

PONENCIA

Determinación de la capacidad óptima en la Sanidad Pública mediante un modelo de simulación de fenómenos de espera

Bernal García, Juan Jesús. `juanjesus.bernal@upct.es`

Martínez María Dolores, Soledad María. `soledad.martinez@upct.es`

Sánchez García, Juan Francisco. `jf.sanchez@upct.es`

Dpto. de Métodos Cuantitativos e Informáticos

Universidad Politécnica de Cartagena

Facultad de Ciencias de la Empresa

Paseo Alfonso XIII, 50 - 30203 CARTAGENA

1. Resumen

En el presente trabajo se analizan los datos disponibles de entradas y salidas que ocurren durante dos años en la Unidad de Cuidados Intensivos de un hospital. En la simulación del funcionamiento de dicha unidad se utilizarán los modelos de colas, concretamente el modelo $M/M/c$, y las tiradas de simulación en base a las frecuencias observadas a lo largo del período de estudio, prestando especial atención a las diferencias que surgen entre uno y otro razonamiento. Mediante la programación de la hoja de cálculo, utilizando el lenguaje Visual Basic para Aplicaciones, y haciendo uso de las técnicas de simulación se determinará cuál debería ser la capacidad de la unidad para evitar la formación de líneas de espera.

Para efectuar la simulación de los fenómenos de espera se utilizan herramientas ofimáticas que presentan la ventaja de ser actualmente un estándar disponible en cualquier organización, con lo que la implantación de la simulación puede ser más universal, frente al inconveniente de no estar tan optimizadas como las aplicaciones específicas de simulación. Para poder realizar la simulación de los sistemas de colas se necesitará recurrir a la utilización de valores pseudoaleatorios, así como distribuciones probabilísticas propias de la teoría de colas y otras no identificadas

estadísticamente, utilizando las funciones incorporadas por la hoja de cálculo y procediendo a la programación de aquellas funciones que no incorpora la misma y de las rutinas necesarias para el buen funcionamiento de dichas simulaciones

2. Características de un proceso de colas

La formación de líneas de espera es un fenómeno común que ocurre siempre que la demanda actual de un servicio excede a la capacidad actual de proporcionarlo. Con frecuencia, en la industria y en otros sitios, deben tomarse decisiones respecto a la cantidad de capacidad que debe proporcionarse. Sin embargo, muchas veces es imposible predecir con exactitud cuándo llegarán las unidades que buscan el servicio y/o cuánto tiempo será necesario para dar ese servicio, por lo que esas decisiones suelen ser difíciles. Proporcionar demasiado servicio implica costes excesivos, mientras que carecer de la capacidad de servicio suficiente causa colas excesivamente largas en ciertos momentos. Las líneas de espera largas también son costosas en cierto sentido, ya sea por un coste social o por un coste causado por la pérdida de clientes. La meta final es lograr un balance económico entre el coste de servicio y el coste asociado con la espera por ese servicio. La teoría de colas en sí no resuelve directamente este problema, pero contribuye con información vital que se requiere para tomar las decisiones concernientes prediciendo algunas características sobre la línea de espera como el tiempo de espera promedio.

La teoría de colas proporciona un gran número de modelos matemáticos para describir una situación de línea de espera. Con frecuencia se dispone de resultados matemáticos que predicen algunas de las características de estos modelos.

Existen dos obras fundamentales: la de Saaty [9] y la de Gross y Harris [6], a las que se pueden añadir otras como la de Nelson [7].

3. Utilización de la hoja de cálculo en la teoría de colas

La principal ventaja que puede aportar el uso de la hoja de cálculo para la teoría de colas es la de permitir agilizar todos los cálculos necesarios. Este hecho

es especialmente cierto si se prepara una hoja para cada uno de los modelos existentes de forma que introduciendo los parámetros del sistema objeto de estudio va a proporcionar directamente los resultados que se calculan a través de la teoría de colas.

Junto con este trabajo se ha realizado la programación en hoja de cálculo de los modelos estudiados, teniendo que recurrir en algunos casos a la formulación de los cálculos intermedios necesarios cuando el resultado no es directo. Además, se le ha añadido a los modelos que lo permiten, la representación gráfica de probabilidades y medidas de efectividad. De esta forma, además de obtenerse los resultados se ve la evolución que siguen tales magnitudes y pueden orientar para saber cuáles pueden ser las variaciones del sistema ante variaciones en alguno de sus parámetros.

3.1. Utilización de la simulación en la teoría de colas

De acuerdo con lo visto en las secciones anteriores, se necesitaría calcular los valores que nos proporciona la teoría de colas. Sin embargo, no siempre basta con dichos cálculos sino que es conveniente ver las posibles variaciones que pueden presentarse con respecto a los valores medios calculados. Es en este punto donde tienen una vital importancia las técnicas de simulación, las cuales se han visto potenciadas a partir de la aparición de los equipos informáticos y del software adecuado.

Dentro del software específico para efectuar la programación existen diversos paquetes que permiten llevar a cabo estas técnicas. Sin embargo, es preferible construir los modelos de simulación a partir de aplicaciones estándar como son las hojas de cálculo de forma que se pueda decidir cómo han de obtenerse las simulaciones y además permitan ver todos los cálculos intermedios necesarios hasta llegar al resultado final. Entre todas las aplicaciones existentes de hoja de cálculo se va a trabajar con Microsoft® Excel debido a su buen funcionamiento y a su disponibilidad casi universal para todo tipo de usuarios, que le ha convertido prácticamente en un estándar dentro de este tipo de aplicaciones. Este hecho, adicionalmente, hace que sea posible portar un modelo efectuado con esta aplicación a otras aplicaciones similares con bastantes garantías de éxito.

3.2. Generación de números pseudoaleatorios

3.2.1. Métodos de generación de números pseudoaleatorios

De acuerdo con lo comentando anteriormente, se necesita en primer lugar un procedimiento para generar valores aleatorios uniformemente distribuidos entre 0 y 1. A tal fin, la hoja de cálculo dispone de una función que recibe el nombre de `ALEATORIO()`. Realmente, los números generados no son números aleatorios, sino pseudoaleatorios pues no son debidos realmente al azar, sino que proceden de cálculos matemáticos que tratan de imitar al azar.

Además, existen diversos métodos comúnmente utilizados en la literatura (Álvarez Madrigal [1], Coss ([3], Escudero [5] y Rubinstein [8]), para generación de valores pseudoaleatorios.

Una vez que se han generado los valores pseudoaleatorios según la distribución uniforme se debe comprobar que efectivamente están uniformemente distribuidos, lo que significa que son uniformes e independientes.

Para probar la uniformidad se aplica la prueba de Kolmogorov-Smirnov, la prueba de χ^2 y la prueba de los promedios, mientras que para probar la independencia se utiliza el test de rachas y la prueba de *poker*.

Se han realizado, para un nivel de confianza del 95 %, las pruebas de Kolmogorov-Smirnov, χ^2 , de rachas y de los promedios sobre 1000 valores simulados utilizando la función `ALEATORIO()` de Excel, habiendo sido satisfactorias en todos los casos.

3.3. Simulación mediante hoja de cálculo

3.3.1. Funciones estadísticas: Distribuciones probabilísticas

Hasta hace algunos años las funciones de tipo estadístico que incorporaban las distintas aplicaciones de hoja de cálculo eran muy limitadas, obligando al usuario a programar aquellas funciones que necesitaba¹, o bien era preciso adquirir programas complementarios como @RISK, Analyze-It, Crystal Ball y otros, que incorporan funciones adicionales a la hoja de cálculo.

Con las funciones presentes actualmente en las hojas de cálculo se pueden realizar simulaciones basadas en las distribuciones beta, F, gamma, logarítmico-normal,

¹Véase Bernal [2].

normal y t de Student, ya que para todas ellas existen funciones inversas, las cuales a partir de la probabilidad acumulada y de los parámetros propios de cada distribución devuelven el valor que hace que se obtenga dicha probabilidad.

El procedimiento para ello consiste en generar números aleatorios de acuerdo con la distribución uniforme y a partir de dicho valor (que siempre será mayor o igual que cero y menor que 1) aplicar la correspondiente función inversa para obtener el valor al que le corresponde la probabilidad obtenida aleatoriamente².

