El Principio de Equivalencia Actuarial en Teoría de la Credibilidad

Emilio Gómez Déniz (Universidad de Las Palmas de Gran Canaria)[1]
José María Pérez Sánchez (Universidad de Las Palmas de Gran Canaria)[2]

La Teoría de la Credibilidad agrupa las pólizas de seguros que contienen una serie de características comunes en un colectivo, al cual le corresponde una determinada prima colectiva. Pero cada póliza tiene un conjunto de características específicas que la diferencian de las demás pólizas, características que en la mayoría de los casos son inobservables o difíciles de cuantificar, pero que indudablemente deben tenerse en cuenta para calcular la prima de cada póliza. El presente trabajo aborda los aspectos económicos del problema de la tarificación siguiendo los enfoques estadísticos clásico y bayesiano. Finalmente, desarrollamos un estudio bayesiano más flexible mediante un análisis de sensibilidad bayesiano. Todo ello lo aplicamos, mediante un ejemplo, al modelo exponencial-gamma de la Teoría de la Credibilidad.

[1] Correspondencia a: Emilio Gómez Déniz. Departamento de Métodos Cuantitativos en Economía y Gestión. Facultad de Ciencias Económicas y Empresariales. Módulo D. Universidad de Las Palmas de Gran Canaria. 35017. Las Palmas. E-mail: emilio@empresariales.ulpgc.es
[2] Correspondencia a: José María Pérez Sánchez. Departamento de Métodos Cuantitativos en Economía y Gestión. Facultad de Ciencias Económicas y Empresariales. Módulo D. Universidad de Las Palmas de Gran Canaria. 35017. Las Palmas. E-mail: josema@empresariales.ulpgc.es

1. Introducción

Las compañías de seguros aceptan riesgos de sus clientes, los asegurados, frente a un cierto precio denominado prima. La Teoría de la Credibilidad trata de agrupar las pólizas referentes a un mismo riesgo con una serie de características comunes en un colectivo, al cual le corresponde como tal una determinada prima colectiva. Pero cada póliza, a su vez, tiene un conjunto de características específicas que la diferencia de las demás pólizas. Estas características en la mayoría de los casos son inobservables o difíciles de cuantificar, pero ello no quita que haya de tenerse en cuenta en el momento de calcular las primas correspondientes a cada póliza. La Teoría de la Credibilidad estima dichas primas mediante expresiones que, en muchas ocasiones, son una suma ponderada de la prima colectiva del riesgo y la media empírica de las indemnizaciones pagadas. Estas expresiones reciben el nombre de fórmulas de credibilidad y el factor de ponderación utilizado es conocido con el nombre de factor de credibilidad.

Hasta hace poco, se intentaba determinar la prima para el colectivo sin preocuparse excesivamente por la heterogeneidad de la cartera. Sin embargo, la tendencia actual y futura parece considerar también las características particulares de cada riesgo. Los métodos bayesianos juegan aquí un importante papel, pues permiten incorporar la información resultante de la historia particular de cada riesgo.

Desde el punto de vista actuarial, los seguros se dividen en vida y no vida. Los primeros tratan de subsanar determinadas situaciones que pueden producirse, como la muerte o invalidez, o que con seguridad se producirán, como la jubilación. Los segundos se destinan a compensar la pérdida eventual que puede producirse en el patrimonio del asegurado. En cualquiera de ellos la prima, precio del seguro, es el valor de la obligación del tomador del seguro como contrapartida de las obligaciones y contraprestaciones que recibirá el asegurado en caso de que se den los supuestos establecidos en el contrato, la póliza.

La prima está compuesta de la suma de los siguientes elementos:

PRIMA	=	Prima pura o de riesgo	+	Prima de inventario	+	Prima de tarifa comercial	+	Prima adicional para el beneficio

La prima pura o de riesgo se obtiene mediante procedimientos matemáticos estadísticos. La prima de inventario supone sumar a la prima de riesgo los gastos de gestión internos o administrativos. Si a ésta le sumamos los gastos de gestión externa o comerciales, obtenemos la prima de tarifa comercial. Finalmente, sumando a la anterior el coste adicional para el beneficio obtenemos la prima que la compañía cobra al asegurado por el servicio que le presta.

