TEORÍA E INSTRUMENTOS DE CÁLCULO APLICADOS A LA FINANCIACIÓN CUANTITATIVA. APLICACIÓN DEL VaR

Josefina Martínez Barbeito
Departamento de Economía Aplicada
Universidad de A Coruña
barbeito@udc.es

Carlos N. Bouza Herrera
Universidad de La Habana
bouza@matcom.uh.cu

Sira Allende Alonso
Universidad de La Habana
sira@matcom.uh.cu

Victoria Jiménez González
Departamento de Economía Aplicada
Universidad de La Laguna
v.jimenez@u.l.l.es

Resumen

En la última década se han desarrollado los conocimientos de la gestión del riesgo financiero. Los Bancos han establecido divisiones especialistas, cuya misión no es sólo medir el riesgo, sino controlarlo. El "Value at Risk" (VaR) no interesa sólo a los profesionales, pero les compete especialmente.
Reguladores financieros y Bancos entienden que se ha de desarrollar un sistema del VaR debido a la necesidad de autovalorar su propio riesgo, con el fin de calcular la adecuación del capital.
Se difundió el tema sobre la gestión del riesgo con el "Comité de Basilea" sobre la supervisión Bancaria (1995). La medida del riesgo de mercado ha cristalizado en una métrica llamada "Value At Risk" (VaR), que cuantifica el importe máximo que se puede perder en una cartera, en un periodo de tiempo, a un nivel de confianza dado.
Este instrumento se ha convertido en la industria estándar desde su uso en Risk Metrics.
Los principios del VaR no se limitan al riesgo de mercado, sino que puede extenderse su aplicación al riesgo de crédito. Consideramos, en particular "Credit Metrics" como aplicable al estudio de los derivados de crédito".

Palabras clave: VaR, simulación de Monte Carlo, riesgo de crédito y de mercado, adecuación del capital, modelos gaussianos.

Área temática: Métodos cuantitativos.

1. El Riesgo y el VaR (Value at Risk)

Se puede definir el riesgo en función de la medición de la volatilidad de los rendimientos de los activos. Teniendo en cuenta las enormes pérdidas acaecidas a Bancos y a Corporaciones Empresariales y Financieras, los Departamentos de Riesgo han tenido interés en potenciarse a sí mismos. Hoy en día, se recurre a consultores, aún cuando el deseo de comprender y atajar el riesgo no está limitado a legisladores y gestores del riesgo de los diversos Bancos. Los mediadores y negociadores financieros pueden mejorar su actuación si logran un mayor conocimiento de como surge el riesgo y, todavía más, de como se puede advertir. Legisladores y gestores del riesgo recurren a cuantas herramientas pueden necesitar para controlar e incluso, explotar el riesgo. El "Value at Risk", conocido coloquialmente por VaR, es un intento de identificación de las causas del riesgo y de las políticas efectivas para reducirlo.

El profano e, incluso, muchos agentes del VaR, lo consideran como un modelo matemático soñado y deseado por las Sociedades de Cartera, que , probablemente, no funciona bien. Los modelos del VaR tienen sus fallos. Sin embargo, el concepto ha a atraído alguno de los mejores nombres de la gestión del riesgo, que han trabajado junto a matemáticos cualificados para construir un sistema de control y reducción del riesgo. El sistema ha tenido muchas críticas, tanto por parte de negociadores como de matemáticos con experiencia, quienes han encontrado problemas con alguna de sus hipótesis, pero ello no significa que se deba ignorar. Aún cuando el VaR puede no ser la solución correcta, señala el modo como se desarrolla el riesgo, y , hasta ese punto, vale la pena conocerlo.

Hasta cierto punto, el VaR ha surgido debido al dilema con que se enfrentan los legisladores y los supervisores de los Bancos Centrales. Por un lado, desean un conjunto global de normas y regulaciones con las que puedan penalizar a los Bancos que venden con precios excesivos. Por otra parte, si se introduce un sistema demasiado rígido, se puede hacer surgir más riesgo. Hoy en día, los legisladores estudian profundamente el VaR como medida de autoregulación.

Tradicionalmente, la exposición al tanto de interés, implicaba calcular la sensibilidad de un instrumento a los cambios del tanto de interés, que era la duración. Se compara esta aproximación con el método tradicional del VaR (innovado) y se destaca la importancia de examinar la pendiente de la curva del rendimiento para la estimación del riesgo.

Muchos oferentes de modelos VaR aceptan que sus programas se usen sólo para productos no basados en opciones. Sin embargo, los Bancos dependen cada vez más de las opciones y la experiencia pasada ha mostrado que las opciones son extremadamente arriesgadas. Las opciones fueron responsables de muchas pérdidas en las que se incurrió por Bancos tales como NatWest, Barings, y empresas no bancarias como Procter y Gamble.

El VaR es realmente una medida de la volatilidad de los activos de un Banco. Existen algunas medidas de la volatilidad que los distintos agentes de los mercados financieros han de conocer, para estimar la volatilidad futura.

Sin embargo, el VaR tiene ciertas limitaciones, por lo que las instituciones financieras han de introducir controles de riesgo, que compensen los posibles fallos del VaR.

El VaR fue propuesto inicialmente para medir el riesgo de mercado, pero sus aplicaciones se extienden actualmente al riesgo de crédito. Los Bancos necesitan conocer el riesgo de los préstamos en el momento en que se otorgan, y no esperar a que surja el impago antes de conocer el riesgo que afrontaron. Los nuevos desarrollos en los derivados de crédito implican que tiene interés medir la exposición al riesgo con el fin de establecer la cobertura necesaria. Credit-Metrics es una técnica nueva para tratar la exposición al riesgo de crédito en base a una cartera, y toma del VaR principios ya desarrollados.

Value at Risk (VaR) mide la "mayor pérdida esperada que puede sufrir una institución, en un intervalo de tiempo dado, bajo condiciones normales de mercado, para cierto nivel de confianza". Valora este riesgo usando medidas estadísticas y de simulación, diseñadas para captar la volatilidad de los activos, en una cartera de un banco.

Los Legisladores y sus instituciones financieras integrantes se han centrado, generalmente, en una medida aplicada ampliamente del riesgo de mercado, conocida por Value at Risk, que se representa por VaR. Si se fija un nivel de confianza "ρ" tal como un 99%, para un horizonte temporal (por ejemplo, 1 día, 10 días, excepcionalmente 30 días, 2meses) el VaR de una cartera dada es la pérdida en el valor de mercado que es sobrepasada con probabilidad "1-ρ" (en este caso 1%). Es decir, si ρ= 0'99, entonces con el 99% de probabilidad la pérdida excede al VaR con el 1% de probabilidad.

