesis nula, el modelo se corresponde con $y_t = \mu + \gamma z_t + \varepsilon_t$

$$y_t = \gamma D(T_B)_t + \rho y_{t-1} + w_t$$
$$w_t = (1-\theta L)u_t$$

donde

- ρ=1
- θ=0, ±0.5, ±0.8, que son también los valores analizados por Schwertz (1987)
- γ representa la magnitud de ruptura en términos de número de desviaciones típicas. En general consideramos el valor 2, salvo para el análisis del efecto de este componente, en cuyo caso consideramos 3 desviaciones típicas.
- u_t ~iid N(0,σ_u), σ_u=1.

También generamos series según el PGD:

$$y_t = \gamma DU_t + e_t$$
$$e_t = \rho e_{t-1} + (1-\theta L)u_t$$

donde ρ=0.85, y el resto de parámetros son los comentados previamente. Optamos por elegir este valor del parámetro autorregresivo porque, como DeJong y otros (1992) comentan, pertenece al rango de valores para el que los contrastes de raíz unitaria no suelen distinguir bien las hipótesis, resultando por lo tanto de especial interés. Por otra parte, algunos estudios previos también se han centrado en estos valores, lo cual facilita la comparación de resultados.

Para cada experimento realizamos 1000 repeticiones, y en general analizamos muestras de tamaño 100[5].

Los resultados se compararon con los valores críticos de Perron (1990) para los contrastes de raíz unitaria, y con los valores obtenidos a partir de las superficies de respuesta (Presno y López (1998)) para los distintos valores de λ considerados (λ indica la posición relativa de la ruptura en la muestra).

III. TAMAÑO Y POTENCIA: UN ANÁLISIS COMPARATIVO

En los epígrafes que siguen estudiamos la potencia y el tamaño empírico del test de Perron y del test KPSSM analizando el efecto que tienen sobre dichos contrastes los siguientes aspectos:

- Amplitud de la ventana espectral, l.
- Coeficiente del proceso media móvil.
- Magnitud de ruptura.

- Tamaño muestral.
- Posición relativa de la ruptura en la muestra.

III.1. Amplitud de la ventana espectral.

Kwiatkowski y otros (1992) observan, para el test KPSS, que la elección de un valor elevado de l evitará distorsiones en el tamaño del test si existe autocorrelación, si bien afectará a la potencia en muestras de tamaño reducido. En este sentido, suele asumirse el valor l=8 como un compromiso entre las importantes distorsiones en el tamaño del test que serían esperar con l=4 y la escasa potencia de l=12. Es por esta razón que en nuestros experimentos consideramos valores de l hasta 8, así como el valor 12, tanto al aplicar el test de Perron como el contraste KPSS, examinando su efecto sobre la potencia y el tamaño.

Por lo que al test de Perron se refiere, observamos que en general es necesario un valor reducido de l, en torno a 3, para lograr la máxima potencia y menores distorsiones en el tamaño del test. A su vez, parece menos sensible a la elección de l que el test de estacionariedad.

Sin embargo, en el test KPSSM se observan grandes distorsiones en el tamaño empírico del test que llevan a un sobrerrechazo de la hipótesis de estacionariedad. Tal como apuntaban Kwiatkowski y otros (1992), en general hemos de incluir un valor muy elevado de l (al menos para un valor problemático del parámetro autorregresivo como es 0.85[6]) para disminuir las distorsiones en el tamaño del test, lo que reduce considerablemente la potencia. En este sentido, y dada la sensibilidad que muestra el test ante distintos valores de l, sería interesante analizar el efecto de otros procedimientos para la elección de este valor[7], o incluso estudiar otro tipo de

---

[5] Una vez descartadas las 20 primeras observaciones para minimizar los problemas asociados a los valores iniciales

[6] Experimentos adicionales, no recogidos en las tablas del anexo, con otros valores del parámetro autorregresivo como 0.8 o 0.7 nos llevan, como era de esperar, a menores distorsiones en el tamaño del test, siendo necesario valores más reducidos de l para eliminar esas distorsiones. Así, por ejemplo, para $\rho=0.8$ cuando la ruptura se produce en el centro de la muestra y l=12, el tamaño empírico es 6.5 (si $\theta=0$), obteniendo valores inferiores al 5% cuando $\rho=0.7$. En estos casos también se observan importantes incrementos en la potencia del test de Perron, aspecto éste que resultaba predecible.

[7] Andrews (1991) considera un procedimiento de optimización para la elección del parámetro de truncamiento basado en minimizar el error cuadrático medio de la varianza estimada, que conlleva por lo tanto una elección endógena del mismo. En esta misma línea, Andrews y Monahan (1992) sugieren un procedimiento de preblanqueado filtrando los residuos para obtener ruido blanco. Lee (1996b) analiza mediante simulación en series con errores autocorrelacionados el efecto de utilizar estos procedimientos en el test KPSS, junto con la elección de l fijo. Observa que la aplicación de los procedimientos de optimización y preblanqueado presentan menos distorsiones en el tamaño del test que los procedimientos basados en la elección de l fijo, si bien, cuando los errores presentan fuerte correlación, el uso de estos

tratamientos para la autocorrelación, como es el procedimiento paramétrico que utilizan en este contexto Leybourne y McCabe (1994).