En definitiva, la prima es el coste que para la empresa aseguradora suponen los siniestros más los gastos de gestión internos y externos y el margen de beneficios. En este trabajo, como en la mayoría de los desarrollados en Teoría de Credibilidad, haremos referencia al único elemento aleatorio de esa suma; esto es, la prima pura o de riesgo.

Es evidente que cuando una compañía introduce una nueva clase de cobertura, el juicio personal del actuario, comparando el riesgo con otros similares es inevitable. En las últimas décadas, para estimar la prima de riesgo se ha utilizado la estadística bayesiana (véase a Bühlmann, 1970; Klugman et al., 1998; Eichenauer et al., 1988; Young, 1980; entre otros).

Por otro lado, uno de los problemas más graves con los que se enfrenta el sector asegurador en nuestro país es su falta de rentabilidad, relacionado por la elevada siniestralidad y los altos costes en el sector. Hernández (1994) dice: *Para luchar contra las elevadas tasas de siniestralidad, las compañías deberán concentrar sus esfuerzos en aplicar criterios de tarificación que busquen el obligado equilibrio técnico, una mejor selección de riesgos y fomentar la prevención de siniestros.* De ahí que una de las labores del actuario consista en encontrar métodos de cálculo de primas.

Además, para la compañía aseguradora, es de vital importancia, el establecimiento de un precio correcto, ya que si éste es demasiado bajo puede representar una pérdida para la compañía aseguradora, mientras que si es demasiado alto puede perder competitividad frente a otras. Un estudio posterior al análisis bayesiano, llamado robustez bayesiana, nos permitirá obtener un rango de variación de la prima a cobrar, lo que podría interpretarse como un nuevo mecanismo de tarificación.

El artículo está estructurado como sigue. En la sección 2 se desarrolla una breve introducción a la Teoría de la Credibilidad. En la sección 3 exponemos el modelo en el que se basa nuestro análisis y calculamos las primas que nos ocupa en nuestro modelo. En la sección 4 ilustramos las ideas anteriores con un ejemplo numérico. Finalmente, en la sección 5 concluimos con comentarios acerca del trabajo realizado.

2. Introducción a la Teoría de la Credibilidad

La credibilidad, como ya comentamos anteriormente, trata de estimar las ponderaciones que afectan a la experiencia de siniestralidad de una póliza respecto a la experiencia de un colectivo al que pertenece el suscriptor de dicha póliza. La cuestión básica es determinar hasta qué punto es creíble la experiencia observada de un asegurado individual en relación con la experiencia de un colectivo al que el asegurado pertenece.

Consideremos el siguiente modelo de indemnizaciones de seguros. Supongamos que las reclamaciones totales de un riesgo, o póliza, en el período *i*-ésimo (normalmente un año), es una variable aleatoria $X_i|(\Theta=q)$, o lo que es lo mismo, $X_i|q$, $\mathrm{i}=1,\ldots,\mathrm{t}+1$. Para un valor fijo $\Theta=q$, se supone que las variables aleatorias $X_i|q$, $\mathrm{i}=1,\ldots,\mathrm{t}+1$, son independiente e idénticamente distribuidas de acuerdo a una función de densidad $\mathrm{f}(\mathrm{x}|q)$, $\mathrm{x}>0$. Suponemos que el valor q es fijo para un riesgo dado, a pesar de que, generalmente, no es conocido. Vamos a denotar por $p_0(q)$ a la función de densidad de Θ. En términos bayesianos esta función de densidad se le conoce como distribución (densidad) a priori. En térmionmos actuariales es costumbre denominarla función estructura.

Un objetivo de la teoría de la credibilidad consiste en calcular la prima en el período *t+1* para una póliza, dado que la experiencia de reclamaciones de dicha póliza en los primeros *t* períodos es conocida, con valores $x_1, x_2, \ldots, x_t$. Además, supondremos inicialmente que la función estructura $p_0(q)$ es conocida.

Calculamos en primer lugar la distribución $f(x)$, que describe la distribución de la variables experiencia de indemnización para un contrato elegido aleatoriamente de la cartera, que viene dada por

$$f(x) = \int f(x|q) p_0(q) dq,$$

y que no es más que de la distribución *X* incondicional de q.

En Teoría de la Credibilidad se usan los términos individual y colectivo como sinónimos de contrato y cartera, y se distingue entre prima de riesgo o verdadera prima individual, prima colectiva o a priori y prima bayesiana o prima experimental ajustada (véase Freifelder, 1974).