3.3.2. Construcción de funciones en Excel mediante VBA

Dado que en determinadas simulaciones las variables a simular no siguen ninguna de las distribuciones que incorporan las aplicaciones de hoja de cálculo, se debe proceder a su simulación.

La utilización de la programación en Visual Basic para Aplicaciones (VBA), plantea la ventaja de que mediante una función que se incorpora a la hoja de cálculo como cualquier otra función de las que trae incorporadas la propia aplicación, puede ser llamada tantas veces como sea necesario y en tantas celdas como sea preciso simular sin ninguna limitación. Adicionalmente, se puede proteger su contenido para que no sea visible por el usuario de forma que éste sólo tenga que conocer la sintaxis de la función para su utilización. De esta forma, también, se evitan manipulaciones que puedan arrojar resultados incorrectos.

De esta forma, se ha programado la simulación de la inversa de Poisson, mientras que se ha utilizado la técnica de la transformada inversa para simular valores exponenciales y la función `DISTR.GAMMA.INV(probabilidad; alfa; beta)`, donde alfa y beta son los parámetros de la distribución para simular la inversa de la distribución Erlang. En este punto, se ha de recordar que la distribución de Erlang es un caso particular de la distribución gamma, siendo alfa un número entero positivo (que en la distribución de Erlang recibe el nombre de parámetro k). Para aquellos valores observados que no se corresponden con ninguna función de distribución conocida se

²Por ejemplo, la función `DISTR.NORM.INV(probabilidad, media, desviación típica)` devuelve el valor inverso de la distribución acumulativa normal para la media y desviación típica especificadas, siendo la probabilidad un valor pseudoaleatorio uniformemente distribuido entre 0 y 1.

ha utilizado la técnica gráfica de la transformada inversa.

Una vez que se han analizado los procedimientos para simular valores para las distribuciones de frecuencias que se necesitan, se deben validar sus resultados. Se han realizado 40.000 tiradas aleatorias para cada procedimiento, aplicándose a continuación las pruebas de Kolmogorov-Smirnov y de la χ^2 , las cuales han constatado que no existe razón para rechazar la hipótesis de que la frecuencia teórica y la frecuencia simulada pertenecen a la misma distribución.

4. Simulación de una Unidad de Cuidados Intensivos

4.1. Planteamiento del problema

Se dispone de los datos de una Unidad de Cuidados Intensivos (UCI) de un hospital de la Región de Murcia comprendidos entre el día 20 de noviembre de 1.995 y el día 31 de diciembre de 1.998.

La base de datos inicial consta de 2.736 registros que corresponden con ingresos en la unidad, teniéndose para cada uno de los registros un total de 29 campos diferentes. De las variables disponibles para cada registro se debe prestar especial atención, pues serán vitales para el trabajo, a las variables correspondientes a la fecha de entrada, la fecha de salida, los días de estancia y el motivo del alta. La capacidad de la unidad ha variado a lo largo del tiempo, disponiendo de 9 plazas en el inicio, pasando a 10 plazas en mayo de 1.996 y a 12 plazas a finales del mismo año, capacidad que se mantiene durante el resto del período disponible. Por este motivo el estudio se centra en los datos correspondientes a los años 1.997 y 1.998 en los cuales la capacidad se ha mantenido fija en 12 plazas, disponiendo de 730 días de análisis durante los cuales han pasado por dicha unidad un total de 1.823 pacientes.

El funcionamiento de la unidad no permite que se produzcan esperas, ya que el paciente que llega a esta unidad lo hace en unas condiciones tales que precisa de una atención inmediata. La forma de solucionar el problema que puede ocurrir cuando la unidad está completamente ocupada y llega un paciente consiste, en lugar de hacer esperar al paciente que llega al sistema, en dar de alta al paciente que está en mejor

estado de salud en ese momento. De esta forma, no se produce ningún fenómeno de espera sino que salen pacientes del sistema que todavía no han terminado de ser atendidos. Dentro de los datos de los que se dispone existe una variable que determina si el alta de un paciente se ha producido de forma natural (alta programada) o si ha sido motivada porque ha llegado un nuevo paciente estando la unidad ocupada al 100 % (alta no programada o alta urgente).

Existen dos limitaciones en cuanto a los datos con los que se cuenta:

1. El tiempo de estancia de un paciente en la unidad así como las fechas de entrada y de salida se encuentran expresadas en días, de forma que no existen valores decimales, siendo todos los valores de tipo entero.
2. En el caso de los pacientes que son dados de alta por estar la unidad completa (alta no programada) no se sabe cuál habría sido su tiempo de estancia en condiciones normales, por lo que se van a tener dificultades en el momento de calcular el tiempo medio de servicio. Para evitar, en la medida de lo posible, este problema al efectuar dichos cálculos no se considerarán a los pacientes cuya alta ha sido no programada.

Lógicamente, el día de inicio del estudio no se parte de un sistema con 0 unidades sino que existe un nivel de partida, que en el caso objeto de estudio es de 10 pacientes que habían llegado al sistema antes del día 01 de enero de 1997 y que todavía se encontraban ese día en el sistema, por lo que aparecerán en todos los cálculos como entradas del día 01 de enero de 1997. Igualmente el día 31 de diciembre de 1998 la unidad tampoco está vacía sino que quedan en el sistema 11 pacientes que figurarán como salidas del día 01 de enero de 1999. Si no se hicieran estas consideraciones la teoría de colas podría dar un resultado en el que figuraría que el sistema es inestable ya que la tasa de llegadas podría ser superior a la de salidas.

Previamente a iniciar el estudio, ha sido preciso proceder a la depuración de los datos contenidos en la base de datos. Dicha depuración ha consistido básicamente en comprobar que el año y el mes de entrada coincidía con el año y el mes contenido en la fecha de entrada y que la diferencia entre la fecha de entrada y fecha de salida coincidía con el número de días de estancia en la unidad, habiéndose corregido siempre que se tuvieran datos que permitieran subsanar dicho error de forma segura.

4.2. Objetivos

Los objetivos que se persiguen con este estudio son utilizar la simulación para:

1. Identificar las distribuciones que siguen las llegadas de pacientes a la unidad y los tiempos de servicio. De esta forma se podrán utilizar las funciones y técnicas de generación de valores aleatorios anteriormente enunciadas.
2. Determinar cuál sería el comportamiento del sistema si se permitiera la posibilidad de formar líneas de espera, es decir, si se atendiera a todos los pacientes hasta completar su tiempo de servicio normal, obviando la gravedad de los pacientes que llegan al sistema.
3. Comprobar si el comportamiento del sistema se corresponde realmente con lo enunciado por la teoría de colas.
4. Reproducir el comportamiento de la unidad de acuerdo con el procedimiento utilizado actualmente en dicha unidad, mediante altas no programadas.
5. Calcular el número de plazas que hubieran sido necesarias en ambos casos para que la unidad hubiera funcionado de forma que se hubiera atendido a todos los pacientes adecuadamente, es decir, sin altas no programadas o sin formación de líneas de espera. En este punto, es lógico pensar que el número deberá ser el mismo en ambos casos.

4.3. Identificación de la distribución de entradas de pacientes

Idealmente, las llegadas de unidades a un sistema de colas se producen de acuerdo con una distribución de Poisson, por lo que lo primero a realizar va a ser comprobar si realmente es así en el caso objeto de estudio.

