[1]XV Reunión Asepelt España
La Coruña 21-22 de Junio del 2001

INFLUENCIA DE LOS JUICIOS EN LAS MEDIDAS DE CONSISTENCIA PARA AHP

ALTUZARRA CASAS, Alfredo(1)
MORENO JIMÉNEZ, José María(2)
SALVADOR FIGUERAS, Manuel(3)

Departamento de Métodos Estadísticos
Facultad de Económicas y Empresariales
Universidad de Zaragoza

(1) altuzarr@posta.unizar.es
(2) moreno@posta.unizar.es
(3) salvador@posta.unizar.es

Resumen

Uno de los aspectos menos tratado en la literatura relativa al Proceso Analítico Jerárquico (AHP) es la influencia que los juicios emitidos por el decisor tienen en las medidas de consistencia utilizadas con esta técnica. En lo que sigue, se presenta una aproximación bayesiana que permite determinar esa influencia cuando se elimina alguna de las observaciones o juicios emitidos. El trabajo, desarrollado en un contexto local, que se caracteriza por la consideración de un único criterio, permite además, la obtención de las prioridades a partir de matrices incompletas; es decir, matrices a las que les falta alguno de los juicios emitidos por el decisor.

Palabras clave: Proceso Analítico Jerárquico, Influencia, Matrices Incompletas, Consistencia.

Área temática: 8. Cuestiones Metodológicas Generales.

---

[1] Este trabajo ha sido parcialmente subvencionado por el proyecto de investigación "SISDECAP: Un Sistema Decisional para la Administración Pública" (ref.: P072/99-E, DGA).

1. INTRODUCCIÓN

El Proceso Analítico Jerárquico (AHP) es una técnica de decisión multicriterio propuesta por Saaty (1977, 1980) que permite combinar aspectos tangibles e intangibles en la obtención de una escala de razón correspondiente a las prioridades de las alternativas consideradas en un problema de decisión. Su metodología consiste en cuatro pasos: (1) modelización, (2) valoración, (3) priorización y (4) síntesis.

El trabajo se centra en la segunda etapa (valoración), es decir, la incorporación de las preferencias del decisor mediante comparaciones pareadas conforme a la escala fundamental (Saaty, 1980).

A medida que el número de alternativas consideradas aumenta, el total de comparaciones necesarias para resolver el problema se dispara y se hace tedioso utilizar esta herramienta. Por ello, se están investigando procedimientos alternativos que permitan obtener las prioridades sin tener que recabar todos los juicios, es decir, trabajar con matrices de juicios incompletas (Harker, 1987; Monsuur, 1996; Escobar y Moreno, 1997).

Cualquier disminución en el número total de comparaciones, según el enfoque tradicional, irá en detrimento de la acuracidad de los valores obtenidos, puesto que las redundancias en los juicios permiten mejorar la consistencia del método (Saaty, 1980). Sin embargo, cuando el problema corresponde a situaciones de fuerte incertidumbre es difícil que los resultados obtenidos para valores precisos (AHP determinístico) tengan validez, haciéndose necesario relajar la hipótesis de certidumbre (Moreno, 1997).

Una de las formas de relajar dicha hipótesis es suponer que los juicios a_{ij} son resultados particulares de una variable aleatoria (AHP estocástico). Dentro de este contexto tiene sentido utilizar una metodología bayesiana (Berger, 1985; Bernardo y Smith, 1994), ya que este tipo de metodología permite incorporar al modelo que se establezca informaciones a priori sobre los aspectos relevantes del proceso de decisión. Por lo tanto, este estudio pretende analizar, desde una perspectiva bayesiana, el comportamiento de las prioridades estimadas.

La incorporación de los métodos bayesianos implica, lógicamente, el uso de distribuciones a priori para cualquier parámetro que se suponga desconocido y que por lo tanto sea necesario estimar, lo cual, para el modelo que se va a tratar en este trabajo significa el asignar una distribución de partida para el vector de prioridades. Después, una vez incorporadas las comparaciones que se hayan realizado entre las alternativas, y aplicando el Teorema de Bayes, se calcula la distribución a posteriori para el vector de prioridades.