La prima de riesgo viene dada por

$$E[X \mid q] = \int x \ f(x \mid q) dx,$$

y la prima de riesgo colectiva o a priori se obtiene como

$$E[X] = \int x \ f(x) dx.$$

Por supuesto se tiene que

$$E[X] = E[E[X \mid q]] = \int \left[\int x f(x \mid q) dx \right] p_0(q) dq. \qquad (1)$$

Si ahora, en un período de tiempo *t*, se observan las indemnizaciones $x_1, x_2, ..., x_t$, la verosimilitud de esta observación es $f(x_1, x_2, ..., x_t \mid q) \equiv f(\mathbf{x} \mid q)$, y puesto que la función estructura (distribución a priori en términos bayesianos) es $p_0(q)$, la distribución a posteriori viene dada por,

$$p_0(q \mid \mathbf{x}) = \frac{f(\mathbf{x}|q) p_0(q)}{\int f(\mathbf{x}|q) p_0(q) dq},$$

donde se ha hecho uso del teorema de Bayes.

Esta función estructura a posteriori (distribución a posteriori) nos permite obtener la prima bayesiana o prima experimental ajustada, que se calcula de la misma forma que la prima colectiva, intercambiando en (1) $p_0(q)$ por $p_0(q|\mathbf{x})$. Así, la prima bayesiana se obtiene como

$$E^*_{p_0}[X] = \int E[X|q] p_0(q|\mathbf{x}) dq.$$

La prima de riesgo representa la tasa teórica que la compañía de seguros cobraría a un individuo dado al asegurarse. Para su cálculo, la compañía (el actuario) debe conocer la forma de la distribución de probabilidad del riesgo y los parámetros de esta distribución. Si se dispone de esta información la prima de riesgo se podrá calcular y, por lo tanto, no existirán motivos para hacer ajustes de credibilidad. Sin embargo, en Teoría de la Credibilidad se supone que esta información no está disponible. En este caso, la prima que la compañía cobra es la prima colectiva o a priori. Para el cálculo de ésta se requiere que el actuario especifique una distribución a priori para el parámetro de riesgo. La información que para ello se necesita se puede obtener de los datos de una población de contratos similares.

La prima bayesiana es muy similar a la prima colectiva, pero se considera, para su cálculo, la información a priori acerca de los parámetros del proceso de indemnizaciones y la actual observada durante el período de la póliza. Utilizando ambas informaciones se calcula la distribución a posteriori para, siguiendo el mismo camino que en el cálculo de la prima colectiva, obtener la prima bayesiana.

Evidentemente la metodología seguida para el cálculo de la prima es solamente una posibilidad de actuar entre la amplia gama de principios de cálculo entre los que elegir. Para ello puede consultarse a Heilmann (1989), Gómez (1996), etc.

Desde hace muchas décadas los actuarios se han ocupado de calcular primas justas basadas en datos históricos de la forma

$$Z_t \bar{\mathbf{x}} + (1 - Z_t) E[X].$$

Esta expresión recibe el nombre de fórmula de credibilidad, donde Z_t es el factor de credibilidad. Bühlmann (1967) fue el primero en dar una fórmula explícita para Z_t utilizando la aproximación por mínimos cuadrados que resultó,

$$Z_t = \frac{tV[E[X|q]]}{tV[E[X|q]] + E[V[X|q]]}, \tag{2}$$

donde V representa la varianza. Z_t y $1 - Z_t$ se describen como la credibilidad parcial de los datos observados y de la información a priori.

3 Cálculo de primas en el modelo Exponencial-Gamma

Supongamos un modelo en el que la variable indemnización tiene una distribución exponencial con parámetro q, esto es, $f(x|q) = q e^{-qx}$. Esta suposición es comunmente acepatada en Teoría de Credibilidad (véase a Heilmann, 1989;Wangs y Young, 1998; entre otros) ya que las indemnizaciones menores son mucho más frecuentes que las elevadas. Supongamos también que el parámetro de riesgo q tiene una distribución a priori gamma de parámetros a y b; esto es, $p_0(q) = \frac{a^b}{\Gamma(b)} q^{b-1} e^{-aq}$. Entonces la distribución incondicional de X viene dada por

$$\begin{aligned} f(x) &= \int f(x|q) p_0(q) dq = \int_\Theta q e^{-qx} \frac{a^b}{\Gamma(b)} q^{b-1} e^{-aq} dq \\ &= \frac{a^b}{\Gamma(b)} \int q^b e^{-(a+x)q} dq = \frac{a^b}{\Gamma(b)} \frac{\Gamma(b+1)}{(a+x)^{b+1}}, \end{aligned}$$

y esto resulta ser una distribución generalizada de Pareto, GPar(a,b,1).

