COMPORTAMIENTO DE LAS COTAS *CAV* EN AUDITORÍA CONTABLE

Casas Sánchez, J.M.; Núñez Velázquez, J.J.; Zapardiel López, J.A.
Departamento de Estadística, Estructura Económica y O.E.I.
Universidad de Alcalá

RESUMEN

La necesidad de dotar al juicio del auditor de una sólida base probabilística, ha fomentado el uso de un gran número de procedimientos estadísticos. Las cotas CAV (muestreo combinado de atributos y variables) basadas en el método de selección MUS (muestreo de unidades monetarias), ofrecen resultados más robustos que los logrados mediante estimadores clásicos apoyados en la hipótesis de normalidad asintótica. Su teoría utiliza la idea de que el error contable responde a una mixtura no estándar de distribuciones. Este trabajo presenta una comparación entre las principales cotas CAV, complementada mediante una simulación de su comportamiento en poblaciones contables.

Palabras clave: *Auditoría, CAV, MUS, Mixtura no estándar.*

Clasificación UNESCO: 1209.10, 5302.04

1. Introducción

En una investigación auditora, la construcción de una cota superior de confianza para la media de los errores monetarios suele ser uno de los principales objetivos estadísticos. Las poblaciones de errores (diferencia entre valor en libros y valor auditado) observadas en el ámbito auditor-contable ofrecen con frecuencia un elevado porcentaje de elementos que presentan un error nulo, es decir, coincidencia entre valor en libros y valor auditado, mientras que el resto de elementos muestran una magnitud de error positiva. Esta característica supone una perturbación sustancial en la natural robustez de la aproximación t-Student (*normal*), que conlleva la construcción de intervalos de confianza inadecuados cuando se utilizan las técnicas clásicas del muestreo estadístico.

La búsqueda de unas propiedades óptimas en las cotas de confianza para el error total, ha abierto dos líneas de investigación. Una de ellas se basa en la aplicación de procedimientos bayesianos a la investigación muestral en auditoría, partiendo de la idea de que el auditor puede contar con una valoración subjetiva previa de la población que permita mejorar la eficiencia de sus métodos muestrales[1]. La otra, que constituye el objeto de este trabajo, se basa en la
2

En las situaciones contempladas en auditoría contable, la población de estudio (errores de

probabilística discreta en el punto (distribución degenerada), y la otra caracterizada por una

mixtura no estándar de dos distribuciones

[1] En esta línea, son de especial interés los trabajos de Felix y Grimlund (1977), Cox y Snell (1979), Godfrey y Neter (1984) y Tamura (1988).
[2] Plan de Muestreo Combinado de Atributos y Variables.

contemplar esta peculiaridad a la hora de calcular cotas de confianza. Consideremos una muestra cuya explotación nos proporcionará información de dos tipos:

I. Porcentaje de documentos contables erróneos.
II. Expresión cuantificada en términos monetarios del tamaño de esos errores.

Haciendo uso sólo del primer tipo de información, el análisis utiliza la Teoría del Muestreo de Atributos, teniendo en cuenta exclusivamente si la unidad o documento contable es erróneo o no; es decir, ofrece resultados en términos de proporciones. El segundo tipo de información se refiere a un análisis de variables cuantitativas, a través del cual se pueden obtener resultados de estimaciones del error total poblacional en términos monetarios. Con la metodología CAV se combina la aportación de los dos tipos de información, y se intenta explotar su contenido utilizando las dos teorías[3].

2. Descripción del procedimiento

Sea una población de N documentos contables en la que se definen las siguientes variables:

X_i : Valor monetario en libros de la unidad o documento contable i.

Y_i : Valor auditado de la unidad o documento contable i.

$E_i = X_i - Y_i$: Error monetario en la unidad o documento contable i.

Cuando $E_i > 0$, el error en el documento i es de sobrevaloración, mientras que si $E_i < 0$, se trata de un error de infravaloración. Los múltiples análisis realizados sobre poblaciones contables demuestran que el caso más desfavorable en la aplicación de la Teoría del Muestreo al entorno auditor, se presenta cuando los errores son unidireccionales, siendo mucho más frecuentes los casos de errores de sobrevaloración ($E_i > 0$). Esta circunstancia implica una acusada ineficiencia estadística (el nivel de confianza nominal supera al nivel de confianza real) a la hora de estimar el error monetario total en estas poblaciones.

Por todo ello, para acometer este problema, a lo largo de este trabajo asumiremos la *hipótesis* de que en las poblaciones auditadas, todos los errores E_i ($i = 1,2,\ldots,N$) son de sobrevaloración con tamaños máximos equivalentes al valor en libros de los documentos contables.