Para ello, se crea una tabla (figura 1) con los 730 días que están incluidos en el período de estudio (columna A)³. Para cada día, se calculan, a partir de los datos disponibles, el número de llegadas y el número de salidas que se han producido en

	A	B	C
1	FECHA	LLEGADAS	SALIDAS
2	01/01/1997	10	0
3	02/01/1997	2	3
4	03/01/1997	3	1
5	04/01/1997	2	2
6	05/01/1997	2	1
7	06/01/1997	1	3
8	07/01/1997	5	3
9	08/01/1997	1	2
10	09/01/1997	2	2
11	10/01/1997	0	2
12	11/01/1997	5	2
13	12/01/1997	1	1
14	13/01/1997	1	1
15	14/01/1997	2	3
16	15/01/1997	4	4
17	16/01/1997	3	4
18	17/01/1997	2	2
19	18/01/1997	2	2
20	19/01/1997	2	3
21	20/01/1997	3	0
22	21/01/1997	3	3
23	22/01/1997	2	2
24	23/01/1997	0	1
25	24/01/1997	3	3
707	07/12/1998	0	2
708	08/12/1998	1	1
709	09/12/1998	3	2
710	10/12/1998	3	1
711	11/12/1998	2	3
712	12/12/1998	3	2
713	13/12/1998	2	2
714	14/12/1998	4	5
715	15/12/1998	5	4
716	16/12/1998	2	4
717	17/12/1998	4	2
718	18/12/1998	2	2
719	19/12/1998	3	3
720	20/12/1998	1	2
721	21/12/1998	3	2
722	22/12/1998	3	3
723	23/12/1998	2	5
724	24/12/1998	2	1
725	25/12/1998	3	2
726	26/12/1998	2	1
727	27/12/1998	1	2
728	28/12/1998	1	1
729	29/12/1998	3	4
730	30/12/1998	5	3
731	31/12/1998	4	4
732	01/01/1999	0	11
733	SUMA	1823	1823

Figura 1: Llegadas y salidas de pacientes

	F	G	H	I	J	K	L
1	CLASES	FRECUENCIA OBSERVADA	FRECUENCIA TEÓRICA	F.RELATIVA ACUMULADA	F.REL.TEÓR. ACUMULADA	DIFERENCIA F.REL.ACUM.	CÁLCULOS χ^2
2	0	41	60	0,05624	0,08230	0,02606	6,01667
3	1	144	150	0,25377	0,28807	0,03429	0,24000
4	2	212	187	0,54458	0,54458	0,00000	3,34225
5	3	162	156	0,76680	0,75857	0,00823	0,23077
6	4	107	97	0,91358	0,89163	0,02195	1,03093
7	5	50	49	0,98217	0,95748	0,02469	0,02041
8	6	10	20	0,99588	0,98628	0,00960	5,00000
9	7	3	7	1,00000	0,99588	0,00412	4,00000
10	8	0	2	1,00000	0,99863	0,00137	-
11	TOTAL	729					
12	MEDIA	2,49726					
13							
14		TEST KOLMOGOROV-SMIRNOV			TEST CHI CUADRADO		
15				0,034	CHI-CUADRADO		19,881
16					Estimador		
17				0,050	$\chi^2_{0,01;8}$		20,090
18				NO SE RECHAZA LA HIPÓTESIS	NO SE RECHAZA LA HIPÓTESIS		

Figura 2: Análisis de las llegadas de pacientes (Distribución de Poisson)

la unidad (columnas B y C).

Una vez hecho esto, para poder aplicar cualquier prueba sobre los datos, es necesario calcular las frecuencias correspondientes al número de llegadas que se producen por día, siendo los valores mínimo y máximo de 0 y 8 personas respectivamente. Al existir sólo 9 posibles valores, y tratarse de unidades enteras, se van a tabular las frecuencias según 9 clases, correspondiendo cada una de ellas al número de personas que llegan por día (figura 2). Para ello, en la columna E se definen las 9 clases que se van a utilizar calculando las frecuencias observadas en la columna F y las frecuencias teóricas de acuerdo con una distribución Poisson con parámetro $\lambda = 2,49726$ en la columna G, donde el valor para el parámetro λ se obtiene calculando el número medio de llegadas que han ocurrido durante los 730 días.

Para realizar la prueba de Kolmogorov-Smirnov se precisa calcular las frecuencias relativas acumuladas de la distribución observada y de la distribución teórica, cálculos que se efectúan en las columnas H e I. La máxima diferencia que se observa es de 0,03429 mientras que la diferencia máxima permitida para 730 observaciones es 0,05034 lo que permite no rechazar la hipótesis de que las observaciones siguen una distribución de Poisson con parámetro $\lambda = 2,49726$.

También se ha realizado la prueba de la χ^2 (figura 2) a los datos observados para lo que se ha calculado el estadístico χ^2_0 a partir de las frecuencias observadas

³Por razones de espacio, no se pueden incluir las tablas completas, y lo que se hace es mostrar las filas iniciales y finales mediante la opción de división de ventanas de Excel.

y teóricas, que al ser comparado con la χ^2 tabulada para $\alpha = 0,05$ y $(n - 1) = 8$ grados de libertad indica que se rechaza la hipótesis nula, ya que el valor tabulado es 15,507, no rechazándose para $\alpha = 0,01$.

Por tanto, ambas pruebas indican que los datos observados se ajustan a una distribución Poisson con parámetro $\lambda = 2,49726$.

4.4. Identificación de la distribución de los tiempos de servicio

En este caso surge un problema bastante significativo y es que dentro de las salidas existen pacientes cuya alta ha sido no programada, es decir, pacientes que han salido del sistema antes de lo que en condiciones normales habría ocurrido, si bien no se conoce qué día habrían salido en caso de no haber tenido un alta no programada. Por este motivo, a la hora de calcular el tiempo medio de servicio no se va a incluir a este tipo de pacientes, ya que en caso contrario podrían modificar dicho valor a la baja.

Al eliminar a los pacientes que salieron antes de tiempo se pasa de tener 1823 observaciones a 1672, siendo el tiempo medio de servicio de 4,2524 días frente a 4,1678 días que se obtendría en el caso de incluir a todos los pacientes.

4.4.1. Número de salidas por día de acuerdo con la distribución de Poisson

Se va a tratar de identificar la distribución de los tiempos de servicios mediante la misma técnica utilizada en el número de pacientes que llegan al sistema: se supone que el número de salidas que se producen del sistema corresponden con una distribución Poisson. Para calcular el parámetro λ no se puede utilizar la muestra formada sólo por los pacientes que han tenido un alta programada ya que el hacer esto llevaría a obtener una tasa media de salidas por día inferior al real. El valor que se obtiene para λ es 2,4938.

Al efectuar la prueba de Kolmogorov-Smirnov y la prueba de la χ^2 (figura 3) se observa que se rechaza la hipótesis nula en ambas pruebas, por lo que no se puede aceptar que el número de salidas por días se corresponda con una distribución de

	F	G	H	I	J	K	L
	CLASES	FRECUENCIA OBSERVADA	FRECUENCIA TEÓRICA	F.RELATIVA ACUMULADA	F.REL.TEÓR. ACUMULADA	DIFERENCIA F.REL.ACUM.	CÁLCULOS χ^2
52							
53	0	44	60	0,06036	0,08230	0,02195	4,26667
54	1	127	150	0,23457	0,28807	0,05350	3,52667
55	2	208	187	0,51989	0,54458	0,02469	2,35829
56	3	196	156	0,78875	0,75857	0,03018	10,25641
57	4	105	97	0,93278	0,89163	0,04115	0,65979
58	5	41	49	0,98903	0,95748	0,03155	1,30612
59	6	7	20	0,99863	0,98628	0,01235	8,45000
60	7	2	7	1,00137	0,99588	0,00549	5,44444
61	8	0	2	1,00137	0,99863	0,00274	-
62	TOTAL	730					
63	MEDIA	2,48219					
64							
65							
66							
67							
68							
69							

TEST KOLMOGOROV-SMIRNOV				TEST CHI CUADRADO			
Diferencia máxima				0,053	CHI-CUADRADO		
Estimador Kolmogorov-Smirnov					Estimador		
$D_{0,05;730}$				0,050	$\chi^2_{0,05;8}$		
SE RECHAZA LA HIPÓTESIS					SE RECHAZA LA HIPÓTESIS		

Figura 3: Análisis de las salidas de pacientes (Distribución de Poisson)

Poisson.

4.4.2. Tiempos de servicio exponenciales

De acuerdo con la teoría de colas, si no se pueden ajustar las salidas por día con una distribución Poisson, tampoco se podrá ajustar el tiempo entre salidas (o tiempo de servicio) con una distribución exponencial. Pese a ello se va a tratar de realizar dicho ajuste, ya que los datos pueden variar ligeramente puesto que sólo se consideran los tiempos de servicio de los pacientes que tuvieron altas programadas. El parámetro μ de esta distribución será $1/\text{media}$.

