Universidad de Oviedo

Asepelt España

Comunicaciones

XIV Reunión

LA FUNCIÓN CUANTIL. UNA APLICACIÓN AL DISEÑO ERGONÓMICO DE PUESTOS DE TRABAJO

Salvador Molina Ruiz - sjmolina@uma.es
Francisco Cantalejo García - cantalejo@uma.es
Universidad de Málaga

Anales de Economía Aplicada

Oviedo 22 23 24 Junio 2000

Asepelt España

Este documento ha sido extraído del CD Rom "Anales de Economía Aplicada. XIV Reunión ASEPELT-España. Oviedo, 22 y 23 de Junio de 2000".
ISBN: 84-699-2357-9

LA FUNCIÓN CUANTIL. UNA APLICACIÓN AL DISEÑO ERGONÓMICO DE PUESTOS DE TRABAJO

Dr. D. Salvador Molina Ruiz sjmolina@uma.es
Dr. D. Francisco Cantalejo García. cantalejo@uma.es
Departamento de Economía Aplicada (Estadística y Econometría).
Departamento de Economía Aplicada (Matemática).
Universidad de Málaga.

RESUMEN

En este trabajo desarrollamos un breve estudio sobre la función cuantil y algunos métodos de estimación de dicha función. Presentamos estos métodos de estimación de forma teórica. A su vez acompañamos con una aplicación práctica de los métodos teóricos antes citados, como es la utilización de la función cuantil, en los estudios ergonómicos que se realizan para los diseños de los puestos de trabajo en las empresas a partir de las indicaciones expuestas en la ley de la Prevención de Riesgos Laborales. Esta aplicación se desarrolla sobre las bases de datos (que suministran los correspondientes organismos oficiales), que describen las características físicas de los trabajadores, y sobre la que vamos a obtener los correspondientes cuantiles. Realizamos, posteriormente, un estudio comparativo entre los distintos métodos de estimación.

PALABRAS CLAVE: Función cuantil, Diseño ergonómico, L.P.R.L.

AREA TEMATICA: G2

INTRODUCCION

La prevención de riesgos laborales no se reduce a la evitación de los accidentes de trabajo que se manifiestan de forma traumática ni a las enfermedades profesionales de etiología lenta, progresiva y a las más de las veces irreversibles, sino que contempla, además, otros factores de carácter organizativo y psicosocial, pertenecientes al ámbito de las condiciones de trabajo que se simbolizan en el tratamiento de la carga física, carga mental, estrés y todo aquello que afecta a la calidad de vida laboral, a la satisfacción en el trabajo y al confort.

Se trata simplemente de la aplicación de la ergonomía y sus principios a la prevención de riesgos laborales. Al efecto, es oportuno aludir al principio que debe presidir la puesta en práctica del deber general de protección que incumbe al empresario, cuya formulación se efectúa en el art. 15.1.d de la LPRL en los siguientes términos:

"Adaptar el trabajo a la persona, en particular en lo que respecta a la concepción de los puestos de trabajo, así como a la elección de los equipos y los métodos de trabajo y de producción, con miras, en particular, a atenuar el trabajo monótono y repetitivo y a reducir los efectos del mismo en la salud".

Es evidente que la ergonomía y la psicosociología aplicada persiguen la salud del trabajador mediante la prevención de riesgos tan importantes como la fatiga física o corporal, la fatiga mental y el estrés. Las consecuencias tendrían un fiel reflejo en la reducción del disconfort, la creación de ambiente de trabajo perfectamente tolerables, la reducción o eliminación de la insatisfacción en el trabajo, en fin, en el bienestar y en la calidad de vida laboral.

Por último, indicar la relación que existe entre los fines de la ergonomía y la psicosociología aplicada y la calidad de los productos y la propia productividad. Unas condiciones de trabajo no agresivas a la salud del trabajador es el presupuesto básico de un incremento de la calidad y la productividad.

La etimología del término ergonomía procede del griego, y está compuesto por las raíces: "ergos", trabajo o actividad y "nomos", principios, leyes o normas.

De esta acepción estricta y puramente formal arrancan las distintas definiciones que se han dado de la ergonomía aplicada al trabajo y más especialmente a la prevención de riesgos laborales.

Expuesto esto, la definición que asume este estudio es la siguiente. La ergonomía es el conjunto de técnicas de carácter multidisciplinar que tiene por objeto la adaptación del trabajo a la persona mediante el diseño y concepción de los puestos de trabajo, tendente a la mejora de las condiciones del empleo en sus aspectos físico, psíquico y social.

