

“UN ENFOQUE DEL ANÁLISIS DE LA DESIGUALDAD DE LA RENTA APLICADO A LA COMUNIDAD DE CASTILLA-LEÓN”

Esteban García, Jesús.

López Rodríguez, M^a Isabel.

Ruiz Ponce, Félix.

Departamento de Economía Aplicada.

Facultad de Ciencias Económicas y Empresariales.

Universidad de Valencia.

Resumen

Los estudios que se han venido elaborando últimamente en España con objeto de realizar un análisis de la desigualdad, tanto desde el punto de vista espacial como en una evolución temporal, han tenido, generalmente, dos puntos en común: por una parte la de utilizar como base de datos los proporcionados por las Encuestas de Presupuestos Familiares (E.P.F.) y por otra disponer de la información necesaria que permita tomar las medidas políticas oportunas con objeto de disminuir las desigualdades existentes entre los diversos territorios que componen el estado español. No ha existido, sin embargo, unanimidad en cuanto a la selección de la variable utilizada; así algunos autores se han decantado por los Ingresos mientras que otros lo hacen por los Gastos.

Ante esta disyuntiva, el trabajo que se presenta pretende aclarar si las conclusiones, en análisis de desigualdad, son significativamente diferentes cuando se mide en Ingresos o en Gastos. Para ello, utilizando los datos referentes a Ingresos y Gastos familiares procedentes de las dos últimas E.P.F. correspondientes a las provincias que componen la Comunidad de Castilla-León, se selecciona el modelo teórico y las unidades básicas de estudio (no coincidentes con provincias), pasando más adelante, tras la designación del indicador de desigualdad, a abordar el análisis de la desigualdad estudiando si las conclusiones que se obtienen respecto a la relación entre la desigualdad y el nivel socioeconómico son las mismas para ambas características.

1. INTRODUCCIÓN.

En los últimos años se han desarrollado múltiples estudios que, utilizando como base de datos los proporcionados por las Encuestas de Presupuestos Familiares (E.P.F.), han tenido como objetivo realizar un análisis transversal de la desigualdad y/o su evolución temporal permitiendo, en algunos casos, tomar las medidas políticas oportunas con objeto de disminuir las desigualdades existentes entre los diversos territorios que componen el estado español.

Aunque el fin de dichos estudios ha sido un elemento común, no lo ha sido la selección de la variable utilizada, así algunos autores se han decantado por los Ingresos mientras que otros lo hacen por los Gastos. Pueden citarse, a modo de muestra, los trabajos de Ruiz-Castillo¹, Bosch², Martín – Guzmán³ y Callealta, J.; Casas, J.M.; Merediz, A.; Núñez, J.; Pena, J.⁴, quienes para sus investigaciones eligieron, basándose generalmente en cuestiones de fiabilidad o de aportación de información, los Gastos (para el caso de los citados en primer y segundo lugar), ambas características (para el tercero) y los Ingresos (aunque corregidos para evitar, en la medida de lo posible, el grado de ocultación que se deduce de la comparación de los datos aportados por las E.P.F. y la Cuenta de Renta del sector hogares en la Contabilidad Nacional) en el caso del último estudio mencionado.

Por ello, el objetivo propuesto en el presente estudio es ver si la información ofrecida por las E.P.F. permite deducir si la desigualdad es diferente cuando se mide en Ingresos o en Gastos. Así, tras seleccionar el modelo teórico, las unidades básicas de estudio y el indicador de desigualdad que se utilizarán a lo largo del trabajo, el análisis de la desigualdad se centrará en investigar si se obtiene conclusiones significativamente diferentes al trabajar con ambas características.

¹ Ruiz Castillo, J., (1987): “La Medición de la Pobreza y de la Desigualdad en España, 1980-81”. Estudios Económicos nº 42. Servicio de Estudios del Banco de España.

² Bosch, A.; Escribano, C.; Sánchez, I. (1989): “Evolución de la Desigualdad y la Pobreza en España”. Instituto Universitario Ortega y Gasset.

³ Martín - Guzmán, P. y otros. (1996): “Encuesta de Presupuestos Familiares. Desigualdad y pobreza en España. Estudio basado en las Encuestas de Presupuestos Familiares de 1973-74, 1980-81 y 1990-91”. I.N.E.

⁴ Callealta, F.J.; Casas, J.M.; Merediz, A.; Núñez, J.; Pena, J.B. (1996): “Distribución Personal de la Renta en España”. Pirámide.

