POLÍTICAS FISCALES EN UN JUEGO NO COOPERATIVO

MªJ. Macarro Heredia

A. González Torres

Facultad de C.C. E.E. y E.E.

Universidad de Valladolid

Avda. Valle Esgueva, 6

47011 Valladolid

Resumen

Se plantea un juego continuo de suma no nula entre las autoridades fiscales de dos países representativos de aquéllos que constituyen la actual Unión Monetaria, cuyo objetivo es adecuar sus déficits fiscales y los de ambos a determinados valores fijados como objetivo. Se analizan tres equilibrios no cooperativos, Nash, Stackelberg, analizando específicamente la posición relativa líder-seguidor, y el equilibrio de variaciones conjeturales. Un estudio entre las distintas opciones es realizado.

Palabras clave: *Equilibrio de Nash. Equilibrio de Stackelberg. Equilibrio de Variaciones Conjeturales*.

1. INTRODUCCIÓN

En la reciente Unión Monetaria de la que forman parte distintos países europeos se plantea la cuestión de si los países con plena capacidad fiscal mantendrán sus déficit permitiendo que la política monetaria pueda alcanzar sus propios objetivos. Esta cuestión, que tendrá consecuencias directas en la evolución del proceso de integración monetaria, tiene unas características especiales con respecto al clásico problema del conflicto de intereses entre una única autoridad monetaria y una única autoridad fiscal, al ser distintas autoridades fiscales las que toman decisiones individualmente.

El análisis del conflicto de intereses que surge entre una autoridad fiscal y una autoridad monetaria en una economía nacional ha sido estudiado por Tabellini en 1986 y también puede encontrarse en Petit (pág.247) en 1990. El problema se plantea como un juego donde las estrategias de los jugadores se identifican con las distintas actuaciones de política fiscal y monetaria. El conflicto de intereses que surge entre una única autoridad monetaria, representada por el Banco Central Europeo, y distintas autoridades fiscales característico de la integración monetaria, es analizado en distintos trabajos como el de Levine. y Brochiner en 1994 , el de Aarle, Bovenberg y Raith en 1997, o el de Soto y Fernández en 1998. Estos trabajos estudian las interrelaciones entre las políticas monetarias adoptadas por el BCE y las políticas fiscales llevadas a cabo por los gobiernos europeos analizando la evolución de las deudas nacionales y la influencia que la política monetaria puede tener sobre ella.

Nos centraremos sin embargo en el proceso de adopción y desarrollo de las políticas fiscales y presupuestarias por parte de los países miembros de una unión monetaria. La incidencia de la política presupuestaria de un país sobre el resto de los países y sobre la actuación de la autoridad monetaria quedó recogida en el informe del Comité Delors y se concretó en la necesidad de poner límite al tamaño de los déficit públicos como exige el Tratado de la Unión Europea celebrado en Maastricht.

Este trabajo considera las posibles actuaciones entre dos autoridades fiscales nacionales, representativas de dos bloques de la Unión Monetaria cuando entre ellas no hay cooperación. Para ello se plantea un juego estático continuo entre dos jugadores de suma no nula. Las posibles estrategias de ambos jugadores vienen determinadas por su capacidad para determinar sus correspondientes déficit fiscales.

Se analizan específicamente en el trabajo los déficit fiscales que cada autoridad fijará en su correspondiente país si se sigue una estrategia de equilibrio no cooperativa de Nash, una estrategia de equilibrio de Stackelberg distinguiendo que alguno de los países tenga cierto “poder” sobre el proceso de decisión del otro país. Nos ocupamos de la obtención de estas estrategias no cooperativas en la tercera sección del trabajo en la que finalmente se determinan las estrategias de equilibrio en variaciones conjeturales.

Finalmente se realiza un estudio comparativo entre las distintas opciones y un análisis más detallado sobre la solución de equilibrio de Stackelberg que nos permite caracterizar dicha solución como concurrente, no concurrente o de stalemate (situación de ahogo en ajedrez) en función de los parámetros del modelo.

