

ANÁLISIS DE LAS ANOMALÍAS OBSERVADAS EN LOS MODELOS TRADICIONALES DE DESCUENTO

Salvador Cruz Rambaud

Departamento de Dirección y Gestión de Empresas

Universidad de Almería

e-mail: scruz@ual.es

María José Muñoz Torrecillas

Departamento de Dirección y Gestión de Empresas

Universidad de Almería

e-mail: mjmtorre@ual.es

Resumen

Desde su introducción por Samuelson en 1937, el modelo de utilidad descontada (modelo DU) ha dominado los análisis económicos sobre elección intertemporal, siendo, junto con el modelo de utilidad esperada (modelo EU), uno de los modelos tradicionales de descuento cuyo uso ha sido generalizado. No obstante, a partir de la década de los ochenta comenzaron a surgir las críticas al mismo, apoyadas en una serie de estudios empíricos sobre elección intertemporal que han documentado lo que se ha denominado “anomalías en la elección intertemporal”. Estas anomalías han sido designadas como: efecto plazo, efecto magnitud, efecto signo, efecto secuencia, efecto asimetría respecto al aplazamiento-anticipo y efecto diseminación. Incluso el descuento hiperbólico ha sido clasificado por algunos autores como una anomalía de la elección intertemporal. En este trabajo se analizan, desde el punto de vista matemático-financiero, cada una de estas anomalías o violaciones los modelos DU y EU y sus implicaciones en las leyes financieras de descuento, así como en la estimación de las tasas de descuento o de un modelo de descuento que recoja todos los efectos mencionados anteriormente. El descubrimiento de la evidencia empírica de anomalías en los tradicionales modelos de descuento abre un camino hacia el cambio en la teoría normativa y hacia la búsqueda de nuevos modelos de descuento.

Palabras clave: Elección intertemporal, anomalías, ley financiera de descuento, factor de descuento.

1. Introducción.

Los modelos de utilidad descontada (modelo DU) y de utilidad esperada (modelo EU), paralelos en su estructura, consideran que los decisores se encuentran ante la selección de alternativas basadas en la suma ponderada de utilidades, siendo las ponderaciones bien probabilidades (para el modelo EU) o bien factores de descuento basados en aplazamientos temporales (para el modelo DU). En concreto, la teoría de la utilidad descontada postula que los individuos descuentan los sucesos futuros a una tasa constante, de modo que el valor de una experiencia a lo largo del tiempo viene dada por:

$$U_0 = \sum_{t=0}^T \mathbf{d}^t u_t$$

donde U_0 es el valor presente de la experiencia, u_t es la utilidad obtenida de la experiencia en el momento t , y \mathbf{d} es el factor de descuento, cuyo valor se supone que es normalmente menor que la unidad (correspondiendo con una preferencia positiva por el tiempo).

Este modelo de utilidad descontada, que fue propuesto por primera vez por Samuelson en 1939, fue adoptado por economistas y teóricos de la decisión, sin ninguna discusión. Esta rápida aceptación, al igual que la del modelo de utilidad esperada, fue debida a su simplicidad formal y a su similitud a los ya conocidos sistemas de cálculo financiero del valor actuarial y del valor presente. Estos modelos fueron completados, en cuanto a clarificación de su lógica y de las asunciones fundamentales que los justifican, fundamentalmente por von Neumann y Morgenstern (1953) y Koopmans (1960)¹ que trabajaron sobre el modelo EU y DU respectivamente. Fue ya en la década de los 80, con la publicación del trabajo de Thaler (1981, pp. 201-207) titulado “Some empirical evidence on dynamic inconsistency” cuando comenzaron a surgir las críticas a este modelo, del cual el propio Samuelson había dicho que no era un modelo particularmente realista de cómo la gente realiza elecciones intertemporales. Así surgen estudios empíricos sobre elección intertemporal que han documentado lo que se ha denominado “anomalías en la elección intertemporal”: Thaler (1981, *op. cit.*); Christensen-

¹ Citados en Prelec y Loewenstein (1991, pp. 770-786).

Szalanski (1984, pp. 47-58); Benzion, Rapaport y Yagil (1989, pp. 270-284), Loewenstein y Prelec (1991, pp. 347-352 y 1992, pp. 573-597); Kirby y Marakovic (1995, pp. 22-30); Prelec y Loewenstein (1991, pp. 770-786); Green *et al.* (1994, pp. 383-389); Kirby y Herrnstein (1995, pp. 83-89). Todos ellos llegan a conclusiones similares sobre determinadas pautas (anomalías) en los ratios de descuento que aparecen en sus experimentos sobre elección intertemporal que no se ajustan a las predicciones de los modelos tradicionales de descuento, en particular del modelo de utilidad descontada.

Estas anomalías han sido designadas como: efecto plazo, efecto magnitud, efecto signo, efecto secuencia, efecto extensión o diseminación y efecto asimetría respecto al aplazamiento-anticipo. Incluso el descuento hiperbólico está incluido en esta serie de anomalías de la elección intertemporal (Read y Loewenstein, 2000, pp. 141-144). En este trabajo vamos a exponer en qué consisten esas anomalías o conductas que violan los axiomas de los modelos DU y EU y vamos a analizar sus implicaciones en las leyes financieras de descuento, así como en la estimación de las tasas de descuento, centrándonos en aquellos efectos con una influencia más significativa en dichas leyes y factores.