En la figura 4 se observa que para las dos pruebas se rechaza la hipótesis nula.

4.4.3. Tiempos de servicio Erlang

Otra posibilidad es que los tiempos de servicio se ajusten a una distribución Erlang, en cuyo caso se debe de estimar el parámetro k , el cual debe ser entero y superior a 0. Tras efectuar diversas pruebas se ha constatado que según aumentaba el valor de k el ajuste era cada vez peor, siendo el mejor ajuste (sin que no se llegara a rechazar la hipótesis nula) aquel en el que $k = 1$. Conviene recordar que el caso de una distribución Erlang con parámetros $k = 1$ y α se corresponde con una distribución exponencial con parámetro $1/\alpha$, que coincide con el caso estudiado anteriormente, por lo que no aporta ninguna mejora respecto a éste.

	F	G	H	I	J	K	L
	CLASES	FRECUENCIA OBSERVADA	FRECUENCIA TEÓRICA	F.RELATIVA ACUMULADA	F.REL.TEÓR. ACUMULADA	DIFERENCIA F.REL.ACUM.	CÁLCULOS χ^2
103							
104	0	96	0	0,05850	0,00000	0,05850	-
105	1	432	344	0,32176	0,20963	0,11213	98,41860
106	2	446	272	0,59354	0,37538	0,21816	111,30882
107	3	250	215	0,74589	0,50640	0,23949	5,69767
108	4	124	169	0,82145	0,60938	0,21207	11,98225
109	5	56	135	0,85558	0,69165	0,16392	46,22963
110	6	60	106	0,89214	0,75625	0,13589	19,96226
111	7	31	84	0,91103	0,80743	0,10360	33,44048
112	8	22	66	0,92444	0,84765	0,07678	29,33333
113	9	20	52	0,93662	0,87934	0,05728	19,69231
114	10	16	42	0,94637	0,90494	0,04144	16,09524
115	11	14	32	0,95491	0,92444	0,03047	10,12500
116	12	4	26	0,95734	0,94028	0,01706	18,61538
117	13	9	21	0,96283	0,95308	0,00975	6,85714
118	14	10	16	0,96892	0,96283	0,00609	2,25000
119	15	5	13	0,97197	0,97075	0,00122	4,92308
120	16	5	10	0,97502	0,97684	0,00183	2,50000
121	17	4	8	0,97745	0,98172	0,00427	2,00000
122	18	7	6	0,98172	0,98537	0,00366	0,16667
123	19	3	5	0,98355	0,98842	0,00488	0,80000
124	20	3	4	0,98537	0,99086	0,00548	4,50000
125	21	4	3	0,98781	0,99269	0,00488	-
126	22	2	3	0,98903	0,99452	0,00548	-
127	23	3	2	0,99086	0,99573	0,00488	-
128	24	2	1	0,99208	0,99634	0,00427	-
129	25	2	1	0,99330	0,99695	0,00366	-
130	26	1	1	0,99391	0,99756	0,00366	-
131	27	3	1	0,99573	0,99817	0,00244	-
132	28	2	1	0,99695	0,99878	0,00183	-
133	29	2	0	0,99817	0,99878	0,00061	-
134	30	3	1	1,00000	0,99939	0,00061	-
135	TOTAL	1641					
136	MEDIA	4,25239					
137							
138		TEST KOLMOGOROV-SMIRNOV			TEST CHI CUADRADO		
139		Diferencia máxima	0,239	CHI-CUADRADO	444,898		
140		Estimador Kolmogorov-Smirnov		Estimador			
141		$D_{0,05;1672}$	0,033	$\chi^2_{0,05;30}$	43,773		
142		SE RECHAZA LA HIPÓTESIS		SE RECHAZA LA HIPÓTESIS			

Figura 4: Análisis del tiempo medio de servicio (Distribución exponencial)

4.5. Resultados de la teoría de colas

Una vez que se han identificado las distribuciones correspondientes a las llegadas y salidas de la UCI, se va a aplicar el modelo $M/M/c$, aún teniendo en cuenta que las salidas no se corresponden exactamente con una distribución de Poisson. De esta forma, se podrán advertir las desviaciones que se producen entre la teoría de colas y la realidad, que en este caso estarán fundamentadas en el hecho anteriormente comentado de que los tiempos de servicio no son exponenciales.

Los parámetros del modelo serían los siguientes:

- La tasa media de llegadas (λ) es el número de llegadas que se producen en un día:

$$\lambda = 2,49726.$$

- La tasa media de servicio (μ) es la inversa del tiempo medio de servicio, expresado en días, de todos aquellos pacientes cuya alta fue programada:

$$\mu = \frac{1}{4,25239} = 0,23516$$

- El número de servidores del sistema es el número de plazas de que dispone la unidad:

$$c = 12.$$

En la siguiente tabla se recogen los resultados que arroja la teoría de colas para un modelo $M/M/c$ con los parámetros del sistema:

CONCEPTO	EXPRESIÓN	VALOR
Factor de utilización	$\rho = \frac{\lambda}{c \mu}$	0,88494
Factor r	$r = \frac{\lambda}{\mu}$	10,61933
Probabilidad de que no haya cola	$P_0 = \left[\sum_{n=0}^{c-1} \frac{r^n}{n!} + \frac{r^c}{c!(1-\rho)} \right]^{-1}$	0,00002

CONCEPTO	EXPRESIÓN	VALOR
Número medio pacientes en sistema	$L = r + \left[\frac{r^c \rho}{c!(1-\rho)^2} \right] P_0$	15,18435
Número medio pacientes en cola	$L_q = \left[\frac{r^c \rho}{c!(1-\rho)^2} \right] P_0$	4,56502
Tiempo medio estancia en sistema	$W = \frac{1}{\mu} + \left[\frac{r^c}{c!(c\mu)(1-\rho)^2} \right] P_0$	6,08040
Tiempo medio espera en cola	$W_q = \left[\frac{r^c}{c!(c\mu)(1-\rho)^2} \right] P_0$	1,82801

4.6. Simulación mediante hoja de cálculo

Al efectuar la simulación mediante la hoja de cálculo existen dos posibilidades diferentes:

- Efectuar la simulación de acuerdo con la teoría de colas, es decir posibilitando la formación de líneas de espera.
- Efectuar la simulación de acuerdo con el funcionamiento real de la UCI, en cuyo caso no se permite la formación de líneas de espera.

En cualquiera de los dos casos la simulación de tiempos de servicio se efectuará a partir de las frecuencias observadas, ya que se ha observado que la distribución exponencial no explica la totalidad de los tiempos de servicio y para la simulación del número de llegadas por día parece evidente que la simulación habrá de hacerse de acuerdo con la distribución Poisson, que sí justificaba la totalidad de las llegadas.

Como los tiempos de servicio no se ajustan perfectamente a ninguna distribución conocida, se necesita recurrir a la simulación de los mismos a partir de las frecuencias observadas en el período de estudio. De esta forma, se debe conseguir que los tiempos de servicio simulados se ajusten mucho mejor a los tiempos de servicio observados de lo que se ajustarían al considerar los tiempos de servicio exponenciales. En la figura 5 se recoge la tabla construida para la generación del número de días de estancia en la

unidad. Hay que destacar que se han calculado 81 clases que, representando estancias comprendidas entre 0 y 80 días, recogen la duración del servicio de 1670 pacientes, existiendo 2 pacientes cuya estancia ha sido atípica (104 y 169 días respectivamente) y que aparecen recogidos en un solo tramo cuyo valor es de 137 días, que corresponde con la media de ambas estancias.

4.6.1. Modelo con líneas de espera

En esta simulación se permite la formación de líneas de espera. Así, los pacientes que llegan a la unidad deben esperar hasta que quede una plaza libre.