Se define D_i como la variable que representa a la proporción de error monetario de sobrevaloración en el documento i, en unidades monetarias. Para un documento i:

$$D_i = \frac{X_i - Y_i}{X_i} = \frac{E_i}{X_i}$$

$$0 \le E_i \le X_i \ ; \ 0 \le D_i \le 1 \ ; \ i = 1,2,\ldots,N$$

Es decir, el máximo error de sobrevaloración para un documento contable es el valor en libros del documento, X_i. La igualdad $E_i = X_i$ se cumplirá cuando el valor auditado Y_i sea cero. Sea

[3] Más información general sobre las características esenciales del muestreo de auditoría pueden encontrarse, por ejemplo, en Zapardiel (1996).

p la proporción de documentos contables erróneos en la población. Según esto, adoptando la idea de distribución mixta indicada previamente, para cualquier documento de la muestra, la variable D se distribuirá:

$$D = \begin{cases} Z & p \\ 0 & 1-p \end{cases}$$

donde Z es una variable aleatoria que representa a la distribución de los errores proporcionales no nulos (positivos). Es decir, con probabilidad p se observa la variable Z, mientras que con probabilidad $1-p$ se observa otra variable, cuya masa total de probabilidad se encuentra en el punto cero.

La media poblacional para los valores de la variable D será por lo tanto:

$$E(D_i) = pE(Z_i) = pq$$

donde q es la media poblacional para los errores no nulos. Por lo tanto, el error total poblacional medido en unidades monetarias, será:

$$E = Npq$$

3. Muestreo de Unidades Monetarias[4]

La gran novedad de este tipo de muestreo reside en la unidad de selección utilizada. Hasta el momento, la unidad de selección era la unidad física o documento; ahora la unidad seleccionada va a ser la unidad monetaria, una unidad independiente con un valor monetario de una unidad de medida (a lo largo de este trabajo, la unidad de medida será 1 *Pta.*).

En la práctica, la forma de seleccionar la muestra es sistemática. Una vez conocido el tamaño muestral deseado, n, se calcula el cociente $J = (T_x/n)$, donde T_x es el total poblacional en unidades monetarias, es decir, el valor monetario agregado en libros de todos los documentos de la población. A continuación, se toma un número aleatorio entre 1 y J, por ejemplo i. La muestra estaría formada por las unidades monetarias que ocuparan los órdenes:

$$i, i+J, i+2J, i+3J, \ldots, i+(n-1)J$$

Al utilizar este tipo de muestreo, es muy posible que varias unidades monetarias del mismo documento sean incluidas en la muestra. Si esto ocurre, la unidad física afectada será auditada una sola vez, como es lógico, pero las diferentes unidades monetarias del mismo documento deberán ser tratadas como unidades muestrales independientes.

Cada una de las T_x unidades monetarias (valores en libros) de la población tiene la misma probabilidad de aparecer en la muestra: $1/T_x$. Obviamente, no se puede auditar una unidad monetaria (1 *Pta.*), por lo que en la práctica se toma la unidad física a la que pertenece la unidad monetaria seleccionada (documento). Por lo tanto, la selección MUS de unidades monetarias, puede interpretarse como un muestreo con reposición de unidades físicas con probabilidades

[4] Este tipo de muestreo suele identificarse mediante las siglas MUS, del inglés *Monetary Unit Sampling*.

proporcionales a sus tamaños en unidades monetarias. Cuanto mayor es el valor monetario de un documento, mayor es su probabilidad de pertenecer a la muestra[5].

Con selección MUS, la expresión para el error total poblacional, en unidades monetarias, es la siguiente:

$$E_T = T_x pq$$

donde p es ahora la proporción de unidades monetarias erróneas en la población. Los procedimientos CAV que describimos a continuación, tratan de ofrecer alternativas a la construcción de una cota superior de confianza para el error total E_T, utilizando selección MUS.

4. Procedimientos CAV: Muestreo Combinado de Atributos y Variables

Sea una muestra MUS de n unidades monetarias de las que k son erróneas. Sea $p_u(k;1-a)$ una cota superior al nivel de confianza del $100(1-a)\%$ para p. Para una población infinita, o para una población finita en la que N es comparativamente mucho más grande que n, y para un número k de unidades monetarias erróneas en la muestra, la distribución *binomial* constituye el modelo probabilístico apropiado para obtener cotas de confianza inferior y superior para la proporción p al nivel de confianza del $100(1-a)\%$. Para una cota superior:

$$P(X \leq k) = \sum_{x=1}^{k} \binom{n}{x} p_u^x (1-p_u)^{n-x} = a$$, de donde se obtiene p_u.

En grandes poblaciones con bajas tasas de error, situación típicamente observada en las investigaciones auditoras, se puede utilizar la distribución de *Poisson*.

$$P(X \leq k) = \sum_{x=0}^{k} \frac{e^{-l_u} l_u^x}{x!} = a$$, de donde se obtiene l_u.