III.2. Coeficiente del proceso media móvil.

En el caso del test de Perron observamos que, cuando el coeficiente es positivo, a medida que éste aumenta se van produciendo mayores distorsiones en el tamaño del test que llevan a importantes sobrerrechazos de la hipótesis de raíz unitaria. Así, para un valor de θ como 0.8 la aplicación de este test nos lleva a rechazos del 100%, y por lo tanto a pensar que la serie es estacionaria[8]. Este comportamiento se corresponde con lo observado por Agiakloglou y Newbold (1992) y Schwertz (1987, 1989), quienes al analizar procesos ARIMA(0,1,1) con estas características constatan que los valores críticos de los tests ADF y de Phillips y Perron no son apropiados a menos que el parámetro θ esté próximo a cero; en concreto, concluyen que si el coeficiente es elevado y positivo, aparecen importantes porcentajes de rechazos de la hipótesis nula.

Por otro lado, cuando el coeficiente es negativo, observamos que el test presenta baja potencia (para T=100), agudizándose el problema a medida que nos aproximamos a –1. En este caso, también encontramos distorsiones en el tamaño del test que nos conducen a un porcentaje de rechazos de la hipótesis nula menor que su valor nominal, atenuándose esta circunstancia cuando la ruptura se produce en el centro de la muestra.

También DeJong y otros (1992) concluyen que el test semiparamétrico Z de raíz unitaria presenta baja potencia en caso de correlación serial positiva, si bien ADF se comporta razonablemente bien en esta situación. No obstante, Phillips y Xiao (1998) observan que la aplicación de procedimientos de elección de l y de preblanqueado mejoran considerablemente el funcionamiento del test, por lo que podría resultar interesante analizar el efecto de estos procedimientos sobre el test de Perron, en cuyo caso esperamos obtener también efectos satisfactorios.

Por lo que se refiere al test KPSSM, observamos distorsiones en el tamaño del test, que como se comentó previamente disminuyen a medida que l aumenta. No obstante, las distorsiones parecen depender del coeficiente de medias móviles y de la posición de la ruptura en la muestra:

últimos con l_{12} resulta satisfactorio. No obstante, la potencia del test es superior si se utilizan procedimientos de elección fijos. Por otro lado, en lo que a contrastes de raíz unitaria se refiere, Phillips y Xiao (1998) también observan que los contrastes semiparamétricos Z presentan mejores características si se utilizan procedimientos de preblanqueado.

[8] Estas distorsiones son menos importantes a medida que la ruptura se aproxima a los extremos.

- Así, cuando $\theta \leq 0$, analizando los diferentes valores de λ se observan distorsiones similares para los distintos valores del coeficiente de medias móviles.
- Sin embargo, para valores de $\theta > 0$, habría que realizar un tratamiento diferencial dependiendo de la posición relativa de la ruptura en la muestra:
    - En el caso de ruptura en la primera mitad de la muestra ($\lambda=0.2$ y $\lambda=0.3$) las distorsiones disminuyen al aumentar θ (de hecho, para $\theta=0.8$ los resultados son satisfactorios).
    - Para valores más elevados de λ (0.5 y 0.8) las distorsiones aumentan con θ.

En lo que a la potencia se refiere, ésta parece disminuir a medida que θ se aproxima a la unidad.

Comparando estos resultados con los presentados por Amano y van Norden (1992) para el test KPSS aplicado a procesos ARMA con las mismas características que las analizados por nosotros, encontramos que en general el test KPSSM presenta mayores distorsiones en tamaño, y menor potencia. Por otro lado, también resultaba de interés comparar nuestros resultados con los observados por Kwiatkowski y otros (1992) al analizar el tamaño del test ante errores AR(1). A tal fin, generamos series con $\rho=0.8$ (mayor valor del parámetro autorregresivo que ellos consideran) y $\theta=0$ para distintas posiciones relativas de la ruptura en la muestra, como 0.2 y 0.5, observando para l12 valores del tamaño empírico de 10.7 y 6.5 respectivamente frente al valor 8.1 observado por ellos, lo que nos lleva a observar distorsiones similares a las manifestadas en el test KPSS.

III.3. Magnitud de ruptura.

En nuestro experimento consideramos rupturas en el centro del periodo muestral ($\lambda=0.5$) de magnitud igual a 2 y 3 desviaciones típicas respectivamente en un intento de analizar la influencia de este aspecto sobre el funcionamiento de ambos contrastes.

