LA COMBINACIÓN DE PREDICCIONES SUBJETIVAS. APLICACIÓN A LAS ENCUESTAS DE OPINIONES EMPRESARIALES.

MORENO CUARTAS, Blanca

morenob@econo.uniovi.es

LÓPEZ MENÉNDEZ, Ana Jesús

anaj@econo.uniovi.es

UNIVERSIDAD DE OVIEDO (Dpto. de Economía Aplicada)

ÁREA TEMÁTICA: Métodos Cuantitativos.

PALABRAS CLAVE: Combinación de predicciones, probabilidad subjetiva, encuesta de opiniones empresariales.

RESUMEN

Las predicciones sobre variables económicas pueden realizarse tanto desde un enfoque objetivo (técnicas de análisis de series temporales) como subjetivo (encuestas de opinión empresarial, panel de expertos). Cada método empleado puede capturar diferentes aspectos de la información disponible, y de ahí el interés en combinar predicciones elaboradas bajo distintas técnicas.

En este trabajo exploramos algunas de las posibilidades para la combinación de predicciones mediante métodos bayesianos, centrándonos en la combinación de predicciones subjetivas.

Una vez expuesta la metodología de trabajo propuesta, presentamos una aplicación de la misma a las encuestas de opiniones empresariales, que constituyen una importante fuente de información subjetiva al reflejar tanto la percepción que tienen los empresarios de la actualidad económica como sus expectativas sobre el futuro.

INTRODUCCIÓN

Las predicciones sobre una variable económica pueden ser realizadas a partir de diversos métodos y la literatura muestra que una combinación de predicciones mejora la precisión de las predicciones individuales. La idea de la combinación de predicciones asume que no es posible identificar mediante un único modelo el proceso subyacente en una serie, y que cada modelo de predicción es capaz de capturar diferentes aspectos de la información disponible para la predicción, de ahí que una combinación de las predicciones efectuadas según distintas técnicas sea la predicción más precisa. Si consideramos además que hay información contextual que las técnicas de predicción en series temporales no pueden captar y la percepción de los individuos sí, sería también conveniente examinar tanto sus predicciones subjetivas, como la combinación de éstas, puesto que si los individuos no comparten la misma información o valoración sobre el contexto económico, una integración de sus predicciones aprovecharía más la información disponible. Así pues, la combinación puede estudiarse tanto para las predicciones subjetivas como para las predicciones efectuadas por las técnicas de series temporales, además de poder contemplar una combinación de ambos tipos de predicciones.

En el ámbito de la combinación de técnicas de predicción de series temporales, el trabajo pionero es el de Bates y Granger (1969)[1] que analiza la combinación de dos predicciones. Posteriormente, Newbold y Granger (1974) extienden el estudio al caso de más de dos técnicas y/o individuos.

Otro de los artículos más influyentes en la combinación de predicciones es el de Granger y Ramanathan (1984), donde se pone de manifiesto que los métodos convencionales de combinación pueden ser estudiados desde la óptica de la regresión. Las técnicas estándar podrían ser equiparadas a mínimos cuadrados restringidos donde la predicción combinada es la variable dependiente y las predicciones individuales efectuadas por distintos métodos y/o individuos las variables explicativas, y los autores sugieren que el ajuste mínimo cuadrático sin restringir es el más adecuado al proporcionar mejores predicciones.

La metodología bayesiana ha sido empleada también para la elaboración de predicciones combinadas al ofrecer consistentes herramientas para desarrollar

[1] Estos autores basan su metodología en el cálculo de los pesos de la combinación que minimice la varianza del error de la predicción combinada obteniendo pesos de suma unitaria que dependen de la precisión de los métodos individuales (varianza del error de predicción individual).

mecanismos de predicción. Bajo este enfoque Dickinson (1972) obtiene, asumiendo determinados supuestos, resultados iguales a los obtenidos por Bates y Granger (1969). Bunn (1975) genera la predicción combinada como una combinación lineal donde los pesos son interpretados como la probabilidad de que cada método o individuo actúe mejor en la siguiente ocasión. Bordley (1982) y Morris (1974, 1977) estudian también la combinación de predicciones bajo esta metodología.

La metodología bayesiana permite introducir tanto información a priori en la combinación de predicciones de técnicas de series temporales como en los juicios individuales del predictor. Así por ejemplo Diebold y Pauly (1987) explican cómo el individuo observando información sobre probabilidades, distribuciones de probabilidad y predicciones de varias fuentes, puede renovar su información inicial.

Si bien la aplicación de la metodología bayesiana es compleja al requerir que el decisor conozca su distribución de probabilidad a priori, ésta nos ofrece un punto de vista más optimista, en la medida en que permite al predictor aprovechar adecuadamente toda la información ofrecida por las predicciones disponibles.

En este trabajo nos centraremos en el estudio de la combinación de predicciones subjetivas desde el enfoque bayesiano y presentaremos una aplicación de la misma a las encuestas de opiniones empresariales, que constituyen una importante fuente de información subjetiva al reflejar tanto la percepción que tienen los empresarios de la actualidad económica como sus expectativas sobre el futuro.

COMBINACIÓN DE PREDICCIONES SUBJETIVAS: EL ENFOQUE BAYESIANO

La combinación de predicciones subjetivas consiste en integrar las predicciones efectuadas por distintos individuos, de tal manera que se pueda utilizar toda la información contenida en cada una de ellas.

Denominando Y_{t+h} a la variable a predecir en un momento t con horizonte h, y $\hat{Y}_{t+h,t} = \left(\hat{Y}^1_{t+h,t}, \hat{Y}^2_{t+h,t}, \ldots, \hat{Y}^r_{t+h,t}\right)$ al vector de predicciones de Y_{t+h} efectuadas por r diferentes individuos en el momento t, el objetivo de la combinación será obtener una predicción que aproveche la información contenida en todas las predicciones individuales y que llamaremos $\hat{Y}_{t+h}$.

Esta combinación se puede llevar a cabo tanto desde una óptica clásica como bayesiana. En el enfoque clásico, la predicción combinada suele ser construida a partir de la media ponderada de combinaciones efectuadas por los distintos individuos, es decir, $\hat{Y}_{t+h} = \hat{Y}_{t+h,t}\alpha$, donde á es el vector (rx1) de ponderaciones que en general dependen de la precisión de las predicciones realizadas por los expertos.

La integración de predicciones individuales puede realizarse de forma voluntaria por parte de un agente decisor (que llamaremos *d*) o bien mediante una integración automática, teniendo en cuenta de forma objetiva la precisión relativa de los expertos.

Cuando se opta por la alternativa de una integración subjetiva, la combinación podría ser ineficiente debido a la tendencia de los individuos de infravalorar la información de otros a favor de sus propias opiniones (Tversky (1974)), por lo que sería conveniente efectuar una corrección[2], propuesta para las situaciones en las que las predicciones $\hat{Y}_{t+h,t} = \left(\hat{Y}^1_{t+h,t}, \hat{Y}^2_{t+h,t}, \ldots, \hat{Y}^r_{t+h,t}\right)$ son expresadas puntualmente y cuyo objetivo es reducir el sesgo del decisor. Este enfoque requiere aplicar un modelo de regresión al error de predicción asociado a la extrapolación subjetiva y la consiguiente adición del error predicho a la extrapolación.