El concepto de ergonomía ha de ser completado con el relativo al de la psicosociología aplicada en cuanto que ésta es el conjunto de técnicas que tratan de la adecuación, ajuste y adaptación del trabajador a las presiones internas y externas originadas por los denominados factores psicosociales.

La ergonomía y psicosociología aplicada, así entendidas, adquieren una dimensión interdisciplinar en cuanto se inspiran en las fuentes de la biología, psicología, ingeniería, estadística, economía, etc. Otras ciencias del hombre ofrecen aportaciones importantes como: Anatomía, Fisiología, Sociología etc.

No hay duda que la ergonomía comprende un todo único, sin embargo, su ámbito de actuación se extiende a diversas áreas especializadas que permiten hablar de distintos tipos de ergonomía.

- **Ergonomía biomecánica**, que trata de las dimensiones del cuerpo humano (antropometría) y la operatividad exigida por el desarrollo de las tareas.
- **Ergonomía ambiental**, contempla las condiciones ambientales, el disconfort por ruido, la fatiga visual y las incomodidades del ambiente térmico.
- **Ergonomía cognitiva**, contempla la carga mental producida por informaciones y requerimientos de actuación que demandan respuestas determinadas e inequívocas.
- **Ergonomía preventiva**, orientada a la prevención de los riesgos ergonomícos y de naturaleza psicosocial.
- **Ergonomía de la concepción**, contempla el diseño de los puestos de trabajo y el análisis de las tareas para adecuarlos a las capacidades y cualidades del trabajador.

CONCEPCION Y DISEÑO DEL PUESTO DE TRABAJO

Diseñar para el hombre. Este enunciado resume el contenido del título. En cualquier proceso de trabajo dos términos se interrelacionan: El hombre y el puesto de trabajo y su entorno.

Por ello, cualquier sistema de trabajo, como piedra angular de la ergonomía y objeto de aplicación de las técnicas que persiguen el bienestar del trabajador y la calidad de vida laboral al mismo tiempo que la salud integral, comprende dos aspectos que es necesario desarrollar: el hombre con sus capacidades y cualidades individuales y el puesto de trabajo y su entorno en el que convergen los factores materiales.

Este entramado hombre-puesto de trabajo es decir hombre-maquina desde una perspectiva dinámica y de acción es estudiado por la biomecánica laboral que, por una parte, contempla aspectos antropométricos y, por otra, el análisis de las tareas inherentes a los puestos de trabajo.

ANTROPOMETRIA LABORAL

El hombre en cuanto pieza clave de cualquier actividad productiva debe ser objeto de un profundo conocimiento, teniendo en cuenta que las decisiones que afectan al diseño del puesto de trabajo y las condiciones ambientales se adoptarán en función de sus dimensiones y capacidades.

De ahí, que sea necesario acudir a la antropometría con la intención de medir las dimensiones geométricas del cuerpo humano.

Antropometría, del griego, significa “medida del hombre”. Diversas cuestiones se plantean al respecto. ¿Qué tipos de medidas pueden afectar al cuerpo humano? Ello conduce al estudio de las variables antropométricas. ¿Las mediciones han de hacerse con el cuerpo y sus segmentos estáticos o en movimiento? Ello conduce al estudio de las medidas antropométricas estáticas y/o dinámicas. ¿Con qué instrumentos de medida se cuenta? ¿Cómo elaborar tablas antropométricas? El hombre medio, elección del percentil adecuado.

VARIABLES ANTROPOMÉTRICAS

El fin de la antropométria, como ya se ha dicho, es obtener unas referencias que permitan diseñar los puestos de trabajo, el espacio, los equipos, máquinas y herramientas de tal forma que se adecuen a las características del trabajador.

Una variable antropométrica es simplemente una característica corporal; afecta a una parte del cuerpo humano que puede ser definida y normalizada en función de una unidad de mediada a partir de dimensiones referidas a la altura, anchura, espesor, longitud.

Las distintas variables antropométricas vienen determinadas por las siguientes medidas:

- **Medidas lineales**, rectas o de altura, desde una base o suelo a diferentes partes del cuerpo en posiciones estandarizadas.
- **Medidas diametrales**, representadas como distancias entre dos puntos laterales.
- **Medidas longitudinales**, representadas como distancia entre dos puntos distintos.
- **Medidas curvilíneas o de arco**, representadas como la distancia entre dos puntos, ajustándose la medición a la superficie de determinada parte del cuerpo .