2. Efecto plazo.

Varios autores han recogido en sus estudios sobre el modelo de utilidad descontada ciertos fallos en el ajuste de datos empíricos a este modelo, que han clasificado como “anomalías”. Entre ellas aparece el denominado efecto plazo (*delay effect*) que consiste en la disminución de los tipos de descuento a medida que aumenta el tiempo de espera, es decir, los tipos de descuento tienden a ser mayores para intervalos cortos de tiempo que para intervalos largos. Este efecto ha sido demostrado para decisiones monetarias (Benzion *et al.*: 1989, *op. cit.*; Thaler: 1981, *op. cit.*) y para decisiones no monetarias (Christensen-Szalanski: 1984, *op. cit.*; Chapman, 2001).

Así, por ejemplo, en el trabajo empírico de Benzion *et al.* (1989, *op. cit.*), se deducen los ratios de descuento para el aplazamiento de una cuantía de 200 dólares, obteniendo ratios medios de descuento mayores para intervalos de tiempo más pequeños: 0,428; 0,255; 0,230 y 0,195 para aplazamientos de 6 meses 1, 2 y 4 años, respectivamente.

El efecto plazo puede derivar en cambios de preferencias (Green, Fristoe y Myerson: 1994, pp. 383-389; Kirby y Herrnstein: 1995, *op. cit.*) cuya modelización puede conseguirse mejor con una función de descuento hiperbólica más que con la función exponencial especificada por la normativa teórica (Kirby y Marakovic: 1995, *op. cit.*). A diferencia de las funciones de descuento exponenciales, las funciones hiperbólicas pueden cortarse (cruzarse) para mayores y menores recompensas, indicando cambio de preferencias.

Una consideración alternativa del efecto plazo es el descuento subaditivo por el cual el descuento en un intervalo largo de tiempo es mayor cuando el plazo está subdividido. Esto puede explicar el efecto plazo (mayores ratios de descuento para intervalos más cortos), pero no el cambio de preferencias (Christensen-Szalanski: 1984, *op. cit.*; Green *et al.*: 1994, *op. cit.*; Kirby y Herrnstein: 1995, *op. cit.*).

Prelec y Loewenstein (1991, *op. cit.*) explican el efecto plazo de una manera similar al descuento hiperbólico y proponen la propiedad de *sensibilidad al tiempo absolutamente decreciente*, que significa que la diferencia, por ejemplo, entre el año 0 y el 2 parece mayor que la diferencia entre el año 6 y el 8. Ellos denominan a esta anomalía efecto diferencia común y efecto inmediatez.

El *efecto diferencia común* implica que el impacto de una diferencia constante de tiempo entre dos resultados se hace menos significativa a medida que los dos resultados se hacen más remotos. Así, por ejemplo, una persona podrá ser indiferente entre 20 euros hoy y 25 euros en un mes, pero preferirá 25 euros dentro de 11 meses a 20 en 10 meses. O, si planteamos el ejemplo en función de resultados no monetarios, como demuestra Thaler (1981, *op. cit.*) en su trabajo empírico, una persona puede preferir una manzana hoy a dos manzanas mañana, pero al mismo tiempo preferirá dos manzanas en 51 días a una manzana en 50 días.

Este efecto podemos plantearlo del siguiente modo:

$$(x, t) \sim (y, s), \text{ pero } (x, t+k) \prec (y, s+k), \text{ para } y > x, s > t \text{ y } k > 0.$$

Es decir, si los dos capitales son indiferentes $(x, t) \sim (y, s)$, la relación entre las respectivas leyes financieras será:

$$xA(t, p) = yA(s, p) \Leftrightarrow \frac{x}{y} = \frac{A(s, p)}{A(t, p)} = v(t, s, p).$$

Del mismo modo, si $(x, t+k) \prec (y, s+k)$, la relación entre las respectivas leyes financieras será:

$$xA(t+k, p) = yA(s+k, p) \Leftrightarrow \frac{x}{y} = \frac{A(s+k, p)}{A(t+k, p)} = v(t+k, s+k, p).$$

Entonces:

$$v(t, s, p) < v(t+k, s+k, p),$$

lo cual es consistente con la siguiente definición que recoge el concepto de disminución (incremento) de la impaciencia.

Definición 2. El factor financiero asociado a la ley financiera de descuento $A(t, p)$ es *creciente* (resp. *decreciente*) si:

$$v(s, t, p) \leq v(s+h, t+h, p), \quad h > 0$$

$$\text{(resp. } v(s, t, p) \geq v(s+h, t+h, p), \quad h > 0).$$

Teorema 2. Una condición necesaria y suficiente para que el factor financiero sea creciente es que el tanto de descuento sea decreciente.