Esta nueva forma de realizar el cálculo de las estimaciones de las prioridades, diferente a las más comúnmente usadas (Método del vector propio por la derecha y Media geométrica por filas), no necesita de ningún requerimiento previo en cuanto a la estructura de la matriz de comparaciones pareadas, y gracias a esto, es válida tanto para matrices incompletas como para matrices completas.

El trabajo aborda además dos tópicos. Uno de ellos muy extendido dentro de la literatura relacionada con el Proceso Analítico Jerárquico, que es el concepto de consistencia, es decir, el estudio de si el decisor, a la hora de expresar sus preferencias acerca de cada una de las alternativas mediante la emisión de las comparaciones pareadas ha sido coherente en sus opiniones. El otro tópico que se trata es el estudio de la influencia, en el sentido de intentar extraer los juicios más influyentes en las puntuaciones finales.

El trabajo se estructura de la siguiente manera: en la sección 2 (§2) se describe el modelo utilizado; la sección 3 (§3) presenta algunos resultados obtenidos para el vector de prioridades en los dos casos supuestos, matrices completas, y matrices incompletas; en la sección 4 (§4) se explican los dos tópicos expuestos anteriormente dentro del contexto de un modelo bayesiano, y por último, en la sección 5 (§5), se recogen las conclusiones más relevantes del trabajo y futuras líneas de investigación.

2. MODELO UTILIZADO

A la hora de realizar comparaciones, clasificaciones, agrupamientos, ..., entre objetos se distinguen dos tipos de medidas para establecer la dominación entre dichos objetos: medidas absolutas y relativas. En el primer caso existe una escala que permite valorar los objetos de forma directa, situación que suele darse cuando se trabaja con aspectos tangibles. Si por el contrario, se comparan objetos según un aspecto intangible, para el que no existe escala, es preciso recurrir a medidas relativas, es decir, a comparaciones entre los elementos considerados.

Como ya se ha mencionado, AHP permite combinar ambas medidas utilizando comparaciones pareadas para cada criterio, en las cuales se reflejan las preferencias del decisor para razones de juicios. Su justificación teórica se basa en los axiomas descritos en (Saaty, 1986).

La incorporación de juicios en la segunda etapa de AHP (valoración), se efectúa tomando como referencia el objeto que se supone que va a tener menor valor respecto al atributo o criterio considerado. Una vez hecho esto, se pregunta al decisor cuántas veces considera que el objeto de mayor valor es más importante o verosímil que el menor. El resultado de estas comparaciones es una matriz recíproca positiva $A = (a_{ij})$ de comparaciones pareadas que cumple que $a_{ij}\ a_{ji} = 1$ i, j = 1, ..., n, en la que ha sido preciso incluir un total de n(n-1)/2 juicios.

En su formulación inicial, AHP obtiene las prioridades locales mediante el método del autovector principal por la derecha (método exacto), esto es, resolviendo el problema:

$Aw = \lambda_{max} w$, con $\sum_{i=1}^{n} w_i = 1$, siendo λ_{max} el máximo valor propio de la matriz A.

Otro de los métodos de priorización que más se han usado últimamente es el de la media geométrica por filas (MGF), mucho más sencillo de calcular que el anterior y con unas buenas propiedades, que consiste en tomar como prioridad de la alternativa i-ésima la media geométrica de las comparaciones de dicha fila para después normalizarlas. De esta forma resulta:

$$w_i = \frac{\left(\prod_{j=1}^{n} a_{ij}\right)^{1/n}}{\sum_{k=1}^{n}\left(\prod_{j=1}^{n} a_{kj}\right)^{1/n}}$$

Hasta ahora se han considerado todos los juicios como valores precisos (AHP determinístico). Sin embargo, cuando en el problema aparecen situaciones en las que los juicios no son precisos, sino que conllevan un cierto grado de incertidumbre, esta hipótesis se puede relajar, considerando que los juicios a_{ij} corresponden a resultados particulares de una variable aleatoria (AHP estocástico) (Altuzarra, Escobar y Moreno (1996), Escobar y Moreno (2000)).

