AJUSTE PARCIAL MULTIVARIANTE

DE RATIOS FINANCIEROS:

UNA APROXIMACION JERÁRQUICA BAYESIANA*

José Luis Gallizo Larraz
Departamento de Administración de Empresas
Facultad de Economía
Universidad de LLeida
e-mail: gallizo@aegern.udl.es

Pilar Gargallo Valero
Departamento de Métodos Estadísticos
Escuela Universitaria de Estudios Empresariales
Universidad de Zaragoza
e-mail: pigarga@unizar.es

Manuel Salvador Figueras
Departamento de Métodos Estadísticos
Facultad de Ciencias Económicas y Empresariales
Universidad de Zaragoza
e-mail: salvador@unizar.es

Resumen

En este trabajo se plantea una extensión multivariante del modelo de ajuste parcial de Lev (1969) en la que se supone que el ajuste de ratios que miden, esencialmente, la misma dimensión económico-financiera de la empresa, evoluciona de forma similar reflejando la evolución de dicha dimensión. Para ello se utiliza un modelo jerárquico bayesiano multivariante en tres niveles: el primer nivel describe la relación de cada ratio con la dimensión que mide; el segundo describe la evolución en el tiempo de dicha dimensión mediante el modelo de ajuste parcial de Lev (1969); el tercer nivel analiza el grado de similitud de los coeficientes de ajuste de unas empresas con otras según las características de las mismas.

Palabras clave: Ajuste parcial, Ratios Financieros, Inferencia Bayesiana, Análisis Factorial, MCMC, Modelos jerárquicos, Modelos Dinámicos Multivariantes.
Area temática: Métodos Cuantitativos

*Este trabajo está financiado por el Proyecto SEC-2001/1798 "*Convergencia de los Países Europeos en Inversiones en I+D"* del Plan Nacional de Investigación

1. Introducción

Un ratio financiero es un cociente entre dos magnitudes económicas (por ejemplo, el patrimonio neto, el beneficio o la cifra de negocios de una empresa) que están ligadas por una relación característica. Los ratios financieros proporcionan información cuantitativa que puede ser útil a inversores y analistas financieros para evaluar la marcha empresarial de la empresa así como su posición en el sector en el que se encuentra encuadrada a lo largo del tiempo. Además, desde un punto de vista estrictamente estadístico, los ratios financieros suelen tener mejores propiedades estadísticas que las magnitudes originales al eliminar la influencia del tamaño de la empresa (Foster, 1986). Por todas estas razones es interesante caracterizar su proceso de evolución dinámico. Uno de los modelos más comúnmente empleados en la literatura es el modelo de ajuste parcial. Dicho modelo fue propuesto por primera vez por J. Lintner (1956) y en el contexto de ratios financieros por Lev (1969). Posteriormente ha sido aplicado por gran cantidad de autores (Lee y Wu (1988), Peles y Schneller (1989), Davis y Peles (1993), Wu y Ho (1997), Gallizo y Salvador (1997, 2003), Gallizo y otros (2002, 2004) entre muchos otros) en gran variedad de contextos diferentes.

El modelo de ajuste parcial postula que, para cada ratio financiero, las empresas tienen un coeficiente de ajuste constante que mide la velocidad a la cual el ratio retorna a un valor de equilibrio, desde posiciones desequilibradas que han sido producidas como consecuencia de la existencia de shocks que afectan a la actividad empresarial de las mismas. La mayor parte de los trabajos publicados en la literatura analizan el problema desde una perspectiva univariante suponiendo que la evolución de cada ratio es independiente de la de los demás. Esta hipótesis es claramente poco realista debido a que, por un lado, existen conjunto de ratios que miden, esencialmente, las mismas magnitudes económico-financieras (ratios de endeudamiento, rentabilidad, solvencia, productividad, etc) y, por el otro, a que dichas magnitudes suelen estar relacionadas entre sí reflejando, de forma global, la situación de la entidad. Así, por ejemplo, las empresas solventes, suelen ser rentables, productivas y con niveles de endeudamiento bajos. Por estas razones parece lógico suponer, por un lado, que aquellos ratios que miden esencialmente, la misma magnitud, deberían tener comportamiento de ajuste similares y, por el otro, que la evolución de una de dichas magnitudes debería tener alguna repercusión en la evolución de las restantes magnitudes económico-financieras de la empresa. Además, y como algunos trabajos han demostrado (Gallizo and Salvador, 1997, 2003) las velocidades de ajuste de empresas operando en condiciones similares de trabajo (sector, tamaño, país, etc) deberían ser parecidas.

Todos estos hechos plantean la necesidad de llevar a cabo un análisis multivariante del ajuste de ratios financieros que intentara recoger todos estos aspectos. En este trabajo se aborda dicho problema planteando un modelo jerárquico bayesiano multivariante. Dicho modelo está definido en tres niveles: el primer nivel describe la relación de cada ratio con la dimensión que mide; el segundo describe la evolución en el tiempo de cada dimensión mediante el modelo de ajuste parcial de Lev (1969) permitiendo, además, la posibilidad de que existan interdependencias entre dichas dimensiones; el tercer nivel analiza el grado de similitud de los coeficientes de ajuste de unas empresas con otras según las características de las mismas.

Dado que el modelo propuesto tiene un gran número de parámetros y que el análisis no es conjugado, en el trabajo se utilizan métodos de simulación basados en cadenas de Markov (MCMC) que se han relevado como especialmente eficaces para este tipo de problemas (Gallizo y Salvador (1997, 2003), Gallizo y otros (2000, 2002, 2004). La metodología propuesta se aplica al análisis de un conjunto de ratios financieros que miden cuatro dimensiones económicas clave de la actividad de una empresa (Foster, 1986; Nikkinen y Sahlström, 2004), a saber, rentabilidad, apalancamiento financiero, liquidez y eficiencia, utilizando datos de la base de datos AMADEUS pertenecientes a un conjunto de empresas europeas del sector manufacturero.

El trabajo se estructura como sigue: en la Sección 2 se describe el modelo de ajuste parcial multivariante utilizado así como la estimación de sus parámetros médiante métodos MCMC. En la Sección 3 se aplica la metodología propuesta al análisis de los datos descritos anteriormente. Finalmente, la Sección 4 concluye con una breve revisión de las principales conclusiones así como una indicación de las futuras líneas de investigación que pensamos desarrollar. Se incluye, finalmente, un apéndice que contiene el cálculo de las distribuciones completamente condicionadas necesarias para implementar el algoritmo descrito en la Sección 2

2. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

Sea $\mathbf{Y} = (Y_1,\ldots,Y_p)'$ un conjunto de ratios financieros medidos en un conjunto de N empresas en T periodos de tiempo.

Sean $\{\mathbf{Y}_t^i; t = 1,...,T; i = 1,...,N\}$ los valores observados de dichas variables de forma que $\mathbf{Y}_t^i = (Y_{1t}^i,...,Y_{pt}^i)'$ donde Y_{jt}^i representa el valor del j-ésimo ratio financiero de la empresa i-ésima en el periodo t , j=1,…,p; i=1,…,N; t=1,…,T.