Las dimensiones antropométricas de las distintas variables requieren un tratamiento estadístico. Para ello, ha de elegirse una población laboral y a ser posible de entre los 18 y los 65 años.

Se toma una muestra estratificada lo suficientemente representativa. Los datos obtenidos se representan según la distribución de Gauss o normal, teniendo que obtener por tanto la media y la desviación típica de los valores de la variable tomada y medida.

De esta forma se llega al concepto de hombre-medio puesto que es evidente que hay que diseñar los trabajos para el hombre. Pero no es menos cierto que no se puede diseñar para cada una de las personas o trabajadores posibles.

Por ello surgió la teoría del hombre-medio, es decir, los puestos de trabajo, equipos, herramientas, medios y protectores deben ser diseñados y proyectados por referencia al hombre-medio en función con los resultados de datos antropológicos.

Sin embargo, el concepto hombre-medio no da soluciones suficientes a las problemáticas planteadas por la ergonomía en la interacción hombre-maquina , es decir, hombre-puesto de trabajo, ya que se prescinde de algo tan importante como las patologías que pudieran originar los desajustes e inadecuaciones de las partes del cuerpo humano y sus segmentos, es decir, patologías de los riesgos de carácter ergonómico.

Otro problema que se plantea es la globalización de la economía, donde los productos se diseñan y fabrican para todo el mundo, con los problemas antropométricos que esto implica. Donde además, el mercado laboral debido a la gran cantidad de emigraciones de personas de zonas pobres a zonas ricas hace que la población trabajadora tenga cada vez más, unas características con variables antropométricas muy mezcladas donde el comportamiento normal puede verse afectado.

Como solución a estas cuestiones planteadas acudimos a los denominados cuantiles en general, que como sabemos son valores de la variable que comprenden un determinado porcentaje de la distribución. De forma concreta se trabaja con los percentiles , siendo el percentil cinco P_5 y el percentil noventa y cinco P_{95} los más utilizados, aunque si los riesgos que pudieran originarse fueran graves cabría elegir percentíles más extremos hasta llegar al P_1 y al P_{99}.

Proponemos como método alternativo para la determinación de los percentiles o cuantiles en general, independientemente del comportamiento normal o no de las variables, la estimación de la función cuantil mediante los polinomios de Bernstein o de Kantorovic de la siguiente manera:

Definimos la llamada función cuantílica o cuantil de la siguiente forma:

Supongamos que $X_1, X_2, \ldots , X_n$ son variables aleatorias independientes e idénticamente distribuidas con función de distribución F absolutamente continua. La función cuantil $Q(u)$ con $0 \le u \le 1$ está definida por

$$Q(u) = F^{-1}(u) = \inf \{ x : F(x) \ge u \}$$

Dado que la función cuantil es una función de saltos, se trata de suavizar dicha función, mediante una función continua basándonos en la propiedad estadística que nos dice que si F es absolutamente continua, entonces se verifica que

$$P\left\{ x_{(k)} \le Q(t) \le x_{(k+1)} \right\} = \binom{n}{k} t^k (1-t)^{n-k}$$

lo cual genera una serie de estimadores alternativos a la función cuantil muestral como estimadores de la función cuantil, debidos entre otros a Parzen, Kaigh o Muñoz-Fernández, estimando este último la función cuantil mediante polinomios de Kantorovic o de Bernstein.

J. Muñoz y Ana Fernandez proponen los polinomios de Bernstein, como función lineal de los estadísticos de orden, y de los polinomios de Kantorovic de la siguiente manera:

En el primero de ellos consideran que X_1 , X_2 , ... , X_n son variables aleatorias independientes e idénticamente distribuidas con función de distribución F absolutamente continua. La función cuantil $Q(u)$ con $0 \leq u \leq 1$ como sabemos está definida por

$$Q(u) = F^{-1}(u) = \inf \{ x : F(x) \text{ ò } u \}$$

y sean $X_{(1)}$ ó $X_{(2)}$ ó ... ó $X_{(n)}$ los estadísticos de orden de las variables $X_{(i)}$. La función cuantil está definida por

$$\tilde{Q}_n(u) = X_{(j)} \quad \text{para} \quad (j-1)/n \leq u \leq j/n \qquad \text{con} \quad j = 1, 2, \ldots, n$$

Para $u = 0$ definimos $\tilde{Q}_n(0) = X_{(0)}$ donde $X_{(0)}$ se toma como el mínimo natural cuando es ventajoso (cuando X es no negativa, se recomienda tomar $X_{(0)} = 0$).