En condiciones de normalidad de la distribución del valor de mercado, el VaR es aproximadamente el cambio medio menos 2'33 σ, donde σ es la desviación típica del cambio diario en el valor de mercado. Si además, los cambios diarios en el valor de mercado están distribuidos independiente e idénticamente, entonces el VaR para "n" días es "n" veces el cambio medio diario menos 2'33$\sigma\sqrt{n}$. Para rendimientos no normales o con correlación serial, sin embargo, estas fórmulas bien conocidas para niveles de confianza, son meramente valores aproximados.

El VaR mide la volatilidad de los activos de una sociedad. Cuanto más volátiles son, mayor es el riesgo de quiebra. El VaR mide las pérdidas potenciales y las expresa por una cifra, indicando la probabilidad de obtener más pérdidas y el período de tiempo en el que podrían ocurrir.

Value at Risk (VaR) no ofrece un método consistente para medir el riesgo, porque modelos diferentes del VaR proporcionarán cifras diferentes. El VaR mide sólo los riesgos que se captan mediante técnicas cuantitativas, pero aquí no cabe medir el riesgo político, el riesgo de liquidez, el riesgo personal o el riesgo de regulación. Tampoco mide el VaR el riesgo operativo.

2. La Volatilidad y el VaR

La volatilidad es una medida de la fluctuación del precio de un activo. Cuanto más volátil es un activo, mayor es la posibilidad de realizar grandes beneficios o pérdidas. Como el VaR está relacionado con el riesgo, usa la volatilidad para estimar la pérdida máxima que puede sufrir un Banco, en un periodo de tiempo especificado.

Existen dos razones para la necesidad del conocimiento de la volatilidad por parte de un agente. En primer lugar, para poder negociar el precio de las opciones con mayor acuracidad y para usar una combinación de opciones para tratar la volatilidad. El modelo de Black and Scholes se basa en las medidas de volatilidad cuando se determina la prima de las opciones. En segundo lugar, los activos volátiles son activos con riesgo, por lo que requieren una prima del riesgo. Esta es, de hecho, la base del MEDAF (CAPM) "Modelo de Valoración de Activos

Financieros”, que sugiere que una acción con una beta alta, es decir, una acción muy volátil, ha de poseer una prima de riesgo más alta que las acciones con betas bajas.

El riesgo es una medida de la volatilidad del valor futuro de una cartera.

Enumeramos y definimos aquí algunos de los tipos de riesgo presentes en el mercado: **1)** El riesgo de mercado es el riesgo de cambios en el valor de mercado de la cartera de posiciones de una empresa e incluye el riesgo de impago o de fluctuación en la calidad de crédito de una de las contrapartes; **2)** Riesgo de crédito: riesgo de cambios de valor, asociados con cambios inesperados en la calidad de crédito; **3)** Riesgo de liquidez: riesgo de que los costes o posiciones de ajuste aumenten sustancialmente, o de que una empresa pierda acceso a la financiación; **4)** Riesgo operativo: riesgo de fraude, fallos del sistema, errores de negociación y muchos otros riesgos organizativos; **5)** Riesgo sistemático: riesgo de rupturas en la liquidez del mercado o de impago por reacción en cadena; implica el colapso de los mercados financieros; **6)** Riesgo de impago: muy difícil de cuantificar, por su propia naturaleza, y surge cuando los valores de las tarificaciones no son adecuadas; **7)** Riesgo moderno de crédito; **8)** Riesgo de país.

El riesgo de mercado integra el riesgo de tanto de interés, riesgo del tanto de cambio y riesgo del mercado de acciones.

Se puede decir que si el pasado es una guía, los rendimientos futuros se pueden predecir con precios muy próximos a la media, si la volatilidad no es alta.

La desviación típica es simplemente un término estadístico que mide la volatilidad de la cartera. Una cartera con una desviación típica alta, es una cartera con riesgo.

La expresión más simple para medir la volatilidad de una cartera, expresada por σ es: $\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2}{N-1}}$, donde $\bar{x}$ expresa la media y N el número de observaciones.

3. La Volatilidad implícita y el VaR

La medida calculada anteriormente es válida en tanto tengamos una serie larga de datos históricos. Algunos agentes prefieren calcular la volatilidad considerando los precios de las opciones. Esto se conoce por volatilidad implicada o implícita. Cuando los agentes financieros valoran opciones de compra y de venta, han de calcular primero la volatilidad e imputarla a su modelo de valoración. Es posible la acción inversa, que consiste en observar el precio de la opción que el agente calcula y luego deducir la volatilidad implícita del activo subyacente. Se aplica el modelo de Black y Scholes (u otro modelo de valoración) por los gestores del riesgo para ver qué volatilidad se usó para el cálculo de la prima de la opción. Existen tres problemas para esta aproximación. En primer lugar, los precios de las opciones, como los de todos los productos, están regulados por los precios de la oferta y de la demanda. Por ello, la relación entre el precio de la opción y la verdadera volatilidad puede no cumplirse siempre. En segundo lugar, la fórmula de Black-Scholes (BS), aún cuando se usa a veces para opciones Americanas, fue sólo diseñada para opciones Europeas. Otro problema es que los diseñadores usan un margen de beneficio cuando calculan los precios de las opciones. Por ello, la volatilidad implícita será, por ello, muy superior de lo que el negociador de la opción cree. Muchos expertos piensan que , a pesar de estas debilidades, se ha de usar la volatilidad implícita como un estimador de la volatilidad actual, más bien que a través de los datos históricos.

Un gran defecto de los modelos de valoración de opciones (por ejemplo Black-Scholes) es considerar una volatilidad constante. La investigación empírica ha sugerido lo contrario. Si supusiéramos que la volatilidad permanecería constante a lo largo del tiempo, acabaríamos infravalorando las opciones, especialmente las que están fuera de dinero y que tienen una gran distancia al vencimiento.

En general, los rendimientos de los títulos muestran lo que se conoce por “volatility clustering”, es decir, períodos en los que la volatilidad es alta, seguidos por períodos en los que la volatilidad es baja. Una de las herramientas más populares para explicar el “volatility clustering” es la heteroscedasticidad condicional autoregresiva“Auto-Regressive Conditional Heterocedasticity” (ARCH).