Sean, finalmente, $\{\mathbf{X}^i = (X_1^i,...,X_q^i)'$ i=1,…,N} los valores observados en cada una de las N empresas, de un conjunto de q covariables $\mathbf{X} = (X_1,\ldots,X_q)'$ que se suponen son relevantes para capturar las similitudes existentes entre los coeficientes de ajuste de las empresas.

El modelo propuesto viene dado por las siguientes expresiones:

$$Y_{jt}^i = \alpha_j + \beta_j F_{kt}^i + \varepsilon_{jt}^i \qquad \varepsilon_{jt}^i \sim N\left(0, \sigma_{\varepsilon_j}^2\right) \tag{2.1}$$

$$F_{kt}^i = \sum_{\ell=1}^{K} \gamma_{k\ell}^i F_{\ell,t-1}^i + w_{kt}^i \qquad w_{kt}^i \sim N\left(0, \sigma_{w_k^i}^2\right) \tag{2.2}$$

$$\gamma_{k\ell}^i = \rho_{k\ell} + \sum_{h=1}^{q} \psi_{k\ell}^h X_h^i + v_{k\ell}^i \qquad v_{k\ell}^i \sim N\left(0, \sigma_{v_{k\ell}}^2\right) \tag{2.3}$$

con $j \in J_k \subseteq \{1,\ldots,p\}$; i=1,…,N; t=1,…,T; k,ℓ =1,…,K y donde se supone que los términos de error $\{\varepsilon_{jt}^i; j = 1,...,p; i = 1,...,N; t = 1,...,T\}$,

$\left\{w_{kt}^{i}; k=1,...,K; i=1,...,N; t=1,...,T\right\}$ y $\left\{v_{k\ell}^{i}; k=1,...,K; \ell=1,...,K; i=1,...,N\right\}$ son ruido blanco e independientes entre sí.

Este modelo consta, por lo tanto, de 3 niveles a saber:

1) El primer nivel, descrito por las ecuaciones (2.1), en las que se relaciona cada ratio financiero analizado Y_j con la dimensión económico-financiera de la empresa que mide y que viene representada por el factor F_k donde J_k = {ratios financieros observados relacionados con el factor F_k}, para k=1,…,K siendo K el número de magnitudes económico-financieras consideradas en el análisis. Por razones de identificabilidad supondremos que si $J_k = \{j_{k1}<j_{k2}<\ldots<j_{k\ell_k}\}$ entonces $\beta_{j_{k1}} \geq 0$.
2) El segundo nivel, descrito por las ecuaciones (2.2), en las que se describe la evolución en el tiempo de cada una de las magnitudes económico-financieras mediante un modelo de ajuste parcial multivariante que recoge la influencia que en dicha evolución ejerce, no sólo el valor de la magnitud en el periodo anterior, si no también la del resto de las magnitudes siendo el valor del coeficiente $\gamma_{k\ell}^{i}$ el que recoge el signo y la magnitud de dicha influencia
3) El tercer nivel, descrito por las ecuaciones (2.3), que recogen, para cada coeficiente de ajuste $\gamma_{k\ell}^{i}$ la influencia que sobre el mismo ejercen las variables explicativas **X**. Los coeficientes $\psi_{k\ell}^{h}$ determinan el signo y la magnitud de dicha influencia mientras que el coeficiente $\rho_{k\ell}$ es el valor esperado del coeficiente $\gamma_{k\ell}^{i}$ para las empresas con características **X** = **0**.

2.1 Distribución a priori

Dado que la aproximación utilizada en el trabajo es bayesiana, es necesario describir la distribución a priori de los parámetros del modelo (2.1)-(2.3). Dichas distribuciones son las siguientes:

$$\beta_j \sim NT_{[0,\infty)}(0,1);\ j \in A \ \text{ y } \beta_j \sim N(0,1);\ j \in \{1,...,p\} - A \tag{2.4}$$

$$\alpha_j \sim N(0, \sigma_{\alpha_j}^2);\ j = 1,\ldots,p;\ i=1,\ldots,N \tag{2.5}$$

$$\rho_{k\ell} \sim N(0,1);\ k=1,\ldots,K;\ \ell=1,\ldots,K \tag{2.6}$$

$$\psi_{k\ell}^{h} \sim N(0,1);\ k=1,\ldots,K;\ h=1,\ldots,q;\ \ell=1,\ldots,K \tag{2.7}$$

$$\sigma_{\varepsilon_j}^2 \sim \text{IGamma}\left(\frac{n_\varepsilon}{2}, \frac{d_\varepsilon}{2}\right);\ j=1,\ldots,p \tag{2.8}$$

$$\sigma_{w_k^i}^2 \sim \text{IGamma}\left(\frac{n_w}{2}, \frac{d_w}{2}\right);\ k=1,\ldots,K;\ i=1,\ldots,N \tag{2.9}$$

$$\sigma_{v_{k\ell}}^2 \sim \text{IGamma}\left(\frac{n_v}{2}, \frac{d_v}{2}\right);\ k=1,\ldots,K;\ \ell=1,\ldots,K \tag{2.10}$$

$$F^i_{k0} \sim N(0,1)\,;\ k=1,\ldots,K;\ i=1,\ldots,N \qquad (2.11)$$

siendo A = {$j\in\{1,\ldots,p\}$ tales que $\beta_j>0$} y donde IGamma(p,a) denota la distribución gamma invertida de parámetros de forma p y escala a. Todas estas distribuciones se suponen independientes entre sí e independientes de (2.1)-(2.3) y son estándar en la literatura bayesiana. Suponen, en particular, que los coeficientes $\{\beta_j;\ j=1,\ldots,p\}$ y $\left\{\gamma^i_{k\ell};k=1,...,K;\ell=1,...,K;i=1,...,N\right\}$ tomarán, muy probablemente, valores entre -1 y 1. Además, si σ^2_α es grande y $\{n_i\to 0,\ d_i\to 0;\ i\in\{\varepsilon,w,v\}\}$ la distribuciones (2.5) y (2.8) a (2.10) son no informativas, permitiendo a los datos hablar por sí mismos. Finalmente, y con el fin de evitar problemas de identificabilidad, (2.11) supone que las magnitudes latentes $\{F_k;\ k=1,\ldots,K\}$ están estandarizadas en el periodo 0.

2.2. Distribución a posteriori

Sea $\theta = \left((\alpha_j,\beta_j)^p_{j=1}, (\gamma^i_{k\ell})^{K,N}_{k,\ell=1,i=1}, (\rho_{k\ell})^K_{k,\ell=1}, (\psi^h_{k\ell})^{K,q}_{k,\ell=1,h=1}, (\tau_{\varepsilon_j})^p_{j=1}, \left(\tau_{w^i_k}\right)^{K,N}_{k=1,i=1}, (\tau_{v_{k\ell}})^K_{k,\ell=1} \right)$

el vector de los parámetros estáticos del modelo donde $\tau_{\varepsilon_j} = \dfrac{1}{\sigma^2_{\varepsilon_j}}$, $\tau_{w^i_k} = \dfrac{1}{\sigma^2_{w^i_k}}$,

$\tau_{v_{k\ell}} = \dfrac{1}{\sigma^2_{v_{k\ell}}}$ y $\mathbf{F}_T = \left((F^i_{kt})^{K,N,T}_{k=1,i=1,t=1} \right)$ el vector de parámetros dinámicos del modelo (2.1)-(2.3).

