

MULTICRITERIO Y SELECCIÓN DE CARTERAS

Rafael Caballero Fernández

Departamento de Economía Aplicada (Matemáticas)

Universidad de Málaga

e-mail: rafael.caballero@uma.es

Mercedes González Lozano

Departamento de Economía Aplicada (Matemáticas)

Universidad de Málaga

e-mail: m_gonzalez@uma.es

Rafael Rodríguez Avilés

Departamento de Economía Aplicada (Matemáticas)

Universidad de Málaga

e-mail: rr_aviles@uma.es

Resumen

Como sabemos, de toda inversión en activos bursátiles pretendemos obtener un rendimiento o rentabilidad, pero deberemos aceptar un riesgo de no obtener dicha rentabilidad o incluso de acabar en pérdidas, es decir tendremos que asumir un riesgo. Por tanto, toda inversión de este tipo plantea un problema de optimización con múltiples objetivos, básicamente, maximizar la rentabilidad y minimizar el riesgo, que generalmente consta de distintas facetas, como el riesgo global, el riesgo sistemático, el riesgo específico o el riesgo individual. Por supuesto, todo ello sujeto a una serie de restricciones. Nosotros planteamos resolver este problema utilizando técnicas multiobjetivo conocidas, como la programación por metas, contrastando a posteriori los resultados de nuestra elección.

Palabras clave: Selección de carteras, programación multiobjetivo.

Area temática: Métodos cuantitativos.

1. Introducción.

Es de todos conocido que la selección de carteras es una de las piezas angulares de la moderna gestión de activos financieros, además del ahorro de las familias españolas, es decir, de los pequeños inversores. En un reciente artículo publicado en la Revista de la bolsa de Madrid (García, 2004), se apunta que la elevada concentración del patrimonio de los hogares españoles en activos inmobiliarios no debe hacernos olvidar que la riqueza financiera de las familias españolas ha cambiado cuantitativa y cualitativamente a lo largo de los años noventa y que este ha sido, sin duda, uno de los fenómenos que mejor refleja el cambio experimentado por el sistema financiero español a lo largo de la pasada década.

En general, el inversor trata siempre de garantizarse una rentabilidad, seguridad y liquidez aceptables o mínimas al decidir cómo combinar los valores en su cartera. No obstante, es casi una norma que estos objetivos no sean compatibles entre sí: los valores más líquidos suelen ser poco rentables, los más rentables, en la mayoría de los casos, poseen característica de inseguros, los más seguros, normalmente, no permiten una liquidez rápida, etc. Todo ello, nos permite tratar esta problemática desde la óptica de la programación multiobjetivo, ya que, nos encontramos con la existencia de varios objetivos en conflicto entre sí.

De hecho, el modelo que dio origen a la moderna teoría de selección de carteras, propuesto por Markowitz en 1952, no es ni más ni menos que un problema multiobjetivo, para ser más exactos, biobjetivo: maximizar el rendimiento de una cartera de valores, minimizando su riesgo o viceversa, siendo el método de resolución utilizado por el autor el de la restricción, donde se elige uno de los objetivos y el otro pasa a ser una restricción del problema.

De las técnicas multiobjetivo utilizadas, la programación por metas nos pareció la más adecuada dada la flexibilidad que permite a la hora de establecer los deseos del decidor, siendo precisamente esta técnica la empleada en las primeras referencias a la selección de carteras y la programación multiobjetivo que encontramos en la literatura. Así Lee y Lerro (1973) y Lee y Chesser (1980) utilizaron dicho método para analizar la selección de carteras, considerando como metas, medidas de la rentabilidad, y del riesgo. Más recientemente, Powell y Premachandra (1998)

actualizan las aplicaciones de programación por metas anteriores teniendo en cuenta los avances recientes en la literatura sobre gestión de carteras, tales como requerimientos de prudencia gerencial, necesidades de liquidez, preocupaciones sobre responsabilidad social, y cuestiones sobre gestión de obligaciones.

Utilizamos datos semanales reales de la bolsa desde el año 1995 hasta septiembre de 2002. De este periodo largo hemos extraído tres tipos de escenarios: **estable** que va desde el 30/12/94 hasta el 28/06/96, **crecimiento** desde el 17/01/97 al 18/07/98, y **decrecimiento** que incluye los datos desde el 03/04/98 hasta el 06/08/99, según los valores alcanzados por el Índice General de la Bolsa de Madrid (IGBM). Los datos posteriores hasta septiembre de 2002 se utilizarán para la evaluar las distintas carteras.

Las carteras seleccionadas en cada escenario son evaluadas posteriormente mediante la comparación de su valor de realización con el de una cartera de referencia, utilizando para ello el IBEX, puesto que puede ser considerado como la cartera representativa del mercado.