2. SELECCIÓN DE LAS UNIDADES BÁSICAS DE ESTUDIO Y DEL MODELO TEÓRICO.

El diseño muestral utilizado para la obtención de los datos que conforman la E.P.F. combina los tipos de muestreo siguiente: muestreo por conglomerados, muestreo bietápico, muestreo sistemático y estratificado.

Una vez que la muestra ha sido extraída, cada dato viene acompañado del factor de elevación que aporta información acerca del número de hogares que son representados, en el estrato correspondiente, por la vivienda a la que pertenece el dato muestral; es más, se puede comprobar que todos los hogares que conforman la muestra para un mismo estrato poseen idéntico factor de elevación.

Haciendo uso del modelo Gamma, con función de densidad:

$$f(x) = \frac{\lambda^\alpha e^{-\lambda x} x^{\alpha-1}}{\Gamma(\alpha)} \quad \forall x \in]0, \infty[, \alpha > 0, \lambda > 0$$

y utilizando como test de bondad de ajuste el de Kolmogorov-Smirnov se observa cierta incoherencia con el diseño muestral utilizado, dado que un gran porcentaje de estratos soporta el test y en una gran proporción con los mismos parámetros poblacionales, lo que evidentemente es contradictorio con la noción de estratos, al deber de presentar estos homogeneidad dentro y heterogeneidad entre⁵.

Concretamente, en cuanto al ajuste al modelo propuesto, las tablas que se presentan a continuación recogen los resultados obtenidos, para cada una de las provincias que componen la comunidad castellano-leonesa, según la siguiente estructura:

⁵ Para más información ver:
Esteban, J.; López, M.I.; Ruiz, F. (1998): “Cuestiones metodológicas sobre la utilización de las Encuestas de Presupuestos Familiares como base para estudios de distribución de renta”. XII Reunión Anual ASEPELT-ESPAÑA. Córdoba.

1ª Columna: provincias que componen la comunidad, considerando el tamaño de la muestra extraída en cada una de ellas.

2ª Columna: número de los factores de elevación, indicando su valor, que se han considerado en cada una de las provincias.

3ª Columna: tamaño muestral de cada uno de los factores, es decir número de elementos de la muestra de la provincia que pertenecen a cada estrato, verificándose obviamente que:

$$\Sigma \text{ tamaño muestral estratos} = \text{tamaño muestral de la provincia correspondiente.}$$

4ª Columna: nivel de significación del test de Kolmogorov - Smirnov para cada uno de los estratos.

5ª Columna: valor estimado (por el método de máxima-verosimilitud) del parámetro α de la Gamma para el estrato correspondiente.

6ª Columna: valor estimado (por el método de máxima-verosimilitud) del parámetro λ de la distribución Gamma para cada uno de los estratos.

En aquellos casos en los que el tamaño muestral del estrato es menor que 4 no se ha procedido a realizar el contraste de bondad del ajuste; ya que ha de tenerse en cuenta que a partir de los datos muestrales deben estimarse los parámetros α y λ , lo que supone dos ligaduras entre dichos datos. Esta situación se ha verificado únicamente para el estrato 4 de Burgos (Ingresos 80-81 y Gastos 90-91).

Por otra parte, para tamaños muestrales ≤ 20 , aunque sí que se ha procedido a contrastar la hipótesis, han de interpretarse los resultados obtenidos con cierta cautela. Estos casos se han destacado en la tabla añadiendo el símbolo “*” al lado de la dimensión de la muestra del estrato.

Tabla 2.1: Test Kolmogorov-Smirnov (INGRESOS 80-81).