Por su parte, la integración automática nos llevaría en el enfoque clásico a basar la regla de ponderación en la combinación de la varianza de error de predicción de cada individuo y de las covarianzas del error de predicción entre ellos (Bates y Granger (1969) Newbold y Granger (1974), ...) o bien la predicción combinada obtenida

[2] Sería posible por ejemplo llevar a cabo la corrección lineal óptima de Theil (1971) o un modelo de corrección adaptativo que pondera más las observaciones más recientes.

mediante la regresión mínimo cuadrática de las predicciones individuales $\hat{Y}_{t+h} = \alpha_1 \hat{Y}^1_{t+h,t} + \ldots + \alpha_r \hat{Y}^r_{t+h.t}$ (Granger y Ramanathan (1975), Deutsch, Granger y Teräsvirta (1994), Gunter y Asku (1997), ...).

Por otra parte, además de la posible existencia de sesgo en las predicciones individuales, hay que tener en cuenta la posible correlación entre ellas. A este respecto, Gallo, Granger y Leon (1999) resaltan que cuando se lleva a cabo una combinación de predicciones efectuadas por distintos individuos la correlación entre expertos no permite aprovechar toda la información disponible por cada uno de ellos debido a la tendencia a imitarse mutuamente, aproximando por tanto sus predicciones $\hat{Y}^i_{t+h,t}$, por lo que se converge a una predicción media que no tiene porqué ser la más precisa. Estos autores proponen un modelo que explica cómo cada individuo genera su predicción cuando hay más expertos y canales de información entre ellos a lo largo de distintos momentos j (j=1...t-1) hasta llegar el momento de dar la predicción final t.

Así, la predicción del individuo i en un momento j+1 ($\hat{Y}^i_{t+h,j+1}$) puede ser explicada tanto en función de la confianza que el individuo i tiene sobre su predicción anterior ($\hat{Y}^i_{t+h,j}$), como de lo que hayan predicho el resto de expertos en j ($\overline{\hat{Y}}_{t+h,j}$) y de la dispersión respecto al resto de expertos en el momento j ($\sigma^i_{t+h,j}$).

El modelo propuesto viene dado por:

$\hat{Y}^i_{t+h,j+1} = \alpha + w^i_1 \hat{Y}^i_{t+h,j} + w^i_2 \overline{\hat{Y}}_{t+h,j} + w^i_3 \sigma^i_{t+h,j} + u^i_{t+h,j}$ siendo $u^i_{t+h,j}$ el residuo.

La metodología bayesiana ha sido empleada para la elaboración de predicciones combinadas y así, si consideramos la variable a predecir Y_{t+h} como una variable aleatoria definida de tal manera que sus valores y_{t+h} representan las posibles opciones que puede tener el fenómeno aleatorio antes de llevar a cabo un experimento, el objetivo será efectuar una predicción combinada para cualquier horizonte *h*, combinación que suponemos puede ser realizada por un individuo decisor *d*.

El grado de creencia del decisor con respecto a los diferentes valores que puede tomar una variable en el futuro Y_{t+h} se expresa mediante una distribución de probabilidad, que viene dada por una función de probabilidad a priori de Y_{t+h},, $p_{Y_{t+h}}(y_{t+h})$ si Y_{t+h} es discreta o bien por una función de densidad a priori, $f_{Y_{t+h}}(y_{t+h})$ si la variable es continua. La especificación depende de la convicción del investigador antes de que la información muestral, formada por las predicciones de los expertos $\hat{Y}_{t+h,t} = \left(\hat{Y}^1_{t+h,t},...,\hat{Y}^r_{t+h,t}\right)$, se encuentre disponible y se puede basar en cualquier tipo de información (pasada, contextual, ...).

Por su parte, $f_{Y_{t+h}}(\hat{Y}^1_{t+h,t},...,\hat{Y}^r_{t+h,t} / y_{t+h})$ denota la función de verosimilitud que representa el grado de concordancia del resultado muestral $\hat{Y}_{t+h,t} = \left(\hat{Y}^1_{t+h,t},...,\hat{Y}^r_{t+h,t}\right)$, dado el valor y_{t+h} de la magnitud Y_{t+h}.

Cuando la información a priori con respecto a los valores de Y_{t+h} se combina con la información de la muestra formada por las predicciones de los expertos, el resultado es un conjunto de información modificada con respecto a la variable aleatoria Y_{t+h}. Es decir, la combinación de la distribución a priori y de la función de verosimilitud origina una distribución a posteriori de Y_{t+h} $f_{Y_{t+h}}(y_{t+h} / \hat{Y}^1_{t+h,t},...,\hat{Y}^r_{t+h,t})$ que refleja el grado de creencia modificado del decisor respecto a la variable aleatoria Y_{t+h} después de obtener información muestral.

Siguiendo la metodología bayesiana, la combinación proporcionaría una función de densidad a posteriori:

$$f_{Y_{t+h}}(y_{t+h} / \hat{Y}^1_{t+h,t},....\hat{Y}^r_{t+h,t}) = \frac{f_{Y_{t+h}}(\hat{Y}^1_{t+h,t},...,\hat{Y}^r_{t+h,t} / y_{t+h}) f_{Y_{t+h}}(y_{t+h})}{\int_{Y_{t+h}} f_{Y_{t+h}}(\hat{Y}^1_{t+h,t},...,\hat{Y}^r_{t+h,t} / y_{t+h}) f_{Y_{t+h}}(y_{t+h}) d(y_{t+h})} \quad \text{si } Y_{t+h} \text{ es}$$

continua o bien:

$$f_{Y_{t+h}}(y_{t+h} / \hat{Y}^1_{t+h,t},...,\hat{Y}^r_{t+h,t}) = \frac{f_{Y_{t+h}}(\hat{Y}^1_{t+h,t},...,\hat{Y}^r_{t+h,t} / y_{t+h}) p_{Y_{t+h}}(y_{t+h})}{\sum_{Y_{t+h}} f_{Y_{t+h}}(\hat{Y}^1_{t+h,t},...,\hat{Y}^r_{t+h,t} / y_{t+h}) p_{Y_{t+h}}(y_{t+h})} \quad \text{si } Y_{t+h} \text{ es discreta.}$$

Según las diferentes asunciones que se den tanto para las funciones de verosimilitud como para la función a priori del decisor, obtendremos distintas expresiones para la distribución a posteriori de Y_{t+h}.