La distribución a posteriori vendrá dada por:

$$[\theta,\mathbf{F}_T|\left\{\mathbf{Y}^i_t;t=1,...,T;i=1,...,N\right\}] \propto [\left\{\mathbf{Y}^i_t;t=1,...,T;i=1,...,N\right\}|\mathbf{F}_T,\theta][\mathbf{F}_T|\theta][\theta] =$$

$$= \prod_{i=1}^N\prod_{j=1}^p\prod_{t=1}^T \tau^{1/2}_{\varepsilon_j}\exp\left[-\frac{\tau_{\varepsilon_j}}{2}\left(Y^i_{jt}-\alpha_j-\beta_j F^i_{kt}\right)^2\right] x$$

$$x\prod_{i=1}^N\prod_{k=1}^K\prod_{t=1}^T \tau^{1/2}_{w^i_k}\exp\left[-\frac{\tau_{w^i_k}}{2}\left(F^i_{kt}-\sum_{\ell=1}^K\gamma^i_{k\ell}F^i_{\ell,t-1}\right)^2\right]\prod_{i=1}^N\prod_{k=1}^K\exp\left[-\frac{1}{2}\left(F^i_{k0}\right)^2\right] x$$

$$x\prod_{i=1}^N\prod_{k=1}^K\prod_{\ell=1}^K \tau^{1/2}_{v_{k\ell}}\exp\left[-\frac{\tau_{v_{k\ell}}}{2}\left(\gamma^i_{k\ell}-\rho_{k\ell}-\sum_{h=1}^q\psi^h_{k\ell}X^i_h\right)^2\right] x$$

$$x\prod_{j\in A}\exp\left[-\frac{1}{2}\beta_j^2\right]I_{[0,\infty)}(\beta_j)\prod_{j\in\{1,...,p\}-A}\exp\left[-\frac{1}{2}\beta_j^2\right]\prod_{j=1}^p\exp\left[-\frac{1}{2}\frac{(\alpha_j)^2}{\sigma^2_\alpha}\right] x$$

$$x\prod_{k=1}^K\prod_{\ell=1}^K\exp\left[-\frac{1}{2}\rho^2_{k\ell}\right]\prod_{h=1}^q\prod_{\ell=1}^K\prod_{k=1}^K\exp\left[-\frac{1}{2}\left(\psi^h_{k\ell}\right)^2\right] x$$

$$x\prod_{j=1}^{p}\tau_{\varepsilon_j}^{\frac{n_\varepsilon}{2}-1}\exp\left[-\frac{d_\varepsilon}{2}\tau_{\varepsilon_j}\right]I_{[0,\infty)}\left(\tau_{\varepsilon_j}\right)\prod_{i=1}^{N}\prod_{k=1}^{K}\tau_{w_k^i}^{\frac{n_w}{2}-1}\exp\left[-\frac{d_w}{2}\tau_{w_k^i}\right]I_{[0,\infty)}\left(\tau_{w_k^i}\right)x$$

$$x\prod_{k=1}^{K}\prod_{\ell=1}^{K}\tau_{v_{k,\ell}}^{\frac{n_v}{2}-1}\exp\left[-\frac{d_v}{2}\tau_{v_{k,\ell}}\right]I_{[0,\infty)}\left(\tau_{v_{k,\ell}}\right) \tag{2.12}$$

Dado que la distribución (2.12) no es tratable analíticamente utilizaremos métodos MCMC (Robert y Casella, 1999) y, más concretamente, el Gibbs sampling, como método de cálculo. En el apéndice se muestran, con más detalle, las expresiones de las distribuciones completamente condicionadas necesarias para llevarlo a cabo.

El siguiente algoritmo describe cómo se han obtenido las muestras de la distribución (2.12) necesarias para realizar inferencias acerca de los parámetros del modelo (2.1)-(2.3).

2.3. Algoritmo

Paso 0: Comienzo del algoritmo

Se extrae una muestra del vector de parámetros θ,

$$\theta^{(0)} =$$

$$\left(\left(\beta_j^{(0)},\alpha_j^{(0)}\right)_{j=1}^{p},\left(\gamma_{k\ell}^{i(0)}\right)_{k,\ell=1}^{K},\left(\rho_{k\ell}^{(0)}\right)_{k,\ell=1}^{K},\left(\psi_{k\ell}^{h(0)}\right)_{k,\ell=1,h=1}^{K,q},\left(\tau_{\varepsilon_j}^{(0)}\right)_{j=1}^{p},\left(\tau_{v_{k\ell}}^{(0)}\right)_{k,\ell=1}^{K,K},\left(\tau_{w_k^i}^{(0)}\right)_{k,i=1}^{K,N}\right)$$

utilizando, por ejemplo, las distribuciones (2.3)-(2.10). Extraer, a continuación, una muestra del vector de parámetros $\mathbf{F}_T$, $\mathbf{F}_T^{(0)}=\left(\left(F_{kt}^{i(0)}\right)_{k=1,i=1,t=1}^{K,N,T}\right)$ utilizando las distribuciones (2.11) y (2.2). Fijar el número de iteraciones máximo IT_{max} y colocar el contador de iteraciones it = 1

Paso 1:

Repetir los siguientes pasos para it=1,…,IT_{max}

Paso 1 a)

Extraer una muestra $\left(\mathbf{F}_T^{(it)}\right)$ de la distribución $\mathbf{F}_T|$ $\theta^{(it)},\left\{\mathbf{Y}_t^i;t=1,...,T;i=1,...,N\right\}$ utilizando el algoritmo de filtraje hacia adelante-suavizado hacia atrás descrito en el apéndice.

Paso 1 b)

Extraer $\left(\alpha_j^{(it)},\beta_j^{(it)}\right)_{j=1}^{p}$ utilizando las distribuciones $\{(\alpha_j,\beta_j)|\,\tau_{\varepsilon_j}^{(it-1)},\mathbf{F}_{kT}^{(it)},$ $\left\{Y_{jt}^{i};t=1,...,T;i=1,...,N\right\}$;j=1,…,p} calculadas en el apéndice.

Paso 1 c)

Extraer $\left(\tau_{\varepsilon_j}^{(it)}\right)_{j=1}^{p}$ de las distribuciones $\{\,\tau_{\varepsilon_j}|\left(\alpha_j^{(it)},\beta_j^{(it)}\right),\mathbf{F}_{kT}^{(it)},$ $\left\{Y_{jt}^{i};t=1,...,T;i=1,...,N\right\}$;j=1,…,p} calculadas en el apéndice.