Demostración. Demostremos, en primer lugar, que la condición es necesaria. Como el factor financiero es creciente, para $p \leq s \leq t$, se verifica que:

$$v(s, s+h, p) \leq v(t, t+h, p), \quad h > 0$$

$$\frac{A(s+h, p)}{A(s, p)} \leq \frac{A(t+h, p)}{A(t, p)}$$

$$\frac{1 - \frac{A(s+h, p)}{A(s, p)}}{h} \geq \frac{1 - \frac{A(t+h, p)}{A(t, p)}}{h}.$$

Tomamos límites cuando h tiende a 0:

$$-\left. \frac{\partial \ln A(x, p)}{\partial x} \right|_{x=s} \geq -\left. \frac{\partial \ln A(x, p)}{\partial x} \right|_{x=t},$$

por lo que el tanto de descuento es decreciente.

Veamos, a continuación que la condición es suficiente. Partimos de $v(s, t, p)$, con $p < s < t$ y $h > 0$.

$$v(s, t, p) = e^{-\int_s^t \partial(x, p) dx} \leq e^{-\int_{s+h}^{t+h} \partial(x+h, p) dx} = v(s+h, t+h, p),$$

por lo que el factor financiero es creciente. \square (Cruz y Muñoz, 2002).

Algunos investigadores han argumentado que, además del efecto diferencia común, una discontinuidad de la preferencia se produce, de hecho, cuando la dimensión del tiempo se aproxima a su punto de importancia maximal (a saber, $t = 0$). El *efecto immediatez* se refiere a que los decisores otorgan especial relevancia a los resultados que se producen inmediatamente, es decir,

$$(x, t) \sim (y, s) \text{ implica } (x, t + \mathbf{e}) \prec (y, s + \mathbf{e}), \text{ para } t = 0 \text{ y } e \ y > x, \ \mathbf{e} > 0.$$

Esto se detecta en las tasas de descuento extremadamente altas estimadas para cortos intervalos de tiempo en varios estudios empíricos sobre descuento (Thaler: 1981, *op. cit.*; Benzion, Rapaport y Yagil: 1989, *op. cit.*) y también puede ser observado en decisiones intertemporales que no suponen pagos monetarios (Christensen-Szalanski: 1984, *op. cit.*).

El efecto immediatez es un caso especial de violación de la estacionariedad y, por consiguiente, puede ser formalmente incluido bajo el efecto de diferencia común. Muchos investigadores, sin embargo, opinan que estos fenómenos son cualitativamente distintos y justifican un tratamiento separado (Prelec y Loewenstein: 1991, *op. cit.*).

Formalmente podría explicarse así:

Si consideramos los capitales equivalentes $(x, t) \sim (y, s)$, siendo $y > x$ y $s > t$ podemos establecer la relación entre las leyes de descuento como sigue:

$$xA(p, p) = yA(s, p) \Leftrightarrow \frac{x}{y} = A(s, p), \text{ puesto que } A(p, p) = 1.$$

Si incrementamos ahora en una constante $k > 0$ el momento de valoración, habrá un capital más preferido: $(x, p + k) \prec (y, s + k)$ y la relación entre las leyes de descuento será ahora:

$$xA(p + k, p) < yA(s + k, p) \Leftrightarrow \frac{x}{y} < \frac{A(s + k, p)}{A(p + k, p)} = v(p + k, s + k, p),$$

y, por tanto, podemos concluir que:

$$A(s, p) < v(p + k, s + k, p).$$

Esto quiere decir que el ratio medio de descuento *spot* en el intervalo $[p, s]$ es menor que el ratio medio de descuento *forward* en p para el intervalo $[p + k, s + k]$.

3. Efecto magnitud.

Otra de las anomalías del modelo de utilidad descontada es el denominado efecto magnitud (*magnitude effect*) que implica un mayor descuento para las cuantías pequeñas que para las cuantías grandes y que se produce cuando la ley financiera no es homogénea. De modo que los ratios de descuento subjetivos varían no sólo con el plazo hasta la obtención del resultado, sino también con la magnitud del resultado o recompensa. Los resultados más pequeños tienden a provocar mayores ratios de descuento. Así, un sujeto preferirá 100 euros ahora a 150 dentro de un año, pero también preferirá 15.000 euros en un año a 10.000 euros ahora; sin embargo, ambas elecciones ofrecen un 50% de ganancia por esperar un año.

Podemos apreciar el efecto magnitud en los resultados de las encuestas que aparecen en los trabajos de Thaler (1981, *op. cit.*) y Benzion *et al.* (1989, *op. cit.*) y en el de Holcomb y Nelson (1989), realizado con resultados monetarios reales. Concretamente, en el primero, los encuestados eran indiferentes, por término medio, entre 15 dólares inmediatamente y 60 dólares transcurrido un año, 250 dólares inmediatamente y 350 en un año, y 3.000 dólares inmediatamente y 4.000 en un año, implicando ratios de descuento del 75%, 29% y 25%, respectivamente.