4. La Distribución Normal y el VaR

Se dice que una distribución es normal cuando existe una probabilidad alta de que una observación esté próxima a la media y una probabilidad baja de que una observación esté alejada de la media. Se usa frecuentemente la curva de distribución normal en los modelos del VaR y juega también un papel importante en el modelo de valoración de opciones de Black-Scholes. Contiene ciertos aspectos y características que pueden ayudar cuando se modeliza el riesgo de mercado. Una caracteristica importante de la curva de distribución normal es que tiene su pico en la media (media, moda y mediana) y sus colas en los extremos. En el lenguaje de un profano significa, simplemente, que una observación tiene más probabilidad de estar cerca de la media que lejos.

Muchos modelos del VaR usan la curva de distribución normal para estimar las pérdidas que puede sufrir una institución en un período dado de tiempo.

La curva de distribución normal supone una aleatoriedad completa. En realidad, cuando caen los precios de las acciones, la gente vende y los gestores del riesgo, que usan acciones para la cobertura de sus derivados, se ven forzados a deshacerse de su cobertura. Esta necesidad extra de venta empujará el precio de la opción hacia los extremos, mucho más rápidamente de lo que sugiere la curva de distribución normal. Dado que el VaR es una medida de riesgo, la probabilidad es que si se usa la curva de distribución normal sin modificaciones, la cifra del VaR estará infravalorada.

Esta debilidad de la curva de distribución normal ha influido en el modo en que los negociadores valoran las opciones. Black and Scholes confían en sus tablas de distribución normal para calcular la delta de la opción y para calcular la probabilidad de que la opción será ejercitada. La fórmula es más exacta para opciones en dinero que para opciones fuera de dinero. De hecho, los negociadores trataron de usar la volatilidad Black-Scholes para calcular la volatilidad implícita sobre el activo subyacente, y encontraron que la volatilidad aumenta cuanto mayor es la distancia al vencimiento. Este incremento es independiente del hecho de que la volatilidad es automáticamente mayor con un período más largo hasta el vencimiento.

La volatilidad implícita de una opción a la par (at the money), es mucho menor que la volatilidad implícita para una opción en dinero o fuera de dinero. El concepto subraya el hecho de que si no se ajusta la curva de distribución normal, acabamos infraestimando la probabilidad de sufrir grandes pérdidas.

Existen factores prácticos para los que los no se muestra riesgo ningún modelo del VaR. Uno de ellos es la liquidez, o facilidad con la que un Banco puede convertir títulos en dinero efectivo al precio que prevalece en el mercado. Si un título, tiene un gran diferencial oferta-demanda, tiene un indicador de que existan pocos compradores y vendedores. En situaciones de caída de los precios, los activos no líquidos tienden a caer a una velocidad mayor que el resto de los activos. Por ello, la probabilidad de alcanzar un valor extremo es mayor que en una distribución normal y de lo que sugerirán la mayor parte de los modelos del VaR.

Todo negociador con experiencia, confirmará que la teoría es muy diferente de la realidad. Cuando sube el precio de una acción, los negociadores compran. Los analistas técnicos consideran, a menudo, un incremento débil del precio de una acción como un preludio de un suave crecimiento largo y sostenido, por lo que compran. También, a menudo, los negociadores imponen estrategias de órdenes límite y de parada de negociación. Todas ellas tienen el efecto de distorsionar la aleatoriedad del mercado y pueden empujar el precio de una acción o de una mercancía hacia los extremos, mucho más rápidamente que un proceso aleatorio.

La distribución normal no es más que un modelo estadístico, que no puede captar muchos otros riesgos. Un Banco o una institución financiera puede tener cobertura, en teoría, contra el riesgo de mercado, pero ello no significa que no está expuesto a otros movimientos del riesgo de mercado. De hecho, los mayores movimientos del mercado del riesgo, incluso en una cartera con cobertura perfecta, pueden llevar a problemas como riesgo de financiación y de liquidez. Los riesgos de financiación son otros problemas no siempre captados por los modelos del VaR. Cuando un Banco empieza a incurrir en pérdidas suaves, existe el riesgo de que pueda carecer de fondos para hacer frente a estas pérdidas.

5. La Correlación y el VaR.

La correlación mide el grado al que el valor de una variable está relacionado con el valor de otra. Si existe una relación fuerte, se dice que hay una correlación fuerte.

Las medidas de correlación entre variables son importantes para los gestores de cartera que quieren reducir el riesgo mediante diversificación. Las acciones de una sociedad están relacionadas con los tantos de interés en que, cuando los intereses son altos, las acciones tienden a bajar. Podemos deducir que hay una relación positiva fuerte entre los precios de los bonos y las acciones porque ambos suben de valor cuando caen los tantos de interés.

Una contribución importante del VaR es que anima a los negociadores a diversificar y a no exponerse a la suerte de un activo particular. La situación ideal de un negociador es darse cuenta del riesgo con que contribuye al riesgo bancario total. La diversificación le proporciona una oportunidad de reducir el riesgo.

El objetivo de cualquier gestor de carteras es el ser recompensado por afrontar el riesgo y al mismo tiempo, diversificarlo. El VaR reconoció la importancia de la diversificación, no sólo en base a la cartera individual, sino en una base bancaria global.

6. Condición del control del riesgo y el VaR

La ventaja de adoptar un sistema VaR es que coordina el control del riesgo a través del Banco y, al hacerlo, se reduce el riesgo total. Sin un sistema VaR podría surgir una situación en la que un negociador individual, lograría reducir el riesgo de su cartera, pero incrementaría el riesgo del Banco. Las metodologías del VaR han diseñado técnicas matemáticas que aclaran como una transacción simple puede contribuir al riesgo o a su reducción. La información sobre los modelos del VaR son muy importantes cuando se establecen límites. En el pasado, el establecimiento de límites por los bancos se hacía por una aproximación al sentimiento (a la intuición), pero hoy estas aproximaciones son más científicas y más objetivas. Sin embargo, muchos expertos del VaR reconocen que la reducción de la cifra del VaR para reflejar la diversificación puede ser peligrosa. Esto se debe a que el VaR es estrictamente una medida de riesgo y que està sujeto a la exposición de los Bancos cuando un activo pierde valor. En una situación de crisis, la gente convertirá simplemente todos los activos no líquidos en efectivo. Muchos especialistas del riesgo argumentan, por ello, que los beneficios de la diversificación no se deben enfatizar cuando se mide el riesgo.

7. Reducción de la volatilidad mediante diversificación

Si se usa el coeficiente de correlación, éste toma el valor entre -1 y 1 y mide el grado de correlación entre dos conjuntos de variables.

- Una correlación de -1 $\Rightarrow$ asociación lineal negativa perfecta.
- Una correlación de 1 $\Rightarrow$ asociación lineal positiva perfecta.
- Una correlación de 0 $\Rightarrow$ que no hay asociación.