Paso 1 d)

Extraer $\{\gamma^{i(it)} = \mathrm{vec}\left(\gamma_{k\ell}^{i(it)}\right)_{k,\ell=1}^{K}$; i=1,…,N} de las distribuciones $\left\{\gamma^{i}\mid \mathbf{F}_{T}^{i(it)},\left(\rho_{k\ell}^{(it-1)}\right)_{k,\ell=1}^{K},\left(\psi_{k\ell}^{h(it-1)}\right)_{k,\ell=1;h=1}^{K,q},\left(\tau_{w_k^i}^{(it-1)}\right)_{k=1;i=1}^{K,N},\left(\tau_{v_{k,\ell}}^{(it-1)}\right)_{k,\ell=1}^{K}\mathbf{X}_h^i\right\}$ calculadas en el apéndice.

Paso 1 e)

Extraer $\left(\tau_{w_k^i}^{(it)}\right)_{k=1;i=1}^{K,N}$ de las distribuciones $\{\,\tau_{w_k^i}\mid\mathbf{F}_{kT}^{(it)},\left(\gamma_{k\ell}^{i(it)}\right)_{k,\ell=1}^{K}$;k=1,…,K;i=1,…,N} K calculadas en el apéndice.

Paso 1 f)

Extraer $\mathbf{\Delta}^{(it)}=\left(\left(\rho_{k\ell}^{(it)}\right)_{k,\ell=1}^{K}\right)\left(\psi_{k\ell}^{h(it)}\right)_{k,\ell=1;h=1}^{K,q}$ de la distribución $\Delta|$ $\{\gamma^{i(it)}$;i=1,…,N},$\mathbf{X},\mathbf{\Sigma}_v^{(it-1)}$ calculada en el apéndice.

Paso 1 g)

Extraer $\left(\tau_{v_{k\ell}}^{(it)}\right)_{k,\ell=1}^{K}$ de las distribuciones $\{\,\tau_{v_{k\ell}}|\{\gamma^{i(it)}$;i=1,…,N},$\Delta^{(it)}$,**X;** k,$\ell$=1,…,K} calculadas en el apéndice.

Como resultado de este algoritmo y tras un número de iteraciones inicial IT_0 necesario para alcanzar la convergencia del algoritmo a (2.12), se obtiene una muestra de la distribución a posteriori (2.12) $\{\theta^{(it)}$; it = IT_0+1,…,IT_{max}}con

$$\theta^{(it)}=\left(\left(\alpha_j^{(it)},\beta_j^{(it)}\right)_{j=1}^{p},\left(\gamma_{k\ell}^{i(it)}\right)_{k,\ell=1,i=1}^{K,N},\left(\rho_{k\ell}^{(it)}\right)_{k,\ell=1}^{K},\left(\psi_{k\ell}^{h(it)}\right)_{k,\ell=1,h=1}^{K,q},\left(\tau_{\varepsilon_j}^{(it)}\right)_{j=1}^{p},\left(\tau_{w_k^i}^{(it)}\right)_{k=1,i=1}^{K,N},\left(\tau_{v_{k,\ell}}^{(it)}\right)_{k,\ell=1}^{K}\right)$$

a partir de la cual se pueden realizar inferencias acerca de los parámetros del modelo (2.1)-(2.3). En particular se podrán calcular intervalos de credibilidad bayesianos del 100(1-α)% utilizando los cuantiles 0.5α y 1-0.5α de la muestra anterior.

3. ANALISIS EMPIRICO

3.1 Descripción de los datos

Los datos corresponden a una muestra de 395 empresas europeas del sector manufacturero extraídas de la base de datos AMADEUS. Los ratios financieros analizados se muestran en la Tabla 1 y representan a 4 dimensiones claves de la actividad de una empresa: a saber, rentabilidad, apalancamiento financiero, liquidez y eficiencia en inventarios (Foster, 1986; Nikkinen y Sahlström, 2004). Los datos obtenidos muestran, para cada empresa, la evolución de dichos ratios en el periodo 1994 a 2003.

Tabla 1: Ratios financieros analizados

Dimensión	Ratio Financiero (signo esperado β_i)	Expresión
Rentabilidad	Rentabilidad Económica (+)	$ROI = \frac{\text{Beneficio antes de impuestos}}{\text{Activo Total}}$
	Rentabilidad Financiera (+)	$ROE = \frac{\text{Beneficio antes de impuestos}}{\text{Patrimonio Neto}}$
	Margen Bruto (+)	$OPM = \frac{\text{Ventas} - \text{Gastos Operativos}}{\text{Ventas}}$
Apalancamiento Financiero	Endeudamiento (+)	$DE = \frac{\text{Deudas Corto} + \text{Deudas Largo}}{\text{Patrimonio Neto}}$
	Apalancamiento Financiero (-)	$EC = \frac{\text{Patrimonio Neto}}{\text{Pasivo Total}}$
Liquidez	Solvencia Corriente (+)	$CR = \frac{\text{Existencias} + \text{Deudores} + \text{Otros Activos Circulantes}}{\text{Préstamos} + \text{Acreedores} + \text{Otros Pasivos Circulantes}}$
	Liquidez (+)	$QR = \frac{\text{Caja} + \text{Deudores} + \text{Otros Activos Circulantes}}{\text{Pasivo Total}}$
Eficiencia en Inventarios	Existencias (+)	$IT = \frac{\text{Ventas}}{\text{Existencias}}$
	Valor Añadido (+)	$VA = \frac{\text{Valor Añadido}}{\text{Existencias}}$

3.2. Análisis Estadístico

En este caso se tiene que N = 395, T = 10, p = 9 y K = 4. Además J_1 = {ROI,ROE,OPM}, J_2 = {DE,EC}, J_3 = {CR,QR} y J_4 = {IT,VA}. Se aplicó, además, una transformación logarítmica a los ratios DE, EC, CR y QR con el fin de mejorar su grado de normalidad. Se exigió, finalmente, que los coeficientes β_j de los ratios ROI, DE, CR e IT fueran positivos para evitar problemas de identificabilidad.

Como variable explicativa de los coeficientes γ_{ij} se tomó el tamaño de la empresa codificado como una variable indicadora de si la empresa es grande o no, considerando como empresas grandes aquéllas con más de 445 trabajadores (la mediana del número de trabajadores de las empresas de la muestra).

Como parámetros de la distribución a priori se tomaron $n_v = n_w = n_\varepsilon = d_v = d_w = d_\varepsilon = 0.1$ y $\sigma^2_{\alpha_j}=1$; j=1,…,9 por lo que constituye una distribución a priori difusa. Conviene hacer notar, sin embargo, que debido al alto número de series analizadas los resultados obtenidos vienen poco influidos por la distribución a priori. El algoritmo descrito en la sección anterior se inicializó con una muestra de la distribución a priori (2.4), (2.11) y se ejecutó durante 10000 iteraciones. El estudio de la convergencia se realizó mediante inspección visual de las series de los parámetros del modelo y aplicando el método de Geweke (1992). Utilizando dichos métodos se determinó que la convergencia se había producido tras 1000 iteraciones y los resultados que se presentan a continuación están basados en las últimas 5000 iteraciones.