La prima de riesgo es

$$E[X|q] = \frac{1}{q},$$

ya que se trata de la esperanza de la distribución exponencial de parámetro q . La prima de riesgo colectiva o a priori es,

y que se podía haber obtenido también directamente de la esperanza de la distribución generalizada de Pareto GPar(a, b,1).

Ahora si en un período de tiempo *t* se observan las indemnizaciones $x_1, x_2, \ldots, x_t$, la probabilidad de este suceso (la verosimilitud) es

$$f(x_1, x_2, \ldots, x_t|q) = f(\mathbf{x}|q) = q^t e^{-t\bar{\mathbf{x}}q}, \quad \text{con} \quad \bar{\mathbf{x}} = \frac{1}{t}\sum_{i=1}^{t} x_i.$$

La distribución a posteriori de q dada la observación muestral $x_1, x_2, \ldots, x_t$, es,

$$p_0(q|\mathbf{x}) \propto q^{b+t-1} e^{-(a+t\bar{\mathbf{x}})q},$$

que resulta ser una distribución, también, gammma con parámetros $(a + t\bar{\mathbf{x}}, b + t)$.

La prima bayesiana o a posteriori se calcula de la misma manera que la prima colectiva, sustituyendo $p_0(q)$ por $p_0(q|\mathbf{x})$, o lo que es lo equivalente sustituyendo en la expresión de la prima colectiva *a* por $a + t\bar{\mathbf{x}}$ y *b* por *b*+*t*, resultando

$$E^*_{p_0}[X] = \frac{a + t\bar{\mathbf{x}}}{b + t - 1}.$$

En nuestro caso, donde $X \sim Exp(q)$ y $q \sim \Gamma(a, b)$, se tiene,

$$E[X|q] = \frac{1}{q}, \qquad V[X|q] = \frac{1}{q^2},$$

$$E[V[X|q]] = E_{p_0}\left[\frac{1}{q^2}\right] = \frac{a^2}{(b-1)(b-2)}, \qquad V[E[X|q]] = V\left[\frac{1}{q}\right] = \frac{a^2}{(b-1)^2(b-2)},$$

Luego,

$$Z_t = \frac{t}{b+t-1}.$$

Obsérvese que $E^*_{p_0}[X]$ puede reescribirse como

$$E^*_{p_0}[X] = \frac{a + t\bar{\mathbf{x}}}{b+t-1} = \frac{t}{b+t-1}\bar{\mathbf{x}} + \frac{b-1}{b+t-1}\frac{a}{b-1} = Z_t\bar{\mathbf{x}} + (1 - Z_t)E[X].$$

Es decir, la prima bayesiana en nuestro modelo adopta la forma de una fórmula de credibilidad con factor de credibilidad como en (2).

Algunas propiedades del factor de credibilidad son:

- Si $t \to +\infty$ entonces $Z_t \to 1$. Esto es obvio, ya que en caso de contar con toda la experiencia posible la información del riesgo individual tiene plena credibilidad.
- Si $V[E(X|q)] = 0$ entonces $Z_t = 0$. Cuando las cantidades de indemnización individual esperadas son las mismas, no hay heterogeneidad dentro de la cartera, luego la prima colectiva es el mejor estimador de la prima individual.
- Si $V[E(X|q)] \to +\infty$ entonces $Z_t \to 1$. Ahora el colectivo es extremadamente heterogéneo y resulta que no se dispone de información sobre un riesgo individual concreto.
- Si $E[V(X|q)] \to +\infty$ entonces $Z_t \to 0$. Esto no resulta claramente intuitivo, aunque podría interpretarse considerando que si la variable experiencia de indemnizaciones para un riesgo fijado q muestra un alto grado de aleatoriedad, la información del colectivo resulta inútil para estimar el valor de la prima individual.