2. Planteamiento de nuestro modelo

Es evidente que la conducta racional de un inversor en bolsa consiste en buscar aquella composición de la cartera que haga máximo su rendimiento soportando el menor riesgo posible.

Por ello, a la hora de formular nuestro modelo debemos tener en cuenta como función objetivo, en primer lugar la rentabilidad de la cartera, la cual viene dada por la media de la rentabilidad de cada título ponderada por su participación en la cartera, siendo la rentabilidad de cada título la rentabilidad media de las rentabilidades, en nuestro caso, semanales, calculadas como el logaritmo del cociente entre el precio del cierre de un momento y el mismo en el momento anterior. También es frecuente incluir en el numerador de la rentabilidad simple los ingresos por dividendos, tal como hacían Lee y Lerro. Pero la inclusión de los dividendos conlleva para nosotros dos inconvenientes. En primer lugar, en la bolsa española no son frecuentes los repartos de dividendos y en el mejor de los casos se realizan con periodicidad semestral, lo que provoca una falta de homogeneidad temporal con las cotizaciones habitualmente utilizadas, las cuales suelen ser mensuales, semanales (como es nuestro caso) o diarias. Y en segundo lugar, no existe información pública, asequible

y suficiente sobre los dividendos que reparten las empresas que cotizan en la bolsa española. Podemos también recordar que Lee y Cheeser planteaban la posibilidad de computar la rentabilidad de un título utilizando el modelo CAPM. Esta estimación de la rentabilidad es bastante arriesgada, a nuestro juicio, si tenemos en cuenta el bajo coeficiente de determinación que presentan los ajustes de regresión de muchos de los títulos.

Powell y Premachandra incluyeron en su modelo otro objetivo relacionado con la rentabilidad, concretamente, la maximización del producto vectorial del vector con las proporciones invertidas, la cartera, por un vector donde se introducen las rentabilidades de cada título en el periodo inmediatamente anterior a la selección, de forma que no perdiésemos la oportunidad en la mejor y más reciente elección de inversión. Dado lo novedoso de este tratamiento de la rentabilidad decidimos probarlo con los datos del mercado español, pero las pruebas que hicimos incluyendo este objetivo dieron problemas computacionales, por lo que decidimos no incluir esta función objetivo en nuestro modelo.

Como consecuencia de los párrafos anteriores, nosotros decidimos definir la rentabilidad de la cartera como la media aritmética de las rentabilidades de cada periodo, en nuestro caso semanal, calculando esta última como continua. Además, utilizaremos la técnica de análisis técnico de medias móviles para suavizar los movimientos de las cotizaciones y ponderaremos las rentabilidades según su antigüedad, en el sentido de dar mayor peso a los valores más recientes. Para realizar dicha ponderación utilizamos la siguiente fórmula:

$$r_t^p = r_t \frac{(1+c)^t}{(1+c)^T}$$

donde r_t^p y r_t son las rentabilidades ponderada y no ponderada de un título en el momento t , respectivamente, c es un coeficiente mayor que cero y T es el número de datos históricos utilizado, en nuestro caso 52 (semanas). Es evidente que la ponderación resultante dependerá del valor del coeficiente c de forma que mientras este sea menor mayor será la ponderación de los datos antiguos, y viceversa. Nosotros utilizamos el valor de $c = 0,03$.

La segunda componente fundamental en cualquier modelo es el riesgo. Pero la definición de este concepto no es tan evidente como la rentabilidad. Existen diversos

tipos de riesgo asociados a la inversión en acciones, como el que relaciona cada título con la evolución general del mercado de valores, el inherente a las circunstancias económicas y financieras de cada compañía, el de liquidez, los riesgos debidos a cambios políticos en nuestro país o en otros en los que tienen intereses nuestras compañías, etc. Algunos de estos riesgos no pueden cuantificarse claramente, aunque en cierta medida los inversores en bolsa transfieren todos los riesgos a la cotización de cada compañía.

La primera medida del riesgo de un título fue presentada por el propio Markowitz, el momento de segundo orden de la rentabilidad, o sea, la varianza de las rentabilidades periódicas, que en el caso de una cartera se define como el producto del vector traspuesto de las proporciones de inversión por la matriz de covarianzas por dicho vector. El cálculo de la varianza de la cartera fue obviado o simplificado de alguna forma durante bastante tiempo, ya que suponía la obtención de un número elevado de covarianzas entre las rentabilidades individuales, además de la solución de modelos cuadráticos e incluso no lineales, problemas que ya no son tales, en general, en nuestros tiempos, debido al enorme poder computacional de los ordenadores actuales, incluso los personales. Por esta razón, no existen motivos para no incluir esta medida del riesgo en nuestro modelo, y la denominaremos riesgo global.

