Similitudes y semiórdenes

José Luis García Lapresta
Luis Carlos Meneses Poncio

Departamento de Economía Aplicada (Matemáticas)
Facultad de Ciencias Económicas y Empresariales
Universidad de Valladolid

Resumen

El supuesto clásico de comportamiento racional en Economía, basado en los preórdenes completos, ha sido ampliamente criticado a lo largo del tiempo, por contradecir numerosas evidencias empíricas. Así surgieron los semiórdenes, que admiten intransitividades en las relaciones de indiferencia y captan la existencia de umbrales en la capacidad de percepción de los agentes, y las similitudes, que capturan la "miopía" humana en la comparación de cantidades numéricas. En este trabajo se prueban ciertas relaciones existentes entre similitudes y semiórdenes, cuando el conjunto de opciones es un intervalo real, de forma que, por un lado, las similitudes pueden interpretarse como las relaciones de indiferencia de los semiórdenes y, por otro, a partir de una similitud se puede obtener de forma natural un semiorden.

1.- Introducción

La Teoría de la Decisión ha abordado de diversas formas la limitada capacidad de percepción humana a la hora de valorar o comparar opciones. En ello ha tenido que ver el hecho de que el modelo convencional de racionalidad en la comparación de pares de opciones, basado en preórdenes completos (relaciones binarias asimétricas, transitivas y completas), ha tenido en contra numerosas evidencias empíricas, en las que aparecían intransitividades en las manifestaciones de indiferencia. De esta forma surgieron los semiórdenes, modelos de racionalidad más generales que los preórdenes completos que permiten que la relación de indiferencia no sea transitiva. Los semiórdenes capturan la existencia de umbrales constantes en la percepción de las opciones, de manera que sólo cuando la utilidad de una opción supera a la de otra en dicho umbral, existe preferencia.

Una vía más reciente que la anterior para modelizar la “miopía” de los agentes en la comparación de opciones viene dada por las relaciones de similitud. Estas relaciones sirven para comparar cantidades numéricas, inicialmente premios o probabilidades en loterías, de forma que puedan ser consideradas similares aquellas cantidades que satisfagan una serie de propiedades.

En este trabajo ponemos de manifiesto que, cuando se trata de comparar cantidades numéricas, semiórdenes y similitudes son prácticamente lo mismo. Hemos considerado una definición más general de relación de similitud que la existente en la literatura y hemos probado que, en intervalos de números reales, a partir de una relación de similitud puede construirse de forma natural un semiorden, de manera que su relación de indiferencia es la relación de similitud de partida. Recíprocamente, la relación de indiferencia de todo semiorden cuya función de utilidad sea monótona es una relación de similitud.

El trabajo se organiza como sigue. Después de establecer la notación necesaria, en la sección 2 se definen las estructuras preferenciales y los semiórdenes. En la sección 3 se introducen las relaciones de similitud y en la sección 4 se prueban los resultados que relacionan semiórdenes y similitudes cuando el conjunto de opciones es un intervalo real, de forma que las similitudes pueden interpretarse, en cierto sentido, como las relaciones de indiferencia de los semiórdenes.

Notación

Una *relación binaria* sobre un conjunto no vacío X es un subconjunto R del producto cartesiano $X \times X$. Se usarán indistintamente las notaciones $(x, y) \in R$ y xRy. A partir de dos relaciones binarias R y S sobre X, se definen las siguientes relaciones:

- R^{-1} es la *relación inversa* de R: $xR^{-1}y \Leftrightarrow yRx$.
- R^{c} es la *relación complemento* de R: $xR^{c}y \Leftrightarrow \neg(yRx)$.
- $R \cap S$ es la *relación intersección* de R con S: $x(R \cap S)y \Leftrightarrow (xRy \wedge xSy)$.
- $R \cup S$ es la *relación unión* de R con S: $x(R \cup S)y \Leftrightarrow (xRy \vee xSy)$.
- $R \circ S$ es la *relación composición* de R con S: $x(R \circ S)y \Leftrightarrow \exists z \in X\ (xRz \wedge zSy)$.