2.1 Modelo Propuesto

Sea a_{ij} la comparación relativa entre la alternativa i-ésima y la j-ésima i, j $\in\{1,\ldots,n\}$ $i < j$. El modelo que se va a utilizar es multiplicativo y supone que $a_{ij} = (w_i / w_j)\, e_{ij}$ donde w_i es la prioridad obtenida para la alternativa i-ésima y e_{ij} es el error cometido al comparar ambas alternativas (Altuzarra, Moreno y Salvador 1997).

Si se denota como $Y_{ij} = \log a_{ij}$, el modelo anterior queda: $Y_{ij} = \mu_i - \mu_j + \varepsilon_{ij}$ donde también se ha supuesto que $\mu_i = \log w_i$, $\varepsilon_{ij} = \log e_{ij}$. El cálculo de las distribuciones a posteriori tanto de las prioridades μ_i $i = 1,..., n$, como de las predictivas de los juicios Y_{ij} no emitidos por el decisor (en el caso de trabajar con matrices incompletas) se realiza a partir de las comparaciones proporcionadas por éste ($\mathbf{y}_{\text{observadas}}$). Además, se denotará por "n" al número de alternativas y por "N" al número de comparaciones observadas.

Se ha elegido como distribución a priori una Normal con media cero, que viene dada por $\mu_i \sim N(0, \lambda_i\sigma^2)$ $i = 1,..., n$ independientes de forma que, cuanto mayor sea λ_i más difusa es la distribución a priori y por tanto, mayor es la ignorancia que se tiene a priori acerca del valor de las prioridades μ_i.

Con el fin de evitar problemas de identificabilidad se toma $\lambda_n = 0 \Leftrightarrow \mu_n=0 \Leftrightarrow w_n = 1$, es decir, lo que se hace es elegir la última alternativa como la de referencia (obviamente se puede seleccionar cualquiera de ellas, aquí se toma la última con el fin de simplificar los cálculos). Esto no supone ninguna restricción adicional puesto que en AHP, usando cualquiera de los métodos tradicionales para la obtención de las prioridades, éstas siempre se normalizan y suponer $w_n = 1$ no es más que una de esas posibles normalizaciones. Además, como a priori el estado de incertidumbre acerca del resto de las alternativas es el mismo se toma $\lambda_1 = ... = \lambda_{n-1} = \lambda$. En resumen, el modelo considerado viene dado por las siguientes condiciones:

MODELO

$$\boxed{\begin{array}{l} Y_{ij} = \mu_i - \mu_j + \varepsilon_{ij} \\ \mu_n = 0 \quad \mu_i \approx N(0, \lambda\sigma^2) \quad \text{independientes} \quad \forall i = 1,..., n-1 \\ \varepsilon_{ij} \approx N(0, \sigma^2) \quad \text{independientes} \quad \forall\, i, j = 1, \ldots, n \quad i \neq j \end{array}} \qquad \textbf{(2.1)}$$

Por otra parte, debido a que en principio no se tiene ningún conocimiento previo acerca del verdadero valor, ni del grado de exactitud contenido en las distribuciones iniciales, se ha optado por estudiar su comportamiento de la forma más general posible, de manera que se ha supuesto una varianza difusa ($\lambda \to \infty$). Esto no significa otra cosa si no que existe un grado de incertidumbre máximo respecto al conocimiento que se tiene de la distribución a priori.

El modelo considerado se puede expresar también en forma matricial de la siguiente forma $Y = A\theta + U$ donde:

$\theta = (\mu_1, ..., \mu_{n-1})'$ vector de n-1 parámetros desconocidos, en este caso las prioridades.

$Y = (Y_{i_1,j_1}, ..., Y_{i_N,j_N})'$ vector de N componentes, las observaciones conocidas. $U = (\varepsilon_{i_1,j_1}, ..., \varepsilon_{i_N,j_N})'$ vector de los errores.

A es una matriz (N x n-1) donde cada fila representa una de las comparaciones realizadas y cada columna representa las alternativas comparadas. Es decir, los elementos de la fila k-ésima representan la comparación entre la alternativa i_k-ésima y la alternativa j_k-ésima, (Y_{i_k,j_k}), que son de la forma:

$$a_{k,h} = \begin{cases} 1 & h = i_k \neq n \\ -1 & h = j_k \neq n \\ 0 & \text{resto} \end{cases}$$

Así cada comparación realizada se refleja en la matriz A mediante dos valores 1 y -1. Esto es cierto excepto para las comparaciones del tipo ($Y_{i,n}$) o ($Y_{n,i}$) que se representan solo mediante un único valor, 1 ó -1.