PROVINCIAS	FACTORES	TAMA	N.S.(FAC)	α (FAC)	λ (FAC)
ÁVILA	1 69.36780	134	>20%	3.09494	0.0000036360952
(321)	2 230.99840	187	>20%	2.25622	0.0000044963281
BURGOS	1 160.50520	99	>20%	3.46467	0.0000044383437
(385)	2 197.19209	189	>20%	3.36881	0.0000031742040
	3 321.01041	5*	$\approx 0\%$	1E-08	0.0000000000001
	4 394.38419	2	Dos valores	de	Entrada
	5 561.66040	90	>20%	2.62451	0.0000041767880
LEÓN	1 164.00000	174	>20%	2.37048	0.0000028959578
(501)	2 181.18080	83	>20%	2.38368	0.0000030548565
	3 242.15871	94	>20%	3.32604	0.0000048385195
	4 328.00000	8*	20%	10.40534	0.0000105272039
	5 550.79340	142	>20%	2.95979	0.0000059483932
PALENCIA	1 107.10160	166	>20%	2.75689	0.0000030474139
(355)	2 164.81580	189	>20%	2.54738	0.0000034764457
SALAMANCA	1 124.78780	79	>20%	2.38262	0.0000040829682
(411)	2 260.57050	153	>20%	3.04444	0.0000044914236
	3 322.33249	179	11%	2.39330	0.0000049379696
SEGOVIA	1 97.44330	131	7%	2.10527	0.0000023450352
(350)	2 136.28940	219	>20%	3.58859	0.0000060818161
SORIA	1 64.44260	122	>20%	3.35348	0.0000046064497
(298)	2 124.73120	176	>20%	2.19919	0.0000038489411
VALLADOLID	1 287.89349	207	>20%	3.30098	0.0000035388539
(375)	2 308.32690	124	>20%	3.06081	0.0000045664397
	3 575.78699	35	$\approx 0\%$	1E-08	0.0000000000001
	4 616.65381	9*	$\approx 0\%$	1E-08	0.0000000000001
ZAMORA	1 98.70640	153	4%	2.44249	0.0000028584423
(344)	2 293.88010	191	>20%	3.26623	0.0000076054871

Fuente: Elaboración propia.

Tabla 2.2: Test Kolmogorov-Smirnov (INGRESOS 90-91).

PROVINCIAS	FACTORES	TAMA	N.S.(FAC)	α (FAC)	λ (FAC)
ÁVILA	1 90.39038	142	>20%	3.91586	0.0000018393381
(331)	2 201.85114	83	>20%	2.69347	0.0000017778203
	3 284.65292	106	>20%	3.72849	0.0000029853882
BURGOS	1 265.89145	181	>20%	2.78599	0.0000009766530
(337)	2 359.56906	59	>20%	4.06233	0.0000017979474
	3 426.51611	73	>20%	2.97668	0.0000017488078
	4 511.80518	24	20%	3.32797	0.0000015866998
LEÓN	1 232.01511	172	>20%	3.44464	0.0000012817160
(470)	2 322.50531	57	>20%	4.20960	0.0000018828808
	3 338.86047	53	>20%	3.34593	0.0000015348345
	4 423.56937	106	17%	1.89531	0.0000010281112
	5 468.31009	82	>20%	3.68281	0.0000016500722
PALENCIA	1 146.08694	155	>20%	3.18926	0.0000013367627
(347)	2 157.10982	99	>20%	4.02647	0.0000018972145
	3 196.55290	93	>20%	3.80888	0.0000021991734
SALAMANCA	1 265.77182	174	>20%	3.43517	0.0000015935058
(318)	2 323.07446	28	20%	2.38713	0.0000016034958
	3 488.20895	22	20%	6.61228	0.0000047555964
	4 527.94275	94	13%	3.39337	0.0000032363507
SEGOVIA	1 104.74905	168	>20%	3.52724	0.0000014075608
(344)	2 128.13445	66	>20%	4.08948	0.0000020740738
	3 199.08734	110	>20%	3.33853	0.0000020699961
SORIA	1 67.16322	141	>20%	4.47557	0.0000015437627
(306)	2 122.92543	75	>20%	3.27878	0.0000017220013
	3 144.56349	90	>20%	3.10853	0.0000017170412
VALLADOLID	1 194.27451	31	20%	2.69739	0.0000012471597
(375)	2 356.89224	255	11%	3.44279	0.0000013445162
	3 515.69006	57	>20%	2.44021	0.0000013763145
	4 570.76239	32	20%	4.03881	0.0000026467399
ZAMORA	1 140.38596	55	>20%	3.26651	0.0000018420626
(334)	2 150.41843	129	>20%	2.79196	0.0000012207983

	3	314.52679	150	12%	3.25742	0.0000021239459
--	---	-----------	-----	-----	---------	-----------------

Fuente: Elaboración propia.

Tabla 2.3: Test Kolmogorov-Smirnov (GASTOS 80-81).