Supongamos que el tanto de descuento es inversamente proporcional a la cuantía descontada:

$$d(z) = \frac{K}{z}, \text{ con } K = 100$$

En este caso, la función de descuento correspondiente es:

$$A(C, z) = C \cdot e^{-\int_0^z \frac{K}{x} dx} = C \cdot e^{-\frac{K}{C}z}.$$

Considerando, por ejemplo, los capitales (100, 0); (150, 1) y (10.000, 0) y (15.000, 1) comprobamos que se cumple el efecto plazo, ya que:

$$A(100, 0) = 100 \text{ €}$$

$$A(150, 1) = 77,01 \text{ €}$$

$$A(10.000, 0) = 10.000 \text{ €}$$

$$A(15.000, 1) = 14.900,33 \text{ €}$$

de donde

$$(100,0) \succ (150,1)$$

y

$$(10.000,0) \prec (15.000,1).$$

Prelec y Loewenstein (1991, *op. cit.*) formalizan el efecto magnitud del siguiente modo:

$$(x, t_1) \sim (y, t_2) \rightarrow (\mathbf{a} \cdot x, t_1) \prec (\mathbf{a} \cdot y, t_2), \text{ para } \mathbf{a} > 1, y > x > 0 \text{ y } t_2 > t_1$$
$$\text{y } (-x, t_1) \sim (-y, t_2) \rightarrow (-\mathbf{a} \cdot x, t_1) \succ (-\mathbf{a} \cdot y, t_2)$$

y proponen, para explicarlo, la propiedad de *sensibilidad proporcionalmente creciente*: si incrementamos la magnitud absoluta de todos los valores de un atributo mediante una constante común multiplicativa se incrementa el peso del atributo. Específicamente, si:

$$(a_1, b_1) \sim (a_2, b_2) \text{ y } \mathbf{a} \cdot a_1 > 0, |\mathbf{a}| > 1, \text{ entonces}$$
$$(\mathbf{a} \cdot a_1, b_1) \prec (\mathbf{a} \cdot a_2, b_2) \Leftrightarrow (\mathbf{a} \cdot a_1, b_2) \prec (\mathbf{a} \cdot a_2, b_1).$$

4. Efecto signo o asimetría pérdidas-ganancias.

Puede observarse un tratamiento distinto en las elecciones intertemporales de resultados positivos y negativos, es decir de pérdidas y ganancias. Los ratios de descuento para pérdidas son más bajos que los ratios de descuento para ganancias, esto es lo que se ha llamado efecto signo o asimetría pérdidas-ganancias (*gain-loss asymmetry*). Así, por ejemplo, se puede ver una ganancia de 100 euros en el momento actual igual a una ganancia de 200 euros en un año (ratio de descuento del 100%), pero también ver igual una pérdida de 100 euros en el momento actual a una de 150 euros dentro de un año (ratio de descuento del 50%). Thaler (1981, *op. cit.*) muestra en su trabajo empírico que los ratios de descuento aplicados al aplazamiento del pago de una multa en 3 meses, 1 año ó 3 años eran más bajos que los ratios de descuento imputados a cuestiones comparables acerca de ganancias monetarias. Muchos de los sujetos de su estudio mostraron descuento negativo, ya que prefirieron una pérdida inmediata sobre una pérdida aplazada de igual cuantía.

Como el efecto magnitud, el efecto signo puede ser explicado en términos de la función valor para el dinero. Prelec y Loewenstein (1991, *op. cit.*) propusieron la propiedad de *amplificación de las pérdidas* que implica que al cambiar el signo de una cuantía de ganancias a pérdidas se incrementa la ponderación de dicha cuantía;

esto es, el ratio de los valores subjetivos de las pérdidas es mayor que el ratio de los valores de ganancias equivalentes.

Prelec y Loewenstein (1991, *op. cit.*) plantearon el efecto signo del siguiente modo:

$$(x, s) \sim (y, t) \rightarrow (-x, s) \succ (-y, t)$$

para $y > x > 0$ y $s < t$.

5. Efecto secuencia creciente

El efecto secuencia creciente (*improving sequence effect*) consiste en la preferencia por secuencias de resultados cada vez mejores, es decir, por secuencias de resultados crecientes, demostrándose así que las preferencias por secuencias de resultados difieren a menudo de las elecciones de resultados individuales. Mientras que, para los resultados individuales, se da una preferencia positiva por el tiempo, para las secuencias de resultados se da una preferencia negativa por el tiempo. Esta preferencia por secuencias crecientes ha sido demostrada en diversos trabajos empíricos (Loewenstein: 1987, pp. 666-684; Loewenstein y Sicherman: 1991, pp. 67-84; Loewenstein y Prelec: 1991, *op. cit.*; Chapman: 1996, pp. 59-75; Chapman: 2000, pp. 203-218) tanto para resultados monetarios como no monetarios (experiencias hedónicas y consecuencias en la salud). No obstante, Chapman (1996, 2000, *op. cit.*) introduce la influencia de las expectativas de evolución que tengan los sujetos acerca de su situación monetaria y de salud sobre sus preferencias por secuencias de resultados en sendos ámbitos. Así, en el corto plazo los decisores prefieren secuencias crecientes de dinero y de salud porque esperan mejorar su posición a lo largo del tiempo y muestran, por tanto, una preferencia negativa por el tiempo. Sin embargo, para secuencias de muy larga duración, siguen prefiriendo secuencias crecientes de dinero (preferencia negativa por el tiempo), pero prefieren secuencias decrecientes de salud (preferencia positiva por el tiempo), ya que a lo largo de su vida las personas esperan tener más problemas de salud conforme van envejeciendo y no al contrario. Por tanto, Chapman demuestra que las preferencias por secuencias de resultados dependen del ámbito (salud o dinero) y de la duración de la secuencia.