A partir del modelo simple de Sharpe se evidenciaron otros riesgos, como el sistemático y el específico, el primero medido por la beta o coeficiente de regresión entre las series de rentabilidades de los títulos y el del índice general de la bolsa, y el segundo medido por la varianza residual del mismo análisis de regresión. Muchos modelos de regresión han incluido la beta como medida del riesgo, incluso como única medida, debido fundamentalmente, a la facilidad de cálculo y al hecho de dar lugar a una función lineal, lo cual simplificaba la resolución de los problemas de programación.

Respecto al riesgo específico, el cual es medido por la varianza de los residuos, sólo el modelo de Lee y Lerro lo incluyó, ya que estos autores consideraban que era una forma de incorporar los juicios del inversor sobre las condiciones del mercado. Así, con una perspectiva favorable sobre el mercado, el inversor puede estar predispuesto a tolerar una mayor variación inexplicada de los precios con respecto al mercado en general, que es lo que recoge precisamente dicha varianza. Por esta razón, nosotros decidimos incluir este objetivo a nuestro modelo.

Existe otro elemento referido al riesgo, que Powell y Premachandra denominaron prudencia gerencial. Con ella se trata de conseguir que cada inversión individual no parezca excesivamente arriesgada (lo cual es medido por los autores de forma individual para cada título mediante la desviación estándar) a un inversor “prudente”. Así, este requerimiento, que es legal en algunos países, puede ser violado si la desviación estándar de la rentabilidad de una inversión particular es demasiado alta. Por tanto, el inversor debe restringir las cantidades que invierte en cada título, de forma que evite inversiones volátiles, concepto éste que se mide mediante la desviación estándar. Decidimos tenerlo en cuenta porque la inclusión de este concepto añadiría mayor cobertura respecto al riesgo.

Por otra parte, puede ocurrir que tengamos que realizar compras o ventas a precios desfavorables debido a una falta de liquidez en las operaciones, por haber adquirido más o menos títulos de los que el mercado puede absorber. Este hecho se denomina riesgo de liquidez. Algunos autores lo recogen en sus modelos, como es el caso de Powell y Premachandra, aunque nos encontramos con el problema de falta de precisión en su definición. Además, dado que nuestro inversor es modesto, presuponemos que no va a tener problemas para liquidar sus títulos.

Respecto a las restricciones del modelo debemos señalar, en primer lugar, la presupuestaria, esto es, que la suma de las cantidades que se invierten en cada título, las variables del modelo, debe ser igual al presupuesto de inversión, que nosotros estableceremos en la unidad, ya que no sabemos a priori cuál será dicho presupuesto, con lo que nuestras variables reflejarán el tanto por uno que se debe invertir en cada título.

Por otra parte, se suelen incluir en los modelos de selección de carteras cotas superiores sobre las variables, bien por razones legales bien para asegurar una mínima diversificación. También es frecuente incluir cotas inferiores, o sea, invertir una cantidad mínima en determinados títulos, como será nuestro caso para las cinco empresas más importantes de nuestra bolsa, de forma que podamos “rastrear”, en cierta medida, a nuestra cartera de referencia, el IBEX35. Otra posibilidad de uso de las cotas inferiores consiste en indicar que si el modelo decide seleccionar un título para formar parte de la cartera, que sea en una proporción mínima, lo cual implicaría plantear un problema de programación entera.

Varios de los artículos revisados establecen también cotas superiores para cada sector, reforzando así la diversificación, o sea reduciendo el riesgo. Nosotros incluiremos dichas cotas en nuestro modelo final.

Una vez decidida la consideración de cinco metas para nuestro modelo de selección, recordemos, una para conseguir como mínimo una determinada rentabilidad, y cuatro para conseguir como máximo un nivel de riesgo medido por la covarianza de las rentabilidades, la beta, la varianza residual, y, por último, la desviación estándar, debemos establecer un nivel de aspiración para cada una de ellas, y, dado que vamos a aplicar la programación por metas lexicográfica, además es necesario establecer un orden de prioridad entre las mismas.

En cuanto a los niveles de aspiración, parece lógico que el decisor los elija en función de algunos niveles de referencia, como son los de mercado. Así, vamos a establecer los mismos en función de los valores alcanzados, en cada caso, por el IGBM.

En cuanto a los niveles de prioridad, en primer lugar decidimos colocar las metas relativas al riesgo, porque aunque ya sabemos que la rentabilidad es bastante importante para los agentes que invierten en bolsa, su meta correspondiente constituirá el último nivel de prioridad porque, posteriormente a la obtención de soluciones satisfactorias, restauraremos la eficiencia maximizando la rentabilidad. En cuanto al orden a seguir en las medidas de riesgo, seguiremos el orden de importancia de cada uno de ellos.