De esta forma se puede tratar el problema de obtención de las prioridades como un modelo lineal Y = Aθ + U donde:

$$\theta \approx N_{n-1}(0, \lambda\sigma^2 I_{n-1}) \qquad U \approx N_N(0, \sigma^2 I_N) \qquad Y/\theta \approx N_N(A\theta, \sigma^2 I_N)$$

Aplicando el teorema de Bayes, la distribución a posteriori de los parámetros es:

$$\theta / Y \approx N_{n-1}((A'A + \frac{1}{\lambda} I_{n-1})^{-1} A'AY, \sigma^2 (A'A + \frac{1}{\lambda} I_{n-1})^{-1})$$

Este resultado se puede simplificar aún más, teniendo en cuenta que se ha supuesto que la varianza es difusa, y por lo tanto, se estudia el comportamiento de los parámetros en el caso de máxima incertidumbre, es decir, cuando $\lambda \to \infty$ y se obtiene:

$$\theta / Y \approx N_{n-1}((A'A)^{-1} A'Y, \sigma^2 (A'A)^{-1})$$

3. RESULTADOS

3.1 Propiedades básicas

En esta sección se presentan algunos de los resultados obtenidos para la distribución a posteriori del vector de prioridades así como para la estimación de las comparaciones no realizadas para el caso de que se esté trabajando con matrices incompletas.

Como se ha visto en la sección anterior la distribución del vector de parámetros depende de la matriz A y de la inversa del producto de las matrices A´A, por eso es conveniente expresar en primer lugar alguna propiedad de esta matriz. Además como la dimensión de la matriz A depende del número de observaciones realizadas, se va a usar una notación diferente para indicar cuántas comparaciones han sido hechas.

Se denotará A como A_N (indicando que se han realizado N comparaciones), de la forma: $A_N = (a_1, ..., a_N)$ donde a_i es un vector columna de n-1 componentes y que representa a la comparación i-ésima realizada.

Propiedad 1

$A_N' A_N$ es una matriz cuadrada simétrica de orden (n-1) donde los elementos de la diagonal principal expresan el nº de veces que se ha comparado la alternativa i-ésima y el resto de elementos (i, j) toma el valor -1 si se ha realizado la comparación $Y_{i,j}$ ó 0 en otro caso.

Propiedad 2

La suma de los elementos de la fila (columna) i-ésima de la matriz $A_N' A_N$ es 1 si se ha efectuado la comparación $Y_{i,n}$ ó 0 si no se ha efectuado dicha comparación.

Propiedad 3

La matriz $A_N' A_N$ se puede representar en función de cada comparación.

$$A_N' A_N = \begin{pmatrix} a_1 & \dots & a_N \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a_1' \\ \dots \\ a_N' \end{pmatrix} = a_1 a_1' + \dots + a_{N-1} a_{N-1}' + a_N a_N'.$$

De esta forma, tanto la matriz $A_N' A_N$ como su inversa se pueden expresar de forma recursiva (en función del número de comparaciones realizadas) mediante las siguientes relaciones: $A_N' A_N = A_{N-1}' A_{N-1} + a_N a_N'$

$$(A_{N+1}' A_{N+1})^{-1} = (A_N' A_N)^{-1} \left[I_{n-1} - \frac{a_{N+1} a_{N+1}' (A_N' A_N)^{-1}}{1 + a_{N+1}' (A_N' A_N)^{-1} a_{N+1}} \right]$$

La matriz $(A_N' A_N)^{-1} = (b_{ij}^N)$ es la matriz de varianzas-covarianzas (salvo la constante σ^2) del vector de prioridades tras haber realizado N comparaciones.