Si existe una correlación de 1 no existe beneficio lineal de la diversificación. Si la correlación es cero hay beneficio.

El coeficiente de correlación es igual a la covarianza dividido entre el producto de las dos desviaciones típicas, como es bien sabido.

8. El VaR como Instrumento de Regulación y de Supervisión

Existen 3 contribuciones importantes que el VaR y Credit Metrics (una versión de Risk Metrics dedicada a la medida del riesgo de crédito) pueden aportar para la gestión del riesgo: 1) Propiciar la medida del comportamiento, lo que implica que los negociadores no sólo son recompensados por sus ganancias, sino que son penalizados por el riesgo a que exponen a sus bancos; 2) El VaR y Risk Metrics han de propiciar una asignación más eficiente de sus recursos, lo que indica que los bancos diversificarán todo lo que sea posible con el fin de reducir el riesgo, o , al menos, el exceso de exposición a un área particular; 3) El VaR y Risk Metrics pueden ayudar a los legisladores a hacer su trabajo. Si los bancos están obligados a exponer sus perfiles de riesgo, los legisladores han de valorar el peligro y luego calcular la adecuación del Capital (o colchón) que un Banco ha de tener para prevenir el impago.

Hay siempre un caso fuerte para una intervención mínima del gobierno en una industria. De hecho, la tendencia en los centros financieros internacionales más importantes es hacia la “auto-regulación”, con intervención del gobierno sólo cuando sea absolutamente necesario. La regulación es necesaria para curar lo que los economistas llaman externalidades. Hablando con generalidad, el término externalidades en este contexto se refiere al daño que causan las compañías, pero del que no son necesariamente culpables. El resultado neto es que la compañía produce bienes que dañan más a la sociedad que los ingresos o el beneficio que generan. Esto no le importa a la compañía, sin embargo, porque no tiene que pagar los costes totales (algunos son costes sociales).

Los Bancos están en una situación similar. Un Banco puede afrontar enormes niveles de riesgo sabiendo que las recompensas serán altas. Lo peor que puede suceder es que el propio Banco afronte la quiebra. Los accionistas pierden el dinero que invirtieron, pero esto puede incluso no desanimar al inversor racional (no ético) por afrontar los riesgos, si las recompensas son bastante altas. La externalidad surge porque, si falla un Banco, podría crear una crisis en el sistema financiero, particularmente si es un banco al por menor. Esto, naturalmente, tendrá un efecto dominó sobre los otros Bancos y podría, si el Banco afectado fuera bastante grande, causar que colapse todo el sistema financiero de un modo similar a la crisis de Wall Street de 1929 con el fin de superar este problema potencial, los Bancos Centrales en todo el mundo imponen ciertas condiciones a los Bancos autorizados. Estas condiciones son más severas sobre los Bancos Comerciales y más suaves en ciertos aspectos sobre los Bancos Mercantiles o de Inversión. Dicho esto, es menos probable afianzar a los Bancos Mercantiles en comparación a los Bancos Comerciales.

9. Relación Lineal entre Negociadores y Riesgo

La situación más peligrosa es la del negociador que tiene la habilidad de hacer más volátiles los activos del Banco, y más arriesgados, con el fin que le convenga a sí mismo.

Los Bancos Mercantiles son, por naturaleza, los que asumen el riesgo. Por ello, los Bancos Centrales no tienen por qué rescatarlos, en comparación con los Bancos Comerciales o al por menor.

Es preciso corregir la no-linealidad, siempre que exista una relación no lineal, y los que compran volatilidad tienen el poder de influenciarla; tienen una receta para el desastre. El VaR tiene hasta cierto punto, el poder de superar estos problemas pero no puede eliminarlos con certeza. Bajo un sistema de Value at Risk, un negociador que aumenta la volatilidad, en teoría, alertará la atención de sus superiores porque la cifra del negociador está ligado al VaR y tendría el efecto de penalizar al negociador por el exceso de riesgo que acepte. El resultado es que el negociador actúa racionalmente cuando acepte exceso de riesgo. En síntesis, el negociador considerará la relación riesgo-recompensa en lugar de la recompensa solamente. El VaR puede, hasta ciero punto, eliminar este problema no lineal.

De un modo similar, los legisladores pueden, en teoría, reducir el riesgo no lineal. En lugar de ofrecer simplemente una garantía concreta que rescate a los Bancos sujetos al riesgo de impago, un banco Central podría implementar un sistema de seguros, donde la prima a pagar por los que buscan protección está directamente relacionada con los riesgos que asume el Banco. La idea tras la regulación es que sólo los Bancos que tomen riesgos excesivos sin establecer cobertura sobre ellos han de pagar la penalización en forma de una prima incrementada. La situación más indeseable es la del Banco Central que impone una prima uniforme sobre todos los Bancos, independientemente del riesgo. El VaR puede ayudar a los legisladores a lograr este objetivo, relacionando el VaR de un Banco con sus pagos por "adecuación del capital". Cuanto más riesgo sin cobertura acepta un Banco, mayor debe ser su "adecuación del Capital". Esto cura, hasta cierto punto lo que los aseguradores conocen por "moral hazard" -"riesgo moral"-.

10. Regulación escasa con enfoque de futuro. Regulación Q. Afectación del VaR.

El consenso entre la mayor parte de los legisladores es que la regulación no se debería aplicar a Bancos que gestionan bien su riesgo. La regulación Q es un ejemplo de regulación pobre. Bajo esta regulación el Gobierno Americano colocó un techo sobre el máximo de interés que los Bancos podrían pagar, con la idea de que esto lograra que los Bancos fueran menos susceptibles al fracaso. La regulación costó a los Bancos mucho dinero en función de costes de oportunidad, de modo que trataron de buscar caminos en torno a la ley. Por ejemplo, animaron a los clientes a colocar depósitos en sus oficinas exteriores (fuera del alcance de la regulación). De hecho, el mercado del Eurodólar se debe en parte a la regulación Q. El VaR tiene una función importante que desempeñar ayudando a los legisladores a diseñar un sistema que reduce la posiblidad del colapso de los Bancos. Si los Bancos pueden llegar a la autorregulación, pueden determinar cuanto riesgo afrontar y la adecuación del capital que están preparados para pagar. En teoría, los Bancos son descuidados con sus propios controles. Los que entran en negociaciones arriesgadas, estarían penalizados porque su VaR o crédito, en caso de riesgo, mostraría una cifra alta, por lo que los legisladores exigirían una adecuación más alta de capital.