2. MODELO

Consideraremos dos países que representan a todos los de la Unión Monetaria Europea divididos en dos bloques, presentando un crecimiento semejante y una participación en el PIB europeo de a y $(1-a)$, respectivamente. Centrándonos exclusivamente en las autoridades fiscales nacionales, supongamos que cada nación desea obtener un objetivo de déficit fiscal propio $\bar{f}_1$ para la primera nación y $\bar{f}_2$ para la segunda. Debido a que ambos están integrados en la Unión Monetaria, cada nación desea también mantener el déficit global de la Unión dentro de unos límites determinados por cada una de ellas. Así el primer país desea que la suma de los déficit esté en torno a $\bar{\bar{f}}_1$, mientras que el segundo desea que la suma de los déficit esté próxima a $\bar{\bar{f}}_2$.

Como desviaciones de déficit positivas o negativas con respecto a los objetivos deseados tienen para cada uno de los países la misma repercusión, las funciones que tratarán de minimizar cada uno de ellos pueden representarse mediante funciones cuadráticas. Así la autoridad fiscal de la primera nación tiene como objetivo minimizar la función:

$$a^2(f_1-\bar{f}_1)^2+\left(a f_1+(1-a)f_2-\bar{\bar{f}}_1\right)^2,$$

donde f_1 es el valor del déficit fiscal de la nación uno. Análogo razonamiento puede realizarse para la segunda nación, con lo que su objetivo podrá expresarse como:

$$(1-a)^2(f_2-\bar{f}_2)^2+\left(a\, f_1+(1-a)f_2-\bar{\bar{f}}_2\right)^2,$$

donde f_2 es el déficit fiscal de la segunda nación.

Suponiendo que la participación en el PIB europeo de las dos naciones es el total y que es idéntica para ambas, las funciones que ambos jugadores tratarán de minimizar pueden ser expresadas:

$$\min_{f_1} U_1(f_1, f_2)=(f_1-\bar{f}_1)^2+(f_1+f_2-j_1)^2,$$

$$\min_{f_2} U_2(f_1, f_2)=(f_2-\bar{f}_2)^2+(f_1+f_2-j_2)^2,$$

donde $j_i = 2\bar{\bar{f}}_i$, $i = 1,2$.

3. ESTRATEGIAS NO COOPERATIVAS

Nos ocupamos en esta sección de la obtención de las estrategias de equilibrio para el juego planteado suponiendo que los jugadores no cooperan. En una primera subsección y suponiendo que ninguno de los jugadores domina el proceso de decisión obtenemos la solución de equilibrio de Nash. Abandonando las hipótesis de simetría obtenemos en la segunda subsección la solución de equilibrio de Stackelberg, en este caso se establece un proceso de decisión jerárquico en el que alguno de ellos, el líder, puede imponer sus decisiones, y el otro, el seguidor, se limita a reaccionar ante la decisión del líder.

Por último, en la tercera subsección, se estudia la solución de equilibrio en variaciones conjeturales. Este concepto de equilibrio, aunque supone simetría en el proceso de decisión, recoge la idea de que los jugadores pudieran abandonar el equilibrio de Nash. Bajo esta suposición ambos conjeturan sobre la reacción del otro jugador y actúan como en un doble problema de Stackelberg en el que ambos fueran el jugador líder.

3.1. Solución de equilibrio de Nash

Suponemos que los dos jugadores conocen los objetivos de déficit fijados por las autoridades fiscales propias y ajenas y que toman decisiones con total independencia con el objetivo de minimizar sus funciones de desviación de déficit. Un equilibrio de Nash no cooperativo corresponderá a un par de valores de déficit (f_1^*, f_2^*) de las dos naciones, tal que verifican: $U_1(f_1^*, f_2^*) \le U_1(f_1, f_2^*)$ y $U_2(f_1^*, f_2^*) \le U_2(f_1^*, f_2)$. La obtención del equilibrio de Nash para los jugadores (f_1^*, f_2^*) requiere la resolución de dos problemas paramétricos, irrestrictos diferenciables y convexos: $\min_{f_1} U_1(f_1, f_2)$ para la primera nación y $\min_{f_2} U_2(f_1, f_2)$ para la segunda autoridad fiscal.

La aplicación de las condiciones necesarias a estos problemas, que también son suficientes por convexidad, nos conduce a las siguientes sistema de ecuaciones lineales:

$$\begin{aligned} 2f_1 + f_2 &= \bar f_1 + j_1 \\ f_1 + 2f_2 &= \bar f_2 + j_2 \end{aligned}$$

cuyas soluciones corresponden al equilibrio de Nash buscado.