4. Un enfoque bayesiano más flexible

El enfoque bayesiano, como hemos tenido ocasión de comprobar, se basa en la especificación de una distribución a priori para un parámetro; en nuestro caso el parámetro de riesgo q. La elección de esta distribución tiene un carácter claramente subjetivo, y esto en ocasiones puede resultar complicado. Piénsese, por ejemplo, que la distribución a priori puede ser necesario deba ser tomada por un grupo de personas con opiniones a priori diferentes. Este y otros inconvenientes suele achacársele a la estadística bayesiana.

Con el objetivo de salvar esta dificultad se ha desarrollado en las últimas décadas una metodología que consiste en procesar información a priori más flexible que la que se exige en un análisis bayesiano estándar. Esta metodología recibe el nombre de robustez o sensibilidad bayesiana. Concretamente con esta metodología el investigador (el actuario en nuestro caso) ampliaría las entradas del análisis bayesiano considerando que la especificación a priori no fuera una distribución a priori singular, sino toda una familia o clase de distribuciones. Evidentemente esta familia se elegiría de tal modo que conservase ciertas características que pudieran ser evidentes para un actuario, como la unimodalidad, simetría, conocimiento de algunos cuantiles, etc. En definitiva, un análisis de robustez consiste en sustituir la especificación de una única distribución a priori, $p_0(q)$ en nuestro caso, por toda una clase Γ de modo que

$$\Gamma = \{\text{Distribuciones a priori del parámetro } q \in \Theta\}.$$

Sobre esta familia el actuario calcularía los extremos inferior y superior de la prima a cobrar, de modo que si la diferencia entre esos dos valores, denominada rango de variación, es grande se hablará de carencia de robustez; por el contrario, si la diferencia es pequeña se dice entonces que el modelo es robusto. La carencia de robustez debe interpretarse de la siguiente forma: densidades muy parecidas no producen cantidades próximas, y de ahí que el actuario deberá tomar sus decisiones con mucha precaución. Por el contrario, un modelo robusto debe interpretarse de esta otra forma: las decisiones del actuario no se verán sustancialmente modificadas con un elemento u otro de la clase.

De entre las muchas clases que se han propuesto, la clase de contaminación es, quizás, la que más atención ha recibido (Berger, 1985 y Sivaganesan y Berger, 1989, entre otros). En ella la distribución a priori del parámetro está dentro de una clase de distribuciones a priori de la forma

$$\Gamma_e = \{p(q) = (1-e)p_0(q) + eq(q); q \in Q, e \in [0,1]\}.$$

La idea es suponer que el actuario especifica una distribución a priori, pero algo perturbada por lo que habitualmente se denomina contaminación, que pertenece a la clase contaminante Q. Usualmente es una clase muy amplia de distribuciones de probabilidad, pudiendo ser la de todas las distribuciones, la de distribuciones unimodales, etc. La confianza en la distribución a priori está expresada por el grado de contaminación e. Obsérvese que un valor de $e = 0$ significa confianza total del investigador en la distribución a priori inicial, mientras que un valor de $e = 1$ manifiesta desconfianza plena en la misma.

Los cálculos que conducen a estas expresiones se encuentran en Gómez, 1996.

En este artículo desarrollaremos el análisis de sensibilidad de la prima bayesiana para la clase anterior y para la cual la clase contaminante es

$$Q = \{\text{Todas las distribuciones de probabilidad}\}.$$

Un estudio más extenso y en el cual se eligen otras clases contaminantes puede verse en Gómez, 1996.

5. Aplicación

En esta sección desarrollaremos un ejemplo numérico en el que trabajaremos con las cantidades de indemnización divididas por 100, con el simple objetivo de hacer los datos más asequibles desde el punto de vista computacional. Supondremos que la variable aleatoria indemnización de siniestros tiene una distribución exponencial de parámetro$q$, mientras que el parámetro de riesgo,q , tiene también una distribución a priori (función estructura) gamma,$\Gamma(2,5)$. .Estas distribuciones se fijan bajo los supuestos de que el actuario confía en que la media de las indemnizaciones pagadas están en torno a 25 unidades monetarias (u.m.) y que la indemnización media más frecuente, la moda, está en torno a 12.5 u.m. Tomaremos como observación muestral la cantidad media de indemnización observada en los últimos t=10 años de vigencia de la póliza, que supondremos son 100, 250 y 500 u.m. en tres casos considerados. Después de los cálculos oportunos se obtiene los siguientes valores para la prima colectiva y bayesiana,