Centrándonos en las secuencias cortas, Loewenstein y Prelec (1991, *op. cit.*) mostraron que el 80% de los sujetos prefirieron cenar en un restaurante francés dentro de un mes a cenar en un restaurante francés dentro de dos meses; esto es, prefirieron el mejor resultado antes que después. Cuando los resultados fueron incluidos en series, las preferencias, sin embargo, cambiaron. Mientras todos preferían la comida francesa a la griega, el 57% prefirió cenar en un restaurante griego dentro de un mes y cenar en uno francés a los dos meses, en vez de las cenas en orden inverso. Los sujetos ahora no preferían el resultado más atractivo lo antes posible. En lugar de eso, mostraron una ligera preferencia por una secuencia con el mejor resultado retrasado hasta el final de la secuencia.

Mientras que las elecciones entre resultados individuales usualmente muestran una preferencia positiva por el tiempo (esto es, una preferencia por el mejor resultado antes que después), las elecciones entre secuencias a menudo muestran una preferencia aparentemente negativa por el tiempo, o sea, una preferencia por secuencias crecientes (que van mejorando en resultado). Una explicación de la preferencia por secuencias crecientes es que los decisores anticipan la adaptación a su posición corriente en la secuencia y, por la aversión a las pérdidas, son adversos a decrecer en su posición (Chapman, 2001, *op. cit.*).

Podríamos definir el efecto secuencia creciente de la siguiente manera:

Para todo C_1 y C_2 , con $0 < C_1 < C_2$ y t_1 y t_2 , con $t_1 < t_2$, se verifica que existe un C_0 suficientemente grande tal que, para todo $C_2 > C_0$ se cumple que:

$$\{(C_1, t_1), (C_2, t_2)\} \succ_p \{(C_2, t_1), (C_1, t_2)\}$$

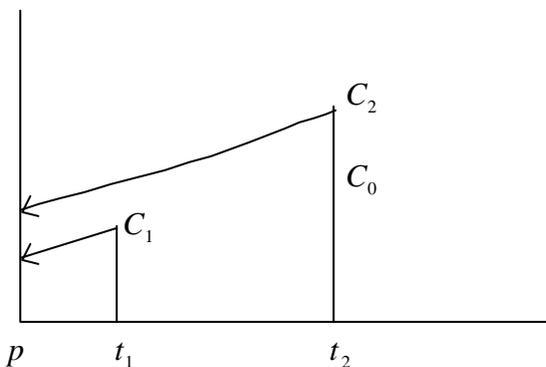


Figura 1. Proyecciones de (C_1, t_1) y (C_2, t_2) en p .

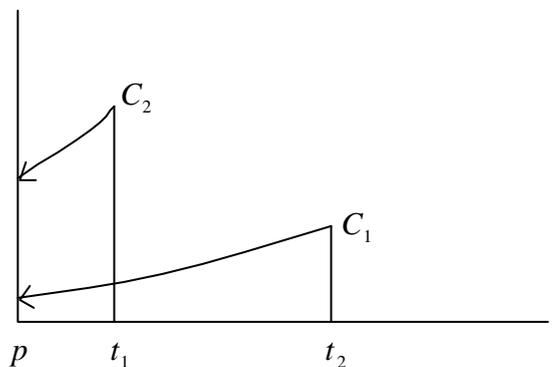


Figura 2. Proyecciones de (C_2, t_1) y (C_1, t_2) en p .

Consideremos, por ejemplo, dos cuantías C_1 y C_2 , tales que $C_1 < C_2$ (C_1 podría representar la comida griega y C_2 , la francesa, en el ejemplo de Loewenstein). Si $A(t, p)$ es una ley financiera de descuento en p y $t_1 < t_2$, entonces, por ser A estrictamente decreciente respecto de t , ha de verificarse que:

$$A(t_1, p) > A(t_2, p),$$

lo que implica que:

$$A(t_1, p) - A(t_2, p) > 0.$$

Como $C_1 < C_2$, entonces se cumple que:

$$\begin{aligned} C_1 [A(t_1, p) - A(t_2, p)] &< C_2 [A(t_1, p) - A(t_2, p)] \\ C_1 A(t_1, p) - C_1 A(t_2, p) &< C_2 A(t_1, p) - C_2 A(t_2, p), \end{aligned}$$

de donde, trasponiendo términos:

$$C_1 A(t_1, p) + C_2 A(t_2, p) < C_2 A(t_1, p) + C_1 A(t_2, p),$$

es decir,

$$\{(C_1, t_1), (C_2, t_2)\} \prec_p \{(C_2, t_1), (C_1, t_2)\}.$$

Dicho en otras palabras, independientemente de la relación de preferencia entre los capitales financieros (C_1, t_1) y (C_2, t_2) , es decir, aunque se verificase que (C_1, t_1) es preferible en p a (C_2, t_2) , la presencia antes del capital de cuantía mayor marca el sentido de la preferencia. Por tanto, si la ley financiera de descuento utilizada para la valoración de los capitales es homogénea de grado uno respecto de las cuantías, siempre serán preferibles secuencias decrecientes a crecientes, en el sentido de que será preferible la combinación de dos capitales financieros con la cuantía mayor en el vencimiento más inmediato. Sin embargo, en la realidad estas preferencias cambian de sentido. Así, en el trabajo empírico de Loewenstein y Sicherman (1991, *op. cit.*) los ochenta sujetos encuestados debían elegir entre secuencias de ingresos anuales crecientes, decrecientes o constantes (manteniéndose el valor total constante). En la tabla 1 podemos observar esas secuencias de ingresos, siendo la secuencia creciente la que, efectivamente, tiene un valor actualizado mayor. Pero, inconsistentemente con la lógica financiera, la opción elegida por un mayor número de sujetos fue la secuencia creciente, en concreto la más elegida fue la

secuencia de ingresos originada por el trabajo 5, que refleja un crecimiento “intermedio” si consideramos las cinco secuencias crecientes.

	Año 1	Año 2	Año 3	Año 4	Año 5	Año 6	VAN*
Trabajo 1	27	26,2	25,4	24,6	23,8	23	120,8
Trabajo 2	25	25	25	25	25	25	119,8
Trabajo 3	24	24,4	24,8	25,2	25,6	26	119,2
Trabajo 4	23	23,8	24,6	25,4	26,2	27	118,7
Trabajo 5	22	23,2	24,4	25,6	26,8	28	118,2
Trabajo 6	21	22,6	24,2	25,8	27,4	29	117,6
Trabajo 7	20	22	24	26	28	30	117,1

*Valor presente suponiendo un ratio de descuento anual del 10% .

Tabla 1. Ingresos anuales ofrecidos en diferentes trabajos (en miles de dólares).

Fuente: Loewenstein y Sicherman (1991).

Todas las secuencias de ingresos distribuyen una misma cuantía total, pero con fraccionamientos distintos para el total de opciones (trabajos 1, 2, ...,7). La secuencia que tiene un mayor valor actualizado es la secuencia decreciente, lo cual sería una generalización (en este caso, a una secuencia de seis capitales financieros) de lo que acabamos de exponer acerca de la preferencia de combinaciones de dos capitales financieros con la cuantía mayor en el vencimiento más inmediato.

No obstante, los resultados de las encuestas muestran la preferencia por las secuencias de salarios crecientes (en un 83%), en contra de lo que predice la teoría convencional del descuento, mostrándose pues la existencia del efecto secuencia creciente que implica una aparente preferencia negativa por el tiempo, en el caso de secuencias de resultados positivos.

Loewenstein y Sicherman (1991, , *op. cit.*) demuestran, pues, en su trabajo empírico que sólo una minoría de los sujetos encuestados muestra unas preferencias compatibles con la maximización del valor presente. La mayoría de ellos prefería una secuencia de salarios creciente que, en su conjunto, no ofrecía el mayor valor actualizado, correspondiendo éste a la secuencia de salarios decrecientes. Incluso después de conocer los argumentos que justificaban la opción por una secuencia de salarios decreciente, una mayoría seguía prefiriendo los pagos crecientes a los decrecientes. Es decir, estos sujetos mostraron una preferencia negativa por el

tiempo² que fue justificada por la mayoría de ellos por el gusto por ingresos y consumo crecientes. Se ofrecieron otros motivos como la compensación del descenso del nivel de vida que supone la inflación, el placer de anticipar el consumo futuro y la aversión a ingresos y consumo decrecientes, que, en definitiva, están relacionados con el anterior.

Continuando con nuestro razonamiento, la existencia del efecto secuencia, es decir, la preferencia por secuencias crecientes en vez de decrecientes, hace que tengamos que buscar condiciones necesarias para que se dé este tipo de preferencia. En efecto, en el caso de preferencia por las secuencias crecientes, debería verificarse que:

$$A(C_1, t_1, p) + A(C_2, t_2, p) > A(C_2, t_1, p) + A(C_1, t_2, p),$$

de donde, trasponiendo términos:

$$A(C_1, t_1, p) - A(C_1, t_2, p) > A(C_2, t_1, p) - A(C_2, t_2, p).$$

Dividiendo los dos miembros de la desigualdad anterior por $(t_2 - t_1) > 0$:

$$\frac{A(C_1, t_1, p) - A(C_1, t_2, p)}{t_2 - t_1} > \frac{A(C_2, t_1, p) - A(C_2, t_2, p)}{t_2 - t_1}.$$

Ahora bien, tomando límites de los dos cocientes anteriores, cuando $(t_2 - t_1) \rightarrow 0$, nos quedaría:

$$-\frac{\partial A(C_1, t, p)}{\partial t} > -\frac{\partial A(C_2, t, p)}{\partial t},$$

o, lo que es lo mismo,

$$\mathbf{d}(C_1, t, p) > \mathbf{d}(C_2, t, p),$$

es decir, el tanto de descuento utilizado en la ley financiera de valoración es decreciente respecto de C , lo que va a implicar, entre otras cosas, que la ley de descuento no sea homogénea de grado uno respecto de las cuantías.