Por lo que al test de Perron se refiere, observamos en general que los problemas comentados previamente se agudizan ligeramente: las distorsiones en tamaño son superiores y la potencia disminuye (salvo para $\theta=0$). Este aspecto también lo observa Sánchez de la Vega (1995).

Sin embargo, en el test KPSSM no podemos obtener un resultado totalmente concluyente; los resultados son bastantes similares y sólo se observan ciertas reducciones en potencia cuando los coeficientes son no negativos, y para l=12 en general, reducciones en las distorsiones del test. En trabajos previos (Presno y López (1998)), para el caso de errores iid y diferentes magnitudes de ruptura, no observamos ningún efecto de este elemento sobre el tamaño ni sobre la potencia del test KPSSM.

III.4. Tamaño muestral.

Nuestro estudio se basó en muestras de tamaño 100, si bien para analizar el efecto del tamaño muestral consideramos también muestras con 200 observaciones para una ruptura en el centro del periodo muestral[9].

Las principales conclusiones para el caso del test de Perron nos llevan a un incremento muy considerable de la potencia, si bien siguen apareciendo importantes distorsiones en tamaño.

El test KPSSM también presenta mayor potencia, si bien para $\theta \leq 0$ aumentan las distorsiones en el tamaño del test. Si examinamos el comportamiento del test KPSS a través de los trabajos de Kwiatkowski y otros (1992) y Amano y van Norden (1992) también observamos incrementos en las distorsiones del tamaño del test al pasar a considerar una muestra de tamaño 200, si bien al considerar muestras mayores el efecto tiende a desaparecer.

III.5. Posición relativa de la ruptura en la muestra.

Para analizar en qué medida la posición del cambio en la muestra puede afectar a nuestros resultados de tamaño y potencia estudiamos series de tamaño 100 con λ=0.2, 0.3, 0.5 y 0.8.

En lo que al test de Perron se refiere, observamos que cuando λ es 0.2 y 0.8 la distribución presenta unos valores muy similares en potencia, y en general, superiores a 0.3 y 0.5. Esto nos puede sugerir una cierta simetría y que la potencia aumenta al alejarnos de λ=0.5, aspecto que también es resaltado por Sánchez de la Vega (1995).

En lo que se refiere a las distorsiones en tamaño, cabe señalar que las observadas cuando $\theta>0$ parecen aumentar al aproximarnos a λ=0.5, apreciándose también una cierta simetría. Para otros valores de θ parece presentar mejores características λ=0.5.

Por otro lado, en lo que respecta al test KPSSM, el efecto de λ fue analizado en parte en relación con el valor del coeficiente de medias móviles estudiado en el punto III.2. de este epígrafe[10], si bien se pueden observar otros efectos:

---

[9] En este caso, consideramos el valor de l como una función de T según l_n=ent[n*(T/100)$^{1/4}$].

- Para los valores reducidos de λ (0.2 y 0.3) se observan mayores distorsiones cuando los coeficientes son negativos que cuando son positivos.
- En el caso de valores más elevados de λ (0.5 y 0.8), las distorsiones son mayores para los coeficientes positivos.

En lo que a potencia se refiere, resulta más difícil aventurar un claro patrón. En general parece observarse mayor potencia para λ=0.5, pero consideramos necesario un estudio que incluya un mayor número de repeticiones en cada experimento para llegar a extraer conclusiones más robustas en este sentido.

IV. CONCLUSIONES

Los análisis comparativos recogidos en los apartados anteriores muestran un comportamiento diferencial de los tests de Perron y KPSSM para series generadas bajo distintos procesos autorregresivos y de medias móviles, poniendo de manifiesto la interrelación entre el análisis de estacionariedad y la especificación de los parámetros del modelo. Como manifiesta Schwert (1987): *"dadas las implicaciones que tiene la no estacionariedad en la modelización económica, deberíamos considerar la especificación correcta del modelo ARIMA antes de contrastar la presencia de raíces unitarias en el polinomio autorregresivo"*.

A modo de síntesis, recogemos en una tabla los efectos de los diversos factores analizados sobre el tamaño y la potencia de los contrastes, remitiendo al Anexo para un análisis detallado de los resultados de las simulaciones.

[10] En el caso de errores iid, en trabajos previos (Presno y López (1998)) en los que se estudió el efecto de λ considerando los mismos valores que los analizados aquí observamos que este factor no tenía ningún efecto relevante sobre el tamaño del test. En lo que a la potencia se refiere, comprobamos que el sentido de la dependencia viene dado por el valor del ratio señal ruido (q) considerado: para valores reducidos de q se aprecia mayor potencia para rupturas próximas a los extremos, acercándose en este caso a la observada en el test KPSS para estacionariedad en torno a un nivel; sin embargo, el proceso se invierte para valores elevados de q.