	$\bar{\mathbf{x}} = 100\,\text{u.m.}$	$\bar{\mathbf{x}} = 250\,\text{u.m.}$	$\bar{\mathbf{x}} = 500\,\text{u.m.}$
Prima colectiva , $E[X]$	50 u.m.	50 u.m.	50 u.m.
Prima bayesiana , $E^*_{p_0}[X]$	85.71 u.m.	192.85 u.m.	371.43 u.m.

Además, resulta $Z_t = 0.714285$. Esto quiere decir que la información muestral o datos observados pondera un 71%, mientras la información del colectivo o información a priori lo hace un 29%.

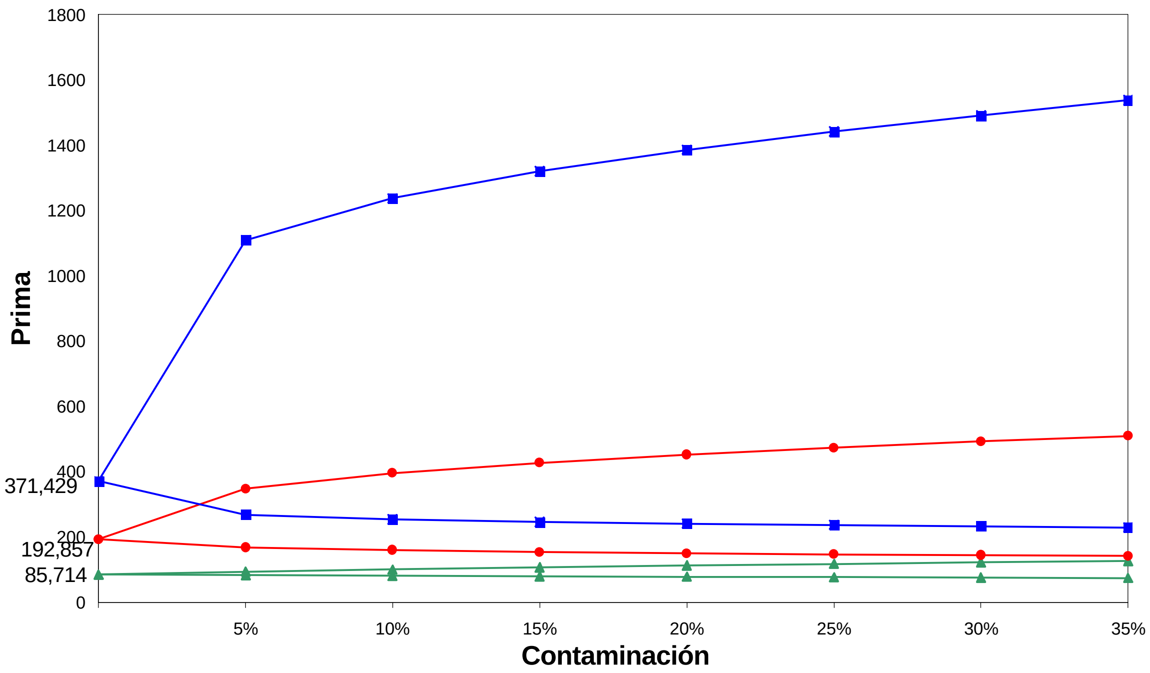
En la Figura 1 se muestran los extremos inferior y superior de la prima bayesiana en los tres ejemplos considerados (▲, para $\bar{\mathbf{x}} = 100$, •, para $\bar{\mathbf{x}} = 250$ y ■, para $\bar{\mathbf{x}} = 500$) y para los grados de contaminación desde el 0% (la prima bayesiana obtenida en un análisis bayesiano estándar) hasta el 35% con pasos de 5 unidades porcentuales. Estos extremos se obtienen minimizando y maximizando la siguiente función con respecto a la variable q .

$$\frac{P_1 E^*_{p_0}[X] + P_2(q)}{P_1 + P_3(q)},$$

donde

$$P_1 = (1-e)a^b\Gamma(b+t),$$
$$P_2(q) = e\Gamma(b)(a+t\bar{\mathbf{x}})^{b+t} q^{\,t-1} e^{-t\bar{\mathbf{x}}q},$$
$$P_3(q) = qP_2(q).$$

Figura 1. Rango de variación de la prima bayesiana para contaminaciones con "todas las distribuciones de probabilidad"



Se observa que la ausencia de robustez se incrementa conforme la media muestral refleja un resultado que entra en conflicto con la información a priori especificada.