En primer lugar, se crea una tabla (figura 6), donde para cada día del período estudiado se simula el número de llegadas que se producen dicho día (columnas A y B). El número de pacientes que llega el día 31 de diciembre de 1.996 no es un valor simulado sino que es el valor real que existía ese día y que es necesario mantener ya que si se partiera de cero no se llenaría la UCI hasta pasados una serie de días que no serían los días reales. Por ejemplo, en la simulación se observa que se alcanza el 100 % de ocupación el mismo día 1 de enero, mientras que si no se hubiera incluido manualmente el valor inicial para el día 1 de enero, la total ocupación no se habría producido durante dicho mes.

A continuación, se crea otra tabla (figura 7), en la que se representan por filas cada uno de los pacientes que han llegado con su fecha de llegada (columnas J y K), se calcula la ocupación que existe en la UCI en el momento de llegada y que determinará si el paciente entra en el mismo momento en que llega o por el contrario tiene que esperar a que quede una plaza libre, en cuyo caso habrá tenido que esperar una serie de días (columnas M, N y O).

Una vez que el paciente ha entrado en la UCI, se calcula el tiempo de servicio (columna P), que debido a la restricción de que sólo se dispone de días como unidad de medida del servicio se redondea para que arroje un resultado entero. Por último, en esta misma tabla se calcula qué día abandonará la UCI el paciente (columna Q).

Adicionalmente, en las primeras filas de la tabla se calcula el número de pacientes que se ven obligados a esperar en el momento de su llegada, así como cuál es la espera media para estos pacientes. También se calcula cuál es el tiempo medio de servicio, lo que sirve para determinar si la simulación es correcta, puesto que este valor debería

	AN	AO	AP	AQ
5	CLASES	FRECUENCIA	F. REL. ACUM.	D. ESTANCIA
6			0,00000	0
7	0	96	0,05742	1
8	1	432	0,31579	2
9	2	446	0,58254	3
10	3	250	0,73206	4
11	4	124	0,80622	5
12	5	56	0,83971	6
13	6	60	0,87560	7
14	7	31	0,89414	8
15	8	22	0,90730	9
16	9	20	0,91926	10
17	10	16	0,92883	11
18	11	14	0,93720	12
19	12	4	0,93959	13
20	13	9	0,94498	14
21	14	10	0,95096	15
22	15	5	0,95395	16
23	16	5	0,95694	17
24	17	4	0,95933	18
25	18	7	0,96352	19
26	19	3	0,96531	20
27	20	3	0,96711	21
28	21	4	0,96950	22
29	22	2	0,97069	23
30	23	3	0,97249	24
68	61	2	0,99581	62
69	62	0	0,99581	63
70	63	1	0,99641	64
71	64	0	0,99641	65
72	65	0	0,99641	66
73	66	0	0,99641	67
74	67	0	0,99641	68
75	68	0	0,99641	69
76	69	0	0,99641	70
77	70	0	0,99641	71
78	71	1	0,99701	72
79	72	1	0,99761	73
80	73	0	0,99761	74
81	74	0	0,99761	75
82	75	0	0,99761	76
83	76	0	0,99761	77
84	77	0	0,99761	78
85	78	1	0,99821	79
86	79	0	0,99821	80
87	80	1	0,99880	137

Figura 5: Tabla de frecuencias observadas para la generación del número de días de estancia

	A	B	C	D	E
1	SIMULACIÓN U.C.I.				
2	TIEMPOS DE SERVICIO POR TABLAS DE FRECUENCIAS				
3	CAPACIDAD: 12 CAMAS			Simular	
4					
5	FECHA	LLEGADAS DIA	ENTRADAS DIA	SALIDAS DIA	NUM. UCI SIMULADA
6	MÍNIMO	0	0	0	2
7	MÁXIMO	8	8	8	12
8	SUMA	1816	1811	1799	
9	31/12/1996	10	10	0	10
10	01/01/1997	2	2	3	9
11	02/01/1997	3	3	4	8
12	03/01/1997	5	5	2	11
13	04/01/1997	3	3	4	10
14	05/01/1997	1	1	4	7
15	06/01/1997	1	1	1	7
16	07/01/1997	3	3	2	8
17	08/01/1997	3	3	0	11
18	09/01/1997	2	2	2	11
19	10/01/1997	3	3	4	10
20	11/01/1997	2	2	4	8
21	12/01/1997	1	1	2	7
22	13/01/1997	5	5	0	12
23	14/01/1997	3	1	1	12
24	15/01/1997	2	0	0	12
25	16/01/1997	0	2	2	12
721	13/12/1998	3	3	3	10
722	14/12/1998	2	2	2	10
723	15/12/1998	2	2	2	10
724	16/12/1998	8	2	0	12
725	17/12/1998	4	0	0	12
726	18/12/1998	2	3	3	12
727	19/12/1998	1	3	3	12
728	20/12/1998	1	3	3	12
729	21/12/1998	1	3	3	12
730	22/12/1998	3	1	1	12
731	23/12/1998	1	2	2	12
732	24/12/1998	0	2	2	12
733	25/12/1998	2	2	2	12
734	26/12/1998	2	2	2	12
735	27/12/1998	2	2	2	12
736	28/12/1998	3	0	0	12
737	29/12/1998	4	1	1	12
738	30/12/1998	2	4	4	12
739	31/12/1998	2	3	3	12

Figura 6: Simulación UCI. Tabla 1

	J	K	L	M	N	O	P	Q
1								
2								
3			¿CUÁNTOS ESPERAN?		906	TIEMPO MEDIO SISTEMA		7,13
4			TIEMPO MEDIO ESPERA		2,93	TIEMPO MEDIO SERVICIO		4,20
5	NÚM.	DÍA LLEGA	OCUPACION AL LLEGAR	¿ENTRA EL MISMO DÍA?	DÍA ENTRA	DÍAS ESPERA	TIEMPO SERVICIO	DÍA SALE
6	0							
7	1	31/12/1996	0	VERDADERO	31/12/1996		1,00	01/01/1997
8	2	31/12/1996	1	VERDADERO	31/12/1996		4,00	04/01/1997
9	3	31/12/1996	2	VERDADERO	31/12/1996		2,00	02/01/1997
10	4	31/12/1996	3	VERDADERO	31/12/1996		3,00	03/01/1997
11	5	31/12/1996	4	VERDADERO	31/12/1996		0,00	31/12/1996
12	6	31/12/1996	4	VERDADERO	31/12/1996		3,00	03/01/1997
13	7	31/12/1996	5	VERDADERO	31/12/1996		1,00	01/01/1997
14	8	31/12/1996	6	VERDADERO	31/12/1996		3,00	03/01/1997
15	9	31/12/1996	7	VERDADERO	31/12/1996		2,00	02/01/1997
16	10	31/12/1996	8	VERDADERO	31/12/1996		2,00	02/01/1997
17	11	01/01/1997	7	VERDADERO	01/01/1997		1,00	02/01/1997
18	12	01/01/1997	8	VERDADERO	01/01/1997		1,00	02/01/1997
19	13	02/01/1997	4	VERDADERO	02/01/1997		7,00	09/01/1997
20	14	02/01/1997	5	VERDADERO	02/01/1997		13,00	15/01/1997
21	15	04/01/1997	2	VERDADERO	04/01/1997		2,00	06/01/1997
22	16	05/01/1997	3	VERDADERO	05/01/1997		3,00	08/01/1997
23	17	05/01/1997	4	VERDADERO	05/01/1997		1,00	06/01/1997
24	18	06/01/1997	3	VERDADERO	06/01/1997		6,00	12/01/1997
25	19	06/01/1997	4	VERDADERO	06/01/1997		11,00	17/01/1997
1818	1812	24/12/1998	12	FALSO	27/12/1998	3	3,00	30/12/1998
1819	1813	25/12/1998	12	FALSO	28/12/1998	3	8,00	05/01/1999
1820	1814	25/12/1998	12	FALSO	28/12/1998	3	2,00	30/12/1998
1821	1815	26/12/1998	12	FALSO	28/12/1998	2	1,00	29/12/1998
1822	1816	26/12/1998	12	FALSO	29/12/1998	3	4,00	02/01/1999
1823	1817	26/12/1998	12	FALSO	29/12/1998	3	1,00	30/12/1998
1824	1818	26/12/1998	12	FALSO	29/12/1998	3	1,00	30/12/1998
1825	1819	27/12/1998	12	FALSO	30/12/1998	3	5,00	04/01/1999
1826	1820	27/12/1998	12	FALSO	30/12/1998	3	61,00	01/03/1999
1827	1821	27/12/1998	12	FALSO	30/12/1998	3	3,00	02/01/1999
1828	1822	28/12/1998	12	FALSO	30/12/1998	2	2,00	01/01/1999
1829	1823	28/12/1998	12	FALSO	30/12/1998	2	2,00	01/01/1999
1830	1824	28/12/1998	12	FALSO	31/12/1998	3	4,00	04/01/1999
1831	1825	30/12/1998	12	FALSO	01/01/1999	2	6,00	07/01/1999
1832	1826	30/12/1998	12	FALSO	01/01/1999	2	3,00	04/01/1999
1833	1827	30/12/1998	12	FALSO	01/01/1999	2	1,00	02/01/1999
1834	1828	30/12/1998	12	FALSO	02/01/1999	3	2,00	04/01/1999
1835	1829	31/12/1998	12	FALSO	02/01/1999	2	3,00	05/01/1999
1836	1830	31/12/1998	12	FALSO	02/01/1999	2	5,00	07/01/1999
1837	1831	31/12/1998	12	FALSO	04/01/1999	4	1,00	05/01/1999
1838								