11. Adecuación del Capital (CAD) y Acuerdo de Basilea (Basle Agreement)

La función de las normas de adecuación del capital es identificar el riesgo a que está expuesto un Banco y asegurarse luego que, si pierde dinero, tiene bastante en Reservas para cubrir las pérdidas con la imposición de más normas de adecuación del capital. Los legisladores fuerzan a que los Bancos tengan bastante dinero en reservas para hacer frente a sus pérdidas potenciales. Esto significa que los depositantes están protegidos. La justificación para los Bancos implicados es que están limitados en el importe que pueden prestar, de modo que su potencial de ganancias es restringido.

En 1998, los legisladores del G-10. se reunieron para diseñar un sistema internacional para la legislación supervisora. Este Comité se dio a conocer por el Acuerdo de Basilea, y su principal objetivo era diseñar un sistema de protección de los sistemas financieros de los países individuales. Un área del acuerdo que alcanzaron fue una medida común de solvencia que, más tarde, pasó a conocerse como "ratio Cooke". Esta medida iba diseñada para identificar el nivel de riesgo de crédito a que estaban expuestos los Bancos. Cuanto más alta fuera la exposición al riesgo de crédito, mayor sería la exigencia de la "adecuación del capital".

12. Aproximación al VaR en los Modelos condicionales Gaussianos.

En la aproximación al método de varianza-covarianza para medir el VaR de una cartera donde consideramos: Sea N_i el número de activos del tipo "i", cada uno con valor V_i. Se deduce que el valor de una cartera de "n" activos V_ρ es:

$$V_\rho = \sum_{i=1}^{n} N_i V_i$$

Si el valor de cada activo depende del activo subyacente S_i, entonces una aproximación de primer orden al cambio del valor de la cartera es:

Cambio de valor= (Sensibilidad a los cambios de precios)/(cambio de los precios)

$$dV_\rho = \sum_{i=1}^{n} N_i S_i \left(\delta V_i / \delta S_i\right)\left(dS_i / S_i\right)$$

donde el rendimiento del activos es dS_i / S_i. Este método se conoce como método "delta" de valoración, porque la derivada primera se conoce como la delta de un activo: $\delta V_i / \delta S_i = \Delta_i$ la delta de la opción, mientras que si V_i es el precio de la acción, entonces $\delta V_i / \delta S_i = 1$ y $N_i S_i$ es el valor inicial de la acción i-ésima. Si incorporamos la hipótesis adicional de que los rendimientos del activo dS_i / S_i están normalmente distribuídos, entonces podemos usar los cuantiles de la distribución normal para determinar el VaR. Este método es el método delta-normal, que requiere una previsión de las varianzas y covarianzas de los rendimientos. Hablando ampliamente, el método delta-normal funciona razonablemente bien para acciones, bonos y derivados, tales como contratos a plazo, futuros y permutas. Se puede usar también para aproximar el cambio en el valor de una opción, donde la "sensibilidad de los cambios del precio" $\delta V_i / \delta S_i$ está dado únicamente por el delta de la opción A.

Sin embargo, aún cuando el VaR de la opción es fácil de calcular usando el método delta-normal, podría ser muy inexacto, puesto que el delta de la opción es sólo una aproximación de primer orden a la respuesta de un precio no lineal. Así pues, para las opciones podríamos avanzar un paso más y aproximar el cambio de valor de una cartera de opciones usando una aproximación de segundo orden (un desarrollo en serie de Taylor)

$$dV_\rho = \sum_{i=1}^{n} N_i S_i \Delta_i \left(dS_i / S_i \right) + \frac{1}{2} \Gamma_i S_i^2 \left(dS_i / S_i \right)^2$$

donde Γ es la gama de una opción individual. El método anterior se conoce por método delta-gamma. Sin embargo, este método no es lineal y no se puede aplicar el recorte de la distribución normal. Además, el valor de la opción depende de los cambios de la volatilidad del activo subyacente, que no se tiene en cuenta en la ecuación. Si el valor de un activo o de una cartera de activos no es lineal en los rendimientos del activo, hemos de usar el método de valoración total.

Cambio de valor= (valor de los precios nuevos)-(el valor de los precios iniciales).

Hablando con generalidad, las posiciones de las opciones son funciones altamente no lineales de los cambios en el precio del activo subyacente y de la volatilidad del activo. Por ello, el método de valoración total se usa a menudo con la simulación Monte Carlo para calcular el VaR de posiciones que contienen opciones.

Medida del riesgo

El riesgo de un activo simple se sintetiza en la distribución de probabilidad de sus rendimientos. A menudo, no hay una medida aceptable única del riesgo de una distribución particular, aunque se usa a menudo la desviación típica para la distribución normal. El riesgo de un activo único cuyos rendimientos están distribuidos idéntica, independiente y normalmente (niid), pueden medirse sin ambigüedad por su varianza (o desviación típica). Para rendimientos distribuidos normalmente podemos estar seguros al 90% que el rendimiento actual será igual al rendimiento esperado, más o menos 1'65σ, donde σ es la desviación típica de los rendimientos.

Riesgo de cartera

¿Cómo se puede medir el riesgo de una cartera de activos? Si el rendimiento de una cartera de activos (por ej, acciones) es lineal con respecto a los rendimientos individuales: $R_\rho = \sum_{i=1}^{n} W_i R_i$ cuando la varianza de la cartera es

$$\sigma_\rho^2 = \sum_{i=1}^{n} W_i^2 \sigma_i^2 + \sum_{i \neq j} \sum W_i W_j \left(\rho_{ij} \sigma_i \sigma_j\right)$$

donde W_i es la proporción de activos totales del activo i y ρ_{ij} es el coeficiente de correlación entre el rendimiento del activo "i" y el activo "j".

Conceptualmente esta es una aproximación útil a la medición del riesgo de una cartera que se compone de acciones nacionales o exteriores.

Otro aspecto crucial es si nuestro cálculo del VaR de una cartera de activos es exacto. Esto depende claramente de la exactitud de nuestras previsiones del σ_i y de ρ_{ij}. Usando datos pasados se puede probar la exactitud de nuestras previsiones comparando los beneficios y pérdidas actuales. Podemos considerar varios casos:

VaR de un activo único

Si los rendimientos se distribuyen normalmente, entonces el rendimiento sobre un único activo es su desviación típica.