PROVINCIAS	FACTORES	TAMA	N.S.(FAC)	α (FAC)	λ (FAC)
ÁVILA	1 69.36780	134	>20%	2.88650	0.0000029473724
(321)	2 230.99840	187	>20%	2.04426	0.0000036876731
BURGOS	1 160.50520	99	>20%	2.76625	0.0000034329648
(385)	2 197.19209	189	>20%	2.84490	0.0000027230483
	3 321.01041	5*	$\approx 0\%$	1E-08	0.0000000000001
	4 394.38419	2	Dos valores de	Entrada	
	5 561.66040	90	>20%	1.76948	0.0000026848061
LEÓN	1 164.00000	174	>20%	2.42657	0.0000025008335
(501)	2 181.18080	83	>20%	2.55739	0.0000028490676
	3 242.15871	94	>20%	2.22825	0.0000025701120
	4 328.00000	8*	20%	4.83780	0.0000042933079
	5 550.79340	142	>20%	2.00582	0.0000030548408
PALENCIA	1 107.10160	166	>20%	2.36796	0.0000021221822
(355)	2 164.81580	189	>20%	1.99243	0.0000022980153
SALAMANCA	1 124.78780	79	>20%	2.28414	0.0000032419100
(411)	2 260.57050	153	>20%	2.17924	0.0000024503554
	3 322.33249	179	15%	1.87157	0.0000036887482
SEGOVIA	1 97.44330	131	>20%	2.46989	0.0000022722561
(350)	2 136.28940	219	20%	2.39947	0.0000031969653
SORIA	1 64.44260	122	>20%	2.88607	0.0000030243509
(298)	2 124.73120	176	>20%	2.12195	0.0000032483699
VALLADOLID	1 287.89349	207	>20%	3.42053	0.0000034497737
(375)	2 308.32690	124	>20%	2.74522	0.0000040150403
	3 575.78699	35	20%	6.22881	0.0000059770132
	4 616.65381	9*	20%	6.60014	0.0000054707393
ZAMORA	1 98.70640	153	>20%	3.03964	0.0000034736840
(344)	2 293.88010	191	3%	2.21962	0.0000043722016

Fuente: Elaboración propia.

Tabla 2.4: Test Kolmogorov-Smirnov (GASTOS 90-91).

PROVINCIAS	FACTORES	TAMA	N.S.(FAC)	α (FAC)	λ (FAC)
ÁVILA	1 90.39038	142	>20%	3.35703	0.0000012466915
(331)	2 201.85114	83	>20%	1.97625	0.0000010356234
	3 284.65292	106	16%	1.98244	0.0000011722761
BURGOS	1 265.89145	181	>20%	2.61977	0.0000008490607
(337)	2 359.56906	59	>20%	3.62886	0.0000013987743
	3 426.51611	73	>20%	2.46348	0.0000016144005
	4 511.80518	24	20%	2.73056	0.0000011002204
LEÓN	1 232.01511	172	>20%	2.93955	0.0000009756109
(470)	2 322.50531	57	>20%	3.11639	0.0000012286740
	3 338.86047	53	>20%	3.64317	0.0000015776671
	4 423.56937	106	>20%	2.32630	0.0000012100899
	5 468.31009	82	>20%	3.07646	0.0000013076030
PALENCIA	1 146.08694	155	>20%	2.84711	0.0000011986043
(347)	2 157.10982	99	>20%	3.35822	0.0000014648231
	3 196.55290	93	>20%	2.69559	0.0000015110123
SALAMANCA	1 265.77182	174	>20%	3.37384	0.0000014545997
(318)	2 323.07446	28	20%	3.42857	0.0000025283000
	3 488.20895	22	20%	3.18630	0.0000022070312
	4 527.94275	94	>20%	1.88901	0.0000016075256
SEGOVIA	1 104.74905	168	>20%	3.11417	0.0000012340369
(344)	2 128.13445	66	>20%	2.31906	0.0000011235859
	3 199.08734	110	>20%	2.94080	0.0000018847257
SORIA	1 67.16322	141	>20%	5.06370	0.0000016926078
(306)	2 122.92543	75	>20%	2.07439	0.0000008660779
	3 144.56349	90	>20%	2.74760	0.0000013732224
VALLADOLID	1 194.27451	31	20%	4.30070	0.0000020629527
(375)	2 356.89224	255	16%	3.46928	0.0000012591738
	3 515.69006	57	>20%	2.08185	0.0000012664451
	4 570.76239	32	20%	2.90337	0.0000016702760
ZAMORA	1 140.38596	55	>20%	2.72018	0.0000013357710
(334)	2 150.41843	129	>20%	2.45454	0.0000009750452
	3 314.52679	150	>20%	2.36519	0.0000014396147

Fuente: Elaboración propia.