Así, en el primer nivel tenemos la varianza, puesto que recoge el riesgo global de la cartera, cuyo nivel de aspiración, el cual denotaremos por Var^* , decidimos que fuera un porcentaje de la varianza del (IGBM), así un 100% significaría que desearíamos alcanzar, como mucho, una varianza exactamente igual a la varianza de dicho índice, un 120% representaría que nuestra aspiración es un 20% superior a la varianza del mercado, etc. Debemos indicar que, no obstante, dicho nivel estará siempre comprendido entre el ideal y el antiideal de este objetivo.

El segundo nivel está compuesto por el riesgo sistemático o de mercado, medido por la beta, estableciéndose su nivel de aspiración, β^* , como en el caso anterior, como un porcentaje de la beta de mercado, que es la unidad, siempre que dicho valor se encuentre entre el ideal y el antiideal.

El tercer nivel, lo ocupa la desviación estándar, cuyo nivel de aspiración, σ^* , lo elegimos como un percentil de todas las desviaciones estándares no nulas de todos los títulos.

El cuarto nivel, corresponde a la varianza de los residuos de la regresión entre las rentabilidades individuales y la del IGBM, estableciéndose su nivel de aspiración, σ_e^{2*} , como un porcentaje entre el valor ideal y el antiideal de este objetivo.

En el quinto nivel, tenemos la meta correspondiente a la rentabilidad, con un nivel de aspiración fácilmente alcanzable, el cero. Este hecho viene justificado porque en el siguiente nivel de nuestro problema lexicográfico, el sexto, utilizamos el método de la restauración directa, de forma que, una vez alcanzado dicho nivel de aspiración nulo, le pedimos al programa que busque la solución con el mayor valor posible para la rentabilidad, de manera que obtenemos soluciones satisficentes que a su vez son eficientes. Puesto que el valor de la variable no deseada n_5 vale 0, el valor de la rentabilidad conseguido en el nivel sexto será igualado o mejorado al minimizar $-p_5$, ya que la solución conseguida para $n_5 = 0$ es una solución factible en este nivel 6.

Por tanto, la formulación de nuestro modelo será:

$$\begin{aligned}
 & \text{LexMin } \{p_1, p_2, p_3, p_4, n_5, -p_5\} \\
 \text{s.a. } & \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n x_i x_j \sigma_{ij} + n_1 - p_1 = \text{Var}^* \\
 & \sum_{i=1}^n x_i \beta_i + n_2 - p_2 = \beta^* \\
 & \sum_{i=1}^n x_i \sigma_i + n_3 - p_3 = \sigma^* \\
 & \sum_{i=1}^n x_i^2 \sigma_e^2 + n_4 - p_4 = \sigma_e^{2*} \\
 & \sum_{i=1}^n x_i r_i + n_5 - p_5 = 0 \\
 & \sum_{i=1}^n x_i = 1 \\
 & \sum_{j \in K} x_j = S_k \\
 & l_i \leq x_i \leq u_i
 \end{aligned}$$

Las dos últimas restricciones representan a las cotas sectoriales y las individuales, como forma de evitar la excesiva concentración o, lo que es lo mismo, como forma de aumentar la diversificación de la cartera obtenida. Además, evitaríamos, en cierto modo, que las proporciones de los títulos individuales se alejasen de su peso real en el mercado.

Para la determinación de estas cotas individuales y sectoriales actuamos de forma similar a como lo hace la Bolsa de Madrid para calcular sus índices y redactar los informes sectoriales. El momento elegido fue finales de 2001, concretamente el 28 de diciembre, ya que de esta forma abarcaríamos la mayor parte de los títulos de que constaba nuestra base de datos de cotizaciones.

Así para obtener las cotas sectoriales calculamos el valor de capitalización de cada título en esa fecha, o sea, el producto de precio de cierre por el número de acciones admitidas a cotización. Seguidamente, obtuvimos los porcentajes sobre el total del sector y sobre el total de toda la bolsa, así como el porcentaje de cada sector sobre el total. Este porcentaje de participación sectorial lo incrementamos en un 20%, al objeto de dar mayor holgura a la selección, con un redondeo al alza del 5%, y con un mínimo del 5%.

Para las cotas individuales máximas razonamos de forma parecida. Elegimos la compañía con mayor participación sobre el total, dentro de cada sector, y la incrementamos en un 20%, con un redondeo al alza de 2 puntos y medio.