Algunas de las propiedades que pueden verificar las relaciones binarias son:

- R es *reflexiva* si y sólo si $\forall x \in X\ \ xRx$.
- R es *simétrica* si y sólo si $\forall x, y \in X\ \ xRy \Rightarrow yRx$.
- R es *asimétrica* si y sólo si $\forall x, y \in X\ \ xRy \Rightarrow \neg(yRx)$.
- R es *transitiva* si y sólo si $\forall x, y, z \in X\ \ (xRy \wedge yRz) \Rightarrow xRz$.
- R es *conexa* si y sólo si $\forall x, y \in X\ \ (xRy \vee yRx)$.

2.- Semiórdenes

Las preferencias de un individuo sobre un conjunto de opciones, al que denotaremos X, se pueden describir de varias formas distintas. La primera de ellas es a través de una relación binaria asimétrica P, que representa la preferencia fuerte, de forma que dadas dos opciones x e y de X, xPy significa "x es preferida a y". A partir de esta relación se puede obtener otra relación binaria I, en este caso reflexiva y simétrica, que nos representa la indiferencia, entendiendo ésta como la ausencia de preferencia:

$I = (P \cup P^{-1})^c$. En otras palabras, *xIy* cuando ni *x* es preferida a *y* ni *y* es preferida a *x*. Asimismo, la relación de preferencia débil engloba las situaciones de preferencia y de indiferencia, $R = P \cup I$, la cual es conexa. Es decir, *xRy* significa que *x* es preferida o indiferente a *y*.

Un segundo enfoque parte del concepto de preferencia débil, descrita por una relación binaria conexa *R*. Ahora, *xRy* se interpreta como "*x* es al menos tan buena como *y*". La indiferencia entre dos opciones se entiende como que cada una de ellas es al menos tan buena como la otra, hecho recogido por la relación $I = R \cap R^{-1}$, la cual es reflexiva y simétrica. Por otra parte, la preferencia (fuerte) viene dada por la relación $P = (R^{-1})^c$, la cual es asimétrica. Así, *xIy* quiere decir que *x* es al menos tan buena como *y* e *y* es al menos tan buena como *x*. Y *xPy* significa que *y* no es al menos tan buena como *x*.

Un tercer enfoque, equivalente a los anteriores, se establece a partir del concepto de estructura preferencial.

Definición 1

Dado un conjunto $X \neq \emptyset$, llamado conjunto de opciones, una *estructura preferencial* sobre *X* es un par $\langle P, I \rangle$ de relaciones binarias sobre *X* que satisface[1]:

(A-1) *P* es asimétrica.

(A-2) *I* es simétrica.

(A-3) $P \cap I = \emptyset$.

(A-4) $P \cup P^{-1} \cup I = X \times X$.

Esta axiomática es independiente, ya que del cumplimiento de cualquier terna de axiomas no se deriva el cumplimiento del restante:

[1] Esta definición difiere de la dada por Roubens - Vincke (1985, p. 6). Estos autores consideran una tercera relación, la de incomparabilidad. En nuestra definición, la incomparabilidad no queda reflejada como tal, sino que se considera como un caso de indiferencia.

1. Para $X = \{a, b\}$, $P = \{(a, b)\}$ e $I = \{(a, b)\}$ se verifican (A-1), (A-2) y (A-3) pero no (A-4): $P \cup P^{-1} \cup I \neq X \times X$, pues $(b, b) \notin P \cup P^{-1} \cup I$.

2. Para $X = \{a, b\}$, $P = \{(a, b)\}$ e $I = X \times X$ se verifican (A-1), (A-2) y (A-4) pero no (A-3): $P \cap I = \{(a, b)\} \neq \emptyset$.

3. Para $X = \{a, b\}$, $P = \{(a, b)\}$ e $I = P^c$ se verifican (A-1), (A-3) y (A-4) pero no (A-2): $(b, a) \in I$ y $(a, b) \notin I$.

4. Para $X = \{a, b\}$, $P = \{(a, b), (b, a)\}$ e $I = P^c$ se verifican (A-2), (A-3) y (A-4) pero no (A-1): $(a, b) \in P \cap P^{-1}$.