Sin embargo, los métodos CAV combinan aritméticamente la información a efectos de proporción de unidades erróneas en la muestra (selección MUS), y la información cuantitativa del error muestral valorado en unidades monetarias.

Las cotas p_u y l_u se relacionarán con algún indicador cuantitativo del error, por ejemplo:

$$T_i = \frac{Y_i}{X_i}$$

[5] La introducción de este procedimiento en el entorno auditor se debe a Anderson y Teitlebaum (1973). Muy interesantes son las aclaraciones y aportaciones de Goodfellow, Loebbecke y Neter (1974 a y b) y los comentarios de Andrews y Mayper (1983).

$$\text{o bien, } \quad D_i = \frac{X_i - Y_i}{X_i} \quad ; \quad i = 1, \ldots, N$$

A continuación expondremos cuatro variantes de la metodología CAV.

4.1 Cota de los Máximos Errores (CAV-1)

Si suponemos que todos los errores son máximos, es decir, $D_i = 1 \; ; \; \forall i = 1, \ldots, k$, se obtiene:

$$CAV1 = T_x \, p_u \, (k; 1 - a)$$

Esta cota se considera muy conservadora, porque no utiliza la información proporcionada por la muestra sobre la magnitud de los errores.

En realidad, el método se limita al cálculo de una cota superior *binomial* para p, de acuerdo con el número de unidades erróneas de la muestra, para posteriormente multiplicarla por el total monetario poblacional, considerando que el error de cada unidad monetaria de las k erróneas es del 100%, es decir, una peseta:

$$CAV1 = T_x \, p_u \, (k; 1 - a) \cdot (1 Pta.)$$

Otros métodos CAV, como los citados a continuación, sí incorporan esta información muestral.

4.2 Cota de los Errores Ordenados (CAV-2)

Es de la forma:

$$CAV2 = T_x \, p_u \, (0; 1 - a) + T_x \sum_{i=1}^{k} \left[p_u \, (i; 1 - a) - p_u \, (i - 1; 1 - a) \right] \cdot d_i$$

siendo d_i el valor que toma la variable D para el documento contable i.

Obsérvese que se parte de una cota CAV-1 *para cero errores en la muestra*, corregida mediante un factor de ajuste. Los k errores se ordenan de mayor a menor:

$$d_1 \geq d_2 \geq \ldots \geq d_k$$

Mientras que la cota CAV-1 considera que el error total de sobrevaloración es máximo, la cota CAV-2 va a incorporar la información muestral en el sentido de extrapolar al comportamiento poblacional las proporciones de error halladas en las unidades monetarias erróneas[6]. Si la muestra contiene algunas unidades muestrales con errores de sobrevaloración que no son máximos (< 1 *Pta.*), *el límite superior de precisión puede reducirse utilizando la información muestral*.

---

[6] El método es introducido por Anderson y Teitlebaum (1973), partiendo de los comentarios de Stringer (1963). Goodfellow, Loebbecke y Neter (1974-b) lo estudian con más detalle.

4.3 Cota del Error Medio (CAV-3)

Es del tipo siguiente:

$$CAV3 = T_x\, p_u\,(k;1-a)\,\overline{d}$$

donde:

$$\overline{d} = \begin{cases} \dfrac{1}{k}\displaystyle\sum_{i=1}^{k} d_i & k > 0 \\ 1 & k = 0 \end{cases}$$

Es un procedimiento que utiliza la cantidad media de error monetario encontrada en la muestra. Cuando no se descubren errores en la muestra, se supone que los posibles errores poblacionales son máximos. En realidad utiliza una cota CAV-1, a la que aplica una reducción posterior basándose en la media muestral de proporciones monetarias erróneas. La cota es, en ocasiones, demasiado pequeña, por lo que tiende a ofrecer niveles reales de confianza por debajo de los niveles nominales o planeados.

4.4 Cota de Goodfellow, Loebbecke y Neter (CAV-4)

Una forma de reducir la cota superior para el error monetario basada en los errores máximos ó CAV-1, consiste en aplicar un estimador puntual que exprese en qué grado la cantidad de error total está por debajo de la cantidad máxima.

Para muestreo de unidades monetarias, este límite superior de confianza modificado sería:

$$\begin{aligned} CAV4 &= T_x\, p_u\,(k;1-a) - \frac{T_x}{n}\sum_{i=1}^{n} t_i v_i \\ &= T_x\, p_u\,(k;1-a) - \frac{T_x}{n}\sum_{i=1}^{n} (1-d_i)\cdot v_i \end{aligned}$$

pues $t = \dfrac{y}{x} = \dfrac{x-e}{x} = 1-d$

siendo $v = \begin{cases} 0 & t = 1 \\ 1 & t \neq 1 \end{cases};\quad \displaystyle\sum_{i=1}^{n} v_i = k$.