	Test de Perron	Test KPSSM
Amplitud de la ventana espectral	▪ El test de Perron resulta menos sensible ante l que los contrastes de estacionariedad. ▪ Necesidad de valores más reducidos en el test de Perron.	
Coeficiente del proceso media móvil		
$\theta \leq 0$	▪ Distorsiones en tamaño (pocos rechazos).* ▪ Baja potencia.*	▪ Las distorsiones en tamaño se mantienen para diferentes valores de θ y λ.

$\theta > 0$	▪ Las distorsiones en tamaño (sobrerrechazos) aumentan con el coeficiente.
	▪ Potencia 100%
		▪ Diferencias según la posición de la ruptura λ:
		  ▪ Para $\lambda<0.5$ las distorsiones en tamaño disminuyen al aumentar θ.
		  ▪ Para $\lambda \geq 0.5$ las distorsiones aumentan con θ.
		▪ Menor potencia si θ está próximo a 1.

Magnitud de ruptura	▪ Las distorsiones en tamaño aumentan con la magnitud de ruptura. ▪ La potencia disminuye al aumentar la magnitud de ruptura.*	▪ No se aprecian distorsiones claras. ▪ Ligeras disminuciones de potencia cuando $\theta \geq 0$.
Tamaño muestral	▪ La potencia aumenta con el tamaño muestral.	▪ La potencia aumenta con el tamaño muestral. ▪ Para $\theta \leq 0$ las distorsiones en el tamaño del test aumentan con el tamaño muestral.
Posición relativa de la ruptura en la muestra	▪ La potencia aumenta al aproximarse la ruptura a los extremos de la muestra. ▪ Se observa simetría en el punto de ruptura en potencia y tamaño.	▪ Para $\lambda<0.5$ mayores distorsiones en tamaño cuando $\theta \leq 0$. ▪ Para $\lambda \geq 0.5$ menores distorsiones para coeficientes positivos.

* excepto $\theta=0$

BIBLIOGRAFÍA

Agiakloglou, C. y Newbold, P. (1992): ”Empirical Evidence on Dickey-Fuller Type Tests”, *Journal of Time Series Analysis*, 6, pp 471-483.

Amano, R.A. y van Norden, S. (1992): ”Unit-Root Tests and the Burden of Proof”. *Working Paper. International Department. Bank of Canada*.

Andrews, D.W.K. (1991): ”Heteroskedasticity and Autocorrelation Consistent Covariance Matrix Estimation”, *Econometrica*, 59, pp 817-858.

Andrews, D.W.K., Monahan, J.C. (1992): ”An Improved Heteroskedasticity and Autocorrelation Consistent Covariance Matrix Estimation”, *Econometrica*, 60, pp 953-966.

Banerjee, A., Lumsdaine, R.L. y Stock, J.H. (1992): ”Recursive and Sequencial Tests of the Unit-Root and Trend-Break Hypotheses: Theory and International Evidence”. *Journal of Business and Economic Statistics*, 10, 3, pp. 271-287.

Christiano, J.L. (1992): ”Searching for a Break in GNP”. *Journal of Business and Economic Statistics*, 10, 3, pp. 237-250.

DeJong, D. N., Nankervis, J.C., Savin, N.E. y Whiteman, C.H.(1992): ”Integration Versus Trend Stationarity in Time Series”, *Econometrica*, 60, 2, pp. 423-433.

Dickey, D. A. y Fuller, W. (1979): “Distribution of the Estimators for Autorregresive Time Series with a Unit Root”, *Journal of the American Statistical Association*, 74, pp. 427-431.

Kwiatkowski, D., Phillips, P.C.B., Schmidt, P., y Shin, Y.(1992): ”Testing the Null Hypothesis of Stationary against the Alternative of a Unit Root. How Sure are we that Economic Time Series have a Unit Root?”, *Journal of Econometrics*, 54, pp. 159-178.

Lee, J. (1996a): ”Minimum Statistics Testing for Stationarity in the Presence of a Structural Change”, *Working Paper 97-W03*. Departament of Economics, Vanderbilt University.

Lee, J. (1996b): ”On the Power of Stationary Tests Using Optimal Bandwidth Estimates”, *Economics Letters*, 51, pp 131-137.

Lee, J., Huang, C.J. y Shin, Y. (1997): ”On Stationary Tests in the Presence of Structural Breaks”, *Economic Letters*, 55, pp 165-172.

Leybourne, S.J. y McCabe, B.P.M. (1994): ”A Consistent Test for a Unit Root”, *Journal of Bussiness and Economics Statistics*, 1994, 12, pp. 157-166.

Lumsdaine, R.L. y Papell, D.H. (1997): “Multiple Trend Breaks and the Unit Root Hypothesis”, *The Review of Economics and Statistics*, 79, pp 212-218.

Nabeya, S.,Tanaka, K.(1988): “Asymptotic Theory of a Test for the Constancy of Regression Coefficients against the Random Walk Alternativa”, *The Annals of Statistics*, 16, 1, pp. 218-235.