El axioma (A-1) nos dice que no puede ocurrir que se prefiera una opción a otra y, a la vez, que se prefiera ésta a la primera, mientras que el axioma (A-2) nos indica que si una opción es indiferente a otra, también lo será la segunda respecto a la primera. El axioma (A-3) nos dice que una opción no puede ser simultáneamente preferida e indiferente a otra, por lo que también se verificará $P^{-1} \cap I = \emptyset$. El axioma (A-4), junto con el hecho de que $P \cap I = \emptyset$, $P^{-1} \cap I = \emptyset$ y $P \cap P^{-1} = \emptyset$, nos muestra que P, P^{-1} e I efectúan una partición en $X \times X$. Hemos de hacer notar que de estos axiomas se desprende que I es reflexiva, algo que no tienen en cuenta Roubens - Vincke (1985, p. 6) en su definición de estructura preferencial.

Observación. Puede comprobarse fácilmente que si P es una relación binaria asimétrica y definimos $I = (P \cup P^{-1})^c$, tendremos que el par $\langle P, I \rangle$ es una estructura preferencial. Por otro lado, si $\langle P, I \rangle$ es una estructura preferencial y definimos $R = P \cup I$, entonces la relación R es conexa. Recíprocamente, si partimos de una relación binaria conexa R y definimos $P = (R^{-1})^c$ e $I = R \cap R^{-1}$, el par $\langle P, I \rangle$ es una estructura preferencial.

El enfoque tradicional de comportamiento racional en Economía considera que los individuos tienen una capacidad de discriminación perfecta entre las distintas opciones. Esta hipótesis supone considerar que tanto la relación de preferencia, P, como la de indiferencia, I, son transitivas. La ordenación que bajo este supuesto se puede realizar del conjunto de opciones se puede representar, bajo ciertas condiciones (Debreu, 1954), por una función de utilidad $u\colon X \rightarrow \mathbb{R}$, tal que para cualquier par de opciones x e y de X se verifica

$$xPy \Leftrightarrow u(x) > u(y)$$

$$xIy \Leftrightarrow u(x) = u(y).$$

Frente a este enfoque tradicional, numerosos estudios muestran que el comportamiento de los individuos contradice en muchas situaciones la hipótesis de la transitividad de la relación de indiferencia. Esto se debe, como ya señalan, entre otros, Georgescu - Roegen (1936) o Armstrong (1939), a que la mente humana tiene un poder imperfecto de discriminación. Para poder distinguir entre dos opciones no es suficiente con que éstas sean diferentes sino que se tiene que percibir que efectivamente lo son. Luce (1956) axiomatiza este aspecto introduciendo hipótesis menos restrictivas que las del modelo convencional, para que la indiferencia no sea necesariamente transitiva. Así, incluye en el modelo umbrales constantes en la percepción humana, de manera que dos opciones se perciben diferentes si superan dicho umbral. De esta forma, podemos definir una estructura preferencial $\langle P, I\rangle$ a partir de una función $u\colon X \rightarrow \mathbb{R}$ y una constante $r \geq 0$ tales que para cualquier par de opciones x e y de X se verifica

$$xPy \Leftrightarrow u(x) > u(y) + r$$

$$xIy \Leftrightarrow |u(x) - u(y)| \leq r.$$

A la estructura preferencial $\langle P, I\rangle$ que se deriva de esta caracterización de P e I se la denomina semiorden.

Definición 2

Una estructura preferencial $\langle P, I\rangle$ es un *semiorden* si y sólo si $P \circ I \circ P \subseteq P$ y $P^2 \circ I \subseteq P$.

Hemos de señalar que si una estructura preferencial $\langle P, I\rangle$ es un semiorden, la relación de preferencia es transitiva, mientras que la de indiferencia no necesariamente lo va a ser. Se puede observar que cuando P e I son transitivas, $\langle P, I\rangle$ es un semiorden.

3.- Similitudes

El estudio de la capacidad limitada en la percepción humana también se ha desarrollado por otras vías. Así, sicólogos como Tversky (1977) describen estas limitaciones por medio de las similitudes. Una similitud se expresa con afirmaciones del tipo "*a* es como *b*", de forma que dos opciones se perciben similares por un individuo si éste aprecia que sus características son semejantes. En esta línea, Kahneman - Tversky (1979) señalan que hay una etapa previa a la evaluación de las alternativas, la etapa de edición, en la que los individuos tratan de simplificar la posterior elección mediante la no consideración de las características comunes (esto es, las similitudes) de las opciones estudiadas.