Así, bajo determinadas condiciones la solución del problema bayesiano coincidiría con la obtenida por el enfoque clásico. A modo de ejemplo, Dickinson (1972) comprueba que si se asume que todas las distribuciones de las predicciones individuales son normales (y por tanto $f_{Y_{t+h}}(\hat{Y}^1_{t+h,t},...,\hat{Y}^r_{t+h,t} / y_{t+h})$ es una ditribución normal multivariante), entonces la mejor combinación será la misma que la obtenida por Bates y Granger (1969) y por Newbold y Granger (1974), donde los pesos de la combinación lineal $\hat{Y}_{t+h} = \hat{Y}_{t+h,t}\alpha$ se obtienen como $a = \frac{\left(\sum^{-1} l\right)}{\left(l' \sum^{-1} l\right)}$ siendo $\sum = E(e_{t+h} e'_{t+h})$ la matriz de varianzas-covarianzas de los errores de predicción individuales y $e_{t+h} = Y_{t+h}l^T - \hat{Y}_{t+h,t}$, con $l=(1...1)_{rx1}$[3].

Existen diversos mecanismos para obtener las ponderaciones de cada individuo en la combinación a partir de la metodología bayesiana. Así Bunn (1975) toma como referencia para la asignación de ponderaciones la función de densidad de una variable k, que refleja la fracción de veces que un individuo actúa mejor que otro ($f_K(k)$). Dicha función de densidad será modificada a posteriori después de tener la información muestral formada por z realizaciones para las que se observa qué individuo predice mejor.

Para dos expertos diferentes (que denominamos 1 y 2) se considera que la fracción k puede ser convenientemente ajustada a una distribución beta $k \approx B(k|a_1, a_2)$ donde a_1 y a_2 representan los parámetros de perfil de la función. La función de densidad a priori puede tener unos parámetros iniciales de acuerdo con la convicción del decisor respecto a qué individuo considera que es mejor por experiencias pasadas u otras consideraciones, y a partir de la información muestral el decisor transformará su distribución a priori en otra a posteriori.

Con cada nueva predicción de Y_{t+h} se puede representar si el individuo 1 ha actuado o no mejor que 2, definiendo una variable ä con distribución de Bernoulli (esto es, ä =1 si el individuo 1 es mejor que 2 y ä=0 en caso contrario). Una vez realizadas z predicciones la distribución a posteriori de k será $k \approx B(k|a_1 + s_z, a_2 + z - s_z)$ con $s_z = \sum_{i=1}^{Z} \delta_i$, proporcionando unos pesos óptimos[4] $\bar{k} = \frac{(a_1 + s_z)}{(a_1 + a_2 + z)}$ para el individuo 1 y $1 - \bar{k}$ para el experto 2.

Basado tanto en la idea de combinación lineal clásica como en la propuesta de Bunn (1975) , Bordley (1982) aplica la metodología bayesiana para estimar las ponderaciones en la combinación $C_{t+h,t} = \hat{Y}_{t+h,t}\alpha$ la cual implica la construcción de probabilidades subjetivas p_{ij} que indican la probabilidad de que un método i funcione mejor que otro j y que deberán ser actualizadas cada vez que se disponga de nueva información.

---

[3] Puesto que la varianza de las predicciones no se conoce en el momento de realizar éstas (al desconocerse el verdadero valor de y_{t+h}), la estimación de los pesos se basa en informaciones de períodos pasados.

[4] El caso estudiado para dos predicciones individuales puede ser extendido para r individuos.

Si todas las predicciones a combinar son subjetivas y representan probabilidades de ocurrencia de un suceso que puede presentar diferentes estados o valores, Stone (1961) propone un método que proporciona una probabilidad de consenso para cada valor posible del suceso. Así, si cada individuo i da una probabilidad sobre un posible valor y_{t+h} de Y_{t+h} $(p^{i}_{Y_{t+h}}(y_{t+h}))$, la probabilidad del consenso sería la obtenida mediante ponderaciones: $p_{Y_{t+h}}(y_{t+h}) = \sum_{i=1}^{r} \lambda_i p^{i}_{Y_{t+h}}(y_{t+h})$[5].

Basándose en esta idea De Groot (1974) propone una metodología para generar esas ponderaciones, teniendo en cuenta que a la hora de llevar a cabo una opinión de consenso, los individuos revisan tanto su distribución de probabilidad como la distribución de probabilidad que asignan el resto de individuos. Mediante reiteradas revisiones el consenso sólo se obtendrá cuando todas las probabilidades revisadas de cada individuo coincidan y puesto que ello no siempre es posible, De Groot analiza qué condiciones serían necesarias para que el consenso se produjese.

Por su parte, Clemen (1987) estudia el problema de la agregación de la información dependiente entre individuos y cómo afecta a la obtención de la función de probabilidad del decisor, analizando el problema al que se enfrenta un agente decisor para agregar información.

Así, si X es el conjunto de información disponible en el entorno económico $X = \{x_1, ..., x_n\}$ cada experto puede tomar una parte de ella (que llamaremos X_i) a partir de la cual genera su distribución de probabilidad $f^{i}_{Y_{t+h}}(y_{t+h} / X_i)$. Puede ocurrir que los individuos compartan información $X_{ij} = X_i \cap X_j$ dos a dos, y en general que un individuo emplee información que han empleado los demás $X_{i\ldots r} = X_i \cap \ldots \cap X_r$. Asumiendo un modelo normal donde $\sigma^2 = 1$ y cada individuo toma como media $\bar{x}_i$ el problema del decisor será: $f_{Y_{t+h}}(y_{t+h} | \bar{x}_1, ..., \bar{x}_r) = f_{Y_{t+h}}(y_{t+h} | \bar{X})$ y Clemen estudia lo que ocurriría cuando el decisor dispone de la información revelada por cada individuo y ésta se solapa.

[5] Puesto que la toma de decisiones es considerada tarea de un solo individuo o decisor (d), las ponderaciones se obtienen maximizando la utilidad de éste ante la probabilidad combinada: $\max . u\left[d \middle| p_{Y_{t+h}}(y_{t+h})\right]$. Stone (1961) estudia bajo qué condiciones la utilidad de la predicción combinada es mayor que la utilidad de cada opinión por separado.

LAS ENCUESTAS DE OPINIONES EMPRESARIALES

Las encuestas de opiniones empresariales constituyen una excelente fuente de información subjetiva para el seguimiento de una actividad económica, ya que consisten en formularios con preguntas orientadas a reflejar tanto la percepción que tienen los empresarios de la actualidad económica como sus expectativas sobre el futuro. En concreto, el formulario va dirigido al personal gerencial de las empresas y las opiniones que solicita son muy simples al objeto de conseguir reflejar la impresión subjetiva de manera rápida.

Básicamente estas encuestas recopilan información de dos tipos:

1. Cualitativa: opiniones sobre los niveles actuales de la cartera de pedidos y de la producción y sobre la tendencia de los precios de venta, el empleo y la producción para los próximos meses. Las alternativas válidas para las posibles respuestas son: *alta, normal o baja* si reflejan el nivel actual y *aumentar, mantenerse o disminuir* si prevén la tendencia inmediata, y se toma como indicador de cada variable los saldos de los porcentajes de opiniones favorables y desfavorables, es decir, las desviaciones respecto al nivel normal.
2. Cuantitativa: opiniones relativas al período de trabajo asegurado con su cartera de pedidos (en días) y el empleo actual (en personas).