3.3. Resultados obtenidos

En la Tablas 2, 3 y 4 se muestran los resultados obtenidos en la estimación de los parámetros α_i y β_i, ρ_{ij} y ψ_{ij}, respectivamente. Se han calculado, en particular, la mediana (Q50) y los límites del intervalo de credibilidad bayesiano del 95%, construidos a partir de los cuantiles 2.5 (Q2.5) y 97.5 (Q97.5) de la muestra de la distribución a posteriori (2.12) obtenida a partir del algoritmo.

Se observa, en primer lugar, que los signos de los coeficientes β_i coinciden con los signos esperados (ver Tabla 1) confirmando que cada ratio financiero analizado es una medición de los factores listados en la Tabla 1.

Tabla 2
Estimaciones e intervalos de credibilidad bayesianos del 95%
de los coeficientes α_i y β_i

		α_i			β_i	
Ratios	**Q2.5**	**Med**	**Q97.5**	**Q2.5**	**Med**	**Q97.5**
ROI	0.0681	0.0718	0.0755	0.0268	0.0290	0.0310
ROE	0.1449	0.1616	0.1782	0.0884	0.0971	0.1058
OPM	0.0544	0.0578	0.0612	0.0313	0.0338	0.0356
DE	0.2895	0.3221	0.3513	0.6608	0.6821	0.7025
EC	-0.9691	-0.9518	-0.9329	-0.3941	-0.3824	-0.3696
CR	0.3215	0.3393	0.3551	0.2825	0.2937	0.3068
QR	-0.8682	-0.8529	-0.8379	0.1139	0.1236	0.1336
IT	7.8242	7.9450	8.1128	6.4547	6.4737	6.5164
VA	0.5811	0.6753	0.7699	0.1913	0.2019	0.2126

Así mismo, los resultados mostrados en las Tablas 3 y 4 son compatibles con los postulados del modelo de ajuste parcial dado que los coeficientes $\{\rho_{ii};\ i=1,\ldots,4\}$ son positivos y menores que 1, estimándose las velocidades de ajuste anuales de cada uno de los factores en un 23.76% para el factor de rentabilidad, 85.76% para el factor de apalancamiento financiero, 55.94% para el factor de liquidez y 94.12% para el de eficiencia en inventarios. No se observan, además, diferencias significativas entre las empresas grandes y el resto al no ser significativos ninguno de los coeficientes ψ_{ii} (ver Tabla 4).

Tabla 3
Estimaciones e intervalos de credibilidad bayesianos del 95%
de los coeficientes ρ_{ij} +

	Rentabilidad			**Apalancamiento**			**Liquidez**			**Eficiencia**		
ρ_{ij}	**Q2.5**	**Med**	**Q97.5**	**Q2.5**	**Med**	**Q97.5**	**Q2.5**	**Med**	**Q97.5**	**Q2.5**	**Med**	**Q97.5**
Rentabilidad	**0.7193**	**0.7624**	**0.7994**	-0.0497	0.0208	0.009	-0.0553	-0.0076	0.0394	-0.085	-0.0424	0.0023
Apalancamiento	-0.0421	0.0078	0.0562	**0.0863**	**0.1424**	**0.1950**	**-0.4603**	**-0.3602**	**-0.2555**	-0.0748	-0.0043	0.0664
Liquidez	-0.0218	0.0108	0.0438	-0.0323	0.0023	0.0367	**0.3780**	**0.4406**	**0.5064**	-0.0377	0.0043	0.0458
Eficiencia	-0.0419	0.0105	0.0652	-0.0813	-0.0267	0.0289	-0.0894	0.0285	0.1438	**0.0009**	**0.0588**	**0.1139**

+en negrita los coeficientes significativos

Sin embargo, y a diferencia de los modelos univariantes tradicionalmente utilizados en la literatura, la evolución de cada uno de los factores anteriores viene influida por la del resto. Así, en las empresas pequeñas y medianas un aumento de la liquidez tiende a provocar una disminución del apalancamiento financiero de la empresa. (ver Tabla 3)

Tabla 4
Estimaciones e intervalos de credibilidad bayesianos del 95% de los coeficientes ψ_{ij}^{+}

	Rentabilidad			**Apalancamiento**			**Liquidez**			**Eficiencia**		
ψ_{ij}	**Q2.5**	**Med**	**Q97.5**	**Q2.5**	**Med**	**Q97.5**	**Q2.5**	**Med**	**Q97.5**	**Q2.5**	**Med**	**Q97.5**
Rentabilidad	-0.0475	-0.0063	0.0361	**-0.6723**	**-0.6204**	**-0.5713**	**0.002**	**0.0398**	**0.0811**	-0.0974	0.0466	0.0015
Apalancamiento	-0.0488	0.0113	0.0766	-0.1421	-0.051	0.0382	-0.0975	-0.0407	0.0141	**0.2999**	**0.3960**	**0.4960**
Liquidez	**0.1998**	**0.2576**	**0.3151**	-0.0775	-0.0156	0.0377	-0.0762	-0.0188	0.039	**-0.6090**	**-0.5284**	**-0.4518**
Eficiencia	-0.0448	0.0355	0.1190	**0.0592**	**0.1277**	**0.1933**	**-0.3600**	**-0.2669**	**-0.1696**	-0.1100	0.0417	0.1858

$^{+}$en negrita los coeficientes significativos

Así mismo, en las empresas grandes (ver Tabla 4), se aprecia que los factores de liquidez y rentabilidad se relacionan de forma directa y por lo tanto, las empresas más rentables tienden a ser las más líquidas y viceversa. Además, un aumento en el nivel de apalancamiento de una empresa tiende a provocar una disminución en la rentabilidad posterior de la misma por lo que las empresas menos endeudadas tienden a ser más rentables.

Se observa, finalmente, que la eficiencia en inventarios tiende a estar relacionada de forma directa con los niveles de apalancamiento financiero y de forma inversa con los de liquidez. Estas relaciones reflejan la influencia que ejerce en la marcha de la empresa el nivel de existencias de la misma. Así cuanto mayor es el nivel de existencias de una empresa (y, por lo tanto, menor su nivel de eficiencia), mayor es el valor del ratio CR y, por lo tanto, mayor es el grado de liquidez de la misma. Por otro lado, las empresas grandes más eficientes suelen tener menos restricciones en el acceso al mercado de deuda y de ahí su tendencia a aumentar sus niveles de apalancamiento financieros con el fin de aumentar, posteriormente, sus niveles de eficiencia.

4. Conclusiones

En este trabajo se ha planteado una extensión multivariante del modelo de ajuste parcial de Lev (1969) en la que se supone que el ajuste de ratios que miden, esencialmente, la misma dimensión económico-financiera de la empresa, evoluciona de forma similar, reflejando la dinámica de dicha dimensión. Para ello se ha utilizado un modelo jerárquico bayesiano multivariante en tres niveles: el primer nivel describe la relación de cada ratio con la dimensión que mide; el segundo describe la evolución en el tiempo de cada dimensión mediante el modelo de ajuste parcial de Lev (1969) así como las interrelaciones existentes en su evolución conjunta; el tercer nivel analiza el grado de similitud de los coeficientes de ajuste de unas empresas con otras según las características de las mismas.