3.2 Caso de matrices incompletas

En este caso se supone que se han realizado únicamente N comparaciones de las posibles n(n-1)/2 comparaciones totales. Se obtiene para la prioridad i-ésima:

$$\mu_i^N \approx N(m_i^N, b_{ii}^N) = N\left(\sum_{h=1}^{n-1} b_{ih}^N Y_{h\bullet}, b_{ii}^N\right)$$

Para las comparaciones no realizadas se obtiene la siguiente distribución:

$$Y_{ij}^{N} \approx N(M_{ij}^{N}, D_{ij}^{N}) \approx N(\sum_{h=1}^{n-1} (b_{ih}^{N} - b_{jh}^{N}) Y_{h\bullet}, b_{ii}^{N} + b_{jj}^{N} - 2b_{ij}^{N} + 1)$$

donde $Y_{h\bullet}$ representa el conjunto de las comparaciones que se han hecho con la alternativa h-ésima.

Al no tener los resultados anteriores una forma explícita, su cálculo debe realizarse de forma recursiva, por lo que cuando en el proceso sea posible la incorporación una nueva observación, que sería la N+1-ésima, aparecen las siguientes relaciones: Se supone que la nueva comparación efectuada es Y_{kl}, por ejemplo.

$$E(\mu_i^{N+1}) = m_i^{N+1} = m_i^{N} + \frac{(b_{ki}^{N} - b_{li}^{N})}{D_{kl}^{N}} (Y_{kl} - m_k^{N} + m_l^{N})$$

$$Var(\mu_i^{N+1}) = b_{ii}^{N+1} = b_{ii}^{N} - \frac{(b_{ki}^{N} - b_{li}^{N})^2}{D_{kl}^{N}}$$

3.3 Caso de matrices completas

En este caso se supone que se han realizado todas las comparaciones posibles, es decir, en total n(n-1)/2. Se obtiene para la prioridad i-ésima:

$$E(\mu_i) = \frac{1}{n}\left(2Y_{in} + \sum_{\substack{j=1 \\ j\neq i}}^{n-1} Y_{jn} + \sum_{\substack{j=1 \\ j\neq i}}^{n-1} Y_{ij} \right) \qquad Var(\mu_i) = \frac{2}{n}$$

Cabe destacar, para este caso particular, que para la estimación de la media de cualquier prioridad solo se tienen en cuenta dos tipos de comparaciones de las realizadas, aquellas observaciones que afectan a la alternativa i-ésima y las observaciones realizadas entre la alternativa tomada como referencia (la n-ésima) y todas las demás.

4. INFLUENCIA Y CONSISTENCIA

4.1 Influencia

En general, se entiende por influencia el estudio de la dependencia de las conclusiones y de las inferencias según diversos aspectos de la formulación de un problema; esto aplicado a un modelo lineal significa estudiar las estimaciones de los parámetros y de las predicciones en función de las observaciones realizadas o de alguna de las hipótesis planteadas para dicho modelo. Por ejemplo, puede ocurrir que una única observación, o una pocas, determinen casi completamente los coeficientes, es decir, que tengan condiciones inusuales; a estas observaciones se les denominan observaciones influyentes.

¿Qué técnicas son las que habitualmente se usan para la detección de puntos influyentes? La más común consiste en la eliminación de una observación (validación cruzada) y entonces recalcular de nuevo cualquiera de las estimaciones necesarias: la predicción de los valores, la estimación de los coeficientes, los residuos, o las relaciones entre los coeficientes. Otra de ellas se basa en realizar un análisis de sensibilidad de los resultados de la regresión, es decir, evaluar cómo varían los resultados en función de pequeñas perturbaciones en las hipótesis de partida.

Sin embargo, para el modelo expuesto en el punto anterior, el estudio de la influencia se puede analizar de dos formas: (1), para el caso de matrices incompletas, si es posible seleccionar la secuencia de incorporación de nuevos juicios que mejore la acuracidad de los resultados ("influencia hacia delante"); y (2), para el caso, tanto de matrices completas como para el de matrices incompletas, cuál es el juicio que ha ejercido una mayor influencia en las puntuaciones finales.

El modelo propuesto anteriormente trata de determinar las puntuaciones finales, es decir, el vector de prioridades asociado a un conjunto discreto de alternativas. Este vector viene dado por (w_1, ..., w_n), o según lo expuesto en **(2.1)** por (μ_1,..μ_n) donde μ_i representa la puntuación final obtenida por la alternativa i-ésima tras realizar las comparaciones. En particular nos centraremos en los problemas de tipo α (P. α), es decir, en aquellos en los que se busca seleccionar la mejor alternativa (que se denotará por $\mu_{(1)}$), más que en dar una ordenación total del conjunto, problemas de tipo γ (P. γ).