Como puede observarse, el procedimiento calcula la cantidad de error límite utilizando errores máximos; luego reduce ese límite mediante el producto del porcentaje medio de error encontrado en la muestra por el valor monetario total poblacional en libros.

5. Comparación de las cotas CAV

A continuación vamos a desarrollar la comparación de las cotas presentadas desde dos vertientes. En primer lugar, procederemos a una comparación formal del tamaño de las mismas, pasando a continuación a realizar un análisis de su eficiencia estadística, lo que conjuntamente ofrecerá una visión global de su comportamiento.

5.1 Comparación según su tamaño

En relación con las definiciones formales efectuadas de las cotas derivadas de la metodología CAV, puede demostrarse el siguiente resultado:

Proposición.

Las cotas CAV seleccionadas pueden ordenarse, atendiendo a su tamaño, del siguiente modo:

$$CAV1 > CAV4 > CAV2 > CAV3$$

Demostración.

A. CAV-3 < CAV-2

Para un a determinado, sustituyendo en CAV-3 la expresión:

$$p_u(k) = \sum_{i=1}^{k} [p_u(i) - p_u(i-1)] + p_u(0)$$

derivada del análisis de CAV-2, tendremos:

$$\begin{aligned} CAV3 &= T_x \bar{d} \left\{ \sum_{i=1}^{k} [p_u(i) - p_u(i-1)] + p_u(0) \right\} \\ &= T_x p_u(0)\bar{d} + T_x \bar{d} \sum_{i=1}^{k} [p_u(i) - p_u(i-1)] \end{aligned}$$

Comparando con la expresión de CAV-2, puede observarse que: $p_u(0)\bar{d} < p_u(0)$, puesto que $\bar{d} < 1$. Por otra parte, dado que:

$$p_u(i) - p_u(i-1) > p_u(i+1) - p_u(i) \quad , \quad \forall i = 1, \ldots, k$$

y que:

$$d_1 > d_2 > \ldots > d_k$$

resultará la siguiente desigualdad:

$$\bar{d} \sum_{i=1}^{k} [p_u(i) - p_u(i-1)] < \sum_{i=1}^{k} [p_u(i) - p_u i - 1] d_i$$

y, por lo tanto: $CAV3 < CAV2$

B. CAV-4 < CAV-1

Para un a determinado, podemos expresar CAV-4 como:

$$CAV4 = T_x\left[p_u(k) - \left(\hat{p} - \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{k} d_i \right)\right]$$

donde $\hat{p} = \frac{k}{n}$. Es obvio que $\hat{p} - \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{k} d_i > 0$, lo que garantiza que, en todo caso, $CAV4 < CAV1$.

C. CAV-2 < CAV-4

Consideremos la expresión de CAV-2 en la forma:

$$CAV2 = T_x\left\{ p_u(k) - \sum_{i=1}^{k}[p_u(i) - p_u(i-1)](1-d_i)\right\}$$

Es lógico afirmar que:

$$\sum_{i=1}^{k}[p_u(i) - p_u(i-1)] - \hat{p} > \sum_{i=1}^{k} d_i\left\{[p_u(i) - p_u(i-1)] - \frac{\hat{p}}{k}\right\}$$

ya que las dos expresiones de la desigualdad son positivas[7] y $0 \le d_i \le 1$, $i = 1,\ldots,k$. El segundo término de la desigualdad anterior puede expresarse como:

$$\sum_{i=1}^{k}[p_u(i) - p_u(i-1)]d_i - \hat{p}\bar{d}$$

luego, se cumplirá que:

$$\sum_{i=1}^{k}[p_u(i) - p_u(i-1)] - \hat{p} > \sum_{i=1}^{k}[p_u(i) - p_u(i-1)]d_i - \hat{p}\bar{d}$$

Operando en la expresión anterior, se llega a:

$$\sum_{i=1}^{k}[p_u(i) - p_u(i-1)](1-d_i) > \hat{p}(1-\bar{d})$$

---

[7] Las expresiones serían iguales si $d_i = 1$, $\forall i = 1,\ldots,k$, pero en ese caso $CAV4 = CAV2$.

Pero esto implica que:

$$p_u(k) - \hat{p}\left(1 - \bar{d}\right) > p_u(k) - \sum_{i=1}^{k}\left[p_u(i) - p_u(i-1)\right]\left(1 - d_i\right)$$

y, volviendo a la expresión de CAV-4:

$$CAV4 = T_x\left[p_u(k) - \hat{p}\left(1 - \bar{d}\right)\right]$$

de la comparación con CAV-2 se derivará que: $CAV2 < CAV4$.