Var de una cartera de activos

Para una cartera de activos (p. ej. acciones) se han de tener en cuenta las correlaciones entre los rendimientos cuando se calcula la desviación típica de la cartera. Aplicado a una cartera (dos activos, por ej) el valor de mercado al final del período es:

$$V_\rho = V_{o\rho}\left(1 + R_\rho\right)$$

donde, V_ρ es el valor de mercado de la cartera al final del período; $V_{o\rho}$ es el valor de mercado de la cartera en t=0 (hoy) y R_ρ es el rendimiento proporcionado sobre la cartera = $w_1 R_1 + w_2 R_2$

La varianza de los rendimientos sobre la cartera está dada por la fórmula usual que, para 2 activos es:

$$\sigma_\rho = \sqrt{w_1^2 \sigma_1^2 + w_2^2 \sigma_2^2 + 2 w_1 w_2 \rho \sigma_1 \sigma_2}$$

Tomando esperanzas, tenemos:

$$EV_\rho = V_{o\rho}\left(1 + ER_\rho\right) \ ; \ \sigma_{V\rho}^2 = E\left(V_\rho - EV_\rho\right)^2 = V_{o\rho}^2 \left(R_\rho - ER_\rho\right)^2 = V_{o\rho}^2 \sigma_\rho^2$$

El valor del riesgo es:

$$VaR_\rho = V_{o\rho}\left(1'65\sigma_\rho\right) = V_{o\rho} 1'65 - \sqrt{w_1^2 \sigma_1^2 + w_2^2 \sigma_2^2 + 2 w_1 w_2 \rho \sigma_1 \sigma_2}$$

Si los rendimientos del activo están positivamente correlacionados $\rho = 1$ y $w_1, w_2 > 0$, éste es el peor caso del VaR, puesto que es el máximo valor que puede tomar el VaR.

Valor peor VaRρ=$V_{o\rho} 1'65\left(w_1 \sigma_1 + w_2 \sigma_2\right) = VaR_1 + VaR_2$ para $w_1, w_2 > 0$.

Cuando tenemos más de dos activos el VaR se puede representar en notación matricial:

$$VaR\rho = V_{o\rho}\left[ZCZ'\right]^{1/2}, \text{ donde } Z = \left[w_1\left(1'65\sigma_1\right), w_2\left(1'65\sigma_2\right) \ldots w_n\left(1'65\sigma_n\right)\right]$$

$$\text{y } C = \begin{pmatrix} 1 & \rho_{12} & \rho_{1n} \\ \rho_{21} & 1 & \rho_{2n} \\ \rho_{n1} & \ldots & 1 \end{pmatrix}$$

C es la matriz de correlación y Z es un vector de volatilidades ponderado por sus proporciones de cartera. La base de datos Risk Metrics ofrece estimadores de los términos de volatilidad 1’65 σ_i y la matriz de correlación C.

VaR para el caso del Cálculo del Riesgo del Tanto de Cambio.

¿Cómo manejamos el riesgo de tanto de cambio cuando se calcula el VaR?

$VaR_{\rho} = \sqrt{ZCZ'}$, donde $Z = [VaR_{DAX}, VaR_{s}]$

Previsión de la Volatilidad

Para calcular el VaR necesitamos una previsión de las volatilidades del rendimiento del activo. Un esquema simple de previsión es suponer que la volatilidad diaria es una medida móvil simple (simple moving average) de rendimientos cuadráticos pasados, con todas las ponderaciones iguales a 1/n, de modo que:

$$\sigma^2_{t+1/t} = 1/n \sum_{i=0}^{n-1} R^2_{t-i}$$

Los subíndices de $\sigma_{t+1/t}$ se pueden entender como la previsión en t+1 con base a la información disponible hasta t. Otra alternativa es suponer que las ponderaciones disminuyen cuando se usan datos posteriormente del pasado:

$$\sigma^2_{t+1/t} = (1-\lambda)\sum_{i=0}^{\infty} \lambda_i R^2_{t-i}$$

que se puede escribir recurrentemente como sigue:

$$\sigma^2_{t+1/t} = \lambda \sigma^2_{t/t-1} + (1-\lambda) R^2_t$$

donde R_i es el rendimiento diario del activo (con media cero) y λ es la ponderación entre (cero y uno)

Valoración de las medidas del riesgo

Las previsiones de las desviaciones típicas y de las correlaciones diarias y, por ello, la previsión del VaR, cambiará de día a día (incluso si los activos no cambian). Sin embargo, necesitamos valorar si nuestras estimaciones del VaR de la cartera son exactos. Para hacerlo, hemos de comparar nuestros valores cambiantes con el valor histórico para el beneficio o pérdida actual de la cartera.

Gestión de Activos y Riesgo

Nuestros inputs básicos para la previsión del VaR de la cartera son las varianzas y correlaciones estimadas. Sin embargo, estas previsiones tienen una gran variedad de usos; por ejemplo, el determinar la asignación de activos en los modelos de cartera y también para valorar la posición de riesgo de agentes y mediadores.

Tarificaciones del Riesgo™

Habiendo establecido los principios básicos para la mediación del riesgo, usando el método de la varianza-covarianza, este es un punto útil donde mencionamos a JP Morgan (estrictamente el grupo Risk Metrics) en su otra: "la Metodología de tarificación del riesgo". Es un método simplificado para medir el riesgo de las carteras de inversión. Se aplica a pequeños inversores y se basa únicamente en la aproximación varianza-covarianza, aplicada a un conjunto limitado de clases de activos.

Mientras que la inversión en activos en los países G-10 ofrece un buen rendimiento a un plazo muy largo (de 15 a 25 años), puede ser arriesgada para horizontes relativamente a medio plazo. La metodología Risk Grades está diseñada para permitir que los inversores valoren estos riesgos cambiantes ofreciendo previsiones, variantes en el tiempo, de volatilidades y correlaciones para usar con el método de varianza-covarianza en la medición al riesgo de cartera.

Risk Grades reduce a escala las volatilidades de los rendimientos del activo, de modo que una tarificación del riesgo de 100 es equivalente al 20% de riesgo anual.

Nos podríamos referir aquí también a las acciones, bonos y opciones, entre otros activos.

13. Método de Monte Carlo Aplicado la Valoración de Activos.

El valor de un derivado en el valor descontado esperado bajo el EMM (Efficient Method of Moments). El valor de esta esperanza se puede lograr por evaluación directa o, si esto no es posible, encontrando la ecuación diferencial parcial a la que obedece y resolviéndola. Aunque son útiles los métodos de Diferencias Finitas, la evaluación numérica, tales como la simulación Monte Carlo, es una aproximación igualmente válida.

El método básico de Monte Carlo es muy directo, pero una implementación efectiva requiere innovaciones de varios grados de sofisticación. Las dos exigencias principales son de métodos efectivos para lograr que el método básico sea más rápido, y métodos para generar buenas trayectorias maestrales. Existe un gran número de revisiones del método de Monte Carlo y de su elaboración. Estos incluyen Broadie and Glasserman, y Boyle ct al ,entre otros. Dupiere y Savine es una revisión excelente de un número de técnicas sofisticadas.