Figura 7: Simulación UCI. Tabla 2

ser similar al valor obtenido a partir de los datos reales.

Por último, si se vuelve sobre la figura 6, se observa que en las columnas C y D se trasladan los valores obtenidos en la tabla anterior y además se calcula cuál es el número de pacientes que hay al final de cada día en la UCI (columna E).

Al hacer esta simulación aparece una limitación por parte de la hoja de cálculo, y es que para saber la ocupación que hay en el sistema en el momento que llega un paciente se necesita saber cuántos de los que han llegado antes que él se han marchado y ese dato no se puede obtener de la primera tabla ya que las fechas de salida de los pacientes que figuran en ella se obtienen de la segunda tabla. Es decir, se crearía lo que se conoce como *referencia circular* ya que para calcular una fórmula se necesita el resultado de la misma. La forma en que se ha solucionado este problema ha consistido en la creación de una nueva función FECHA_ENTRADA, que a partir de la fecha de llegada, y de los rangos de entrada y salida de todos los pacientes anteriores determina qué día entrará el paciente a la UCI.

4.6.2. Modelo sin líneas de espera

En la misma hoja de cálculo, se ha creado una nueva tabla (figura 8) para simular el funcionamiento actual de la unidad, es decir, una tabla en la que no se producen fenómenos de espera, sino que todos los pacientes son atendidos según van llegando, provocando la salida de pacientes que hubieran precisado mayor tiempo de estancia en la unidad (altas no programadas).

Como se puede observar, en esta tabla ya no procede diferenciar entre fecha de llegada y fecha de entrada, puesto que se supone que todos los pacientes son atendidos tan pronto como llegan, y que la variable sobre la que hay que trabajar es la fecha de salida, por lo que se diferencia entre cuál habría sido la fecha de salida en condiciones normales (columna X) y cuál es la fecha efectiva de salida (columna Y), lo que determinará si el paciente ha salido antes de la fecha prevista (columna V). Como no se dispone de información del estado de salud de cada paciente, se va a suponer que la disciplina de cola es la de "primero en llegar, primero en salir" (FIFO), por lo que se dará de alta al paciente que lleva más tiempo en la unidad.

En la cabecera de la tabla se recoge cuántos han sido los pacientes que han tenido que abandonar la UCI para dejar una plaza libre para un paciente que llegaba.

	S	T	U	V	W	X	Y
1	Generar tabla						
2							
3							
4	TOTAL DE ALTAS NO PROGRAMADAS						115
5	NÚM.	OCUPACION AL LLEGAR	DÍA ENTRA	¿SALIÓ ANTES?	TIEMPO SERVICIO	DÍA SALDRÍA	DÍA SALE
6	0						
7	1	0	31/12/1996	FALSO	1	01/01/1997	01/01/1997
8	2	1	31/12/1996	FALSO	4	04/01/1997	04/01/1997
9	3	2	31/12/1996	FALSO	2	02/01/1997	02/01/1997
10	4	3	31/12/1996	FALSO	3	03/01/1997	03/01/1997
11	5	4	31/12/1996	FALSO	0	31/12/1996	31/12/1996
12	6	4	31/12/1996	FALSO	3	03/01/1997	03/01/1997
13	7	5	31/12/1996	FALSO	1	01/01/1997	01/01/1997
14	8	6	31/12/1996	FALSO	3	03/01/1997	03/01/1997
15	9	7	31/12/1996	FALSO	2	02/01/1997	02/01/1997
16	10	8	31/12/1996	FALSO	2	02/01/1997	02/01/1997
17	11	7	01/01/1997	FALSO	1	02/01/1997	02/01/1997
18	12	8	01/01/1997	FALSO	1	02/01/1997	02/01/1997
19	13	4	02/01/1997	FALSO	7	09/01/1997	09/01/1997
20	14	5	02/01/1997	VERDADERO	13	15/01/1997	11/01/1997
21	15	2	04/01/1997	FALSO	2	06/01/1997	06/01/1997
22	16	3	05/01/1997	FALSO	3	08/01/1997	08/01/1997
23	17	4	05/01/1997	FALSO	1	06/01/1997	06/01/1997
24	18	3	06/01/1997	FALSO	6	12/01/1997	12/01/1997
25	19	4	06/01/1997	VERDADERO	11	17/01/1997	12/01/1997
1818	1812	8	24/12/1998	FALSO	3	27/12/1998	27/12/1998
1819	1813	6	25/12/1998	FALSO	8	02/01/1999	02/01/1999
1820	1814	7	25/12/1998	FALSO	2	27/12/1998	27/12/1998
1821	1815	6	26/12/1998	FALSO	1	27/12/1998	27/12/1998
1822	1816	7	26/12/1998	FALSO	4	30/12/1998	30/12/1998
1823	1817	8	26/12/1998	FALSO	1	27/12/1998	27/12/1998
1824	1818	9	26/12/1998	FALSO	1	27/12/1998	27/12/1998
1825	1819	5	27/12/1998	FALSO	5	01/01/1999	01/01/1999
1826	1820	6	27/12/1998	FALSO	61	26/02/1999	26/02/1999
1827	1821	7	27/12/1998	FALSO	3	30/12/1998	30/12/1998
1828	1822	7	28/12/1998	FALSO	2	30/12/1998	30/12/1998
1829	1823	8	28/12/1998	FALSO	2	30/12/1998	30/12/1998
1830	1824	9	28/12/1998	FALSO	4	01/01/1999	01/01/1999
1831	1825	6	30/12/1998	FALSO	6	05/01/1999	05/01/1999
1832	1826	7	30/12/1998	FALSO	3	02/01/1999	02/01/1999
1833	1827	8	30/12/1998	FALSO	1	31/12/1998	31/12/1998
1834	1828	9	30/12/1998	FALSO	2	01/01/1999	01/01/1999
1835	1829	9	31/12/1998	FALSO	3	03/01/1999	03/01/1999
1836	1830	10	31/12/1998	FALSO	5	05/01/1999	05/01/1999
1837	1831	11	31/12/1998	FALSO	1	01/01/1999	01/01/1999
1838							

Figura 8: Simulación UCI. Tabla 3

En esta tabla también se ha tenido que efectuar una programación a medida, puesto que no es posible determinar qué paciente debe abandonar la UCI (modificando su fecha de salida) mediante fórmulas directas debido a que éstas deberían utilizar como base del cálculo las fechas de salidas de todos los pacientes, con lo que se volvería a crear una *referencia circular*. La solución ha consistido en crear una rutina en VBA que examina toda la tabla y localiza cuándo está completa la unidad al llegar un paciente y comprueba entre los anteriores pacientes cuál de ellos no ha abandonado aún la unidad, de forma que modifica su fecha de salida efectiva para dejar una vacante para la llegada del nuevo paciente. Este proceso es sumamente complejo y lento y su duración final estará condicionada por cuántas sean las altas no programadas que debe efectuar, ya que para cada una de ellas debe revisar todas las entradas anteriores de la tabla.