Veamos un ejemplo. Supongamos que el tanto instantáneo de descuento es inversamente proporcional a la cuantía descontada:

$$\mathbf{d}(z) = \frac{K}{C}.$$

En este caso, la función de descuento correspondiente es:

² Esta preferencia negativa por el tiempo se traduce en un descuento negativo.

$$A(C, z) = C \left(1 - \frac{iz}{C^2} \right).$$

En la siguiente tabla podemos observar la preferencia por secuencias crecientes en lugar de decrecientes, utilizando esta ley financiera de valoración. Para ello, hemos tomado $C_1 = 20$, $C_2 = 30$ e $i = 0,05$, con diferentes t_1 y $t_2 = t_1 + 2$ y $p = 0$:

t_1	$A(C_1, t_1, p) + A(C_2, t_2, p)$	$A(C_2, t_1, p) + A(C_1, t_2, p)$
1	19,997	29,998
2	19,995	29,996
3	19,992	29,995
4	19,990	29,993
5	19,987	29,992
6	19,985	29,990
7	19,982	29,988
8	19,980	29,987
9	19,977	29,985
10	19,975	29,983
11	19,972	29,982
12	19,970	29,980
13	19,967	29,978
14	19,965	29,977
15	19,962	29,975
16	19,960	29,973
17	19,957	29,972
18	19,955	29,970
19	19,952	29,968
20	19,950	29,967

Tabla 2. Valor descontado de dos secuencias (creciente y decreciente) en distintos momentos del tiempo.

Volviendo al ejemplo de Loewenstein y Sicherman (1991, *op. cit.*), podemos calcular las desviaciones d_i respecto a la utilidad total para cada una de las opciones (trabajos 1 a 7) e incluir esas desviaciones en el tanto por ciento de descuento, de manera que el nuevo modelo de descuento incluya el efecto secuencia creciente. Así, utilizando un tipo de descuento del 10%, como hacían dichos autores, el nuevo tanto de descuento será $0,10 - \sum d_i$. Si calculamos el VAN de cada opción pero

utilizando el nuevo tanto de descuento podemos comprobar que la opción con un mayor VAN es el trabajo 7, ya que muestra la secuencia con mayor crecimiento.

6. Efecto extensión o diseminación

El efecto extensión o diseminación (*spreading effect*) está referido también a secuencias de resultados y muestra la preferencia de los sujetos por resultados positivos extendidos a lo largo del intervalo temporal. En su trabajo empírico, Loewenstein y Prelec (1991, , *op. cit.*) encontraron que el 84% de los sujetos prefería cenar en un restaurante francés el segundo antes que el primer fin de semana de tres fines de semana consecutivos, cuando se había especificado que los fines de semana restantes cenarían en casa. Sin embargo, cuando se especificó que podrían cenar langosta el tercer fin de semana, el 54% de los sujetos prefirió tener la cena en el restaurante francés el primer fin de semana en vez de el segundo. Esto es, la preferencia por tener la cena en el restaurante francés antes en vez de después estaba influenciada por el evento que ocurría en el tercer fin de semana, esto es, que los sucesos estuviesen diseminados a lo largo del intervalo de tres semanas. Se demuestra, por tanto, que los decisores prefieren resultados que estén extendidos uniformemente a lo largo de la secuencia del intervalo. Esta conducta viola el axioma de independencia o separabilidad, que implica el modelo de utilidad descontada.

Del mismo modo que hacíamos para el efecto secuencia creciente, podemos incluir en el ejemplo de Loewenstein y Sicherman (1991, *op. cit.*) el efecto diseminación. Partiendo del 10% utilizado en dicho ejemplo, sólo tendremos que sumarle $\sum |d_t|$, como componente que nos mide la mayor o menor uniformidad de la secuencia, y ahora el nuevo tanto de descuento será $0,10 + \sum |d_t|$.

Atendiendo a este criterio ahora el trabajo más preferido sería el segundo, puesto que la secuencia de salarios es la más uniforme.

7. Efecto asimetría respecto al aplazamiento-anticipo

El efecto asimetría respecto al aplazamiento-anticipo (*delay-speedup asymmetry*) implica ratios de descuento mayores para decisiones que implican retrasar recompensas que para decisiones que implican adelantarlas, lo que, en definitiva,

supone una anomalía consistente en la preferencia asimétrica entre adelantar y retrasar consumo. Loewenstein (1988, pp. 200-214) documentó este efecto, demostrando que los ratios de descuento imputados pueden verse dramáticamente afectados por el hecho de que el cambio en el vencimiento o tiempo de entrega de un resultado se formule como un adelanto o como un aplazamiento desde algún punto de referencia temporal. Así, en su experimento, los encuestados que no esperaban un consumo inmediato, en concreto un reproductor de vídeo, pagarían una media de 54 dólares para recibirlo inmediatamente (en lugar de en un año), pero aquellos que pensaban que lo recibirían inmediatamente pidieron una media de 126 dólares para retrasar un año su recepción. Benzion, Rapaport y Yagil (1989, *op. cit.*) y Shelley (1993, pp. 806-815) replicaron los descubrimientos de Loewenstein tanto para pérdidas como para ganancias (los encuestados pidieron más por acelerar el pago de lo que pedirían por aplazarlo).