Cada una de las expresiones anteriores constituye la respuesta racional de un jugador a la estrategia utilizada por el otro, las rectas de reacción de los jugadores. Resolviendo el sistema, encontramos el valor del equilibrio de Nash:

$$(f_1^*, f_2^*) = \left[\frac{2}{3}(\bar f_1 + j_1) - \frac{1}{3}(\bar f_2 + j_2),\ \frac{2}{3}(\bar f_2 + j_2) - \frac{1}{3}(\bar f_1 + j_1)\right]$$

El valor que alcancen las funciones objetivo de los jugadores con este equilibrio son:

$$U_1^N = \frac{2}{9}\left[(\bar f_1 - 2j_1) + (\bar f_2 + j_2)\right]^2$$

$$U_2^N = \frac{2}{9}\left[(\bar f_1 + j_1) + (\bar f_2 - 2j_2)\right]^2$$

que posteriormente compararemos con los valores que alcancen las funciones objetivo en otros equilibrios.

3.2. Solución de equilibrio de Stackelberg

Suponemos en este apartado que la política fiscal desarrollada por uno de los países está de algún modo supeditada a las decisiones que la otra autoridad fiscal adopte sobre esta materia. Si la nación denotada por 1 es la que actúa como líder y la otra como seguidor, para encontrar la estrategia de equilibrio de Stackelberg necesitamos determinar la reacción del seguidor ante las posibles estrategias planteadas por el líder. Entonces, sobre el problema del seguidor encontramos la función de respuesta, expresión que coincidirá con la curva de reacción encontrada en el equilibrio de Nash, esto es:

$$f_2 = \frac{1}{2}\left[\bar{f}_2 + j_2 - f_1\right] = r(f_1).$$

Si en el problema que tiene que resolver el líder tenemos en cuenta la reacción del seguidor, éste resolverá un problema con una única variable, su propio déficit fiscal. Así el líder buscará una estrategia, f_1^* tal que verifica $U_1(f_1^*, r(f_1^*)) \leq U_1(f_1, r(f_1))$.

Resolviendo el problema del líder: $\min\limits_{f_1} U_1(f_1, r(f_1))$ obtenemos,

$$f_1^* = \frac{2}{5}(2\bar{f}_1 + j_1) - \frac{1}{5}(\bar{f}_2 + j_2),$$

con lo que la respuesta óptima de la segunda nación será fijar un déficit fiscal que verifique:

$$f_2^* = r(f_1^*) = \frac{3}{5}(\bar{f}_2 + j_2) - \frac{1}{5}(2\bar{f}_1 + j_1).$$

El valor de los funcionales objetivos de los dos jugadores en la estrategia de Stackelberg encontrada será:

$$U_1^L(f_1^*, f_2^*) = \frac{1}{5}\left[(\bar{f}_1 - 2j_1) + (\bar{f}_2 + j_2)\right]^2,$$

$$U_2^S(f_1^*, f_2^*) = \frac{2}{25}\left[(2\bar{f}_2 - 3j_2) + (2\bar{f}_1 + j_1)\right]^2.$$

donde el superíndice L hace referencia al resultado obtenido por el líder y S al resultado obtenido por el seguidor.

Si invertimos la jerarquía de los jugadores en el proceso de toma de decisiones, entonces el país denotado por uno actuará ahora como seguidor y reaccionará ante las estrategias de política fiscal adoptadas por el líder mediante la función de reacción ya conocida $f_1 = r(f_2) = \frac{1}{2}\left[\bar{f}_1 + j_1 - f_2\right]$. La estrategia del líder que se buscará incorporando a su problema esta respuesta del seguidor, será aquel valor f_2^* solución del problema $\min_{f_2} U_2(f_2, r(f_2))$.