4.2 Consistencia

Se dice que una matriz es consistente si verifica la siguiente propiedad:

$$a_{ij}a_{jk} = a_{ik} \quad \forall i, j, k$$

En caso contrario se dice que la matriz es inconsistente. Un decisor se dirá que es consistente en sus juicios cuando al trasladar éstos a una matriz de comparaciones pareadas se verifique la propiedad anterior. El que un decisor sea "consistente", significa que debe guardar una cierta coherencia en sus juicios, de alguna forma representa la "transitividad" en las comparaciones realizadas.

4.3 Relación entre consistencia e influencia

En este subapartado se verán, en primer lugar algunas medidas de influencia ya tratadas en trabajos anteriores (Altuzarra Moreno y Salvador, 2000) y además cómo se aplica la idea de consistencia al modelo propuesto.

a) Distancia de Kullback-Leiber (K-L). Mide la distancia entre dos densidades; una con todas las observaciones y la otra, resultante de eliminar la comparación i-ésima.

Teorema

La divergencia simétrica de K-L al añadir la comparación N+1-ésima (Y_{kh}) es:

$$J(\theta_N, \theta_{N+1}) = \frac{(D_N - 1)}{2D_N^2}\left[D_N(D_N - 1) + (\beta_k^*)^2(D_N + 1)\right]$$

donde $\beta_k^* = Y_{kh} + \sum_{t=1}^{n-1}(b_{kt}^N - b_{ht}^N)Y_{t\bullet}$, y $D_N = 1 + b_{kk}^N + b_{hh}^N - 2b_{kh}^N = \mathrm{Var}(Y_{kh})$.

Por lo tanto, la distancia de K-L entre una distribución con N+1 observaciones y otra a la que se le ha eliminado la observación (Y_{kh}) es función de dos valores: D_N y β_k* que indican: la varianza de la nueva observación y la relación existente entre el resto de comparaciones y las covarianzas de cada alternativa con las ya eliminadas (μ_k y μ_h).

b) El estadístico DFBETAS$_{ij}$ mide cómo cambia el coeficiente j-ésimo dentro de la estimación de un modelo lineal, si se elimina la comparación i-ésima.

En este estadístico intervienen valores de la matriz de proyección H = $A(A'A)^{-1}A'$ y los residuos ($e_i = \hat{Y}_i - Y_i$).

Para el modelo propuesto:

$$h_{ii} = b_{\alpha_i,\alpha_i}^N + b_{\beta_i,\beta_i}^N - 2b_{\alpha_i,\beta_i}^N = \mathrm{Var}(\mu_{\alpha_i}) + \mathrm{Var}(\mu_{\beta_i}) - 2\mathrm{Cov}(\mu_{\alpha_i}, \mu_{\beta_i}) = \mathrm{Var}(\mu_{\alpha_i} - \mu_{\beta_i})$$

es decir, la proyección de la comparación i-ésima solo depende de la varianza de las prioridades comparadas en ese lugar.

$$\mathrm{DFBETAS}_{ij} = \frac{b_{j,\alpha_i}^N - b_{j,\beta_i}^N}{\sqrt{b_{j,j}^N}(1 - b_{\alpha_i,\alpha_i}^N - b_{\beta_i,\beta_i}^N + 2b_{\alpha_i,\beta_i}^N)} e_i = \frac{\mathrm{Cov}(\mu_j, \mu_{\alpha_i}) - \mathrm{Cov}(\mu_j, \mu_{\beta_i})}{\sqrt{\mathrm{Var}(\mu_j)}(1 - \mathrm{Var}(\mu_{\alpha_i} - \mu_{\beta_i}))} e_i$$

Luego, solo intervienen el residuo de la observación i-ésima y las relaciones entre dicha observación con la estimación de la prioridad j-ésima.

c) Para el caso de tener la matriz completa, con todas las comparaciones realizadas la definición de consistencia es equivalente a que los juicios cumplan la condición: $Y_{ij} + Y_{jk} = Y_{ik} \quad \forall i, j, k$

Así, la distribución de las prioridades resulta mucho más sencilla: $\mu_i \approx N(Y_{in}, \frac{2}{n})$, es decir, solo se tiene en cuenta la comparación de la alternativa i-ésima con la alternativa que se ha tomado como referencia, la n-ésima. Este resultado es equivalente a tomar como media de la distribución cualquiera de las filas de la matriz y a su vez es el mismo que el que se obtiene para matrices consistentes por cualquiera de los otros métodos de obtención de las prioridades.