Puesto que, por lo dicho, el proceso puede ser muy lento se ha incorporado un botón de macro que al pulsarlo genera esta segunda tabla, de forma que evita el tener que recalcular toda la hoja limitándose al recálculo del rango donde está la tabla. Este tipo de técnica, que no se puede utilizar desde los menús de la propia hoja de cálculo por lo que habitualmente no es empleada, permite reducir considerablemente el tiempo de recálculo, ya que se pasa de recalcular toda la hoja, que en este caso tiene 52.156 celdas comprendidas por 25 columnas (desde la A hasta la Y) y por 2.006 filas, a recalcular un rango formado por 14.042 celdas (columnas S a Y y 2.006 filas), lo que supone una reducción del 73 % de los cálculos en cada iteración. Esta optimización en los cálculos ha permitido que cada iteración para una capacidad de 12 camas tarde 10 minutos, en lugar de los 40 minutos aproximados que tardaría en condiciones normales.

Pero la ventaja del recálculo de rangos no sólo reside en el hecho de que se tarde menos en el proceso de simulación. Más aún, si no se hiciera de esta forma sería totalmente imposible obtener la simulación que se persigue, puesto que en cada recálculo de la hoja, cambiarían todos los datos referidos a tiempos de servicio y fechas de llegada de los pacientes al sistema con lo que el recálculo de la tabla se tendría que reiniciar en cada iteración. Finalmente, de esta forma se entraría en un ciclo sin fin de forma que no se obtendría ninguna solución posible.

Al efectuar 30 repeticiones de la simulación se observa que el número de altas

no programadas nunca sobrepasa las 125. Calculando las medias acumuladas de dichos valores se obtiene la tabla de la figura 9. Se puede ver que los tiempos medios de servicio siguen siendo similares a los tiempos medios observados en la realidad, mientras que el número de altas no programadas es inferior al observado en la realidad.

	AH	AI	AJ	AK	AL
5	TIRADA	TIEMPO SERVICIO	TIEMPO ESPERA	PACIENTES QUE ESPERAN	ALTAS NO PROGRAMADAS
6					
7	1	4,4892	2,7405	933	108
8	2	4,4642	5,9193	1071	106
9	3	4,3478	4,1637	860	92
10	4	4,3765	3,7137	887	94
11	5	4,3241	3,3858	891	97
12	6	4,3222	3,3616	931	102
13	7	4,3029	3,0826	938	102
14	8	4,2754	2,7954	889	99
15	9	4,2744	2,7821	881	99
16	10	4,2639	2,6025	860	97
17	11	4,2478	2,6011	848	95
18	12	4,2572	2,8533	861	94
19	13	4,2725	3,6143	901	96
20	14	4,2595	3,4329	883	94
21	15	4,2393	3,3278	881	95
22	16	4,2308	3,1919	869	95
23	17	4,2349	3,1825	882	95
24	18	4,2459	3,5508	905	95
25	19	4,2443	3,5207	913	95
26	20	4,2479	3,5665	916	95
27	21	4,2463	3,7919	922	96
28	22	4,2506	3,6966	921	95
29	23	4,2553	3,7029	930	95
30	24	4,2633	3,6882	935	96
31	25	4,2712	3,8457	945	95
32	26	4,2673	3,7991	952	96
33	27	4,2653	3,7091	947	96
34	28	4,2638	3,6633	943	96
35	29	4,2604	3,5814	935	96
36	30	4,2604	3,5814	935	96

Figura 9: Valores promedio de las repeticiones de la simulación UCI

Este último hecho hace que haya que replantearse la idoneidad de la simulación. Para ello, se le aplica la prueba de Kolmogorov-Smirnov y la prueba de la χ^2 a la serie simulada no obteniéndose evidencia empírica de que la distribución simulada y la distribución observada fueran diferentes. En la figura 10 se han representado gráficamente las frecuencias relativas para las distintas clases consideradas de días de estancia en la unidad.

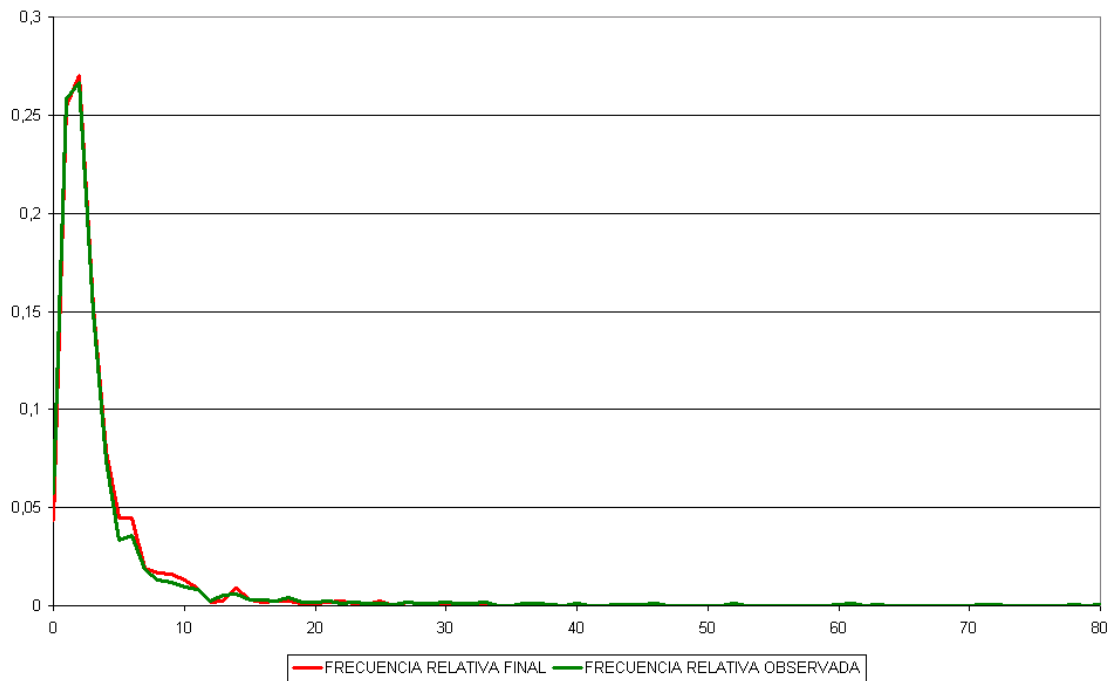


Figura 10: Gráfico de las frecuencias relativas observadas y simuladas por tablas de frecuencia

4.6.3. Determinación del número óptimo de plazas

El ideal de la unidad sería contar con el suficiente número de plazas que permitiera que la unidad funcionase sin tener que recurrir a las altas no programadas y sin tener una capacidad ociosa lo que resultaría en un alto coste de oportunidad teniendo en cuenta el alto precio que supone equipar una plaza en una unidad médica de este tipo.

Para determinar la capacidad ideal, se ha efectuado una serie de simulaciones en las cuales se ha ido aumentando en una unidad la capacidad del sistema, hasta llegar a una capacidad total de 25 plazas. El motivo por el que se ha utilizado este procedimiento es porque el cálculo del número de pacientes que tienen que esperar para ser atendidos es mucho más ágil que calcular las altas no programadas. No obstante, una vez que se consiga determinar la capacidad óptima el siguiente paso será determinar cuántas altas no programadas se producirían con dicha capacidad porque no hay que olvidar que lo que realmente se persigue es que no se necesite recurrir a las altas no programadas salvo en contadas excepciones.

Posteriormente, y de forma análoga a como se han validado las simulaciones anteriormente, se efectuarán 30 simulaciones con la capacidad que se obtenga como óptima para observar si el valor obtenido es estable o ha sido fruto del azar, y será en ese punto donde se calcule el número de altas no programadas que se producen.

En la figura 11 se recogen, entre otros valores, el número de pacientes que tienen que esperar al llegar a la unidad para cada tamaño de la misma.