Resolviendo este problema de una variable encontramos que la estrategia de Stackelberg del líder será:

$$f_2^* = \frac{2}{5}(2\bar{f}_2 + j_2) - \frac{1}{5}(\bar{f}_1 + j_1)$$

siendo la reacción del seguidor: $f_1^* = r(f_2^*) = \frac{3}{5}(\bar{f}_1 + j_1) - \frac{1}{5}(2\bar{f}_2 + j_2)$. Operando, encontramos que las funciones objetivos de los dos jugadores, toman el valor:

$$U_1^S(f_1^*, f_2^*) = \frac{2}{25}\left[(2\bar{f}_1 - 3j_1) + (2\bar{f}_2 + j_2)\right]^2$$

$$U_2^L(f_1^*, f_2^*) = \frac{1}{5}\left[(\bar{f}_2 - 2j_2) + (\bar{f}_1 + j_1)\right]^2$$

Los valores de las funciones objetivos en el equilibrio de Stackelberg cuando uno de los jugadores es líder puede compararse con el resultado que obtiene cuando es seguidor e, incluso, cabe la posibilidad de comparar los valores de los objetivos entre líderes y seguidores. Este análisis nos permitirá determinar si a los jugadores les interesa participar en el juego de Stackelberg ocupando una determinada posición, estudio que realizamos en la sección siguiente.

3.3 Solución de equilibrio en variaciones conjeturales

El concepto de equilibrio de Nash lleva implícita la idea de que si un jugador se desvía del equilibrio empeora el valor de su función objetivo. Así, es razonable pensar que los jugadores confíen en que el otro jugador no se desvíe de su equilibrio de Nash. Una solución de variaciones conjeturales supone la posibilidad de incumplimiento de estas actuaciones por parte de los dos jugadores. Un jugador piensa, por razones ajenas al juego, que si él se desvía del equilibrio de Nash, el otro jugador podría hacerlo en una dirección específica. Esta idea da lugar a un nuevo equilibrio denominado de variaciones conjeturales que es un concepto de solución mediante el cual se persigue un equilibrio en el conjunto de las funciones de reacción de los jugadores.

Consideramos que un jugador conjetura que el otro reaccionará en el juego planteado mediante una función lineal. Así suponemos que el segundo jugador conjetura que el primero responderá como $f_1 = R_1(f_2) = K_1 f_2 + k_1$, de la misma forma la conjetura del primer jugador vendrá expresada por $f_2 = R_2(f_1) = K_2 f_1 + k_2$. Esto es, el primer país conjetura que la respuesta fiscal del otro será lineal respecto de sus propias actuaciones y recíprocamente.

Las funciones objetivos ahora se expresan como $U_1(f_1, R_2)$, $U_2(f_2, R_1)$, funciones convexas, cualquiera que sean las constantes K_1, k_1, K_2 y k_2. Siguiendo a Basar y Olsder (pág. 193, 1995) el equilibrio en variaciones conjeturales corresponderá a aquellas funciones de reacción, R_1, R_2, tales que verifiquen las siguientes condiciones:

$$\left.\frac{\partial U_1(f_1, f_2)}{\partial f_1} + \frac{\partial U_1(f_1, f_2)}{\partial f_2} \cdot \frac{\partial R_2(f_1)}{\partial f_1}\right|_{f_1 = R_1(f_2)} = 0,$$

$$\left.\frac{\partial U_2(f_1, f_2)}{\partial f_2} + \frac{\partial U_2(f_1, f_2)}{\partial f_1} \cdot \frac{\partial R_1(f_2)}{\partial f_2}\right|_{f_2 = R_2(f_1)} = 0.$$

Aplicando estas condiciones de equilibrio para las funciones propuestas, encontramos las indeterminadas K_1, k_1, K_2 y k_2, resolviendo el sistema de ecuaciones:

$$\begin{aligned}
&2K_1 + K_1K_2 + K_2 + 1 = 0\\
&2K_2 + K_1K_2 + K_1 + 1 = 0\\
&2k_1 + K_2k_1 - (1+K_2)\varphi_1 = \bar{f}_1\\
&2k_2 + K_1k_2 - (1+K_1)\varphi_2 = \bar{f}_2
\end{aligned}$$

El sistema no lineal anterior no admite solución única ya que $K_1 = K_2 = K = -\frac{3}{2} \pm \frac{\sqrt{5}}{2}$, $k_1 = \bar{f}_1 + K(\bar{f}_1 - \varphi_1)$ y $k_2 = \bar{f}_2 + K(\bar{f}_2 - \varphi_2)$.

Obtenemos por lo tanto dos estrategias para los jugadores:

$$(f_1^*, f_2^*) = \left(\frac{-k_1 + Kk_2}{1 - K^2}, \frac{-k_2 + Kk_1}{1 - K^2} \right),$$

una para cada valor de *K*.