A partir de las informaciones anteriores es posible elaborar ***Indicadores de Clima Empresarial*** (ICE)[6] que proporcionan una visión global del estado de confianza empresarial en relación a la evolución coyuntural de la actividad económica.

Así, el ***Indicador de Clima Industrial*** (ICI), se elabora como media aritmética de los saldos de la cartera de pedidos, expectativas de la producción y, cambiado de signo, el nivel de stocks de productos terminados.

Los análisis disponibles indican que los ICE son indicadores útiles para el diagnóstico de la coyuntura futura de un sector, dado que las variables que contienen son indicadores adelantados de la actividad empresarial.

Si bien los ICE pueden ser considerados como un indicador futuro de la economía, calculado a partir de la integración o combinación de opiniones (predicciones) de individuos bajo el enfoque clásico de la combinación de predicciones, las encuestas de

[6] Puesto que dependiendo del sector de estudio estos indicadores toman diferentes nombres, hemos optado por darle un nombre más genérico al no hacer explícito ningún sector. Por otra parte si bien la base informativa para la elaboración de estos indicadores es la encuesta industrial o encuestas de opinión empresarial la información que emplean no es en todos la misma.

opiniones empresariales pueden utilizarse también para desarrollar la metodología bayesiana en la combinación de predicciones.

Así podemos entender a cada gerente empresarial i (i=1...r) como un experto que aporta su predicción subjetiva $\hat{Y}^{i}_{t+h,t}$ sobre la futura tendencia que podrá tomar una variable económica Y_{t+h}. Si preguntamos a r gerentes puede ser posible generar una combinación de todas sus predicciones, efectuada por un agente decisor que no necesariamente dispone de información inicial acerca de la futura tendencia de la economía.

Así, bajo el enfoque bayesiano vamos a suponer un decisor que ha de generar su distribución de probabilidad a posteriori de una variable del entorno económico en el futuro Y_{t+h}[7], (producción, empleo u otra) que puede tomar 3 valores $Y_{t+h} = (y^1_{t+h}, y^2_{t+h}, y^3_{t+h})$ que identificamos con las tres posibilidades para la tendencia inmediata (*aumentar, mantenerse y disminuir*).

En la encuesta de opiniones empresariales, se pregunta a r empresarios su predicción para cada variable Y_{t+h} revelando cada uno de ellos un único valor. Por lo tanto, considerando r predicciones individuales subjetivas $\hat{Y}_{t+h,t} = \left(\hat{Y}^1_{t+h,t}, ..., \hat{Y}^r_{t+h,t}\right)$ el decisor ha de transformar su distribución a priori de Y_{t+h} en una distribución a posteriori teniendo en cuenta la realización muestral u opiniones empresariales que dará lugar a la distribución condicional conjunta de verosimilitud $f_{Y_{t+h}}(\hat{Y}^1_{t+h,t}, ..., \hat{Y}^r_{t+h,t} / y_{t+h})$.

Teniendo en cuenta que Y_{t+h} es discreta, la distribución a posteriori se calculará:

$$f_{Y_{t+h}}(y_{t+h} / \hat{Y}^1_{t+h,t}, ..., \hat{Y}^r_{t+h,t}) = \frac{f_{Y_{t+h}}(\hat{Y}^1_{t+h,t}, ..., \hat{Y}^r_{t+h,t} / y_{t+h}) p_{Y_{t+h}}(y_{t+h})}{\sum_{Y_{t+h}} f_{Y_{t+h}}(\hat{Y}^1_{t+h,t}, ..., \hat{Y}^r_{t+h,t} / y_{t+h}) p_{Y_{t+h}}(y_{t+h})}$$

y el decisor *d* deberá de revelar el estado en el que encontrará la economía en t+h, es decir, predecir si la variable Y aumentará, permanecerá igual o disminuirá en t+h.

A priori, el decisor establece una opinión sobre Y_{t+h} en base a sus creencias, asignando probabilidades[8] iniciales a los posibles valores de Y_{t+h}, generadas en función de experiencias pasadas, información contextual, etc. A partir de la información muestral, esta distribución a priori de probabilidades (creencias) se modificará en una distribución

[7] Las predicciones se hacen con horizonte trimestral y en concreto para la encuesta de Opiniones empreariales publicada por SADEI para Asturias, se presentan para tres meses (el trimestre siguiente al que se efectua la encuesta)

[8] Cuando los sucesos son excluyentes, la creencia puede ser tomada como una probabilidad y en concreto como una probabilidad frecuencialista (Shafer (1974)).

a posteriori y el decisor finalmente revelará el estado en que se encontrará la economía según la probabilidad mayor corresponda a *aumentar*, *mantenerse* o *disminuir*.

Así pues, el objetivo de conocer la distribución de probablidad a posteriori de Y_{t+h} , supone en concreto obtener la distribución de las probabilidades del estado en que se pueda encontrar la variable Y_{t+h}, es decir $P_{t+h,t} = (p^1_{t+h}, p^2_{t+h}, p^3_{t+h})$, reflejando respectivamente la probabilidad de que la variable Y_{t+h} aumente, permanezca igual o disminuya $Y_{t+h} = (y^1_{t+h}, y^2_{t+h}, y^3_{t+h})$.

A priori el decisor habrá asignado un vector $P_{t+h,t} = (p^1_{t+h}, p^2_{t+h}, p^3_{t+h})$ que deberá de modificar a posteriori en función de la información muestral formada por las opiniones empresariales $\hat{Y}_{t+h,t} = \left(\hat{Y}^1_{t+h,t}, ..., \hat{Y}^r_{t+h,t}\right)$. Se tendrá así

$$f_{P_{t+h}}(p_{t+h} / \hat{Y}^1_{t+h,t}, ..., \hat{Y}^r_{t+h,t}) = \frac{f_{Y_{t+h}}(\hat{Y}^1_{t+h,t}, ..., \hat{Y}^r_{t+h,t} / p_{t+h}) f_{P_{t+h}}(p_{t+h})}{\int f_{P_{t+h}}(\hat{Y}^1_{t+h,t}, ..., \hat{Y}^r_{t+h,t} / p_{t+h}) f_{P_{t+h}}(p_{t+h}) d(p_{t+h})}$$ donde P_{t+h} es continua al estar las probabilidades estar entre 0 y 1.

En función de la forma asumida para $f_{Y_{t+h}}(\hat{Y}^1_{t+h,t}, ..., \hat{Y}^r_{t+h,t} / p_{t+h})$ y $f_{P_{t+h}}(p_{t+h})$ llegaremos a diferentes resultados para la expresión de la distribución a posteriori. Así, podemos decir que $f_{Y_{t+h}}(\hat{Y}^1_{t+h,t}, ..., \hat{Y}^r_{t+h,t} / p_{t+h})$ sigue una distribución multinomial o polinomial, ya que la encuesta puede ser considerada como un experimento aleatorio que repetimos r veces y en cada una de esas repeticiones (que se asumen independientes entre sí) el resultado será uno y sólo uno de las modalidades de Y_{t+h} ($Y_{t+h} = (y^1_{t+h}, y^2_{t+h}, y^3_{t+h})$).