	AM	AN	AO	AP	AQ
5	CAPACIDAD	TIEMPO SERVICIO	TIEMPO ESPERA	PACIENTES QUE ESPERAN	TIEMPO EMPLEADO
6					
7	12	4,5169	1,8516	854	0:22
8	13	4,1570	0,7186	520	0:16
9	14	4,3428	0,6325	571	0:20
10	15	4,0469	0,0347	59	0:13
11	16	4,3065	0,2073	127	0:14
12	17	4,1217	0,0149	24	0:12
13	18	4,5971	0,1618	98	0:13
14	19	4,2726	0,0006	1	0:13
15	20	4,2073	0,0006	1	0:12
16	21	4,1406	0,0011	2	0:14
17	22	4,0088	0,0000	0	0:13
18	23	4,0782	0,0000	0	0:13
19	24	4,1082	0,0000	0	0:12
20	25	4,0614	0,0000	0	0:13

Figura 11: Determinación de la capacidad óptima

Queda por determinar qué nivel se considerará aceptable dentro de las esperas. Existe la opción estricta de no permitir ni una sola espera o bien se puede relajar esta restricción de forma que se permita, por ejemplo, un máximo de 10 pacientes, que supondría aproximadamente un 0,5 % del total de pacientes que pasan por la unidad en dos años. En este caso, parece que una capacidad de 19 plazas sería suficiente para atender la demanda actual.

Para validar que la capacidad de 19 plazas es suficiente, se realizan 30 tiradas de simulación y con el criterio de la media acumulada se realiza la tabla de la figura 12.

Se puede observar cómo el número de pacientes que esperan se estabiliza en torno a los 8 pacientes y el número de altas no programadas se sitúa en 4 altas no programadas. Además, el tiempo medio de espera se sitúa en 0,0045 días, que equivale a 6 minutos, y que es un valor más tolerable que los que se obtenían anteriormente. De esta forma queda probado que con 19 plazas el problema queda resuelto, pero

	AS	AT	AU	AV	AW
5	TIRADA	TIEMPO SERVICIO	TIEMPO ESPERA	PACIENTES QUE ESPERAN	ALTAS NO PROGRAMADAS
6					
7	1	4,1563	0,0000	0	0
8	2	4,3308	0,0071	12	5
9	3	4,3933	0,0055	9	4
10	4	4,3970	0,0048	8	4
11	5	4,3589	0,0044	8	4
12	6	4,3472	0,0041	7	4
13	7	4,3593	0,0046	8	4
14	8	4,3116	0,0047	8	4
15	9	4,2792	0,0042	7	4
16	10	4,2719	0,0045	8	4
17	11	4,2981	0,0044	8	4
18	12	4,3087	0,0043	8	4
19	13	4,3183	0,0044	8	4
20	14	4,2832	0,0042	8	4
21	15	4,2645	0,0041	7	4
22	16	4,2734	0,0044	8	4
23	17	4,2686	0,0046	8	4
24	18	4,2602	0,0050	9	4
25	19	4,2676	0,0058	10	5
26	20	4,2603	0,0056	10	5
27	21	4,2541	0,0053	9	4
28	22	4,2369	0,0051	9	4
29	23	4,2378	0,0050	9	4
30	24	4,2396	0,0052	9	4
31	25	4,2363	0,0051	9	4
32	26	4,2460	0,0050	9	4
33	27	4,2537	0,0048	8	4
34	28	4,2505	0,0047	8	4
35	29	4,2455	0,0046	8	4
36	30	4,2464	0,0045	8	4

Figura 12: Tiradas aleatorias con 19 plazas de capacidad. Medias acumuladas

pese a ello y para tener la certeza de que no se están dejando ociosos demasiados recursos se han realizado también las mismas comprobaciones con una capacidad de 18 plazas obteniéndose que no se cumple el requisito de que no haya más de 10 pacientes que tengan que esperar, y además el tiempo medio de espera es de 0,0175 días, es decir 25 minutos.

En todo caso, utilizando el mismo procedimiento se podría calcular cuál debería ser la capacidad para otro valor deseado. De esta forma, el modelo elaborado se puede convertir en una herramienta a disposición del gestor hospitalario para el buen funcionamiento de la UCI.

5. Conclusiones

En la presente ponencia se ha hecho una primera aproximación a los sistemas de colas utilizando herramientas informáticas como las hojas de cálculo. Junto con la utilización de estas aplicaciones para resolver los modelos propios de la teoría de colas, se ha presentado la posibilidad de utilizarlas también como herramienta estándar con la que realizar la simulación de sistemas de colas.

Se ha podido comprobar cómo las técnicas de simulación que han sido desarrolladas permiten estudiar el funcionamiento de cualquier sistema de colas, y en particular, la Unidad de Cuidados Intensivos de un hospital en el que se ha producido un funcionamiento anómalo al tener que proceder a realizar altas de forma urgente ante la llegada de nuevos pacientes.

Para solucionar el problema que se produce en la Unidad de Cuidados Intensivos estudiada se propone aumentar su capacidad de 12 a 19 plazas de forma que ningún paciente tenga que esperar a la salida de otro paciente o tenga que provocar la salida de otro paciente por falta de plazas en la unidad.

El modelo desarrollado se puede convertir en una herramienta que utilizará el gestor hospitalario para, teniendo en consideración las restricciones económicas que pueden surgir, aumentar en la medida de lo posible la capacidad de la unidad de forma que se provoquen las menos distorsiones posibles. Dichas restricciones económicas no estarán únicamente referidas al coste de equipamiento de cada plaza adicional sino que, además, será preciso habilitar el espacio necesario para su implantación,

lo que supondrá un coste adicional en la dotación de infraestructuras del centro hospitalario.

A partir de este trabajo, y haciendo uso de las técnicas utilizadas, se abren una serie de futuras líneas de investigación:

- Utilizando los métodos desarrollados se podría proceder al estudio y simulación de sistemas más complejos que el aquí estudiado. En particular, sería muy interesante, dentro del ámbito de la Sanidad Pública, la simulación de sistemas de colas con prioridades, por ejemplo el servicio de urgencias, que actualmente se encuentran poco desarrollados debido, en parte, a la complejidad matemática que representa su estudio, y donde la simulación mediante hoja de cálculo podría ser una poderosa herramienta que facilitara su análisis.
- Desde el punto de vista informático, sería conveniente proceder a una estandarización de las funciones y rutinas desarrolladas en este trabajo, adaptando para ello su programación a un lenguaje de programación compilado como C++ o Delphi de forma que se consiga, además, una mayor velocidad en los cálculos, ya que el VBA es un lenguaje interpretado que necesita mucho más tiempo para cada operación al tener que traducir las órdenes una a una al lenguaje binario. Al convertir las funciones y rutinas en librerías dinámicas (DLL) se conseguiría que pudieran ser utilizadas desde otras aplicaciones de hojas de cálculo comerciales y de libre distribución.

Referencias

- [1] Alvarez Madrigal, M. (1997). *Curso virtual de Investigación de Operaciones*. Instituto Tecnológico y de Estudios Superiores de Monterrey. Campus Estado de México. <http://webdia.cem.itesm.mx/ac/alvarez/acceso.html>
- [2] Bernal García, J. J. (1990). *Simulación de un modelo real de circulación de documentos administrativos*. Tesis doctoral. Universidad de Murcia.
- [3] Coss Bu, R. (1982). *Simulación. Un enfoque práctico*. Limusa, México D.F.

- [4] Escudero, L. F. (1972). *Aplicaciones de la teoría de colas*. Ediciones Deusto, Bilbao.
- [5] Escudero, L. F. (1973). *La simulación en la empresa*. Ediciones Deusto, Bilbao.
- [6] Gross, D.; Harris, C.M. (1998). *Fundamentals of queueing theory - 3rd. edition*. John Wiley & Sons, New York.
- [7] Nelson, R. (1995). *Probability, stochastic processes, and queueing theory: the mathematics of computer performance modeling*. Springer-Verlag, New York.
- [8] Rubinstein, R. Y. (1981). *Simulation and the Monte Carlo Method*. John Wiley & Sons, New York.
- [9] Saaty, T.L. (1967). *Elementos de la teoría de colas*. Aguilar, Madrid.