La metodología desarrollada se ha aplicado al análisis de la evolución de un conjunto de ratios financieros tradicionalmente utilizados para medir 4 dimensiones clave de la actividad de una empresa (la rentabilidad, el apalancamiento financiero, la liquidez y la eficiencia) en una muestra de empresas europeas del sector manufacturero utilizando datos obtenidos de la base de datos AMADEUS. Los resultados obtenidos confirman los postulados del modelo de ajuste parcial pero, a diferencia de los análisis univariantes realizados tradicionalmente en la literatura, muestran que en la evolución conjunta de dichas dimensiones existen interrelaciones que dependen, además, del tamaño de la empresa. Este hecho pone de manifiesto la necesidad de adoptar una aproximación multivariante al problema con el fin de capturar todas las influencias existentes entre las dimensiones económico-financieras de la empresa.

Queda como dirección de futura investigación ampliar el estudio multivariante aquí realizado, incluyendo otras dimensiones la actividad empresarial (inversiones y gastos de I+D, productividad, etc) así como otras características (sector, país) con el fin de que el análisis adquiera mayor fiabilidad y realismo.

Apéndice

En este apéndice se calculan las distribuciones completamente condicionadas de la distribución a posteriori (2.12) necesarias para implementar el algoritmo descrito en la sección 2 del paper

a) Distribución $\mathbf{F}_T \mid \theta, \{\mathbf{Y}_t^i; t = 1,\ldots,T; i = 1,\ldots,N\}$ utilizada en el paso 1 a) del algoritmo

Para obtenerla observar que las ecuaciones del modelo (2.1)-(2.3) y la distribución a priori (2.11) pueden escribirse como:

$$
\begin{aligned}
&\mathbf{U}_t^i = \mathbf{Y}_t^i - \boldsymbol{\alpha} = \mathbf{A}_1\mathbf{F}_t^i + \boldsymbol{\varepsilon}_t^i && \boldsymbol{\varepsilon}_t^i \sim N_p(\mathbf{0},\boldsymbol{\Sigma}) \\
&\boldsymbol{\Theta}_t^i = \mathbf{A}_2^i\boldsymbol{\Theta}_{t-1}^i + \mathbf{w}_t^i && \mathbf{w}_t^i \sim N_{K+p}(\mathbf{0},\mathbf{W}^i) \\
&\boldsymbol{\Theta}_0^i \sim N_{K+p}\left(\mathbf{0},\begin{pmatrix} \sigma_\alpha^2\mathbf{I}_p & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{I}_K \end{pmatrix}\right)
\end{aligned}
\tag{A.1}
$$

siendo $\boldsymbol{\alpha} = (\alpha_1,...,\alpha_p)'$, $\mathbf{F}_t^i = (F_{1t}^i,...,F_{Kt}^i)'$, $\mathbf{A}_1 = (b_{jk})$ matriz pxK de forma que $b_{jk} = \beta_j$ si $j \in J_k$ y 0 en otro caso, $\mathbf{A}_2^i = (\gamma_{k\ell}^i)$, $\boldsymbol{\Sigma} = \mathrm{diag}(\sigma_{\varepsilon_j}^2)$ y $\mathbf{W}^i = \mathrm{diag}\left(\sigma_{w_k^i}^2\right)$ para i=1,…,N.

Las expresiones (A.1) corresponden, para cada i =1,…,N, a un modelo espacio-estado lineal para el que puede utilizarse el algoritmo de filtrado hacia delante y suavizado hacia atrás propuesto por Carter y Kohn (1994) y Früchwirth-Schnatter (1994, 1995) que consta de las dos etapas siguientes:

Etapa 1: *Filtrado hacia delante*

En esta etapa se determinan los vectores de medias $\{\mathbf{m}_t^i; t = 1,...,T\}$ y las matrices de varianzas y covarianzas $\{\mathbf{C}_t^i; t = 1,...,T\}$ de las distribuciones $\{\boldsymbol{\Theta}_t^i \mid D_t^i, \boldsymbol{\theta}_{-\alpha^i}; t = 1,...,T\}$ donde $D_t^i = \{\mathbf{Y}_j^i; j = 1,...,t\}$, mediante el filtro de Kalman, de forma que:

$$
\begin{aligned}
&\mathbf{a}_t^i = \mathbf{A}_2^i\mathbf{m}_{t-1}^i \\
&\mathbf{R}_t^i = \mathbf{A}_2^i\mathbf{C}_{t-1}^i\mathbf{A}_2^{i'} + \mathbf{W}^i \\
&\mathbf{f}_t^i = \mathbf{A}_1\mathbf{a}_t^i \\
&\mathbf{Q}_t^i = \mathbf{A}_1\mathbf{R}_t^i\mathbf{A}_1' + \boldsymbol{\Sigma} \\
&\mathbf{m}_t^i = \mathbf{a}_t^i + \mathbf{R}_t^i\mathbf{A}_1'(\mathbf{Q}_t^i)^{-1}(\mathbf{Y}_t^i - \mathbf{f}_t^i) \\
&\mathbf{C}_t^i = \mathbf{R}_t^i\left(\mathbf{I}_{p+K} - \mathbf{A}_1'(\mathbf{Q}_t^i)^{-1}\mathbf{A}_1\mathbf{R}_t^i\right)
\end{aligned}
$$

con t=1,…,T y tomando $\mathbf{m}_0^i = \mathbf{0}_{K+p}$ y $\mathbf{C}_0^i = \begin{pmatrix} \sigma_\alpha^2\mathbf{I}_p & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{I}_K \end{pmatrix}$.

Etapa 2: *Muestreo hacia atrás*

Este muestreo se realiza en dos fases

i) Extraer $\boldsymbol{\Theta}_T^i$ de $N_{K+p}(\mathbf{m}_T^i, \mathbf{C}_T^i)$

ii) Para t = T-1,T-2,…,0 extraer $\boldsymbol{\Theta}_t^i$ de $\boldsymbol{\Theta}_t^i \mid \boldsymbol{\Theta}_{t+1}^i, D_t^i, \boldsymbol{\theta}_{-\boldsymbol{\alpha}^i} \sim N_{K+p}\left(\mathbf{med}_t^i, \mathbf{Var}_t^i\right)$ con

$$\mathbf{med}_t^i = \left\{\mathbf{I}_{K+p} - \mathbf{C}_t^i \mathbf{A}_2^{i'}\left(\mathbf{R}_{t+1}^i\right)^{-1}\mathbf{A}_2^i\right\}\mathbf{m}_t^i + \mathbf{C}_t^i\mathbf{A}_2^{i'}\left(\mathbf{R}_{t+1}^i\right)^{-1}\boldsymbol{\Theta}_{t+1}^i$$
$$\mathbf{Var}_t^i = \left\{\mathbf{I}_{K+p} - \mathbf{C}_t^i \mathbf{A}_2^{i'}\left(\mathbf{R}_{t+1}^i\right)^{-1}\mathbf{A}_2^i\right\}\mathbf{C}_t^i$$

b) Distribuciones $\{(\alpha_j,\beta_j) \mid \left\{\tau_{\varepsilon_j}, \left(F_{kt}\right)_{t=1}^{T}, \left(Y_{jt}^i\right)_{t=1,i=1}^{T,N}\right\}$;j=1,…,p$\}$ utilizadas en el paso 1 b) del algoritmo