Designando por p^s_{t+h} (s=1 ,2, 3) la probabilidad de que en una de las realizaciones independientes ocurra y^s_{t+h}, y asumiendo que dichas probabilidades se mantienen constantes en las r pruebas realizadas, el vector aleatorio $(A^1_{t+h}, A^2_{t+h}, A^3_{t+h})$ cuyas componentes recogen el número de empresas (de las r) que han escogido cada modalidad para t+h, seguirá una distribución multinomial de parámetros $\left(r, p^1_{t+h}, p^2_{t+h}, p^3_{t+h}\right)$.

A pesar de que existen tres resultados, al ser éstos mutuamente excluyentes sólo es necesario definir dos variables aleatorias, dado que para cualquier número específico de cada una la suma de las tres es r y se cumple $\sum_{s=1}^{3} p^s_{t+h} = 1$.

Así pues, si dada una realización muestral $A^1_{t+h} = a^1_{t+h}$ y $A^2_{t+h} = a^2_{t+h}$, el número de empresas que opinan que la variable $Y_{t+h} = y^3_{t+h}$ será $r - a^1_{t+h} - a^2_{t+h}$; por lo tanto $\left(A^1_{t+h}, A^2_{t+h}\right) \approx M\left(r, p^1_{t+h}, p^2_{t+h}\right)$ y la distribución de probabilidad será:

$$p(a^1_{t+h}, a^2_{t+h}; r | p^1_{t+h}, p^2_{t+h}) = \frac{r!}{a^1_{t+h}! a^2_{t+h}! (r - a^1_{t+h} - a^2_{t+h})!} p^{1\;a^1_{t+h}}_{t+h} p^{2\;a^2_{t+h}}_{t+h} (1 - p^1_{t+h} - p^2_{t+h})^{r - a^1_{t+h} - a^2_{t+h}}$$

Una de las mayores dificultades que implica la aplicación de la metodología bayesiana es la de necesitar el conocimiento de la distribución a priori del decisor, ya que éste no necesariamente dispondrá de información inicial.

En concreto, en nuestro caso son las empresas las que tienen percepción del estado en el que se encontrará la economía y el decisor toma un papel neutral en la combinación. Así, si el único conocimiento del que dispone el decisor es:

$$\left.\begin{array}{r} 0 \le p^1_{t+h} \le 1 \\ 0 \le p^2_{t+h} \le 1 \\ p^1_{t+h} + p^2_{t+h} \le 1 \end{array}\right\} R$$

su distribución a priori $f_{P_{t+h}}(p_{t+h})$ será uniforme, y la expresión de la función de densidad será:

$$f_{P\,t+h}(p^1_{t+h}, p^2_{t+h}) = \begin{cases} 2 & (p^1_{t+h}, p^2_{t+h}) \in R \\ 0 & (p^1_{t+h}, p^2_{t+h}) \notin R \end{cases}$$

En esta situación, la distribución a posteriori del decisor puede ser obtenida como:

$$f\left(p^1_{t+h}, p^2_{t+h} \middle| a^1_{t+h}, a^2_{t+h} : r\right) = \frac{p(a^1_{t+h}, a^2_{t+h} : r | p^1_{t+h}, p^2_{t+h}) f_{P_{t+h}}(p^1_{t+h}, p^2_{t+h})}{\int_0^1\int_0^1 p(a^1_{t+h}, a^2_{t+h} : r | p^1_{t+h}, p^2_{t+h}) f_{P_{t+h}}(p^1_{t+h}, p^2_{t+h}) dp^1_{t+h} dp^2_{t+h}} =$$

$$= \frac{\frac{r!}{a^1_{t+h}! a^2_{t+h}! (r - a^1_{t+h} - a^2_{t+h})!} p^{1\;a^1_{t+h}}_{t+h} p^{2\;a^2_{t+h}}_{t+h} (1 - p^1_{t+h} - p^2_{t+h})^{r - a^1_{t+h} - a^2_{t+h}}\, 2}{\int_0^1\int_0^1 \frac{r!}{a^1_{t+h}! a^2_{t+h}! (r - a^1_{t+h} - a^2_{t+h})!} p^{1\;a^1_{t+h}}_{t+h} p^{2\;a^2_{t+h}}_{t+h} (1 - p^1_{t+h} - p^2_{t+h})^{r - a^1_{t+h} - a^2_{t+h}}\, 2 dp^1_{t+h} dp^2_{t+h}}$$

$$= \frac{p^{1\;a^1_{t+h}}_{t+h} p^{2\;a^2_{t+h}}_{t+h} (1 - p^1_{t+h} - p^2_{t+h})^{r - a^1_{t+h} - a^2_{t+h}}}{\int_0^1\int_0^1 p^{1\;a^1_{t+h}}_{t+h} p^{2\;a^2_{t+h}}_{t+h} (1 - p^1_{t+h} - p^2_{t+h})^{r - a^1_{t+h} - a^2_{t+h}} dp^1_{t+h} dp^2_{t+h}}$$

y teniendo en cuenta que la integral del denominador es una Beta

$$\int_0^1\int_0^1 p^{1\;a^1_{t+h}}_{t+h} p^{2\;a^2_{t+h}}_{t+h} (1 - p^1_{t+h} - p^2_{t+h})^{r - a^1_{t+h} - a^2_{t+h}} dp^1_{t+h} dp^2_{t+h} = B(a^1_{t+h} + 1, a^2_{t+h} + 1, r - a^1_{t+h} - a^2_{t+h} + 1)$$

se obtiene una densidad a posteriori:

$$f\left(p^1_{t+h},p^2_{t+h}\left|a^1_{t+h},a^2_{t+h}:r\right.\right)=\frac{\Gamma(r+3)}{\Gamma(a^1_{t+h}+1)\Gamma(a^2_{t+h}+1)\Gamma(r-a^1_{t+h}-a^2_{t+h}+1)}p^{1\ a^1_{t+h}}_{t+h}p^{2\ a^2_{t+h}}_{t+h}(1-p^1_{t+h}-p^2_{t+h})^{r-a^1_{t+h}-a^2_{t+h}}$$

que es una densidad beta $B(a^1_{t+h}+1,a^2_{t+h}+1,a^3_{t+h}+1)$.

Las estimaciones del decisor se corresponderán en este caso con $E\left(p^i_{t+h}\left|a^1_{t+h},a^2_{t+h}:r\right.\right)=\frac{a^i_{t+h}+1}{r+3}$.