Rubinstein (1988) aplica este concepto a la hora de estudiar los problemas de elección bajo condiciones de riesgo. En este trabajo, Rubinstein trata de encontrar una solución a inconsistencias manifestadas por la teoría de la utilidad esperada de von Neumann - Morgenstern, como puede ser la paradoja de Allais (1953). Para ello, aplica el concepto de similitud, tanto sobre los premios como sobre las probabilidades de las loterías. Esta aplicación a la Economía es ampliada por otros autores, como Aizpurúa – Ichiishi – Nieto – Uriarte (1993), quienes desarrollan el concepto de similitudes correlacionadas, o Vilà (1998), que extiende el análisis de Rubinstein a alternativas tridimensionales.

Definición 3

Una relación binaria S sobre un intervalo X de $\mathbb{R}$, no necesariamente acotado, es una relación de *similitud* si y sólo si verifica las siguientes propiedades:

(S-1) Reflexividad: $\forall a \in X \quad aSa$.

(S-2) Simetría: $\forall a, b \in X \quad aSb \Rightarrow bSa$.

(S-3) Inclusión: $\forall a, b, c, d \in X \;\; (a \leq b \leq c \leq d \;\wedge\; aSd) \Rightarrow bSc$.

Esta definición de similitud es más general que la dada por Rubinstein (1988) ya que éste considera tres axiomas adicionales. Así, exige que la relación de similitud sea continua en el intervalo *X*; que no sea degenerada, lo que significa que no todos los elementos de *X* son similares entre sí; que cualquier elemento del interior de dicho intervalo va a tener algún elemento superior y alguno inferior a él que le son similares; y, por último, exige que las funciones que asignan el máximo y el mínimo elemento similar a uno dado sean estrictamente crecientes. Además, restringe *X* al intervalo [0, 1].

4.- Relaciones entre similitudes y semiórdenes

Los tres siguientes teoremas muestran la estrecha relación existente entre las similitudes y los semiórdenes, dando condiciones para que podamos obtener las primeras a partir de los segundos y viceversa. El primero de estos resultados aparece enunciado sin demostrar en Rubinstein (1988), si bien utilizando una definición más fuerte de similitud, como ha sido advertido anteriormente.

Teorema 1

Si *S* es una relación de similitud sobre un intervalo *X* de $\mathbb{R}$, y se define la relación binaria *P* sobre *X*

$$aPb \iff a > b \wedge \neg(aSb),$$

entonces el par $\langle P, S\rangle$ es un semiorden.

Demostración. Tendremos que ver en primer lugar que $\langle P, S\rangle$ es una estructura preferencial.

(A-1) *P* es asimétrica. Supongamos, por reducción al absurdo, que *P* no es asimétrica. Entonces tendrían que existir $a, b \in X$ tales que *aPb* y *bPa*. Por definición de *P*, $a > b$, $\neg(aSb)$, $b > a$ y $\neg(aSb)$. Como no puede ser simultáneamente $a > b$ y $b > a$, hemos llegado a una contradicción.

(A-2) S es simétrica. Se verifica al ser S una relación de similitud.

(A-3) $P \cap S = \varnothing$. Supongamos, por reducción al absurdo, que existen $a, b \in X$ tales que aPb y aSb. Pero, por definición de P, no se verifica aSb, en contra de lo supuesto.

(A-4) $P \cup P^{-1} \cup S = X \times X$. Supongamos, por reducción al absurdo, que no se verifica esta igualdad. Entonces existirá un par de opciones $a, b \in X$ tales que ninguna de ellas es preferida a la otra ni son similares entre sí, es decir, no se verificará ni aPb ni $aP^{-1}b$ ni aSb. Si no se verifica aPb se tendrá que dar $a \le b$ o aSb. De igual modo, si no es cierto $aP^{-1}b$, se tendrá que dar $b \le a$ o bSa. Por tanto, se pueden presentar cuatro situaciones:

- $a \le b$, $b \le a$ y $\neg(aSb)$, en contradicción con (S-1).
- $a \le b$, bSa y $\neg(aSb)$, en contradicción con (S-2).
- aSb, $b \le a$ y $\neg(aSb)$. Contradicción.
- aSb, bSa y $\neg(aSb)$. Contradicción.

Una vez que hemos demostrado que el par $\langle P, S \rangle$ es una estructura preferencial, vamos a ver que es un semiorden.