De los resultados de B. y C. se deriva obviamente que $CAV2 < CAV1$. Por lo tanto, del conjunto de la demostración anterior se deduce el cumplimiento de la proposición:

$$CAV1 > CAV4 > CAV2 > CAV3.$$

5.2 Análisis de la eficiencia de las cotas

Dadas las dificultades que surgen para realizar un estudio formal, procederemos a desarrollar un análisis mediante simulación. Para ello llevaremos a cabo la comparación del comportamiento de las cuatro cotas CAV analizadas en tres poblaciones contables[8], cuya distribución de frecuencias se incluye en la Tabla 1, y su descripción en la Tabla 2. Cada una de las poblaciones se ha considerado contaminada con errores procedentes de tres distribuciones diferentes[9], Uniforme U(0;1), Normal N(0,5;0,25) y Exponencial ($l = 0{,}01$), en dos grados distintos, $p = 0{,}5$ y $p = 0{,}1$, lo que ha originado la creación de 18 poblaciones auditadas[10], como se refleja en la Tabla 3.

Posteriormente, para cada uno de los 18 casos se han tomado 1.000 muestras de tamaño $n = 100$, y para cada una de ellas se han obtenido estimaciones de las cuatro cotas en cuestión, partiendo de un nivel de confianza nominal (planeado) del 95%. Se ha hallado la aproximación al nivel de confianza real de cada cota del modo siguiente:

$$\%NCR = \frac{N^{o}\ \ Cotas > \left(T_x - T_y\right)}{1.000} \cdot 100$$

[8] Se corresponden con las distribuciones poblacionales presentadas en Neter y Loebbecke (1975), referidas a datos reales de los diferentes estados contables de una compañía americana anónima sometida a auditoría.

[9] El conocimiento sobre la verdadera distribución de los errores en poblaciones contables, es prácticamente nulo. La elección de las distribuciones utilizadas en nuestro estudio, responde a tres hipótesis: distribución con ponderaciones iguales en la que todos los errores son equiprobables (distribución uniforme), distribución con ponderaciones decrecientes que aseguran la mayor frecuencia de errores cercanos a cero (distribución exponencial), y distribución con ponderaciones concentradas alrededor del error medio (distribución normal).

[10] En la generación de poblaciones de valores auditados, se ha seguido el método descrito por Kaplan (1973).

donde *NCR* es el nivel de confianza real. Es decir, se calcula el porcentaje de cotas CAV que superan al verdadero error monetario poblacional para las 1.000 estimaciones de dichas cotas en cada uno de los 18 casos de estudio.

Población 1			**Población 2**			**Población 3**		
Valor libros		***Número de***	***Valor libros***		***Número de***	***Valor libros***		***Número de***
l_i	l_{i+1}	***documentos***	l_i	l_{i+1}	***documentos***	l_i	l_{i+1}	***documentos***
0	2.025	1.227	0	7.500	1.293	0	6.000	949
2.026	3.375	1.477	7.501	15.000	617	6.001	20.400	1.023
3.376	5.400	1.123	15.001	30.000	679	20.401	60.000	1.049
5.401	9.450	513	30.001	45.000	417	60.001	120.000	625
9.451	15.750	297	45.001	75.000	491	120.001	210.000	384
15.751	29.250	202	75.001	150.000	580	210.001	450.000	390
29.251	51.750	82	150.001	300.000	503	450.001	750.000	198
51.751	101.250	48	300.001	450.000	178	750.001	1.500.000	170
101.251	141.750	14	450.001	750.000	160	1.500.001	7.350.000	184
141.751	231.750	10	750.001	1.500.000	82	7.350.001	15.000.000	28
231.751	1.041.750	7						
		5.000			**5.000**			**5.000**

Tabla 1. Distribuciones frecuenciales. Poblaciones de valores en libros.

	Población 1	**Población 2**	**Población 3**
Total valor Libros	38.015.020	491.734.772	1.624.169.248
Media	7.603	98.347	324.834
Desviación Típica	29.771	183.648	1.158.808
Asimetría	18,91	3,77	6,97
Curtosis	471,52	17,95	60,08
Mínimo	0	2	5
Máximo	992.386	1.486.131	14.896.639

Tabla 2. Estadísticos Descriptivos. Poblaciones de valores en libros

Población Auditada	**Población Generada**	**Distribución Error d_i**	**Proporción Error *p***	**Población Auditada**	**Población Generada**	**Distribución Error d_i**	**Proporción Error *p***
1	P1	U(0;1)	5%	10	P2	N(0,5;0,25)	10%
2	P1	U(0;1)	10%	11	P2	E(1/100)	5%
3	P1	N(0,5;0,25)	5%	12	P2	E(1/100)	10%
4	P1	N(0,5;0,25)	10%	13	P3	U(0;1)	5%
5	P1	E(1/100)	5%	14	P3	U(0;1)	10%
6	P1	E(1/100)	10%	15	P3	N(0,5;0,25)	5%
7	P2	U(0;1)	5%	16	P3	N(0,5;0,25)	10%
8	P2	U(0;1)	10%	17	P3	E(1/100)	5%
9	P2	N(0,5;0,25)	5%	18	P3	E(1/100)	10%