A partir de las cuales se observa que en el 96.55% de los casos es aceptable el ajuste propuesto, que desglosado por característica y período resulta ser del:

- 88.46% (Ingresos 1980-81).
- 100% (Ingresos 1990-91).
- 96.15% (Gastos 1980-81).
- 100% (Gastos 1990-91).

Por ello:

- a) Se seleccionan como unidades básicas de estudio, a utilizar en lo que resta del trabajo, las poblaciones definidas por los diferentes factores de elevación.
- b) Se utilizará el modelo Gamma como descriptivo de distribución de renta por sus buenos resultados a nivel de ajuste.

3. SELECCIÓN DEL INDICADOR DE DESIGUALDAD.

Los índices o indicadores de desigualdad surgen ante la necesidad de reducir a un solo número “el mayor o menor grado de igualdad en el reparto total de los valores de la variable”⁶, permitiendo con ello la comparación entre distintas poblaciones. Evidentemente, en cualquier estudio sobre distribución de renta son importantes las consideraciones acerca del reparto de la misma.

Como es de suponer, pueden definirse y utilizarse muchos tipos de indicadores cuando se aborda el análisis de la desigualdad. Es por ello conveniente partir de unos principios básicos que permitan seleccionar uno, o más, de entre los posibles índices. En principio, razones como: facilidad de cálculo e interpretación y verificación de unas propiedades mínimas podrían ser una buena plataforma para la formulación del criterio de decisión.

Así, tres son las consideraciones que van a estar presentes en la elección del indicador de desigualdad utilizado a lo largo del presente estudio:

⁶ Martín-Pliego, F.J. (1994): “Introducción a la Estadística Económica y Empresarial (Teoría y práctica)”. Editorial AC. Pág. 175.

C1.- Haciendo uso de que el modelo Gamma ha sido validado como explicativo tanto de Ingresos como de Gastos, al ajustar al mismo un elevado porcentaje de estratos, y que este depende de dos parámetros, α y λ , resultaría de una gran claridad expositiva e intuitiva encontrar un indicador de desigualdad que guardara algún tipo de relación con al menos uno de los parámetros.

C2.- Considerando el conjunto de posibles índices parece recomendable optar por aquel que, verificando el mayor número de propiedades, presente facilidad de cálculo y clara interpretación.

C3.- Y, sobre todo, el índice a utilizar, considerado como estimador, debería tener una distribución conocida que permitiera la realización de contrastes de hipótesis para comparar las desigualdades en áreas geográficas distintas o en diferentes períodos.

Afortunadamente, el coeficiente de determinación entre el índice de Gini y el parámetro α es muy cercano a la unidad, tal como constata Rojo Olivas⁷, aunque la correlación entre ambos indicadores es negativa. Ello permite utilizar dicho parámetro para los fines de este trabajo, pues cumple aproximadamente la segunda de las condiciones impuestas (dada su relación con el índice de Gini), perfectamente la primera, como es obvio, y asintóticamente la tercera por ser la estimación utilizada máximo verosímil y, por tanto, asintóticamente normal.

Una vez seleccionado el indicador de desigualdad, cabe señalar que el test desarrollado y utilizado por Salem y Mount y Rojo Olivas⁸, entre otros autores, va a permitir realizar contrastes acerca de la igualdad del reparto; más concretamente consideradas M poblacio-

⁷ Más concretamente el valor del coeficiente de determinación (R^2) entre el índice de Gini y α es 0.94 y 0.97 para España, en 1980-81 y 1990-91 respectivamente, como se recoge en la comunicación “La distribución de la renta en Castilla - León” presentada por dicha autora conjuntamente con Esteban, J.; Bachero, J.M.; Ruiz, F. en el 4º Congreso de Economía Regional de Castilla y León. 1994.

⁸ Rojo Olivas, C. (1993): “Análisis de la Distribución de la Renta en España”. Tesis Doctoral. Universidad de Valencia.