Entendemos que todas estas consideraciones tienen un cierto grado de subjetividad, por lo que cualquier analista podría modificarlas añadiendo otros criterios de relevancia financiera y económica, incluso modificando ese porcentaje de incremento del 20%, ampliando o reduciendo las cotas, de forma que podríamos ajustarnos menos o más, respectivamente, al mercado; incluso las cotas individuales y sectoriales podrían ser distintas en el tiempo, lo cual no deja de ser lógico, debido a que la bolsa es un mundo dinámico, donde se producen entradas y salidas de empresas, fusiones, ampliaciones y reducciones de capital, etc. En resumen, nuestras cotas individuales y sectoriales aparecen en la siguiente tabla:

Sector	Cota individual	Cota Sectorial
Nuevas Tecnologías	0,05	0,1
Comunicaciones	0,025	0,05
Metalúrgicas	0,05	0,1
Construcción	0,025	0,05
Servicios	0,25	0,3
Alimentación	0,025	0,05
Inversión	0,025	0,05
Inmobiliarias	0,025	0,05
Comercio	0,05	0,1
Financieras	0,35	0,45
Petróleos y Químicas	0,1	0,2
Eléctricas y Gas	0,1	0,15

Tabla 1

Por otra parte, al analizar una cartera de referencia como es la del IBEX35 comprobamos que a principios del 2001 el 70% de dicha cartera, estaba compuesto por las cinco compañías más importantes del mercado como son, Banco Bilbao Vizcaya Argentaria, Banco Santander Central-Hispano, Telefónica, Repsol y Endesa. Por ello, revalorizaciones de esos títulos y disminuciones de valor de los mismos eran cruciales en la marcha del mercado. Nos pareció interesante tener en cuenta este hecho puesto que si deseábamos batir al mercado, en nuestro caso al IBEX35, es conveniente “rastrear” al mismo incluyendo cotas mínimas para estos valores concretos.

En concreto las cotas inferiores elegidas para los cinco títulos fueron del 15% para BBVA, 15% para BSCH, 5% para ELE, 5% para REP y 15% para TEF.

Debemos indicar que esta consideración de rastreo nos obligó a modificar la cota superior del sector financiero desde el 40 al 45% definitivo, para darle mayor holgura, ya que, de las cinco compañías mencionadas más arriba, dos eran bancos, concretamente, el BBVA y BSCH, las cuales suman, en nuestro caso un 30% de cota mínima, dejando poco espacio para otras compañías financieras, que en todo caso son claves tanto en nuestra bolsa como en nuestra economía.

Además, estas cotas mínimas nos indujeron a realizar cambios en las cotas individuales superiores tanto del sector financiero como del eléctrico, puesto que Endesa figurará entre las empresas con una cota mínima, concretamente del 5%.

Este modelo lo resolvimos desde dentro de la hoja de cálculo Excel, llamando a una rutina de Visual Basic para Aplicaciones, que a su vez utilizaba la librería de cálculo numérico NAG para la resolución de los problemas de programación matemática.

3. Aplicación a los datos de la bolsa española

En un primer momento decidimos rodar nuestro modelo en tres escenarios distintos, que calificamos como Estable, Crecimiento y Decrecimiento, con los datos a priori de 12 meses, puesto que, este periodo mantiene un equilibrio entre antigüedad y cantidad de datos. En cuanto a los niveles de aspiración de las cuatro metas que podemos controlar, es decir, varianza, beta, desviación estándar y varianza residual, fueron 100%, 100%, 50 y 50%, respectivamente. Los resultados para los tres escenarios se muestran en las figuras 1 a 3, donde se compara la evolución del valor de la cartera de mercado, en nuestro caso, una cartera que replica, “razonablemente”, el IBEX35, y la evolución del valor de realización, a posteriori, de cada cartera seleccionada por nuestro modelo, todo puesto en base 100, a efecto de homogeneización de esas dos magnitudes. Para obtener dicha cartera réplica, tuvimos que averiguar el número de títulos que formaban parte del índice en los distintos momentos del tiempo. Debido a que los datos correctos están presentes en los informes diarios del IBEX35, y que estos sólo estaban disponibles, para el público, en Internet desde el año 2001, tuvimos que recopilar la información de los años anteriores a partir de los boletines de cotización de la Bolsa de Madrid, y en muchos casos el número de títulos que cotizan según dichos boletines no coincidía

con el de los informes diarios mencionados, siendo por eso por lo que decimos que dicha cartera obtenida replica “razonablemente” al IBEX35.