Perron, P. (1989): “The Great Crash, the Oil Price Shock, and the Unit Root Hypothesis”, *Econometrica*, 57, pp. 1361-1401.

Perron, P. (1990): “Testing for a Unit Root in a Time Series with a Changing Mean”, *Journal of Business and Economic Statistics*, 8, 2, pp. 153-162.

Perron, P. y Vogelsang, T.J. (1992a): “Nonstationarity and Level Shifts With an Application to Purchaising Power Parity”, *Journal of Business and Economic Statistics*, 10, 3, pp. 301-320.

Perron, P. y Vogelsang, T.J. (1992b): “Testing for a Unit Root in a Time Series With a Changing Mean: Corrections and Extensions”, *Journal of Business and Economic Statistics*, 10, 4, pp. 467-471.

Phillips, P.C.B.,(1987):”Time Series Regression with a Unit Root”, *Econometrica*, 55, pp. 227-301.

Phillips, P.C.B. y Perron, P. (1988): “Testing for a Unit Root in Time Series Regression”, *Biometrika*, 75, pp 335-346.

Phillips, P.C.B. y Xiao, Z.(1998): ”A Primer on Unit Root Testing”. *Working Paper 98-C22. Cowles Foundation for Research in Economics*. Yale University.

Presno, M.J. y López, A.J. (1998): ”Cambios Estructurales en Series Económicas. Una Propuesta de Modificación del test KPSS”. *Documento de Trabajo 2/98. HISPALINK-ASTURIAS.*

Said, S. y Dickey, D. (1984): “Testing for Unit Roots in Autorregresive-Moving Average Models of Unknown Order”, *Biometrika*, 71, pp. 599-607.

Sánchez de la Vega, M.M., (1995): “Potencia de los Contrastes de Raíz Unitaria en Series AR(1) con Cambio Estructural”, *Revista de Economía Aplicada*, 7, III, pp. 63-95.

Schwert, G. W. (1987): “Effects of Model Speciffication on Tests for Unit Roots In Macroeconomic Data”, *Journal of Monetary Economics*, 20 pp 73-103.

Schwertz, G. W. (1989):”Tests for Unit Roots: a Monte Carlo Investigation”, *Journal of Business and Economic Statistics*, 7, pp. 147-159.

Zivot, E. y Andrews, D.W.(1992): “Further Evidence on the Great Crash, the Oil-Price Shock, and the Unit-Root Hypothesis”, *Journal of Business and Economic Statistics,* 10, pp. 251-270.

ANEXOS

ρ=1	θ=0	θ=-0.5	θ=0.5	θ=-0.8	θ=0.8
l0	100	100	99.2	100	82.4
l1	99.3	97.1	97.2	99.3	77.4
l2	95.5	93.7	94.4	96.4	74.8
l3	91.3	90.7	91.1	92.1	70.8
l4	86.6	86.3	86.9	87.3	67
l5	82.1	82	80.5	83	63.8
l6	78.4	79	78.3	77.7	60.6
l7	75.9	76.1	76.9	74.6	57
l8	72.7	71.2	74.7	71.2	54.8
l12	55.6	51.7	55.4	54	39.8
ρ=0.85	**θ=0**	**θ=-0.5**	**θ=0.5**	**θ=-0.8**	**θ=0.8**
l0	98.3	98.5	92.1	98.5	87.2
l1	86.6	85.5	81.9	86.9	82
l2	70.7	68.5	72.9	71.5	76.1
l3	59.4	55.5	62.9	59.6	70.2
l4	48.9	46.2	55.4	48.3	66
l5	40	37.9	49.1	39.1	60.8
l6	33.7	31.4	43.3	32.1	56.5
l7	28.8	26	37.3	26.4	54
l8	24.2	22.1	32.9	22.4	50.5
l12	10.7	10.2	21.7	9.6	36.5

TEST KPSSM. Potencia y tamaño (λ=0.5, MAGNITUD=2 desv típ. T=100. α=5%)

ρ=1	θ=0	θ=-0.5	θ=0.5	θ=-0.8	θ=0.8
l0	5	3.9	68	3.1	100
l1	5.2	4.4	58.5	3.4	100
l2	5.2	4.4	59.1	3.1	100
l3	5.7	4.4	59.9	3.4	100
l4	5.2	4.4	61	3.1	100
l5	5.2	3.9	62.1	3.1	100
l6	5.5	3.9	63.8	3.1	100
l7	5.5	3.4	64.9	2.6	100
l8	5.5	3.4	66.9	2.6	100
l12	5.5	3.4	72.4	2.4	100
ρ=0.85	**θ=0**	**θ=-0.5**	**θ=0.5**	**θ=-0.8**	**θ=0.8**
l0	48.8	8.2	100	4.6	100
l1	48.5	18.4	100	12.8	100
l2	51.4	20	100	14.4	100
l3	51.8	19.6	100	13.4	100
l4	53.3	18.5	100	11.8	100
l5	52.6	16.1	100	9.5	100
l6	52.5	14.9	100	8.8	100
l7	51.9	12	100	6.7	100
l8	50.7	10.5	100	6.1	100
l12	45.6	7.1	100	4.7	100