Salem, A.B.; Mount, T.D. (1974): “A Convenient Descriptive Model of Income Distribution: The Gamma Density”. *Econometrika*. Vol 42. Nº 6.

nes independientes, con distribución de probabilidad Gamma de parámetros α_i y λ_i
 $\forall i \in \{1, 2, \dots, M\}$ si se pretende contrastar la hipótesis:

$$H_0: \alpha_1 = \alpha_2 = \dots = \alpha_M = \alpha^*$$

frente a la alternativa de que esto no es cierto, aplicando el contraste de razón de verosimilitudes se obtiene que:

$$-2 \ln \eta \approx \chi_{M-1}^2$$

siendo M el número de parámetros considerados en la hipótesis nula y

$$-2 \ln \eta = 2 \sum_{i=1}^M n_i \left[(\hat{\alpha}_i \ln \hat{\alpha}_i - \hat{\alpha}^* \ln \hat{\alpha}^*) - (\ln \Gamma(\hat{\alpha}_i) - \ln \Gamma(\hat{\alpha}^*)) - (\hat{\alpha}_i - \hat{\alpha}^*) \left(\ln \left(\frac{\bar{X}_i}{\bar{X}} \right) + 1 \right) \right]$$

por lo que prefijado un nivel de significación α , si se verifica que:

$$-2 \ln \eta < \chi_{M-1, \alpha}^2$$

no se rechazará la hipótesis de igualdad de parámetros α de las M poblaciones consideradas.

4. ANÁLISIS COMPARATIVO DE LA DESIGUALDAD Y SU RELACIÓN CON LA CATEGORÍA SOCIOECONÓMICA.

En los trabajos sobre desigualdad en que las unidades de referencia tienen carácter exclusivamente geográfico (CC.AA., provincias, municipios), el estudio comparativo de aquella característica entre los ámbitos considerados tiene un sentido evidente y un interés considerable.

Decir que la provincia A tiene un mayor grado de igualdad en la distribución de los ingresos que otra B es decir algo con significado claro. Si las provincias que cumplen determinada característica tienen un reparto más igualitario que las que no la cumplen, puede tener interés para la teoría y política económica, puede servir para generar modelos basados en dicha característica, quizás para establecer medidas encaminadas a acrecentar la igualdad, por lo menos para establecer indicadores acerca de la evolución de la misma.

En cambio, cuando se usan los estratos como unidades básicas de estudio, es más difícil establecer conclusiones genéricas que no estén directamente relacionadas con las características que los definen. Pero además, desafortunadamente no ha sido posible conocer el método de estratificación por lo que no se puede establecer una ordenación de los estratos atendiendo a todas las características socioeconómicas que los han generado. Por lo menos se conoce el nivel económico de cada estrato, atendiendo a su valor medio de ingresos o gastos, lo cual sí permite una ordenación siguiendo esta variable.

Este epígrafe pretende contestar a preguntas como: ¿existe algún tipo de relación entre el nivel económico y el nivel de igualdad de un estrato?, ¿es cierto que los niveles más desfavorecidos tienen un reparto más igualitario de los Ingresos (o de los Gastos), o por el contrario esto es característico de los estratos más ricos? y lo que es más importante, desde el punto de vista del presente estudio: ¿se obtienen las mismas conclusiones utilizando los Ingresos y los Gastos?.

Para ello se propone un esquema consistente en realizar un contraste de igualdad de parámetros α , que recuérdese ha sido seleccionado como indicador de desigualdad, entre cada par de estratos, que hubiesen superado el test de Kolmogorov-Smirnov, que componen la provincia, repitiéndose el proceso para cada una de las variables y períodos considerados.

En los casos en que no se puede rechazar la igualdad entre los parámetros, la única característica distintiva entre estratos será el nivel económico medido en términos de Ingresos o de Gastos. En los casos en que se rechace la hipótesis nula:

$$H_0: \alpha_i = \alpha_j$$

siendo α_i el valor del parámetro de la Gamma correspondiente al estrato E_i (para Ingresos) y α_j el correspondiente al estrato E_j , comparando los valores medios de los Ingresos se podrá establecer algún tipo de estado entre los estratos comparados de forma que las cuestiones planteadas anteriormente tuviesen una respuesta.

Concretamente, podrán aparecer cuatro situaciones distintas que, por simetría, se pueden reducir a dos:

- a) Situación de dominancia: aceptando como características positivas el mayor nivel de Ingresos y el mayor grado de igualdad en el reparto, si se verifica que $\bar{X}_i > \bar{X}_j$ y $\alpha_i > \alpha_j$, o bien que $\bar{X}_i \leq \bar{X}_j$ y $\alpha_i < \alpha_j$, el estrato E_i domina al estrato E_j , o el E_j domina al E_i , en cuanto que presenta mejores resultados en ambas características, siendo \bar{X}_i y \bar{X}_j los valores medios (para Ingresos) de ambos estratos.
- b) Situación de alternancia: en este caso, en el que $\bar{X}_i \leq \bar{X}_j$ y $\alpha_i > \alpha_j$, o $\bar{X}_i > \bar{X}_j$ y $\alpha_i < \alpha_j$, el estrato E_j presenta mayor nivel de ingresos que el estrato E_i pero menor grado de igualdad, o situación inversa entre los estratos, es decir E_j presenta menor nivel de ingresos que el estrato E_i pero mayor grado de igualdad. Sólo mediante una función de valor que pondere ambas características podrá aceptarse un estrato como mejor que otro. A priori esta parece la situación más natural.