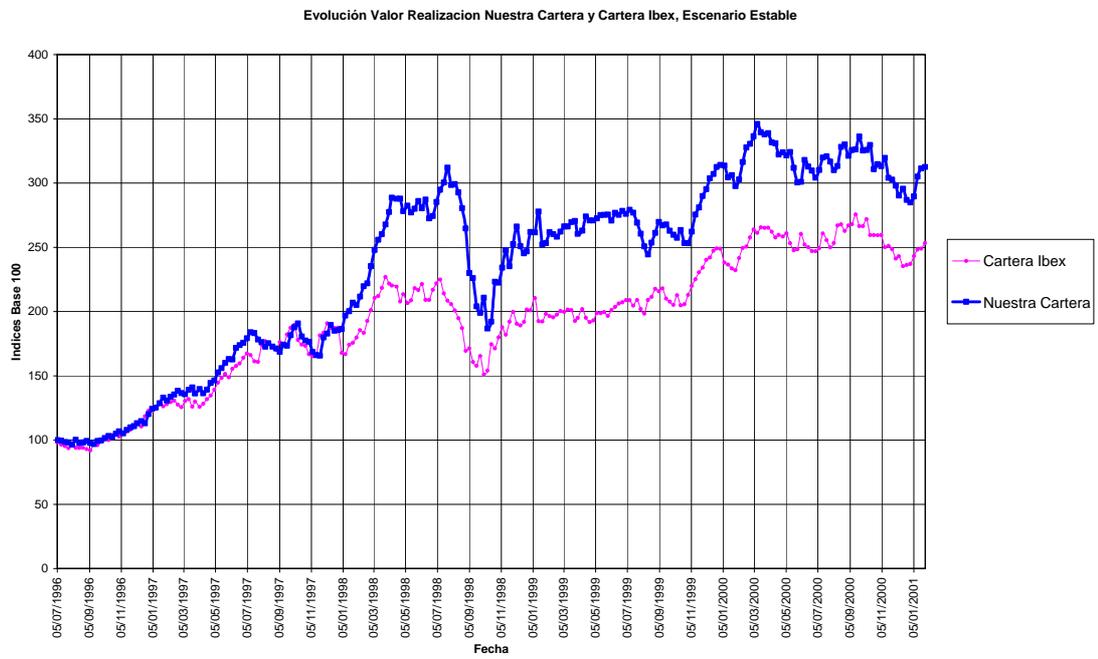


Figura 1

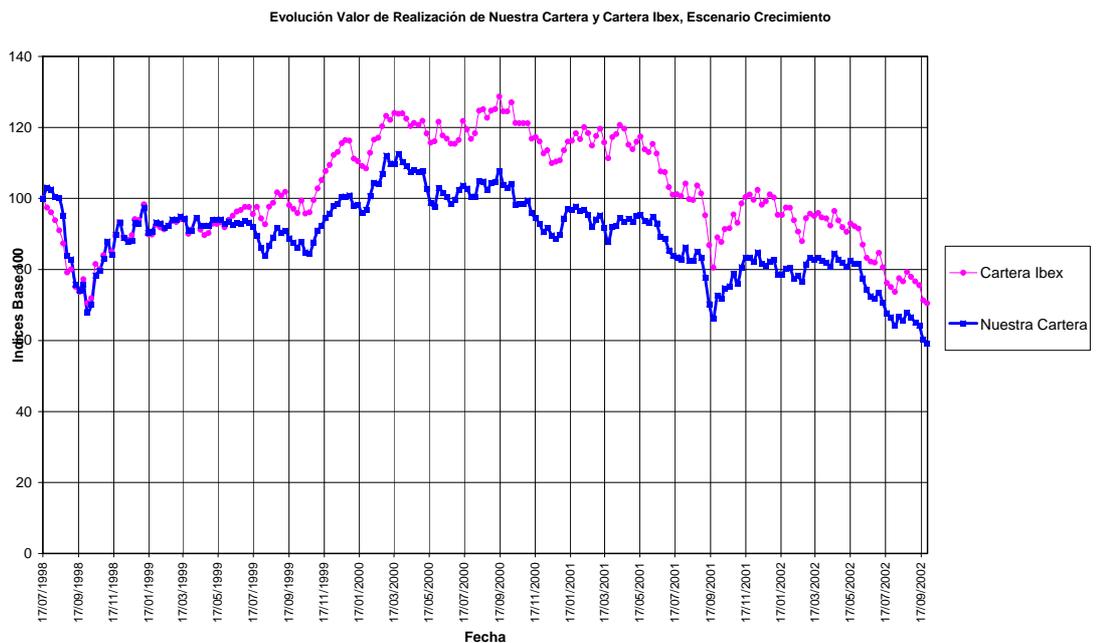


Figura 2

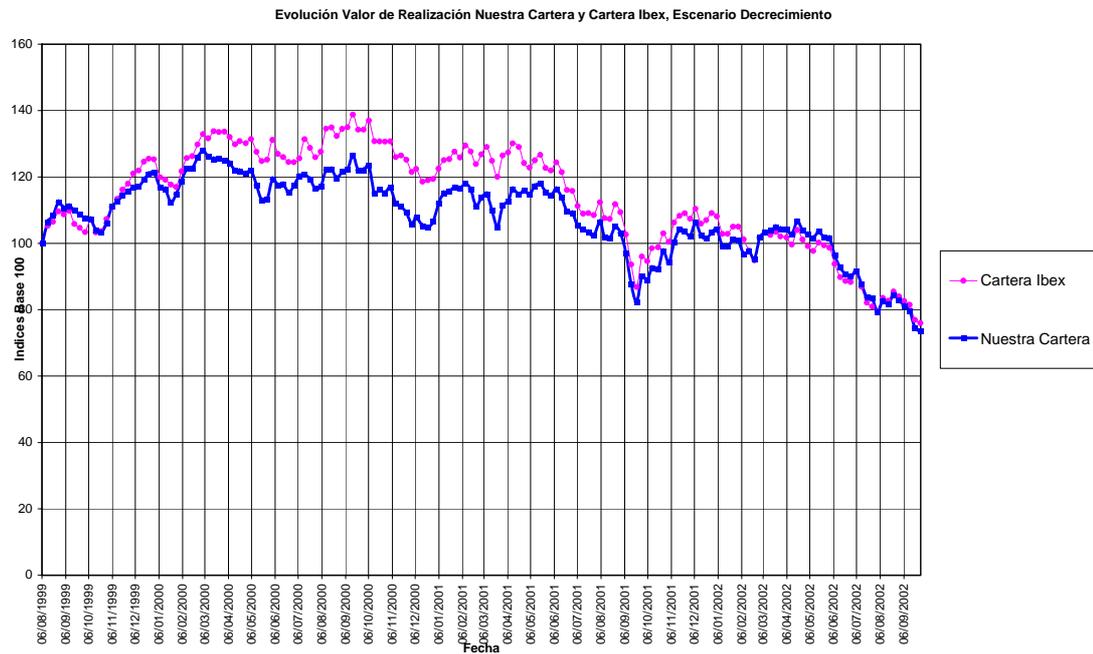


Figura 3

Llegados a este punto, y puesto que, hasta el momento, las comparaciones entre la evolución de las carteras seleccionadas y la evolución de la cartera IBEX35 se han realizado sólo gráficamente, veíamos conveniente la realización de un análisis numérico de dichas comparaciones. Para ello construimos un test sobre las diferencias de cotización entre nuestra cartera y la de mercado. La Estadística Teórica nos dice que el promedio de estas diferencias pareadas sigue una distribución T de Student, con $N - 1$ grados de libertad, según la siguiente expresión:

$$t = \frac{\bar{x}}{\frac{s}{\sqrt{N-1}}}$$

donde \bar{x} es la media aritmética de las diferencias, s su desviación estándar y N es el número de datos, es decir el número de semanas a posteriori que se evalúan.

Establecimos el nivel de confianza en el 5% para dos colas. Así, si el valor del estadístico t se encontraba entre los valores críticos de una distribución T de Student con $N - 1$ grados de libertad aceptábamos la hipótesis de que la media de las diferencias era nula, es decir, no existía una diferencia estadísticamente significativa entre las evoluciones de cotización de nuestra cartera y la de mercado. En el caso de