5. CONCLUSIONES

Se ha analizado desde una perspectiva bayesiana un modelo multiplicativo en los errores que cuantifica la incertidumbre en el proceso de obtención de juicios (comparaciones) de un decisor estimando las prioridades asociadas a las alternativas consideradas.

Se ha presentado un nuevo método de obtención de las prioridades que tiene validez tanto para matrices completas como para matrices incompletas, incluyendo algunas propiedades básicas de la distribución del vector de prioridades para ambos casos.

Además se han estudiado dos tópicos relacionados con los modelos lineales (influencia) y con la metodología de AHP (consistencia).

El trabajo podría extenderse mediante el uso de otras distribuciones a priori diferentes de la expuesta aquí, incluso mediante la adopción de un modelo semiparamétrico.

6. BIBLIOGRAFÍA

ALTUZARRA, A.; ESCOBAR, M.T.; MORENO, J. M. (1996): Estudio probabilístico en el Proceso Analítico Jerárquico (AHP). *Actas de la X Reunión Asepelt-España*, Albacete

ALTUZARRA, A.; MORENO, J. M.; SALVADOR, M. (1997): Una aproximación bayesiana en la incorporación de juicios en el Proceso Analítico Jerárquico (AHP). *Actas de la XI Reunión Asepelt-España*, Bilbao, Julio 1997

ALTUZARRA, A.; MORENO, J. M.; SALVADOR, M. (2000): Influencia de los juicios en las prioridades del Proceso Analítico Jerárquico (AHP). *XVI Congreso Nacional de Estadística e Investigación Operativa*, Vigo, 2000.

BERGER, J.O. (1985): *Statistical Decision Theory and Bayesian Analysis.* Springer Verlag.

BERNARDO, J.M.; SMITH, A.F.M. (1994): *Bayesian Theory*. Wiley.

COOK, R. DENNIS AND WEISBERG, SANFORD(1986): *Residuals and Influence in Regresion*, Ed. Chapman and Hall .

ESCOBAR M.T.; MORENO-JIMÉNEZ J.M. (1997b): Problemas de gran tamaño en el Proceso Analítico Jerárquico. *Estudios de Economía Aplicada,* **8**, 25-40.

ESCOBAR M.T.; MORENO-JIMÉNEZ J.M. (2000): Reciprocal distributions in the Analytic Hierarchy Process *European Journal of Operational Research,* **123**, 154-174.

GUTTMAN I.; PEÑA D. (1988): Outliers and Influence: Evaluation by Posteriors of Parameters in the Linear Model. *Bayesian Statistics,* **3**, pp. 631-640.

HARKER, P.T. (1987b): The Incomplete Pairwise Comparisons in The Analytic Hierarchy Process. *Mathematical Modelling,* **9**, 837-848.

MONSUUR, H. (1996): An Intrinsic Consistency Threshold for Reciprocal Matrix. *European Journal of Operational Research,* **96**, 387-391.

MORENO- J.M. (1997): Priorización y Toma de Decisiones Ambientales. *Actas del I Encuentro Iberoamericano de Evaluación y Decisión Multicriterio.* Santiago de Chile.

ROY,B.(1985): Methodologie Multicritère d'Aide à la Décision. Gestión Económica.

SAATY, T.L. (1977): For priorities in hierarchical structures, *J. of Mathematical Psychology*, **15** (3), pp.234-281.

SAATY, T.L. (1980): *The Analytic Hierarchy Process*. Mc Graw-Hill, New York.

SAATY, T.L. (1986): Axiomatic Foundation of The Analytic Hierarchy Process, *Management Science*, **32** (7), pp.157-177.