TEST DE PERRON. Tamaño y potencia (λ=0.5, MAGNITUD=2 desv típ. T=100. α=5%)

ρ=1	θ=0	θ=-0.5	θ=0.5	θ=-0.8	θ=0.8
l0	99.5	100	98.8	100	85
l1	97.9	98.8	96.2	97.1	81.4
l2	95	96.8	92.6	93.6	76
l3	90.3	92.9	87.4	89.2	74
l4	86.7	87.4	82.6	83.7	69
l5	82.8	84	79	79.4	64.6
l6	78.6	81.8	74.2	75.9	60.8
l7	74.9	75.6	69.4	74.1	56.4
l8	71.5	73.7	56.2	70.9	52.8
l12	50.9	53	49.8	56.7	36.6
ρ=0.85	**θ=0**	**θ=-0.5**	**θ=0.5**	**θ=-0.8**	**θ=0.8**
l0	97.7	98.2	89.8	98.4	86.5
l1	83.6	85.8	77.5	86.3	81.6
l2	70.1	71.1	68.6	70.8	76.4
l3	58.8	57.9	58.3	60.1	70.8
l4	49.2	44.8	51.9	49.2	65.3
l5	41.3	37.4	46	40.6	60.7
l6	36.1	30.8	41	34.8	56.2
l7	30	25.7	36.5	28.4	53
l8	25.3	22.5	32	24	49
l12	13	9.5	18.4	9.7	34.5

TEST KPSSM. Potencia y tamaño (λ=0.5, MAGNITUD=3 desv típ. T=100. α=5%)

ρ=1	θ=0	θ=-0.5	θ=0.5	θ=-0.8	θ=0.8
l0	4.4	2.7	70.8	1.5	100
l1	4.2	3.2	61.6	2.3	100
l2	5.2	3.2	60	2.3	100
l3	5.2	3.5	61.8	2	100
l4	4.7	3.5	64.6	2.3	100
l5	5	3.5	65.8	2.3	100
l6	5.5	3.2	67.6	2.3	100
l7	5.2	3.2	68.2	2.3	100
l8	5.5	2.5	69.6	2.3	100
l12	5	2	73.6	1.5	100
ρ=0.85	**θ=0**	**θ=-0.5**	**θ=0.5**	**θ=-0.8**	**θ=0.8**
l0	49.7	6.4	100	3.6	100
l1	51.7	16.1	99.8	12.1	100
l2	52.2	18.3	99.8	13.9	100
l3	53	17.4	99.8	12.7	100
l4	54.4	15	99.8	10.5	100
l5	54	12.8	99.8	8.2	100
l6	53.9	10.3	99.8	6.9	100
l7	52.9	9.4	99.8	6	100
l8	51.7	8.8	99.8	5.1	100
l12	47.5	6	100	3.6	100

TEST DE PERRON. Tamaño y potencia (λ=0.5, MAGNITUD=3 desv típ. T=100. α=5%)

ρ=1	θ=0	θ=-0.5	θ=0.5	θ=-0.8	θ=0.8
l0	100	100	100	100	97.4
l1	99.4	100	100	100	96.2
l2	98.8	99.7	99.2	99.7	95.7
l3	98	98.8	98.3	98.8	93.6
l4	96.2	97.7	96.3	98.1	91.5
l5	94.4	96.2	94.1	96.1	89.8
l6	88.8	93.3	89.7	92.8	86.3
l7	86.8	91.2	88.5	90.7	83.9
l8	88.2	86.6	86.7	89.9	82
l12	77.9	75.9	77.6	80.2	72.8
ρ=0.85	**θ=0**	**θ=-0.5**	**θ=0.5**	**θ=-0.8**	**θ=0.8**
l0	99.2	99.3	94.5	99.5	76.4
l1	90.9	91.5	84.3	90	71.3
l2	76.8	78.4	71.3	75.2	65.1
l3	64.2	66	61.4	63.7	59.9
l4	52.7	56.4	52.7	54	55.7
l5	45	47.6	45.5	45.4	51
l6	35.1	36.6	35.3	33.5	43.5
l7	30.6	32	32.6	29.1	40.7
l8	27.2	26.8	31.2	23.3	39.5
l12	15	16	17.4	14.1	28.7

TEST KPSSM. Potencia y tamaño (λ=0.5, MAGNITUD=2 desv típ. T=200. α=5%)