Se propone una alternativa suavizada para la función cuantil muestral Q_n (u). Para una distribución continua sabemos que

$$P(Q(u) \in [X_{(k)}, X_{(k+1)}]) = \binom{n}{k} u^k (1-u)^{n-k}$$

Así un L - estimador natural para Q (u) viene dado por

$$\hat{Q}(u) = \sum_{k=0}^{n} h(X_{(k)}, X_{(k+1)}) \binom{n}{k} u^k (1-u)^{n-k} \qquad \text{con} \quad u \in [0, 1]$$

donde $h(X_{(k)}, X_{(k+1)})$ es una función medible tal que

$$h(X_{(k)}, X_{(k+1)}) \in [X_{(k)}, X_{(k+1)}]$$

Para $h(X_{(k)}, X_{(k+1)}) = (1-u) X_{(k)} + u X_{(k+1)} \quad u \in [0, 1]$

se obtiene el llamado polinomio de Bernstein que representamos por

$$\tilde{B}_n(u) = \sum_{k=0}^{n+1} X_{(k)} \binom{n+1}{k} u^k (1-u)^{n-k}$$

y para el caso de

$$h(X_{(k)}, X_{(k+1)}) = \frac{1}{2}(X_{(k)} + X_{(k+1)})$$

obtenemos el llamado polinomio de Kantorovic que representamos por

Vamos a establecer entonces para estos estimadores así definidos su insesgadez asintótica. Para el estudio de la insesgadez asintótica, en primer lugar consideramos que estamos bajo las condiciones generales en $Q(u)$, entonces demostramos que $\tilde{B}_n$ es asintóticamente insesgado uniforme en $[0, 1]$. Esto es también aplicable a los polinomios de Kantorovic.

Nos vamos a basar en los siguientes teoremas

Teorema 1 Sea $Q(u)$ una función cuantil continua en $[0, 1]$ con derivadas acotadas en $[0, 1]$. Entonces

$$\lim_{n\to\infty} E\left[\tilde{B}_n(u)\right] = Q(u)$$

uniformemente en $[0, 1]$

Para demostrar esto vamos a basarnos antes en el siguiente lema que nos ayuda a la demostración del teorema

Lema 1 Bajo las condiciones del teorema 1 tenemos que

$$E\left[X_{(r)}\right] = Q\left(\frac{r}{n+1}\right) + O\left(1/\sqrt{n}\right)$$

Demostración

Para $u_r \le r/_{n+1}$ tenemos como

$$x_r = Q(u_r) \le Q\left(\frac{r}{n+1}\right)$$

$$0 \le Q\left(\frac{r}{n+1}\right) - x_r = \left(\frac{r}{n+1} - u_r\right) Q'(v_r) \qquad \text{para algún } v_r \in \left(u_r, \frac{r}{n+1}\right)$$

y

$$\left| Q\left(\frac{r}{n+1}\right) - x_r \right| \le \left| \frac{r}{n+1} - u_r \right| \sup_{z\in[o,1]} \left(Q'(z)\right)$$

Similarmente para $u_r \ge \dfrac{r}{n+1}$ tendremos que

$$\left| E\left[x_{(r)}\right] - Q\left(\frac{r}{n+1}\right) \right| \le E\left| x_{(r)} - Q\left(\frac{r}{n+1}\right) \right| \le E\left| u_{(r)} - \frac{r}{n+1} \right| M \le O\left(1/n\right)$$

donde $u_{(r)}$ es el r estadístico de orden de la distribución uniforme.

En consecuencia, el teorema lo podemos demostrar de la siguiente forma

$$E\left[\tilde{B}_n(u)\right] = \sum_{k=0}^{n+1} E\left[X_{(k)}\right] \binom{n+1}{k} u^k (1-u)^{n+1-k} =$$

$$= \sum_{k=0}^{n+1} Q\left(\frac{k}{n+1}\right) \binom{n+1}{k} u^k (1-u)^{n+1-k} + O\left(1/\sqrt{n}\right) =$$

$$= B_n(u) + O\left(1/\sqrt{n}\right)$$

con

$$B_n(u) = \sum_{k=0}^{n+1} Q\left(\frac{k}{n+1}\right) \binom{n+1}{k} u^k (1-u)^{n+1-k}$$