Teniendo en cuenta que el decisor está interesado en estimar proporciones, la distribución a priori puede ser también una beta ($B(P_{t+h}:\alpha,\beta,\gamma)$), ya que este modelo resulta adecuado para representar variables (habitualmente proporciones), cuyos valores se encuentran restringidos a un intervalo de longitud finita (p_{t+h} deben estar entre 0 y 1).

Más concretamente, puesto que se cumple $\sum_{s=1}^{3}p^s_{t+h}=1$, se tendrá en este caso como distribución a priori una Beta restringida, denominada distribución de Dirichlet $D(P_{t+h}:\alpha,\beta,\gamma)$, donde las cantidades de á, â, ã son parámetros de perfil que indican la forma de la distribución.

La función de densidad a priori del decisor tendrá en este caso una expresión:

$$f_{P_{t+h}}(p^1_{t+h},p^2_{t+h};\alpha,\beta,\gamma)\begin{cases}\dfrac{\Gamma(\alpha+\beta+\gamma)}{\Gamma(\alpha)+\Gamma(\beta)+\Gamma(\gamma)}p^{1\ \alpha-1}_{t+h}p^{2\ \beta-1}_{t+h}(1-p^1_{t+h}-p^2_{t+h})^{\gamma-1} & \begin{array}{l}(p^1_{t+h},p^2_{t+h})\in R\\ \alpha,\beta,\gamma>0\end{array}\\ 0 & (p^1_{t+h},p^2_{t+h})\notin R\end{cases}$$

donde á, â y ã dependen del criterio del decisor. Si a priori éste no tiene ninguna preferencia sobre algún estado de la economía la distribución será simétrica y por tanto los tres parámetros serán 1; si el decisor es optimista sesgará la forma de la distribución con á>1 y â<1 y ã<1. Los tres parámetros también pueden ser dispuestos por el decisor para contrarrestar los sesgos de los expertos en experiencias pasadas.

La distribución a posteriori del decisor será en este caso:

$$f\left(p^1_{t+h},p^2_{t+h}\left|a^1_{t+h},a^2_{t+h}:r\right.\right)=\frac{p(a^1_{t+h},a^2_{t+h}:r\left|p^1_{t+h},p^2_{t+h}\right.)f_{P_{t+h}}(p^1_{t+h},p^2_{t+h}:\alpha,\beta,\gamma)}{\int_0^1\int_0^1 p(a^1_{t+h},a^2_{t+h}:r\left|p^1_{t+h},p^2_{t+h}\right.)f_{P_{t+h}}(p^1_{t+h},p^2_{t+h}:\alpha,\beta,\gamma)dp^1_{t+h}dp^2_{t+h}}=$$

$$=\frac{\dfrac{r!}{a^1_{t+h}!a^2_{t+h}!(r-a^1_{t+h}-a^2_{t+h})!}p^{1\ a^1_{t+h}}_{t+h}p^{2\ a^2_{t+h}}_{t+h}(1-p^1_{t+h}-p^2_{t+h})^{r-a^1_{t+h}-a^2_{t+h}}\dfrac{\Gamma(\alpha+\beta+\gamma)}{\Gamma(\alpha)+\Gamma(\beta)+\Gamma(\gamma)}p^{1\ \alpha-1}_{t+h}p^{2\ \beta-1}_{t+h}(1-p^1_{t+h}-p^2_{t+h})^{\gamma-1}}{\int_0^1\int_0^1\dfrac{r!}{a^1_{t+h}!a^2_{t+h}!(r-a^1_{t+h}-a^2_{t+h})!}p^{1\ a^1_{t+h}}_{t+h}p^{2\ a^2_{t+h}}_{t+h}(1-p^1_{t+h}-p^2_{t+h})^{r-a^1_{t+h}-a^2_{t+h}}\dfrac{\Gamma(\alpha+\beta+\gamma)}{\Gamma(\alpha)+\Gamma(\beta)+\Gamma(\gamma)}p^{1\ \alpha-1}_{t+h}p^{2\ \beta-1}_{t+h}(1-p^1_{t+h}-p^2_{t+h})^{\gamma-1}dp^1_{t+h}dp^2_{t+h}}=$$

$$=\frac{p_{t+h}^{1\;a_{t+h}^{1}+\alpha-1}\,p_{t+h}^{2\;a_{t+h}^{2}+\beta-1}(1-p_{t+h}^{1}-p_{t+h}^{2})^{r-a_{t+h}^{1}-a_{t+h}^{2}+\gamma-1}}{\int_0^1\int_0^1 p_{t+h}^{1\;a_{t+h}^{1}+\alpha-1}\,p_{t+h}^{2\;a_{t+h}^{2}+\beta-1}(1-p_{t+h}^{1}-p_{t+h}^{2})^{r-a_{t+h}^{1}-a_{t+h}^{2}+\gamma-1}dp_{t+h}^{1},dp_{t+h}^{2}}$$, donde se cumple:

$$\int_0^1\int_0^1 p_{t+h}^{1\;a_{t+h}^{1}+\alpha-1}\,p_{t+h}^{2\;a_{t+h}^{2}+\beta-1}(1-p_{t+h}^{1}-p_{t+h}^{2})^{r-a_{t+h}^{1}-a_{t+h}^{2}+\gamma-1}dp_{t+h}^{1},dp_{t+h}^{2}=B(a_{t+h}^{1}+\alpha,a_{t+h}^{2}+\beta,r-a_{t+h}^{1}-a_{t+h}^{2}+\gamma)$$

Por lo tanto, se obtiene la expresión:

$$f\left(p_{t+h}^{1},p_{t+h}^{2}\,\middle|\,a_{t+h}^{1},a_{t+h}^{2}:r\right)=\frac{p_{t+h}^{1\;a_{t+h}^{1}+\alpha-1}\,p_{t+h}^{2\;a_{t+h}^{2}+\beta-1}(1-p_{t+h}^{1}-p_{t+h}^{2})^{r-a_{t+h}^{1}-a_{t+h}^{2}+\gamma-1}}{B(a_{t+h}^{1}+\alpha,a_{t+h}^{2}+\beta,r-a_{t+h}^{1}-a_{t+h}^{2}+\gamma)}=$$

$$=\frac{\Gamma(\alpha+\beta+\gamma+r)}{\Gamma(a_{t+h}^{1}+\alpha)\Gamma(a_{t+h}^{2}+\beta)\Gamma(r-a_{t+h}^{1}-a_{t+h}^{2}+\gamma)}p_{t+h}^{1\;a_{t+h}^{1}+\alpha-1}\,p_{t+h}^{2\;a_{t+h}^{2}+\beta-1}(1-p_{t+h}^{1}-p_{t+h}^{2})^{r-a_{t+h}^{1}-a_{t+h}^{2}+\gamma-1}$$

que es una densidad beta $=B(a_{t+h}^{1}+\alpha,a_{t+h}^{2}+\beta,a_{t+h}^{3}+\gamma)$

donde las estimaciones del decisor corresponderán con:

$E\left(p_{t+h}^{1}\,\middle|\,a_{t+h}^{1},a_{t+h}^{2}:r\right)=\dfrac{a_{t+h}^{1}+\alpha}{r+\alpha+\beta+\gamma}$, $E\left(p_{t+h}^{2}\,\middle|\,a_{t+h}^{1},a_{t+h}^{2}:r\right)=\dfrac{a_{t+h}^{2}+\beta}{r+\alpha+\beta+\gamma}$ y por tanto

$$E\left(p_{t+h}^{3}\,\middle|\,a_{t+h}^{1},a_{t+h}^{2}:r\right)=\frac{a_{t+h}^{3}+\gamma}{r+\alpha+\beta+\gamma}$$

APLICACIÓN: LA ENCUESTA DE OPINIONES EMPRESARIALES EN ASTURIAS

La *Coyuntura Regional de Asturias de SADEI* proporciona trimestralmente los resultados de una encuesta referida al conjunto de la industria, que por otra parte tiene en cuenta el destino económico de los bienes producidos, clasificándolos en bienes de inversión, bienes intermedios y bienes de consumo. Esta encuesta también proporciona valoraciones empresariales individualizadas para las nueve ramas industriales y para el sector de la construcción desagregado en cuatro subsectores por el tipo de obra: construcciones de viviendas, construcciones industriales, obra civil y otras edificaciones.

Para nuestra aplicación vamos a tomar las opiniones empresariales referidas a la industria publicadas en el boletín del cuarto trimestre de 2000, referentes a la valoración que los empresarios daban en los meses de Octubre, Noviembre y Diciembre de 2000 para las perspectivas económicas inmediatas (meses de Enero, Febrero y Marzo de 2001 respectivamente).

En concreto en Asturias son entrevistadas 100 empresas (r=100), por lo que contamos con 100 predicciones subjetivas acerca de cada Y_{t+h} donde t es el mes considerado y h=3, puesto que los empresarios revelan su opinión sobre la tendencia que tendrá la variable en el siguiente trimestre al que se hace la encuesta. Así si consideramos al agente decisor con una distribución a priori uniforme las estimaciones de P_{t+h} serán:

	P_{t+h} (%)	ENERO	FEBRERO	MARZO
Cartera de pedidos	Alta	18,45	13,59	32,04
	Normal	75,73	78,64	62,14
	Baja	5,83	7,77	5,83
Stocks productos terminados	Superior al normal	0,97	0,97	0,97
	Normal	95,15	94,17	95,15
	Inferior al normal	3,88	4,85	3,88
Producción	Mayor	41,75	33,98	40,78
	Igual	49,51	52,43	52,43
	Menor	8,74	13,59	6,80
Precios	Aumentar	6,80	6,80	5,83
	Mantenerse	91,26	92,23	93,20
	Disminuir	1,94	0,97	0,97
Empleo	Aumentar	1,94	1,94	0,97
	Mantenerse	94,17	96,12	98,06
	Disminuir	3,88	1,94	0,97

apreciándose que las P_{t+h} se aproximan a la frecuencias relativas observadas en cada categoría, concepto acorde con la definición frecuencialista de probabilidad.

Como hemos visto en apartados anteriores, si el decisor tiene una distribución a priori Dirichlet $D(P_{t+h}:\alpha,\beta,\gamma)$, deberá asignar unos valores a los parámetros α,β,γ. Si los tres parámetros son iguales la solución coincidirá con el caso uniforme, pero si el decisor es optimista respecto a la economía dará a á mayor valor que a los otros dos parámetros, incrementando la probabilidad de $Y_{t+h}= y_{t+h}^1$ (*aumentar*). Estos parámetros pueden también utilizase para corregir los sesgos de predicción de los expertos, de tal manera que si éstos tienden a infravalorar la tendencia de la economía, el decisor puede dar valores $\alpha > 1$ y $\beta,\gamma < 1$. Para conocer en qué medida los expertos cometen sesgos pueden emplearse las experiencias pasadas, tal y como indicamos a continuación.

Los expertos realizan sus predicciones sobre Y en un mes t con horizonte trimestral, por lo que podemos ver en qué medida las realizaciones de Y en t han sido predichas por los expertos en t-3 ($\hat{Y}^i_{t-3+h,t-3}$). Como indicador de opinión empresarial vamos a utilizar el mismo que emplean las encuestas de coyuntura europea, calculado como el saldo entre la opiniones asociadas a *aumentar* y *disminuir*, y que denominaremos IC^Y.

Una posibilidad para ver en qué medida se comenten sesgos consiste en contrastar las tasas predichas sobre cada indicador con las tasas de variación intertrimestrales de variables cuantitativas referentes a la variable de interés Y disponibles en la economía (g^Y). En concreto vamos a realizar regresiones auxiliares en las que las g^Y correspondientes a un mes t, sean explicadas por el indicador de coyuntura de t-3:

$$g_t^Y = \beta_0 + \beta_1 IC_{t-3}^Y + e_t$$

de tal manera que la estimación $\hat{\beta}_0$ nos indica el sesgo que tienden a cometer los expertos, proporcionando información al decisor para realizar la predicción combinada con la corrección correspondiente.

Esta metodología ha sido aplicada a la información proporcionada para la economía asturiana por SADEI en su *Coyuntura Regional*. Así, se ha analizado la relación entre las opiniones empresariales sobre producción y el Índice de Producción Industrial de Asturias (IPIA) y también la relación entre opiniones relativas a precios y el correspondiente indicador cuantitativo (IPRI)[9].

[9] El Índice de Producción Industrial de Asturias (IPIA) adoptado como referencia en esta aplicación es el elaborado por SADEI para Asturias con base 1998. En el caso del Índice de Precios Industriales, la inexistencia de series regionalizadas nos ha llevado a adoptar como válido el IPRI elaborado mensualmente por el INE para el conjunto nacional. Hemos excluido de la aplicación otras variables

Las regresiones estimadas para el período 1995.01-2000.09 conducen a los resultados siguientes:

Producción	$g_t^{IPIA} = -4{,}27 + 0{,}187\ IC_{t-3}^{PRODUCCION}$ $(2{,}37) \quad (0{,}0659)$
Precios	$g_t^{IPRI} = 0{,}32 + 0{,}069\ IC_{t-3}^{PRECIOS}$ $(0.1622) \quad (0{,}0311)$

apreciándose que en el caso de la producción los expertos tienden a sobrevalorar la tendencia de la economía y el decisor, por tanto deberá de corregir este sesgo asignando valores $\alpha < 1$ y $\beta, \gamma > 1$.

En cambio para el precio se estima un término independiente ligeramente positivo indicando que los empresarios tienden a infravalorar sus predicciones acerca de la tendencia de los precios. Por tanto el decisor debería de corregir este sesgo tomando $\alpha > 1$ y $\beta, \gamma < 1$.