ρ=1	θ=0	θ=-0.5	θ=0.5	θ=-0.8	θ=0.8
l0	6	2.9	76.7	2.8	100
l1	6.6	3.7	60.3	3.3	100
l2	7	4	57.3	3.6	100
l3	7.4	4	57.2	3.6	100
l4	6.8	4.1	58	3.8	100
l5	7	4.1	60.3	3.7	100
l6	7.2	4.2	62.5	4	100
l7	7	4.2	64.8	3.8	100
l8	6.4	4.1	71.4	3.7	100
l12	6	3.7	73.2	3.5	100
ρ=0.85	**θ=0**	**θ=-0.5**	**θ=0.5**	**θ=-0.8**	**θ=0.8**
l0	97.9	45.1	100	27.4	100
l1	97.4	76.5	100	72	100
l2	97.7	82.2	100	77.3	100
l3	97.7	82.8	100	77.6	100
l4	97.7	81.3	100	76.7	100
l5	97.7	78.8	100	74.9	100
l6	97.6	74.4	100	68.1	100
l7	97.8	70.5	100	64	100
l8	97.1	69.1	100	61.2	100
l12	96.4	51.3	100	36.5	100

TEST DE PERRON. Tamaño y potencia (λ=0.5, MAGNITUD=2 desv típ. T=200. α=5%)

ρ=1	θ=0	θ=-0.5	θ=0.5	θ=-0.8	θ=0.8
l0	99.2	98.8	96.4	99.4	81
l1	94.6	94.2	92.2	95.6	77.8
l2	90.6	88.6	88.4	91.2	73.2
l3	86.8	85.2	83.4	85.4	71.2
l4	82	78.4	78.8	80.6	69.4
l5	79.4	75.2	74.6	76.2	66.4
l6	76	70.4	71.2	73.2	64
l7	72.6	67.8	68.2	70.8	62
l8	70.8	64.2	66.6	67.4	60
l12	62.4	57	59.6	58.6	52
ρ=0.85	**θ=0**	**θ=-0.5**	**θ=0.5**	**θ=-0.8**	**θ=0.8**
l0	88.9	91.2	69.7	92.2	12.3
l1	67	71.9	54	72.4	9.4
l2	50.2	56	41	59	8.1
l3	39.2	44.8	33.9	48	7.6
l4	34.4	37.3	29.5	41.1	7
l5	30.6	30.9	25.2	35	6.3
l6	26.9	26.7	21.9	30.9	5.7
l7	24.1	23.2	18.8	27.6	5.2
l8	20.6	21	17.1	24	5.2
l12	14.9	15.5	12.5	17.1	3.9

TEST KPSSM. Potencia y tamaño (λ=0.2, MAGNITUD=2 desv típ. T=100. α=5%)

ρ=1	θ=0	θ=-0.5	θ=0.5	θ=-0.8	θ=0.8
l0	6	2	61.4	2.6	99.4
l1	6.4	2	52.8	2.8	99.2
l2	6.8	2.4	52.8	3	99
l3	6.8	3	52.6	3.2	99.2
l4	6.8	3	55	2.8	99.2
l5	7	2.8	57.2	2.8	99.4
l6	7.2	2.2	57.8	2.2	99.4
l7	7.2	2.6	59	2.4	99.4
l8	7.2	2.4	60	2.2	99.4
l12	6.8	2.4	64.4	2	99.8
ρ=0.85	**θ=0**	**θ=-0.5**	**θ=0.5**	**θ=-0.8**	**θ=0.8**
l0	54	10.5	100	5.7	100
l1	56.4	24.6	100	17.3	100
l2	58.2	27	100	21	100
l3	59.8	26.5	100	21.3	100
l4	60.7	24.5	100	19.6	100
l5	61.6	23.2	100	17.3	100
l6	61.5	20.3	100	14.7	100
l7	60.7	17.4	100	11	100
l8	59.6	14.7	100	9.3	100
l12	56	10.3	100	6.7	100

TEST DE PERRON. Tamaño y potencia (λ=0.2, MAGNITUD=2 desv típ. T=100. α=5%)

ρ=1	θ=0	θ=-0.5	θ=0.5	θ=-0.8	θ=0.8
l0	99	99.6	96.6	99.6	80.3
l1	95.4	96.3	93.1	96.6	76.7
l2	91.4	93.8	87.2	91	73.2
l3	85.6	87	81	85.4	68.2
l4	78	82.6	76.6	79.6	66.9
l5	74.8	77.1	72.9	75.8	63
l6	72	74.8	68.8	73.1	61
l7	68.6	72.5	66.7	70.4	59.2
l8	67	69.8	64.2	67.5	58
l12	60	62.7	53.9	59.5	50.4
ρ=0.85	**θ=0**	**θ=-0.5**	**θ=0.5**	**θ=-0.8**	**θ=0.8**
l0	89.9	91.7	85.3	94	83.5
l1	69.8	73.6	72.6	73	78.6
l2	56.5	58	61.9	56.6	62.7
l3	45.8	46	54.4	47.5	68.7
l4	39.9	39	46.6	40.4	63.6
l5	34.5	34.4	42.5	35.4	59.5
l6	30.1	30.7	38.5	30.3	56.6
l7	27.4	27.5	34	26.8	53.4
l8	24.9	25.4	31.4	24.6	50.4
l12	18.7	19	25.5	18.8	42.2