Tabla 3. Poblaciones de estudio para valores auditados

Se han obtenido la media, la desviación típica y el coeficiente de variación para los mil resultados muestrales de cada cota CAV en todos los casos. Se logra una medida de la precisión comparativa de cada cota CAV utilizando el ratio:

$$Precisión = \frac{Cota\ \ promedio}{Error\ \ real}$$

que constituye una medida del sego en el que incurre la cota al tratar de aproximar el error cometido. Los resultados para las cuatro cotas CAV en los 18 casos de estudio, se incluyen en el Anexo.

7. Conclusiones generales

Del estudio que hemos llevado a cabo, se deduce que la cota más precisa a efectos de sesgo, es CAV-3, independientemente de la población, tipo de error y porcentaje del mismo. En lo que respecta a concentración alrededor de su cota promedio, CAV-4 es la mejor cota, sólo superada por CAV-2 en las poblaciones 2 y 3 cuando se contaminan con error normal del 5%.

El mejor comportamiento de CAV-1, CAV-2 y CAV-4 en este sentido, se produce en la población 1 con errores normales tanto si el porcentaje es del 5% como del 10%, mientras que CAV-3 se comporta mejor en la población 3 con error uniforme del 10% y en la población 2 con el mismo tipo de error si el porcentaje es del 5%. Exceptuando el comportamiento de CAV-2 en la población 1 contaminada con error uniforme, se aprecia un descenso en el sesgo de las cotas cuando el grado de contaminación pasa del 5% al 10%.

Analizando el coeficiente de variación, se puede concluir que CAV-1 presenta el menor grado de dispersión sobre su promedio en la población 3 contaminada por error exponencial del 10%, o uniforme si el porcentaje es del 5%. CAV-2 obtiene el mejor resultado en la población 3 para error normal del 10%, y en la población 2 si el error es del 5%. CAV-3 en la población 3 con error normal del 10%, y en la población 1 si el porcentaje es del 5%. Por último, CAV-4 consigue su mejor grado de concentración en la población 3 para error normal del 10%, y en la población 2 para un porcentaje de error del 5%. Mejora la concentración alrededor de la cota promedio al aumentar p, o al menos se mantiene, exceptuando el caso de la población 1 contaminada con error exponencial. De forma general, los niveles de reales y nominales de confianza se hallan más próximos cuando aumenta el porcentaje de error.

En general, las cotas CAV no ofrecen un ajuste correcto entre nivel nominal (planeado) y nivel real de confianza, mostrando una clara tendencia a generar niveles reales de confianza demasiado elevados en comparación con los nominales, como puede advertirse por la frecuencia con la que estos niveles alcanzan o rozan el 100%, cuando el nivel nominal es del 95% en todos los casos. La única cota que se sale de esta línea es CAV-3, que si bien en algunos casos ofrece niveles reales de confianza muy cercanos a los nominales, por ejemplo en la población 1 contaminada con errores uniformes del 5% y 10%, es necesario valorar esta circunstancia con precaución, pues en muchas ocasiones esta cota proporciona niveles de confianza reales muy por debajo de los nominales, lo que puede incidir gravemente en la toma de una decisión incorrecta por parte del auditor; esto puede observarse, por ejemplo, en la población 2 con error exponencial del 5%, donde el nivel real de confianza es del 87,2%.

Deducimos, por tanto, que pese a estas consideraciones, es dificil optar por una cota que resulte claramente superior en todos los casos. Aunque no existe mucha información sobre la distribución del error en poblaciones contables reales, es lógico pensar que pueda aproximarse en la práctica a una exponencial, dado que parece aceptable imaginar que la mayoría de los errores serán muy pequeños y sólo porcentajes relativamente bajos de documentos contendrán errores mayores, de forma decreciente. Bajo esta suposición se justifica el uso masivo de la cota CAV-2 en la práctica auditora, ya que es la que presenta un mejor balance *sesgo-dispersión-*

nivel de confianza real en poblaciones contaminadas con errores procedentes de una distribución exponencial.