El modelo básico de Monte Carlo es muy fácil de implementar. Se puede mostrar como se puede aplicar a modelos multifactoriales y a opciones dependientes de la trayectoria y su uso para el cálculo de ratios de cobertura. El método tiene limitaciones para el uso de varios tipos de derivados y que no ofrece siempre una misma representación, aunque esto último se puede subsanar.

14. Métodos ARCH y GARCH

Muchos autores han demostrado, y los profesionales del mercado han conocido siempre, que las series temporales financieras no tienen varianza constante; las volatilidades cambian a través del tiempo. Esto tiene implicaciones prácticas significativas y necesita ser modelado, cuando sea apropiado. En las situaciones en que no se puedan usar los métodos de filtración, de modo que no se puede estimar directamente la volatilidad estocástica, puede ser sensato restringir la especificación del proceso de volatilidad estocástica a algo que se puede estimar. Una tal especificación son los métodos ARCH y el Generalized ARCH (GARCH).

Se citan las especificaciones de las series temporales GARCH (p,q).

Los modelos ARCH (Auto-Regressive Conditional Heterocedasticity) fueron introducidos por Engle y el GARCH (ARCH Generalizado) por Bollerslev, ya citados. El GARCH se aplica en la modelización de la estructura a plazo.

Conclusiones

1) Las herramientas más importantes en cualquier proceso de riesgo son la experiencia, el bueno juicio y la comunicación constante con los tomadores del riesgo.

2) Merril Lynch aconseja poner continuamente énfasis en la vigilancia, disciplina y disposición para el conocimiento del riesgo.

3) El proceso de observación ha de ser flexible para que permita la adaptación a varios entornos, incluyendo el objetivo de adaptación aconsejado por Merril Lynch.

4) Merril Lynch cree que el objetivo clave debe ser la minimización de la posibilidad de incurrir en pérdidas inaceptables, pérdidas que se deben a eventos inesperados no predecibles, por metodologías con base en los modelos del riesgo.

5) Dos de los métodos más populares para estimar la volatilidad son : EWMA (Exponentially Weighted Moving Average) y GARCH (General AutoRegressive Conditional Heterocedsticity)

6) El VaR contribuye a la gestión del riesgo de tres modos:

a) Ayuda a asignar recursos más eficientemente.

b) Hace que los agentes y gestores sean más responsables de sus acciones cuando están implicados por el riesgo.

c) Ayuda a los legisladores al decidir las necesidades de adecuación del capital para las Instituciones individuales.

7) El incremento de la complejidad de los instrumentos financieros ha llevado a un entorno más sofisticado del riesgo. En el pasado, la medida del riesgo se limitaba a medir la exposición al crédito. Hoy, los legisladores financieros han de medir la posibilidad de quiebra de un Banco, si existen cambios en otras variables, tales como tantos de interés, tantos de cambio de mercado y de los precios de las acciones. Hoy se ofrece la alternativa de que los Bancos midan su propio riesgo y de que lo comuniquen al Banco Central.

8) Una ventaja que tiene el VaR al medir el riesgo de tanto de interés es que, a diferencia de la aproximación a la duración, el VaR identifica no sólo

cambios en la curva del rendimiento, sino también cambios en la pendiente de dicha curva. Esto se logra reconociendo que la correlación entre los tantos a corto y largo plazo no es siempre 1 (que es lo que suponen la duración y la convexidad). Los movimientos del VaR nos pueden indicar la exposición a movimientos del tanto de interés a corto y largo plazo.

9) La mayor parte de los sistemas del VaR (con excepción de los que se basan en la simulación de Monte Carlo) son incapaces de hacer distinciones sutiles, tales como entre volatilidades implícitas y realizadas. La mayor parte de los gestores profesionales creen que los sistemas del VaR, independientemente de su complejidad, son incapaces de ofrecer una cifra realista para el riesgo de opciones. Esto es un inconveniente porque han sido las opciones y los derivados complejos los que han sido responsables de la mayoría de las pérdidas e inconvenientes del pasado.

La mayoría de los profesionales del riesgo admiten que no comprenden totalmente los sistemas complejos del riesgo que usan.

10) La simulación de Monte Carlo es una técnica de medida del VaR, y puede simular opcionalmente de cualquier forma y puede tratar de hecho hasta con la más compleja de las opciones exóticas. Sin embargo, para obtener un resultado comprensible, el número de simulaciones puede a veces llegar a millones. Por ejemplo, hay muchos resultados que afectan a los precios de las opciones, tales como los tantos de interés, el precio subyacente y la volatilidad. Cada una de ellas ha de cambiarse para lograr una medida realista del riesgo, de modo que el número de simulaciones pueda ser muy alta.

La simulación de Monte Carlo es probable que crezca en importancia.

11) El crecimiento en el uso de derivados de crédito, ha proporcionado a los Bancos más recursos con los que pueden influenciar más el nivel de exposición al riesgo de crédito de lo que pueden tolerar.

12) La volatilidad tiende a presentarse en clústers por lo que sería peligroso asumir que permanece constante.

13) La mayor parte de los libros que adoptan la teoría del VaR tienen mucho contenido matemático, los que son nuevos para la gestión del riesgo pueden basarse también en fórmulas matemáticas pero sin tanto rigor. Claramente, la comprensión intuitiva de lo que están tratando de lograr los modelos del VaR es algo importante

que un gestor del riesgo necesita cuando toma decisiones importantes sobre el mismo. Sin embargo, los gestores estrictamente profesionales cuentan con otras variables que quizá valoren más. Es posible que el atributo más importante sea el sentido común.

Los gestores que se basan religiosamente en los modelos del VaR (con sus variantes), están condenados al fracaso. No existirá nunca un sistema simplificado de medición del riesgo, que podamos medir religiosamente. Sin embargo, tiene sentido apreciar la naturaleza compleja de la gestión del riesgo y el punto hasta el que el VaR puede contribuir a la medida y control del riesgo.

Bibliografía.