Evidentemente, en los casos en que no se puede rechazar la igualdad de α siempre se producirá la situación de dominancia, dependiendo exclusivamente del nivel de ingresos, por lo que esta situación no tiene interés para el análisis.

Teniendo en cuenta los datos de las tablas 2.1 a 2.4, la tabla que se expone a continuación recoge información acerca del número de contrastes efectuados así como el número de los no rechazados:

Tabla 4.1: INGRESOS 80-81. Contraste de igualdad de α , estratos. Castilla-León.

	Nº CONTRASTES EFECTUADOS	Nº DE CONTRASTES NO RECHAZADOS	% DE NO RECHAZOS
INGRESOS 1980-81	22	20	90.9%
INGRESOS 1990-91	43	40	93%
GASTOS 1980-81	27	25	92.6%
GASTOS 1990-91	43	37	86%

Fuente: Elaboración propia.

Por lo que, siendo elevado el porcentaje de ocasiones en las que no se rechaza que el indicador de desigualdad sea el mismo entre cada par de estratos provinciales, se deduce que para el primer período es superior en Gastos que en Ingresos, mientras que esta conclusión se invierte para el segundo período.

En las tablas que siguen se recogen los casos en los que la hipótesis es rechazada, teniendo las mismas la siguiente composición:

1ª Columna: provincias que componen la comunidad.

2ª Columna: número de los factores de elevación, sobre los que se realiza el contraste de igualdad de parámetros alfa.

3ª Columna: valor que toma el estadístico $-2 \ln \eta$, considerado para contrastar la hipótesis $H_0: \alpha_i = \alpha_j$.

4ª y 5ª Columna: recogen el valor de los parámetros α estimados, para Ingresos, de los estratos considerados.

6ª y 7ª Columna: siguiendo la notación de las dos columnas anteriores, contienen los valores medios (para Ingresos) de los estratos E_i y E_j .

Tabla 4.2: INGRESOS 80-81. Contraste de igualdad de α , estratos.

PROVINCIAS	FACTORES	VALOR DE $-2 \ln \eta$	α_i	α_j	\bar{X}_i	\bar{X}_j
SEGOVIA	1 y 2	13.6064711	2.10526991	3.58858991	897756.31	590052.06
SORIA	1 y 2	6.95846558	3.3534801	2.1991899	727996.63	571375.06

Fuente: Elaboración propia.

Tabla 4.3: INGRESOS 90-91. Contraste de igualdad de α , estratos.

PROVINCIAS	FACTORES	VALOR DE $-2 \ln \eta$	α_i	α_j	\bar{X}_i	\bar{X}_j
LEÓN	1 y 4	13.9046516	3.44463992	1.89531004	2687519.5	1843490.5
	2 y 4	11.9875555	4.20959997	1.89531004	2235723.25	1843490.5
	4 y 5	11.0684986	1.89531004	3.68281007	1843490.5	2231906.25

Fuente: Elaboración propia.

Deduciéndose que de los cinco casos 4 se traducen en situaciones de dominancia y 1 de alternancia, es decir el 80% de las situaciones son de dominancia, siendo este estado más frecuente en el segundo período de tiempo considerado que en el primero.

Trabajando con la otra característica considerada, Gastos, los resultados son:

Tabla 4.4: GASTOS 80-81. Contraste de igualdad de α , estratos.

PROVINCIAS	FACTORES	VALOR DE $-2 \ln \eta$	α'_i	α'_j	\bar{X}_i	\bar{X}_j
BURGOS	2 y 5	8.53125668	2.84489989	1.76947999	1044749.31	659073.19
VALLADOLID	2 y 3	8.36445427	2.74521995	6.22880983	683734.19	1042127.38

Fuente: Elaboración propia.

Tabla 4.5: GASTOS 90-91. Contraste de igualdad de α , estratos.