que el estadístico t sea positivo y superior al valor crítico, aceptamos la hipótesis de que nuestra cartera es mejor que la de mercado, y cuando el estadístico es negativo y menor que el valor crítico en términos absolutos, concluimos que la cartera de mercado es mejor que la nuestra.

Puesto que el número de escenarios que terminamos analizando es tan pequeño como tres, uno por tipo de periodo, Estable, Crecimiento y Decrecimiento, y con un horizonte temporal a priori de 12 meses (52 semanas), pensamos que las conclusiones sobre el comportamiento de nuestro modelo no sería completo y decidimos ejecutar nuestro modelo un mayor número de veces, concretamente, 65 veces, una vez cada 4 semanas, desde 05-01-1996 hasta el 29-12-2000, y aplicarle el test de diferencias, contabilizando el número de veces que nuestra cartera es mejor, indiferente o peor que la de mercado. Los resultados se muestran en la tabla 2.

	Mejor	Igual	Peor	Total
Carteras	60	0	5	65
%	92%	0%	8%	100%

Tabla 2

Como podemos observar en esta tabla, los resultados globales son bastante aceptables, puesto que en el 92% de los casos nuestra cartera vence a la de mercado. Es más, si en lugar de establecer las cotas mínimas en los niveles que elegimos originalmente, o sea un total del 55%, incrementamos el total de dichas cotas mínimas hasta un 80% (BBVA 20%, Endesa 10%, Repsol 10%, BCSH 20% y Telefónica 20%), nuestra cartera bate al mercado en el 100% de los casos. Incluimos también la figura 4 con los valores de los promedios de las diferencias y los valores del estadístico t .