- Altman,E.I (1968): *Financial Ratios, Discriminant Analysis and the Prediction of Corporate Bankruptcy*, Journal of Finance, September.
- Andrade, G. and Kaplan S.N. (1998): "How Costly is financial (not Economic) Distress? Evidence from Highly, Leveraged Transaction that became distressed", *Journal of finance*, **53**, pp. 1443-1493.
- Baba, J, Engle, R. F. Kraft, D.F. and Kroner, K.F. (1990): *Multivariate Simultaneous Generalized ARCH, mimeo*, Depart of Econimcs, Univ. of California, San Diego.
- Basel Committee on Banking Supervision (1995): An internal model-based approach to market risk capital requirements. http://www.bis.org/publ/bcbsc224.pdf.
- Bennet, N (2001): *One day we will go out of business*, Sunday Telegraph, 9 December.
- Bernstein, P.L. (1998): *Against the Gods: the Remarkable Story of Risk*, Wiley.
- Bollerslev, T. (1995): *Generalized Auto-Regressive Conditional Heterocedasticity)* in Engle.
- Bollerslev, T (1986): "Generalized Auto-Regressive conditional Heterocedasticity", *Jorunal of Econometrics*, **31**, 307-327.

- Boyle, P., Broadie, M and Glasserman, P. (1998): “Monte Carlo Methods for Security Pricing”, *Journal of Ecomic Dynamics and control,* **3**, 1267-1321.

- Boyle, P.P (1977): “Options: A Monte Carlo Approach”, *Journal of financial Economics*”, **4**, 323-338.

- Broadie, M., Glasserman, P. y Ha, Z., (2000): *Pricing American Options by Simulation Using a Stochastic Mesh with Optimized weights. Probabilistic Constrained Optimization. Methodology and Optimization*. S Urvasev Edt. Klower.

- Brockhaus, O, Farkas, M. , Ferraris, A., Long, D., Overhaus, M. (2000): *Equity Derivatives and Market Risk Models,* Risk Books.

- Copeland, T.E, Koller, T. and Murrin, J. (1994): *Valuation: Measuring and Mnaging the Value of companies* , Wiley.

- Cormac Butler (1999). *Mastering Value at Risk*. Prentice Hall.

- Cuthbertson, K., Nitzche, D.F. (2001) : *Financial Engineering*, J. Wiley.

- Dimson, E and Brealey, R.A. (1978): *The Risk Premium on UK Equities*, The Investment Analyst, December.

- Duffie, D. (2002): *Dynamic Asset Pricing Theory,* third Edition, Princeton University Press.

- Dumas B, Fleming J., and Whaley, RE (1998): “Implied Wolatility Functions Empirical Tests”, *Jorunal of Finance,* Volumen LIII, 6, 2059-2106.

- Dupire, B. (1998): *Monte Carlo: Methodologies and Application for Pricing and Risk Management,* Risk books.

- Dupire,B., Savine, A., “Dimension Reduction and other ways of speeding Monte Carlo simulation”, In Risk Handbook. Risk Publications, 51-63.

- Engle, R.F (1995): *Arch, selected Readings”* Oxford University Press, Oxford.

- Fabozzi, F. and F. Modigliani: (1996). *Capital Markets*. Upper Saddle River, New Yersey: Prentice Hall.

- Fournie, E., Lasry, J.-M, Lebuchoux, J., Lions, P.-L., Touzi, N. (1999) : "Application of Mallivian calculus to Monte Carlo methods in finance ", *Finance and Stochastics*, **3**, 391-412.

- Fu, M.C., Laprise, S.B., Madan, D.B, Su, Y., Wu, R. (2001): "Pricing American options: a comparación of Monte Carlo simulation approaches", *Journal of computational Finance*, **4**(3), 39-88.

- Grupton, G.M, Finger C.C and Bahtia, M (1997): *Credit Metrics-Technical Document J.P Morgan.*

- Härdle, W., Kleinov, T., Stalil, G.:(2002). *Applied Quantitative Finance*. Springer.

- Hertz, D.B (1964): *Risk Analysis in Capital Investment,* Harvard Business Review, January-February.

- Jäckel, P.(2002): *Monte Carlo Methods in Finance,* Wiley,

- Johnson, T.C., (2001):*volatility, momentum and time-varying skewness in foreigh exchange returns.*

- Jorion, P. (1997) *Value at Risk*. Chicago: Irwin.

- Jorion, P (2000): *Value at Risk,* 2nd edit, Mc Graw Hill, New York.

- Joshi, M., Theis, J. (2002): "Bounding Bermudan swaptions in a swap-rate market model", *Quantitative Finance* **2**, 370-377.

- Li, D. (1999): Value at Risk based on the volatility, Skewness and kurtosis. http://riskmetrics.com/researdh/working/var4mm.pdf.risk. Risk Metrics Group.

- Longerstaey,J. (1996): RiskMetrics Technical document, *Technical Report Fourth edition,* J.P. Morgan. Originally from http://www.jpmorgan.com/RiskManagement/RiskMetrics/ now http://riskmetrics.com

- Lucas J.M and Saccucci, M.s. (1990): "Exposentially Weighted moving Average control schemes: properties and enhancements", *Technometrics* **32,** 1-12.

- Madan, D., Seneta, E. (1990): “The Variance Gamma model for share market returns”, *Journal of Business*, **63**, 511-524.

- Madan, D, Carr, P., Chang, E.C. (1998): “The Variance Gamma process and option pricing”, *European Finance Review*, **2** (1), 79-105.

- Malvin H. Kalos (1968): *Monte Carlo Methods”,* Wiley.

- Mina, J, and Ulmer, A (1999): Delta-Gamma four ways, http://www.riskmetrics.com

- Morgan, J.P. :(JPM) (1994-5) *RiskMetrics. Technical Documentation Releases 1-3.* New York: JP Morgan.

- Morgan, J.P. (1997): kCredit metrics Technical Document, Jp Morgan, New York.

- Nelsen, R.B (1999): *An Introduction to Copulas,* Springer, New York.

- Nelson, D.B (1991): “Conditonal Heteroscedasticity in Asset Returns: A new approach”, *Econométrica,* **59**, 347-370.

- Pike, R.H. and Ho, S.M (1991):”Risk Analysis Tecniques in Capital Budgeting Contexts”, *Accounting and Business research*, vol. **21**, No. **83**.

- Rogers, L.C.G. (2001): *Monte Carlo Valuation of American options*, University of Bath.

- Saunders, A (1999): *Credit Risk Measurement: New Approaches to Value at Risk and other Paradigms”.* Wiley, New York

- Sharpe, W.F. :(1995) *Investments.* Englewood Cliffs: Prentice Hall.

- Smith, K.V. (1888):*Readings in Short-term Financial Management*, West Publishing.

- Tobin, J. (1958):*Liquidity Preference as Behaviour Towards Risk,* Review of Economic Studies, February.

- Wilkie,Ad. (1994): *The Risk Premium on Ordinary Shares,* Institute of Actuaries and Faculty of Actuaries, November.