Por tanto el sesgo lo podemos definir por

$$D_n(u) = B_n(u) - F^{-1}(u) + O\left(1/\sqrt{n}\right)$$

Si tomamos valores absolutos se verifica que

$$\left|D_n(u)\right| \leq \left|B_n(u) - F^{-1}(u)\right| + O\left(1/\sqrt{n}\right)$$

Veamos ahora que

$$\lim_{n\to\infty} \max_{0\leq u\leq 1} \left| B_n(u) - F^{-1}(u)\right| = 0$$

Evidentemente se verifica que

$$\left|B_n(u) - F^{-1}(u)\right| \leq \sum_{k:\left|\frac{k}{n+1} - u\right| \leq d} \left(F^{-1}\left(\frac{k}{n+1}\right) - F^{-1}(u)\right) x$$

$$x \binom{n+1}{k} u^k (1-u)^{n+1-k} + \sum_{k:\left|\frac{k}{n+1} - u\right| > d} \left(F^{-1}\left(\frac{k}{n+1}\right) - F^{-1}(u)\right) x$$

$$x \binom{n+1}{k} u^k (1-u)^{n+1-k}$$

Así pues como Q (u) es continua en (0 ,1) y basándonos en la desigualdad de Chebychev para una variable aleatoria binomial de parámetros n y u tendremos

$$\left|B_n(u) - F^{-1}(u)\right| \leq \varepsilon + \frac{M}{2(n+1)d^2}$$

verificándose lo anteriormente expuesto

$$\lim_{n\to\infty} \max_{o\leq u\leq 1} \left| B_n(u) - F^{-1}(u)\right| = 0$$

o lo que es lo mismo

$$\lim_{n\to\infty} E\left[\tilde{B}_n(u)\right] = Q(u) \qquad \text{uniformemente en } [0,1]$$

por tanto se comprueba la validez de este estimador y el que se obtiene mediante los polinomios de Kantorovic de forma análoga.

APLICACIÓN PRACTICA

Supongamos que queremos diseñar para su fabricación un determinado articulo, por ejemplo una mesa de trabajo y su correspondiente silla, donde debemos tener en cuenta el espacio libre bajo la mesa, para que no resulte incomodo alcanzar la postura ideal de trabajo, entonces obtenida una muestra aleatoria de las alturas poplíteas, es decir, la altura de la pierna con el individuo sentado, obtenemos por el método anteriormente expuesto, por ejemplo, la estimación de los cuantiles por los polinomios de Bernstein, en concreto interesa obtener tanto los percentiles cinco P_5 y los percentiles noventa y cinco P_{95}, consiguiendo que el 90% de la población se encuentre cómodo en su puesto de trabajo, evidentemente en caso de diseño de un producto que afecte seriamente a la seguridad de la persona se suelen tomar los percentiles uno y noventa y nueve como medida de seguridad.

Generada una muestra de 950 observaciones obtenidas sobre la población laboral de la provincia de Málaga, según datos suministrados por Instituto de Salud e Higiene, obtenemos, mediante la aplicación del modelo antes propuesto, los siguientes resultados:

$P_1 = 35$ cm. $P_5 = 37$ cm $P_{95} = 46{,}5$ cm $P_{99} = 48{,}68$ cm.

En consecuencia, en el diseño debemos de tener en cuenta los dos percentiles, en el caso de la mesa el problema se plantea con los de mayor altura, por tanto conociendo el P_{95} aseguramos que el espacio libre bajo la mesa permite que el 95% de la población lo pueda utilizar de forma óptima, es decir, tendrá una altura mínima de 46,5 cm.. En el caso de la silla debemos de tener en cuenta, tanto a los más pequeños como a los más altos, para evitar en ambos casos posturas que resulten nocivas, en consecuencia diseñamos para el 90% de la población al considerar tanto el P_5 como el P_{95}, es decir, se fabricara con una altura mínima de 37cm y una máxima recomendable de 46,5 cm, regulable en altura.

BIBLIOGRAFÍA

- BABU, G.J.,(1996) “Estimation of density quantile function”, Sankhya,vol.48, series: A, Pt 2, pp. 142-149.
- I.N.S.H.,(1998): “Datos Antropométricos De La Población Laboral Española” pp. XXV-15 – XXV-18.
- MOLINA RUIZ, S. J. (1997) “Técnicas de intervención por muestreo: una aplicación a la admon. Local”. Tesis doctoral. U.M.A.
- MUÑOZ, J. Y FERNANDEZ A. “Estimating the quantile function by Bernstein polinomials”. Computational Statistics & Data Analysis, vol. 5, pp.391-397