Se tiene que, para $j \in J_k$; i=1,…,N

$$Y_{jt}^i = \boldsymbol{\xi}_j' \mathbf{X}_t^i(k) + \varepsilon_{jt}^i \quad \text{con } \varepsilon_{jt}^i \sim N\left(0, \sigma_{\varepsilon_j}^2\right) \tag{A.2}$$

donde $\xi_j = (\alpha_j,\beta_j)'$ y $\mathbf{X}_t^i(k) = \left(1, F_{kt}^i\right)'$. Ahora bien, de (2.4) y (2.5) se sigue que $\xi_j \sim N_2T_B\left(\mathbf{0}_2, \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & \sigma_{\alpha_j}^2 \end{pmatrix}\right)$ $B = \mathbf{R}\mathbf{x}[0,\infty)$ si $j \in A$ y $B = \mathbf{R}^2$ en otro caso. Teniendo en cuenta (A.2) se sigue, mediante cálculos estándar, que:

$$\xi_j \mid \left\{\tau_{\varepsilon_j}, \left(F_{kt}\right)_{t=1}^{T}, \left(Y_{jt}^i\right)_{t=1,i=1}^{T,N}\right\} \sim N_2T_B\,(\mathbf{m}_j, \mathbf{S}_j) \tag{A.3}$$

donde

$$\mathbf{m}_j = \mathbf{S}_j\left(\tau_{\varepsilon_j}\left(\mathbf{X}(k)'\mathbf{y}_j\right)\right),\ \mathbf{S}_j = \left(\tau_{\varepsilon_j}\left(\mathbf{X}(k)'\mathbf{X}(k)\right) + \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & \sigma_{\alpha_j}^2 \end{pmatrix}\right)^{-1}$$

donde $\mathbf{X}(k) = \left(\mathbf{X}_t^i(k)'\right)$, $\mathbf{y}_j = \mathrm{vec}\left(Y_{jt}^i\right)$. La extracción de una muestra de (A.3) se llevaría a cabo utilizando el método propuesto por Geweke(1991).

c) Distribuciones $\tau_{\varepsilon_j} \mid \alpha_j, \beta_j, \mathbf{F}_{kT}, \left\{Y_{jt}^i; t = 1,...,T; i = 1,...,N\right\}$; j=1,…,p utilizadas en el paso 1 c) del algoritmo

Utilizando (A.2) y (2.8) se sigue, mediante cálculo estándar, que:

$$\tau_{\varepsilon_j} \mid \alpha_j, \beta_j, \mathbf{F}_{kT}, \left\{Y_{jt}^i; t = 1,...,T; i = 1,...,N\right\} \sim \text{Gamma}\left(\frac{n_{\varepsilon jT}}{2}, \frac{d_{\varepsilon jT}}{2}\right)$$

donde $n_{\varepsilon jT} = n_\varepsilon + NT$ y $d_{\varepsilon jT} = d_\varepsilon + \sum_{i=1}^{N}\sum_{t=1}^{T}\left(Y_{jt}^i - \alpha_j - \beta_j F_{kt}^i\right)^2$

d) Distribuciones $\left\{\boldsymbol{\gamma}^i \mid \mathbf{F}_T^i, \left(\rho_{k\ell}\right)_{k,\ell=1}^{K}, \left(\psi_{k\ell}^h\right)_{k,\ell=1;h=1}^{K,q}, \left(\tau_{w_k^i}\right)_{k=1;i=1}^{K,N}, \left(\tau_{v_{k,\ell}}\right)_{k,\ell=1}^{K} \mathbf{X}_h^i; i = 1,...,N\right\}$ utilizadas en el paso 1 d) del algoritmo

Vectorizando las expresiones (2.2) y (2.3) se sigue que:

$$\mathbf{F}_t^i = \left(\left(\mathbf{F}_{t-1}^i\right)' \otimes \mathbf{I}_K\right)\boldsymbol{\gamma}^i + \mathbf{w}_t^i \qquad \text{con } \mathbf{w}_t^i \sim N_K\left(\mathbf{0}, \boldsymbol{\Sigma}_{w^i}\right) \tag{A.3}$$

$$\gamma^i = \rho + \sum_{h=1}^{q} \boldsymbol{\psi}^h X_h^i + \boldsymbol{\nu}^i \qquad \text{con } \nu^i \sim N_{K^2}\left(\mathbf{0}, \boldsymbol{\Sigma}_v\right) \tag{A.4}$$

donde $\gamma^i = \text{vec}\left(\gamma_{k\ell}^i\right)$, $\rho = \text{vec}\left(\left(\rho_{k\ell}\right)\right)$, $\psi^h = \text{vec}\left(\psi_{k\ell}^h\right)$, $\boldsymbol{\Sigma}_{w^i} = \text{diag}\left(\sigma^2_{w_k^i}\right)$, $\nu^i = \text{vec}\left(\left(\upsilon_{k\ell}^i\right)\right)$, $\Sigma_v = \text{diag}\left(\sigma^2_{v_{k\ell}}\right)$

Utilizando cálculos estándar se sigue de (A.3) y (A.4) que

$$\boldsymbol{\gamma}^i \mid \mathbf{F}_T^i, \left(\rho_{k\ell}\right)_{k,\ell=1}^K, \left(\psi_{k\ell}^h\right)_{k,\ell=1;h=1}^{K,q}, \left(\tau_{w_k^i}\right)_{k=1;i=1}^{K,N}, \left(\tau_{v_{k,\ell}}\right)_{k,\ell=1}^{K} \mathbf{X}_h^i \sim N_{K^2}\left(\mathbf{med}_\gamma^i, \mathbf{var}_\gamma^i\right)$$

$$i=1,\ldots,N$$

donde

$$\mathbf{med}_\gamma^i = \mathbf{var}_\gamma^i \left\{ \boldsymbol{\Sigma}_v^{-1}\left(\boldsymbol{\rho} + \sum_{h=1}^{q} \boldsymbol{\psi}^h \mathbf{X}_h^i\right) + \sum_{t=2}^{T} \left(\mathbf{F}_{t-1}^i \otimes \mathbf{I}_K\right) \boldsymbol{\Sigma}_{w^i}^{-1} \mathbf{F}_t^i \right\}$$

$$\mathbf{var}_\gamma^i = \left(\boldsymbol{\Sigma}_v^{-1} + \sum_{t=2}^{T} \left(\left(\mathbf{F}_{t-1}^i \mathbf{F}_{t-1}^{i'}\right) \otimes \boldsymbol{\Sigma}_{w^i}^{-1}\right)\right)^{-1}$$

e) Distribuciones $\{\tau_{w_k^i} \mid \mathbf{F}_{kT}, \left(\gamma_{k\ell}^i\right)_{k,\ell=1}^K; k=1,\ldots,K; i=1,\ldots,N\}$ utilizadas en el paso 1 e) del algoritmo