Partiendo de esta información, se han propuesto dos escenarios acordes con las correcciones, que proporcionan nuevas predicciones basadas en las correspondientes distribuciones $D(P_{t+h} : \alpha, \beta, \gamma)$[10]:

ESCENARIOS		P_{t+h} (%)	ENERO	FEBRERO	MARZO
$D(P_{t+h} : 0'1, 0'9, 2)$	**Producción**	Aumentar	40,87	33,11	39,90
		Mantenerse	49,42	52,33	52,33
		Disminuir	9,71	14,56	7,77
$D(P_{t+h} : 1'2, 0'9, 0'8)$	**Precios**	Aumentar	7,00	7,00	6,03
		Mantenerse	91,25	92,23	93,20
		Disminuir	1,75	0,78	0,78

Tal y como cabía esperar, los resultados varían según los escenarios propuestos, apreciándose que para la producción la probabilidad asignada a la opción "*aumentar*" ha disminuido con la corrección, mientras para los precios la probabilidad asignada a esta opción ha aumentado en detrimento de la opción "*disminuir*". Puesto que para los precios el sesgo cometido era pequeño, la corrección ha sido en este caso más conservadora.

como cartera de pedidos y stocks de productos terminados, debido a la no existencia de indicadores cuantitativos directos referidos a dichas magnitudes.

[10] Teniendo en cuenta que el indicador de opinión empresarial se ha elaborado con saldos sobre *aumentar* y *disminuir*, basaremos esta corrección en á y ã.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

AHLERS, D. y LAKONISHOK, J. (1983): "A study of economist' consensus forecast", *Management Science*, Vol. 29 nº 10, 113-1125.

ASTHON, A.H. y ASTHON, R.H. (1985): "Aggregating subjetive forecast: Some empirical results", *Management Science*, Vol. 31 nº12, 1499-1508.

BATES, J.M. y GRANGER, C.W.J. (1969): "The Combination of Forecasts", *Operational Research Quarterly* Vol. 20, nº 4, 451-468.

BORDLEY, R.F. (1982): "The combination of forecast: a Bayesian approach", *Journal of Operational Research Society*, Vol. 33, 171-174.

BUNN, D. W. (1975): "A bayesian approach to the linear combination of forecast", *Operational Research Quarterly*, V. 26, nº 2, 325-329.

CLEMEN, R.T. (1987): "Combining overlapping information", *Management Science*, Vol. 33 nº3, 373-380.

CLEMEN, T. (1989): "Combining forecast: A review and annotated bibliography", *International Journal of Forecasting*, Vol. 5, 559-583.

DEGROOT, M. H. (1974): "Reaching a consensus", *Journal of the American Statistical Association*, V.69, nº 345, 118-121.

DICKINSON, J.P. (1972): "Some statistical results in the combination of forecast", *Operational Research Quarterly*, Vol. 24 nº 2, 253-260.

GALLO, G.M.; GRANJER, C.W.J. y JEON, Y. (1999): "The impact of the use of forecast in information sets", Discussion paper 99-18, University of California, San Diego.

GRANGER, C.W.J y RAMANATHAN, C. (1984): "Improved Methods of Combining Forecast", *Journal of Forecasting*, Vol. 3, 197-204.

GRANGER, C.W.J. y NEWBOLD, P. (1975): "Economic Forecasting: The Atheist´s Viewpoint", *Modelling the Economy*, Ed. G.A. Renton, London. 131-147.

LAWRENCE, M.J.; EDMUNDSON, R.H. y O'CONNOR, M.J. (1986): "The accuracy of combining judgemental and statistical forecasts", *Management Science*, Vol. 32 nº 12, 1521-1532.

LINDLEY, D. V. (1985): "Reconciliation of discrete probability distributions" en *Bayesian Statistics 2*, J.M. Bernardo, M.H. DeGroot, D.V. Lindley y A.F.M. Smith Ed., North-Holland, 375-390.

LINDLEY, D. V.; TVERSKY, A. y BROWN, R. V. (1979): "On the reconciliation of probability assessments", *Journal of the Royal Statistical Society*, serie A, nº142, 146-180.

LINDLEY, D.V. (1964): "The Bayesian analysis of contingency tables", *Annals of Mathematical Statistics*, Vol. 35, nº 4, 1622-1643.

LÓPEZ, A.J. y MORENO, B. (1999): "Evaluación de predicciones basada en medidas de información. Nuevas Alternativas". *Actas XIII Reunión ASEPELT-España*, Burgos.

MAKRIDAKIS, S. (1984): "Forecasting: State of the Art", *The Forecasting Accuracy of Major Time Series Methods,* John Wiley & Sons, 1-17.

MAKRIDAKIS, S. y HIBON, M. (1979): "Accuracy of Forecasting: An Empirical Investigation (with Discussion)", *J. R. Statistical Society*, Series A, 142, Part. 2, 97-145.

MAKRIDAKIS, S. et al. (1982): "The Accuracy of Extrapolation (Time Series) Methods: Results of a Forecasting Competition", *Journal of Forecasting*, Vol. 1, 111-153.

MAKRIDAKIS, S. y WRINLER, R.L. (1983): "Averages of forecast: Some empirical results", *Management Science*, Vol. 29, nº 9, 987-998.

MORRIS, P.A. (1974): "Decision analysis expert use", *Management Science*, Vol. 20 nº 9, 1233-1241.

MORRIS, P.A. (1977): "Combining expert judgements: A Bayesian approach", *Management Science*, Vol. 23 nº 7, 679-693.

NEWBOLD, P. Y GRANGER, C.W.J. (1974): "Experience with Forecasting Univariate Time Series and the Combination of Forecast", *Journal of the Royal Statistical Society*, Serie A, 137. Part. 2, 131-165.

O'CONNOR, M.; REMUS, W. y GRIGGS, K. (2000): "Does updating judgmental forecast improve forecast accuracy?", *International Journal of Forecasting* 16, 101-109.

RAIFFA, H y SCHLAFER, R. (1961): *Applied Statistical Decision Theory*, The Massachusetts Institute of Technology Press.

SADEI (varios trimestres): *Coyuntura regional de Asturias*, Oviedo.

SAVAGE L. J. (1971): "Elicitacion of personal probabilities and Expectations", *Journal of the American Statistical Association*, vol 66, nº 336. 783-801.

SHAFER, G.A (1976): *A mathematical theory of evidence*, Princeton University Press, New Jersey.

SPANOS, A. (1999): *Probability theory and statistical inference*, Cambridge University Press.

STONE, M. (1961): "The opinion pool", *Annals of Mathematical Statistics*, nº 32, 1339-42.

TVERSKY, A. (1974): "Assessing Uncertainty", *Journal of the Royal Statistical Society*, Serie B, nº 2, 148-159.

VON MISES, R. (1964): *Mathematical Theory of probability and statistics*, Academic Press.

YANG, R. y BERGER, J.O. (1998): *A catalogue of Noninformative priors*. Working Paper Purdue University.

DEUTSH, M.; GRANGER, C.W.J. Y TERÄSVIRTA, T. (1994): "The combination of forecast using changing weights", *International Journal of Forecasting*, 10, 47-57.