6 Conclusiones

La prima a priori constituye, como comenta Freifelder, 1974, la mejor estimación de la verdadera prima (desconocida) cuando la compañía aseguradora no dispone de experiencia pasada para el sujeto que contrata por vez primera una póliza.

Si esta situación no se da, es decir, si la compañía dispone de la experiencia de indemnizaciones del asegurado, bien porque ya contrató con la compañía en los períodos precedentes o porque procediendo de otra compañía esta le proporcione el historial correspondiente, la mejor estimación de la verdadera prima es la prima bayesiana.

Para el cálculo de esta se precisa de la especificación por parte del actuario de una distribución a priori del parámetro de riesgo. Esta especificación constituye el punto de partida del análisis bayesiano. Sin embargo, el actuario en numerosas ocasiones tendrá dificultad en especificar una única distribución a priori, de ahí que se incorpore el análisis de sensibilidad bayesiano (robustez bayesiana).

Este análisis tiene el objetivo de medir las fluctuaciones que con respecto a la prima bayesiana se produce cuando el actuario manifiesta imprecisión en la especificación de una única distribución a priori, incorporando toda una clase de posibles y razonables distribuciones.

Las conclusiones generales que se manifiestan en todo análisis de robustez bayesiano se reflejan también en nuestro estudio, como es obvio. Para la clase de contaminación, un aumento del grado de contaminación, reflejado por un crecimiento del valor de e supone una disminución de la robustez. La consideración de observaciones muestrales en claro conflicto con la información a priori considerada implica una disminución de robustez.

Finalmente destacamos para insistir en ello que las conclusiones que desde un punto de vista bayesiano enunciamos como ausencia de robustez significan desde el punto de vista del usuario (el actuario en nuestro caso) una postura extraordinariamente prudente a la hora de proceder a la tarificación. Esto significa que los escenarios poco robustos sólo deben usarse si el actuario está muy seguro de que las modelizaciones probabilísticas implicadas son muy ajustadas a la realidad del problema que le ocupa. En otro caso debería acudir a escenarios más robustos, recogiendo más información que le ayude a especificar con mayor precisión la distribución a priori del parámetro de riesgo, o utilizar otros principios de cálculo de primas.

6. Referencias

BERGER,J.(1985).Statistical Decision Theory and Bayesian Analysis. Ed.Springer-Verlag. Second Edition.

BÜHLMANN,H.(1967) Experience rating and credibility. Astin Bulletin, IV,III,199-207.

BÜHLMANN,H.(1970).Mathematical Methods in Risk Theory. Springer-Verlag

FREIFELDER,L.(1974).Statistical Decision Theory and Credibility Theory and Procedures. Credibility Theory and Applications. Edited by P.M.Kahn. Academic Press,71-88.

EICHENAUER,J; LEHN,J. Y RETTIG,S.(1988).A gamma-minimax result in credibility theory. Insurance: Mathematics & Economics,7,49-57.

GÓMEZ,E.(1996).Estadística Bayesiana en Credibilidad con Aplicación a la Fijación de Primas de Seguros.Tesis Doctoral.Universidad de Las Palmas de Gran Canaria.

HEILMANN,W.(1989).Decision theoretic foundations of credibility theory.Insurance:Mathematics & Economics,8,77-95.

HERNÁNDEZ,J.(1994). Más seguros que nunca. Colección ESADE.

KLUGMAN,S. PANJER,H. y WILLMOT,G. (1998). Loss Model From Data to Decisions. Ed. John Wiley & Sons.

SIVAGANESAN,S. Y BERGER,J.(1989).Ranges of posterior measures for priors with unimodal contaminations.The Annals of Statistics,Vol.17,2,868-889.

WANG,S. Y YOUNG,V.(1998). Risk-Adjusted Credibility Premiums Using Distorted Probatilities. Scandinavian Actuarial Journal, 2,143-165.