En ambos casos el ratio de variación conjetural es el mismo para ambos y negativo.

4. COMPARACIÓN DE RESULTADOS

Obtenidas las soluciones no cooperativas para el juego planteado nos proponemos comparar el grado de adaptación a los objetivos fiscales fijados cuando los jugadores utilizan las estrategias obtenidas.

Las funciones objetivos propuestas para los jugadores representan una medida de la desviación a dichos objetivos en función de los valores de déficit alcanzados mediante el desarrollo de una determinada política fiscal. Una mejor aproximación a los objetivos vendrá indicada por menores valores de dichas funciones.

Si los jugadores desarrollan políticas fiscales de acuerdo con la solución de equilibrio de Nash, la desviación respecto de sus objetivos siempre es mayor que si se ajusta a los valores de déficit óptimos obtenidos para la solución de equilibrio de Stackelberg ya que

$$U_1^N = \frac{2}{9}\left[(\bar{f}_1 - 2j_1) + (\bar{f}_2 + j_2)\right]^2 > \frac{1}{5}\left[(\bar{f}_1 - 2j_1) + (\bar{f}_2 + j_2)\right]^2 = U_1^L$$

$$U_2^N = \frac{2}{9}\left[(\bar{f}_2 - 2j_2) + (\bar{f}_1 + j_1)\right]^2 > \frac{1}{5}\left[(\bar{f}_2 - 2j_2) + (\bar{f}_1 + j_1)\right]^2 = U_2^L$$

cualesquiera que sean los valores de los objetivos $\bar{f}_1, \bar{f}_2, j_1, j_2$ fijados, siempre que para cada uno de ellos esté abierta la posibilidad de actuar como líder en el juego de Stackelberg. Sin embargo los valores de déficit fiscal alcanzados por los jugadores en dicho juego dependen de los objetivos fijados, y en función de estos valores podría resultar beneficioso para ambos el liderazgo de uno de ellos.

Analizamos esta situación comparando los valores obtenidos para U_1^L, U_1^S, U_2^L y U_2^S en la sección anterior.

Si $U_1^S > U_1^L$ y $U_2^S < U_2^L$, a la segunda nación le interesa acomodarse a las políticas fiscales desarrolladas por la primera. Esta situación tiene lugar cuando los parámetros $\bar{f}_1, \bar{f}_2, j_1, j_2$, verifican las siguientes relaciones:

$$\frac{\left(3\sqrt{2} + 2\sqrt{5}\right)j_2 - \left(\sqrt{2} + \sqrt{5}\right)j_1}{2\sqrt{2} + \sqrt{5}} \leq \bar{f}_1 + \bar{f}_2 \leq \frac{\left(3\sqrt{2} - 2\sqrt{5}\right)j_1 - \left(\sqrt{2} - \sqrt{5}\right)j_2}{2\sqrt{2} - \sqrt{5}}$$

supuesto que se satisface $j_1 > j_2$. Notemos que la desigualdad anterior debe considerarse en sentido inverso si $j_1 < j_2$.

Cuando $U_1^S < U_1^L$ a la vez que $U_2^S > U_2^L$, el segundo país se acercará más a lo objetivos propuestos si toma la iniciativa y condiciona las políticas fiscales del primero mediante sus propias acciones. En este caso los objetivos fijados deben satisfacer la siguiente desigualdad:

$$\frac{\left(3\sqrt{2}-2\sqrt{5}\right)j_{\ 2}-\left(\sqrt{2}-\sqrt{5}\right)j_{\ 1}}{2\sqrt{2}-\sqrt{5}} \le \bar{f}_1 + \bar{f}_2 \le \frac{\left(3\sqrt{2}+2\sqrt{5}\right)j_{\ 1}-\left(\sqrt{2}+\sqrt{5}\right)j_{\ 2}}{2\sqrt{2}+\sqrt{5}} \ ,$$

si los valores j_1 y j_2 satisfacen $j_1 > j_2$. De nuevo cuando $j_1 < j_2$, la desigualdad ha de considerarse en sentido inverso.