BIBLIOGRAFÍA

1. Anderson, R., Teitlebaum, A.D. (1973). Dollar-Unit Sampling. A solution to the audit sampling dilemma. *Canadian Chartered Accountant*. April. 30-39.
2. Andrews, W.T., Mayper, A.G. (1983). Dollar-Unit Sampling. *The Internal Auditor*. April. 31-34.
3. Cox, D.R., Snell, E.J. (1979). On sampling and the estimation of rare errors. *Biometrika*. **66**. 124-132.
4. Felix, W.L., Grimlund, R.A. (1977). Sampling model for audit tests of composite accounts. *Journal of Accounting Research*. **15**. 23-42.
5. Godfrey, J., Neter, J. (1984). Bayesian bounds for Monetary Unit Sampling in accounting and auditing. *Journal of Accounting Research*. Vol. 22. **2**. 497-525.
6. Goodfellow, J.L., Loebbecke, J.K., Neter, J. (1974-a). Some perspectives on CAV sampling plans. Part I. *CA Magazine*. October. 23-30.
7. Goodfellow, J.L., Loebbecke, J.K., Neter, J. (1974-b). Some perspectives on CAV sampling plans. Part II. *CA Magazine*. November. 46-53.
8. Kaplan, R.S. (1973).Statistical sampling in auditing with auxiliary information estimators. *Journal of Accounting Research*. Autumn. 238-258.
9. Neter, J., Loebbecke, J.K. (1975). *Behavior of major statistical estimators in sampling accounting populations. An empirical study*. American Institute of Certified Public Accountants.
10. Stringer, K.W. (1963). Practical aspects of statistical sampling in auditing*. Proceedings of the Business Economic Statistics Section*. *American Statistical Association*. 405-411.
11. Tamura, H. (1988). Estimation of rare errors using expert judgment. *Biometrika*. **75**. 1-9.
12. Zapardiel, J.A. (1996). *El Muestreo de Auditoría: una revisión*. Trabajo de investigación correspondiente al Programa de Doctorado del Departamento de Estadística Económica, Estructura Económica y O.E.I.; no publicado. Universidad de Alcalá de Henares.

ANEXO. Cotas CAV. Resultados comparativos

P1-U5%					
Cotas	Media	Desv. Típica	Coef. Variac.	Precisión (Sesgo)	Nivel Real de Confianza
CV1	3.649.814	909.207	0,25	3,96	100,0%
CV2	2.504.804	597.607	0,24	2,72	100,0%
CV3	1.932.145	667.499	0,35	2,10	96,3%
CV4	2.828.378	618.567	0,22	3,07	100,0%

P1-U10%					
Cotas	Media	Desv. Típica	Coef. Variac.	Precisión (Sesgo)	Nivel Real de Confianza
CV1	4.912.571	1.052.321	0,21	4,14	100,0%
CV2	2.852.885	554.343	0,19	2,40	100,0%
CV3	2.129.947	592.770	0,28	1,79	95,5%
CV4	3.356.601	580.697	0,17	2,83	100,0%

P1-N5%					
Cotas	Media	Desv. Típica	Coef. Variac.	Precisión (Sesgo)	Nivel Real de Confianza
CV1	3.682.789	880.774	0,24	2,76	100,0%
CV2	3.113.974	666.475	0,21	2,33	100,0%
CV3	2.819.544	657.781	0,23	2,11	100,0%
CV4	3.263.323	697.509	0,21	2,44	100,0%

P1-N10%					
Cotas	Media	Desv. Típica	Coef. Variac.	Precisión (Sesgo)	Nivel Real de Confianza
CV1	6.303.981	1.293.100	0,21	2,29	100,0%
CV2	4.917.407	889.834	0,18	1,78	99,5%
CV3	4.514.333	859.925	0,19	1,64	97,8%
CV4	5.193.960	936.453	0,18	1,88	99,5%

P1-E5%					
Cotas	Media	Desv. Típica	Coef. Variac.	Precisión (Sesgo)	Nivel Real de Confianza
CV1	3.365.135	929.900	0,28	5,18	100,0%
CV2	2.123.764	451.238	0,21	3,27	100,0%
CV3	1.460.712	495.153	0,34	2,25	93,7%
CV4	2.490.448	528.940	0,21	3,83	100,0%

P1-E10%					
Cotas	Media	Desv. Típica	Coef. Variac.	Precisión (Sesgo)	Nivel Real de Confianza
CV1	5.414.031	1.294.867	0,24	3,96	100,0%
CV2	3.121.271	728.977	0,23	2,28	100,0%
CV3	2.371.610	758.556	0,32	1,73	92,5%
CV4	3.645.004	750.713	0,21	2,66	100,0%

P2-U5%					
Cotas	Media	Desv. Típica	Coef. Variac.	Precisión (Sesgo)	Nivel Real de Confianza
CV1	54.999.846	15.415.208	0,28	3,59	100,0%
CV2	37.020.450	10.262.961	0,28	2,42	99,9%
CV3	29.305.563	11.208.625	0,38	1,91	88,0%
CV4	41.710.236	10.680.980	0,26	2,72	100,0%