TEST KPSSM. Potencia y tamaño (λ=0.8, MAGNITUD=2 desv típ. T=100. α=5%)

ρ=1	θ=0	θ=-0.5	θ=0.5	θ=-0.8	θ=0.8
l0	6.2	1.6	59.8	1.1	99.8
l1	5.8	1.8	51.7	2.3	99.6
l2	6.8	1.8	48.9	2.5	99.5
l3	6.8	2.1	50.5	2.7	99.6
l4	7.4	1.8	53	2.4	99.8
l5	7.4	1.8	54.5	2.3	99.8
l6	7.4	1.8	55.1	2	99.8
l7	7.6	1.6	55.1	1.8	99.8
l8	7.8	1.6	56.4	1.6	99.8
l12	8	1.8	62.6	1.1	100
ρ=0.85	**θ=0**	**θ=-0.5**	**θ=0.5**	**θ=-0.8**	**θ=0.8**
l0	57.7	11.2	100	7.2	100
l1	58.9	23	100	17.3	100
l2	60.2	26.8	100	21.8	100
l3	61.7	27.1	100	20.8	100
l4	61.4	25.6	100	19.1	100
l5	61.1	22.8	100	16.5	100
l6	60.8	19.7	100	14.7	100
l7	60.1	16.9	100	12.1	100
l8	58.9	15.2	100	10.6	100
l12	54.6	10.8	100	7.3	100

TEST DE PERRON. Tamaño y potencia (λ=0.8, MAGNITUD=2 desv típ. T=100. α=5%)

ρ=1	θ=0	θ=-0.5	θ=0.5	θ=-0.8	θ=0.8
l0	99.8	100	98.3	99.6	78.1
l1	97	96.9	93	97.1	74.6
l2	92.3	92.3	86.9	91.6	69.5
l3	85.4	85.7	80.3	83.6	66.7
l4	77.9	78.3	74.6	78	63.1
l5	73.2	74.3	69.5	72.9	59.5
l6	69.5	69.2	67.2	68.8	58.1
l7	66.7	66.6	65.3	65.9	55.2
l8	64.3	64.1	62.8	64.3	53
l12	56.7	56.6	54.8	56.7	45.6
ρ=0.85	**θ=0**	**θ=-0.5**	**θ=0.5**	**θ=-0.8**	**θ=0.8**
l0	94.2	95.2	80.2	95.1	32.3
l1	74.5	75.3	62.3	76	20.9
l2	58.6	57.6	46.3	59.3	11.7
l3	45.3	44.7	34.6	46	8.5
l4	37.6	36.2	27.4	39.9	7.2
l5	31.1	30.4	22.9	34.9	6
l6	27.9	25.9	19.4	30.7	5.4
l7	24.2	22.6	17.2	28.6	4.5
l8	22.4	21.1	15.5	26.1	4.5
l12	15.5	14.1	9.9	19.9	3.6

TEST KPSSM. Potencia y tamaño (λ=0.3, MAGNITUD=2 desv típ. T=100. α=5%)

ρ=1	θ=0	θ=-0.5	θ=0.5	θ=-0.8	θ=0.8
l0	4.1	1.4	67.7	2.3	100
l1	4.5	1.5	59.2	2.3	99.5
l2	4.8	1.7	59	2.5	99.7
l3	5	1.4	60.1	2.7	99.7
l4	5.1	1.5	61.5	2.7	99.7
l5	5.1	1.5	63	2.7	99.8
l6	5.3	1.5	64.1	2.5	99.8
l7	5.1	1.7	65.6	2.3	100
l8	4.6	1.8	67.2	2.5	100
l12	4	2	71.3	2	100
ρ=0.85	**θ=0**	**θ=-0.5**	**θ=0.5**	**θ=-0.8**	**θ=0.8**
l0	48.9	8.3	99.9	5.1	100
l1	51.8	19.4	99.9	14.1	100
l2	53.4	21.7	99.9	16.7	100
l3	53.8	21.4	99.9	16.1	100
l4	53.1	20	99.9	14.1	100
l5	53	18.5	99.9	11.3	100
l6	52.4	16.4	99.9	8.3	100
l7	52.1	13.8	99.9	6.9	100
l8	50.8	11.8	99.9	6.3	100
l12	50.8	7.9	100	4.8	100

TEST DE PERRON. Tamaño y potencia (λ=0.3, MAGNITUD=2 desv típ. T=100. α=5%)