Evolucion Promedio Diferencias Cotizaciones Nuestra Cartera y Cartera Ibox

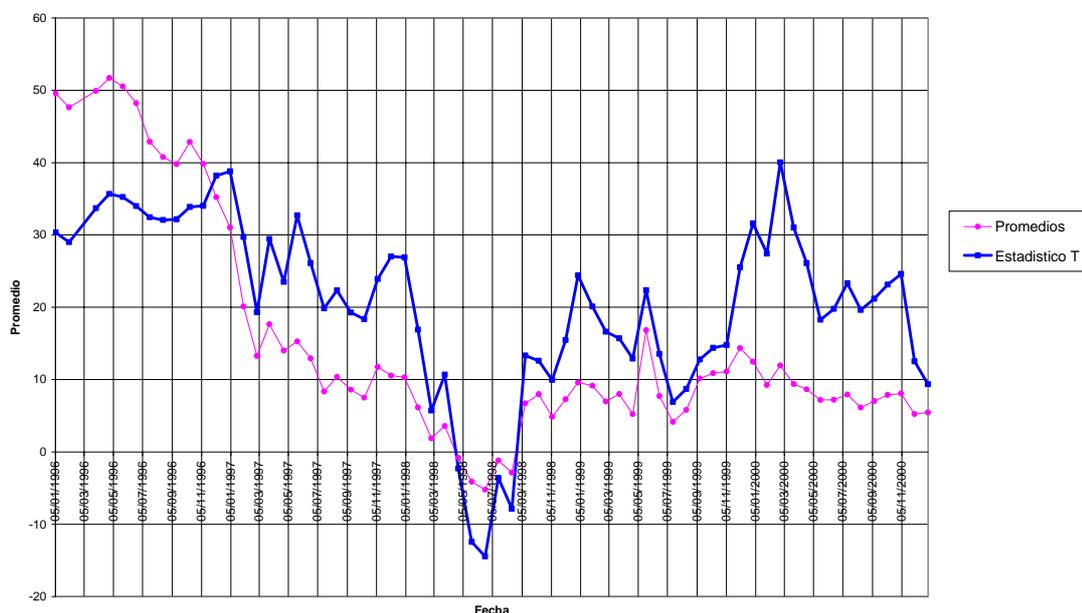


Figura 4

Decidimos en este punto realizar otro análisis, es decir, cuántas veces lograba nuestra cartera alcanzar un valor de realización mayor que la de mercado en distintos periodos a posteriori, en concreto, a 3, 6, 12, 15, 18, 21 y 24 meses. Los resultados se muestran en la tabla 3.

	Comparación temporal Cartera-IBEX35							
Meses	3	6	12	15	18	21	24	Todo
Gana	73,8	86,2	87,7	87,7	89,2	95,4	100,0	93,8
Pierde	26,4	13,8	12,3	12,3	10,8	4,6	0,0	6,2

Tabla 3

De nuevo observamos unos resultados bastante aceptables, ya que en el peor de los casos, a 3 meses, nuestras carteras baten al mercado en el 73,8% de los casos, llegando hasta el 100% a 24 meses.

2. Conclusiones.

Hemos podido observar que la programación por metas es una herramienta útil para un inversor modesto que pretende colocar su dinero en bolsa, seleccionando una cartera, ya que lo único que debe hacer es establecer los niveles de las distintas metas de riesgo. Además, desde un punto de vista estadístico, nuestro modelo ofrece resultados a posteriori sensiblemente mejores que los de una cartera pasiva, como sería una cartera que replicase al IBEX35.

Bibliografía.

1. Garcia, D.J. (2004): “Activos Financieros de las Familias Españolas: Cambio Estructural y Últimas Tendencias”, *Revista de la Bolsa de Madrid*, enero, pp. 16-17.
2. Lee, S.M. and Chesser, D.L. (1980): “Goal programming for portfolio selection”, *The Journal of Portfolio Management*, primavera, pp. 22-26.
3. Lee, S.M. and Lerro, A.J. (1973): “Optimizing the portfolio selection for mutual funds”, *The Journal of Finance*, XXVIII, december, pp. 1087-1101.
4. Markowitz, H. (1952): “Portfolio selection”, *Journal of Finance*, 7, 2, pp.77-91.
5. Powell, J.G. and Premachandra, I.M. (1998): “Accommodating diverse institutional investment objectives an constraints using non-linear goal programming”, *European Journal of Operational Research*, 105, pp. 447-456.