PROVINCIAS	FACTORES	VALOR DE $-2 \ln \eta$	α'_i	α'_j	\bar{X}_i	\bar{X}_j
ÁVILA	1 y 2	8.71717262	3.35702991	1.97625005	2692748.5	1908267.25
	1 y 3	9.74479866	3.35702991	1.98243999	2692748.5	1691099
SALAMANCA	1 y 4	12.3806152	3.37384009	1.88900995	2319430.5	1175107.25
SORIA	1 y 2	23.0051117	5.0637002	2.07438993	2991655.25	2395151
	1 y 3	11.5053072	5.0637002	2.74760008	2991655.25	2000840.25
VALLADOLID	2 y 3	7.67213631	3.46928	2.08185005	2755201	1643849.63

Fuente: Elaboración propia.

De su observación se concluye que todos los casos son de dominancia, tanto para el primer período como para el segundo, es decir en las ocasiones en las que se ha rechazado la hipótesis:

$$H_0: \alpha'_i = \alpha'_j$$

con:

α'_i = valor del parámetro de la Gamma correspondiente al estrato E_i (para Gastos)

α'_j = valor del parámetro de la Gamma correspondiente al estrato E_j (para Gastos)

para 1980-81, la comparación de los valores medios de Gastos y los indicadores de desigualdad llevan a clasificar estos casos como de dominancia, ocurriendo lo mismo para los 6 casos del período 1990-91. Es decir el 100% de las situaciones son de dominancia.

5.CONCLUSIONES.

Evidentemente, la diferencia de los porcentajes obtenidos no son lo suficientemente significativas como para obtener resultados concluyentes, aunque parecen apuntar a que no se obtienen las mismas conclusiones utilizando los Ingresos y los Gastos, ya que:

1ª) Aunque se acepta en un porcentaje elevado de veces la igualdad en el reparto entre cada par de estratos provinciales, no se hace con igual proporción atendiendo a la característica considerada, así para Ingresos 80-81 se hace en un porcentaje inferior que para Gastos en el mismo período (90.9% frente a 92.6%); en el siguiente lapso de tiempo la comparación arroja conclusiones inversas, al pasar de un 93% para Ingresos al 86% para Gastos.

2ª) Por otra parte, por los resultados obtenidos comparando los indicadores de desigualdad y valores medios de los estratos, parece que la situación de alternancia es más común cuando se considera la variable Ingresos que cuando se trabaja con los Gastos. Pero ni en el caso de los Ingresos se puede entender como elemento preponderante, es decir, se puede apuntar que los datos empíricos no son capaces por sí solos de poner en evidencia la suposición generalizada de que a niveles menores de Ingresos (o Gastos) el grado de igualdad es mayor, sino más bien todo lo contrario.

6. BIBLIOGRAFÍA.

Bosch, A.; Escribano, C.; Sánchez, I. (1989): “Evolución de la Desigualdad y la Pobreza en España”. Instituto Universitario Ortega y Gasset.

Callealta, F.J; Casas, J.M; Mederiz, A.; Núñez, J.; Pena, J.B. (1996): “Distribución Personal de la Renta en España”. Pirámide.

Esteban, J.; Bachero, J.M.; Rojo, C.; Ruiz, F. (1994) “La distribución de la renta en Castilla - León” 4º Congreso de Economía Regional de Castilla y León.

Esteban, J.; López, M.I.; Ruiz, F. (1998): “Cuestiones metodológicas sobre la utilización de las Encuestas de Presupuestos Familiares como base para estudios de distribución de renta”. XII Reunión Anual ASEPELT-ESPAÑA. Córdoba.

Martín - Guzmán, P. y otros. (1996): “Encuesta de Presupuestos Familiares. Desigualdad y pobreza en España. Estudio basado en las Encuestas de Presupuestos Familiares de 1973-74, 1980-81 y 1990-91”. I.N.E.

Martín-Pliego, F.J. (1994): “Introducción a la Estadística Económica y Empresarial (Teoría y práctica)”. Editorial AC. Pág. 175.

Rojo Olivas, C. (1993): “Análisis de la Distribución de la Renta en España”. Tesis Doctoral. Universidad de Valencia.

Ruiz Castillo, J., (1987): “La Medición de la Pobreza y de la Desigualdad en España, 1980-81”. Estudios Económicos nº 42. Servicio de Estudios del Banco de España.

Salem, A.B.; Mount, T.D. (1974): “A Convenient Descriptive Model of Income Distribution: The Gamma Density”. *Econometrika*. Vol. 42. Nº 6.