P2-U10%					
Cotas	Media	Desv. Típica	Coef. Variac.	Precisión (Sesgo)	Nivel Real de Confianza
CV1	85.194.770	17.384.826	0,20	3,03	99,7%
CV2	53.549.395	10.060.483	0,19	1,90	97,4%
CV3	44.900.025	10.282.089	0,23	1,59	93,4%
CV4	59.863.788	10.381.425	0,17	2,13	98,4%

P2-N5%					
Cotas	Media	Desv. Típica	Coef. Variac.	Precisión (Sesgo)	Nivel Real de Confianza
CV1	48.490.999	12.814.621	0,26	4,45	100,0%
CV2	30.933.538	5.929.123	0,19	2,84	100,0%
CV3	23.050.359	5.814.596	0,25	2,12	99,7%
CV4	36.079.582	7.186.277	0,20	3,31	100,0%

P2-N10%					
Cotas	Media	Desv. Típica	Coef. Variac.	Precisión (Sesgo)	Nivel Real de Confianza
CV1	78.962.671	15.955.917	0,20	3,41	100,0%
CV2	46.923.341	8.774.343	0,19	2,02	100,0%
CV3	38.447.766	8.825.420	0,23	1,66	98,4%
CV4	54.291.900	9.521.221	0,18	2,34	100,0%

P2-E5%					
Cotas	Media	Desv. Típica	Coef. Variac.	Precisión (Sesgo)	Nivel Real de Confianza
CV1	50.999.977	14.948.341	0,29	4,70	100,0%
CV2	30.785.646	8.638.023	0,28	2,83	100,0%
CV3	21.573.243	9.587.337	0,44	1,99	87,2%
CV4	36.352.526	9.230.667	0,25	3,35	100,0%

P2-E10%					
Cotas	Media	Desv. Típica	Coef. Variac.	Precisión (Sesgo)	Nivel Real de Confianza
CV1	78.972.113	19.499.568	0,25	3,65	100,0%
CV2	45.453.614	10.830.547	0,24	2,10	100,0%
CV3	35.829.521	10.996.898	0,31	1,65	91,8%
CV4	52.575.862	11.218.373	0,21	2,43	100,0%

P3-U5%					
Cotas	Media	Desv. Típica	Coef. Variac.	Precisión (Sesgo)	Nivel Real de Confianza
CV1	148.614.735	33.705.404	0,23	4,55	100,0%
CV2	97.790.108	23.881.637	0,24	2,99	100,0%
CV3	69.271.814	27.922.858	0,40	2,12	89,9%
CV4	112.627.773	24.226.868	0,22	3,45	100,0%

P3-U10%					
Cotas	Media	Desv. Típica	Coef. Variac.	Precisión (Sesgo)	Nivel Real de Confianza
CV1	284.355.167	60.607.127	0,21	3,19	100,0%
CV2	171.242.224	31.985.699	0,19	1,92	100,0%
CV3	141.146.778	31.651.626	0,22	1,59	93,3%
CV4	193.987.045	33.897.746	0,17	2,18	100,0%

P3-N5%					
Cotas	Media	Desv. Típica	Coef. Variac.	Precisión (Sesgo)	Nivel Real de Confianza
CV1	113.480.056	36.505.573	0,32	5,54	100,0%
CV2	79.774.637	18.749.046	0,24	3,90	100,0%
CV3	54.853.716	18.128.948	0,33	2,68	100,0%
CV4	90.962.628	22.928.342	0,25	4,44	100,0%

P3-N10%					
Cotas	Media	Desv. Típica	Coef. Variac.	Precisión (Sesgo)	Nivel Real de Confianza
CV1	253.977.192	41.972.260	0,17	3,42	100,0%
CV2	151.098.898	22.217.932	0,15	2,04	100,0%
CV3	123.644.272	22.358.688	0,18	1,67	100,0%
CV4	175.465.607	24.342.669	0,14	2,36	100,0%

P3-E5%					
Cotas	Media	Desv. Típica	Coef. Variac.	Precisión (Sesgo)	Nivel Real de Confianza
CV1	162.383.467	44.803.170	0,28	5,15	100,0%
CV2	112.229.914	30.286.653	0,27	3,56	100,0%
CV3	86.859.425	32.727.209	0,38	2,75	92,5%
CV4	125.675.877	31.417.634	0,25	3,98	100,0%

P3-E10%					
Cotas	Media	Desv. Típica	Coef. Variac.	Precisión (Sesgo)	Nivel Real de Confianza
CV1	289.349.974	46.476.968	0,16	5,10	100,0%
CV2	129.832.481	24.352.931	0,19	2,29	100,0%
CV3	90.008.333	25.430.155	0,28	1,59	90,1%
CV4	163.302.626	22.977.010	0,14	2,88	100,0%