Cualquiera de estos dos casos constituye una situación estable en la que ninguno de los jugadores abandonará el equilibrio de Stakelberg que por convenio han decidido jugar. La solución de equilibrio es una solución concurrente, pues ambos jugadores están de acuerdo en cuál de ellos ha de ser líder y quién seguidor.

Fuera de las situaciones anteriores no habrá acuerdo entre los jugadores para el juego de Stackelberg, bien porque los dos prefieren ser el líder, lo que ocurrirá cuando $U_1^S > U_1^L$, $U_2^S > U_2^L$ en cuyo caso, la solución de Stackelberg será no concurrente; o bien porque ambos países se vieran beneficiados porque el otro jugador impusiera sus decisiones en política fiscal, lo que ocurrirá si $U_1^S < U_1^L$, $U_2^S < U_2^L$, situación que se denomina situación de equilibrio de "stalemate" o de "ahogo al rey".

Definiendo los parámetros :

$$A = \frac{\left(3\sqrt{2}-2\sqrt{5}\right)j_{\ 1}-\left(\sqrt{2}-\sqrt{5}\right)j_{\ 2}}{2\sqrt{2}-\sqrt{5}}, \quad B = \frac{\left(3\sqrt{2}+2\sqrt{5}\right)j_{\ 1}-\left(\sqrt{2}+\sqrt{5}\right)j_{\ 2}}{2\sqrt{2}+\sqrt{5}},$$

$$C = \frac{\left(3\sqrt{2}-2\sqrt{5}\right)j_{\ 2}-\left(\sqrt{2}-\sqrt{5}\right)j_{\ 1}}{2\sqrt{2}-\sqrt{5}} \quad \text{y} \quad D = \frac{\left(3\sqrt{2}+2\sqrt{5}\right)j_{\ 2}-\left(\sqrt{2}+\sqrt{5}\right)j_{\ 1}}{2\sqrt{2}+\sqrt{5}},$$

en el siguiente esquema se recoge la disposición de los valores de $\bar{f}_1 + \bar{f}_2$, en cada una de las situaciones analizadas para clasificar la solución de equilibrio de Stackelberg en concurrente, no concurrente, o de ahogo, suponiendo que $j_1 > j_2$.

(- D]	[D, A]	[A, C]	[C, B]	[B,)
Sol. NO CONCURRENTE	Sol. CONCURRENTE (LIDER P_1)	STALEMATE	Sol. CONCURRENTE (LIDER P_2)	Sol. NO CONCURRENTE

Un esquema similar se obtiene para :

(- B]	[B, C]	[C, A]	[A, D]	[D,)
Sol. NO CONCURRENTE	Sol. CONCURRENTE (LIDER P_2)	STALEMATE	Sol. CONCURRENTE (LIDER P_1)	Sol. NO CONCURRENTE

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Aarle, B.V.; Bovenberg, A.L. y Raith, M.G. (1997): “Is there a Tragedy of Common Central Bank? A Dynamic Analysis”. *Journal of Economic Dynamics and Control*, vol. 21, pp. 417-447.

Basar, T. y Olsder, G.J. (1995):*Dynamic Noncooperative Game Theory. Academic Press*. London.

Committee for the Study of Economic and Monetary Union, (1989*): Report on Economic and Monetary Union in the European Commnunity* (Delors Report).

Grauwe, P. (1994): *Teoría de la Integración Monetaria*. Colegio de Economistas de Madrid. Celeste Ediciones.

Levine, P. y Brochiner, A. (1994): “Fiscal Policy coordination and EMU: A dynamic Game Approch”. *Journal of Economic Dynamics and Control*, vol. 18, pp. 669-729.

Petit, M.L. (1990): *Control Theory and Dynamic Games in Economic Policy Analysis*. Cambridge University Press. New York.

Rasmusen, E. (1994): *Games and Information. Blackwell Publishers*. Cambridge.

“Refexiones sobre el futuro de la Unión Europea” (1997*). Jornadas sobre la CIG`96 y el Tratado de Amsterdam*. Fundación Hispania/Europa.

Soto, D. y Fernández, R. (1998): “Estrategias en Política Monetaria y Fiscal ante la Unificación Monetaria. Un Juego Diferencial.” *Cuadernos de Economía*. En prensa.

Tabellini, G. (1986): “Money, Debt and Déficits in a Dynamic Game”. *Journal of Economic Dynamics and Control*, vol. 10, pp.427-442.