1º.- $P \circ S \circ P \subseteq P$. Sean $x, y \in X$ tales que $x(P \circ S \circ P)y$, es decir, xPa, aSb y bPy para ciertos $a, b \in X$. Entonces, $x > a$, $\neg(xSa)$, $b > y$ y $\neg(bSy)$. Supongamos, por reducción al absurdo, que no se verifica xPy por lo que se tendrá que verificar yPx o ySx.

- Si yPx, entonces $y > x$ y $\neg(ySx)$. Por hipótesis tenemos $x > a$ y $b > y$, por lo que tenemos $a < x < y < b$. Al ser aSb, por (S-3) tenemos xSy y, por (S-2), ySx, lo que contradice $\neg(ySx)$.
- Si ySx e $y \ge x$, por hipótesis tendremos $a < x \le y < b$ y aSb, lo que conduce, por (S-3), a aSx, en contra de $\neg(xSa)$.
- Si ySx e $y < x$, como por hipótesis se tiene que verificar $x > a$ y $b > y$, se pueden dar cinco casos.
  - $a \le y < x \le b$. Por hipótesis, aSb y, por (S-3), llegamos a aSx, contradiciendo xPa.

– $y \leq a < x \leq b$. De manera análoga al caso anterior, obtenemos *aSx*.

– $a \leq y < b \leq x$. Como *aSb*, por (S-3), llegamos a *ySb*, en contra de *bPy*.

– $y \leq a < b \leq x$. Por hipótesis, *ySx* lo que implica, por (S-3), *aSx*.

– $y < b \leq a < x$. Al igual que en el caso anterior, llegamos a *aSx*.

2º.- $P^2 \circ S \subseteq P$. Sean $x, y \in X$ tales que $x(P^2 \circ S)y$, es decir, *xPa*, *aPb* y *bSy* para ciertos $a, b \in X$. Supongamos, por reducción al absurdo, que no se verifica *xPy*. Entonces se tendrá que verificar *yPx* o bien *ySx*.

- Si *yPx*, entonces $y > x$ y $\neg(ySx)$. Como *xPa* y *aPb*, tendremos $b < a < x < y$. Por hipótesis tenemos *bSy*, lo que implica, por (S-3), *xSy* y, por (S-2), *ySx*. Por tanto, hemos llegado a una contradicción.

- Si *ySx* e $y \geq x$, por hipótesis tendremos $b < a < x \leq y$ y *bSy*, lo que conduce, por (S-3), a *aSx*, en contra de *xPa*.

- Si *ySx* e $y < x$ se pueden dar tres situaciones.

  – $y \leq b < a < x$. Por (S-3) llegamos a *aSb*, en contra de *aPb*.

  – $b < y \leq a < x$. En este caso obtenemos *aSx*, contradiciendo *xPa*.

  – $b < a \leq y < x$ Por hipótesis, *bSy* por lo que tenemos *bSa*, en contra de *aPb*. ∎

Teorema 2

Sean $\langle P, I \rangle$ un semiorden sobre un intervalo X de $\mathbb{R}$, $u: X \to \mathbb{R}$ una función continua y $r \geq 0$ tales que

$$xPy \Leftrightarrow u(x) > u(y) + r$$

$$xIy \Leftrightarrow |u(x) - u(y)| \leq r.$$

Entonces, la relación binaria S, definida en $u(X)$ por $aSb \Leftrightarrow |a - b| \leq r$, es una similitud.

Demostración. Por ser u continua, $u(X)$ es un intervalo. Veamos que se verifican los tres axiomas de similitud para S.

(S-1) Para cualquier $a \in u(X)$ se verifica $|a - a| = 0 \leq r$, luego aSa.

(S-2) Si aSb, entonces $|a - b| \leq r$, luego $|b - a| \leq r$ y, por tanto, bSa.

(S-3) Sean $a, b, c, d \in u(X)$ tales que $a \leq b \leq c \leq d$ y aSd, es decir $|a - d| \leq r$. Entonces $|b - c| = c - b \leq d - a = |a - d| \leq r$, luego bSc. ∎

Teorema 3

Sean $\langle P, I\rangle$ un semiorden sobre un intervalo X de $\mathbb{R}$, $u: X \to \mathbb{R}$ una función monótona y $r \geq 0$ tales que

$$xPy \Leftrightarrow u(x) > u(y) + r$$
$$xIy \Leftrightarrow |u(x) - u(y)| \leq r.$$

Entonces, I es una relación de similitud sobre X.