8. Conclusiones

En este trabajo se ha pretendido poner de manifiesto la existencia de diversas anomalías en el cumplimiento de los axiomas de los modelos tradicionales de descuento (DU y EU), puestas de manifiesto en las conductas empíricas de elección intertemporal bajo incertidumbre y la necesidad de incluir, de algún modo, sus efectos en los modelos de descuento futuros. Concretamente, se han observado conductas inconsistentes con las predicciones de los modelos tradicionales en diversos trabajos empíricos en los que se ha variado el plazo o la magnitud en una cuantía significativa, se han agrupado los resultados en secuencias o se han planteado las decisiones en términos de pérdida o ganancia o bien de anticipación o diferimiento en la recepción de una determinada recompensa. Así, se han ido etiquetando las diversas anomalías con el nombre de efecto plazo, magnitud, secuencia y diseminación, signo y asimetría aplazamiento-anticipo, respectivamente. Cada una de ellas produce un efecto en la elección entre recompensas aplazadas que tiene su influencia en los ratios de descuento utilizados y, consecuentemente, en los respectivos modelos de descuento a utilizar. A lo largo de este trabajo hemos visto algunas de las consecuencias de dichas anomalías en las leyes financieras de descuento, por lo que éste supone un primer intento de abordar el problema del

diseño de un modelo de descuento que recoja todas las anomalías mencionadas anteriormente y que pueda ser modificado en función de los términos en los que se plantee la decisión (decisión sobre secuencia de resultados, sobre resultados de igual o distinto signo, etc.). Queda, pues, pendiente, para posteriores investigaciones, el reto de recoger en un modelo de descuento todos estos efectos que suponen anomalías para las tradicionales funciones de descuento.

Bibliografía.

1. Benzion, U. Rapaport, A. y Yagil, J. (1989) : “Discount rates inferred from decisions: An experimental study”. *Management Science*, 35, pp. 270-284.
2. Chapman, G. (1996): “Expectations an preferences for sequences of health and money”. *Organizational Behavior and Human Decision Processes*, Vol. 67, 1, pp. 59-75.
3. Chapman, G. (2000): “Preferences for improving and declining sequences of health outcomes”. *Journal of Behavioral Decision Making*, 13, pp. 203-218.
4. Chapman, G. (2001): “Time discounting of health outcomes”. Working paper.
5. Christensen-Szalanski (1984): “Discount functions and the measurement of patients’ values: Women’s decisions during childbirth”. *Medical Decision Making*, 4, pp. 47-58.
6. Cruz, S. y Muñoz, M.J. (2002): “Subadditive discounting and declining impatience in projects appraisal”. VI Congreso de Matemática Financiera y Actuarial y 5th Italian-Spanish Conference on Financial Mathematics, Valencia.
7. Frederik, S., Loewenstein, G. y O’Donoghue, T. (2002): “Time discounting and time preference: A critical review”. Working Paper.
8. Green, L., Fristoe, N. y Myerson, J. (1994): “Temporal discounting and preference reversals in choice between delayed outcomes”. *Psychonomic Bulletin and Review*, 3. pp. 383-389.
9. Holcomb, J. y Nelson, P. (1989): “An experimental investigation of individual time preference”. Working Paper.
10. Kirby, K. y Herrnstein, R. (1995): “Preference reversals due to myopic discounting of delayed reward”. *Psychological Science*, 6, pp. 83-89.

11. Kirby, K. y Marakovic, N. 1995: "Modeling myopic decisions: Evidence for hyperbolic delay-discounting within subjects and amounts". *Organizational Behavior and Human Decision Processes*, 64, pp. 22-30.
12. Loewenstein, G. (1987): "Anticipation and the valuation of delayed consumption". *Economic Journal*, 97, pp. 666-684.
13. Loewenstein, G. (1988): "Frames of mind in intertemporal choice". *Management Science*, 34, pp.200-214.
14. Loewenstein, G. y Prelec D. (1991): "Negative time preference". *American Economic Review*, Vol. 81, 2, pp. 347-352.
15. Loewenstein, G. y Prelec D. (1992): "Anomalies in intertemporal choice: Evidence and interpretation". *Quarterly Journal of Economics*, 107, pp. 573-597.
16. Loewenstein, G. y Prelec D. (1993): "Preferences for sequences of outcomes". *Psychological Review*, 100, pp. 91-108.
17. Loewenstein, G. y Sicherman, N. (1991): "Do workers prefer increasing wage profiles?". *Journal of Labor Economics*, Vol. 9, 1, pp. 67-84.
18. Prelec, D. y Loewenstein G. (1991): "Decision making over time and under uncertainty: A common approach". *Management Science*, 37, pp. 770-786.
19. Read, D y Loewenstein, G. (2000): "Time and decision: introduction to the special issue". *Journal of Behavioral Decision Making*, 13, pp. 141-144.
20. Shelley, M. (1993): "Outcome signs, questions frames and discount rates". *Management Science*, 39, pp. 806-815.
21. Thaler, R. (1981): "Some empirical evidence on dynamic inconsistency". *Economic Letters*, 8, pp. 201-207