Utilizando cálculos estándar se sigue de (2.2) y (2.9) que:

$$\tau_{w_k^i} \mid \mathbf{F}_{kT}, \left(\gamma_{k\ell}^i\right)_{k,\ell=1}^K \sim \text{Gamma}\left(\frac{n_{w_k^i T}}{2}, \frac{d_{w_k^i T}}{2}\right) \quad k=1,\ldots,K;\ i=1,\ldots,N$$

donde:

$$n_{w_k^i T} = n_w + T - 1$$

$$d_{w_k^i T} = d_w + \sum_{t=2}^{T} \left(F_{kt}^i - \sum_{\ell=1}^{K} \gamma_{k\ell}^i F_{\ell,t-1}^i\right)^2$$

f) Distribución $\Delta \mid \{\gamma^i; i=1,\ldots,N\}, \mathbf{X}, \boldsymbol{\Sigma}_v$ utilizada en el paso 1 f) del algoritmo

De la expresión (A.4) se sigue que:

$$\gamma^i = \left(\mathbf{I}_{K^2} \otimes \left(\mathbf{Z}^i\right)'\right)\boldsymbol{\delta} + \boldsymbol{\upsilon}^i \qquad \text{con } \nu^i \sim N_{K^2}\left(\mathbf{0}, \boldsymbol{\Sigma}_v\right) \tag{A.5}$$

donde $\mathbf{Z}^i = \left(1, X_1^i, \ldots, X_q^i\right)'$ $i=1,\ldots,N$ y $\delta = \text{vec}(\Delta)$. Además, vectorizando (2.6) y (2.7) se tiene que $\delta \sim N_{(q+1)K^2}\left(\mathbf{0}, \mathbf{I}_{(q+1)K^2}\right)$ por lo que, utilizando cálculos estándar se sigue de (A.5) que:

$$\delta \mid \{\gamma^i; i=1,\ldots,N\}, \mathbf{X}, \boldsymbol{\Sigma}_v \sim N_{(q+1)K^2}\left(\mathbf{med}_\delta, \mathbf{var}_\delta\right)$$

con:

$$\mathbf{med}_\delta = \mathbf{var}_\delta\left(\sum_{i=1}^{N}\left(\mathbf{I}_{K^2}\otimes\mathbf{Z}^i\right)\boldsymbol{\Sigma}_v^{-1}\boldsymbol{\gamma}^i\right),\ \mathbf{var}_\delta = \left(\mathbf{I}_{(q+1)K^2}+\left(\boldsymbol{\Sigma}_v^{-1}\otimes\sum_{i=1}^{N}\mathbf{Z}^i\left(\mathbf{Z}^i\right)'\right)\right)^{-1}.$$

g) Distribuciones $\{\tau_{v_{k\ell}}|\{\gamma^i;i=1,\ldots,N\},\Delta,\mathbf{X};\ k,\ell=1,\ldots,K\}$ utilizadas en el paso 1 f) del algoritmo

Utilizando cálculos estándar se sigue de (2.3) y (2.10) que

$$\tau_{v_{k,\ell}}|\{\gamma^i;i=1,\ldots,N\},\Delta,\mathbf{X}\sim \text{Gamma}\left(\frac{n_{v_{k\ell}T}}{2},\frac{d_{v_{k\ell}T}}{2}\right)\ k=1,\ldots,K;\ i=1,\ldots,N$$

donde:

$$n_{v_{k\ell}T} = n_v + N$$

$$d_{v_{k\ell}T} = d_v + \sum_{i=1}^{N}\left(\gamma_{k\ell}^i-\rho_{k\ell}-\sum_{h=1}^{q}\psi_{k\ell}^h X_h^i\right)^2$$

Referencias

CARTER, C.K. y KOHN, R. (1994). On Gibbs sampling for state space models. *Biometrika,* **81**, 541-553.

DAVIS, H. y PELES, Y. (1993). Measuring equilibrating forces of financial ratios. *The Accounting Review,* **68,** 725-747.

FOSTER, (1986). *Financial Statement Analysis,* 2d ed. Englewood Cliffs, NJ: Prentice Hall.

FRÜCHWIRTH-SCHNATTER, S. (1994). Data Augmentation and Dynamic Linear Models. *Journal of Time Series Analysis*, **15**, 183-202.

FRÜCHWIRTH-SCHNATTER, S. (1995). Bayesian Model Discrimination and Bayes Factors for Linear Gaussian State Space Models. *Journal of the Royal Statistical Society Ser. B*, **57**, 237-246.

GALLIZO, J.L. y SALVADOR, M. (1997) Análisis sectorial de las fuerzas equilibradoras de ratios financieros. *Revista Española de Economía*, **14**, 2, 229-250

GALLIZO, J.L. y SALVADOR, M. (2003). Understanding the behaviour of financial ratios: the adjustment process. *Journal of Economic and Business,* **55,** 267-283.

GALLIZO, J.L.; GARGALLO, P. y SALVADOR, M. (2000). A Dynamic Classification Pattern of Financial Ratios. Empirical Evidence with European Manufacturing Companies. *Advances of Financial Planning and Forecasting,* **9,** 193-220.

GALLIZO, J.L.;JIMENEZ, F. y SALVADOR, M. (2002). Adjusting Financial Ratios: a Bayesian Analysis of the Spanish Manufacturing Sector. *The International Journal of Management Science (Omega)* **3**0, 185-195.

GARGALLO, P. ; SALVADOR, M. y GALLIZO, J.L. (2004). Partial Adjustment of Financial Ratios: a Semiparametric Hierarchical Bayesian Approach (en revisión).

GEWEKE, J. (1991). Efficient Simulation from the Multivariate Normal and Student-t Distributions Subject to Linear Constraints. *Computing Science and Statistics: Proceedings of the Twenty-Third Symposium of the Interface,* 571-578.

GEWEKE, J. (1992). Evaluating the Accuracy of Sampling-Based Approaches to the Calculation of Posterior Moments, *Bayesian Statistics* **4**, (eds. Bernardo, J.M; Berger, J.O.; Dawid, A.P. and Smith, A.F.M.). Oxford, 169-194.

LEE, C. y WU,C. (1988) Expectation Formation and Financial Ratio Adjustment Processes. The Accounting Review **2**, 292-306.

LEV, B. (1969). Industry averages as targets for financial ratios. *Journal of Accounting Research* **7**, 290-299.

LINTNER, J. (1956) Distribution of incomes of corporation among dividends, retained earnings, and taxes (with discussion). *American Economic Review,* **2,** Vol. **46**, 97-118.

NIKKINEN, J. y SAHLSTRÖM, P. (2004) Distributional Properties and Transformation of Financial Ratios: The impact of the Accounting Environment. *Advances in International Accounting,* **17,** 85-101.

PELES, Y. y SCHNELLER, M. (1989). The duration of the adjustment process of financial ratios. *The Review of Econ. and Statist.,* **62,** 527-532.

ROBERT, C.P. y CASELLA, G. (1999), *Monte Carlo Statistical Methods.* New-York. Springer-Verlag.

WU, C. y HO, S.K. (1997). Financial Ratio Adjustment: Industry-Wide Effects on Strategic Management. *Review of Quantitative Finance and Accounting,* **9,** 71-88.