Demostración. I es reflexiva y simétrica por hipótesis. Supongamos que u es monótona creciente. Sean $a, b, c, d \in X$ tales que $a \leq b \leq c \leq d$ y aId. Entonces se tiene

$$u(a) \leq u(b) \leq u(c) \leq u(d) \leq u(a) + r.$$

Supongamos, por reducción al absurdo, que no se verifica bIc. De aquí se deduce $u(c) > u(b) + r$, por lo que se tiene

$$u(a) + r \geq u(d) \geq u(c) > u(b) + r \geq u(a) + r$$

lo cual es absurdo. Por tanto, I verifica (S-3) y, en consecuencia, es una relación de similitud sobre X.

La demostración es análoga cuando u es monótona decreciente. ∎

5.- Conclusiones

En numerosas ocasiones, al comparar opciones los agentes muestran intransitividades en sus manifestaciones de indiferencia, debido a la capacidad limitada de discriminación de la mente humana. Este comportamiento se puede modelizar por medio de los semiórdenes, los cuales permiten introducir relaciones de indiferencia no transitivas, y por medio de similitudes, si las opciones son cantidades numéricas.

Como se ha puesto de manifiesto en este trabajo, estas dos vías son muy semejantes cuando se verifican ciertas condiciones. Así, si el conjunto de opciones lo circunscribimos a un intervalo real, podemos obtener de una relación de similitud un semiorden, definiendo la relación de preferencia de éste a partir de la similitud. Asimismo, a partir de un semiorden cuya representación numérica se realice a través de una función de utilidad continua se puede obtener una relación de similitud en el conjunto de los valores de la utilidad. Y si la función de utilidad es monótona, la relación de indiferencia del semiorden es, de hecho, una similitud.

Por tanto, resulta equivalente trabajar con relaciones de indiferencia no transitivas suponiendo umbrales constantes en la percepción humana de cantidades numéricas, lo cual es recogido por medio de semiórdenes, que hacerlo con relaciones de similitud.

Bibliografía

AIZPURÚA, J.M. – ICHIISHI, T. – NIETO, J. – URIARTE, J.R. (1993): "Similarity and preferences in the space of simple loteries". *Journal of Risk and Uncertainty* 6, pp. 289-297.

ALLAIS, M. (1953): "Le comportement de l´homme rationel devant le risque; critique des postulats et axiomes de l´ecole Americaine". *Econometrica* 21, pp. 503-546.

ARMSTRONG, W. E. (1939): "The determinateness of the utility function". *Economic Journal* 49, pp. 453-467.

DEBREU, G. (1954): “Representation of a preference ordering by a numerical function”. En *Decision Processes*, editado por R.M. Thall, C.H. Coombs y R.L. Davis, John Wiley, Nueva York, pp. 159-165.

GARCÍA LAPRESTA, J.L. – RODRÍGUEZ PALMERO, C. (1998): “Some algebraic characterizations of preferential structures”. Universidad de Valladolid, mimeo.

GEORGESCU–ROEGEN, N. (1936): “The pure theory of consumer´s behavior”. *Quartely Journal of Economics* 50, pp. 545-593.

KAHNEMAN, D. – TVERSKY, A. (1979): “Prospect theory: an analysis of decision under risk”. *Econometrica* 47, pp. 263-292.

LUCE, R.D. (1958): “Semiorders an a theory of utility discrimanation”. *Econometrica* 24, pp. 178-191.

ROUBENS, M. – VINCKE, P. (1985): *Preference Modelling.* Lecture Notes in Economics and Mathematical Systems, vol. 250. Springer-Verlag. Berlín, 1985.

RUBINSTEIN, A. (1988): “Similarity and decision-making under risk (Is there a utility theory resolution to the Allais Paradox?)”. *Journal of Economic Theory* 46, pp. 145-153.

SIMON H. (1972): “Theories of bounded rationality”. En *Decision and Organization*, editado por C.B. McGuire y R. Radner. North Holland, Amsterdam, pp. 161-176.

TVERSKY, A. (1977): “Features of similarity”. *Psychological Review* 84, pp. 327-352.

VILÀ, X. (1998): “On the intransitivity of preferences consistent with similarity relations”. *Journal of Economic Theory* 79, pp. 281-287.